

# 物理学実験Ⅱ ブラウン運動

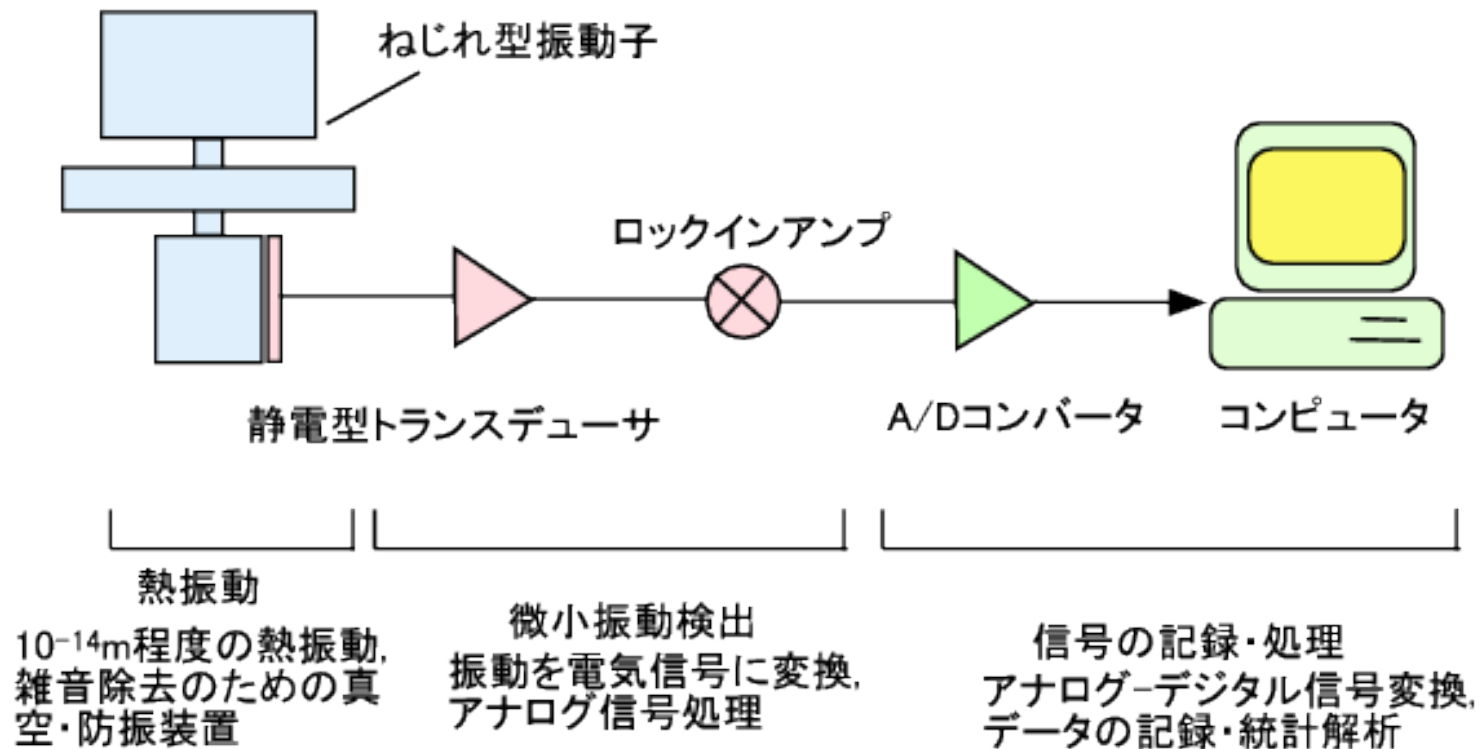
## — 第3日目 —

ねじれ型振動子のブラウン運動の測定

# ブラウン運動 (1)

— 測定の流れ —

## ● ブラウン運動の測定



# ブラウン運動 (2)

## ー ブラウン運動と温度 ー

### ● ねじれ型振動子のブラウン運動

熱雑音力：白色雑音

エネルギー等分配則 → 弾性エネルギーは  $kT/2$

$$\frac{1}{2}m\omega_0^2 \overline{x^2(t)} = \frac{1}{2}kT$$

⇒  $x$  の分散：  $\sigma^2 = \frac{kT}{m\omega_0^2}$

変動は、共振周波数付近のものが支配的

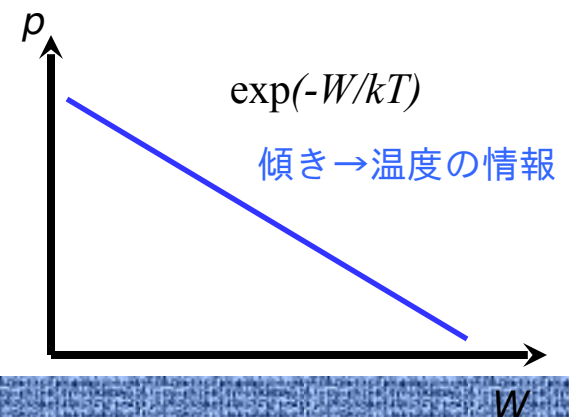
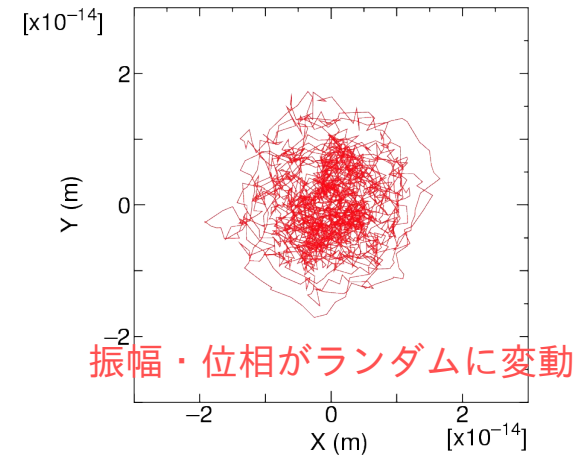
$$x(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t$$

(振幅  $a, b$  はガウス分布に従う)

2乗和：  $W(t) = \frac{1}{2}m\omega_0^2[a^2(t) + b^2(t)]$

は、**ボルツマン分布**に従う

$$p(W) = \frac{1}{kT} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$$



# ブラウン運動 (3)

## ー ブラウン運動と温度 ー

### ● ブラウン運動の測定

変位  $x(t)$  を測定して  $\overline{x^2(t)}$  を求める → 振動子の温度

問題点：雑音の影響, データ量

#### データ量

振動子の共振周波数：約340Hz

→ サンプリング定理より, 少なくとも

1kHz程度のサンプリングレートが必要

振動子のQ値：約 $3 \times 10^5$  (半減期 3-4分)

→ 統計量を十分にするには,  
数時間以上の測定が必要



データ量が  
膨大になる

#### 雑音の影響

振動子の変動振幅： $10^{-14}$ m程度

→ 様々な雑音の影響を受けやすい

地面振動, 音響

トランスデューサー, プリアンプ, ADC



熱振動信号が  
埋もれてしまう



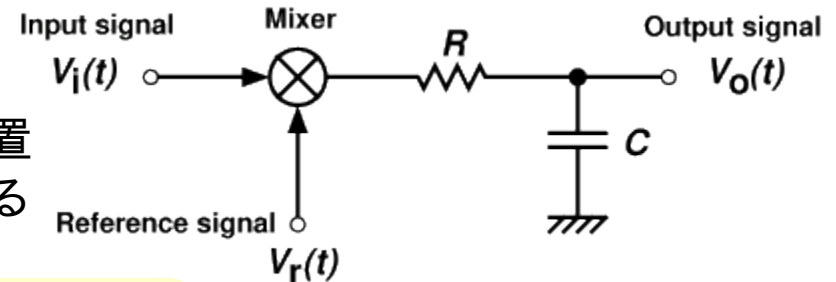
ロックインアンプを使用

# ブラウン運動 (4)

## ー ロックインアンプ

### ● ロックインアンプ

入力信号のうち,  
特定の周波数成分信号のみを取り出す装置  
ミキサーとローパスフィルタで構成される



入力信号:  $V_i = A \cos(\omega_i t)$

参照信号:  $V_r = \cos(\omega_r t)$

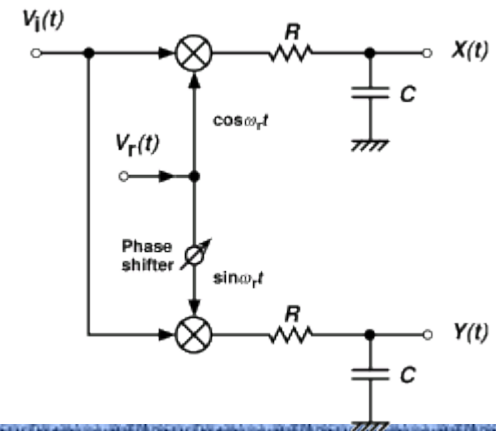
ミキサー出力:  $\frac{A}{2} [\underbrace{\cos\{(\omega_i + \omega_r)t\}}_{\text{倍周波数付近}} + \underbrace{\cos\{(\omega_i - \omega_r)t\}}_{\text{DC周波数付近}}]$   
( $\omega_i \simeq \omega_r$  のとき)

LPF ➡ 振幅  $A$  の情報を取得

2位相ロックインアンプ (cos成分, sin成分)

➡  $x(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t$

から独立な2自由度の信号 ( $a, b$ ) を取得



# ブラウン運動 (5)

## ー ロックインアンプの効果 ー

### ● ロックインアンプの効果

#### データ量の減少

測定量  $a, b$  はゆっくり変動

→ 1Hz程度のゆっくりしたサンプリングレート で十分

→ データ量が 1/1000 になる

(ただし、情報は失っていない)

#### 雑音の影響

振動子の共振周波数付近のみを測定

→ 雑音の影響を受けにくい

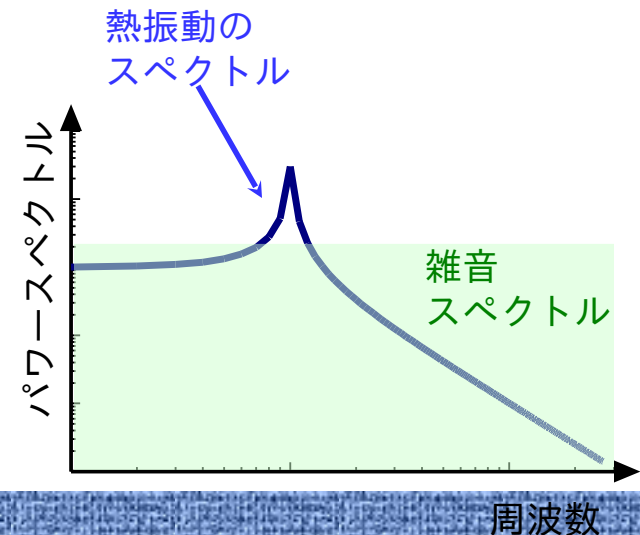
熱雑音力：白色雑音

振動子の伝達関数：共振周波数にピーク

➡ 熱振動のパワーは、共振周波数に集中  
ピーク部だけが雑音の上にある

$$\text{測定量} : \overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega$$

➡ 共振周波数付近だけ積分すればよい



# ブラウン運動 (6)

— 測定周波数帯域 —

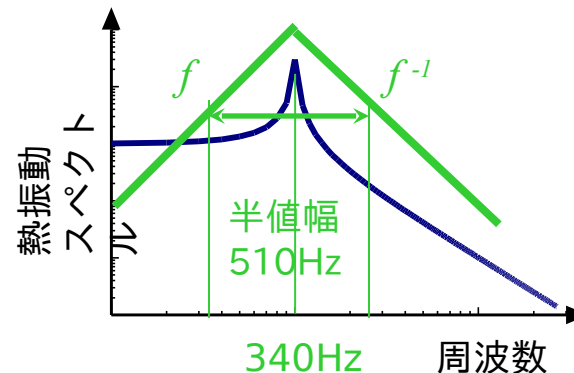
## ● 周波数範囲の限定

積分する周波数幅：狭いほど有利

(測定対象の共振の周波数幅：数mHz程度まで)

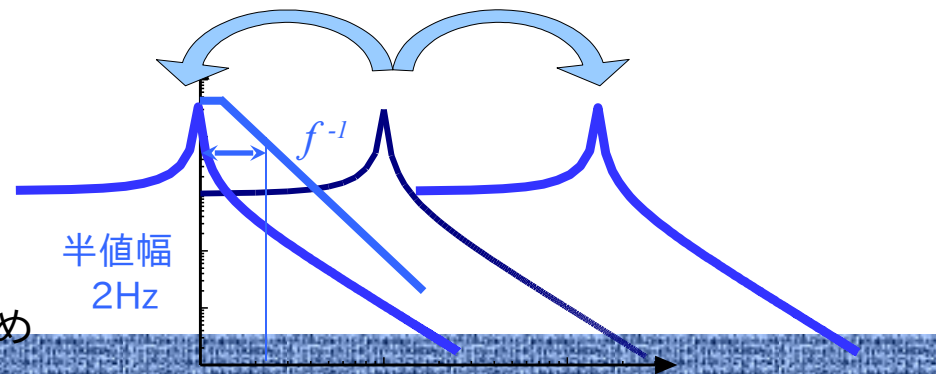
バンドパスフィルター

1次のバンドパスフィルター  
→ 半値幅 510Hz 程度



ロックインアンプ+ LPF

1次のローパスフィルター  
→ 半値幅 2Hz 程度



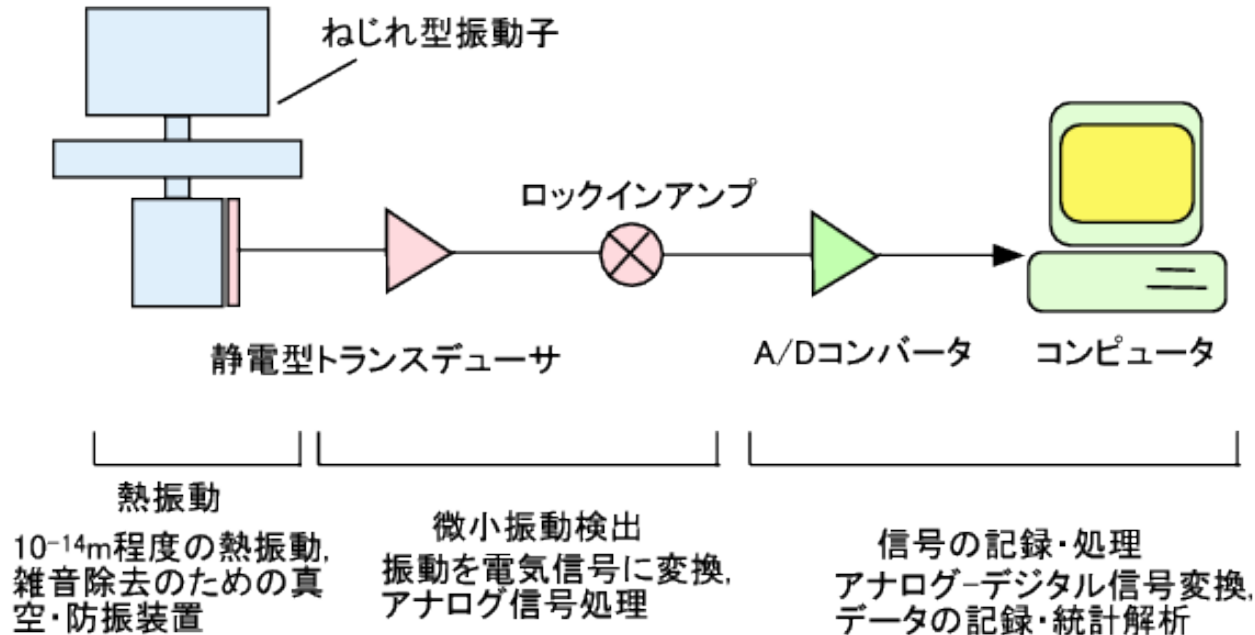
ただし、BPFも併用する

← 奇数倍波成分を除去するため

# ブラウン運動 (7)

— 測定周波数帯域 —

## ● ブラウン運動の測定



### 考慮事項

- トランスデューサのパラメータ (バイアス電圧・抵抗値)
- メインアンプの設定 (ゲインの実測)
- ロックインアンプの設定 (帯域幅)
- データ取得の設定 (サンプリングレート・測定時間)