

# Mode Matching と Wavefront Sensing

道村唯太

東京大学理学部物理学科 4 年

2009 年 12 月 22 日

DPF BBM における各値

レーザー波長	$\lambda = 1064 \text{ nm}$
レーザーウエストサイズ	$w_{0L} = 250 \mu\text{m}$
共振器長	$L = 30 \text{ cm}$
フロントミラー曲率	$R_F = \infty \text{ (flat)}$
エンドミラー曲率	$R_E = 500 \text{ mm}$
フロントミラー反射率	$r_E = \sqrt{0.98}$
エンドミラー反射率	$r_E = \sqrt{0.99}$

## 1 Mode Matching

### 1.1 Fabry-Perot 共振器の固有モード

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i} \quad (i = F, E) \quad (1.1)$$

とおくと共振器の Rayleigh range  $z_{RC}$ 、フロントミラーからウエストまでの距離  $d_C$  はそれぞれ<sup>[1]</sup>

$$z_{RC} = \frac{L\sqrt{g_F g_E (1 - g_F g_E)}}{(g_F + g_E - 2g_F g_E)} \quad (1.2)$$

$$d_C = \frac{L g_F g_E (1 - g_F)}{g_F (g_F + g_E - 2g_F g_E)} \quad (1.3)$$

安定な固有モードを持つ条件は

$$0 < g_F g_E < 1 \quad (1.4)$$

であり、高次モードが同時に発振しない条件は Guoy phase  $\eta(z) = \arctan(z/z_{RC})$  として  $\zeta = 2\eta(d_C) + 2\eta(L - d_C)$  の整数倍が  $2\pi$  に近くないこと。

BBM における各値を代入すると

$$z_{RC} = 245 \text{ mm} \quad (w_{0C} = 298 \mu\text{m}), \quad d_C = 0, \quad \zeta = 1.77$$

## 1.2 入射光学系の設計

レーザー光源の固有モードと共振器の固有モードを合わせるために、光源と共振器の間にレンズ等の光学系を置きビームを変換する。 $q(z) \equiv z + iz_R$  とすると、ABCD 行列 (ray transfer matrix) を持つ光学系の入射側における  $q$  は

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (1.5)$$

と変換される<sup>[2]</sup>。ここで変換によりウエストの位置が変わるため、原点の取り方も変わっていることに注意する。 $\text{Re}(q)$  は常にウエストを原点としたときの考えている点の座標となる。

変換によりフロントミラー直後にビームの  $x$  軸、 $y$  軸方向の Rayleigh range、ウエスト位置がそれぞれ  $z_{Ri}$ 、 $d_i (i = x, y)$  になったとすると共振器の固有モードとの結合係数は<sup>[1]</sup>

$$4 \left| \frac{z_{RC} \sqrt{z_{Rx} z_{Ry}}}{[z_{RC} + z_{Rx} + i(d_x - d_C)][z_{RC} + z_{Ry} + i(d_y - d_C)]} \right| \quad (1.6)$$

となるので、これを最大化するよう入射光学系を設計する。

BBM ではレーザー光源のウエストの位置から 483 mm の位置に  $f = 300$  mm のレンズをおき、そのレンズからフロントミラーまでの距離が 534 mm となるよう設計されており、ビームの円形を仮定すると結合係数は

結合係数	0.9996
------	--------

## 2 Wavefront Sensing

WFS とは Fabry-Perot 共振器の反射光から、共振器を構成する鏡の傾きの大きさを知る方法である。

### 2.1 WFS 信号強度

入射光軸に対し、共振器軸が  $\alpha$  傾いたとすると WFS 信号強度は<sup>[3]</sup>

$$I_{\text{tilt}} \propto \frac{\alpha}{\alpha_0} \cos \eta(z) \quad (2.1)$$

入射光軸に対し、共振器軸が  $a$  だけ平行移動したとすると WFS 信号強度は

$$I_{\text{disp}} \propto \frac{a}{w_0} \sin \eta(z) \quad (2.2)$$

従って平面鏡であるフロントミラーが  $\alpha_F$  傾くと幾何学計算から共振器軸は  $\alpha_F$  傾き、 $(R_F - L)\alpha_F$  だけ平行移動するのでフロントミラーの傾きに対する WFS 信号強度は

$$I_F \propto \frac{\alpha_F}{\alpha_0} \cos \eta(z) + \frac{(R_F - L)\alpha_F}{w_0} \sin \eta(z) \quad (2.3)$$

同様にエンドミラーの傾き  $\alpha_E$  に対しては

$$I_E \propto \frac{R_E \alpha_F}{w_0} \sin \eta(z) \quad (2.4)$$

BBM における各値を代入して計算すると図 1 のようになる。

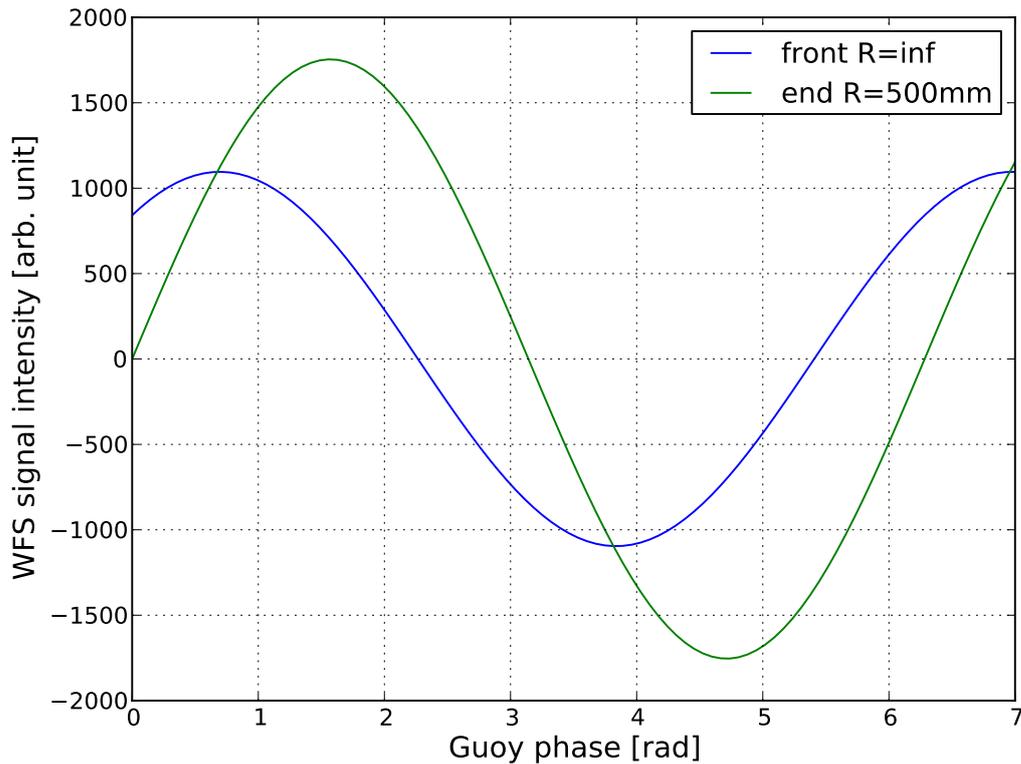


図 1: WFS 信号強度の Guoy phase 依存性

## 2.2 Guoy phase の調整

図 1 から、適当な Guoy phase を持つ位置で信号を検出すればフロントミラーの信号とエンドミラーの信号を分離できることがわかる。また、信号取得には QPD を用いてビーム断面を分割するため、ある程度大きなビーム半径を持っている必要がある。これらの条件を満たすようにレンズや 2 つの QPD を置く位置を決める。

BBM におけるレンズの設計位置からビーム半径、Guoy phase を計算すると図 2、3 の様になる。

フロントミラー信号取得系では QPD を 1040 mm の位置に置くが、この位置におけるビーム半径、Guoy phase、信号比は

$$\text{ビーム半径 } 0.69 \text{ mm}, \quad \eta = 3.15, \quad I_E/I_F = 0.026$$

同様にエンドミラー信号取得系では QPD は 986 mm の位置に置き、

$$\text{ビーム半径 } 0.72 \text{ mm}, \quad \eta = 2.28, \quad I_F/I_E = 0.021$$

となる<sup>1</sup>。

<sup>1</sup> 国立天文台の上田さんの計算ではフロントミラー、エンドミラー信号取得系でそれぞれ  $\eta = 3.14$ 、 $\eta = 2.26$  らしい。信号分離比が変わってしまうが、QPD の性能を考えると大した差ではないとのこと。

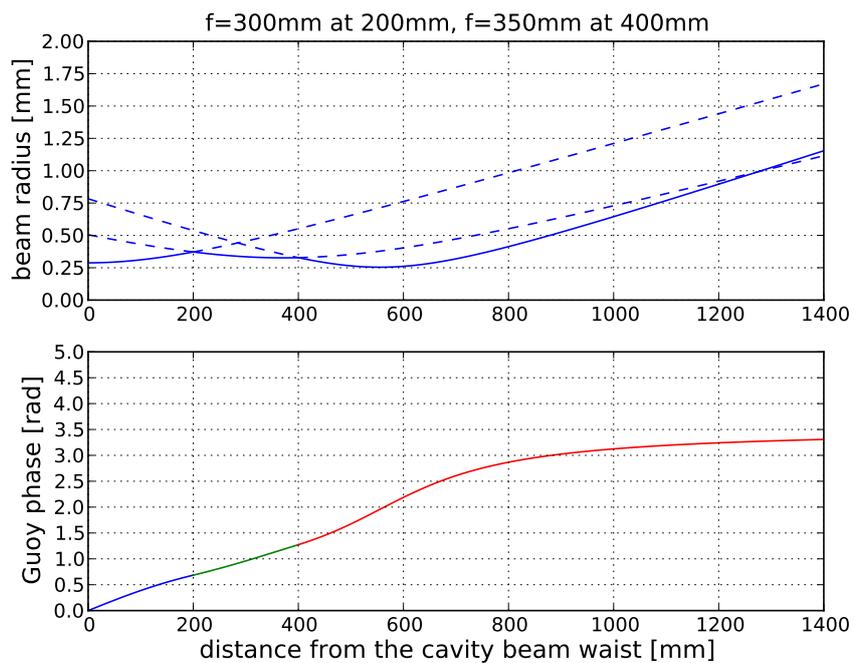


図 2: フロントミラー WFS 信号取得系のビームプロファイル

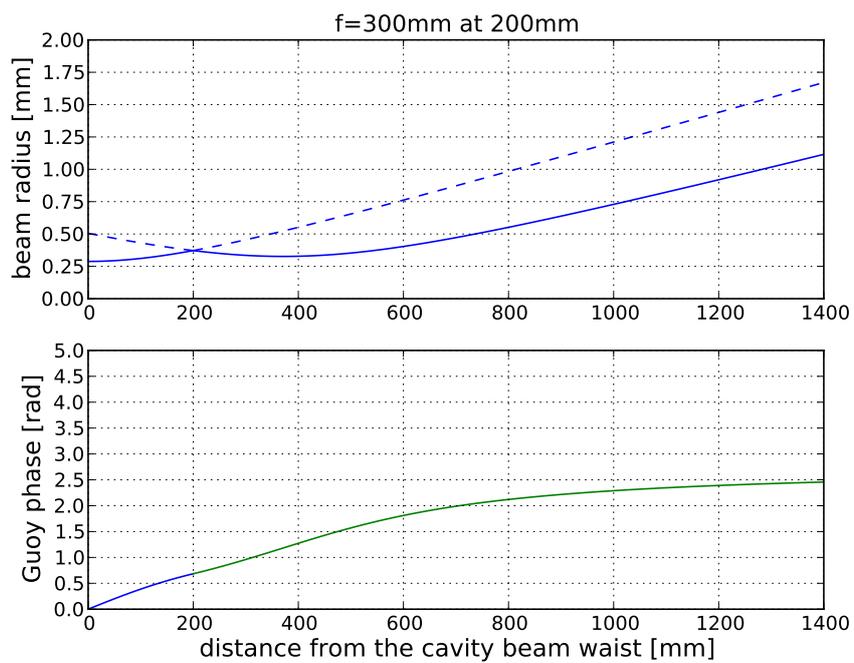


図 3: エンドミラー WFS 信号取得系のビームプロファイル

## 参考文献

- [1] 中村卓史・大橋正健・三尾典克: 『重力波をとらえる』、京都大学学術出版会 (1998) 補遺 A
- [2] H.Kogelnik, T.Li: *Proc. of The IEEE.*, **54** (1966) 1312
- [3] 朽久保邦治: 東京大学 修士論文 (1996)
- [4] 麻生洋一: 東京大学 修士論文 (2002)