
物理学実験Ⅱ

ブラウン運動

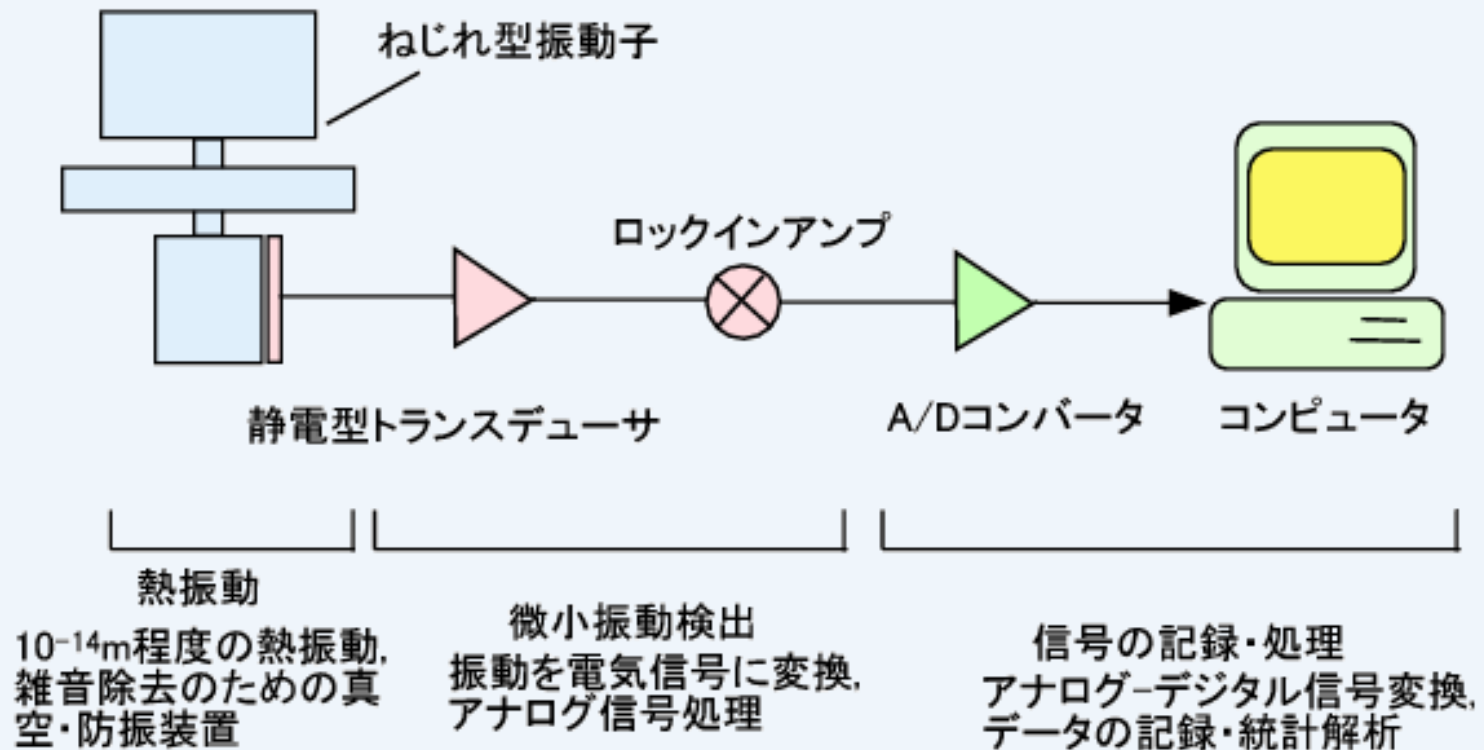
－ 第3日目 －

ねじれ型振動子のブラウン運動の測定

ブラウン運動 (1)

－ 測定の流れ －

・ ブラウン運動の測定



ブラウン運動 (2)

– ブラウン運動と温度 –

• ねじれ型振動子のブラウン運動

熱雑音力：白色雑音

エネルギー等分配則 → 弾性エネルギーは $k_B T/2$

$$\frac{1}{2} m \omega_0^2 \langle x^2(t) \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

⇒ x の分散： $\sigma^2 = \frac{k_B T}{m \omega_0^2}$

変動は、共振周波数付近のものが支配的

$$x(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t$$

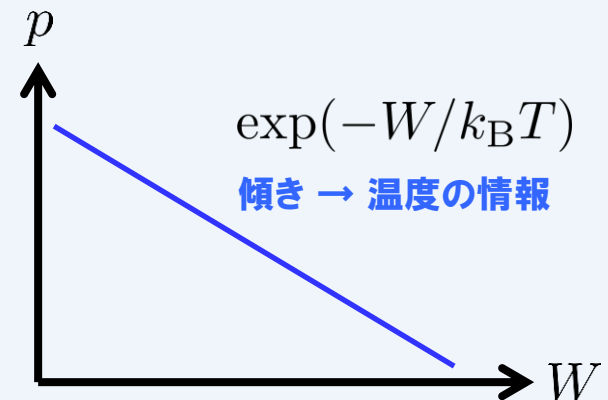
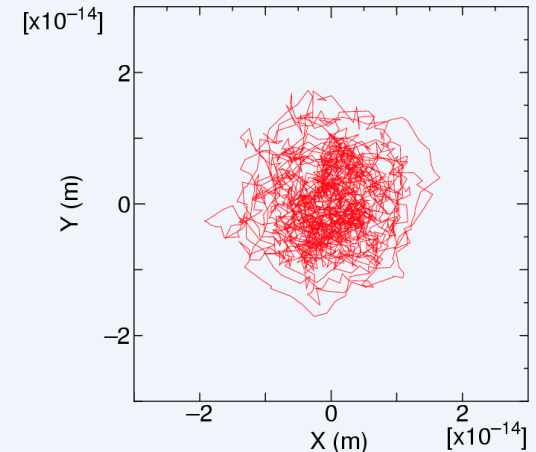
(振幅 a, b はガウス分布に従う)

$$2 \text{乗和} : W(t) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 [a^2(t) + b^2(t)]$$

はボルツマン分布に従う

$$p(W) = \frac{1}{k_B T} \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right)$$

振幅・位相がランダムに変動



ブラウン運動 (3)

－ ブラウン運動と温度 －

・ ブラウン運動の測定

変位 $x(t)$ を測定して $\langle x^2(t) \rangle$ を求める → 振動子の温度

問題点：雑音の影響、データ量

データ量

振動子の共振周波数：約340 Hz

→ サンプルング定理より、少なくとも

1 kHz程度のサンプルングレートが必要

振動子のQ値：約 3×10^5 (半減期 3-4分)

→ 統計量を十分にするには

数時間以上の測定が必要



データ量が
膨大になる

雑音の影響

振動子の変動振幅： 10^{-14} m程度

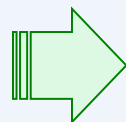
→ 様々な雑音の影響を受けやすい

地面振動、音響

トランスデューサー、プリアンプ、ADC



熱振動信号が
埋もれてしまう



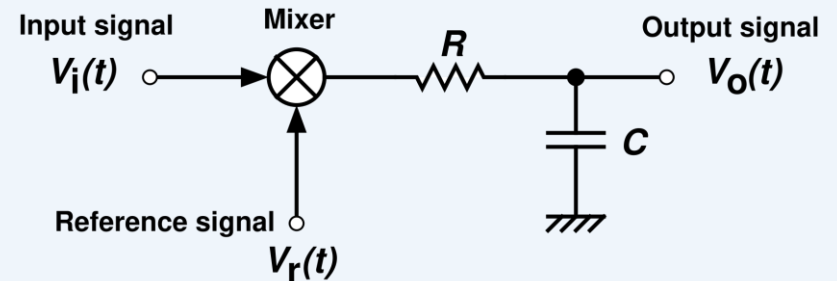
ロックインアンプを使用

ブラウン運動 (4)

– ロックインアンプ –

• ロックインアンプ


入力信号のうち、
特定の周波数成分信号のみを取り出す装置
ミキサーとローパスフィルターで構成される



入力信号: $V_i = A \cos(\omega_i t)$

参照信号: $V_r = \cos \omega_r t$

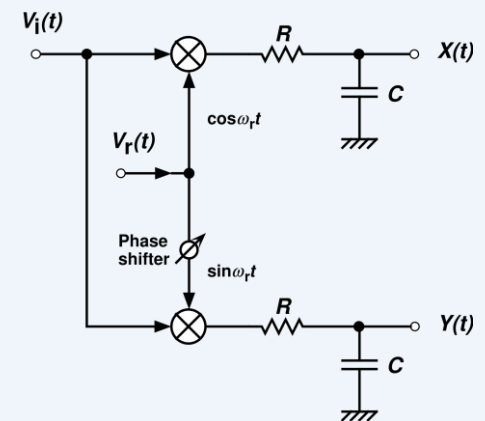
ミキサー出力: $\frac{A}{2} [\cos\{(\omega_i - \omega_r)t\} + \cos\{(\omega_i + \omega_r)t\}]$
DC周波数付近 (blue text) 倍周波数付近 (green text)
($\omega_i \sim \omega_r$ のとき)

LPF  振幅 A の情報を取得

2位相ロックインアンプ (cos成分、sin成分)

 $x(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t$

から独立な2自由度の信号 (a, b) を取得



ブラウン運動 (5)

— ロックインアンプの効果 —

・ ロックインアンプの効果

データ量の減少

測定量 a, b はゆっくり変動

→ 1 Hz程度のゆっくりしたサンプリングレートで十分

→ データ量が 1/1000 になる

(ただし、情報は失っていない)

雑音の影響

振動子の共振周波数付近のみを測定

→ 雑音の影響を受けにくい

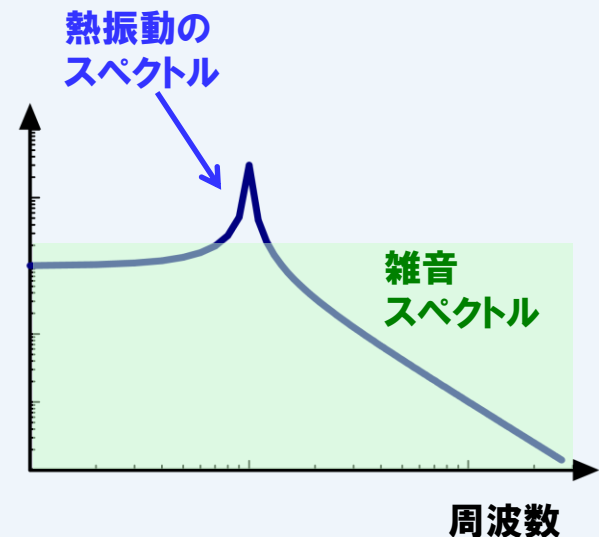
熱雑音力：白色雑音

振動子の伝達関数：共振周波数にピーク

⇒ 熱振動のパワーは共振周波数に集中
ピーク部だけが雑音の上にある

$$\text{測定量} : \langle \overline{x^2(t)} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega$$

⇒ 共振周波数付近だけ積分すればよい



ブラウン運動 (6)

— 測定周波数帯域 —

・ 周波数範囲の限定

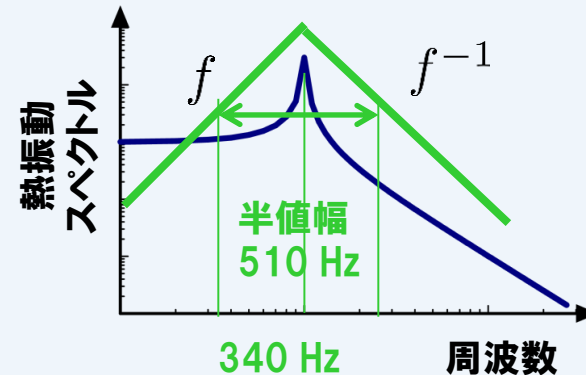
積分する周波数幅：狭いほど有利

(測定対象の共振の周波数幅：数 mHz程度まで)

バンドパスフィルター

1次のバンドパスフィルター

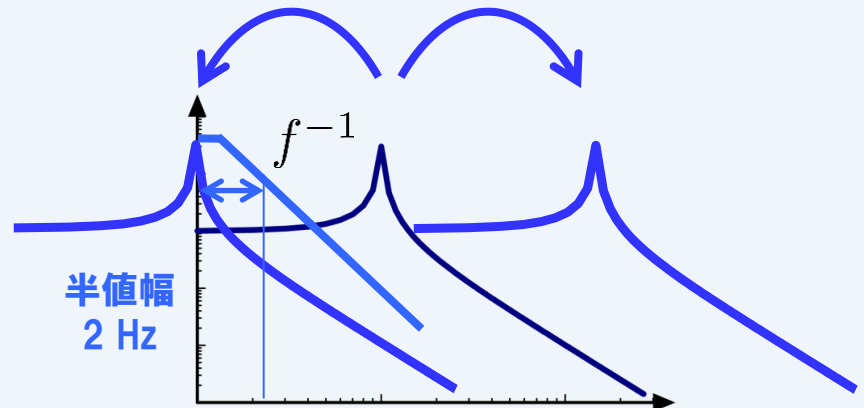
→ 半値幅 510 Hz 程度



ロックインアンプ + LPF

1次のローパスフィルター

→ 半値幅 2 Hz 程度



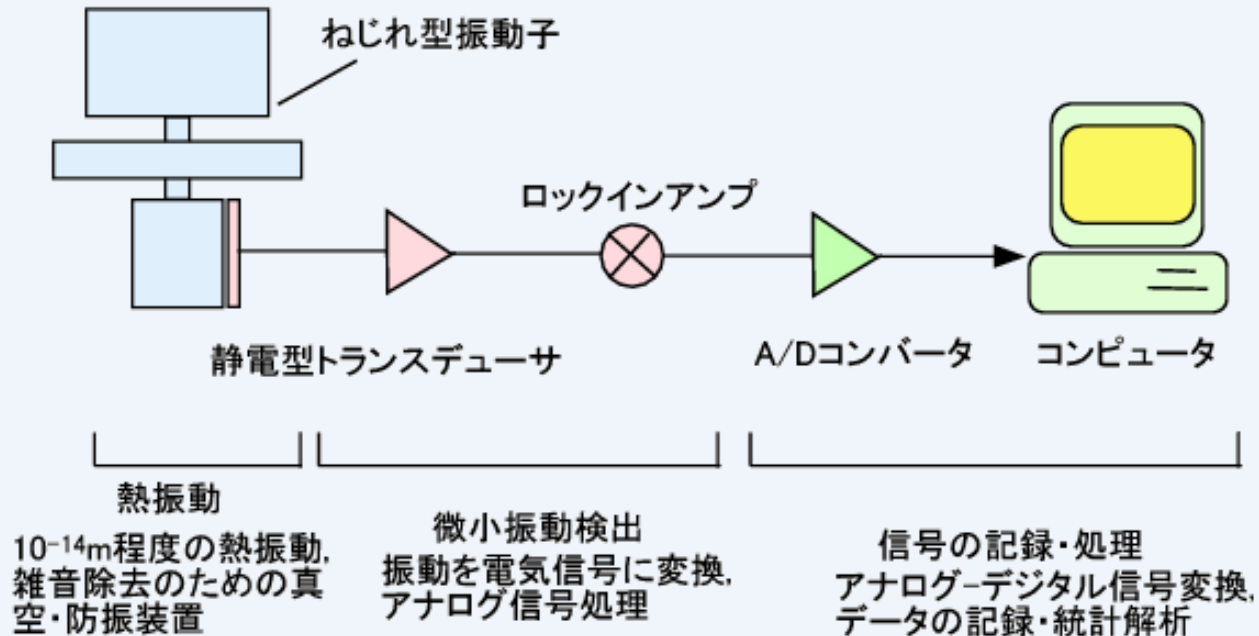
ただし、BPFも併用する

← 奇数倍波成分を除去するため

ブラウン運動 (7)

— 測定周波数帯域 —

・ ブラウン運動の測定



考慮事項

トランスデューサのパラメータ (バイアス電圧・抵抗値)

メインアンプの設定 (ゲインの実測)

ロックインアンプの設定 (帯域幅)

データ取得の設定 (サンプリングレート・測定時間)