# *Quantum Optics*　Chapter 7

理学系研究科 物理学専攻 坪野研究室 修士課程 1 年　道村唯太

2010 年 7 月 9 日

訂正: 7 月 19 日

## 7 Lasing without inversion and other effects of atomic coherence and interference

量子コヒーレンス、量子相関の結果......

Hanle 効果、量子ビート、光子エコー、自己誘導透過、コヒーレント Raman ビート

捕捉状態、反転分布を持たないレーザー発振、吸収を無くすことによる反射率の増加、電磁誘起透明化

原子コヒーレンス、原子干渉による吸収の相殺が本質

### 7.1 The Hanle effect

弱い磁場中の原子群を、$\hat{x}$ に偏極した光で励起すると、再放射光には $\hat{y}$ に偏極したものも含まれる。
励起光によって生じる双極子モーメントは

$$\langle \boldsymbol{P}(t)\rangle = p\cos\nu t(\hat{x}\cos\Delta t + \hat{y}\sin\Delta t) \tag{7.1.7}$$

ここで $\Delta$ は磁場による準位の分裂。
磁場なし、つまり $\Delta = 0$ では $\hat{x}$ 偏極の光しか再放射されないし、x 軸方向に再放射されない。有限の $\Delta$ では $\hat{y}$ 偏極成分が含まれ、x 軸方向にも再放射される。

※太陽彩層の磁場測定に使われ始めているらしい。(Zeeman 効果と違って弱い磁場でもいい (mG〜$10^2$G))

### 7.2 Coherent trapping - dark states

3 準位原子 ($\Lambda$ 形、図 7.2) が 2 モード場と相互作用している系のハミルトニアンは回転波近似 (cf. 5.2 節) で

$$\begin{aligned}
\mathscr{H} &= \mathscr{H}_0 + \mathscr{H}_1 && (7.2.1)\\
\mathscr{H}_0 &= \sum_{i=a,b,c} \hbar\omega_i |i\rangle\langle i| && (7.2.2)\\
\mathscr{H}_1 &= -\frac{\hbar}{2}(\underset{\sim\sim\sim}{\Omega_{\mathrm{R1}} e^{-i\phi_1}} e^{-i\nu_1 t}|a\rangle\langle b| + \underset{\sim\sim\sim}{\Omega_{\mathrm{R2}} e^{-i\phi_2}} e^{-i\nu_1 t}|a\rangle\langle c|) + \text{H.c.} && (7.2.3)
\end{aligned}$$

ただし、$\sim\sim\sim$ は複素 Rabi 周波数。
原子の波動関数は

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=a,b,c} c_i(t) e^{-i\omega_i t}|i\rangle \tag{7.2.4}$$

初期状態をコヒーレントな下位準位の重ね合わせ

$$|\psi(0)\rangle = \cos(\theta/2)|b\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\psi}|c\rangle \tag{7.2.8}$$

として確率振幅 $c_i(t)$ を求めると (7.2.9)-(7.2.11) だが、

$$\Omega_{\mathrm{R1}} = \Omega_{\mathrm{R2}}, \qquad \theta = \pi/2, \qquad \phi_1 - \phi_2 - \psi = \pm\pi \tag{7.2.12}$$

の条件の下では $c_a(t)=0$ になる → 下位準位に *trap* された。場があるのに吸収がない。
Rabi 周波数を断熱的に on-off すると時間依存する捕捉状態 (7.2.14) を作れる (→Problem7.2)。
この節では原子が $t=0$ で暗状態にある場合を考えたが、そうでなくても捕捉は起こりうる (→ 次節)。

## 7.3 Electromagnetically induced transparency

図 7.3 のような 3 準位原子系を考える。
上の 2 準位を強いコヒーレント場 ($\nu_\mu$) でカップルすると、ある条件下でプローブ場 ($\nu$、振幅 $\mathscr{E}$) に対して透明 (吸収ゼロ) となる → 電磁誘起透明化 (EIT)。
相互作用ハミルトニアンは (7.2.1)-(7.2.3) と同じ。ただし[1]

$$\Omega_{\mathrm{R1}} e^{-i\phi_1} e^{-i\nu_1 t} \to \frac{\wp_{ab}\mathscr{E}}{\hbar} e^{-i\nu t}; \qquad \Omega_{\mathrm{R2}} e^{-i\phi_2} e^{-i\nu_2 t} \to \Omega_\mu e^{-i\phi_\mu} e^{-i\nu_\mu t} \tag{7.3.1}$$

に変える。
密度行列要素の各運動方程式は (7.3.2)-(7.3.4)。
分散と吸収は $\rho_{ab}^{(1)}$ で決まる ($\mathscr{E}$ の最低次まで計算すればよい)。強い $\Omega_\mu$ の項は全オーダー計算する。
全原子は $|b\rangle$ にいるという初期条件

$$\rho_{bb}^{(0)} = 1, \quad \rho_{aa}^{(0)} = \rho_{cc}^{(0)} = \rho_{ca}^{(0)} = 0 \tag{7.3.5}$$

で解いていく......
 → (7.3.13)
複素分極率 $\mathscr{P}$ の定義 (5.4.18) と関係式 $\mathscr{P} = \epsilon_0 \chi \mathscr{E}$ より複素分極率 $\chi = \chi' + i\chi''$ は

$$\chi' = \frac{N_a |\wp_{ab}|^2 \Delta}{\epsilon_0 \hbar Z} \left[\gamma_3(\gamma_1+\gamma_3) + (\Delta^2 - \gamma_1\gamma_3 - \Omega_\mu^2/4)\right] \tag{7.3.14}$$

$$\chi'' = \frac{N_a |\wp_{ab}|^2}{\epsilon_0 \hbar Z} \left[\Delta^2(\gamma_1+\gamma_3) - \gamma_3(\Delta^2 - \gamma_1\gamma_3 - \Omega_\mu^2/4)\right] \tag{7.3.15}$$

ここで $N_a$ は原子数。離調 $\Delta = \omega_{ab} - \nu$。$\gamma_1$、$\gamma_2$、$\gamma_3$ はそれぞれ $\rho_{ab}$、$\rho_{ac}$、$\rho_{cb}$ の崩壊率。$Z$ は

$$Z = (\Delta^2 - \gamma_1\gamma_3 - \Omega_\mu^2/4)^2 + \Delta^2(\gamma_1+\gamma_3)^2 \tag{7.3.16}$$

(5.4.23) と (5.4.24) から $\chi'$ と $\chi''$ はそれぞれ分散と吸収に関係。
$\Omega_\mu = 2\gamma_1$、$\gamma_1 \gg \gamma_3$ としてプロットしたのが図 7.4。$\Delta = 0$ では $\chi'$ も $\chi''$ も 0 になる → 屈折率 1、つまり透明。
前節では最初から暗状態だったが、EIT では強いポンプ光と弱いプローブ光によって原子が暗状態にポンプされる。(初期条件は暗状態としたが、これが続くという形で捕捉されているわけではない)
$\boxed{???}$ 図 7.5 はよくわかりません。

[1] $\wp$ は `\wp` みたいです。

## 7.4 Lasing without inversion

通常は下位準位からの吸収があるため反転分布が必要だが、吸収を相殺できたら？ →LWI が可能！

### 7.4.1 The LWI concept

7.2 節と同じ系を初期条件

$$c_a(0) = 1, \qquad c_b(0) = c_c(0) = 0 \tag{7.4.7}$$

の下で解くと、吸収の相殺条件 (7.2.12) の下では

$$c_a(t) = \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right), \qquad c_b(t) = i\frac{\Omega_{\mathrm{R1}}^*}{\Omega}\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right), \qquad c_c(t) = i\frac{\Omega_{\mathrm{R2}}^*}{\Omega}\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \tag{7.4.8〜10}$$

ここで $\Omega = (\Omega_{\mathrm{R1}}^2 + \Omega_{\mathrm{R2}}^2)^{1/2}$。$\Omega t \ll 1$ とすると放出確率は

$$|c_b(t)|^2 + |c_c(t)|^2 = \frac{\Omega^2 t^2}{4}(> 0) \tag{7.4.12}$$

反転分布がなくても放出。