

輪講 Saulson

理学部物理学科 05-081517 榊原裕介

2010年3月2日

10 NULL INSTRUMENTS

10.1 Some virtues of nullity

10.1.1 Null hypotheses

信号検出の統計理論において null hypothesis とは、「装置の出力が、シグナルが存在せずノイズのみであるということと矛盾しない」という主張であり、それが棄却されたときが興味深い。例えば、我々は null hypothesis 「重力波が通過していない」が棄却される望みをもって干渉計の出力を調べる。

10.1.2 Null experiments

Null experiment とはある量が正確にゼロに等しいかどうかを検証することを目標とする実験であり、興味のある物理量がゼロのときに測定装置がつりあっている理想的な実験である。例として、慣性質量と重力質量の違いがゼロかどうか（等価原理）を調べる実験がある（Dicke's version of the Eötvös experiment）。Null experiment ではない実験では、測定量は装置の感度によっていて、結果が不正確になる（例、Alternative Eötvös experiment）。

10.1.3 Null instruments

ゼロでない物理量に興味がある場合でも、null instrument を作ることによって null experiment の利点を生かすことができる（例、bridge 回路、Figure 10.1b、そうでない例は Figure 10.1a）。まず Figure 10.1a の場合を考えると

$$R = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{drive}} - V_{\text{out}}} R_{\text{ref}} \quad (10.1)$$

であり、 $R \approx R_{\text{ref}}$ 、すなわち $V_{\text{drive}} \approx 2V_{\text{out}}$ のとき感度は

$$\frac{\Delta R}{R_{\text{ref}}} \approx 2 \frac{\Delta V_{\text{drive}}}{V_{\text{drive}}} \quad (10.2)$$

で与えられる。次に Figure 10.1b の場合を考えると

$$R = \frac{V_{\text{out}} R_{\text{ref}} + V_{\text{drive}} (R_{\text{ref}} R_{\text{null}} / (R_{\text{ref}} + R_{\text{null}}))}{V_{\text{drive}} (R_{\text{ref}} / (R_{\text{ref}} + R_{\text{null}})) - V_{\text{out}}} \quad (10.3)$$

であるが、 $V_{\text{out}} \ll V_{\text{drive}}$ 、 $R \approx R_{\text{ref}} \approx R_{\text{null}}$ を仮定すると

$$R \approx R_{\text{null}} \left(1 + 2 \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{drive}}} \right) + R_{\text{ref}} \left(2 \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{drive}}} \right) \quad (10.4)$$

$$\frac{\Delta R}{R_{\text{ref}}} \approx 4 \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{drive}}} \frac{\Delta V_{\text{drive}}}{V_{\text{drive}}} \ll \frac{\Delta V_{\text{drive}}}{V_{\text{drive}}} \quad (10.5)$$

となり、null instrument はノイズの影響を受けにくいことが分かる。

10.1.4 Null features of a gravitational wave interferometer

干渉計の2つの腕の長さが等しいとき、干渉計は null instrument として振る舞う。もし、腕の長さが ΔL_{opt} だけ異なるとすると、レーザーの周波数 ν が変化するとき

$$h_{\nu}(f) = \frac{\nu(f)}{\nu} \frac{\Delta L_{\text{opt}}}{L_{\text{opt}}} \quad (10.6)$$

となる。よって、腕の長さが等しい干渉計はレーザーの波長によらずに腕の長さを比べることができる。

10.1.5 Active null instruments

Active null instrument (または null servo) は null experiment の利点を他の実験に拡張したものである。例としては、Dicke の microwave radiometry があり、これは電波源 (放射温度 T_{tar}) と参照電波源 (既知の温度 T_{ref}) の出力の違いがゼロになるようにして T_{tar} を測定するものである。このとき、増幅器のゲイン G が変化しても出力はゼロなので、 ΔG の感度は小さくなり

$$\frac{\Delta T_{\text{tar}}}{T_{\text{tar}}} \approx \frac{T_{\text{tar}} - T_{\text{ref}}}{T_{\text{tar}}} \frac{\Delta G}{G} \quad (10.7)$$

となる。

cf. null instrument を使わない場合

$$\frac{\Delta T_{\text{tar}}}{T_{\text{tar}}} \approx \frac{T_{\text{tar}} + T_{\text{n}}}{T_{\text{tar}}} \frac{\Delta G}{G}$$

ただし T_{n} はノイズの温度

10.2 The Advantages of Chopping

Chopping とは、信号と参照入力を速く切り替えて行われる測定である。Chopping は、装置の出力に特定の時間領域、すなわち周波数領域を持つ印を付け加えるので、印を探してデータを見ることで chopping の後に加わったノイズ (印がついていない) と信号を区別することができる。

$1/f$ ノイズのために、低い周波数の測定はノイズが大きい (Figure 10.3) ので、直流測定を行うよりも、chopping による変調測定を行ったほうがノイズが小さい。

10.3 The Necessity to Operate a Gravitational Wave Interferometer as an Active Null Instrument

10.3.1 The need to chop

レーザーの出力パワーのスペクトルは、 $1/f$ の成分を持ち、これが重力波検出のノイズになるため、信号を chop する方法を見つけることが重要である。

10.3.2 The need to actively null the output

Null instrument を使わない場合に、地面振動によって引き起こされる光路長の変化 δx_{rms} を推定することを考える。0.1 - 1 Hz では地面振動は大雑把に $x_{\text{seis}} \approx 1 \mu\text{m}$ であることと、折り返し数 $\mathcal{N} = 30$ 、4 つの鏡が独立に動くことによるファクター $\sqrt{4} = 2$ を考えると

$$\delta x_{\text{rms}} \sim 2\mathcal{N}x_{\text{seis}} \quad (10.8)$$

は、 $60 \mu\text{m}$ である。一方、波長は $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ であり、重力波の信号を引き出すことは難しいことが分かる。

そこで Figure 10.4 のような装置を考える。差動アンプの一方に干渉計の出力を入れ、もう一方を干渉計の望まれる点での出力に固定することによりエラーシグナルが得られる。この信号から電場、磁場を用いて試験質量に力を加えることで、 δx_{rms} を光の数波長程度まで固定することができる。