

## 輪講 Saulson

理学部物理学科 05-081517 榊原裕介

2009年12月18日

### 3 SOURCES OF GRAVITATIONAL WAVES

#### 3.1 Physics of Gravitational Wave Generation

重力波の理解に電磁気学で学んだことが応用できる。まず、重力波の放射は電磁気学と同様遅延ポテンシャルで表現することができる。さらに、重力波源の大きさが波長に比べて十分小さいとき  $r_{\text{source}}/\lambda \ll 1$  には多重極展開を用いることができる。

電磁放射の支配的な寄与は双極子放射

$$\mathbf{E} = \frac{1}{Rc^2} (\ddot{\mathbf{d}} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{n} \quad (3.1)$$

である。「単極子」放射は、電荷の保存のために禁止される。

エネルギーの保存から、電磁気学と同様重力波の単極子放射はない。重力の双極子モーメント

$$\mathbf{d}_g \equiv \int dV \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} \quad (3.3)$$

は保存（運動量保存）するので、双極子放射もない。磁気双極子モーメントに対応する

$$\boldsymbol{\mu}_g \equiv \int dV \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} \times \vec{v}(\mathbf{r}) \quad (3.4)$$

も保存（角運動量保存）するので、重力波の放射には寄与しない。

還元 4 重極モーメントを

$$I_{\mu\nu} \equiv \int dV (x_\mu x_\nu - \frac{1}{3} \delta_{\mu\nu} r^2) \rho(\mathbf{r}) \quad (3.5)$$

と定義すると、(3.1)は

$$h_{\mu\nu} = \frac{2G}{Rc^4} \ddot{I}_{\mu\nu} \quad (3.6)$$

に対応する。

Figure 3.1 のように、質量  $M$  で  $2r_0$  だけ離れた連星系が重心周りに周波数  $f_{\text{orb}}$  で円運動している場合、(3.6) を用いて  $h_{\mu\nu}$  を計算することができる。この振幅の特徴は波源から観測者までの距離  $R$ 、シュワルツシルド半径  $r_S = 2GM/c^2$  を用いて

$$|h| \approx \frac{r_{S1} r_{S2}}{r_0 R} \approx 10^{-21} \quad (3.12)$$

となる。

重力波の周波数は、 $2f_{\text{orb}}$  である。z 軸の取り方より、重力波は円偏光  $|h_{xy}| = |h_{xx}|$  であり、2つの偏光は  $1/4$  周期だけ位相がずれている。

## 3.2 In the Footsteps of Heinrich Hertz?

Herz が電磁波をとらえるために電磁波の発信機をつくったように、重力波の発信機として連星の実験室版を考える。質量 1 トンの 2 つのおもりが 2 m の棒でつながり、周波数  $f_{\text{rot}} = 1 \text{ kHz}$  で円運動している場合、(3.10) と (3.11) より

$$h_{\text{lab}} = 2.6 \times 10^{-33} \text{ m} \times \frac{1}{R} \quad (3.14)$$

であるが、波動現象は波長程度または波長より長いスケールでしかとらえられないから、 $R = \lambda = 300 \text{ km}$  とすると

$$h_{\text{lab}} = 9 \times 10^{-39} \quad (3.15)$$

となる。実際には、おもりが遠心力で飛び去らないようにするために、周波数を下げなければならず、振幅もさらに小さくなる。

## 3.3 Observation of Gravitational Wave Emission

パルサー PSR1913+16 の、中性子星が互いに落ち込み、軌道の周期が速くなるという効果は、一般相対論で予測される割合で重力波を放出し、エネルギーを失っているとして説明できる。重力 4 重極放射のルミノシティは

$$\mathcal{L} = \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{I}_{\mu\nu} \ddot{I}^{\mu\nu} \rangle \quad (3.16)$$

である。

## 3.4 Astronomical Sources of Gravitational Waves

地球にある装置で観測できる重力波の周波数は、数 Hz から数 kHz である。また、波源の密度が  $n$  のとき、波源までの距離は  $n^{-1/3}$  である。

### 3.4.1 Neutron star binaries

連星はありふれているが、長い周期（知られている最も短いもので 81 分、WZ Sge）であるため、宇宙の検出器で観測しなければならない。しかし、連星が衝突するとき、強いバーストを放出し、この典型的な数値が (3.12) で用いたものである。(3.17)、(3.18) より、衝突前に周波数が 1 kHz になったとき、約 15 Mpc 離れた Virgo Cluster の距離で、振幅は  $10^{-21}$  である。1 年に 3 個観測するためには、200 Mpc を観測しなければならず、このとき大きく見積もっても  $h \approx 10^{-22}$  となる。

### 3.4.2 Supernovae

超新星には、Type I と Type II があり、Type I は重力波を放出しないが、Type II は強い重力波を放出する可能性がある。重い星は約  $1.4M_{\odot}$  のコアを持ち、これが白色矮星である。このチャンドラセカール質量を超えると、電子の縮退圧が星の重さを支えられなくなり、崩壊を始める。コアが原子核の密度に達すると、崩壊が球対称で

なければ、重力波の放射のため「はずむ」。最初のはずみで放出されるエネルギーを  $\Delta E$ 、コアの角運動量を  $J$  とすると  $\Delta E \propto J^4$  である。Crab Pulsar は、Virgo Cluster の距離にあったとすれば  $h \approx 10^{-23}$  となる。

高い角運動量を持ったコアの崩壊は強い重力波源になりそうであるが、物理的な不確実性（遠心力の効果や不安定性など）や高い角運動量を持つ確率の不確実性がある。

### 3.4.3 Pulsars

軸対称でない中性子星の回転は周期的な波形の重力波を放出する。(3.6)を用いると、パルサーが放出する重力波は

$$h \sim \frac{4\pi^2 G}{Rc^4} \epsilon I f^2 \approx 3 \times 10^{-31} \left( \frac{f}{1 \text{ kHz}} \right)^2 \left( \frac{10 \text{ kpc}}{R} \right) \quad (3.19)$$

ただし  $I$  は慣性モーメント、 $\epsilon$  は楕円率である。しかし、回転が遅いパルサーが多いとすれば  $f^2$  に比例して  $h$  も小さくなる。

### 3.4.4 "Wagoner stars"

磁場の弱い中性子星が伴星からの付着物によって回転していて、重力波を放出すると軸対称からのずれが大きくなり、さらに強い重力波を放出するという不安定状態にある。この不安定状態は中性子星の粘性によって弱められる。Wagoner によれば

$$h = 3 \times 10^{-27} \left( \frac{1 \text{ kpc}}{R} \right) \left( \frac{1 \text{ kHz}}{mf} \right)^{1/2} \left( \frac{\mathcal{L}_\gamma}{10^{-8} \text{ erg/cm}^2/\text{sec}} \right)^{1/2} \quad (3.21)$$

ただし、 $m = 3, 4$ 、 $\mathcal{L}_\gamma$  は X 線フラックスである。しかし、中性子の粘性の最近の推定ではこれよりも小さくなる。

### 3.4.5 Black holes

重力崩壊によるブラックホールの誕生や 2 つのブラックホールの衝突は強い重力波源となる可能性がある。重力波のエネルギーは、試験質量を  $M_1$ 、ブラックホールの質量を  $M_2$  として、 $\Delta E \propto M_1^2/M_2$  である。 $M_1 = M_2$  のときにもこのような式が成り立ち、 $\Delta E/Mc^2 \sim 0.1$  のとき

$$h \approx 2 \times 10^{-20} \left( \frac{1 \text{ Mpc}}{R} \right) \left( \frac{M}{M_\odot} \right)$$

である。信号の強度を予測するのに、宇宙の中でのブラックホールの密度を知る必要があるが、この予測は難しい。

### 3.4.6 Stochastic backgrounds

突発的でも周期的でもない stochastic な重力波として、広大な宇宙のブラックホールからの信号の重ね合わせ（典型的な周波数 1 kHz では  $h \sim 3 \times 10^{-23}$  から  $10^{-21}$  であり、100 Hz では  $h$  は 10 倍になる）や、初期宇宙の量子的な重力過程から生じる時空の異方性（電磁波の宇宙背景放射に相当するもので、 $h \sim 10^{-32}$  である<sup>1</sup>）がある。

<sup>1</sup>重力波をとらえる：存在の証明から検出へ / 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健編著