

2009.12.04 重力波研究交流会

重力波で探る暗黒物質の起源

— ビッグバン直後にできたブラックホールは重力波で観測できる —

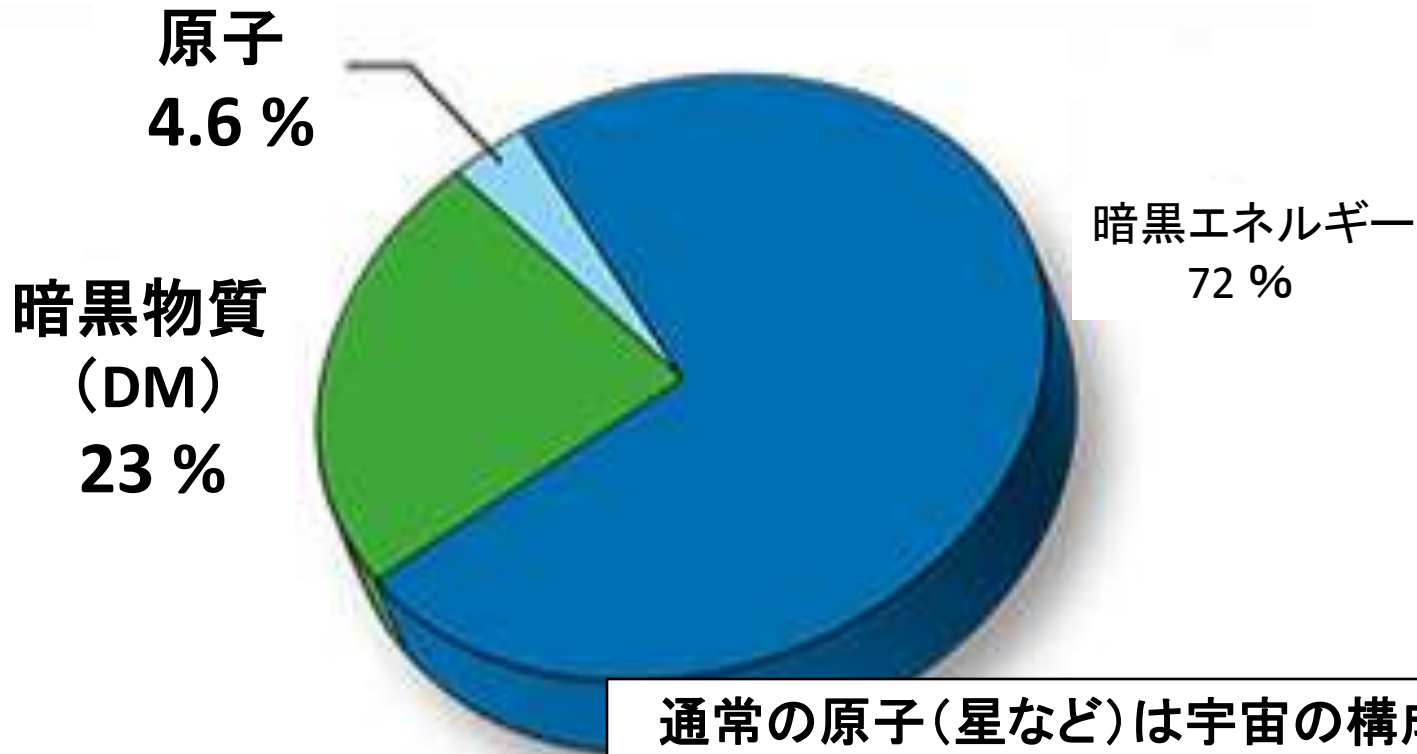
東大ビッグバンセンター (RESCEU)

齊藤 遼

1. Introduction – 暗黒物質の起源
2. 原始ブラックホール
3. 原始ブラックホールを重力波で調べる
4. まとめ

Introduction

暗黒物質の起源



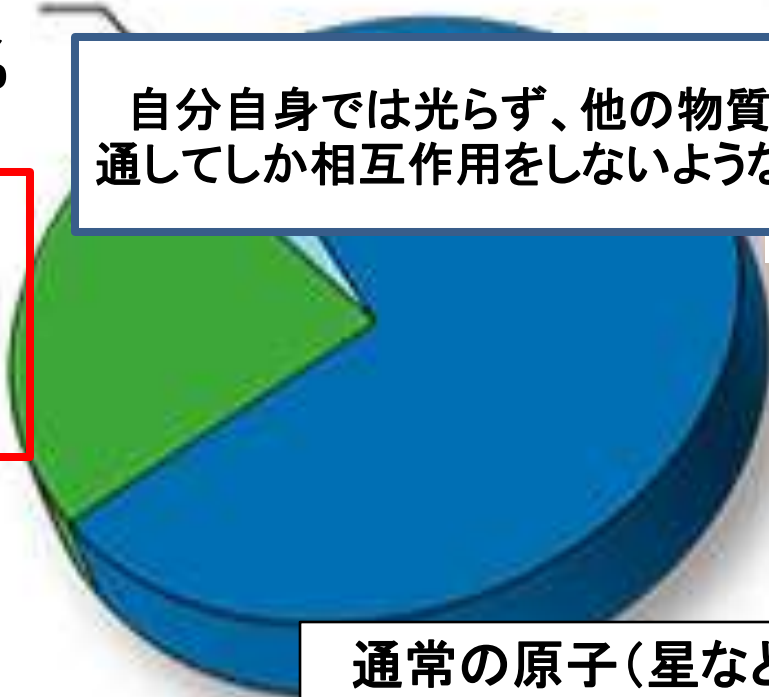
通常の原子(星など)は宇宙の構成要素のうち、
たったの5%程度でしかない。

残りのほとんどは正体のわからない未知の「物質」
で占められている。

原子
4.6 %

自分自身では光らず、他の物質とは主に重力を通してしか相互作用をしないような「物質」

暗黒物質
(DM)
23 %

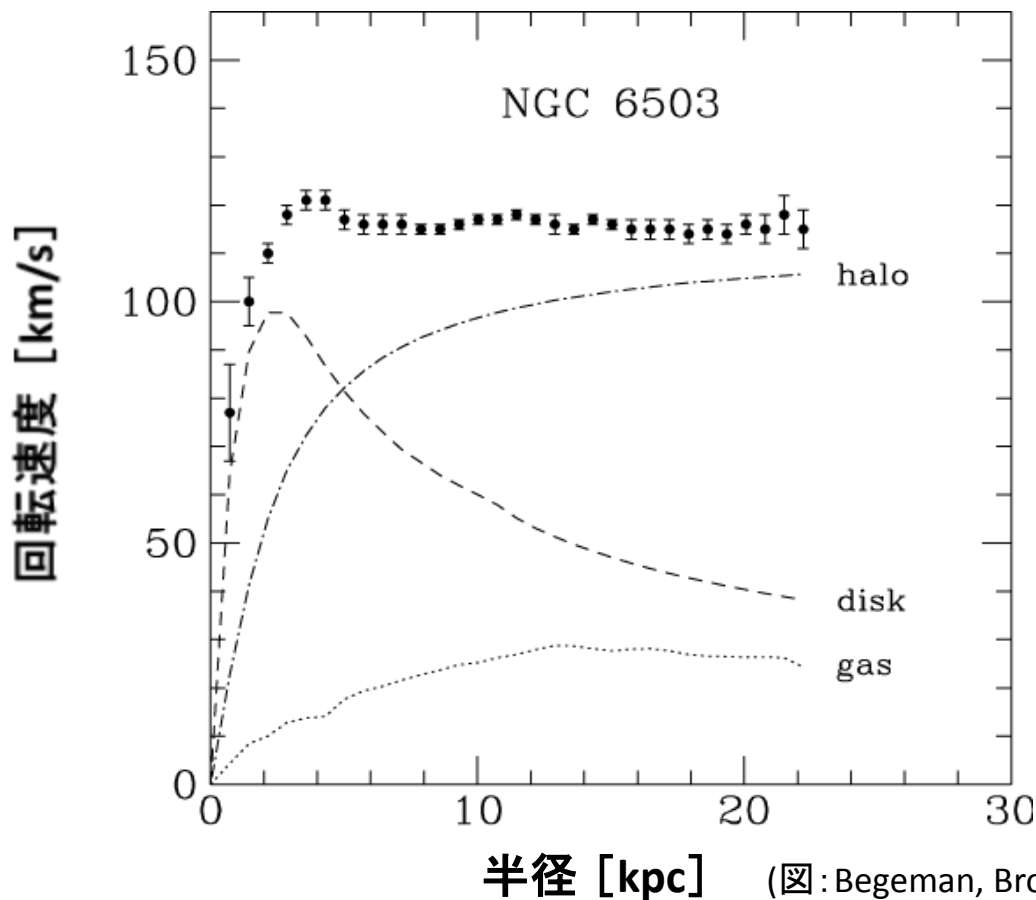


通常の原子(星など)は宇宙の構成要素のうち、たったの5%程度でしかない。

残りのほとんどは正体のわからない未知の「物質」で占められている。

暗黒物質の存在を支持する様々な間接的証拠がある。

◆ 渦巻銀河の回転曲線の問題



Keplerの法則

$$v(r)^2 = G \frac{M(r)}{r} \propto \rho(r)r^2$$

銀河が光で見える物質でのみ構成されていたら、その外側で回転速度は

$$v(r) \propto r^{-1/2}$$

と減っていくはず。

実際の回転曲線は平坦

→ 光では見えないが、重力源となる物質の存在を示唆

$$\rho(r) \propto r^{-2}$$

- ▶ 光で見えている物質は銀河を構成する物質の一部でしかない。

光で見えている物質の量(割合)

$$\Omega_{\text{lum}} \equiv \frac{\rho_{\text{lum}}}{\rho_{\text{cr}}} \simeq 0.003$$

($\rho_{\text{cr}} \equiv 3H_0^2/8\pi G = 0.92 \times 10^{29} \text{g/cm}^3$: 臨界密度、)

臨界密度に含まれるハッブルパラメータの不定性を除くために

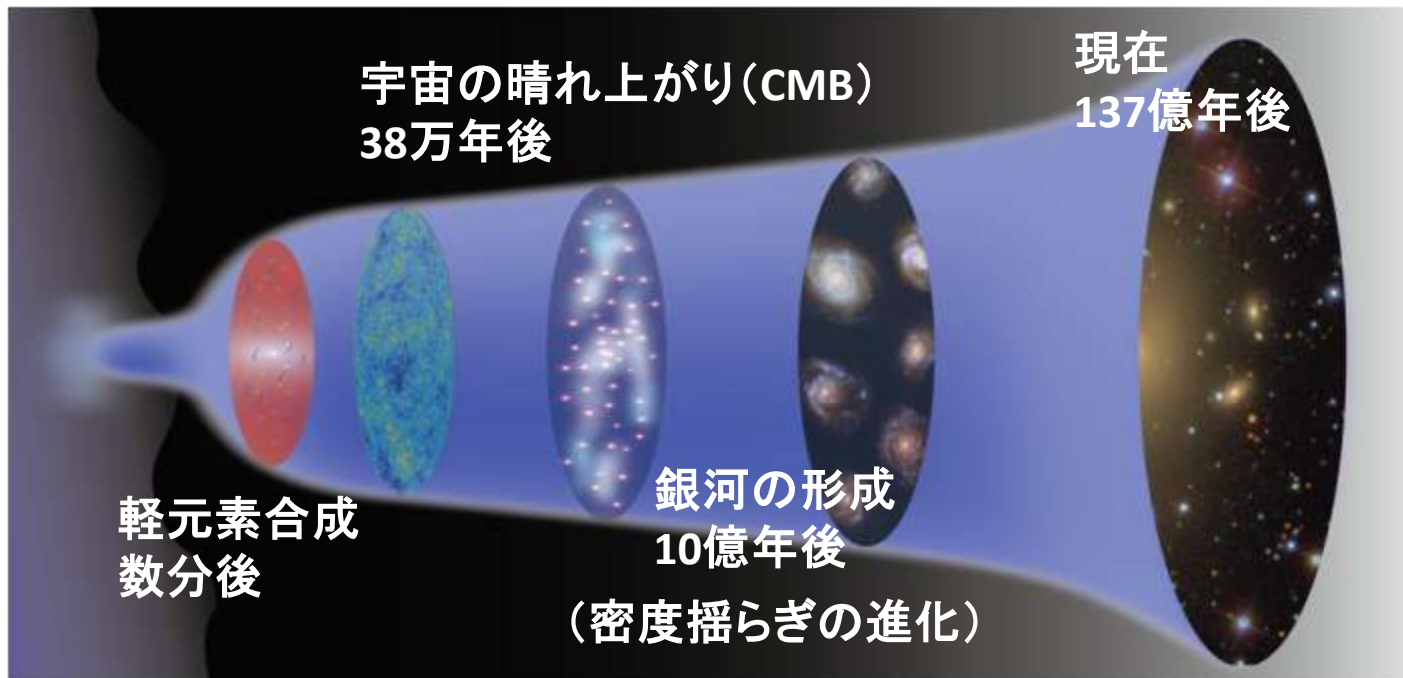
$$h_0 \equiv H_0 / (100 \text{km/s/Mpc})$$

の2乗を掛けて表すこともある。

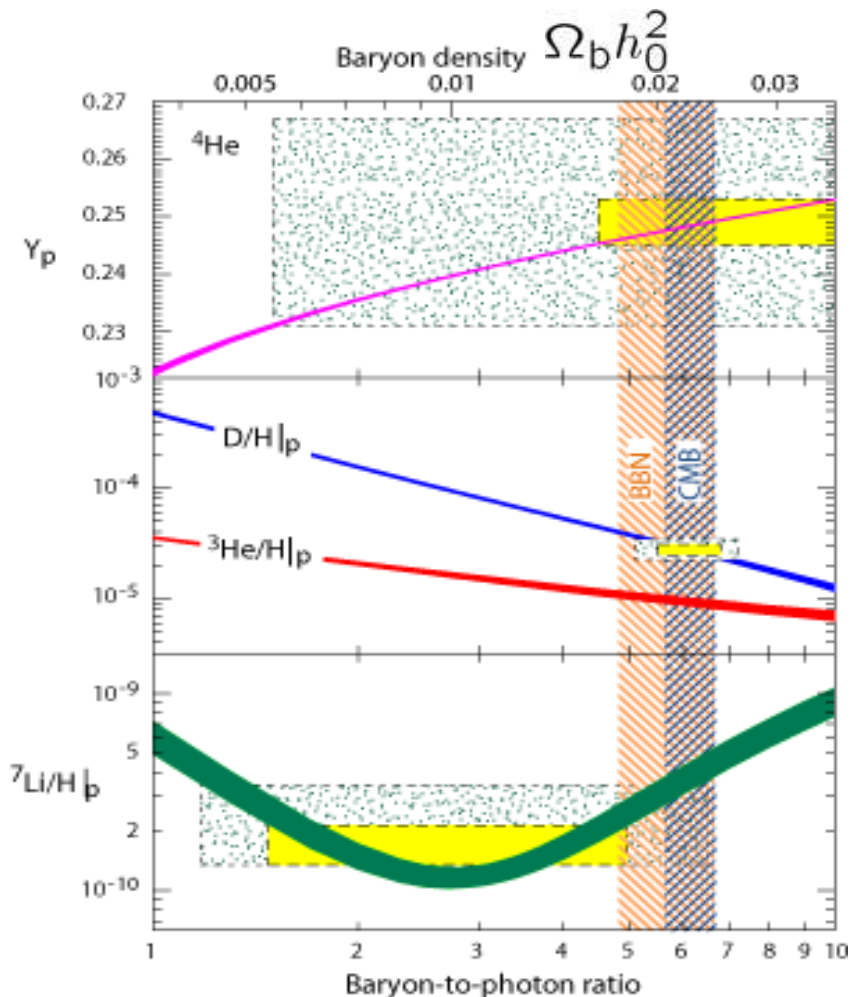
- ・ 褐色矮星や白色矮星などの暗い星？

➡ これらが暗黒物質の主要な構成要素である可能性は、宇宙論的な観測から排除される。

宇宙の進化を説明する上でも暗黒物質は必要。



◆ 軽元素の合成/宇宙背景放射(CMB)



軽元素の合成量や宇宙背景放射の温度揺らぎから、宇宙初期に存在した陽子や通常のアリ子(バリオン)の量进行评估することができる。

$$\Omega_b \simeq 0.04$$

すなわち、通常のアリ子(バリオン)などから構成された褐色矮星や白色矮星などは宇宙の暗黒物質の全てを説明することはできない。

◆ 密度揺らぎの進化(大規模構造の形成)

- ▶ 現在観測される銀河や銀河団などの構造や宇宙背景放射(CMB)の温度揺らぎなどは、宇宙初期に存在した原始密度揺らぎを起源としている。

暗黒物質は密度揺らぎを成長させ、構造の形成を促す。

バリオンだけの宇宙で現在の構造を形成するためには晴れ上がり(CMBで見ている時代)の時点で密度揺らぎの大きさは $\delta\rho/\rho \sim 10^{-3}$ でなければならないのに対して、実際に観測されている値は $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$

→ この差は暗黒物質の存在によって説明される

⋮

宇宙のエネルギーの23%が暗黒物質で占められているのに対して、恒星、惑星などの原子で構成されるものの割合は宇宙のエネルギーの5%でしかない。

また、暗黒物質はこれらの観測がなされる初期宇宙の段階ですでに存在していなければならない。

- 光とは弱くしか相互作用をせず、主に重力相互作用のみをする。
- 通常の原子とは異なる物質で構成されている。
- 宇宙初期にすでに存在していなければならない。

⋮

褐色矮星や白色矮星などの「暗い星」ではない。

未発見の素粒子？

Neutralino, Gravitino, Axion, Kaluza-Klein粒子, ...

- ▶ 宇宙初期にブラックホールを生成することができたら？

重力相互作用しかせず、宇宙初期にすでに存在している。原子の存在量に対する制限にもかからない。

原始ブラックホール

原始ブラックホール

(Hawking, '71)

原始ブラックホールとは？

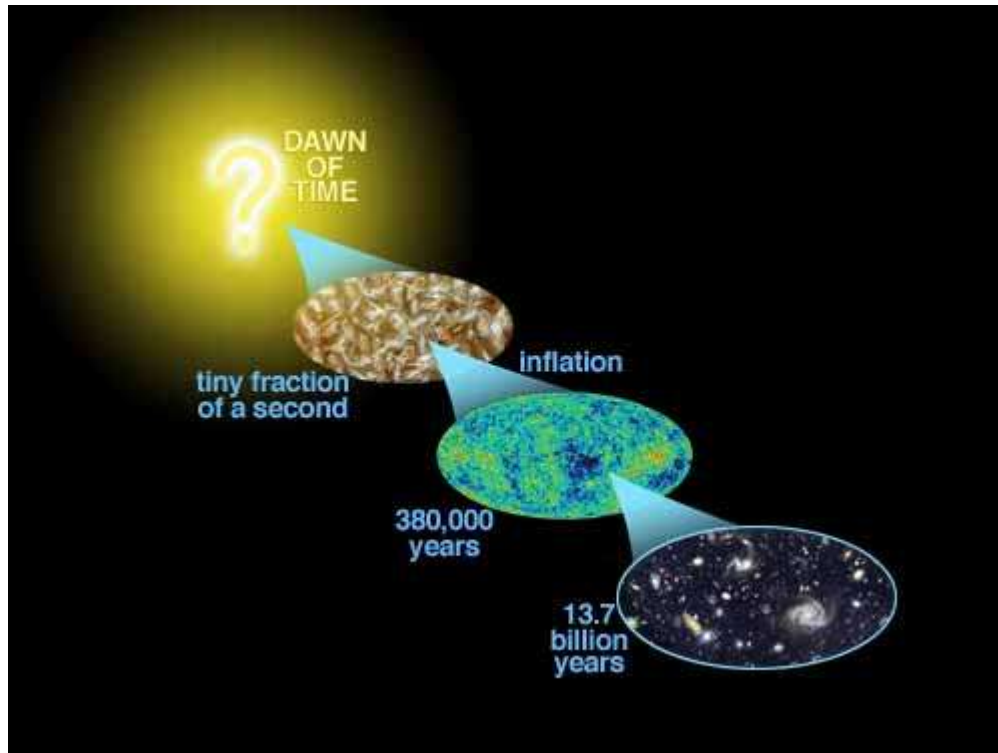
その名の通り、宇宙初期に形成されたブラックホール

しかし、初期宇宙には重力崩壊によってブラックホールを形成するような天体は存在しない。では、起源は何か？



宇宙初期に存在した原始密度揺らぎ

- ▶ 現在観測される銀河や銀河団などの構造や宇宙背景放射(CMB)の温度揺らぎなどは、宇宙初期に存在した原始密度揺らぎを起源としている。



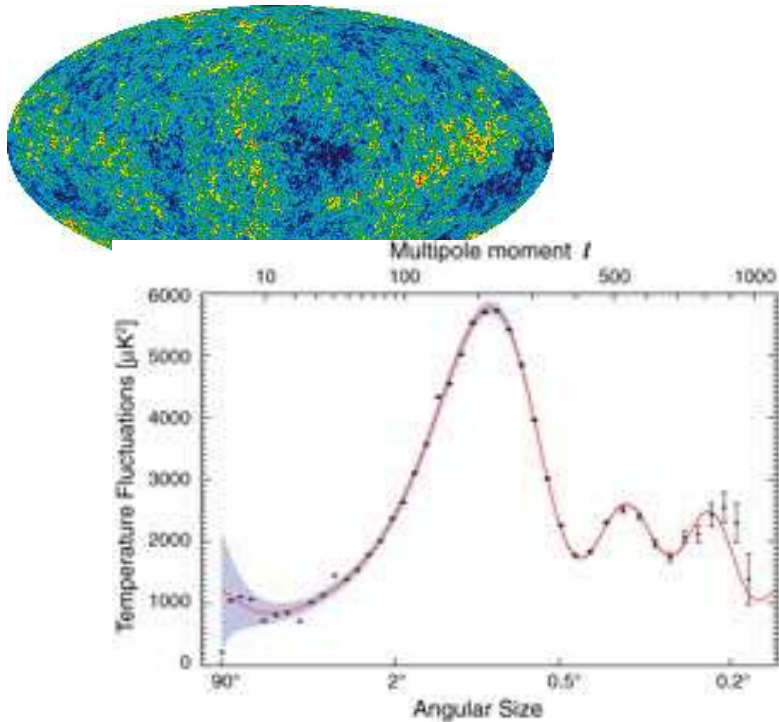
宇宙初期に起きた急激な加速膨張、インフレーションによって量子揺らぎが宇宙論的なスケールまで引き伸ばされ、宇宙初期に密度の揺らぎが形成される。

密度揺らぎの統計分布は、ほぼ、ガウス分布に従い、パワースペクトル

$$\mathcal{P}_{\frac{\delta\rho}{\rho}} \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} \left\langle \left| \frac{\delta\rho_{\mathbf{k}}}{\rho} \right|^2 \right\rangle$$

で特徴付けられる。

- ▶ 宇宙論的な大きなスケールの密度揺らぎの振る舞いについては、宇宙背景放射などを用いて非常に詳しく調べられている。



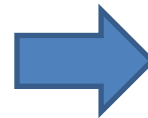
CMB温度揺らぎのパワースペクトル

原始密度揺らぎのパワースペクトル

$$\mathcal{P}_{\frac{\delta\rho}{\rho}} \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} \left\langle \left| \frac{\delta\rho_{\mathbf{k}}}{\rho} \right|^2 \right\rangle$$

ほとんどスケールに依存せず、
振幅は

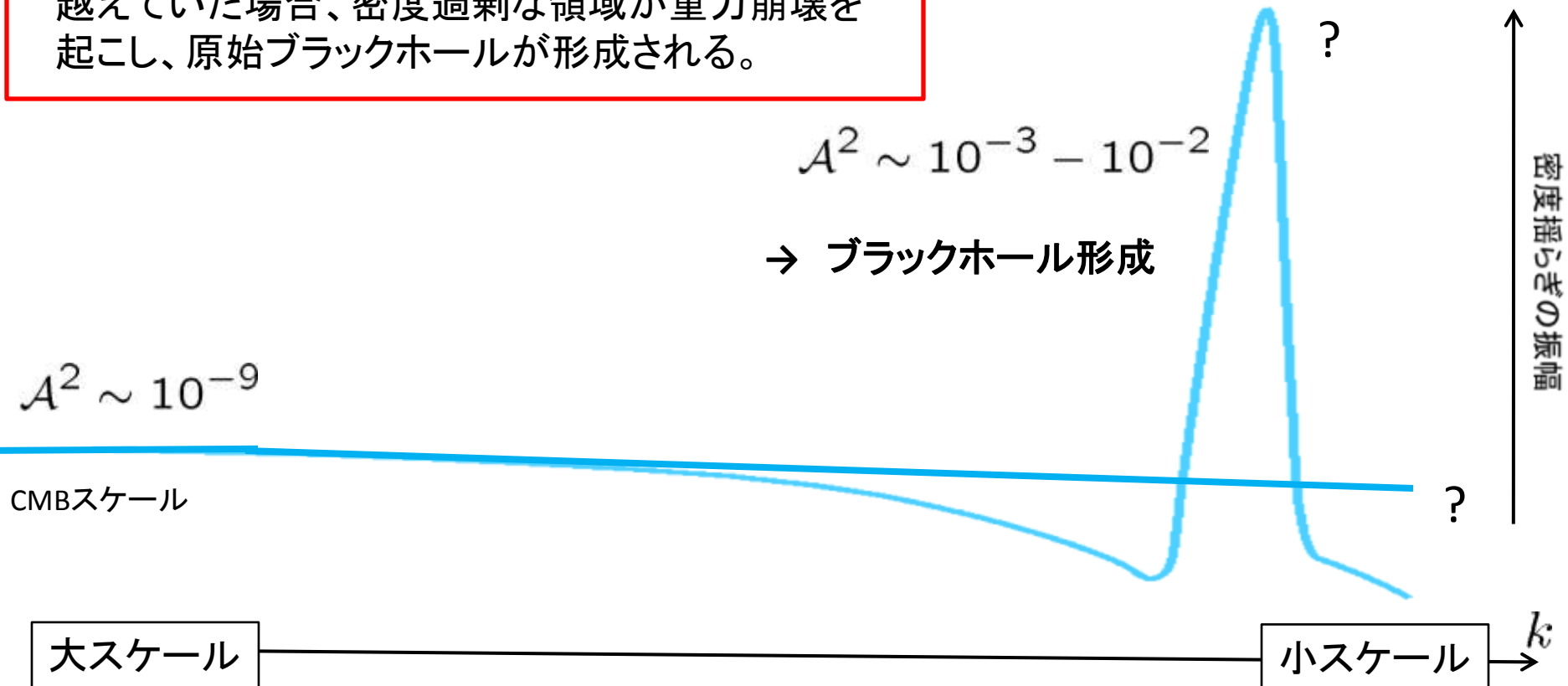
$$A^2 \sim 10^{-9}$$



大スケール →

- ▶ 一方で、それ以下のスケールにおける密度揺らぎの振る舞いはあまりよくわかっていない。

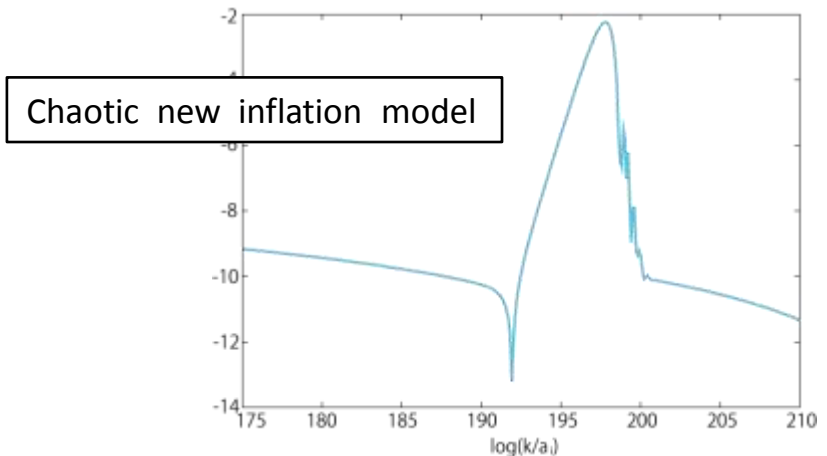
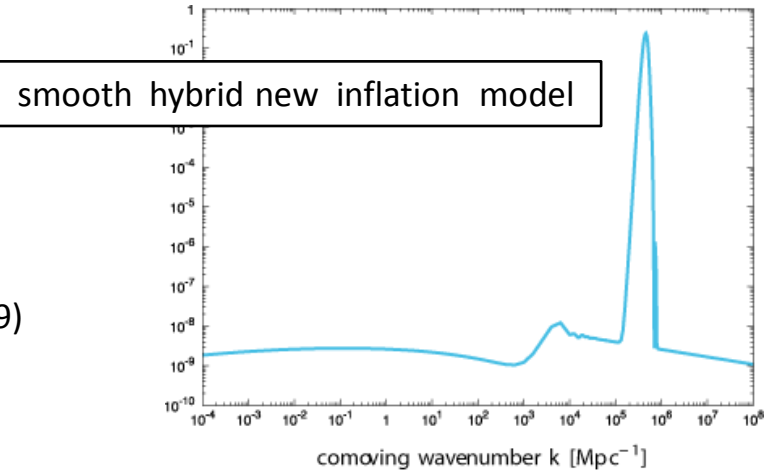
このスケールで密度揺らぎの振幅がある閾値を越えていた場合、密度過剰な領域が重力崩壊を起こし、原始ブラックホールが形成される。



▶ 小スケールにおいて大振幅の密度揺らぎをつくり、原始ブラックホールを生み出すようなインフレーションモデルも提案されている。

- plateauを持つchaotic inflation model (Ivanov, Naselsky, & Novikov `94)
- 2回インフレーションを起こすhybrid inflation model (Garcia-Bellido, Linde, & Wands `96, Kawasaki & Yanagida `99)
- smooth hybrid new inflation model (Kawasaki, Takayama, Yamaguchi, & Yokoyama `06)
- chaotic new inflation model (Yokoyama `97)

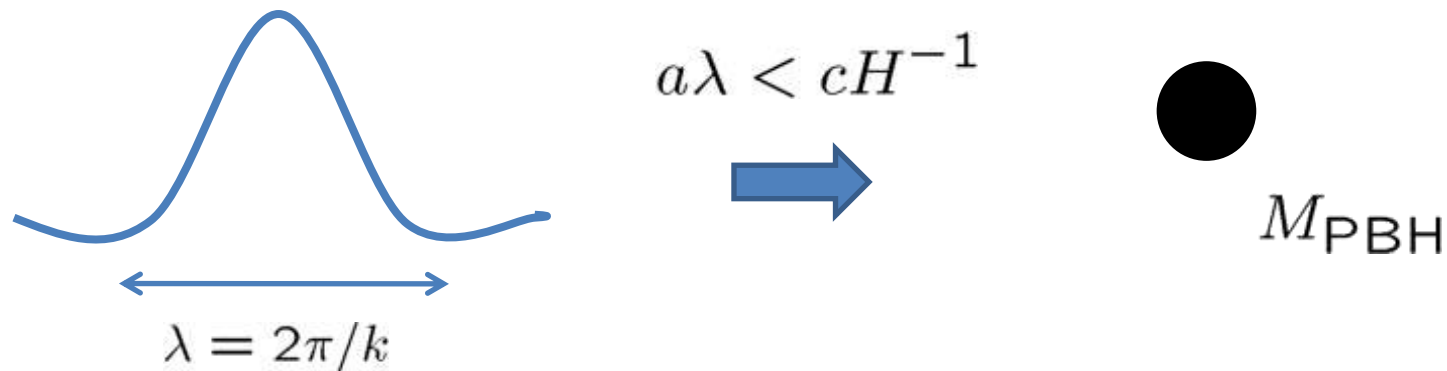
⋮



- ▶ 原始ブラックホールは密度揺らぎのスケールが膨張による赤方偏移によって ホライズンスケール以下 になった時に形成される。

cH^{-1} , 膨張宇宙で因果関係を持てる限界の距離。ホライズン距離以上離れた相手の後退速度は光速を越えてしまう。(ハッブルの法則 $v = Hd$)

- ・ ホライズン以下のスケールになって初めて揺らぎは重力によって成長できる。

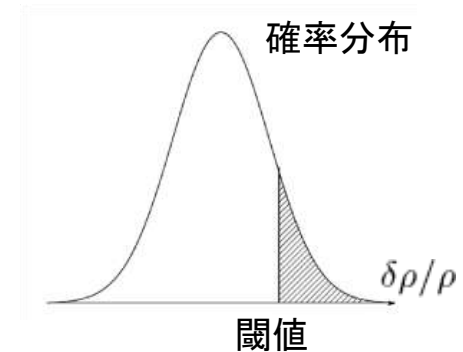


閾値を越えた振幅を持った密度揺らぎ

◆ 原始ブラックホールの生成量（生成時）

- ・ 密度揺らぎの振幅が閾値を越える確率で決まる

$$\beta \equiv \frac{\rho_{\text{PBH}}}{\rho_{\text{total}}} \sim \exp(-1/18\mathcal{A}^2)$$



◆ 原始ブラックホールの質量

- ・ 原始ブラックホール形成時のホライズン内部の質量で決まる
($2\pi a/k = cH^{-1}$)

$$M_{\text{PBH}} = \frac{4\pi}{3}\rho(cH^{-1})^3 \propto k^{-2}$$

生成量は密度揺らぎの振幅で決まり、質量は揺らぎのスケールに対応して様々な値を取り得る。

- ▶ ブラックホールは温度を持っており、粒子を放射して蒸発してしまう。(Hawking, '74)

あまりに軽いブラックホールはこのホーキング放射によって蒸発してしまうため現在まで残ることができず、暗黒物質になることはできない。

- ・ ホーキング温度はブラックホールの質量が軽いほど高い

$$T_H \sim 10^{27} \text{K} \left(\frac{M}{1\text{g}} \right)^{-1}$$

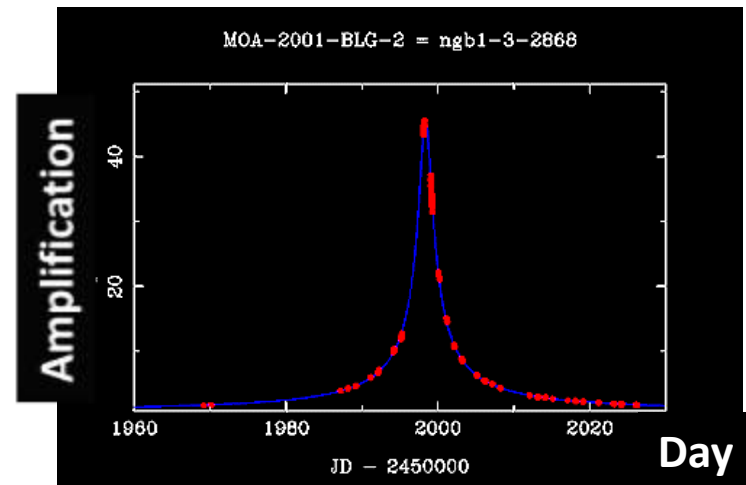
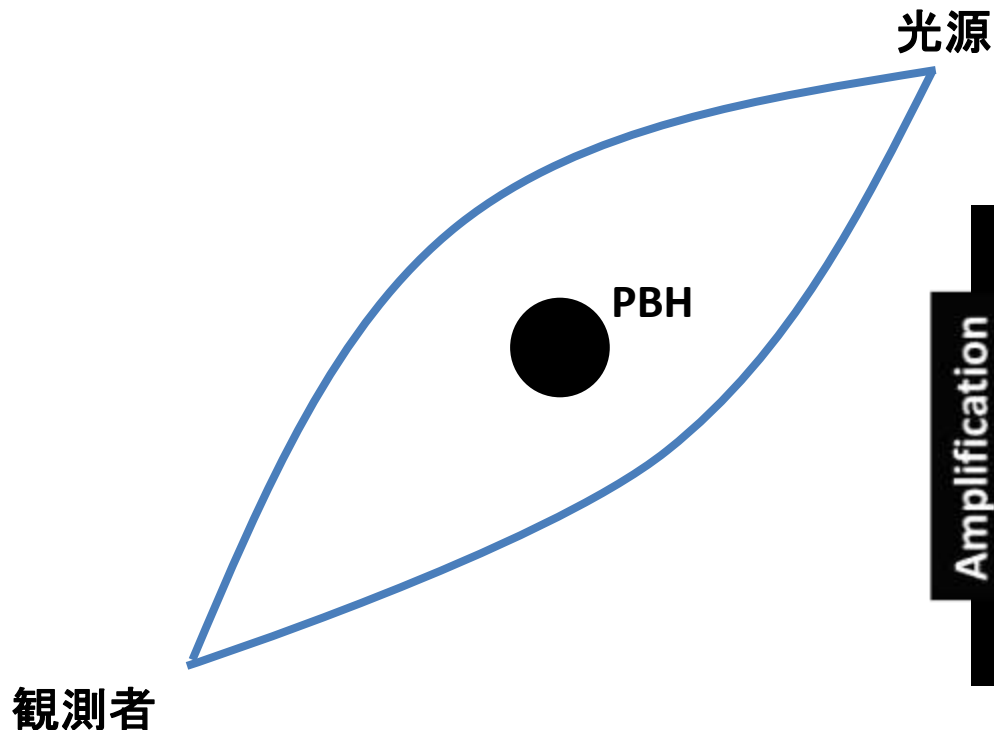
- ➡ 質量の軽いブラックホールほど寿命が短い

$$\tau \sim 1.36 \times 10^{10} \text{yr} \left(\frac{M}{7.1 \times 10^{14}\text{g}} \right)^3$$

10^{15}g より軽い原始ブラックホールは暗黒物質にはなれない。

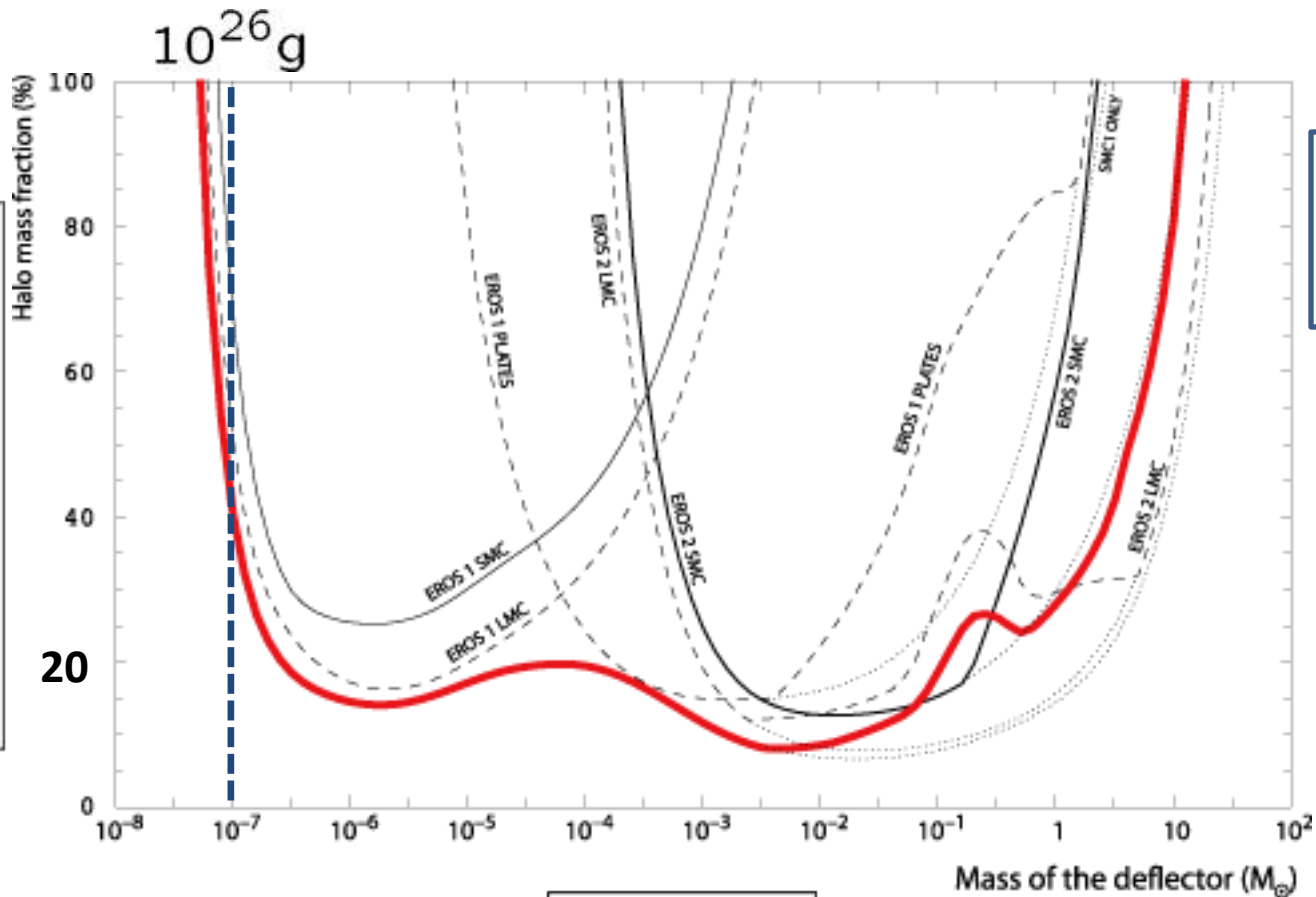
- ▶ あまりに重いブラックホールは重力レンズ効果による観測から暗黒物質である可能性は排除されている。

原始ブラックホールのような天体が光源と観測者の間を横切ると増光が起きる。
(マイクロレンズ効果)



<http://www.phys.canterbury.ac.nz/moa>

◆ マイクロレンズ効果による原始ブラックホールに対する制限

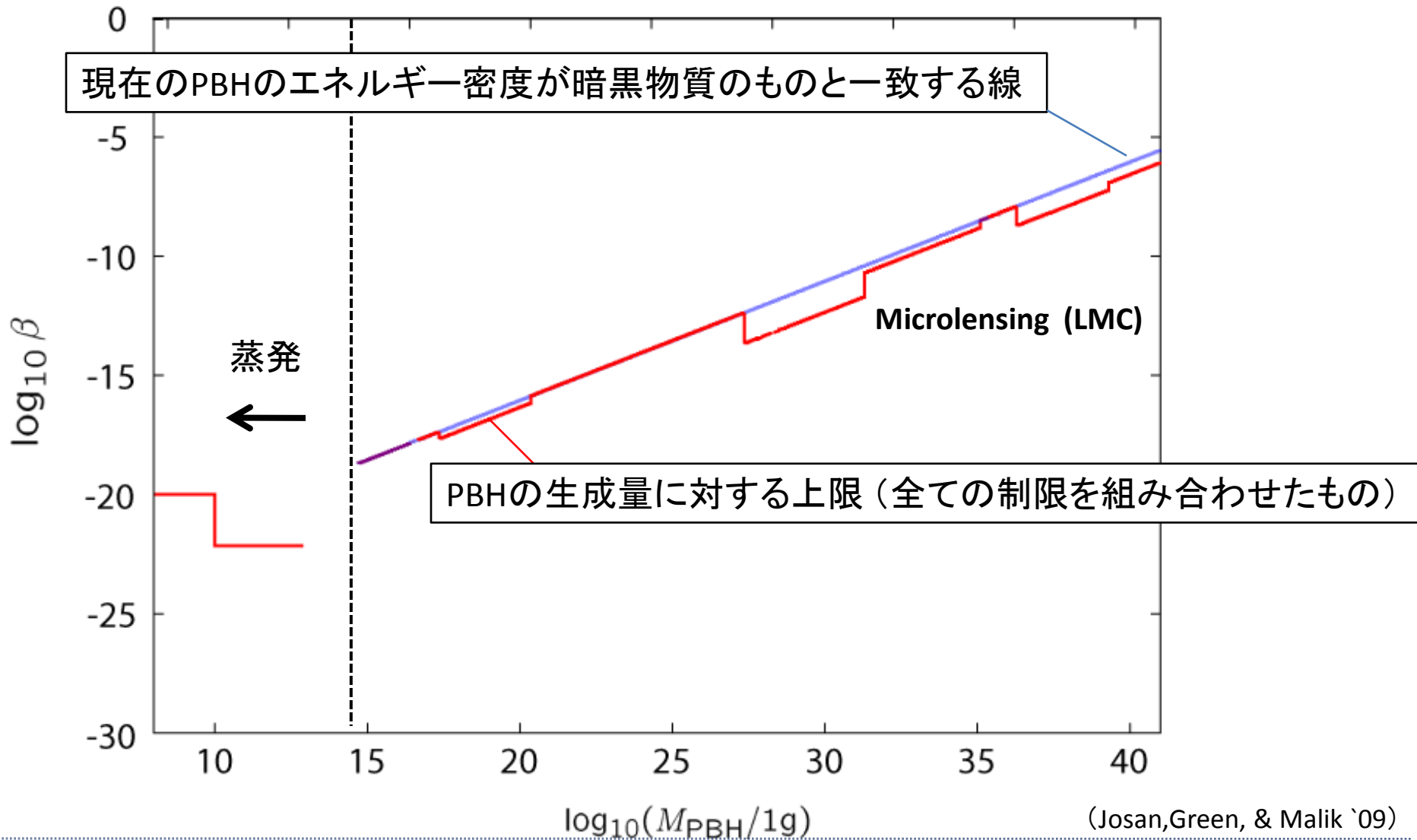


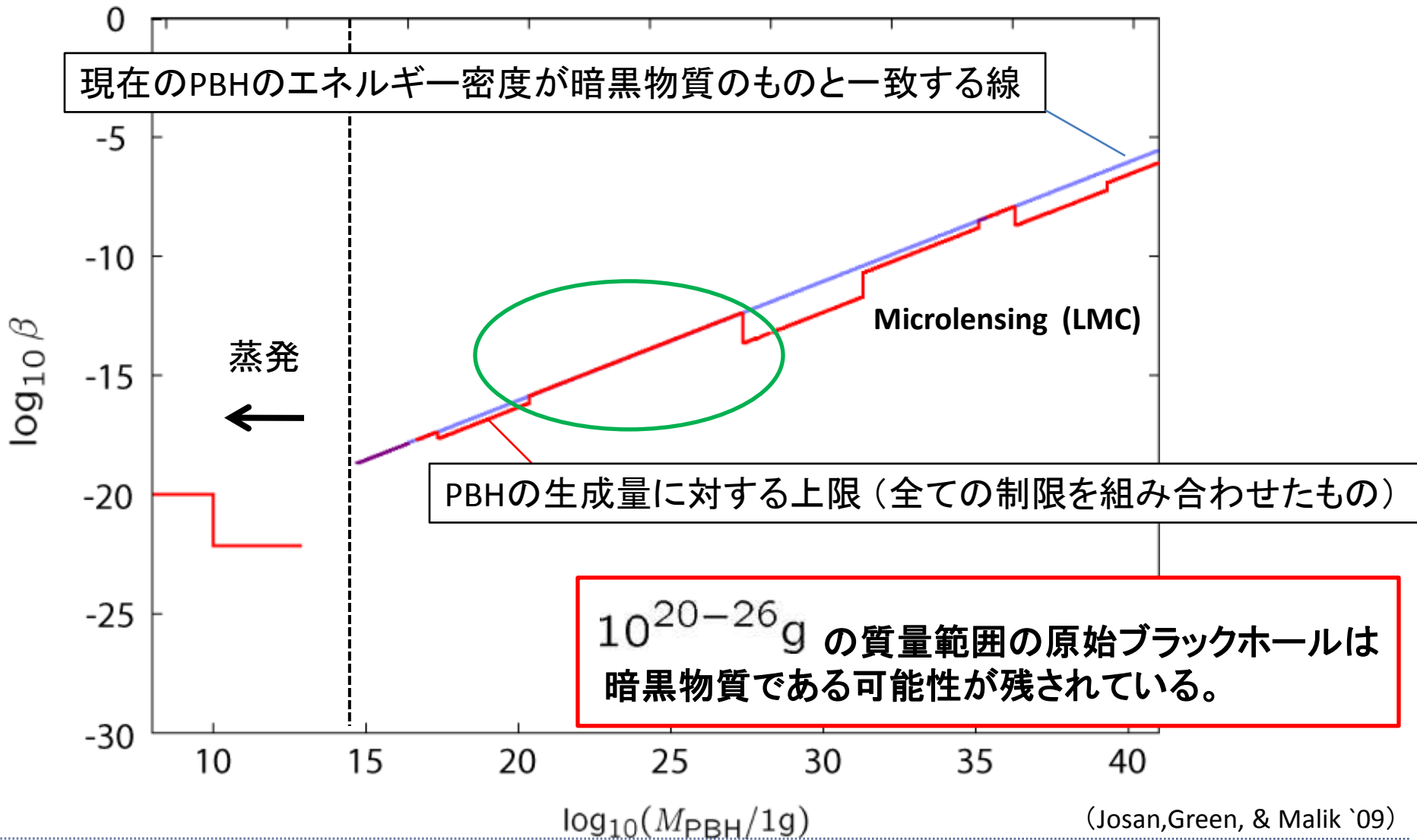
物質に対するPBHの割合

大マゼラン星雲(LMC)を光源として、マイクロレンズ天体を探査

PBHの質量

(EROS collaboration `03)





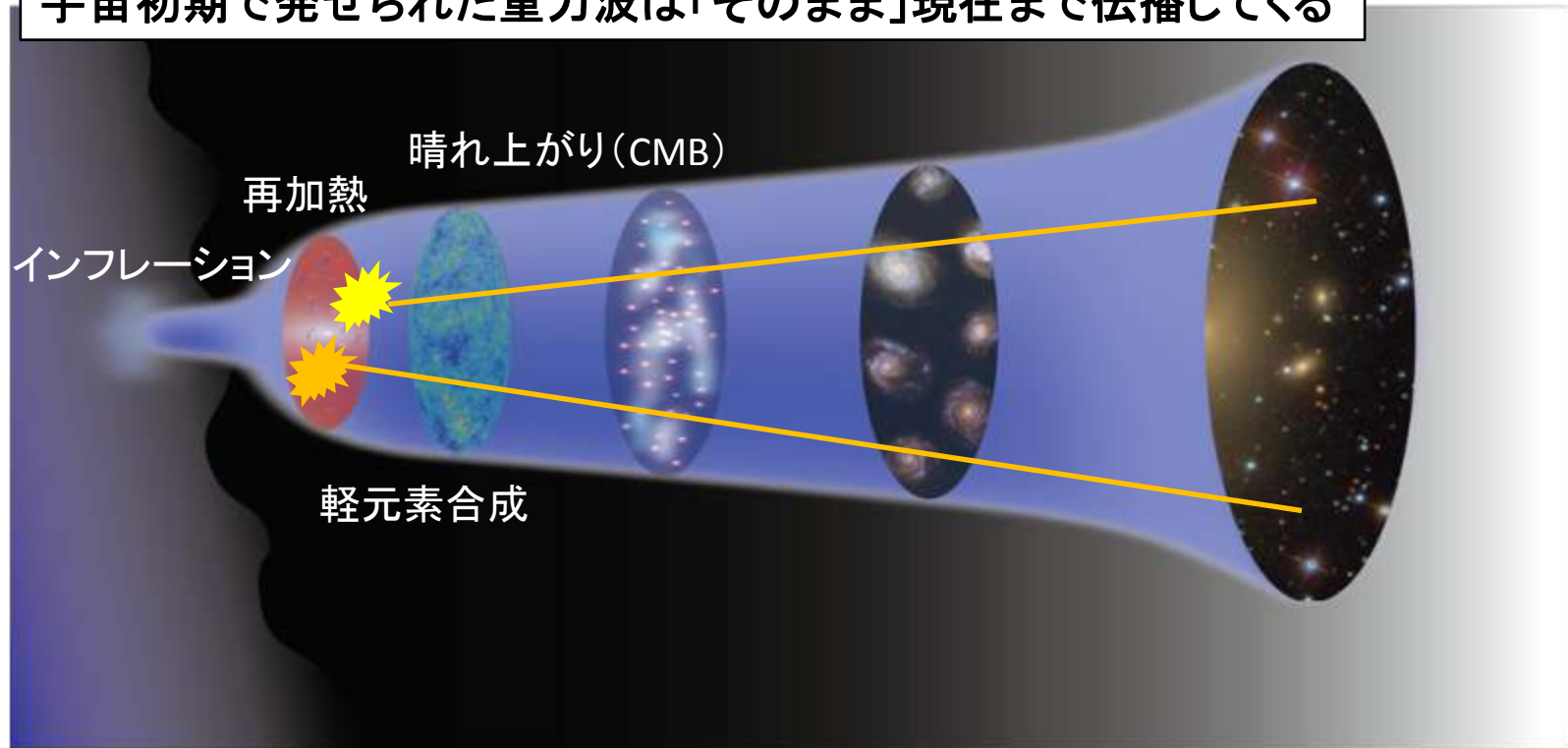
10^{20-26} g の質量範囲の原始ブラックホールは暗黒物質の候補として許されている。

▶ では、この質量範囲の原始ブラックホールの生成量を調べる手段は？

重力波

原始ブラックホールを重力波で調べる

宇宙初期で発せられた重力波は「そのまま」現在まで伝播してくる



重力波を用いれば、宇宙の晴れ上がり(CMBで見ることのできる時代)以前に起きた現象でも調べることができる。

◆ 重力波による摂動を受けた計量

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 [\delta_{ij} + h_{ij}] dx^i dx^j$$

トレースレス $h_i^i = 0$, 縦波 $\partial_i h_j^i = 0$.

基本的には膨張していない場合と同じ

◆ 2つの偏極成分 (+モード、×モード)

$$h_{ij}(\mathbf{x}, t) = \sqrt{8\pi G} \sum_{r=+, \times} \int \frac{d\mathbf{k}^3}{(2\pi)^{3/2}} h_{\mathbf{k}}^{(r)}(t) e_{ij}^{(r)}(\mathbf{k})$$

※ 重力波の進行方向をz軸方向とした場合、

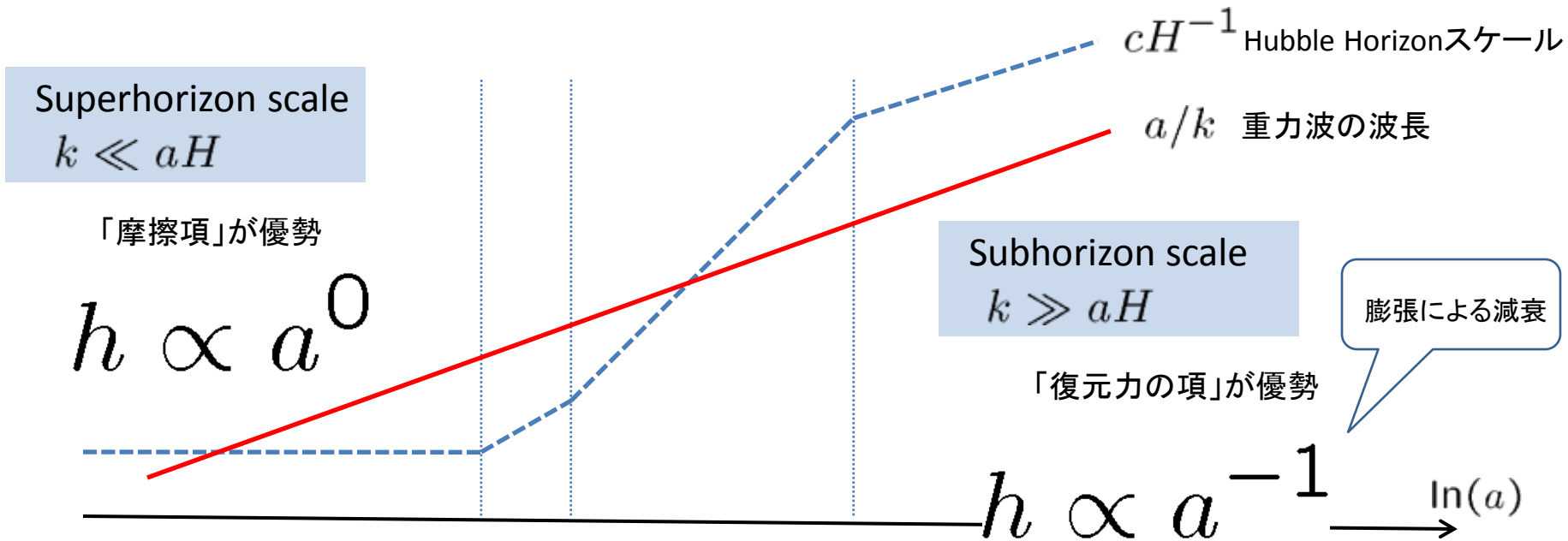
$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 [(1+h^{(+)})dx^2 + (1-h^{(+)})dy^2 + 2h^{(\times)}dxdy]$$

- ▶ Einstein方程式を先ほどの計量に対して h の1次までで書き下す。

◆発展方程式

$$\ddot{h}^{(r)} + 3H\dot{h}^{(r)} + \left(\frac{k}{a}\right)^2 h^{(r)} = S^{(r)} \quad (r = +, \times) \quad H \equiv \dot{a}/a$$

- ▶ 「波長」が膨張に伴って赤方偏移し、「振幅」はホライズンの内側で減衰する。



重力波の振幅を特徴付けるためによく用いられる量

◆ 重力波の密度パラメータ (log f あたり)

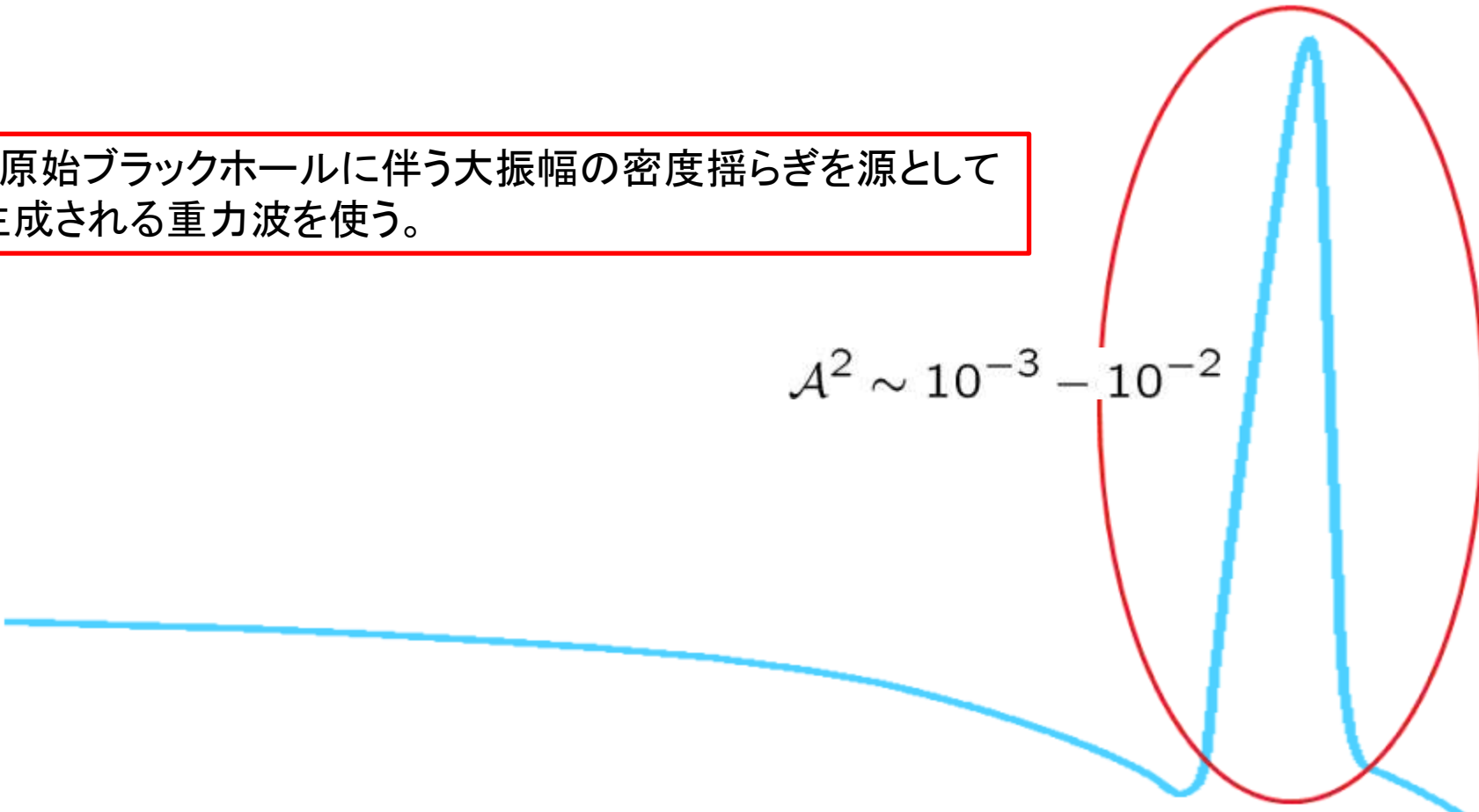
$\equiv \sqrt{\mathcal{P}_h}$ 重力波の振幅 (無次元)

$$\Omega_{\text{GW}} h_0^2 \equiv \frac{1}{\rho_{\text{cr}} h_0^{-2}} \frac{d\rho_{\text{GW}}}{d \ln f} \simeq \left(\frac{f}{\text{dHz}} \right)^2 \left(\frac{h_c}{1.3 \times 10^{-19}} \right)^2$$

- ・ 現在観測される重力波のエネルギー密度は生成時のものに膨張による減衰因子をかけたもの。
- ・ 重力波のエネルギー密度は基本的に放射のエネルギー密度と同様の時間発展をするので、放射の密度パラメータ Ω_{rad} で規格化しておくが便利。
(重力波の膨張による減衰の効果はこの因子 $\Omega_{\text{rad}} \sim 10^{-5}$ に含まれる。)

- ▶ 重力波を用いて、どのようにして原始ブラックホールを調べるのか？

原始ブラックホールに伴う大振幅の密度揺らぎを源として生成される重力波を使う。

$$A^2 \sim 10^{-3} - 10^{-2}$$


生成量はEinstein方程式を密度揺らぎ・重力波について摂動展開することで評価できる。

(密度揺らぎ起源の重力波の生成量を評価するためには、摂動の2次まで評価する必要がある。)

◆ 重力波の発展方程式

$$\ddot{h}_k^{(r)} + 3H\dot{h}_k^{(r)} + \left(\frac{k}{a}\right)^2 h_k^{(r)} = 4\mathcal{P}_j^{(r)i} S_i^j,$$

($\mathcal{P}_j^{(r)i}$: +、×モードへの射影演算子)

重力波の源

$$S_j^i = -\frac{k_1^i k_2^j}{a^2} \left[\Phi_{k_1} \Phi_{k_2} - H^{-2} \dot{\Phi}_{k_1} \dot{\Phi}_{k_2} \right].$$

Φ : 密度揺らぎによって作られる重力ポテンシャル

$$\frac{2}{3} \left(\frac{k}{aH}\right)^2 \Phi_k = \frac{\delta\rho_k}{\rho} \quad (\text{Poisson方程式})$$

生成量はEinstein方程式を密度揺らぎ・重力波について摂動展開することで評価できる。

(密度揺らぎ起源の重力波の生成量を評価するためには、摂動の2次まで評価する必要がある。)

◆ 重力波の発展方程式

$$\ddot{h}_k^{(r)} + 3H\dot{h}_k^{(r)} + \left(\frac{k}{a}\right)^2 h_k^{(r)} = 4\mathcal{P}_j^{(r)i} S_i^j,$$

($\mathcal{P}_j^{(r)i}$: +、×モードへの射影演算子)

重力波の源

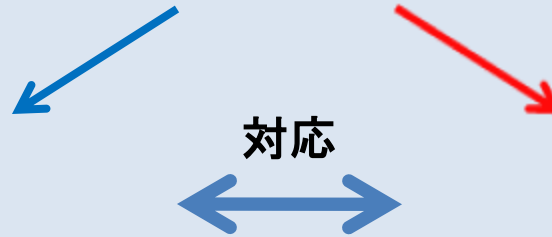
$$S_j^i = -\frac{k_1^i k_2^j}{a^2} \left[\text{密度揺らぎの2次の量} \right].$$

生成される重力波の振幅は密度揺らぎの振幅の2乗程度、

$$h_c \sim A^2$$

大振幅の密度揺らぎ(重力ポテンシャル)

振幅 A
ピークのモード k_p



PBH

GW

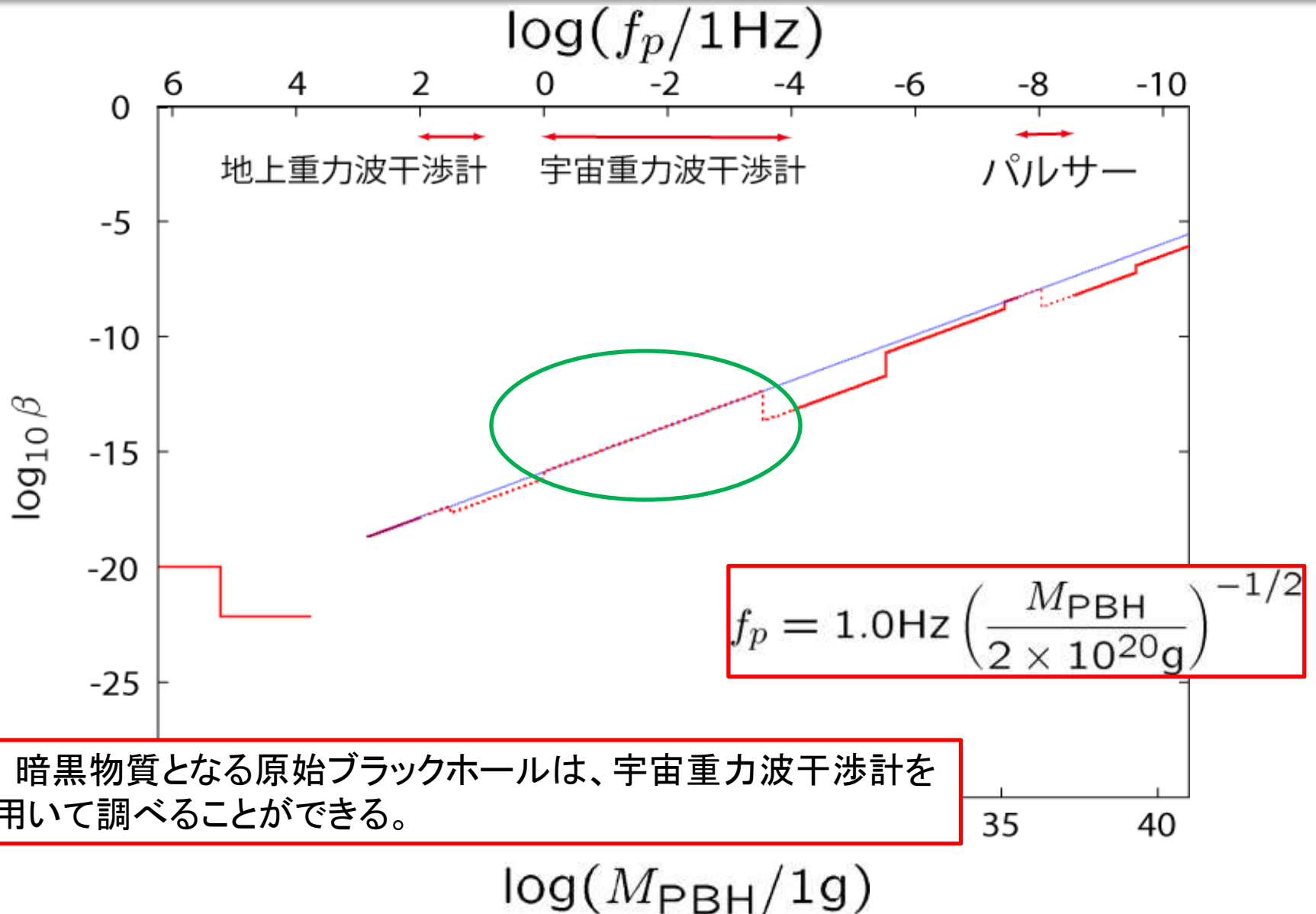
生成量
質量

$$\beta \sim \frac{1}{4} \exp(-1/8A^2)$$

$$M_{\text{PBH}} \sim \frac{4\pi}{3} \rho(a/k_p)^3 \propto k_p^{-2}$$

振幅 $h_c \sim A^2$
ピークの周波数 $f_p \sim 2\pi k_p$

PBH生成に関する情報はGWのスペクトルから読み取ることができる。
⇒ 2次的に生成されたGWをPBH生成量への制限に用いることができる。



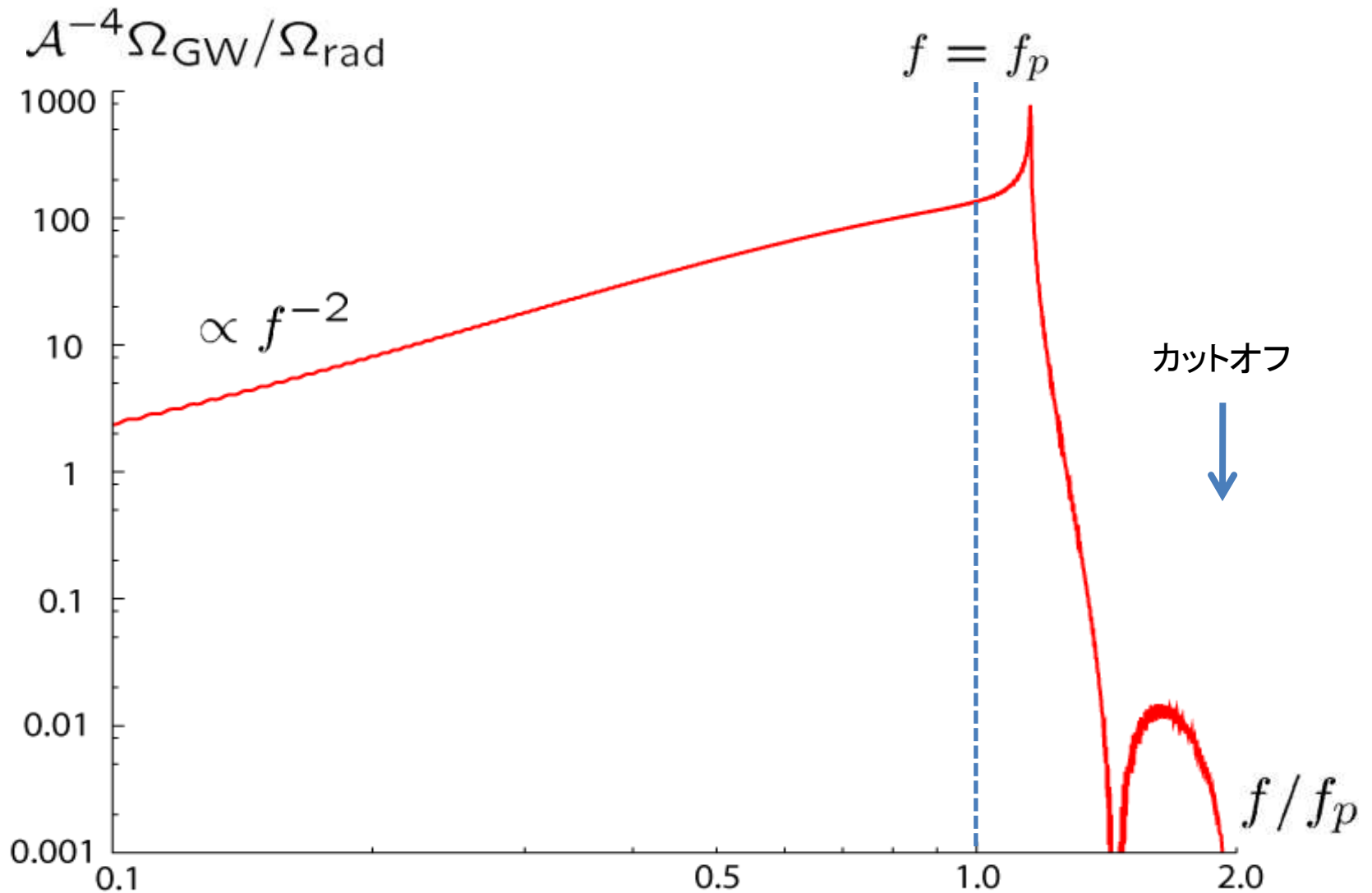
- ▶ 密度揺らぎのパワースペクトルが与えられれば、重力波のエネルギー密度は先ほどの重力波の発展方程式を解くことによって得られる。

密度揺らぎのパワースペクトルのピークが非常に鋭い場合には、重力波のエネルギー密度は次のように密度揺らぎの振幅を用いて表すことができる。

$$\Omega_{\text{GW}}(f)h^2 = 7 \times 10^{-9} \left(\frac{g_{*,p}}{10.75} \right)^{-1/3} \left(\frac{A^2}{10^{-3}} \right)^2 \left(\frac{\Omega_{\text{rad}}h^2}{4 \times 10^{-5}} \right) \left(\frac{f}{f_p} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{f}{2f_p} \right)^2 \right]^2$$

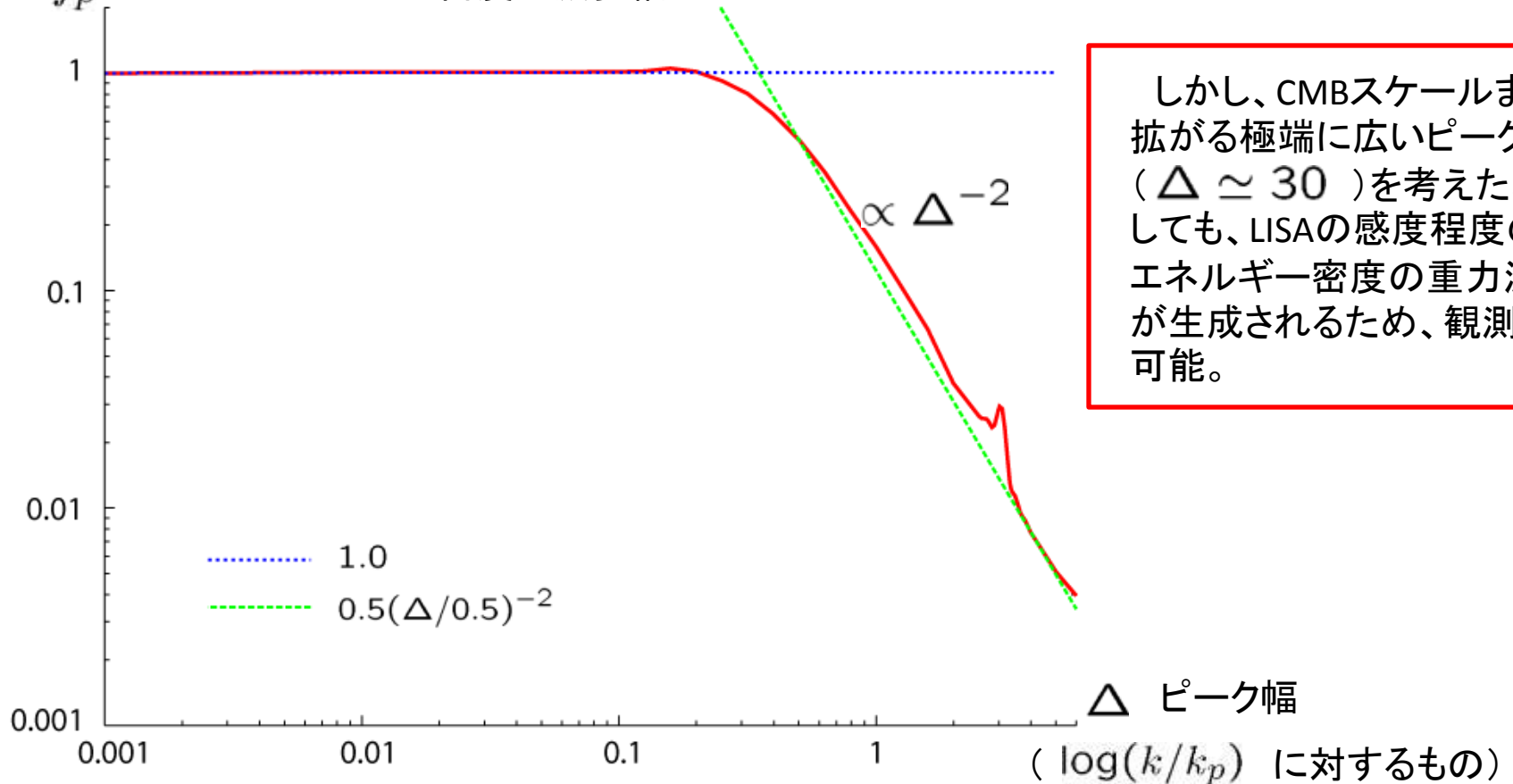
LISA ($\Omega_{\text{GW}}h^2 \sim 10^{-11}$) や DECIGO ($\Omega_{\text{GW}}h^2 \sim 10^{-13}$) で十分観測可能

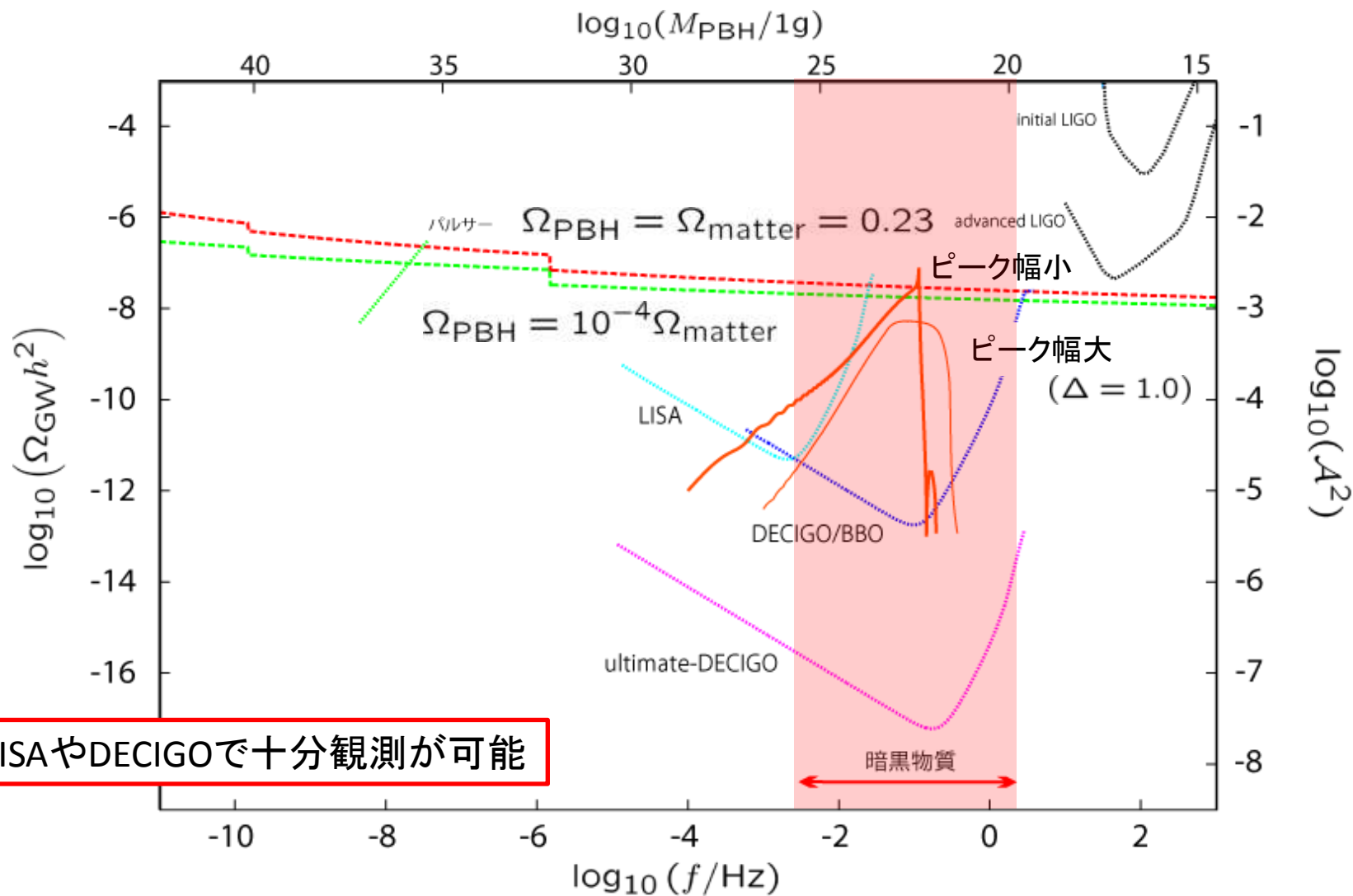
- 密度揺らぎの振幅を制限
- 原始ブラックホールの生成量を制限



- ▶ 密度揺らぎのパワースペクトルとしてピーク幅の広いものを考えると、生成される重力波の振幅は小さくなってしまふ。

$f = f_p$ におけるエネルギー密度の減少幅





- 暗黒物質の起源は宇宙論における未解決問題のひとつ
- 原始ブラックホールは暗黒物質の候補
- 原始ブラックホールを生み出す大きな密度揺らぎは、同時に重力波も生み出す
- 宇宙重力波干渉計が感度を持つ周波数帯はちょうど原始ブラックホールが暗黒物質になることのできる質量範囲に対応している
- 宇宙重力波干渉計による重力波の観測は原始ブラックホールが暗黒物質か否かを定めることができる

特に、暗黒物質となる原始ブラックホールが形成されていた場合、

$$\Omega_{\text{GWh}^2} \sim 10^{-7}, \quad h_c \sim 10^{-23}$$

程度の重力波が観測されると予想される