

Saulson ゼミ

Ayaka Shoda

2010.5.11

12 An Interferometer as an Active Null Instrument

12.1 Fringe-Lock in a Non-Resonant Interferometer

位相変調

感度の良い干渉計を作る為には、一般には $\frac{dP_{out}}{d\Phi}$ が最大である場所を動作点としてフィードバック制御するのが良いと考えられる。問題点は、laser power の揺らぎと phase shift を区別できない事。

これは null instrument = dark fringe を動作点にすれば解決。小さな変化しか見えないけど、laser power の noise はゼロになる。問題点は、 $\frac{dP}{d\Phi} = 0$ なこと。

位相変調を使う。レーザー光の周波数に、大きさ $\sim 1\text{rad}$ 、周期 $\sim \text{MHz}$ の変調を Pockels cell を用いてかける。

2つの腕にそれぞれ $\frac{1}{2}\delta \sin 2\pi f_{mod}t$ の変調をかけると、

$$P_{out} = \frac{1}{2}P_{in}(1 + \cos 2(\Phi_0 + \Phi_{sig} + \delta \sin 2\pi f_{mod}t)) \quad (1)$$

となり、ベッセル関数で展開すると

$$P_{out} \approx \frac{1}{2}P_{in}(4\delta\Phi_{sig} \sin 2\pi f_{mod}t - \delta^2 - \delta^2 \cos 2\pi(2f_{mod})t + \dots) \quad (2)$$

なので、信号がないときは δ の 2 次、信号があるときは

$$P_{out} \approx \frac{1}{2}P_{in}(4\delta\Phi_{sig} \sin 2\pi f_{mod}t) \quad (3)$$

δ の 1 次の項が出てきてシグナルに比例する (つまり \pm が見分けられる)。

modulation sideband

式 3 のように、変調が強度に現れる (強度変調) $\Phi_{sig} = \Phi_0 \sin 2\pi f_{sig}t$ とすると、

$$P_{out} \propto \Phi_0(\cos 2\pi(f_{mod} - f_{sig})t - \cos 2\pi(f_{mod} + f_{sig})t) \quad (4)$$

となり、出力は f_{sig} の両隣 f_{mod} だけ離れた周波数にピークが立つ: sideband

この出力信号を double-sideband suppressed-carrier amplitude modulation という。

実際に信号を取り出すときは、pockels cell にかけた local oscillator の信号と出力信号を RF mixer にかけてあげれば $\Phi_0 \sin 2\pi f_{sig}t$ が出てくる。(low-pass filter にかければ変調の項は落ちる。)

12.2 Shot Noise in a Modulated Interferometer

さてノイズはどうなるか？

shot noise は、

$$h_{sn}(f) = \frac{1}{L_{opt}} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{\pi \eta P_{in}}} F(2\delta) \quad (5)$$

$\delta \rightarrow 0$ で $F(2\delta) \rightarrow 1$ だから、結局普通のショットノイズと変わらない ((5.10) 式)。でも P_{in} は小さいので shot noise は大きくなる。

ただし、変調をかけると出力が変化するので shot noise も変化し、結果的に少し増える。(20 % くらいらしい)

12.3 Rejection of Laser Output Power Noise

信号がないなら dark fringe にいるのでレーザーのノイズもゼロ。

12.4 Locking the Fringe

dark fringe でうまく動作してもらうためには、 $\Phi_{sig} \ll 1 \text{ rad}$ であるように、pockels cell に返すことでフィードバックする。そうすれば signal が null でも feedback 信号に本来見たい重力波信号が出る。

error signal は完全には 0 にならず、 $V_{cl} = V/(1+G)$ となる。ノイズも、loop の中に入っている限り $1/(G+1)$ 倍されるから S/N は悪くならない。更に G が大きい方がより dark fringe に近くなって laser power noise が下がる。

ただし、pockels cell で返せる信号はせいぜい数 rad くらい。返しきれない鏡の雑音など (dynamic range のノイズ) は、鏡の位置に返す。でも鏡にフィードバックできるのは低周波数帯の信号のみなので、高周波のフィードバックができる pockels cell も合わせて用いればよい。

12.5 Fringe Lock for a Fabry-Perot Cavity

FP 干渉計の場合はどうするか？

FP は cavity が 1 つでも干渉計になっている。光が共振していれば感度がよいが、ずれると感度は大きく下がるのでフィードバック制御が必要。

共振周波数は、一度共振がとれれば次の共振周波数まで光の状態が cavity の長さに依らない。つまり、1 度ロックしてしまえば長さはなんでも良い範囲が存在する (ただし lock acquisition のところで問題が出る)。

reflection cavity locking scheme

cavity の前で位相変調をかける。

$f_{mod} > \Delta f$ (Δf は cavity の bandwidth) とすると、Fig6.5 より、共振から外れてると 2π (or 0) 位相が回るが、共振だと π だけまわる。つまり符号が変わるので、出力は

$$E_{refl} = -E_0 \cos 2\pi f_c t - (\delta E_0 \cos 2\pi f_{mod} t) \sin 2\pi f_c t \quad (6)$$

重力波信号が入ると

$$E_{refl} = -E_0 \cos \Phi_{sig} \cos 2\pi f_c t - E_0 (\delta \cos 2\pi f_{mod} t - \sin \Phi_{sig}) \sin 2\pi f_c t \quad (7)$$

これを 2 乗して積分すれば

$$P_{refl} \propto \delta \sin \Phi_{sig} \cos 2\pi f_{mod} t + O(\delta^2)$$

となつて、non-resonant IF と同じような応答を示す。

feedback

やっぱり FP も鏡と pockels cell に返せば良い。鏡の代わりに、レーザーの cavity に返して周波数を制御しても良い。

12.6 A Simple Interferometer with Fabry-Perot Arms

2 つの腕が FP の IF を動作させたい。

1 つの腕は波長 (BS の前に置いてある pockels cell) でフィードバック制御し、2 つ目の腕はミラーの位置でフィードバック制御する。このとき、1 つ目の腕のフィードバック信号ののった光は 2 つ目の腕にも入ってきているため、2 つ目の腕のフィードバック信号には 1 つ目の腕の情報も含まれている。重力波が来たとき直角に置かれた 2 つの腕は差動で動くので、signal は増幅され、2 倍になる。

- 短い光路長で laser を安定させようとする、高周波で shot noise が効いてきて、2 つ目の腕のループでのノイズが増幅する。
- 物理的に短い cavity 長にすると、mirror の揺れが効いてくる
- 平行に FP をおくと、重力波信号は差動にならない (2 つの腕に同じ信号が入る) ので、1 つ目の腕の信号が 2 つ目の腕でキャンセルされてしまい、信号が出ない。だから直角に置かなくては意味がない。

12.7 Beyond the Basic Interferometer

12.7.1 Power recycling

dark fringe の時、ミラーでの loss が少ないとほとんどすべての光が input port へ流れてしまい、結局捨てることになるので勿体ない。

そこで、BS の前に power recycling mirror を、laser からの input と power recycling mirror の反射光が同位相になるように置いてあげると良い。FP のときも同じ。

反射率の高い鏡だと 30 回くらい recycle できて、shot noise が $1/\sqrt{30}$ に落ちる。

12.7.2 Signal recycling

perpendicular な output port の前にミラーを置いて、共振周波数が $f_l \pm f_{sig}$ となるような新しい cavity を作る。すると、重力波信号が sideband となつて、返ってきた sideband は Q のファクターだけ大きくなって返ってくる。

欠点は、干渉計の使える周波数帯を狭くしなければならないこと。それでも、どんな重力波源からの信号についても有効である。

12.7.3 Resonant sideband extraction

strage time limit を回避する事を目的とした手法。

FP 干渉計の中では光が何度も反射しているので、cavity 中の光の強度は FP_{in} (F はフィネス)。重力波信号は、この往復する光を変調し、sideband を作る。変調の強さは cavity 中のパワー、つまりフィネスに依存。

しかし、重力波振幅 (と、周波数) から干渉計の位相への伝達関数は strage time をいくら大きくしても限界に達する。これは、フィネスを上げると cavity から光がほとんど漏れてこないために、信号を得られない事とキャンセルされてしまうからである。

そこで、キャリアの周波数だけをよく透過する input mirror を signal recycling mirror と同じような位置に置く。重力波信号による sideband は透過してくれるので、信号はキャンセルされずに出てくる。でも鏡を 2 枚置くと違う効果が出てきてしまうので、recycling mirror で作られている cavity でキャリアだけ反射し sideband は透過するような構造を作る。