

Saulson ゼミ

T.Sekiguchi

2010.02.10.(Wed.)

8 Seismic Noise and Vibration Isolation

地球上で実験する際に避けることのできないノイズとなる，地面振動 (seismic noise) についてこの章では扱う．地面振動というものは，いわば天気のようなもので，予報することはできるが，地面振動(天気)そのものを人の手で操作することはできない．しかし少なくとも，それに応じた対策(傘)を用意することは可能である．すなわち，干渉計から地面振動を守る手法，Vibration Isolation Technique についてこの章で学ぶ．

8.1 Ambient Seismic Spectrum

地面振動は，以下のようなスペクトルを持つ．

$$x(f) = \begin{cases} 10^{-7} \text{ cm}/\sqrt{\text{Hz}} & 1 \text{ Hz} < f < 10 \text{ Hz} \\ 10^{-7} \text{ cm}/\sqrt{\text{Hz}} \times (10 \text{ Hz}/f)^2 & 10 \text{ Hz} < f \end{cases} \quad (8.1)$$

グラフは p.128 に掲載．静かな場所であればこれより低い値が得られるだろうし，地面振動はヒトの活動によっても大きく変化する．かの Michelson, Morley もこの地面振動に悩まされたという．

地面振動の起源は様々である．周期 6 秒の周辺には microseismic peak と呼ばれる特徴的なピークがあるが，これは海岸に打ち寄せる波によるものと言われている．また，地面振動は天気にも強く関係していることが知られているとかなんとか．

8.2 Seismometer

地面に取り付けられた硬い箱の中に，質量 m のおもりをばね定数 k のばねにぶら下げて，おもりの変位を見る．ばねの共鳴周波数を $f_0 = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$ とすると，

- $f_0 \ll f$ のとき，地震計
- $f_0 \gg f$ のとき，加速度計

とよばれる．

変位を計る方法はいくつかあって，電磁誘導を利用して相対速度を計るやり方が一般的．capacitance bridge を用いる方法もある．しかしこれらの手法は，高い振動数を計るのには向いていない．ちなみに加速度計の場合は，ばねとして圧電体を用いる方法がある．

8.3 Vibration Isolators

地震計をよくよく見てみると、実は振動絶縁器になっていることがわかるというお話。減衰項を無視してやれば、運動方程式は

$$m\ddot{x} = -k(x - x_g) \quad (8.2)$$

となる (x_g は地面の変位)。これを解いて transfer function を以下のように得る。

$$\frac{x}{x_g} = \frac{f_0^2}{f_0^2 - f^2} \quad (8.3)$$

$f \gg f_0$ の極限では、

$$\frac{x}{x_g} \approx -\frac{f_0^2}{f^2} \quad (8.4)$$

これが振動絶縁のメカニズムである。ちなみに $f \ll f_0$ の極限では、 $x/x_g \approx 1$ となる。つまり、ばねが硬い棒のようなイメージとなる。グラフは p.131 に乗っている。

もっときちんと記述するために、前章で学んだ減衰項を取りこむ。速度に比例する抵抗、およびばねの内部摩擦による減衰を考えると、前者は

$$\frac{x}{x_g} = \frac{f_0^2}{f_0^2 - f^2 + ifb/2\pi m} \quad (8.5)$$

後者は

$$\frac{x}{x_g} = \frac{f_0^2(1 + i\phi)}{f_0^2 - f^2 + if_0^2\phi} \quad (8.6)$$

いずれにせよ、共鳴周波数において発散せず有限の値 ($x/x_g(f_0) = Q$) をもつことがわかる。

ばねの素材、作り方は色々あるが、いずれにせよどんなばねも同じように外界の振動を遮断する効果を持つ。

8.4 Myths About Vibration Isolation

振動絶縁が起こる理由は、減衰によるものである

嘘。

振動絶縁が起こる理由は、ばねとおもりのインピーダンスの差による

構成している器具が出す音の波長が、器具の大きさよりも小さい時に問題となる。でも、これはなぜ振動絶縁が起こるかとは関係ない。

8.5 Isolation in an Interferometer

前章で、振り子は散逸を最小にする方法の1つだと学んだ。これを違った見方で見てみよう。すなわち、振り子を振動絶縁器としてとらえてみる。長さ 30 cm の振り子はだいたい 1 Hz で振動する。この時の transfer

は (8.4) 式で与えられる ($f_0 = 1$ Hz) . これに (8.1) 式で表されるような地面振動を加えると, その変位は $f \gg 10$ Hz の領域で,

$$x(f) = 10^{-5} \text{ cm}/\sqrt{\text{Hz}} \left(\frac{1 \text{ Hz}}{f} \right)^4 \quad (8.7)$$

これを h に直すと,

$$h(f) = 5 \times 10^{-11} / \sqrt{\text{Hz}} \left(\frac{1 \text{ Hz}}{f} \right)^4 \quad (8.8)$$

1 kHz あたりになってようやく重力波と同じレベル $h \sim 10^{-21}$ を下回る . ところが, 1 kHz を超えると, ワイヤの内部振動が無視できなくなってくる . 内部振動の transfer function は,

$$\frac{x}{x_g} = \frac{1}{\cos(2\pi f \ell / v) - [2\pi f v / g] \sin(2\pi f \ell / v)} \quad (8.9)$$

グラフは p.135 にある .

8.6 Stacks and Multiple Pendulums

同じばね定数を持つばねと同じ質量を持つおもりを N 個つなげたとして, $f \gg f_0$ において, transfer function は

$$\frac{x}{x_g} = \left(\frac{f_0^2}{f^2} \right)^N \quad (8.10)$$

となって, 劇的に振動絶縁器としての性能が向上する . ところが, これを振り子に対して応用してみると, 1 つの障害にぶつかることになる .

振り子は水平方向の共鳴振動数 $f_{0,\text{horiz}} = 1$ Hz に比べ, 垂直方向の共鳴振動数 $f_{0,\text{vert}} = 10$ Hz の方が大きい . すると, 垂直方向の振動に関しては, 水平方向の $(f_{0,\text{vert}}/f_{0,\text{horiz}})^2$ 倍だけ性能が落ちることになる . これは N を大きくしていくとさらに酷いことになっていく .

しかしこれが何の問題になるのだろうか? 垂直方向に変位したところで, 何の問題もないのではないか? と思うかもしれない . しかし, 垂直方向に変位すると, 鏡にあたるレーザーのポイントが変化する . このとき, 鏡が完全に平面であれば問題にならないが, 実際には微妙な角度のズレのために, 鏡の実効的な水平方向の変位が変化してしまう可能性がある . つまり, レーザーがあたるポイントはなるべく変化しないことが望ましい .

また, 仮に平らな鏡ができたとしても, 問題は残る . 地球は丸いので, 数 km 離れた位置にある鏡同士では, 地球の重力の働く向きは平行ではなく, 地球の中心を向いて角度 $\alpha \approx L/R_{\text{earth}}$ だけズレている . そのため, 一方の鏡が「鉛直方向」に変位すると, その約 α 倍だけもう一方の鏡にとっての「水平方向」に変位することとなる . $L = 4$ km とすると, $\alpha \approx 6 \times 10^{-4}$ である . つまり, 「鉛直方向」のノイズが鏡の「水平方向」に直に効いてくるのである .

要は, 鉛直方向も水平方向と同じくらい大事ということ . 鉛直方向と水平方向のノイズが, 上で述べた α 倍の差をもって同じであるような, 等方的な振動絶縁器を作ることが望ましい .

そこで考えられたのが, p.137 の図にあるような vibration isolation stack と呼ばれるものである . ゴムのばねに, 鉛あるいはステンレスの板がつるされた構造を持つ . 薄くてコンパクトなので, 何層にも積み重ねる

ことができる。ゴム製のばねは散逸が大きいので Q 値が低く、共鳴振動数付近でも、そこまで大きな値を持たない。

問題は、構造な複雑なだけに、たくさんの振動モードを持つこと。ゴムの散逸が周波数依存性を持つこと。mass とばねの内部振動が無視できなくなること。また、結局のところ、垂直方向の共鳴周波数の方が倍くらい大きいので、鉛直方向の変位が支配的になることである。

鉛直方向の変位を小さくする手段として空気ばねを利用したものがあるが、温度依存性が大きいので温度管理が大変である。

8.7 Q : High or Low?

熱振動は散逸の大きさに比例するので、 Q が大きいほど熱振動を抑えられると前章で学んだ。ところが、 Q が大きいと、そのピーク付近では

$$x_{\text{rms}} \sim \sqrt{Q} f_0 x_g(f_0) \quad (8.11)$$

程度の振幅を持ってしまう。もちろん問題となるのは共鳴周波数 f_0 付近だけであって、そこからある程度離れた振動数にはほとんど影響を及ぼさない。よって観測したい領域に共鳴周波数がないように干渉計を設定すれば問題ない。しかし・・・

8.8 A Gravitational "Short Circuit" Around Vibration Isolators

8.9 Beyond Passive Isolation