Quantum Optics　Chapter 7後半

理学系研究科 物理学専攻 坪野研究室 修士課程 1 年　道村唯太
2010 年 7 月 23 日

7 Lasing without inversion and other effects of atomic coherence and interference

7.4 Lasing without inversion

7.4.2 The laser physics approach to LWI: simple treatment

図 7.6 のような 3 準位原子を考える。$|a\rangle \to |b\rangle$、$|a\rangle \to |c\rangle$ が 1 つの古典的光子場 ν によって誘導されている。
$|b\rangle \to |c\rangle$ は双極子禁制遷移。
計算すると放出確率は、$|a\rangle \to |b\rangle$ と $|a\rangle \to |c\rangle$ の和

$$P_{\text{emission}} = P_b + P_c = (|\kappa_{a\to b}|^2 \mathscr{E}^2 + |\kappa_{a\to c}|^2 \mathscr{E}^2)\rho_{aa}^{(0)} \tag{7.4.14}$$

一方、吸収確率は 2 つの確率振幅の和の二乗 → 量子コヒーレンスの項が出てくる

$$P_{\text{absorption}} = \kappa |c_b + c_c|^2 \mathscr{E}^2 = \kappa[\rho_{bb}^{(0)} + \rho_{cc}^{(0)} + \rho_{bc}^{(0)} + \rho_{cb}^{(0)}]\mathscr{E}^2 \tag{7.4.15}$$

よってレーザー場振幅の成長は

$$\dot{\mathscr{E}} = \frac{\mathscr{A}}{2}[\rho_{aa}^{(0)} - \rho_{bb}^{(0)} - \rho_{cc}^{(0)} - \rho_{bc}^{(0)} - \rho_{cb}^{(0)}]\mathscr{E} \tag{7.4.16}$$

もし　部がゼロになったら、$\rho_{aa} < (\rho_{bb} + \rho_{cc})$ でもレーザーになる。
これは量子コヒーレンス $\rho_{bc}^{(0)}$、$\rho_{cb}^{(0)}$ の現れである。

7.4.3 LWI analysis

原子コヒーレンスの役割を示すために、LWI をもっと厳密に見てみる。
　半古典論 (→5.4 節)、原子-場の結合定数の 2 次まで計算する線形解析
ν、$\mathscr{E}$ の単一モード場と 3 準位原子の相互作用ハミルトニアンは 2 モード場を考えた (7.2.1)-(7.2.3) で

$$\Omega_{\text{R1}} e^{-i\phi_1} e^{-i\nu_1 t} \to \frac{\wp_{ab}\mathscr{E}(t)}{\hbar} e^{-i\nu t}; \qquad \Omega_{\text{R2}} e^{-i\phi_2} e^{-i\nu_2 t} \to \frac{\wp_{ac}\mathscr{E}(t)}{\hbar} e^{-i\nu t} \tag{7.4.20}$$

と置き換えたもの。
密度行列の運動方程式を解いていくと……
レーザー場振幅の成長は結局

$$\dot{\mathscr{E}}(t) = \frac{1}{2}(\mathscr{A}_{aa} - \mathscr{A}_{bb} - \mathscr{A}_{cc} + \mathscr{A}_{bc} + \mathscr{A}_{cb})\mathscr{E}(t) \tag{7.4.33}$$

ここで (詳しい式の形は教科書で)

$\mathscr{A}_{aa} : \rho_{aa}^{(0)}$ に比例。ゲイン。放出 $|a\rangle \to |b\rangle$ と $|a\rangle \to |c\rangle$ の項。 (7.4.34)

$\mathscr{A}_{bb} : \rho_{bb}^{(0)}$ に比例。ロス。吸収 $|b\rangle \to |a\rangle$。 (7.4.35)

$\mathscr{A}_{cc} : \rho_{cc}^{(0)}$ に比例。ロス。吸収 $|c\rangle \to |a\rangle$。ここまでの 3 つの項だけだと反転分布必要。 (7.4.36)

$$\left.\begin{array}{l}\mathscr{A}_{bc} : \rho_{bc}^{(0)} \text{ に比例。} \\ \mathscr{A}_{cb} : \rho_{cb}^{(0)} \text{ に比例。}\end{array}\right\} \text{位相依存性あり。コヒーレンス。パラメータを選べば吸収の項を相殺できる。} \tag{7.4.37}$$

吸収を相殺できる条件は例えば (7.4.39) か (7.4.40)。それぞれ (7.4.42)、(7.4.43) のようになって

$$\dot{\mathscr{E}} = \frac{\mathscr{A}_{aa}}{2}\mathscr{E} \propto \rho_{aa}^{(0)}\mathscr{E}$$

どんなに上位準位 $|a\rangle$ の密度が少なくても、レーザー発振が起こる。

7.5 Refractive index enhancement via quantum coherence

光学媒質の屈折率は原子の共振周波数付近で 10 から 100 くらいまで高くできるが、通常はその代わりに吸収率が高くなってしまう。

しかし、原子コヒーレンス、原子干渉を使うと吸収率をすごく小さく、またはゼロにできる。

原子系の電場 E に対する線形応答は複素分極率

$$P(z,t) = \epsilon_0 \int_0^\infty \mathrm{d}\tau \tilde{\chi}(\tau) E(z, t-\tau) \tag{7.5.38}$$

で表される。ここで $\tilde{\chi}$ は感受率。

E として平面波 (7.5.4) を代入し、5.4 節の式と比較すると $\chi(\nu)$ の実部 χ' と虚部 χ'' がそれぞれ分散、単位波長あたりのロスを表しているとわかる。

分散関係

$$k^2 - \frac{\nu^2}{c^2}n^2 = 0, \qquad (n^2(\nu) = 1 + \chi(\nu)) \tag{7.5.9}$$

n の実部 n' と虚部 n'' がそれぞれ屈折率、吸収係数。χ' と χ'' で表すと

$$n' = \left\{ \frac{[(1+\chi')^2 + \chi''^2]^{1/2} + (1+\chi')}{2} \right\} \tag{7.5.10}$$

$$n'' = \left\{ \frac{[(1+\chi')^2 + \chi''^2]^{1/2} - (1+\chi')}{2} \right\} \mathrm{sgn}(\chi'') \tag{7.5.11}$$

$\chi' > 0$ で $\chi' \gg \chi''$ なら $n'' \simeq 0$ で n' を大きくできる。が、通常の 2 準位系だとこの条件は満たされない。

(5.5.4) から計算すると......

　$\rightarrow$ 図 7.7　どんな離調 Δ でもだめ。

しかし 7.3 節で考えたような原子コヒーレンスのある 3 準位系だと......

　$\rightarrow$ 図 7.8　大きな χ' を維持したまま χ'' をゼロにすることができる。

7.6 Coherent trapping, lasing without inversion, and electromagnetically induced transparency via an exact solution to a simple model

これまで考えたのを統一的に扱ってみる。図 7.9 のようなすべての準位の崩壊率が γ である Λ 形の 3 準位系を考える。時刻 t に置ける原子状態は (7.6.2) のように書ける。

(a) coherent trapping

　初期状態をコヒーレントな下位準位の重ね合わせ (7.6.4) とすると、$\gamma = 0$ で捕捉状態が得られる。

(b) lasing without inversion

　$|a\rangle$ に r_a の割合で原子を入れていくと LWI。さらに捕捉状態に原子を入れていっても LWI は達成できる。

(c) decay-free Λ electromagnetically induced transparency

　$\gamma = 0$ として、初期状態では $|b\rangle$ に原子。吸収確率は (7.6.7) のようになり、$\Omega_{R2} \gg \Omega_{R1}$ で消える $\rightarrow$EIT。

　　(Ω_{R1}、Ω_{R2} はそれぞれ $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$、$|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ を誘起する共振場の Rabi 周波数)