

衛星の速度からジオイド高を算出する

正田亜八香

1 衛星中のマスの速度とジオイド高の関係

マスには外力がかからないと仮定するので、エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}v^2 - U = E \quad (1)$$

微小な変動を考えて $v = v_m + v'$, $U = U_m + T$ を代入すると

$$\frac{1}{2}v_m^2 - U_m + v_m v' - T = E \quad (2)$$

v_m と U とでエネルギー保存則が成り立っているとすれば

$$v_m v' - T = 0 \quad (3)$$

$$\therefore v' = \frac{T}{v_m} \quad (4)$$

ここで、衛星は等速円運動をしているとして

$$\frac{v_m^2}{R} = a = G \frac{M}{R^2} \quad (5)$$

$$= \gamma \frac{r^2}{R^2} \quad (6)$$

$$\therefore v_m = r \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \quad (7)$$

$$(8)$$

ただし、 R は地球中心から衛星までの半径、 r は地球の半径である。

一方 Bruns' formula より

$$T = \gamma N \quad (9)$$

これらを代入して

$$v = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{R}{\gamma}} \gamma N = \frac{\sqrt{\gamma(r+h)}}{r} N \quad (10)$$

となる。

2 レーザーセンサーの出力とジオイド高の関係

重力場 (ジオイド高変化) による速度の変動量を v_g , 外乱による速度変化を v_d とすると衛星の速度 v_S と、マスモジュールの速度 v_M はそれぞれ

$$v_S = v_m + v_g + v_d \quad (11)$$

$$v_M = v_m + v_g \quad (12)$$

この v_g に対して式 10 が成立する．外乱は系のエネルギー E を変化させるので

$$\frac{1}{2}(v_m + v_g + v_d)^2 - (U + T) = E + E' \quad (13)$$

v_g, v_d の二次の項を無視すれば

$$v_m(v_g + v_d) = T + E' \quad (14)$$

観測量は v_s, v_d で，衛星の高度から v_m を算出でき， $v_m v_d = E'$ と考えるので，ジオイド高は

$$N = \frac{v_m(v_s - v_m - v_d)}{\gamma} \quad (15)$$

となる．従って， v_d にノイズが乗ってきたとき，ジオイドへの影響は

$$\Delta N = \frac{v_m \Delta v_d}{\gamma} \quad (16)$$

となる．