

---

# 物理学実験 II

## ブラウン運動

---

### — 第3日目 —

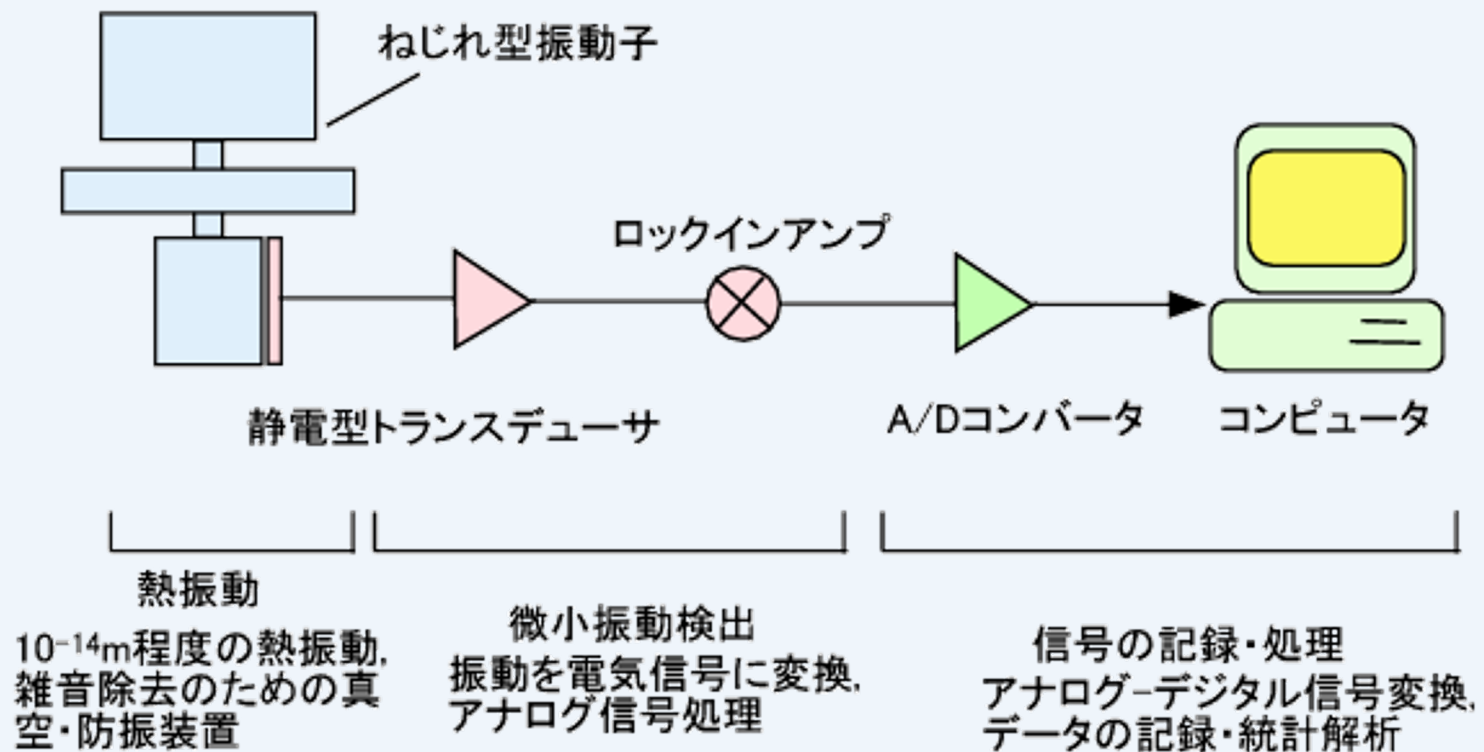
ねじれ型振動子のブラウン運動の測定

---

# ブラウン運動 (1)

## － 測定の流れ －

### ・ ブラウン運動の測定



# ブラウン運動 (2)

## – ブラウン運動と温度 –

### • ねじれ型振動子のブラウン運動

熱雑音力：白色雑音

エネルギー等分配則 → 弾性エネルギーは  $k_B T/2$

$$\frac{1}{2} m \omega_0^2 \langle x^2(t) \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

⇒  $x$  の分散： $\sigma^2 = \frac{k_B T}{m \omega_0^2}$

変動は、共振周波数付近のものが支配的

$$x(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t$$

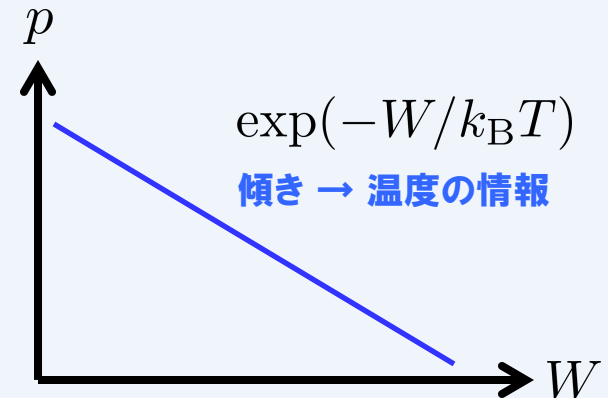
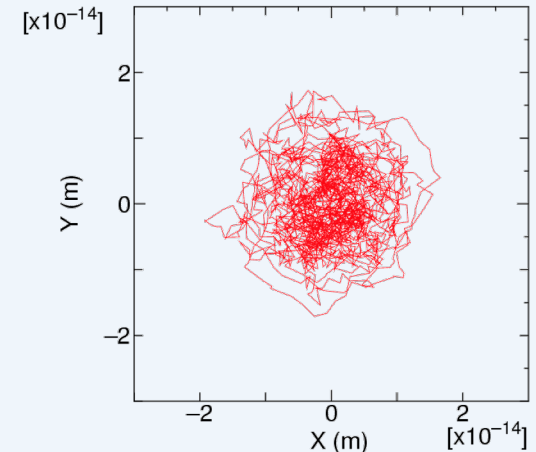
(振幅  $a, b$  はガウス分布に従う)

2乗和： $W(t) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 [a^2(t) + b^2(t)]$

はボルツマン分布に従う

$$p(W) = \frac{1}{k_B T} \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right)$$

振幅・位相がランダムに変動



# ブラウン運動 (3)

## － ブラウン運動と温度 －

### ・ ブラウン運動の測定

変位  $x(t)$  を測定して  $\langle x^2(t) \rangle$  を求める → 振動子の温度

問題点：雑音の影響、データ量

#### データ量

振動子の共振周波数：約340 Hz

→ サンプル定理より、少なくとも

1 kHz程度のサンプリングレートが必要

振動子のQ値：約 $3 \times 10^5$  (半減期 3-4分)

→ 統計量を十分にするには

数時間以上の測定が必要



データ量が  
膨大になる

#### 雑音の影響

振動子の変動振幅： $10^{-14}$  m程度

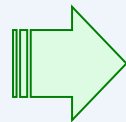
→ 様々な雑音の影響を受けやすい

地面振動、音響

トランスデューサー、プリアンプ、ADC



熱振動信号が  
埋もれてしまう



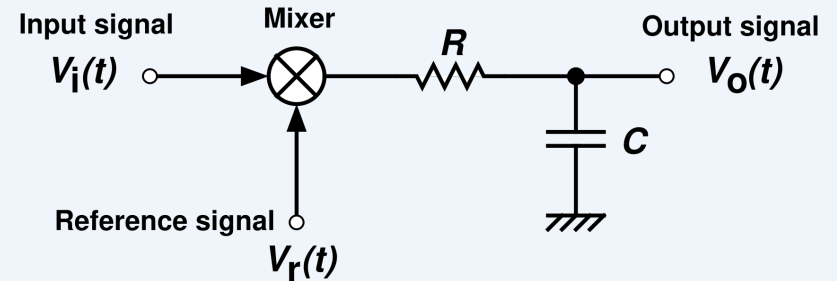
ロックインアンプを使用

# ブラウン運動 (4)

## — ロックインアンプ —

### • ロックインアンプ


入力信号のうち、  
特定の周波数成分信号のみを取り出す装置  
ミキサーとローパスフィルターで構成される



入力信号:  $V_i = A \cos(\omega_i t)$

参照信号:  $V_r = \cos \omega_r t$

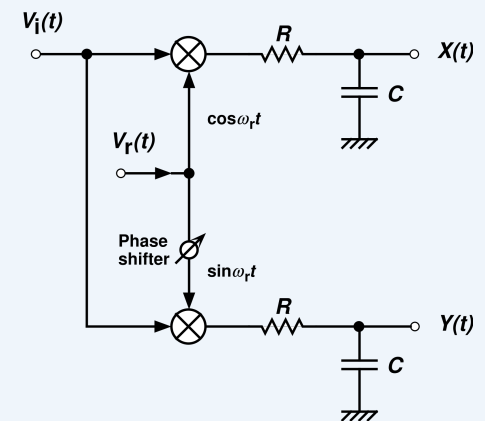
ミキサー出力:  $\frac{A}{2} [\cos\{(\omega_i - \omega_r)t\} + \cos\{(\omega_i + \omega_r)t\}]$   
DC周波数付近 (左)      倍周波数付近 (右)  
( $\omega_i \sim \omega_r$  のとき)

LPF  振幅  $A$  の情報を取得

2位相ロックインアンプ (cos成分、sin成分)

  $x(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t$

から独立な2自由度の信号 ( $a, b$ ) を取得



# ブラウン運動 (5)

## — ロックインアンプの効果 —

### ・ ロックインアンプの効果

#### データ量の減少

測定量  $a, b$  はゆっくり変動

→ 1 Hz程度のゆっくりしたサンプリングレートで十分

→ データ量が 1/1000 になる

(ただし、情報は失っていない)

#### 雑音の影響

振動子の共振周波数付近のみを測定

→ 雑音の影響を受けにくい

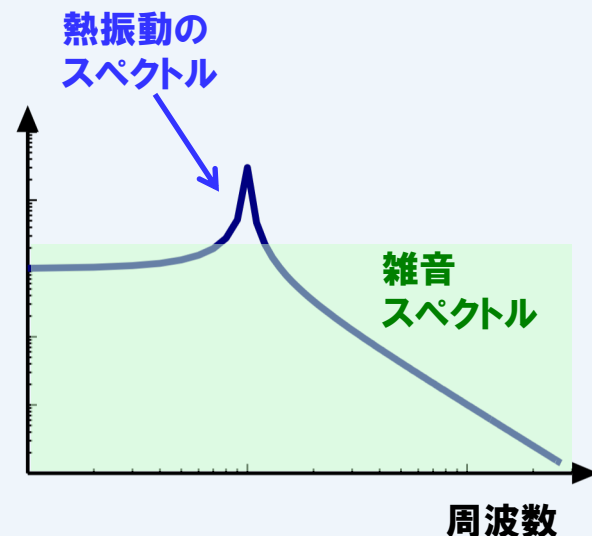
熱雑音力：白色雑音

振動子の伝達関数：共振周波数にピーク

⇒ 熱振動のパワーは共振周波数に集中  
ピーク部だけが雑音の上にある

$$\text{測定量} : \langle \overline{x^2(t)} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega$$

⇒ 共振周波数付近だけ積分すればよい



# ブラウン運動 (6)

## — 測定周波数帯域 —

### ・ 周波数範囲の限定

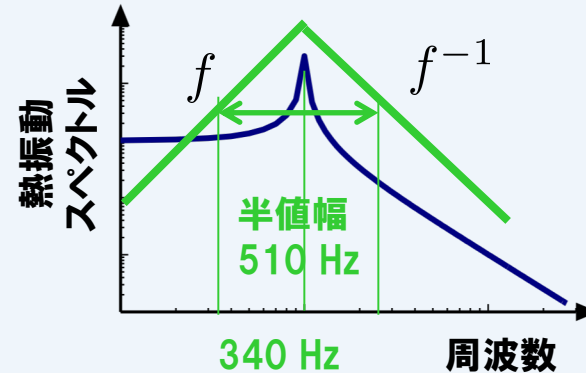
積分する周波数幅：狭いほど有利

(測定対象の共振の周波数幅：数 mHz程度まで)

#### バンドパスフィルター

1次のバンドパスフィルター

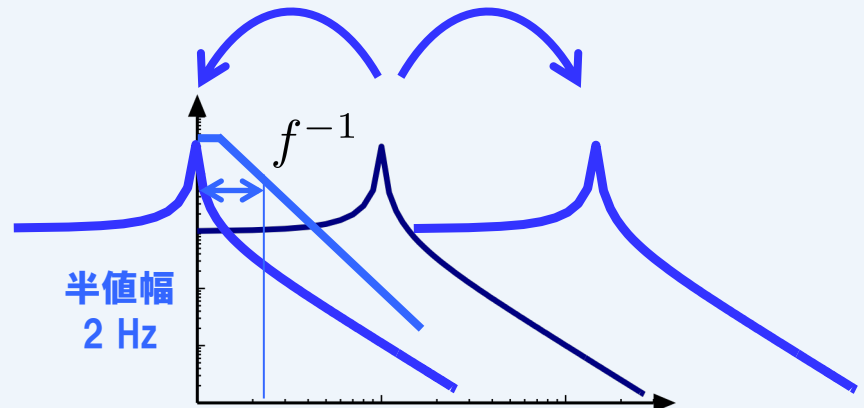
→ 半値幅 510 Hz 程度



#### ロックインアンプ + LPF

1次のローパスフィルター

→ 半値幅 2 Hz 程度



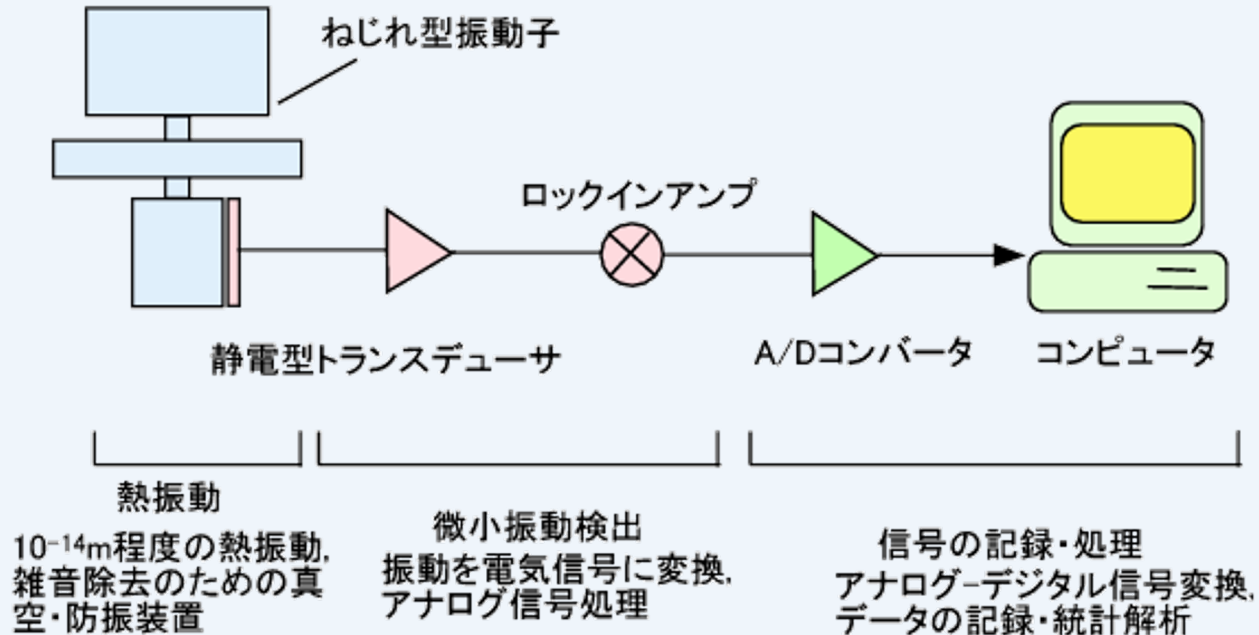
ただし、BPFも併用する

← 奇数倍波成分を除去するため

# ブラウン運動 (7)

## — 測定周波数帯域 —

### ・ ブラウン運動の測定



### 考慮事項

トランスデューサのパラメータ (バイアス電圧・抵抗値)

メインアンプの設定 (ゲインの実測)

ロックインアンプの設定 (帯域幅)

データ取得の設定 (サンプリングレート・測定時間)