

第7章 非線形演算回路

7-1 トランスリニア回路

トランジスタの指数関数特性を利用して種々の非線形回路を実現することができる。その基本はバリー・ギルバートによるトランスリニア回路である。

3-2-4 節の(3.2.9)式において良い近似で I_{CB0} を無視することができ

$$I_{EBS} = \frac{\alpha_N}{1 - \alpha_I \alpha_N} I_{EB0} \quad (7.1.1)$$

と置くと、トランジスタのコレクター電流は

$$I_C = I_{EBS} e^{qV_{BE}/kT} \quad (7.1.2)$$

と書ける。ここで V_{BE} はベース・エミッター間電圧である。そこで $2n$ 個のトランジスタからなる図 7-1 のトランスリニア回路を考える。トランジスタの特性は良く揃っているものとして I_{EBS} は全て同じとする。

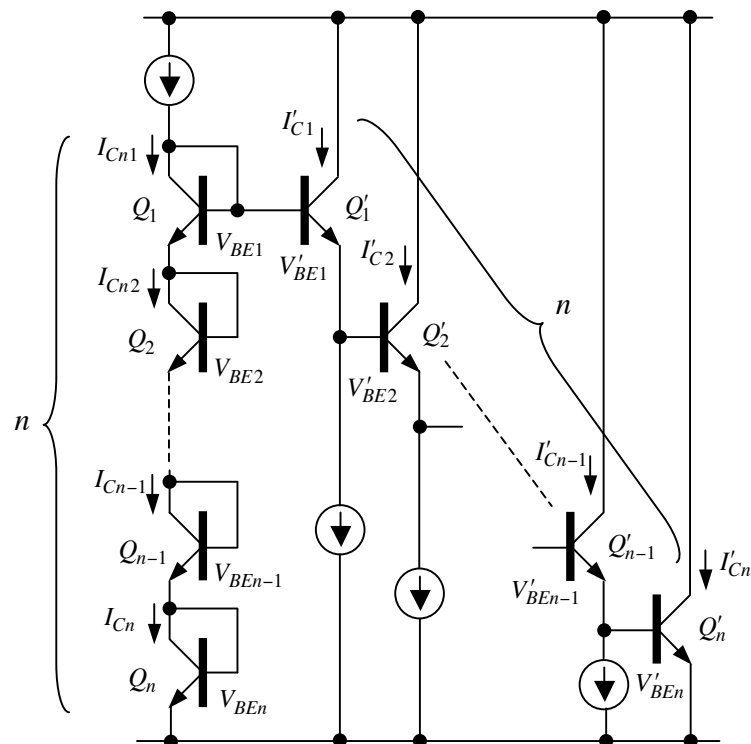


図 7-1 トランスリニア回路

$$V_{BE1} + V_{BE2} + \cdots + V_{BE n} = V'_{BE1} + V'_{BE2} + \cdots + V'_{BE n} \quad (7.1.3)$$

において

$$V_{BE} = \frac{kT}{q} \ln \frac{I_C}{I_{EBS}} \quad (7.1.4)$$

を代入すると

$$\ln \frac{I_{C1}}{I_{EBS}} + \ln \frac{I_{C2}}{I_{EBS}} + \dots + \ln \frac{I_{Cn}}{I_{EBS}} = \ln \frac{I'_{C1}}{I_{EBS}} + \ln \frac{I'_{C2}}{I_{EBS}} + \dots + \ln \frac{I'_{Cn}}{I_{EBS}} \quad (7.1.5)$$

より

$$\frac{I_{C1}}{I_{EBS}} \frac{I_{C2}}{I_{EBS}} \dots \frac{I_{Cn}}{I_{EBS}} = \frac{I'_{C1}}{I_{EBS}} \frac{I'_{C2}}{I_{EBS}} \dots \frac{I'_{Cn}}{I_{EBS}}$$

即ち

$$I_{C1} I_{C2} \dots I_{Cn} = I'_{C1} I'_{C2} \dots I'_{Cn} \quad (7.1.6)$$

を得る。これをトランスリニア原理と呼ぶ。

例として図 7-2 に示す $n=2$ のトランスリニア回路を考える。トランジスタの h_{FE} は十分大きく、ベース電流を無視することができるものとする

$$\begin{cases} I_{C1} = I_{C2} = I_X \\ I'_{C1} = I_0 \\ I'_{C2} = I_Y \end{cases} \quad (7.1.7)$$

より

$$I_Y = \frac{I_X^2}{I_0} \quad (7.1.8)$$

となる。 I_X を入力電流、 I_Y を出力電流とすると入力の 2 乗に比例する出力が得られることになる。

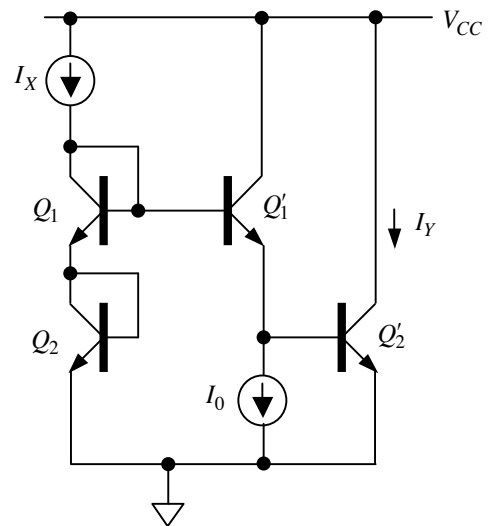


図 7-2 2乗回路

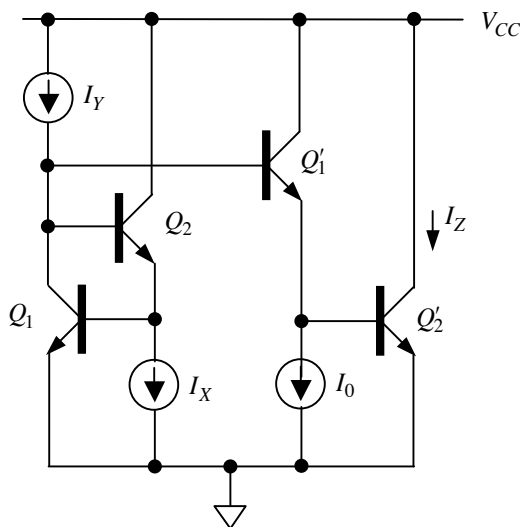


図 7-3 乗除算回路

トランジスタを n 個ずつ用いれば同様に n 乗の出力が得られる。これらを組み合わせることで任意の多項式の関数を実現することができる。さらにトランスリニア原理を用いて乗算、除算を行うこともできる。

図 7-3 にトランスリニア原理を適用すると

$$I_X I_Y = I_0 I_Z \quad (7.1.9)$$

即ち

$$I_Z = \frac{I_X I_Y}{I_0} \quad (7.1.10)$$

を得る。 I_X 、 I_Y を入力とすると、出力 I_Z はこれらの積となる。また I_X 、 I_0 を入力にすれば、出力 I_Z は除算結果(I_X/I_0)となる。なおトランスリニア回路ではトランジスタのベース電流は十分小さいものとして無視していることから、 $h_{FE} \sim 100$ 程度のトランジスタでは誤差が目立ってしまうので、 $h_{FE} \sim 1000$ 程度のトランジスタの使用が望ましい。

以上のトランスリニア回路による演算は入力、出力ともに正の領域、即ち第一象限に限られる。そこで入力、出力ともに正負の領域で動作するギルバートセルと呼ばれる四象限乗算回路がバリイ・ギルバートにより考案された(実際にはギルバートセルの後でトランスリニア回路が考案された)。

7-2 四象限乗算回路 (ギルバートセル)

アナログ乗算回路はトランジスタの指数関数特性を利用した可変伝達コンダクタンス乗算回路が用いられ、実用的には図7-4に示すギルバート乗算回路(ギルバートセル)と呼ばれる、広い線形動作領域を有し正負いずれの入力電圧に対しても動作する、四象限可変コンダクタンス乗算回路がIC化されて用いられている。

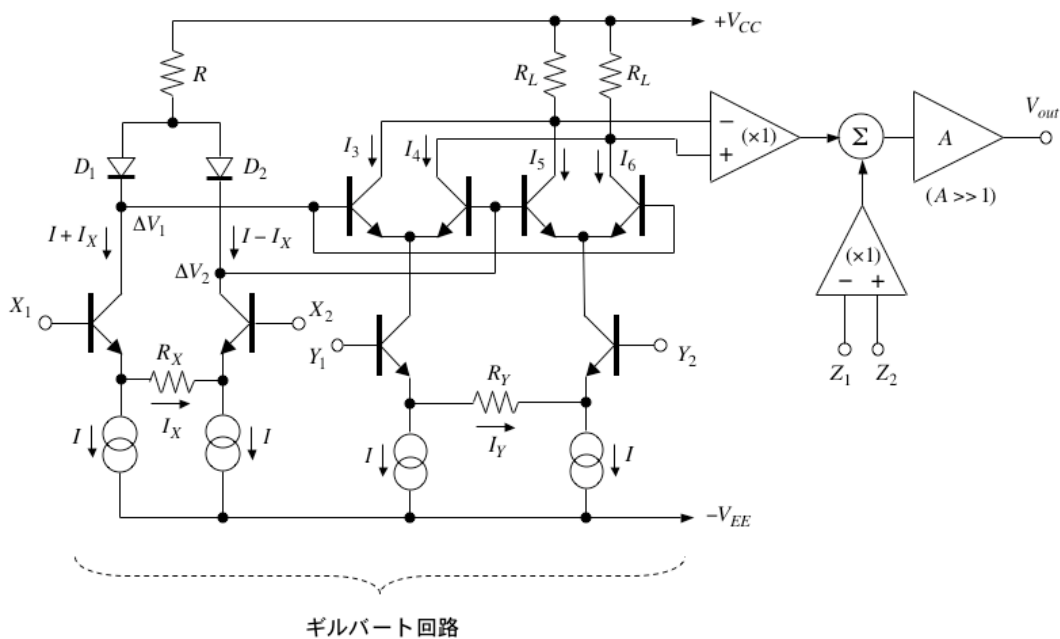


図7-4 ギルバート乗算回路によるアナログ乗算回路ICの構成

トランジスタのコレクター電流とベース・エミッター間電圧の関係は(3.2.12)式より

$$I_C = I_0 \exp(qV_{BE}/kT)$$

で与えられるので、 Q_3, Q_4, Q_5, Q_6 のコレクター電流は、ベース電圧変化 ΔV_1 、 ΔV_2 に対して

$$(I_3 + I_5) - (I_4 + I_6) = \frac{Y_1 - Y_2}{R_Y} \left(e^{q\Delta V_1/kT} - e^{q\Delta V_2/kT} \right) \quad (7.2.1)$$

となる。一方 Q_1, Q_2, D_1, D_2 からなる指数特性補償回路によって

$$e^{q\Delta V_1/kT} - e^{q\Delta V_2/kT} = 2 \frac{X_1 - X_2}{IR_X} \quad (7.2.2)$$

となるので

$$(I_3 + I_5) - (I_4 + I_6) = 2 \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{R_X R_Y I} \quad (7.2.3)$$

となり、 $(X_1 - X_2)$ と $(Y_1 - Y_2)$ の積に比例した出力

$$V_{out} = A \{ K(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) - (Z_1 - Z_2) \} \quad (7.2.4)$$

が得られる。ここで K は $1/V$ の次元を持つ規格化定数で

$$K = \frac{2R_L}{R_X R_Y I} \quad (7.2.5)$$

であり、出力増幅器のゲイン A は $70dB$ 程度である。また R は $Q_3 \sim Q_6$ のコレクタ・ベース間バイアス電圧を適正な値にするための抵抗である。

通常は $A \gg 1$ として、図7-5のように Z_1 入力を出力に接続して用いられる。この場合は

$$Z_1 = V_{out} \quad (7.2.6)$$

より

$$V_{out} = K(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) + Z_2 \quad (7.2.7)$$

となる。

また、図7-4の回路は乗算のみでなく、除算、平方根演算が簡単に行えるように考えられた構成である。

除算演算： 図7-6のような接続をすると

$$Y_2 = V_{out} \quad (7.2.8)$$

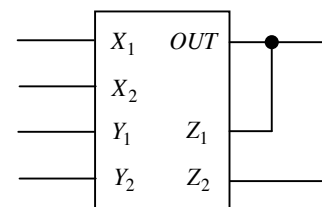


図7-5 乗算演算

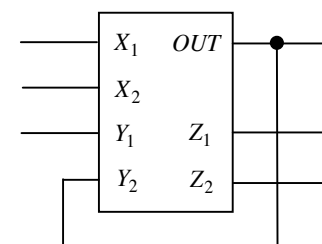


図7-6 除算演算

より出力は

$$V_{out} = \frac{AK(X_1 - X_2)}{1 + AK(X_1 - X_2)} Y_1 - \frac{A(Z_1 - Z_2)}{1 + AK(X_1 - X_2)} \quad (7.2.9)$$

で与えられ

$$|X_1 - X_2| \gg \frac{1}{AK} \quad (7.2.10)$$

では

$$V_{out} = \frac{1}{K} \frac{Z_2 - Z_1}{X_1 - X_2} + Y_1 \quad (7.2.11)$$

となる。

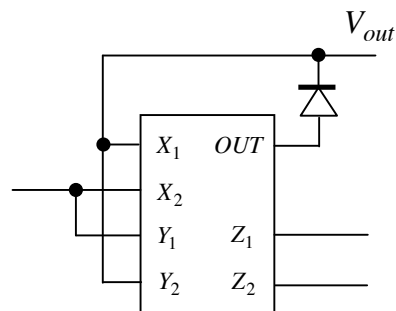


図 7-7 平方根演算

平方根演算：図 7-7 のように出力からダイオードを介して X_1 、 Y_2 入力に接続し、 Z_1 、 Z_2 を入力とし、また X_2 と Y_1 を接続して補助入力とし、 X_1 から出力を取り出すと

$$\left. \begin{aligned} X_1 = Y_2 = V_{out} - V_D, & \quad X_2 = Y_1 \\ X_1 = Y_2 = V_{out} - V_D, & \quad X_2 = Y_1 \end{aligned} \right\} \quad (7.2.12)$$

より

$$K(X_1 - X_2)^2 = (Z_2 - Z_1) - \frac{X_1 + V_D}{A} \quad (7.2.13)$$

したがって A が十分大きく

$$Z_2 - Z_1 \gg |X_1 + V_D|/A \quad (7.2.14)$$

であれば

$$X_1 = \sqrt{\frac{Z_2 - Z_1}{K}} + X_2 \quad (7.2.15)$$

となり、 $X_1 - X_2$ は $Z_2 - Z_1$ の平方根に比例する。ここで

$$K = 1/10V, \quad A = 3162 (70dB)$$

とすると(7.2.10)式及び(7.2.14)式の成立範囲はそれぞれ

$$|X_1 - X_2| \gg 3mV$$

$$Z_2 - Z_1 \gg 3mV$$

である。即ち除算、平方根演算では入力レベルが小さいときには誤差が増えるので、使用に当たっては信号レベルに十分注意することが必要である。

7-3 対数増幅回路

ダイオードまたはトランジスタの指数関数特性を利用して対数増幅器を実現することができる。図 7-8 に示すようにオペアンプの負帰還回路にトランジスタを挿入することを考える。トランジスタのコレクター電流 I_C はベース・エミッター間電圧を V_{BE} として、

$$I_C = I_{EBS} e^{qV_{BE}/kT} \quad (7.3.1)$$

で与えられる。ここで

$$V_1/R = I_C \quad (7.3.2)$$

より

$$\begin{cases} V_1/R = I_{EBS} e^{qV_{BE}/kT} \\ V_2 = -V_{BE} \end{cases} \quad (7.3.3)$$

が成立する。これより出力電圧 V_2 は

$$V_2 = -\frac{kT}{q} \ln \frac{V_1}{RI_{EBS}} \quad (7.3.4)$$

となる。但しこのままでは飽和電流 I_{EBS} の温度依存性が大きいので、温度によるオフセット変化 ($-\ln(RI_{EBS})$) が大きく実用にはならない。そこで実用回路では図 7-9 に示すように、特性の揃ったペアトランジスタを用いて I_S の温度依存性を打ち消している。

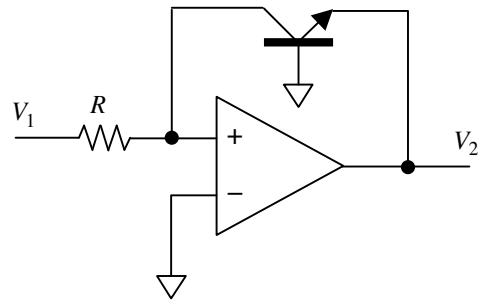


図 7-8 対数増幅器の原理

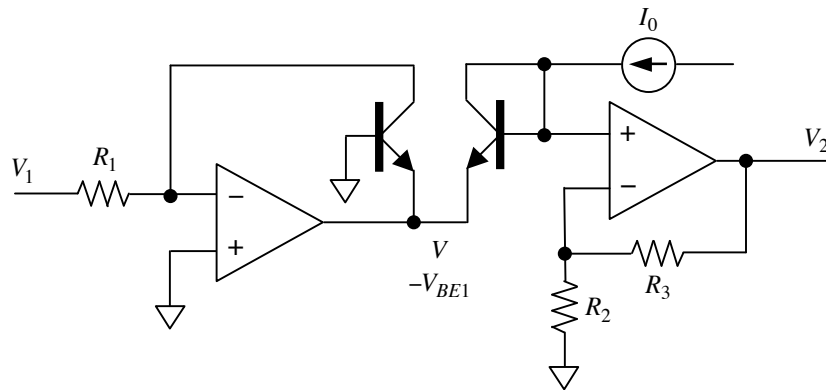


図 7-9 対数増幅器の実用回路

図 7-9 において

$$\begin{cases} V_1/R_1 = I_{S1} e^{qV_{BE1}/kT} \\ I_0 = I_{S2} e^{qV_{BE2}/kT} \\ V_2 = (1 + \frac{R_3}{R_2})(-V_{BE1} + V_{BE2}) \end{cases} \quad (7.3.5)$$

が成立する。ここで

$$V_{BE1} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{V_1/R_1}{I_{EBS1}}\right), \quad V_{BE2} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_0}{I_{EBS2}}\right) \quad (7.3.6)$$

を用いると、出力は

$$V_2 = -\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \frac{kT}{q} \left(\ln \frac{V_1}{R_1 I_0} + \ln \frac{I_{EBS2}}{I_{EBS1}}\right) \quad (7.3.7)$$

となる。2個のトランジスタの特性が良く揃っていれば $I_{EBS1} = I_{EBS2}$ であるので

$$V_2 = -\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \frac{kT}{q} \ln \frac{V_1}{R_1 I_0} \quad (7.3.8)$$

となり、 I_{EBS} による温度依存性が打ち消される。但し利得係数に kT/q の項があるので、利得係数の温度依存性を打ち消すために R_2 として、 $(1 + R_3/R_2)kT/q$ が温度変化に対して一定となるような温度係数を持つ抵抗を用いる必要がある。