

修士論文

TAMAの懸架装置の開発

理学系研究科物理学専攻 06136

依田達夫

2002年1月

# 目次

第 1 章	はじめに	1
第 2 章	重力波と TAMA300	3
2.1	重力波の導出	3
2.1.1	一般相対論の基礎	3
2.1.2	Einstein 方程式の線形化	4
2.1.3	平面重力波	6
2.1.4	重力波の偏向	7
2.2	予想される重力波源	9
2.2.1	重力波の放射公式	9
2.2.2	主な重力波源	10
2.3	レーザー干渉計重力波検出器	11
2.3.1	Michelson 干渉計	11
2.3.2	Michelson 干渉計の重力波に対する応答	12
2.3.3	世界の干渉計計画	14
2.4	TAMA300 の概要	15
2.4.1	TAMA 計画	15
2.4.2	TAMA300 の主要構成要素	15
2.4.3	レーザー干渉計の雑音	16
2.4.4	TAMA300 の現状	18
第 3 章	受動防振の基礎	19
3.1	サスペンションの役割	19
3.2	防振性能の指標	20
3.2.1	座標系の設定	20
3.2.2	防振性能	21
3.3	地面振動と防振系に要求される防振性能	23
3.3.1	地面振動モデル	23
3.3.2	観測帯域での目標感度と防振比	24
3.3.3	全帯域の RMS 振幅	25
3.4	モデル計算の種類	26

3.5	サスペンションについて . . . . .	27
3.5.1	水平防振 . . . . .	27
3.5.2	Q 値について . . . . .	32
3.5.3	位相について . . . . .	34
3.5.4	垂直防振 . . . . .	35
<b>第 4 章</b>	<b>SAS と新しい suspension</b>	<b>38</b>
4.1	低周波防振装置 SAS . . . . .	38
4.1.1	低周波防振の必要性 . . . . .	38
4.1.2	SAS の概要 . . . . .	39
4.2	SAS の防振特性 . . . . .	43
4.3	新しい Suspension の開発 . . . . .	46
4.3.1	新しい suspension の概要 . . . . .	46
4.3.2	Recoil Mass . . . . .	47
4.3.3	parameter の決定 . . . . .	51
4.3.4	TAMA SAS 用 suspension の試作機 . . . . .	59
4.3.5	試作機のモデル計算 . . . . .	59
<b>第 5 章</b>	<b>実験結果</b>	<b>61</b>
5.1	サスペンションの加振実験 . . . . .	61
5.1.1	実験方法 . . . . .	61
5.1.2	XX 防振比の測定 . . . . .	65
5.1.3	ZZ 防振比の測定 . . . . .	68
5.2	Mirror 制御の実験 . . . . .	69
5.2.1	実験方法 . . . . .	69
5.2.2	x 方向の制御 . . . . .	71
5.2.3	回転方向の制御 . . . . .	73
5.3	サスペンションの DC 制御 . . . . .	74
5.3.1	DC 制御実験の結果 . . . . .	74
5.3.2	カップリング率の測定 . . . . .	76
5.4	回転方向の伝達関数測定 . . . . .	77
5.5	伝達関数測定のまとめ . . . . .	82
<b>第 6 章</b>	<b>結論</b>	<b>89</b>
<b>付 録 A</b>	<b>MGAS の開発</b>	<b>93</b>
A.1	Anti-Spring とは . . . . .	93
A.2	MGAS . . . . .	93
A.3	簡単なモデル計算 . . . . .	94
A.3.1	MGAS の特性 . . . . .	97

A.4 実験結果 . . . . . 99

# 第1章 はじめに

Einstein は一般相対論を発表した翌年の1916年に重力波の存在を予言した。質量を持つ物体の周りには重力場があり、物体の加速度運動により重力波が放出され、重力場が変動する。ちょうど電磁波が電荷の加速度運動によって引き起こされるのに似ている。そして重力波は時空の歪みを光速で伝播するのである。

重力波がもたらすであろう宇宙に関する情報は、これまでとは全く異質で、未知のものであろうと予想される。先に述べたように重力相互作用は弱く、重力波は発生しにくく、検出も困難である。しかし相互作用が弱いということは、いったん発生すれば途中の物質の影響をほとんど受けずに発生源の情報を伝えてくれるのである [6]。

例えば超新星爆発に伴う中性子星の形成を考えてみよう。光で観測できるのはせいぜい爆発前の星の表面程度である。それより内側では光子は外に出るまでに多数の電子や原子に吸収・散乱されてしまい、我々まで届かない。ニュートリノなら星の内部のような低密度層は突き抜けることができる。1987年の大マゼラン星雲の超新星爆発では、ニュートリノの観測から中性子星内部の温度などの情報を得ることができた。しかしニュートリノでも中性子星の中心部はあまりにも高温・高圧のため吸収・散乱され、表面に出てくる時には中心部の情報を失っている。重力波なら中性子星の中心の情報も得ることができるのである。ニュートリノの観測でそうであったように、重力波の観測で重力波天文学という新しい天文学の誕生、天文学・物理学の飛躍的な進歩が期待される。

重力波の存在は間接的には証明されている。1974年に Hulse と Taylor が発見したパルサー PSR1913+16 は別の中性子星と近接連星系をなしており、約8時間の公転周期が  $76.54\mu\text{ s/year}$  の割合で減少していることがわかった。これは公転に伴う重力波放出により系のエネルギーが失われ、軌道が落ち込んだためだと考えられる。そして一般相対論による重力波放出による予想減少値は  $75.75\mu\text{ s/year}$  であり、1%の精度で一致した [1]。この功績により二人は1993年にノーベル物理学賞を受賞している [2]。

こうして重力波の存在は確かめられた。しかし Einstein の予言から80年以上もの時が過ぎたが、いまだに直接には重力波は検出されていない。これは重力波と

物質の相互作用が非常に弱く、検出しようとする信号が極端に小さいからである。現在いくつかの大型レーザー干渉計による重力波の検出計画が進行中である<sup>1</sup> [3] [4] [5]。これらは極限技術の集まりである。例えば  $h \sim 10^{-21}$  の重力波<sup>2</sup>を捉えるには、2点間の距離の変化を、その距離の  $1/10^{21}$  の精度で測る必要がある。このレベルでは地面振動、熱雑音、光源の散乱雑音や周波数・強度雑音、あらゆるものが雑音源となる。このためレーザー、ミラー、防振装置などの開発が日々行われている。

雑音の中でも、地上の干渉計にとって地面振動は避けられないものである。地面振動には地震などの突発的なもの以外にも、常微動と呼ばれる定常的なものも存在するため、目標感度を達成するためには干渉計の鏡を防振する必要がある。TAMA300では鏡の懸架装置（サスペンション）とスタックが防振を担っている。

観測帯域<sup>3</sup>ではすでに十分な防振が行われているが、さらなる感度の向上を目指し、観測帯域を低周波まで広げるためには低周波の防振が必要になる。

TAMA300では近々SASという超低周波防振装置が導入される予定である。現在坪野研の地下でSASの開発が続いている。そのSASで用いる鏡のサスペンションの開発（設計、性能確認）が本論文のテーマである。

第2章で重力波の発生、検出の原理、そしてTAMA300について簡単に説明する。

第3章では受動防振の基礎について説明する。

第4章ではSASを簡単に紹介し、新しいサスペンションの概要を説明する。

第5章ではサスペンションの性能評価実験の結果を報告する。

第6章ではサスペンションについてまとめる。

---

<sup>1</sup> LIGO(米)、VIRGO(仏、伊)、GEO(独、英)、そして日本のTAMA300。

<sup>2</sup>  $h$ は空間の歪みを現す無次元の量。

<sup>3</sup> 150Hz ~ 450Hz

## 第2章 重力波とTAMA300

重力相互作用は一般相対論の Einstein 方程式で記述され、この方程式を弱重力場で解くと重力波が導かれる。この章では重力波を導出し、その性質を説明する [7] [8]。また主な重力波源を紹介する。

重力波の効果は極端に弱いため、いまだに直接検出はなされていない。現在、直接検出を目指して各国で大型レーザー干渉計計画が進んでいる。レーザー干渉計の原理 [9] と日本の TAMA300 について説明する。

### 2.1 重力波の導出

#### 2.1.1 一般相対論の基礎

一般相対論では重力は時空の歪みとして記述される。時空のある点  $x^\mu$  とそれから微小に離れた点  $x^\mu + dx^\mu$  までの世界間 (固有距離)  $ds$  は以下のように定義される。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.1)$$

ここで  $\mu, \nu$  は 1 から 4 までの値を取り、 $x^\mu = (-ct, x, y, z)$  である。  $c$  は光速である。  $g_{\mu\nu}$  は時空の性質を表す計量テンソルの成分である。  $g_{\mu\nu}$  から Christoffel 記号  $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ 、Riemann テンソル  $R^\mu_{\nu\alpha\beta}$  が定義される。

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} \Gamma^{\mu\alpha} (\Gamma_{\alpha\mu,\lambda} + \Gamma_{\alpha\lambda,\mu} - \Gamma_{\mu\lambda,\alpha}) \quad (2.2)$$

$$R^\mu_{\nu\alpha\beta} = \Gamma^\mu_{\nu\beta,\alpha} - \Gamma^\mu_{\nu\alpha,\beta} + \Gamma^\mu_{\gamma\alpha} \Gamma^\gamma_{\nu\beta} - \Gamma^\mu_{\gamma\beta} \Gamma^\gamma_{\nu\alpha} \quad (2.3)$$

さらに Ricci テンソル  $R_{\mu\nu}$ 、Ricci スカラー  $R$ 、Einstein テンソル  $G_{\mu\nu}$  が以下のように定義される。

$$R_{\mu\nu} = R^\alpha_{\mu\alpha\nu} \quad (2.4)$$

$$R = R^\alpha_{\alpha} \quad (2.5)$$

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (2.6)$$

質量やエネルギーの時空における分布をしめすエネルギー運動量テンソルを  $T_{\mu\nu}$  とおくと Einstein 方程式は以下ようになる。

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

### 2.1.2 Einstein 方程式の線形化

まず、真空中では  $T_{\mu\nu} = 0$  であるから、式 (2.7) は、

$$G_{\mu\nu} = 0 \quad (2.8)$$

となる。平坦な時空を表す Minkowski 計量、

$$g_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

が式 (2.8) の解になる。

次に、弱い重力場の場合、重力場は Minkowski 時空からの摂動として考えられる。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.10)$$

ただし  $h_{\mu\nu}$  は摂動項であり、 $|h_{\mu\nu}| \ll 1$  が成り立つ。ここで線形近似を行う、つまり  $h_{\mu\nu}$  の 1 次の項まで考える。添え字の上げ下げは  $|h_{\mu\nu}|$  の 0 次の項、即ち  $\eta_{\mu\nu}$  で行う。

$$h^\mu{}_\nu = \eta^{\mu\lambda} h_{\lambda\nu} \quad (2.11)$$

$$h^{\mu\nu} = \eta^{\mu\lambda} \eta^{\nu\sigma} h_{\lambda\sigma} \quad (2.12)$$

$$g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} \quad (2.13)$$

以下  $|h_{\mu\nu}|$  の 1 次の精度で求めると、

#### Christoffel 記号

$$\begin{aligned} \Gamma^\alpha{}_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (g_{\beta\mu,\nu} + g_{\beta\nu,\mu} - g_{\mu\nu,\beta}) \\ &= \frac{1}{2} \eta^{\alpha\beta} (h_{\beta\mu,\nu} + h_{\beta\nu,\mu} - h_{\mu\nu,\beta}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

#### Riemann テンソル

$$\begin{aligned} R^\alpha{}_{\beta\mu\nu} &= \Gamma^\alpha{}_{\beta\nu,\mu} - \Gamma^\alpha{}_{\beta\mu,\nu} + \Gamma^\alpha{}_{\sigma\mu} \Gamma^\sigma{}_{\beta\nu} - \Gamma^\alpha{}_{\sigma\nu} \Gamma^\sigma{}_{\beta\mu} \\ &= \frac{1}{2} \eta^{\alpha\lambda} (h_{\lambda\nu,\beta\mu} + h_{\beta\mu,\lambda\nu} - h_{\beta\nu,\lambda\mu} - h_{\lambda\mu,\beta\nu}) \\ &\quad (\Gamma \sim O^2(h)) \end{aligned} \quad (2.15)$$

#### Ricci テンソル

Riemann テンソルの上付添字と下付添字を縮約する。

$$R_{\beta\nu} = \frac{1}{2} (h_{\gamma\nu}{}^{,\gamma}{}_{,\beta} + h_{\gamma\beta}{}^{,\gamma}{}_{,\nu} - h_{\beta\nu}{}^{,\gamma}{}_{,\gamma} - h_{,\beta\nu}) \quad (2.16)$$

ただし  $h$  は  $h_{\mu\nu}$  の trace

$$h \equiv \eta^{\mu\nu} h_{\mu\nu} \quad (2.17)$$

スカラー曲率

Ricci テンソルをさらに縮約すると、スカラー曲率を得る。

$$\begin{aligned} R &= g^{\beta\nu} R_{\beta\nu} = \eta^{\beta\nu} R_{\beta\nu} \\ &= h_{\mu\nu}{}^{;\mu\nu} - h^{;\gamma}{}_{;\gamma} \end{aligned} \quad (2.18)$$

式 (2.10)、(2.16)、(2.18) より弱重力場における Einstein 方程式 (2.7) は、

$$\begin{aligned} h_{\gamma\nu}{}^{;\gamma}{}_{;\mu} + h_{\gamma\mu}{}^{;\gamma}{}_{;\nu} - h_{\mu\nu}{}^{;\gamma}{}_{;\gamma} - h_{,\mu\nu} + \\ \eta_{\mu\nu} (h_{\gamma\lambda}{}^{;\gamma\lambda} - h^{;\gamma}{}_{;\gamma}) = \frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.19)$$

と書ける。

ここで trace reverse tensor  $\bar{h}$  を導入する<sup>1</sup>。

$$\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (2.20)$$

これにより式 (2.19) は次のように簡略化される。

$$\bar{h}_{\gamma\nu}{}^{;\gamma}{}_{;\mu} + \bar{h}_{\gamma\mu}{}^{;\gamma}{}_{;\nu} - \bar{h}_{\mu\nu}{}^{;\gamma}{}_{;\gamma} + \eta_{\mu\nu}\bar{h}_{\gamma\lambda}{}^{;\gamma\lambda} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.21)$$

この方程式の一般性を失うことなく、Lorentz gauge 条件

$$\bar{h}^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0 \quad (2.22)$$

を課することができる [7]。その結果線形化された Einstein 方程式

$$\bar{h}_{\mu\nu}{}^{;\alpha}{}_{;\alpha} = \frac{-16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.23)$$

を得る。特に真空中はエネルギーが 0 なので、

$$\bar{h}_{\mu\nu}{}^{;\alpha}{}_{;\alpha} = 0 \quad (2.24)$$

すなわち、

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial(ct)^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.25)$$

この 3 次元波動方程式の解が重力波である。重力波は時空の歪みであり、伝播速度は光速であることがこの式からわかる。

<sup>1</sup>  $\bar{h} \equiv \bar{h}^\mu{}_\mu = h - 2h = -h$  という関係が成り立つ。

### 2.1.3 平面重力波

式(2.22)の Lorentz gauge 条件を満たす、式(2.25)の Einstein 方程式の最も単純な解は次のような単色平面波である。電磁波と同様に、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} e^{ik_\alpha x^\alpha} \quad (2.26)$$

また式(2.22)、(2.24)より、

$$k_\alpha k^\alpha = 0 \quad (2.27)$$

$$A^{\mu\alpha} k_\alpha = 0 \quad (2.28)$$

の二つの条件が  $k_\alpha$  に課される。(2.27)は平面重力波が電磁波と同様に光速で進行することを現し、(2.28)は平面重力波の振幅はその進行方向に直交する(横波)ことを意味する。

#### TT Gauge

式(2.22)の Lorentz gauge 条件はまだ任意性を残している。それは

$$\xi^\mu{}_{;\alpha} = 0 \quad (2.29)$$

という条件を満たす  $\xi^\mu$  で座標変換  $x^\mu_{(new)} = x^\mu_{(old)} + \xi^\mu$  を行っても Lorentz gauge 条件は満たされる。そこでこの  $\xi^\mu$  を利用して、

$$A^\alpha{}_\alpha = 0 \quad (2.30)$$

$$A_{\mu\alpha} u^\alpha = 0 \quad (2.31)$$

という条件を満たすように  $A_{\mu\nu}$  を変換することができる。ただし  $u^\alpha$  は任意の4元ベクトルである。これらの条件を Transverse traceless Gauge (TT Gauge) と呼ぶ。これで座標の任意性はなくなった。

#### Traceless

式(2.28)は  $\bar{h}_{\mu\nu}$  の trace が0であることを要請する。

$$\bar{h}^{TT\alpha}{}_\alpha = 0 \quad (2.32)$$

これは  $h_{\mu\nu}$  と  $\bar{h}_{\mu\nu}$  の区別がなくなったことを意味する。

$$\bar{h}^{TT}_{\mu\nu} = h^{TT}_{\mu\nu} \quad (2.33)$$

#### Transverse

式(2.28)と(2.31)から局所 Lorentz 系にいる任意の観測者から見て重力波は横波(Transverse wave)として観測される、そのような座標が必ずあることを意味する。

## 2.1.4 重力波の偏向

重力波の自由度

局所 Lorentz 系にいる観測者を考える。観測者の 4 元速度を

$$(U^\alpha)_0 = (1, 0, 0, 0) \quad (2.34)$$

とする。TT Gauge では式 (2.31) より

$$A_{\alpha 0} = 0 \quad (2.35)$$

が成り立つ。さらに重力波の進行方向が  $z$  軸とする。つまり  $k = (\omega, 0, 0, k)$ 、ただし  $\omega = ck$  である。この時、式 (2.28) より

$$A_{\alpha z} = 0 \quad (2.36)$$

が成り立つ。 $A_{\mu\nu}$  が traceless の対称テンソルであることから、

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

このように重力波は二つの自由度  $h_+$ 、 $h_\times$  を持つ。

重力波が自由質点に及ぼす影響

重力波以外の力を受けない自由質点の運動は測地線方程式によって決まる。

$$\frac{dU^\alpha}{d\tau} + \Gamma^\alpha_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = 0 \quad (2.38)$$

ただし  $U^\alpha$  は質点の 4 元速度、 $\tau$  は質点の固有時間である。

この質点が初速を持たず、式 (2.34) に従うとする。この時質点に働く加速度は、

$$\left(\frac{dU^\alpha}{d\tau}\right)_0 = \Gamma^\alpha_{00} \quad (2.39)$$

$$= -\frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}(h_{\beta 0,0} + h_{0\beta,0} + h_{00,\beta}) \quad (2.40)$$

$$= 0 \quad (2.41)$$

となり、質点は加速度を受けない。つまり重力波が入射しても質点の座標は変わらない。これは TT gauge により、重力波が入射しても座標値が変化しないように

座標が変化しているからである。

重力波の影響を見るためには、2つの近接した静止している2質点を考える。座標を  $(0, 0, 0)$ 、 $(\epsilon, 0, 0)$  とする。重力波が入射しても、前述の通り2点の座標は変化しないが、2質点間の固有距離  $\delta l$  は、

$$\begin{aligned} \delta l &\equiv \int |ds^2|^{\frac{1}{2}} = \int |g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu|^{\frac{1}{2}} \\ &= \int_0^\epsilon |g_{xx}|^{\frac{1}{2}} dx \\ &\sim |g_{xx}(x=0)|^{\frac{1}{2}} \epsilon \\ &\sim \left[ 1 + \frac{1}{2} h_{xx}^{TT}(x=0) \right] \epsilon \end{aligned} \quad (2.42)$$

このように変化する。この固有距離の変化は、座標系の取り方によらずに存在する。

### 重力波の偏光

近接質点間の固有距離の変化を用いて、重力波の2つの自由度の性質を考える。原点、及び  $xy$  平面内の原点近傍に、原点から半径  $\epsilon$  の円周上に静止している自由質点群があるとする。

この質点群に  $z$  軸方向に進む  $h_+$  の重力波が入射したとする ( $h_\times = 0$ )。質点の座標を  $(\epsilon \cos \theta, \epsilon \sin \theta, 0)$  として、原点からの固有距離を式 (2.42) から求めると、

$$\delta l \sim \left( 1 + \frac{1}{2} h_+ e^{ik(t-z)} \cos 2\theta \right) \epsilon \quad (2.43)$$

この固有距離の時間変化を図示したのが図 2.1(左) である。

同様に、 $z$  軸方向 (紙面を貫く) に進む  $h_\times$  の重力波 ( $h_+ = 0$ ) の場合は、

$$\delta l \sim \left( 1 + \frac{1}{2} h_\times e^{ik(t-z)} \sin 2\theta \right) \epsilon \quad (2.44)$$

となる (図 2.1 右)。

$h_+$  の及ぼす効果を +(plus) モード、 $h_\times$  の及ぼす効果を ×(cross) モードという。×モードは、+モードを45度回転した形をしている。この2つのモードが、重力波の偏光成分である。

重力波検出器はこの自由質点の動きを観測しようというものである。

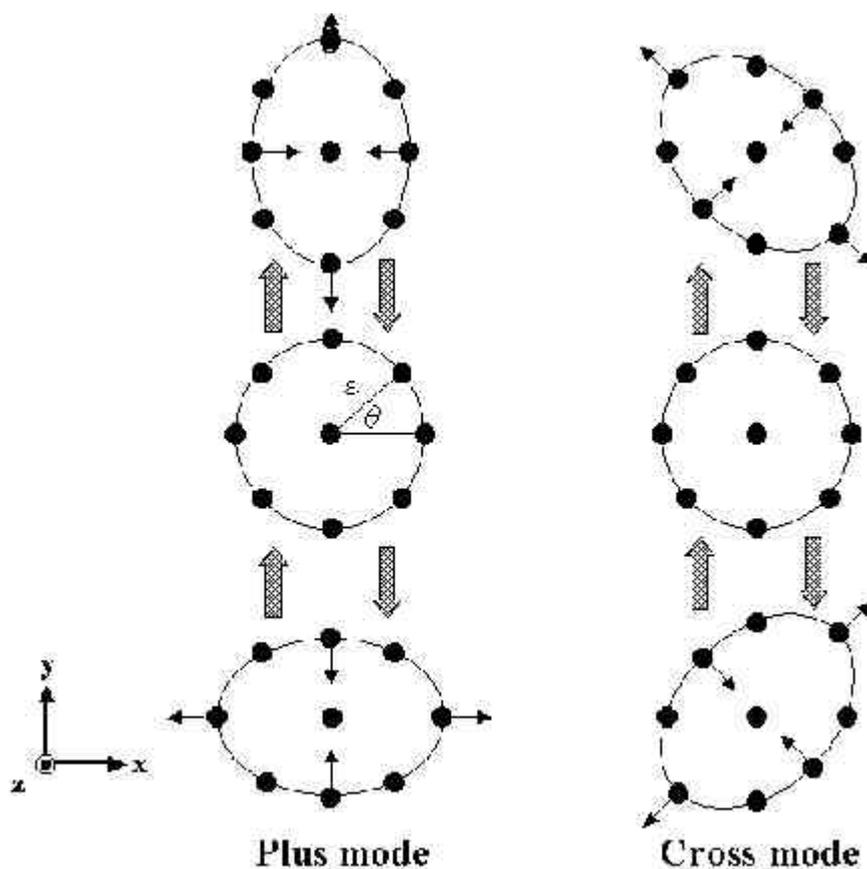


図 2.1: 重力波による自由質点群の固有距離の変化

## 2.2 予想される重力波源

### 2.2.1 重力波の放射公式

重力波の放射公式は、重力波源の物質の速度が小さく、重力ポテンシャルが小さい時展開して求めることができる。電磁波と異なるところは、電荷は正負の2種類存在するが、質量は常に正であるので2重極放射は存在しないことである。つまり一番大きい項は4重極放射となる。この放射によるエネルギー放出は、

$$\frac{dE}{dt} = \frac{G}{45c^5} \left( \frac{d^3 D_{ij}}{dt^3} \right)^2 \quad (2.45)$$

$$D_{ij} = \int \rho \left( x_i x_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} r^2 \right) d^3x \quad (2.46)$$

である<sup>2</sup>。

<sup>2</sup>重力波源から距離  $r$  離れたところにおける重力波の振幅は  $h_{ij} = -\frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} \ddot{D}_{ij}$  である。

これらの式から、重力波の効果は光速の5乗に反比例するため、非常に弱い。重力波源としては大質量のコヒーレントな運動、つまり天体現象が考えられる。また4重極モーメントの変化がなければならぬため、球対称な系や、軸対称で定常的な系からは重力波は放出されないことがわかる。

### 2.2.2 主な重力波源

予想される重力波源と、それぞれの周波数や振幅の上限などを表にまとめた(表2.1) [10]。重力波の周波数帯によって高周波、低周波にわけて説明する。

#### 高周波数 1Hz ~ 10kHz

1Hz以上というのは、地上の重力波検出器で観測可能な重力波の帯域であり、地面振動や重力勾配変動の制約で検出器の感度は決まる。もっとも100Hz以下は第4章で紹介するSASのような低周波防振装置が不可欠である。

最も有望な重力波源は、中性子星やブラックホール同士の衝突合体である。重力波の存在を間接的に証明した連星パルサーPSR1913+16も3億年後には、重力波放出によってエネルギーを失い、軌道が落ち込み衝突する。衝突直前には重力波の周波数がどんどん上がり(チャープ信号)、その波形の詳細な予測がなされている。

超新星爆発も有力な重力波源であるが、連星合体に比べると波形の予測は難しい。

重力波源	周波数	振幅	頻度
連星中性子星合体	10Hz ~ 1kHz	$10^{-21}$	数回/年
超新星爆発(銀河系内)	~ 1kHz	$10^{-18}$	数回/100年
超新星爆発(乙女座銀河団)	~ 1kHz	$10^{-21}$	数回/年
巨大ブラックホールの形成	~ 1mHz	$10^{-17}$	1/年
宇宙背景放射	$10^{-7}$ Hz	$10^{-15}$	背景

表 2.1: 主な重力波源

#### 低周波数 ~ 1Hz

この帯域は、将来の宇宙空間レーザー干渉計LISA[9]の観測帯域(0.1mHz ~ 100mHz)である。

銀河系内で中性子星や白色矮星などの連星が、連続的な重力波を放出しているはずである。その周波数は光や電波の観測でよくわかっているため、LISAで確実に観測が期待できる重力波源である。

ブラックホールの形成、ブラックホール同士の衝突もこの周波数帯である。

低周波で最も興味深いのが宇宙背景重力放射である。ビッグバンがマイクロ波の背景放射を残したように重力波の背景放射も残っているはずである。重力波は他との相互作用が弱いので、宇宙誕生  $10^{-25}$  秒後に生じた重力波が現在も残っている可能性がある。その他にもインフレーションや宇宙紐などの宇宙論的な起源を持つ重力波が考えられる。LISA はこれらの可能性を検証し、初期宇宙の手がかりを与えるだろう。

## 2.3 レーザー干渉計重力波検出器

### 2.3.1 Michelson 干渉計

レーザー干渉計型重力波検出器は Michelson 干渉計を基本としている。Michelson 干渉計 (図 2.2) では、光源からの光はビームスプリッター (BS) で 2 方向に分割され、直交する干渉計の二つの腕に入射される。それぞれの腕の終端には、自由質点となるよう吊るされた鏡が置かれ、光を反射する。戻ってきた光は BS 上で干渉する。その干渉光を光検出器 (PD) で検出し、光の強度変化から両腕の光路長の差動変動を読み取ることができる。

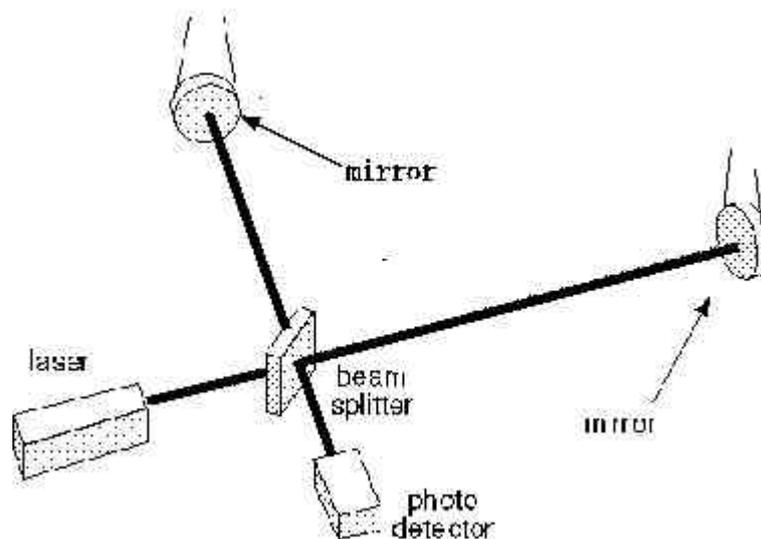


図 2.2: Michelson 干渉計の概念図

### 2.3.2 Michelson 干渉計の重力波に対する応答

図 2.2 の Michelson 干渉計に進行方向が  $z$  軸方向で、 $h_+$  偏光の重力波が入射した場合を考える。4 元線素は

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h_+) dx^2 + (1 - h_+) dy^2 + dz^2 \quad (2.47)$$

となる。以下  $h_+$  としないで単に  $h$  と書く。

BS や鏡は水平方向には自由質点として振舞うとすると、これらの座標は変化しない (2.1.4 節)。そこで BS を座標原点とし、二つの鏡の座標をそれぞれ  $(l_1, 0, 0)$  と  $(0, l_2, 0)$  とする。光の位相変化を求めるために、まず  $x$  軸方向の光路を考える。光は  $ds^2 = 0$  の道筋を通り、また  $dy = 0$ 、 $dz = 0$  なので、

$$-c^2 dt^2 + \{1 + h(t)\} dx^2 = 0 \quad (2.48)$$

に従う。光が BS で分割された時刻を  $t$  とし、 $x$  軸方向の腕を往復して BS に戻ってきた時刻を  $t_1$  とする。式 (2.48) を計算すると、

$$\int_t^{t_1} \frac{c dt'}{\sqrt{1 + h(t')}} = \int_0^{l_1} dx + \int_{l_1}^0 (-dx) \quad (2.49)$$

次に  $h(t)$  が十分小さい ( $h(t) \ll 1$ ) と近似し、また  $t_1 \sim t + \frac{2l_1}{c}$  とする。

$$(t_1 - t) - \frac{1}{2} \int_t^{t + \frac{2l_1}{c}} h(t') dt' = \frac{2l_1}{c} \quad (2.50)$$

$$t_1 = \frac{2l_1}{c} + t + \frac{1}{2} \int_t^{t + \frac{2l_1}{c}} h(t') dt' \quad (2.51)$$

光が  $y$  軸方向の腕を往復して戻ってきた時刻  $t_2$  も同様に求められる。

$$t_2 = \frac{2l_2}{c} + t + \frac{1}{2} \int_t^{t + \frac{2l_2}{c}} h(t') dt' \quad (2.52)$$

干渉計では両者の位相差  $\psi$  が検出されるわけだが、光の角周波数を  $\omega$  として、

$$\begin{aligned} \psi(t) &= 2\pi\omega (t_1 - t_2) \\ &= 4\pi\omega (l_1 - l_2) + 2\pi\omega \int_t^{t + \frac{2l_1}{c}} h(t') dt' \end{aligned} \quad (2.53)$$

ただし、 $l \sim l_1 \sim l_2$  とした。第 2 項が重力波による位相差の変化である。そこで第 2 項を  $\phi_{GR}$  と置く。

$$\phi_{GR} = 2\pi\omega \int_t^{t + \frac{2l}{c}} h(t') dt' \quad (2.54)$$

$h_+$  mode の正弦的な重力波が入射したと仮定する。

$$h_+(t) = h_0 \cos \omega t \quad (2.55)$$

位相変化  $\phi_{GR}$  は

$$\phi_{GR} = 4\pi h_0 \frac{l}{c} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) \cos \omega\left(t + \frac{l}{c}\right) \quad (2.56)$$

この応答の振幅は

$$\phi_{GR} = 4\pi h_0 \frac{l}{c} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) \quad (2.57)$$

であり、周波数  $\omega$  の重力波に対して、

$$\frac{\omega l}{c} = \frac{\pi}{2} \quad (2.58)$$

の時、最大値を取る。

例えば 300Hz の重力波に対しては  $l = 250\text{km}$  の時、感度が最大になる。しかし現実的にそのような長基線長の干渉計を地上に建設するのは不可能である。そこで重力波検出器では、基線長を実効的に長くする工夫がなされている。鏡の間で光を複数回折り返す Delay-Line 方式 (DL 方式) (図 2.3 左) と、向かい合わせた鏡の多重干渉を利用した Fabry-Perot 方式 (FP 方式) (図 2.3 右) がある。

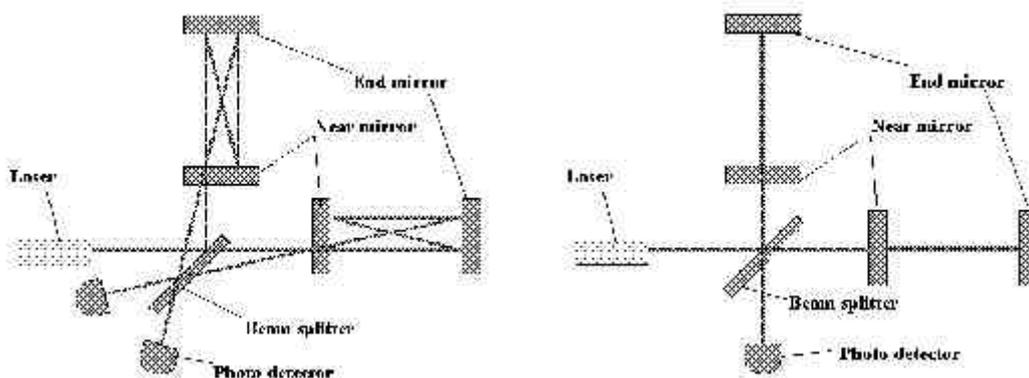


図 2.3: DL 方式 (左) と FP 方式 (右)

TAMA300 では FP 方式を採用しており、Michelson 干渉計の両腕を Fabry-Perot 共振器で置き換えた干渉計である (Fabry-Perot Michelson Interferometer, FPMI)。Fabry-Perot 共振器は 2 枚の鏡を平行に向かい合わせ、波長の半整数倍が共振器の長さより長い光のみを透過させる。その光は共振器内部で共鳴状態にあり、共振器内に長い間滞在して、往復しているのと等価になる。つまり実効的に基線長が長くなったことになる。

### 2.3.3 世界の干渉計計画

1990年代に入って世界各地で数100mから数kmクラスの大型干渉計計画が開始された(表2.2)。

国	計画名	基線長	方式
アメリカ	LIGO	4km × 2	Fabry-Perot
イタリア・フランス	VIRGO	3km	Fabry-Perot
イギリス・ドイツ	GEO	600m	Delay-Line
日本	TAMA	300m	Fabry-Perot

表 2.2: 世界の干渉計計画

- アメリカのLIGO計画は、長さ4kmの干渉計を離れた場所に2台造り、重力波信号の相関を取るといったものである。現在、一部が動き始めたところである。
- フランス・イタリアのVIRGO計画は、他の計画より低周波まで感度を伸ばした3kmの干渉計計画である。現在、防振装置と一部の光学系ができあがった所である。
- ドイツ・イギリスのGEO計画は帯域をずらして感度を特定の周波数で上げる、600mの干渉計である。現在、干渉計の一部が動作している。
- そして日本のTAMA計画である。詳しい特徴は次節(2.4)で述べるが、TAMA計画の重力波検出器TAMA300はアーム長300mと最も小型であるが、世界で現在のところ最も進行状況は進んでいる。1999年に世界に先駆けて重力波の観測を開始し、2000年には世界最高感度を達成した。これらの大型干渉計の中では唯一長時間稼動可能なアンテナである。

#### 将来計画

- LCGT

LCGT(Large scale Cryogenic Gravitational wave Telescope)[11]は日本の次世代重力波検出器である。低温ミラーを用いた基線長3kmのレーザー干渉計で、神岡鉱山の地下に建設される。ミラーを20Kに冷却することにより、ミラーの熱雑音を低減する。また神岡鉱山の地面振動はTAMA300が置かれている東京三鷹に比べて約2桁静かである。

- LISA

LISA(Laser Interferometer Space Antenna)[12] は宇宙空間レーザー干渉計計画である。地上では地面振動が雑音になり、1Hz以下の重力波は観測できない。これを避けるため検出装置を宇宙空間に持っていくしかない。LISAはそれぞれ500万km離れた3台の人工衛星がレーザー干渉計をつくり、太陽周回軌道上を地球から20度遅れた位置を保ちながら周り、低周波の重力波を検出する予定である。観測帯域は0.1mHz~100mHzである。

## 2.4 TAMA300 の概要

### 2.4.1 TAMA 計画

TAMA 計画は日本の大規模重力波検出計画である。東京三鷹の国立天文台の敷地内に、基線長300mのレーザー干渉計型重力波検出器 TAMA300 を建設した。TAMA300 は欧米の数kmクラスの検出器に比べると1桁スケールは小さいが、その分短期間での建設が可能であり、実際現在世界で唯一長時間安定して運転可能な検出器である。

TAMA300の目的は、

- 将来の日本の大型干渉計 LCGT のために必要な技術を確認する。
- 単なる技術開発に留まらず、近傍銀河でイベントが発生したら重力波を直接検出する。

そのため TAMA300 の観測帯域は150Hzから450Hzで、目標感度は  $h = 3 \times 10^{-21}$  である。

### 2.4.2 TAMA300 の主要構成要素

TAMA300の主要な構成要素について述べる。

- レーザー光源  
出力10Wの注入同期型LD励起Nd:YAGレーザー(1064nm)である。  
周波数安定化、強度安定化が行われている。
- モードクリーナー  
干渉計のノイズとなるレーザービームの揺れを抑えるため、干渉計に入射する前に光共振器を通してビームの整形(TEM<sub>00</sub>モードの選択)を行っている。
- パワーリサイクリング  
干渉計からレーザーに返ってくる光をリサイクリングミラーで干渉計に戻し、

光を再利用することで実効的にレーザーパワーを上げる。干渉計の基本ノイズの一つであるショットノイズは、レーザーパワーが高いほどシグナル・ノイズ比がよくなるからである。

- FP 共振器

両腕には長さが300mのFabry-Perot共振器が置かれている。実効的な距離は約150倍になっている。これは腕の長さが長ければ長いほど、重力波が引き起こす変化量は大きく、干渉計で検出しやすくなるからである。

- 防振 system

干渉計による重力波検出の原理の要請から、鏡はサスペンションに吊られ、水平方向に自由質点となっている。その他の主要光学系も防振のため吊られている。サスペンションはスタックと呼ばれるブロックとゴムを3段組み合わせた防振装置の上に置かれている。

- 真空 system

空気の揺動による外乱をさけるために、主要光学系は真空タンク ( $10^{-8}$ Torr) に収められている。また両腕の300mの光路もパイプ ( $10^{-9}$ Torr) により真空に保たれる。

- 制御 system

干渉計が動作するには、各共振器で光が共振する必要がある。そのため光の周波数や、共振器の長さやアライメントを制御する必要がある。制御のための信号は、光に位相変調をかけ、検出器の信号を復調してやることによって得られる。これを適当なフィルターを通して、レーザーや鏡にフィードバックする。鏡の制御はコイルマグネットアクチュエーターを用いている。

### 2.4.3 レーザー干渉計の雑音

TAMA300の3つの主な雑音は地面振動、熱雑音、散射雑音 (shot noise) である。

#### 地面振動

干渉計では光路長の変化を読み取ることで重力波を検出する。鏡が地面振動のような外乱によって簡単に揺れてしまったら、重力波の検出は不可能である。また振動は干渉計の安定な動作の妨げにもなる。

地震や大規模な人間活動 (工事など) による突発的な振動だけでなく、常微動という定常的な地面の微小振動が問題となる。常微動には人間活動も含まれ、また数百 mHz には microseismic peak と呼ばれる海洋の波によるものがある。以後、

地面振動とは常微動を指すものとする。また音などによる空気の揺れも振動源になる。これらの影響を防ぐため、光学系は真空中の防振系に置かれる。

### 熱雑音

物体は温度で決まるエネルギーを持ってブラウン運動をしている。TAMA300 は常温で動作するため、鏡や鏡を吊るワイヤーなどはブラウン運動によって振動している。光学素子の支持機構の振動や、光学素子そのものの弾性振動による変形が熱的に励起される。これらは干渉計の光路長の変動を引き起こすので雑音になり、熱雑音と呼ばれる。重力波検出器で問題になる熱雑音は 2 種類ある。

- 懸架装置の機械系散逸に起因する「振り子の熱雑音」
- 鏡自体における機械的散逸に起因する「鏡の熱雑音」

熱雑音は光学素子などで起こる力学的エネルギーの散逸によって生じる（揺動散逸定理）。そのため散逸の少ない鏡や、支持系を採用する。TAMA300 では鏡の材質には散逸の少ない熔融石英を使っている。鏡を吊っているワイヤーにはタングステンを使っている。

熱雑音を抑える別の方法として干渉計を冷却する方法がある。冷却に関しては研究が進んでおり、日本の次世代干渉計 LCGT で採用される。

### shot noise

光は光子の集まりなので、光検出器で検出する時に統計的な揺らぎが生じる。

$$I_{\text{shot}} = \sqrt{2eI_0} \text{ A}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (2.59)$$

この白色雑音が shot noise である。ここで  $e$  は素電荷、 $I_0$  はレーザー光により流れる光電流である。

干渉計の信号はレーザー強度に比例するから、shot noise に対するシグナル・ノイズ比 (SN 比) はレーザーのパワーが高いほど良くなる。

$$\text{SN} \propto \sqrt{I_0}/I_0 = 1/\sqrt{I_0} \quad (2.60)$$

このように shot noise を小さくするにはレーザーパワーを大きくするのが一つの方法である。ただしレーザーのパワーが高すぎると、今度は輻射圧の揺らぎが大きくなり、光が鏡を揺らしてしまう<sup>3</sup>。TAMA300 のレーザー出力は 10W で、輻射圧は問題になっていない。

<sup>3</sup>shot noise と輻射圧の揺らぎによる雑音が等しい時、2 つの雑音の 2 乗和は最小になる。不確定性原理で決まる量子限界である。

またパワーリサイクリングにより干渉計内部の光量を上げる方法もある。

これらの雑音により制限される TAMA300 の感度を図 2.4 に示す。低周波から数十 Hz までの感度を感度を決定するのが地面振動、観測帯域の感度を最終的に決めるのが熱雑音、そして高周波で支配的なのが散粒雑音である。

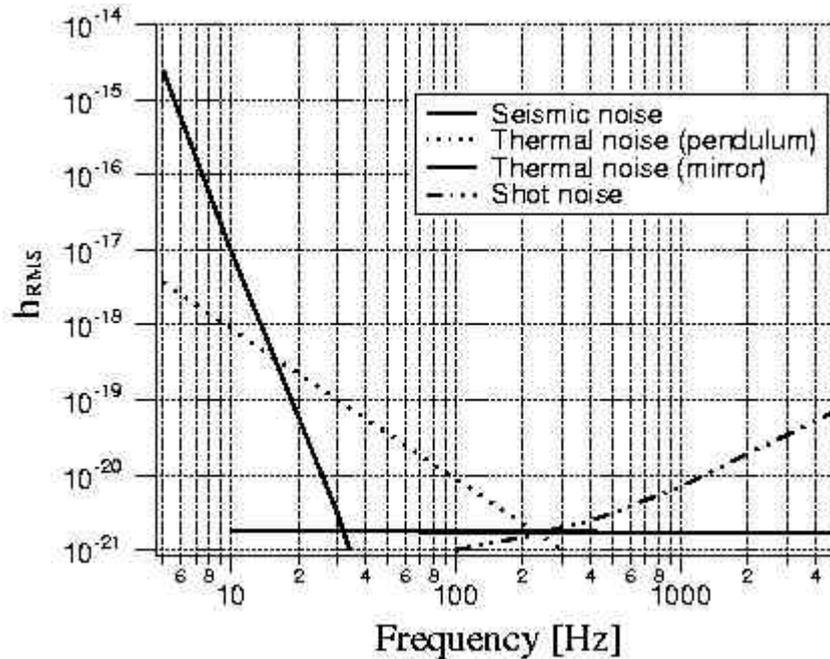


図 2.4: TAMA300 の感度

#### 2.4.4 TAMA300 の現状

TAMA300 は、2000 年夏に重力波検出器として世界最高感度:  $h \sim 5 \times 10^{-21} / \sqrt{\text{Hz}}$  を達成した。その後アクティブ防振装置を導入し、サスペンションの改良を行い、2001 年夏はのべ 1038 時間のデータ取得した。24 時間連続ロックにも成功した。現在はパワーリサイクリングの導入が行われている。

このように TAMA300 の進行状況は順調であるが、図 2.4 からわかるように現在の防振系では数十 Hz 以下の感度は地面振動により決定されている。観測帯域を低周波まで広げ、また干渉計をより安定に動作させるためには低周波防振装置が必要となる。TAMA300 では SAS (第 4 章) の導入が決定されている。

## 第3章 受動防振の基礎

防振には能動防振と受動防振の2つの方法がある。

能動防振は防振する対象の運動をセンサーによって検出し、これを打ち消すように制御をかける防振方法である。防振特性を柔軟に変えられる利点があるが、センサーや制御用のアクチュエータの分解能より小さな振動は防振できない。

受動防振は純粋に機械的な応答を用いた防振方法である。例えばバネや振り子がそうである。受動防振は信頼性が高く、安定に動作するのが利点であるが、防振特性を変更しづらいのが欠点である。

TAMA300の鏡のサスペンションは振り子を用いた受動防振装置 [13] [14] であり、今回開発した新しいサスペンションも同様である。そこでこの章では振り子による受動防振の基礎を説明する。

### 3.1 サスペンションの役割

- 鏡を自由質点にする  
これは干渉計の原理からの要請である。(鏡を自由落下状態にする。)重力波が入射すると自由質点間の固有距離が変化する(2.1.4節)ので、鏡は水平方向に束縛されていない。
- 防振する  
地面振動を防振しなければならない。重力波の効果は非常に微弱なので、地面振動により鏡が重力波の影響より大きく振れている場合は、重力波の検出は不可能である。
- ダンピング機構  
単純な振り子では、振り子の共振周波数で振動が増幅されてしまう。これを抑制するためにダンピングを行う必要がある。
- 制御機構  
鏡のアライメント制御(姿勢制御)や光路長の制御はサスペンションで行う。

以上のように役割りを分けたが、ダンピングはそれを含めて防振であるし、受動的な制御でもある。最初の2点から、重力波検出器のサスペンションは振り子を利用している。

## 3.2 防振性能の指標

サスペンションの防振性能を評価する必要があるので、本論文で用いる「防振比」や「RMS」の指標を説明する。

### 3.2.1 座標系の設定

サスペンションの運動を議論する便宜上、座標系を設定する必要がある。図3.1のように設定した。

- レーザーの光軸方向を  $x$  軸とする。
- 水平面内で、 $x$  軸に直行する方向を  $y$  軸とする。
- 鉛直上向きを  $z$  軸とする。
- $x, y, z$  軸は右手系をなすように選ぶ。
- $x$  軸まわりの回転をRollといい、 $\xi$  と書く。
- $x$  軸まわりの回転をPitchといい、 $\eta$  と書く。
- $x$  軸まわりの回転をYawといい、 $\zeta$  と書く。

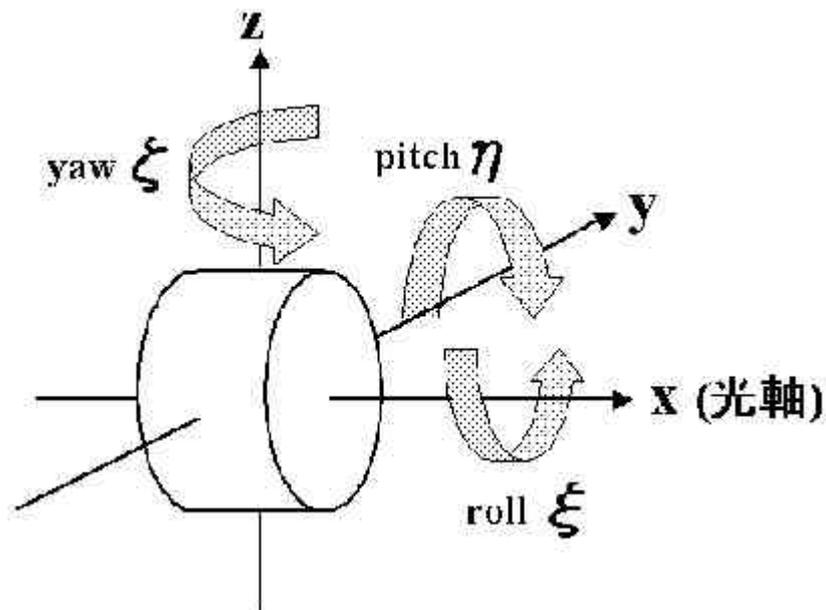


図 3.1: 座標系

### 3.2.2 防振性能

防振性能は「防振比」と「RMS 振幅」の2つで評価する。防振比は地面振動が鏡にどのくらい伝達するかを表す、伝達率である。一般的には伝達関数と呼ばれるもので、周波数に関する複素関数で表される。RMS(Root Mean Square)は全周波数領域で鏡がどれくらい動いているかを表す積分量である。並進、回転の6つの自由度は本来お互いに独立しているが、サスペンションの幾何学的な非対称性によって他の自由度と干渉する。これをカップリングという。これらについて説明する。

#### 防振比 (vibration isolation ratio)

防振比は、サスペンションポイントの振動振幅に対する、鏡の振動振幅の周波数応答である。並進の  $x, y, z$  の各方向に対して、周波数の関数として  $x$ - $x$  防振比、 $y$ - $y$  防振比、 $z$ - $z$  防振比がある。

$$\begin{aligned} T_{xx} &= \frac{\tilde{x}_f}{\tilde{X}} \\ T_{yy} &= \frac{\tilde{y}_f}{\tilde{Y}} \\ T_{zz} &= \frac{\tilde{z}_f}{\tilde{Z}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

ただし、大文字 ( $X, Y, Z$ ) はサスペンションポイントの、小文字 ( $x, y, z$ ) は鏡の振動を表す。また、 $\tilde{x}_f, \tilde{X}$  などは周波数領域での変位 (PSD: パワースペクトル密度) である。

回転方向の防振比も同様に、

$$\begin{aligned} T_{\xi\xi} &= \frac{\tilde{\xi}_f}{\tilde{\xi}} \\ T_{\eta\eta} &= \frac{\tilde{\eta}_f}{\tilde{\eta}} \\ T_{\zeta\zeta} &= \frac{\tilde{\zeta}_f}{\tilde{\zeta}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

防振比は振幅を振幅で割ったものなので、無次元である。防振比の絶対値を dB を用いて表すことが多い。

$$r_{dB} = 20 \log_{10} |r| \quad (3.3)$$

#### カップリング (coupling)

並進・回転の6つの自由度は本来独立であるはずである。つまり  $x$  方向の鏡の振動は、 $y$  や  $z$  方向の地面振動によって励起されず、無関係であるはずである。し

かしサスペンションには非対称性（設計上やむを得ない非対称性や、工作過程での部品の非対称性・サスペンションの組み立て過程での非対称性などの誤りによる非対称性がある）が存在するため、他の自由度に振動が漏れてしまうのである。このことをカップリングといい、カップリング量を次のように定義する。

$$\begin{aligned} T_{yx} &= \frac{\tilde{x}_f}{\tilde{Y}} \\ T_{zx} &= \frac{\tilde{x}_f}{\tilde{Z}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

本来の自由度に対する防振比と、他の自由度にどのくらい漏れたかを比較するのにカップリング率（coupling rate）を用いる。例えば  $Z$  方向の地面振動によって、鏡の  $z$  方向と  $x$  方向の振動を比較する。

$$\tau_{zx} = \frac{T_{zx}}{T_{zz}} \quad (3.5)$$

並進-回転のカップリングも重要であり、地面振動の並進振動振幅に対する鏡の回転振動振幅の周波数応答である。

例えば鏡にワイヤーを固定する場合、ワイヤーのクランプ点が鏡の重心の高さからずれていると、並進方向の振動でもトルクが生じ、回転方向に鏡は振動してしまう。

これらも並進-並進カップリングと同じように表す。例えば  $x$ -pitch 特性は、

$$T_{x\eta} = \frac{\tilde{\eta}_f}{\tilde{X}} \quad (3.6)$$

並進-回転カップリングは、角度を振幅で割ったものであるから、単位は rad/m である。

### RMS ( Root Mean Square ) 振幅

防振比は周波数応答関数であり、主に観測帯域において地面振動による鏡の振動と目標感度を比較するために用いる。しかし観測帯域で十分な防振比が得られても、振り子の共振等により鏡が常時大きく揺れてしまう事態が起こりうる。これでは干渉計は安定に動作できない。

そこで各自由度がどれくらい揺れているのかを知る必要があり、これを RMS 振幅という。RMS 振幅は変位のパワースペクトル密度 (PSD) を全周波数帯域で積分したパワーである。PSD は振動  $x(t)$  をフーリエ変換した周波数領域での変位  $\tilde{x}(f)$  である。防振比に実際観測された地面振動や、地面振動モデルによる地面振動を用いて求まる。

### 3.3 地面振動と防振系に要求される防振性能

重力波検出器の場合、防振システムに要求されるのは、

- 防振比  
重力波の観測帯域と同じ周波数帯域において、干渉計の要求を満たすだけ、鏡の振幅を抑える。これは地面振動による検出限界感度を決める。
- RMS  
低周波まで含めた全周波数帯域における鏡の振動を抑える。これは干渉計の制御のしやすさを決める。

#### 3.3.1 地面振動モデル

地面振動の典型的なパワースペクトル密度 (PSD) を次のようにモデル化 [15] [16] する。

$$\begin{cases} X(f) = Y(f) = Z(f) = 10^{-5} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1\text{Hz}) \\ X(f) = Y(f) = Z(f) = \frac{10^{-7}}{f^2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f \geq 0.1\text{Hz}) \end{cases} \quad (3.7)$$

$f$  は周波数である。0.1Hz 以上では逆 2 乗に比例する周波数特性を持つ。場所により 1 桁や 2 桁の違いがあるが、逆 2 乗はよく成り立つ。

次に地面振動の回転成分についてはあまりよくわかっていないが、次のようなモデルを用いる [14]。

$$\begin{cases} \xi(f) = \eta(f) = \zeta(f) = 2\pi 10^{-10} \text{rad}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1\text{Hz}) \\ \xi(f) = \eta(f) = \zeta(f) = \frac{2\pi 10^{-11}}{f} \text{rad}/\sqrt{\text{Hz}} & (f \geq 0.1\text{Hz}) \end{cases} \quad (3.8)$$

TAMA300 の観測帯域での、モデルによる地面振動の PSD を表 3.1 に示す。

	150Hz の PSD	450Hz の PSD
並進成分	$4.4 \times 10^{-12} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$	$4.9 \times 10^{-12} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$
回転成分	$4.2 \times 10^{-13} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$	$1.4 \times 10^{-13} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$

表 3.1: 地面振動の PSD

### 3.3.2 観測帯域での目標感度と防振比

干渉計の両腕の長さが等しく  $L$  だとする ( $L = L_1 = L_2$ )。振幅  $h$  の重力波がやってくると、それぞれ  $\pm hL/2$  だけ固有距離が変化するので、 $L_1 - L_2$  の重力波による変化の効果は  $hL$  である。

重力波検出のための条件としては、地面振動による鏡の振動振幅が重力波の効果以下でなくてはならない。FMPI の両腕には4つの鏡が使われているので、地面振動による両腕の光路差の振動振幅は  $\sqrt{4}\tilde{x}(f)$  である (ただし  $\tilde{x}(f)$  は鏡1つの光軸方向の振動振幅)。

よって条件は次のようになる。

$$\sqrt{4}\tilde{x}(f) < h(f)L \quad (3.9)$$

前節の地面振動モデルから、観測帯域における防振比に対する要求が求まる。

#### 回転に関して

レーザーが鏡の中心からズレている場合、鏡が回転すると、それは変位として検出されてしまう (図 3.2)。これをミスセンタリングという。ミスセンタリングが  $d$  の時、角度が  $\theta$  だけ傾くと、光路長変化は約  $d\theta$  となる。

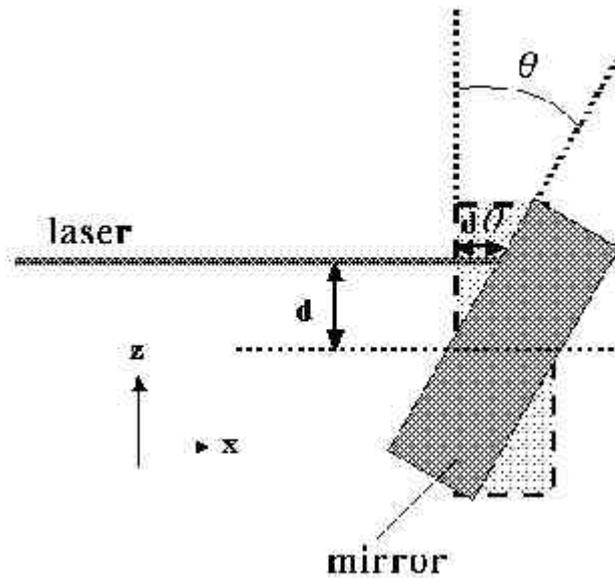


図 3.2: ミスセンタリング

問題となるのは pitch と yaw 回転であり、roll 回転は  $x$  方向に影響を与えない。鏡を厳密にセンタリングするのは不可能であるが、1mm の精度なら可能である [17] と考えられている。  $d=1\text{mm}$  として、回転に対する要求を求める。

TAMA300 の PSD 目標感度は観測帯域  $z$  において  $1.7 \times 10^{-22} / \sqrt{\text{Hz}}$  である。式 (3.10) から鏡の観測帯域において要求される PSD を計算し、表 3.1 から必要な防振比を求めた (表 3.2)。なお高周波ほど地面振動は少なく、防振の要求は楽になるので 150Hz のみ示した。

	要求される PSD	防振比
並進成分	$2.6 \times 10^{-20} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$	$5.7 \times 10^{-8} = -165\text{dB}$
回転成分	$2.6 \times 10^{-17} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$	$6.1 \times 10^{-5} = -84\text{dB}$

表 3.2: 観測帯域の目標感度及び防振要求

### 3.3.3 全帯域の RMS 振幅

#### 並進の RMS 振幅

低周波まで含めた全周波数帯域での鏡の RMS 振幅を見積もってみる。まず地面振動の RMS 振幅を求める。

$$X_{RMS} = \sqrt{\int_0^{\infty} X(f)^2 df} \sim 3.7\mu\text{m} \quad (3.10)$$

つまり地面は数  $\mu\text{m}$  は常に振動していることになる。しかも低周波にほとんどのパワーが集中している。

防振系により防振された鏡の RMS 振幅は

$$x_{RMS} = \sqrt{\int_0^{\infty} (T(f)X(f))^2 df} \quad (3.11)$$

であり、防振系の  $T(f)$  により鏡の RMS は変わる。

普通、防振系は共振周波数より高い周波数では振動を遮断するが、共振周波数以下の振動は防振しない。逆に共振周波数では振動を増幅してしまう。防振系の共振周波数を低くするのは難しく、上述のように地面振動のパワーは 0.1Hz 以下に集中しているため、地面振動による鏡の RMS 振幅を防振系によって減らすことは困難である。そこで、せめて RMS を悪化させないよう防振系を設計する。

しかし鏡が  $3.7\mu\text{m}$  (レーザーの波長の数倍) も動いていては重力波による信号を検出することは不可能なので、鏡の光軸方向の制御を行い、干渉計をロックする。鏡の RMS 振幅が小さいほど制御は容易になる。

#### 回転の RMS 振幅

鏡が定常的に角度方向に振動していると、干渉計の腕にある FP 共振器の固有モードが乱れる。これをミスアライメントという。ミスアライメントにより干渉効率が悪化する。アライメント制御に関する研究 [18] によると、干渉計のコントラストを 99% に保つための鏡の傾き許容値は  $5 \times 10^{-7}\text{rad}$  である。

なお、地面振動の回転成分の RMS 振幅をモデルから計算すると、約  $3.5 \times 10^{-9}\text{rad}$  である。

### 3.4 モデル計算の種類

サスペンションの性能を評価するには実験だけでなく、シミュレーションをする必要もある。実物のサスペンションは複雑すぎて完璧なシミュレーションは不可能である。そこで必要に応じて適切に単純化したモデルを使う。以下 3 種類の力学モデルを説明する。

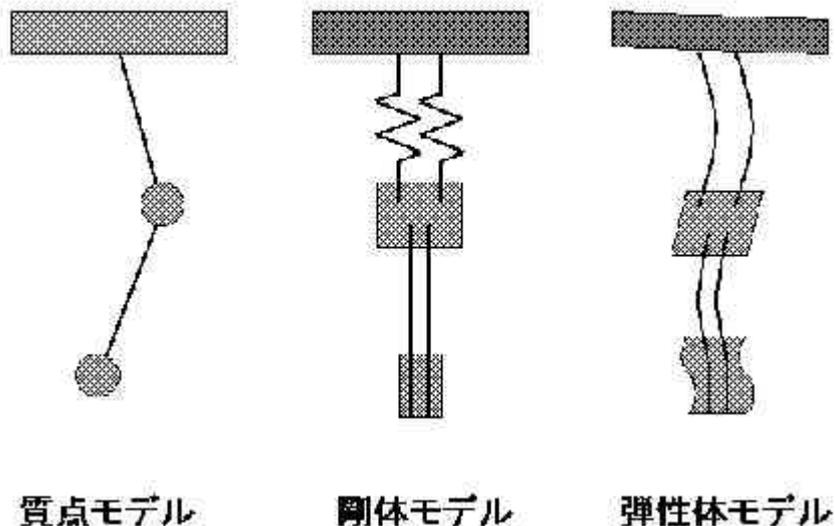


図 3.3: 3 種類の力学モデル

- 質点モデル  
 マスを質点とみなし、ワイヤーやバネで結合されているとする最も簡単なモデル。計算は容易であるが、かなり理想化されたモデルである。質点なので回転は存在せず、並進方向の伝達関数しか扱えない。本論文では Mathematica を使用した質点モデルを使う。
- 剛体モデル  
 マスを剛体として扱い、複数のワイヤーやバネで結合されているとするモデル。回転方向も計算でき、ワイヤー長のばらつき等の非対称性も考慮できる。本論文では剛体モデルの計算に MSE ( LIGO で開発された 3 次元シミュレーションソフト ) を使う。
- 弾性体モデル  
 ワイヤーの弦振動や鏡の内部共振等も扱うモデルである。非常に複雑で、このモデルを必要とするのは 100Hz 以上の領域である。本論文では弾性体モデルは使用しない。

## 3.5 サスペンションについて

### 3.5.1 水平防振

現在 TAMA300 で用いている鏡の懸架装置を、質点モデルで簡単に説明する。質点モデルは、振り子のマスを質点とみなし、ワイヤーやバネで結合されているとする、単純化されたモデルである。

TAMA の懸架システム方式は、「2 段振り子+弾性支持マグネットダンピング」方式である。これを理解するために、最も簡単な単振り子から順に説明する。

#### 単振り子

まず最も簡単な単振り子の防振性能を評価する。図 3.4 左のように鏡を表す質点がワイヤーで吊られている。振り子の支点部 (サスペンションポイント) が地面振動により  $X(t)$  だけ振動し、鏡の振動は  $x(t)$  で表す。重力加速度  $g$ 、ワイヤー長  $l$ 、マスの質量を  $m$  とする。

運動方程式は、

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{mg}{l}(x(t) - X(t)) \quad (3.12)$$

となる。運動方程式をフーリエ変換してまとめると、防振比は、

$$T_{xx}(\omega) = \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{mg/l}{mg/l - m\omega^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.13)$$

ここで  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$  は振り子の共振周波数である。  $l=0.5\text{m}$  の場合の防振比を図 3.5 に示す。

このような 1 段の振り子では先に述べたような要求される防振比は得られない。  $150\text{Hz}$  で  $-160\text{dB}$  の防振比を得ることを考えると、共振周波数は  $15\text{mHz}$ 、これは振り子の長さとしては  $1\text{km}$  を超え、現実的ではない。そこで振り子を 2 段にしてみる。

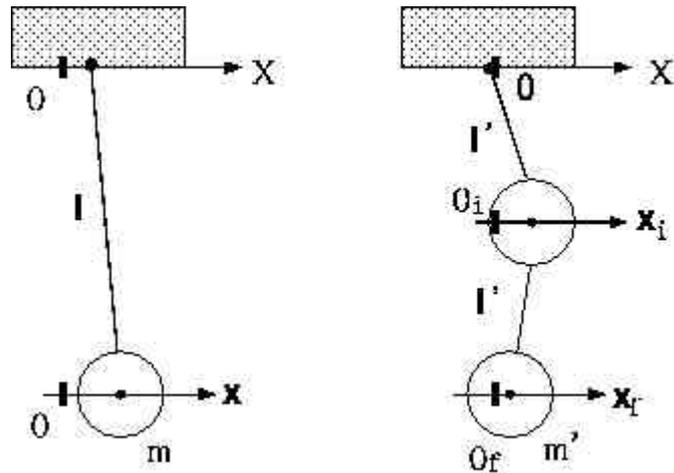


図 3.4: 単振り子と 2 段振り子

### 2 段振り子

次に 2 段振り子の防振比を評価する。簡単のため中段マスと鏡の質量を等しく  $m'$  とし、上下のワイヤー長を等しく  $l'$  とする。図 3.4(右) のように座標を取ると、運動方程式は、

$$\begin{aligned} m'x_i &= -\frac{2m'g}{l'}(x_i - X) - \frac{m'g}{l'}(x_i - x_f) \\ m'x_f &= -\frac{m'g}{l'}(x_f - x_i) \end{aligned} \quad (3.14)$$

となる。同様に Fourier 変換してまとめると、防振比は、

$$\frac{1}{\tilde{X}} \begin{pmatrix} \tilde{x}_i \\ \tilde{x}_f \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega^4 - 4\omega_0'^2\omega^2 + 2\omega_0'^4} \begin{pmatrix} 2\omega_0'^4 - 2\omega_0'^2\omega^2 \\ 2\omega_0'^4 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

となる。ただし  $\omega_0' = \sqrt{g/l'}$  である。

比較すると

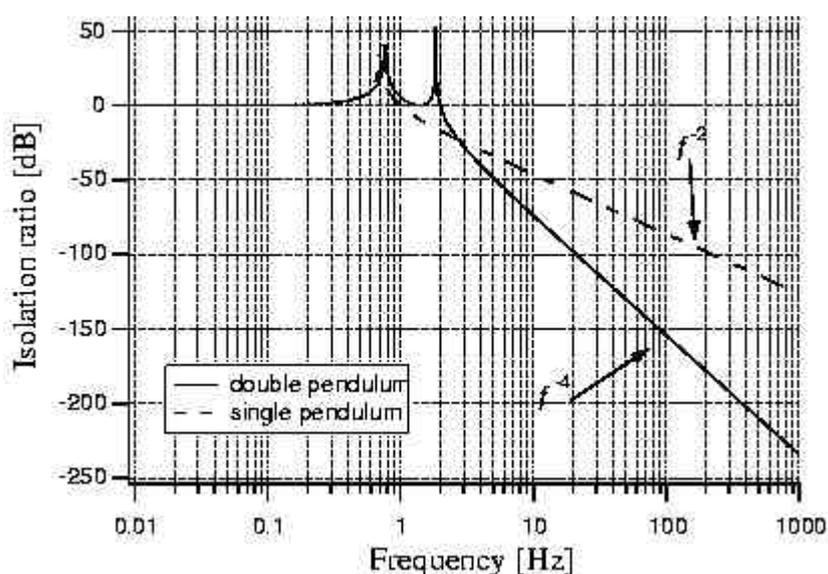


図 3.5: 単振り子と2段振り子  
 $l = 2l' = 0.5\text{m}$ 、 $m = 2m' = 2\text{kg}$  の場合

- 単振り子は共振が1つ、2段振り子は共振が2つある。
- 共振周波数より低い周波数では防振比は1である、つまり防振されない。
- 共振周波数より高周波では、防振比は単振り子の場合  $f^{-2}$  に比例、2段振り子は  $f^{-4}$  に比例して落ちていく。

このままでは共振周波数で地面振動は増幅されてしまい（理論的には無限大に増幅するが、実際は機械系のロスがあるため防振比は有限である）、RMSを下げることはできない。そこで何らかのダンピングを行う必要がある。

ダンピングは能動ダンピングと受動ダンピングがある。能動ダンピングとしては、中段マスや鏡の振動をセンサーで検出し、アクチュエータでその振動を止めるよう制御をかける。受動ダンピングは、センサーやアクチュエータを必要としないダンピングである。

TAMA300のサスペンションでは、永久磁石によって金属表面に生じる渦電流を用いる受動ダンピング（eddy current damping）を行っている。電導性の良い金属を振り子に吊り、近くに永久磁石を置く。振り子が揺れると、金属の表面の磁場分布が変化し、渦電流が誘起される。電流は金属の抵抗によって熱に変換され、系外に捨てられる。振り子の運動エネルギーを熱エネルギーに変えることによってダンピングしている。

## rigid damping

簡単のため2段振り子ではなく、単振り子でダンピングの説明をする。磁石によるダンピングでは、磁石とマスの相対速度に比例した減衰力がマスにかかる。rigid dampingとは図3.6(左)のように磁石が地面に固定されている場合である。

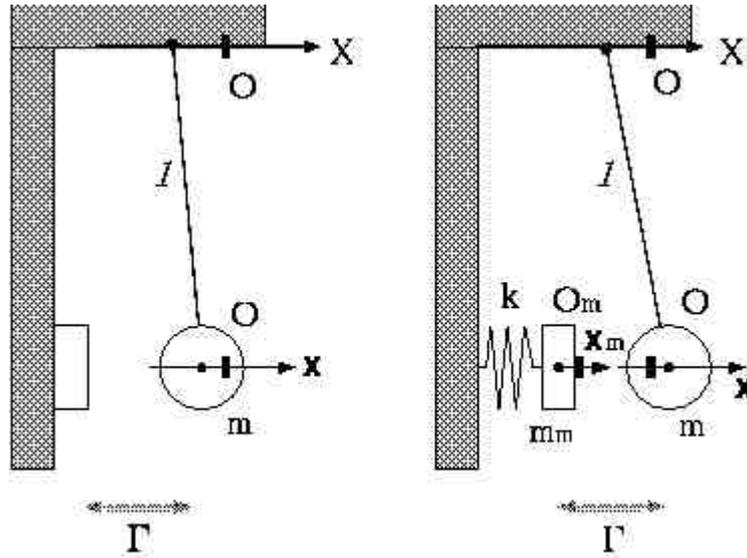


図 3.6: rigid damping と flexible damping

運動方程式は式(3.13)に減衰項を加えて、

$$m\ddot{x} = -\frac{mg}{l}(x - X) - \Gamma(\dot{x} - \dot{X}) \quad (3.16)$$

$\Gamma$ はダンピングの強さを表すパラメータ(実数)である。両辺をフーリエ変換してまとめると、防振比は、

$$\frac{\tilde{x}}{\tilde{X}} = \frac{i\frac{\Gamma}{m} + \omega_0^2}{\omega_0^2 + i\frac{\Gamma}{m}\omega - \omega^2} \quad (3.17)$$

共振は確かにダンブされている。また大きな違いは、共振周波数より十分高周波で防振比が  $f^{-1}$  の特性を持っていることである(ダンピングのない単振り子は  $f^{-2}$ )(図3.7)。これはダンピング力が磁石とマスの相対速度に比例しているためである。高周波では振り子によって鏡が静止しようとしても、磁石の振動(地面振動)が鏡に伝わり鏡を振動させてしまう。これを地面振動の再導入という。

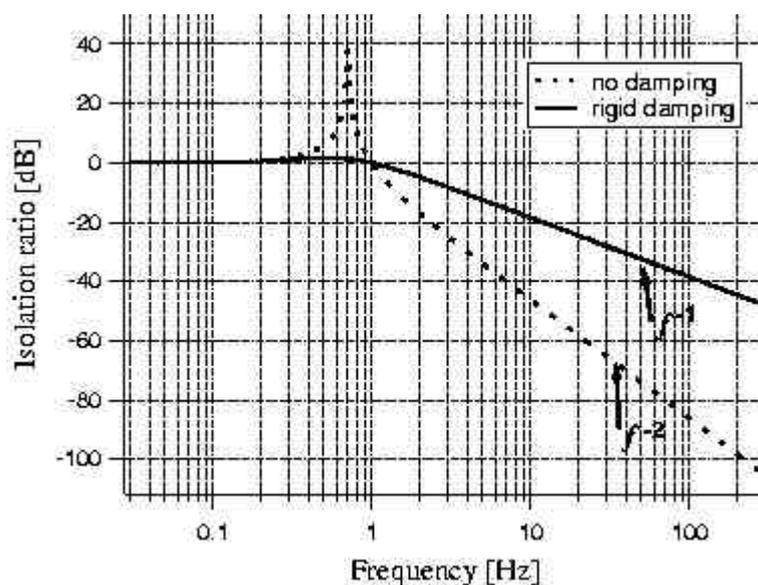


図 3.7: rigid damping

### flexible damping

rigid damping では共振のピークがダンプできて RMS 振幅は抑えられたが、高周波での防振比が悪化してしまう。これを避けるため磁石をバネなどで支持して、防振する（図 3.6 右）。そうすることによって、

- 振り子の共振周波数付近では、バネの共振周波数以下なので磁石は動かない。マスとの相対速度は大きく、ダンピング力が働く。（rigid damping と同じ）
- 高周波では、磁石はマスと同じように防振されているので、相対速度は小さい。ダンピング力は効かず、磁石を介しマスを振動させることはない。（ダンピングなしと同じ）

運動方程式は、

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -\frac{mg}{l}(x - X) - \Gamma(\dot{x} - \dot{x}_m) \\ m_m\ddot{x}_m &= -k(x_m - X) - \Gamma(\dot{x}_m - \dot{x}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

ただし  $m_m$  はダンピングマグネットの質量、 $k$  は磁石を支持しているバネのバネ定数。今までと同様に、フーリエ変換してまとめると防振比が得られる（図 3.8）（式は略）。

比較すると

- どちらも振り子の共振を減衰している。

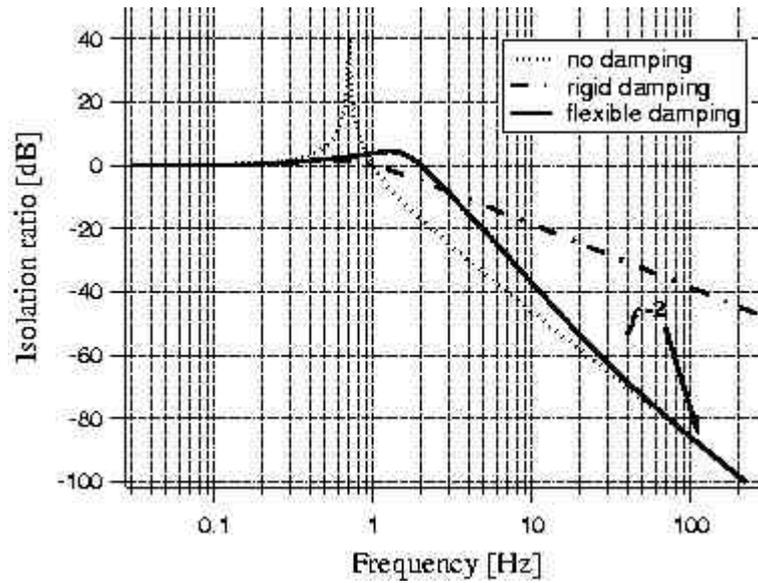


図 3.8: flexible damping

- rigid damping は高周波で地面振動を導入して、防振比は悪くなる。 $f^{-1}$  に比例。
- flexible damping は高周波で防振されているので、防振比は振り子の  $f^{-2}$  に比例。

「振り子 + flexible damping」は観測帯域で十分な防振比を稼ぎ、かつ振り子の共振を潰して低周波の RMS 振幅の悪化を防ぐことができる。現在の TAMA サスペンションではこの方式が採用されている。後で述べるが、今回開発した TAMA SAS 用の新しいサスペンションも基本的にこの方式である。

### 3.5.2 Q 値について

減衰のある系で、Q 値 (Q factor) というものを定義しておくると便利である。速度に比例する減衰力  $\Gamma$  の単振動は、

$$m\ddot{x} = -kx - \Gamma\dot{x} \quad (3.19)$$

である。共振周波数  $\omega_0$  は  $\sqrt{k/m}$  である。そこで Q 値を次のように定義する。

$$Q \equiv \frac{m\omega_0}{\Gamma} \quad (3.20)$$

$x$  について運動方程式 (3.20) を解く。 $x = x_0 \exp(i\omega t)$  を代入して、

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2} + i\frac{\omega_0}{2Q}} \quad (3.21)$$

$$x = x_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \cos\left(\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}t\right) \quad (3.22)$$

Q 値の定義式から、Q 値が小さいほど減衰が大きく、Q 値が大きいほど減衰は少ない。それは式 (3.23) の振動項を見ればわかる。Q 値が大きいほど収束に時間がかかり、Q 値が小さいほど早く収束する。

次に式 (3.23) の振動項から減衰がない場合より共振周波数が低くなるのがわかる。Q 値が小さいほど振り子共振周波数は低くなる。

次に防振比を考える。

$$m\ddot{x} = -k(x - X) - \Gamma(\dot{x} - \dot{X}) \quad (3.23)$$

今まで同様。フーリエ変換して、整理すると、防振比は

$$\frac{\tilde{x}}{\tilde{X}} = \frac{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.24)$$

周波数帯域にわけると、

$$\left|\frac{\tilde{x}}{\tilde{X}}\right| \sim \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \quad (1 \ll \omega/\omega_0 \ll Q) \quad (3.25)$$

$$\sim \left(\frac{Q\omega_0}{\omega}\right) \quad (Q \ll \omega/\omega_0) \quad (3.26)$$

つまり、

Q 値が大きい場合、周波数の 2 乗に反比例する領域があり、周波数が高くなると防振比は周波数に反比例する。

Q 値が小さい場合、周波数の 2 乗に反比例する領域がほとんどない。

共振周波数では防振比の絶対値は

$$\left|\frac{\tilde{x}}{\tilde{X}}\right| = Q \sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} \sim Q \quad (3.27)$$

Q 値が大きいほどピークは大きくなる。また共振の幅は  $\omega_0/Q$  で与えられる。

以上から Q 値は共振の鋭さを表すといつてよい。防振系としては、共振周波数付近を考えると Q 値が小さい方がよく、それより高周波の観点からは Q 値が大きい方がよい。

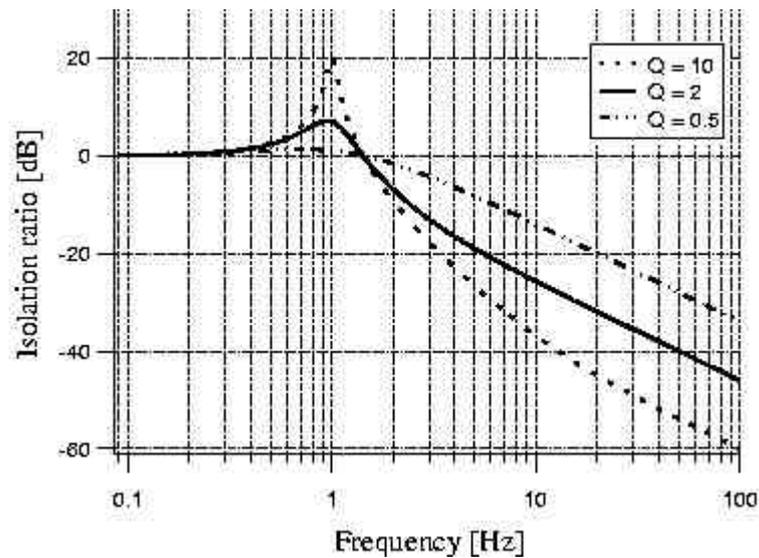


図 3.9: Q 値の変化と防振比

### 3.5.3 位相について

防振比 (伝達関数) の式 (3.18) や式 (3.25) を見ると、複素数である。今まで扱っていたいわゆる防振比はこれらの絶対値である。伝達関数の角度部分は『位相』である。

$$\text{phase} = \arg\left(\frac{\tilde{x}}{\tilde{X}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}(\tilde{x}/\tilde{X})}{\text{Re}(\tilde{x}/\tilde{X})}\right) \quad (3.28)$$

まず減衰のない単振り子の場合を考える。共振周波数より低い周波数では位相は  $0^\circ$ 、共振周波数では位相は  $90^\circ$  遅れ、共振周波数より高い周波数では  $180^\circ$  遅れる (図 3.10)。手で振り子の支点をゆっくり左右に振ると、重りは手の動きについてくる。低周波では防振されず、位相差はないことがわかる。

手の動きを速めると、共振周波数で振り子の動きが最大になる。

さらに手の動きを速めると重りの動きがどんどん鈍くなっていく、防振されていることがわかる。また、手の動かす方向の逆方向に重りは動いている、位相が  $180^\circ$  遅れている。

2 段振り子の場合も同じで、共振周波数を超えるたびに位相は  $180^\circ$  遅れる (図 3.11)。

次にダンピングをした場合の単振り子の位相遅れを考える。Q 値の違いによって位相の変化の様子が変わる (図 3.12)。

- Q 値が高いほど位相の変化は急激である。

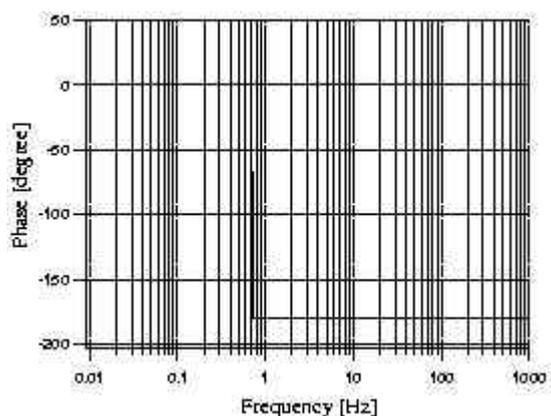


図 3.10: 単振り子の位相

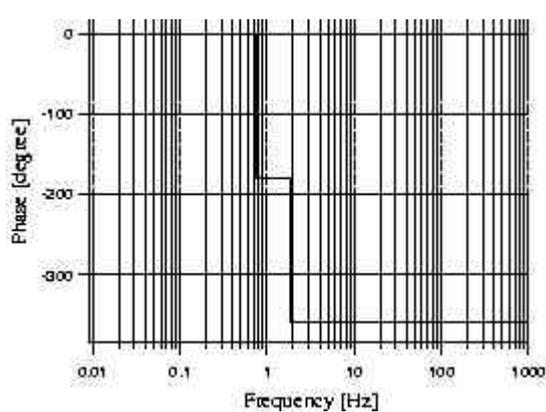


図 3.11: 2段振り子の位相

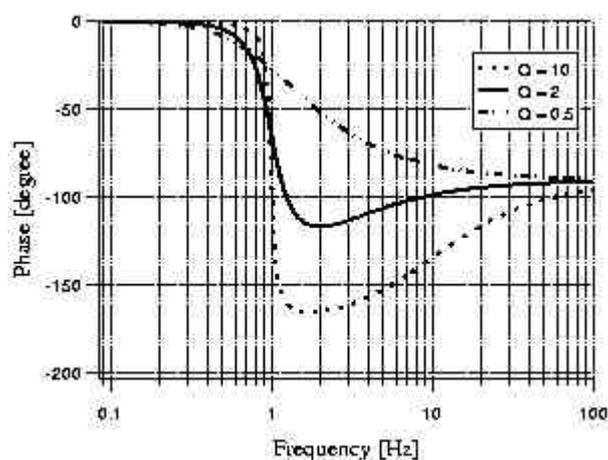


図 3.12: rigid damping のQ値と位相

- rigid damping の場合、共振周波数より十分高い周波数では位相の遅れが  $90^\circ$  である。これは先に述べた、高周波では減衰力が地面振動を再導入してしまうことに起因する。

### 3.5.4 垂直防振

鏡の垂直方向の振動は干渉計の動作に影響を与えないはずである。だがサスペンションの非対称性などによるカップリングにより、光軸に振動が漏れる。また干渉計は離れた2点の鏡の相対距離を測定するわけだが、離れた地点では重力の向きが異なるので、垂直方向と光軸方向は本質的にカップルしている。そこで垂直防振も重要になってくる。

垂直方向を考えると、マスを吊っているワイヤーがバネの働きをする。ワイヤーは硬いので、どうしても縦共振周波数は高くなってしまふ。そこでサスペン

ションポイントとワイヤーの間に縦防振用のバネを入れて、縦共振周波数を下げる。

垂直方向にもダンピングも水平の場合と同じで flexible が良いので、マグネットをバネで垂直方向にも防振する（図 3.13）。現行のサスペンションではベローズ、新しいサスペンションでは mini GAS を使用する（第4章）。

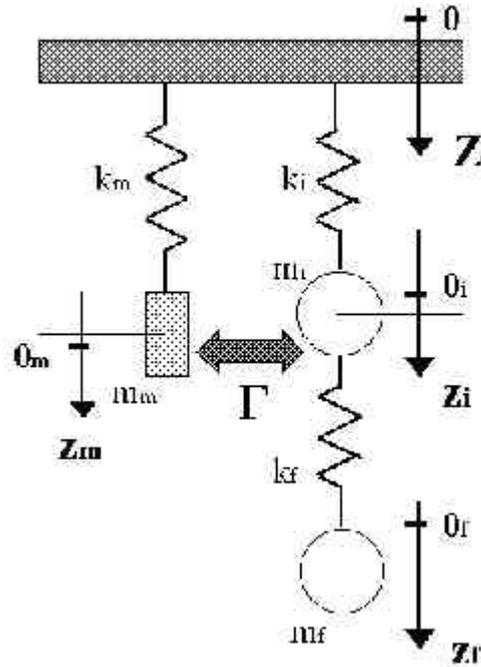


図 3.13: 2 段振り子+flexible damping

運動方程式は、

$$\begin{aligned}
 m_i \ddot{z}_i &= -k_i(z_i - Z) - k_f(z_i - z_f) - \Gamma(\dot{z}_i - \dot{z}_m) \\
 m_f \ddot{z}_f &= -k_f(z_f - z_i) \\
 m_m \ddot{z}_m &= -k_m(z_m - Z) - \Gamma(\dot{z}_m - \dot{z}_i)
 \end{aligned}
 \tag{3.29}$$

である。フーリエ変換してまとめると、防振比が得られる。垂直防振比の結果を、水平防振比とともに図 3.14 に示す。

- 垂直防振比も高周波で  $f^{-4}$  の特性をもつ。
- 共振周波数は水平方向よりも垂直方向の方が高い。
- グラフからわかるように、観測帯域で垂直防振比は水平に比べてかなり悪い。この例では両者の比は約 80dB である。カップリング率が問題になり、 $T_{zx}/T_{zz}$  が -80dB 以上だと、地面振動垂直由来の振動が鏡の光軸方向の振動に対して、光軸方向ではなく垂直方向由来の地面振動が支配的になる。

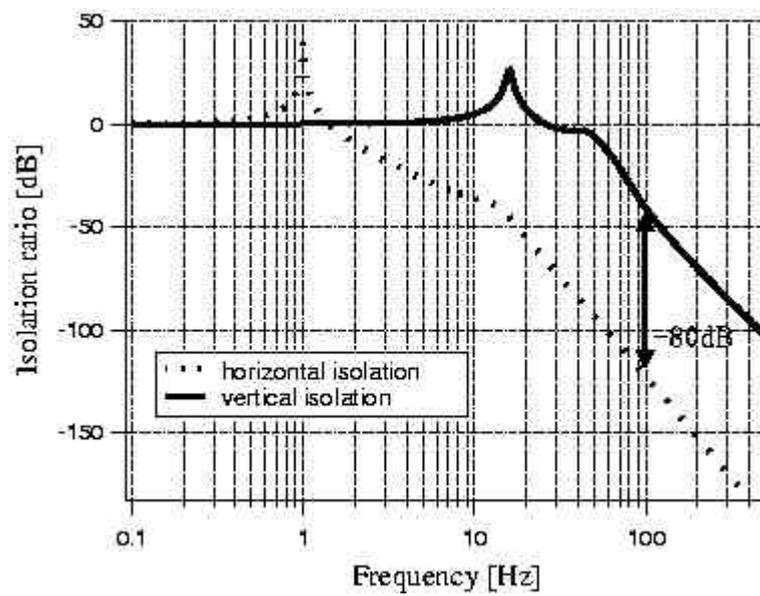


図 3.14: 2 段振り子+flexible damping の水平・垂直防振比

## 第4章 SASと新しい suspension

### 4.1 低周波防振装置 SAS

低周波防振装置 SAS(Seismic Attenuation System) は重力波検出器に用いるため、日本の TAMA とアメリカの LIGO、ヨーロッパの研究機関が共同で開発中のものである。将来 TAMA300 に導入されることが決まっており、現在は東京大学理学部の 3m 干渉計で試験を行っている。

#### 4.1.1 低周波防振の必要性

重力波検出の様々な技術は日々開発、向上が進められている。より高出力のレーザー光源、より散逸の少ない鏡の材質、冷却技術、防振技術、等など。SAS もそのような新しい技術の一つである。

現在稼働中の TAMA300 や、建設中の LIGO や VIRGO は重力波検出の実証を主目的としている。これらによって重力波の存在が確認されたら、重力波天文学という新しい天文学の開拓がやってくる。そのための手段としての次世代重力波検出器では、多様な天体現象を観測するため感度の向上はもちろん、より広い観測帯域が必要である。

TAMA300 の観測帯域は 150Hz ~ 450Hz だが、これは重力波形が予想しやすく、高周波が期待され、振幅も比較的大きい連星中性子星の合体がこの帯域にあるからである。しかし 100Hz 以下の低周波にも多くの天体現象が予想され、また LISA (帯域 0.1mHz ~ 100mHz) との帯域ギャップを埋めるためにも、低周波側に帯域を広げることは特に重要視される。

振り子による防振効果は共振周波数より高周波で  $f^{-2}$  に比例する。共振周波数を下げることにより防振帯域は広がり、感度も向上する。例えば共振周波数が 1Hz の時 100Hz における防振比は  $-80\text{dB}$  だが、共振周波数が 0.1Hz に下がると 100Hz の防振比は  $-120\text{dB}$  になる。また、地面振動は低周波でより大きく揺れるので、低周波で働く防振装置を有することで干渉計は外乱に強くなり、より安定に動作する。

熱雑音の分野でも低音鏡の研究などで低雑音化が進んでいる。しかしその性能が発揮されるためには、せつかく低くなった熱雑音を地面振動が上回ってしまわないように防振装置も高性能である必要がある。

このように低周波の防振は極めて重要で、次世代検出器には必要不可欠になる。

### 4.1.2 SASの概要

SASは従来のサスペンション及び弾性体スタックに代わる重力波検出器用の受動防振装置である。SASは本論文のテーマである(SAS用の)サスペンションを吊っている。SASと合わせて、SAS/SUSと呼ぶことにする。TAMA SAS/SUSの特徴は、

- 水平防振に倒立振り子を用い、共振周波数 30mHz を実現している。
- 鉛直防振に MGAS filter を二つ用いている。共振周波数は 300mHz である。
- 機械系の共振は能動的にダンピングしている。
- 第二の MGAS filter からサスペンションのプラットフォームが吊られている。

SAS/SUSの全体の構造を図 4.1 で示した。SAS/SUSはこのように多くの段で構成される防振装置である。四角で囲まれているのがサスペンションであり、プラットフォーム、中段マス、リコイルマスそして鏡から構成される。なお、サスペンションについては 4.3 節で説明する。

#### 倒立振り子

単純な振り子で低い共振周波数を実現するには、非常に長い振り子が必要になる。例えば 30mHz の共振周波数を実現するためには、単振り子の長さは 300m を超え、実現不可能である。そこでこの問題を解決するのに倒立振り子を用いる。

倒立振り子は地面に固定された弾性ジョイントの上に棒を取り付け、その棒の上端に重りを乗せたものである(図 4.2)。振り子が傾くと、弾性ジョイントには復元力が働き、振り子を鉛直に立て直そうとする。ところが重りに働く重力によって、振り子の傾きを大きくする方向にも力が働く。このように弾性ジョイントの復元力を、重力が部分的に打ち消してしまうのである。つまり重りを支持するバネの力は、重力によって実質的に小さくなっている。このように、バネの力を打ち消す機構を反バネ (Anti-Spring) という。

棒の先端の重りを増減することにより、反バネ力を調整でき、極めて低い共振周波数を実現することができる。理論的には完全にバネの力を打ち消すことができるが、傾きがある程度大きくなるとバネ力が弱すぎて振り子が倒れてしまう。

SASの3本の倒立振り子は、わずか2mの長さで30mHzという非常に低い共振周波数を実現している。それによって数百 mHz に存在する micro seismic peak (2.4.3 節) を低減できる。

#### MGAS filter

鉛直方向の防振にも反バネ力を発生する装置を用いている。MGAS (Monolithic Geometric Anti-Spring) という、板バネを特殊な形状に変形させた装置(図 4.3)

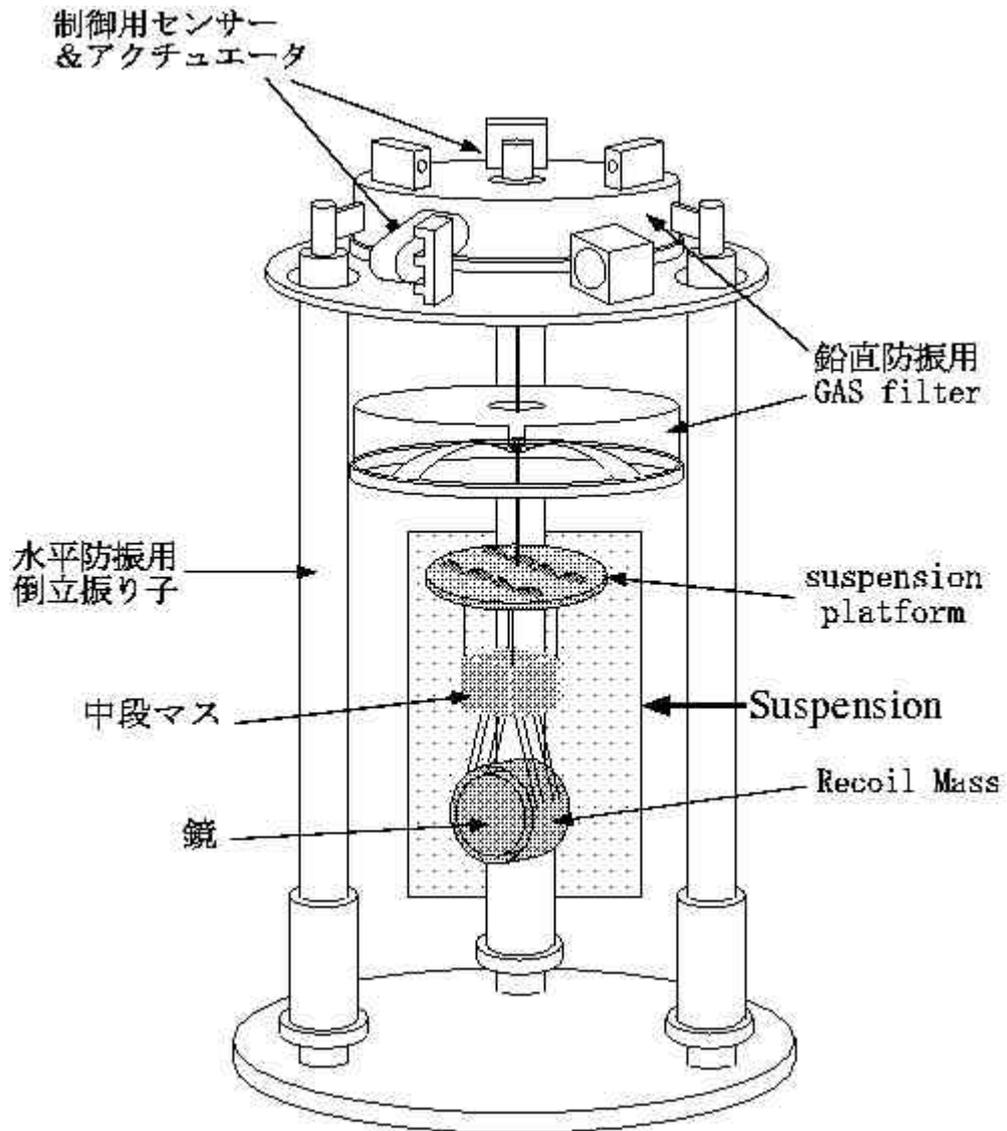


図 4.1: SAS/SUS の全体図

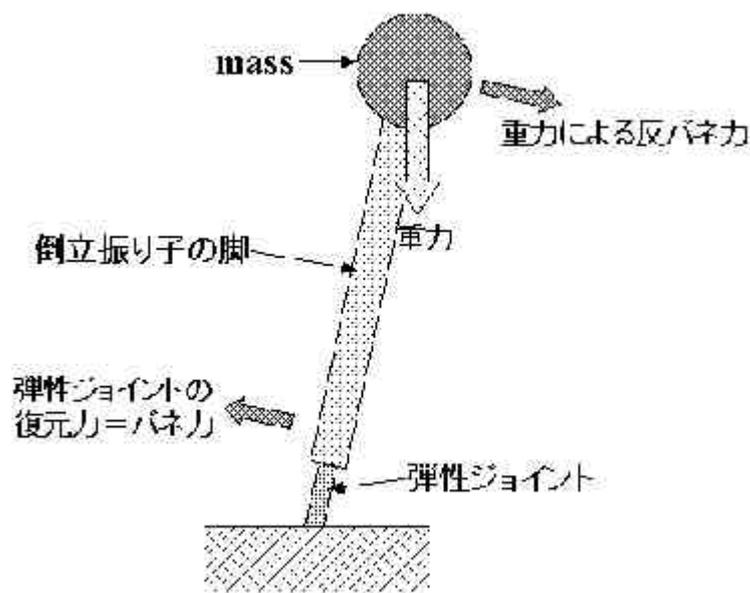


図 4.2: 倒立振り子

で、高さわずか 10cm 程度で共振周波数 300mHz を実現している。MGAS は図のように横方向から中心に圧縮されている。MGAS から重りを吊った時、上方に戻そうとする力がバネ力で、圧縮により下方に落ちこもうとする力が反バネ力である。

SAS ではこれを 2 段用いている。3 本の脚からなる倒立振り子の上に第 1 段の MGAS が取り付けられ、さらにそこから第 2 段の MGAS が振り子上に吊られている。

2 段目の MGAS からサスペンションのプラットフォームが吊られ、プラットフォームから 2 段振り子のサスペンション本体が吊られている。最下段が干渉計の鏡である。

### 倒立振り子のダンピング

倒立振り子や MGAS filter のような非常に低い共振周波数を持った防振装置を用いると、共振周波数より高い数 Hz 以上の帯域で高い防振性能を得ることができる。しかし共振周波数では逆に地面振動を増幅してしまう。鏡が機械系の共振で大きく揺れているようでは、レーザー干渉計を安定に動作させることはできない。最悪でも鏡の変位 (RMS) をレーザーの波長の 1/10 程度に抑えねばならない。したがって共振を抑える (ダンピング) 必要がある。

ダンピングには 2 種類ある。受動的ダンピングと能動的ダンピングである。受動的ダンピングは、渦電流を用いたダンピングのように、何らセンサーやアクチュ

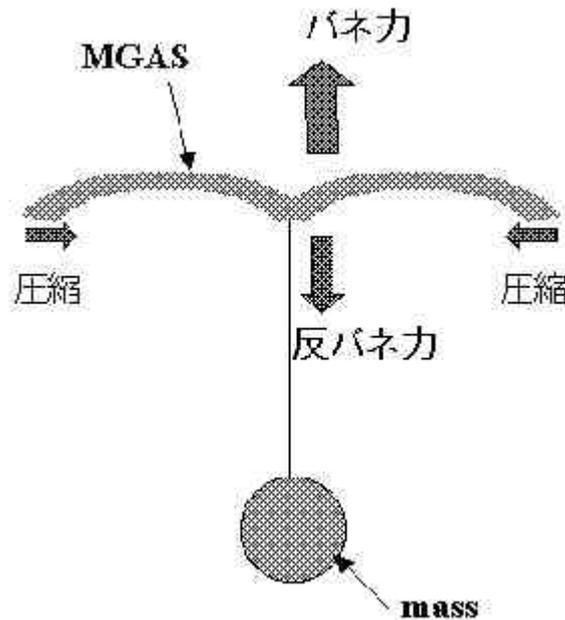


図 4.3: MGAS

エータを必要としない。信頼性が高いが、ダンピング用の磁石の振動が逆に振り子にもれて、防振性能を悪化してしまう問題もある。これに対して能動的ダンピングは、対象物の振動をセンサーで検出して、その振動を抑えるように制御をかける。SASでは部分的に能動的ダンピングを行っている。

倒立振り子に取り付けられている LVDT 位置センサーや加速度センサーで振動を検出し、同じく倒立振り子に取り付けられているアクチュエータでダンピングを行っている。ただし SAS では、広い帯域で制御を行うのではなく、TAMA の観測帯域よりはるかに低い 5Hz 以下の低周波帯域のみを制御する。つまり超低周波の共振を持つ受動的防振装置の性能を損なうことなく、共振のみをダンプしている。

また、これらのセンサーを用いることで、低周波の共振周波数を持つ機械系特有の問題である温度ドリフトなどを補正することも可能である。

### SAS/SUS の防振目標

4.1 節でも述べたように、SAS は重力波検出器の観測帯域を 100Hz 以下まで伸ばすために考案された。また、干渉計の安定な動作を実現するには鏡の残留 RMS 振幅がレーザーの波長以下である必要がある。そこで防振目標は SAS/SUS 全体で以下の通り決めた。

- 10Hzで地面振動を  $10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  (熱雑音レベル) まで低減する。
- 鏡のRMS振幅を  $10^{-8} \text{ m}$  以下に抑える。

10Hzでの地面振動スペクトルは  $10^{-9} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  なので、目標防振比はSAS/SUS合わせて  $-180 \text{ dB}$  である。

## 4.2 SASの防振特性

SASの地面からサスペンションプラットフォームまでの防振比を質点モデルで計算した。計算ではダンピング(制御)は考慮していないが、必要なのは10Hz以上の防振特性なので問題はない。

図4.4のように地面からサスペンションプラットフォームをモデル化した。左が水平防振、右が垂直防振の場合である。

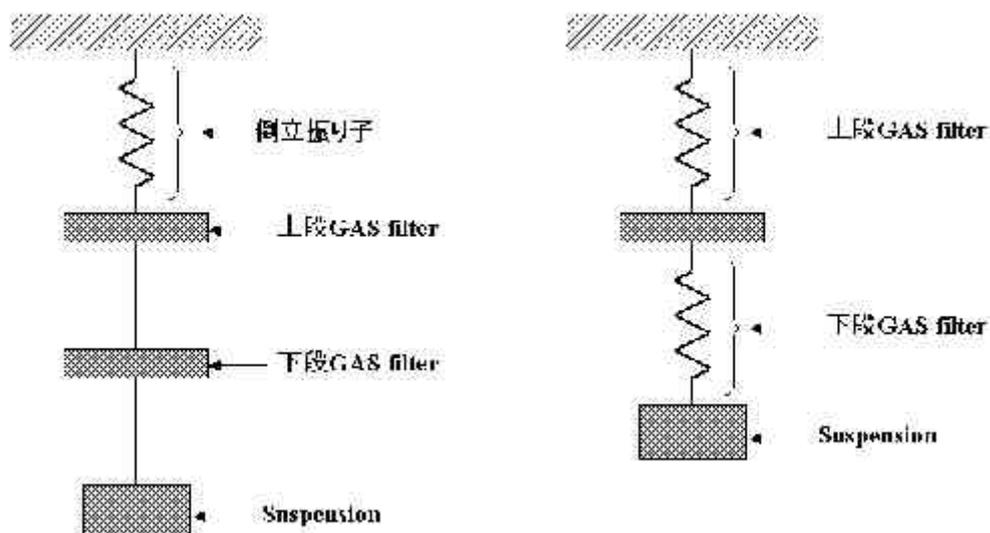


図 4.4: SASの地面から suspension platform までの水平防振(左)と垂直防振(右)のモデル

### 水平防振比

SASの水平方向の防振は倒立振り子、上段 GAS filter から下段 GAS filter の振り子、下段 Gas filter からサスペンションプラットフォームの振り子の3段で行われている。倒立振り子は共振周波数が  $30 \text{ mHz}$  になるバネで近似した。

XX 防振比の計算結果を図 4.5 に示す。3 段振り子なので 3 つの共振が見える。最初の共振は 30mHz にあり、水平方向の防振は超低周波から始まっていることがわかる。10Hz の防振比は  $-179\text{dB}$  となった。

これは先に述べた SAS/SUS の目標  $-180\text{dB}$  を、SAS 単独でほぼ達成していることになる。もちろんこれはシミュレーションであるから、実際の SAS はこれより防振比は悪化する可能性がある。しかしサスペンションの防振効果を加えれば、10Hz で熱雑音レベルを下回るという目標の達成は可能であると考えられる。サスペンションの防振比が良ければ良いほど、マージンが大きくなるわけである。

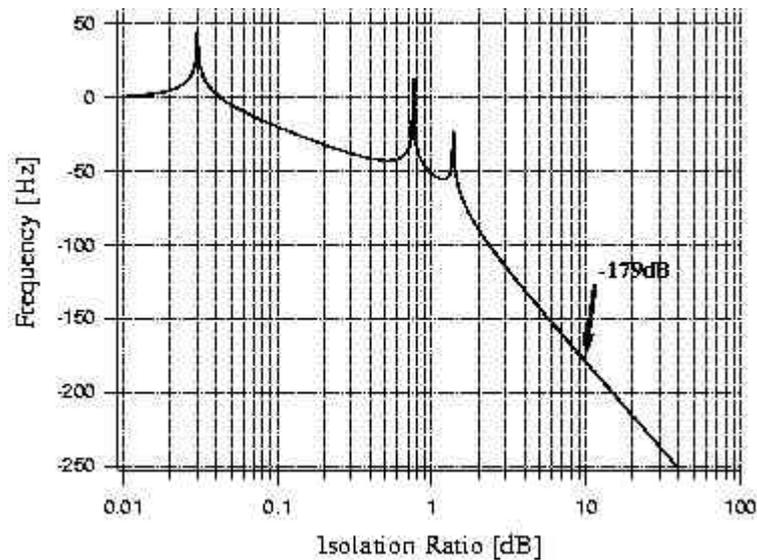


図 4.5: SAS の地面から suspension platform までの XX 防振比

### 垂直防振比

垂直方向の防振は 2 段の GAS filter が行っている (図 4.4 右)。上段、下段 filter の共振周波数がそれぞれ 200mHz、400mHz となるバネで近似した。ZZ 防振比の計算結果を図 4.6 に示す。

重要なのは干渉計の光路長の変化なので、ZX カップリングを考慮する必要がある。

地面振動モデルと XX 防振比からプラットフォームの X 方向のパワースペクトル密度を求めた (図 4.7)。10Hz で熱雑音レベル  $10^{-18}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  を達成していることが確認できる。また、ZX カップリング率を 1% と仮定した場合の Z 方向の地面振動によるプラットフォームの X 方向の PSD も載せた。

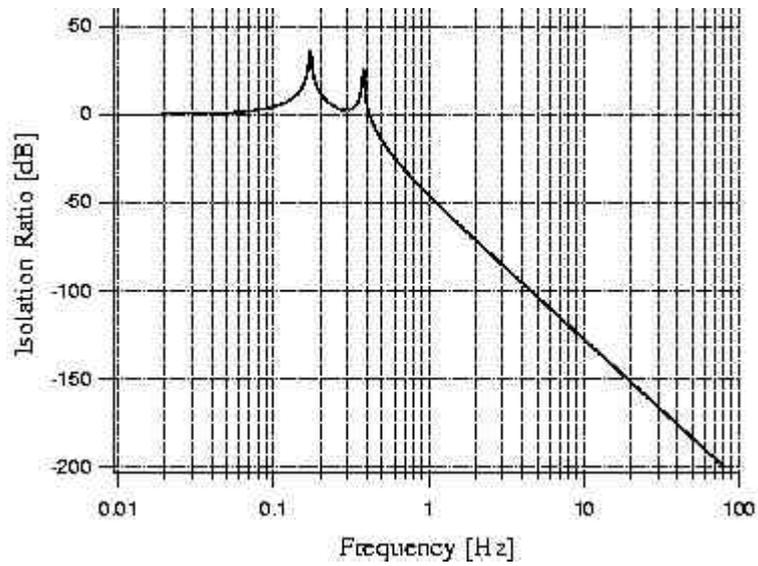


図 4.6: SAS の地面から suspension platform までの ZZ 防振比

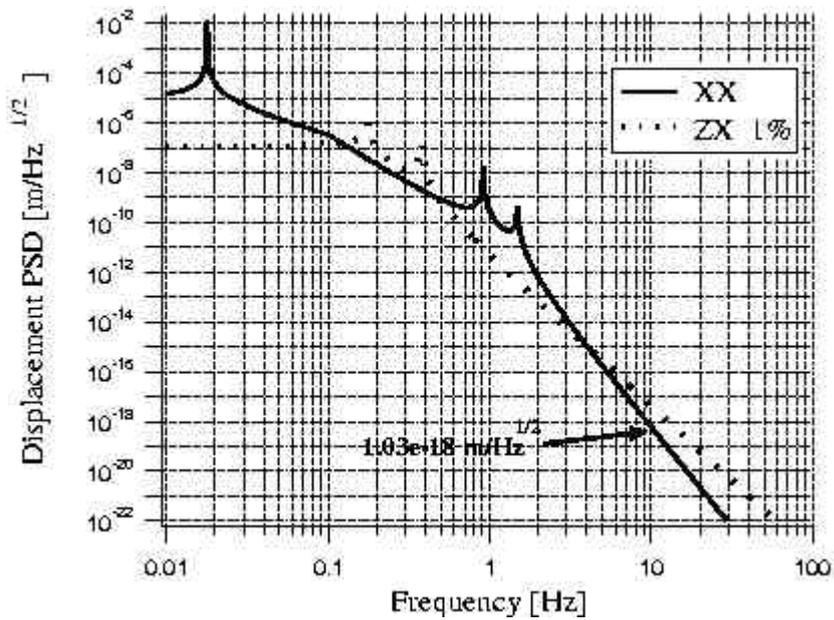


図 4.7: suspension platform の X 方向の PSD

## 4.3 新しい Suspension の開発

TAMA SAS は地面振動を今までより低周波から防振し、干渉計の安定な動作を実現する目的で開発された。TAMA300 で SAS を使用するために、SAS 用の新しいサスペンションを開発した。新しいサスペンションの方式を紹介し、各構成要素のパラメータの決定を説明する。

### 4.3.1 新しい suspension の概要

#### サスペンション開発の流れ

- サスペンションの方式を決定する。
- モデル計算により各構成要素の最適パラメータを決定する。
- 試作機を造り、性能評価実験を行う。
- 問題点を改善する。

#### 新しいサスペンションの方式

- 現行のサスペンションのコンセプトを残している。すなわち、「2段振り子 + flexible マグネットダンピング」
- 鏡の段でのコイルマグネットアクチュエータによる制御を簡単化するため、新たに「リコイルマス」を導入した。
- 垂直防振用のバネに「miniGAS」を使用した。  
miniGAS は SAS で使用している MGAS の小型版である。

#### サスペンションの構成

前節で紹介したように、SAS は水平防振用の3本の倒立振り子の脚 (IP Leg) に縦防振用の GAS filter が2段置かれている。下段の GAS filter の下にはサスペンションのプラットフォームが吊られている。プラットフォームには垂直防振用の miniGAS が4組8枚取り付けられており、そこから2段振り子で構成されるサスペンション本体が吊られている。

サスペンションは中段マスと鏡からなる2段振り子である。中段マスは4本のワイヤーで、鏡は2本のワイヤーのループで支持されている。この新しいサスペ

ンションは TAMA300 で使用するため開発されたので、鏡は実際の TAMA300 の溶融石英の鏡である。試作機では鏡の代わりに、TAMA の鏡と同じサイズ、同じ質量・慣性モーメントを持った、アルミニウムの円柱で置き換えられている。これをダミーマスと呼ぶ。

鏡（ダミーマス）とプラットフォームには、制御のために棒状の小型永久磁石が貼り付けられている。外部のコイルに電流を流すとコイル内に磁場が発生し、磁石との相互作用で鏡、またはプラットフォームに力が加わる。これをコイルマグネットアクチュエータという。プラットフォームでは pitch や yaw の姿勢制御を行い、鏡では光路長の制御を行う予定である。

現行のサスペンションと同じように、中段マスで永久磁石を用いた受動ダンピングを行う。プラットフォームから独立に吊られた永久磁石が、アルミニウムの中段マスを囲んでいる。中段マスが振動すると、磁石との相互作用で渦電流が生じる。結果的にマスの運動エネルギーが、熱エネルギーに変換され、振動がダンピングされる。

中段マスから鏡と同軸に、鏡を覆うように筒状のリコイルマスが吊られている。リコイルマスには鏡の制御用のコイルが、鏡の磁石に正対して取り付けられている。リコイルマスは制御時の力の反動で制御が複雑になるのを防ぐ（4.3.2 節）。

前面（光軸方向）及び側面（y 軸方向）から見たサスペンションを図 4.8、図 4.9 に示した。サスペンションは SAS の 2 段目の GAS filter から 1 本のワイヤーで吊られた状態である。

### 4.3.2 Recoil Mass

新しいサスペンションと現行の TAMA サスペンションの大きな違いはリコイルマスを導入したことである。多段振り子では、力を加える方法によっては最下段の鏡の制御が複雑になる場合があり、リコイルマスの導入によりこれを解決している。

鏡を制御するため、コイルマグネットアクチュエータなどのアクチュエータで鏡と極端に機械アドミタンスの異なる場所から鏡に力を加えると、上段の各ステージの反動によって鏡の応答が複雑になる（図 4.10）。

これを打開するため、鏡と全く同じ質量を持ったリコイルマスを鏡のすぐ上の段、つまり中段マスから吊り、そこから鏡を制御する。鏡と全く同じように吊られたリコイルマスから鏡に力を加えると、鏡とリコイルマスは差動で運動する（図 4.11）。両者の運動は中段マスで打ち消され、反動は中段マス以上の段には伝わら

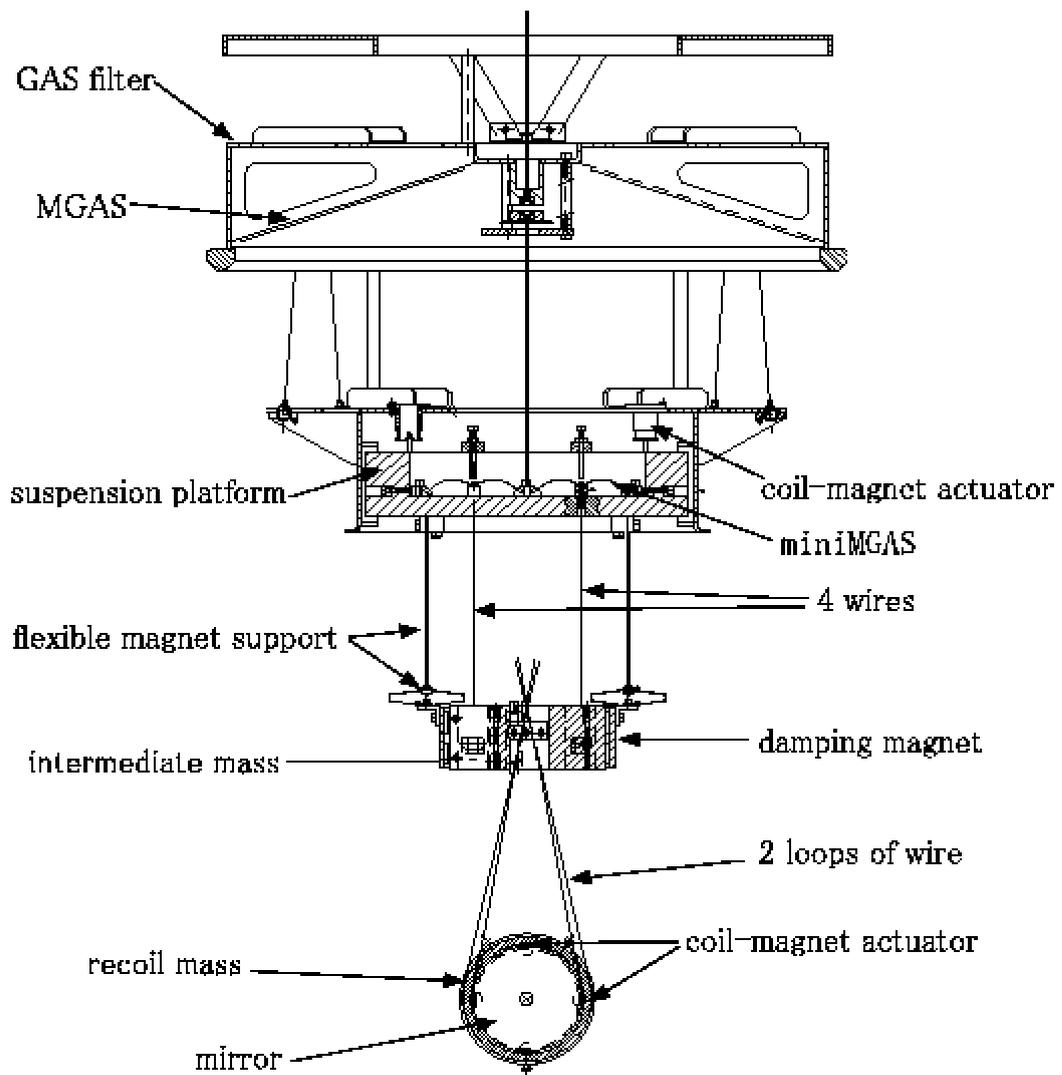
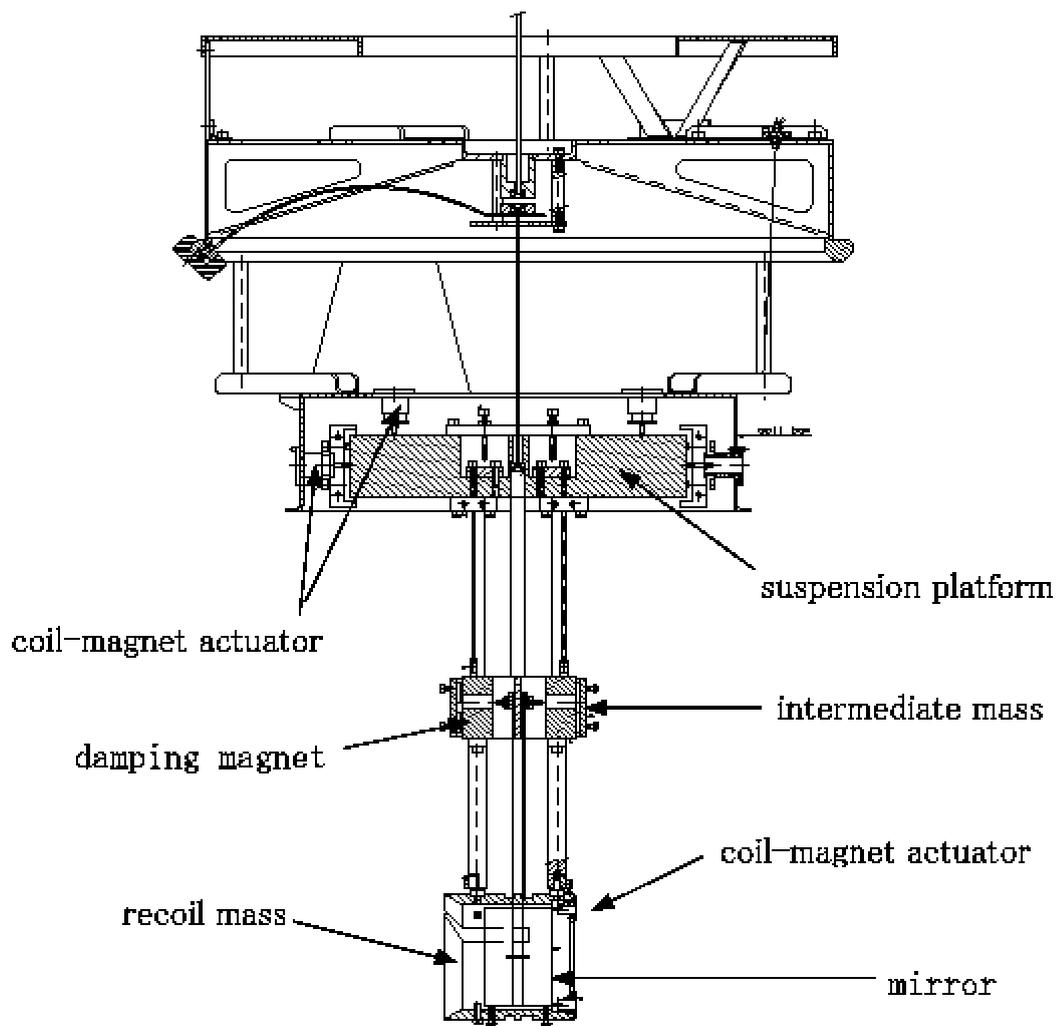


図 4.8: front view



☒ 4.9: side view

ない。つまり鏡は固定された中段マスから吊られたのと同じ状態で、結果として鏡は単振り子と全く同じ応答をし、制御は簡単になる（図 4.12）。

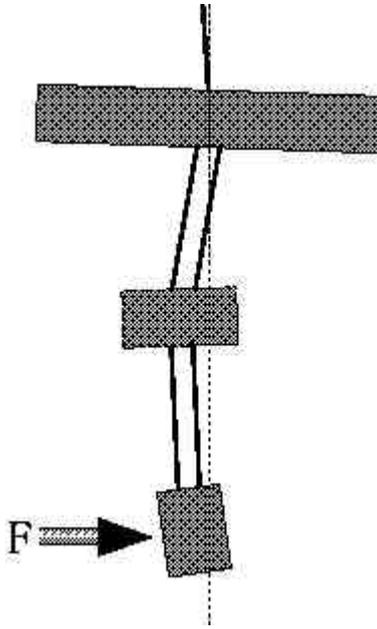


図 4.10: without recoil mass

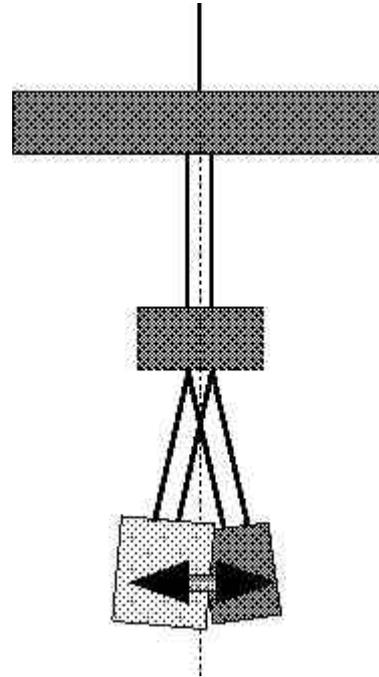


図 4.11: with recoil mass

リコイルマスはアルミニウムでできた中空の円柱で、ちょうど鏡を覆うように中段マスから 2 本のワイヤーで吊られている。制御用のコイルが 4 つ取り付けられ、鏡に貼り付けられた 4 つの棒状の永久磁石にそれぞれ作用するようになっている。

鏡の制御は簡単になるが、逆にリコイルマスの導入でリコイルマスなしの時は存在しなかった新しい振動モードが発生する。リコイルマスと鏡の差動モードである。この振動モードは、まさに上段に反動を伝えないというリコイルマスの導入の意義から、中段マスに全く漏れないのでダンピングマグネットで減衰させることができない。同じ理由から、上部の振動エネルギーがこの差動モードには伝わりにくい。そこで差動モードが問題となれば、リコイルマス専用のダンピングマグネットを新たに導入してリコイルマスの振動を抑え、この差動モードを消すことにする。

このダンピングマグネットは、中段マスのダンピングマグネットと同様に、新たな雑音の混入を防ぐため、中段マスから flexible に吊る。TAMA の鏡は熔融石英でできているので、ダンピングはアルミニウムでできているリコイルマスにのみかかる。また、鏡はリコイルマスのダンピングに伴う熱雑音から二重に（リコイルマスから中段マス、中段マスから鏡）防振されているので、この熱雑音は問題にならない。

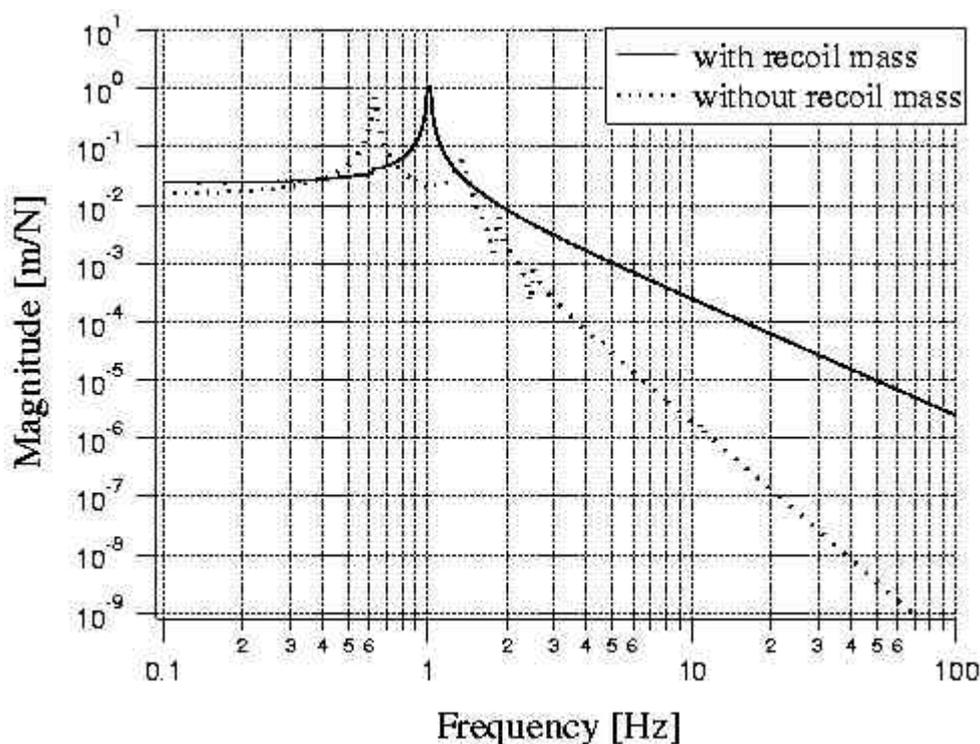


図 4.12: with and without recoil mass

試作機を用いた実験では、上部の振動が差動モードを激しく励起するが問題が起こらなかった。リコイルマスのダンピングマグネットは試作機に用いていない。

### 4.3.3 parameter の決定

サスペンションが良い性能を示すためには、サスペンションの各構成要素のパラメータを正しく決める必要がある。各マスの質量・慣性モーメント、ワイヤーの長さ・バネ定数、ダンピング力、などである。注意すべき点は以下の2点である。

- 防振比が十分得られ、高周波で2段振り子部が  $f^{-4}$  の特性になっているか。
- 鏡の振動が適度にダンピングされて、RMS 振幅が抑えられているか。

この節ではパラメータ決定について簡単に説明する。

#### 水平防振に関する parameter

振り子の共振がダンプされ、系の RMS を抑え、観測帯域の防振比が十分になるようパラメータを決める。

ここでは振り子の水平振動に関するパラメータを考える。マスの質量、ワイヤー

の長さ、ダンピングマグネットの弾性支持周波数、ダンピング力がこれに当たる。

#### 鏡の質量

TAMA300の鏡用のサスペンションなので、鏡の質量は最初から決っている。TAMA300の鏡は1.013kgである。

#### リコイルマスの質量

リコイルマスは鏡と全く同じ質量を持たなければならないので、これも自動的に決る。

#### 中段マスの質量 $m_i$

中段マスの質量  $m_i$  のみを変化させた時の、プラットフォームから鏡のXX防振比を図4.13に示した。中段マスはダンピングマグネットから減衰力を受けている。

中段マスの質量は軽すぎるとマグネットの力で大きく揺れて、ダンピングマグネットの共振周波数  $f_m$  (4Hz) でピークが立つ。観測帯域の防振比も悪くなる。逆に重すぎると、ダンピングが効きにくく、振り子の共振ピーク(約0.8Hz、1.8Hz)が下がりにくい。

中段マスの質量は鏡とリコイルマスの合計質量くらいが適当である。

#### プラットフォームの質量

SASの倒立振り子に取り付けられた制御系は、倒立振り子の共振や温度ドリフトの制御だけではなく、下部から伝わってくる下部の振動も検出して制御する。プラットフォームが軽すぎると、その振動は上部に伝わらないので、ある程度重くする必要がある。プラットフォームはサスペンションとGAS filterの中間的な質量にした。

#### 上下のワイヤー長

上下ワイヤー長の合計を固定して、上ワイヤーの長さ  $l_i$  を変化させた時の防振比の変化を図4.14に示した。

$l_i$  が長いと、最低次のモードの周波数が低くなり、2番目のモードの周波数が高くなる。最低次のモードにおいて中段マスと鏡が一体となって動くのでダンピングがよく効くが、下の段の振り子の共振は逆にあまりダンピングがかからない。

$l_i$  が短いとその逆で、最低次のモードで鏡が大きく揺れても、中段マスはあまり動かずダンピングがかかりにくい。

現行サスペンション同様、上下のワイヤー長は等しくする。

#### ダンピングマグネットの質量 $m_d$

ダンピングマグネットの質量  $m_d$  のみを変化させた時のXX防振比の変化を図4.15に示した。中段マスの質量を変えた時と逆の傾向である。これはダンピング

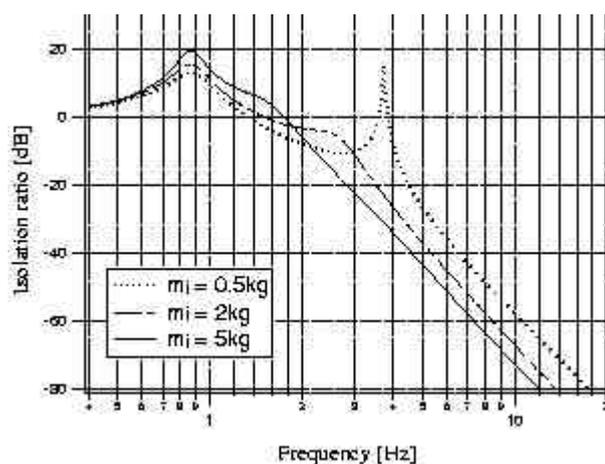


図 4.13: 中段マスの質量  $m_i$  の変化と XX 防振比

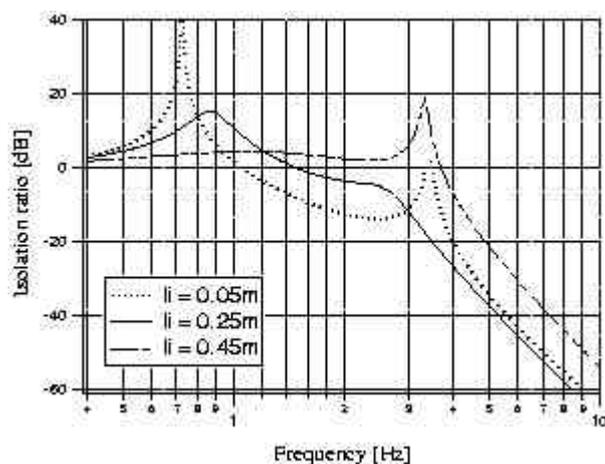


図 4.14: 上段のワイヤー長  $l_i$  の変化と XX 防振比

のかかり具合が  $m_i$  と  $m_d$  の比で決るからである。

マグネットが軽いと、マグネットが振り子の共振で振られダンピングが効きにくく、振り子の共振周波数のピークが下がらない。

逆に重いと、ダンピングマグネットの共振周波数  $f_m$  で中段マスが振られ、 $f_m$  にピークが現れる。中段マスより少し軽いのが適当である。

ダンピングマグネット支持の共振周波数（水平）  $f_m$

$f_m$  のみを変化させた時の XX 防振比の変化を図 4.16 に示した。

$f_m$  が低く、振り子の共振周波数に近いと、ダンピングマグネットと中段マスの速度差が少なく、ダンピングがかかりにくい。振り子の共振にピークが立つ。

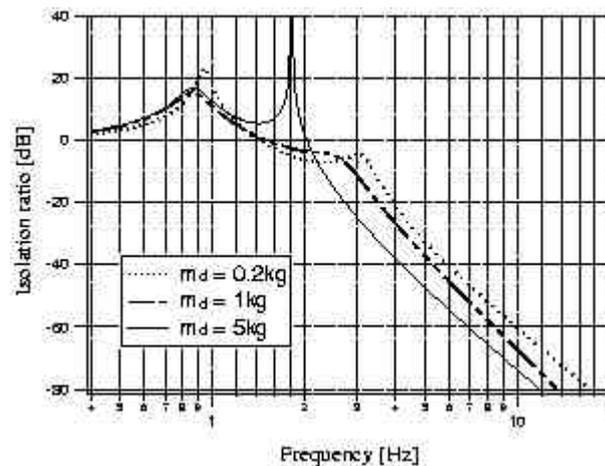


図 4.15: ダンピングマグネットの質量  $m_d$  の変化と XX 防振比

逆に  $f_m$  が高いとダンピングマグネットは減衰しにくく  $f_m$  にピークが立ち、高周波の防振比が悪くなる。

以上から  $f_m$  は振り子共振の数倍が望ましい。

#### ダンピング力 $\Gamma$

$\Gamma$  のみを変化させた時の XX 防振比の変化を図 4.17 に示した。

ダンピング力が弱いと、ダンピングはあまりかからず、2 段振り子とダンピングマグネットの 3 つの共振にピークが立つ。

ダンピング力が強すぎると、マグネットと中段マスがあたかもくっついてるように振舞う。下段だけ振動するモードと、中段マスとマグネットと一緒に振動するモードの 2 つの共振ピークが現れる。

ダンピング力は弱すぎても、強すぎてもいけない。図 4.17 の例では  $\Gamma$  が 5kg/s、30kg/s、100kg/s の場合を示したが、それぞれの 0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $2.16 \times 10^{-6} \text{m}$ 、 $2.02 \times 10^{-6} \text{m}$ 、 $2.05 \times 10^{-6} \text{m}$  である。

#### 垂直防振に関する parameter

垂直振動は干渉計の光軸と直交するので、本来は干渉計に影響を与えないはずである。しかし非対称性などの理由から、垂直方向の振動が光軸方向に漏れる（カップリング）可能性がある。そのため、垂直振動もできるだけ抑える必要がある。

水平防振と同じで、高周波での防振比を稼ぐには垂直振動の共振周波数をできるだけ下げ、ダンピングもかける必要がある。

垂直防振に関するパラメータはワイヤーの径（バネ定数）、縦防振用のバネ定数、ダンピングマグネット支持の縦防振周波数がある。

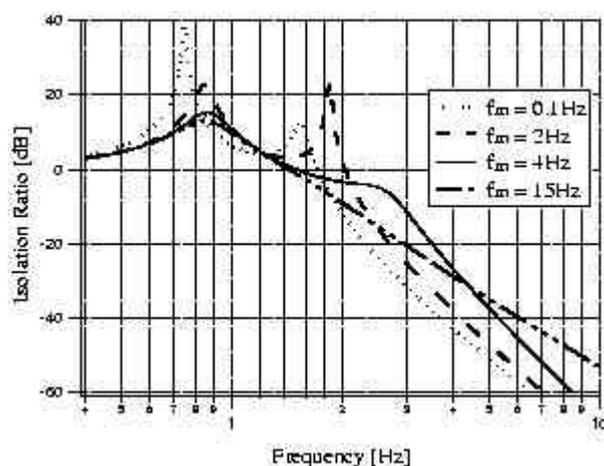


図 4.16: ダンピングマグネットの水平共振周波数  $f_m$  の変化と XX 防振比

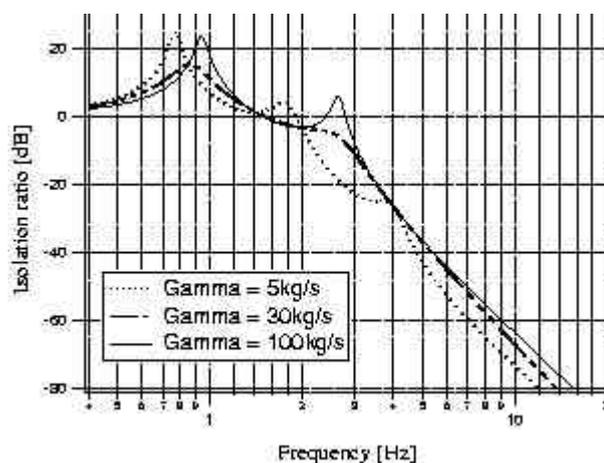


図 4.17: ダンピング力  $\Gamma$  の変化と XX 防振比

#### ワイヤーの径（バネ定数）

揺動散逸定理から、熱雑音は散逸のあるところに発生する。特に鏡を吊るワイヤーには熱雑音を極力発生させるのは好ましくないので、散逸のもととなる縦防振用のバネを入れられない。共振周波数を下げるためにできるだけ細いワイヤーを用いるが、あまり細いと鏡の重さに耐えられず切れてしまうので、細くするにも限界がある。1kgの鏡を吊るには $50\mu\text{m}$ のタングステンワイヤーが限界である<sup>1</sup>[14]。

現行のTAMA suspensionと同じく、鏡を吊る下段ワイヤーは直径 $50\mu\text{m}$ のタングステンワイヤーを用いる。リコイルマス、中段マスを吊るワイヤーは、それぞれ直径 $100\mu\text{m}$ と $150\mu\text{m}$ のタングステンワイヤーである。

<sup>1</sup> タングステンワイヤーの強度は約 $250\text{kg}/\text{mm}^2$ である。これは1kgの鏡を直径 $50\mu\text{m}$ のタングステンワイヤー2本で吊る場合、安全係数は約2に相当する。

縦防振用のバネ定数  $k_i$

垂直振動の共振周波数をできるだけ下げるには、プラットフォームと上段ワイヤーの間に縦防振系のバネを入れる必要がある。

図 4.18 に、縦防振用のバネを用いず直径  $100\mu\text{m}$  のタングステンワイヤーのみの場合、直径  $100\mu\text{m}$  のタングステンワイヤーとベローズを用いている（現行の TAMA サスペンション）場合、直径  $150\mu\text{m}$  タングステンワイヤーと mini GAS を用いている（新しいサスペンション）場合の ZZ 防振比を示した。それぞれの  $k_i$  はタングステンワイヤーと合わせて、4本で  $1.2 \times 10^5$ 、2000、350 である。なお下段のワイヤーは直径  $50\mu\text{m}$  のタングステンワイヤーである。

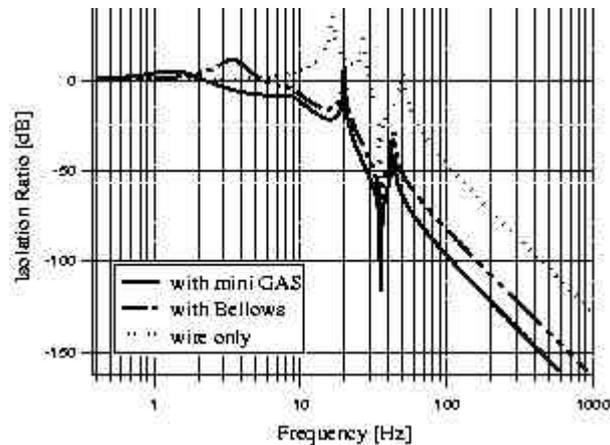


図 4.18: 縦防振用のバネ定数と ZZ 防振比

ダンピングマグネットの縦防振周波数  $f_{mv}$

水平ダンピングと同じ理由で、ダンピングマグネットは縦方向にも防振する必要がある。 $f_{mv}$ のみを変えた場合の ZZ 防振比の変化を図 4.19 に示した。

$f_{mv}$  が低いと、振り子の縦共振の低周波の方のピーク（1.4Hz）が強調される。 $f_{mv}$  が振り子の高周波の縦共振（20Hz）より高いと、 $f_{mv}$  にピークが立つ。そこで  $f_{mv}$  は 10Hz 程度が望ましい。

#### 回転に関する parameter

鏡の回転運動が引き起こされる経路は 2 種類ある。

- 並進-回転  
カップリングによって、地面振動の並進成分が鏡を回転させる場合である。力の入力点とマスの重心がズレているとトルクが発生し、マスは回転する。
- 回転-回転

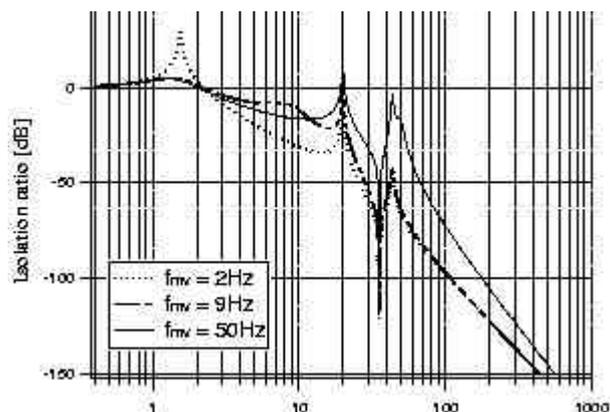


図 4.19: ダンピングマグネットの縦防振周波数  $f_{mv}$  の変化と ZZ 防振比

地面振動には回転速度も存在する。地面振動の並進が鏡の並進振動を引き起こすように、地面振動の回転は鏡の回転を引き起こす。

#### ワイヤーの取り付け位置

マスに働く力はワイヤーを通してマスに伝わる。つまりマスとワイヤーの接点からトルクは入力される。ワイヤーの取り付け位置が重心からズレていると並進-回転のカップリングが起こる(図 4.20)。例えば X-pitch や、Z-yaw である。このようなカップリングを防ぐにはできるだけ重心の位置にワイヤーを取り付けるのが良いだろう。しかしマスを安定に吊る必要があるため、実際はワイヤーの取り付け位置の自由度はあまりない。

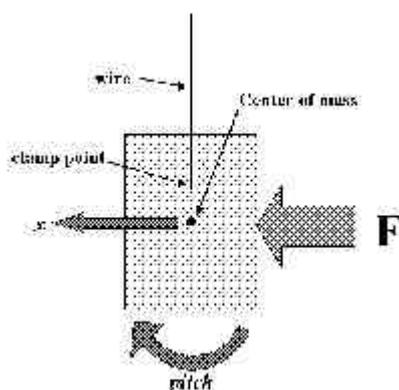


図 4.20: X-pitch

このような X-pitch カップリングは今述べたワイヤーの取り付け位置から、設計段階で予想できるものである。しかし予想できない非対称性も存在する。組み立て誤差や工作誤差(設計と食い違い)、材料の非一様性(重心のズレ等)である。このような非対称性が

ら、思わぬカップリングが生じるだろうし、避けられない。完璧に非対称性を取り除くのは不可能である。

#### 4.3.4 TAMA SAS 用 suspension の試作機

前節の要請を踏まえてパラメータを決定した。それに基づいてサスペンションの試作機を製作した。パラメータは以下の表 4.1 通りである。

鏡の質量 $m_m$	1.037 kg
recoil mass の質量 $m_r$	1.037 kg
中段マスの質量 $m_i$	2.330 kg
ダンピングマグネットの質量 $m_d$	1.072 kg
platform の質量 $m_p$	15kg
上段のワイヤー長 $l_i$	0.25m
下段、鏡のワイヤー長 $l_m$	0.25m
下段、recoil mass のワイヤー長 $l_r$	0.25m
ダンピング力 $\Gamma$	30 N/m.s
マグネットの水平共振周波数 $f_m$	4 Hz
マグネットの垂直共振周波数 $f_v$	9 Hz
上段バネ定数 ( miniGAS 含む ) 4 本分 $k_i$	$3.5 \times 10^2$ N/m
下段、鏡のバネ定数 4 本分 $k_m$	$1.3 \times 10^4$ N/m
下段、recoil mass のバネ定数 4 本分 $k_r$	$5.2 \times 10^4$ N/m

表 4.1: 実際の試作機の parameter

#### 4.3.5 試作機のモデル計算

理想的に吊られた場合のサスペンションプラットフォームから各マスまでの XX、及び ZZ 防振比を MSE ( 剛体モデル ) で計算した ( 図 4.21、図 4.22 )。

各共振モードは表 4.2 の通りである。

計算によると x 方向の 10Hz での防振比は約  $-70$ dB である。4.2 節で述べたように、理想的な条件下では SAS は単独で SAS/SUS の防振目標を達成している。そして図 4.22 の防振比も理想的なものであり、経験から実際の防振比というものは簡単に計算より 1、2 桁悪くなりうる [14] [15]。

それに対して、サスペンションのこの  $-70$ dB という防振比は 3 桁以上のマージンを表している。

実際に測定した試作機の防振特性を第 5 章の実験結果で述べる。

周波数 [Hz]	モードの種類
0.87	Pendulum X
1.38	Z
2.59	Pendulum X
2.93	Magnet X
8.7	Magnet Z
9.12	Z

表 4.2: 試作機の並進の共振モードの周波数

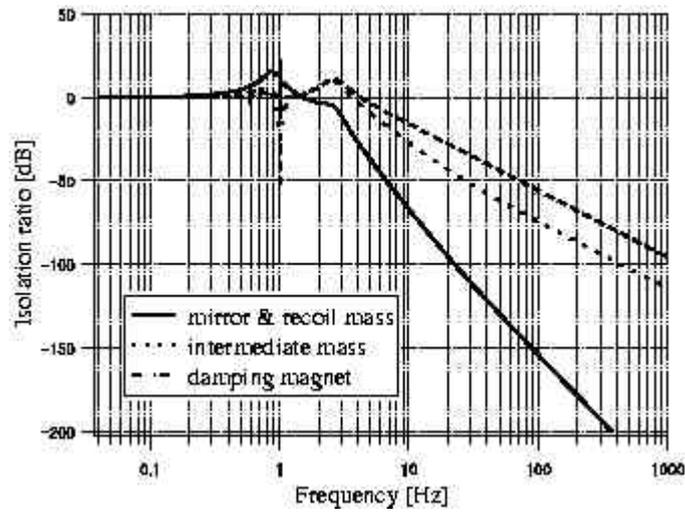


図 4.21: XX 防振比

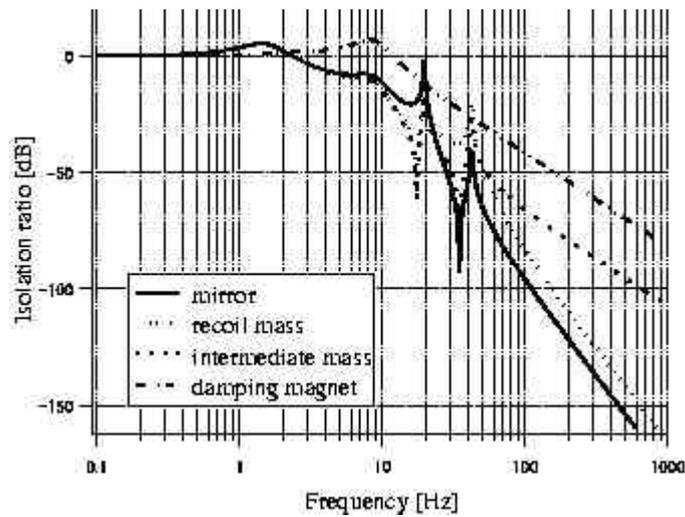


図 4.22: ZZ 防振比

## 第5章 実験結果

前章で質点モデル及び剛体モデルによりサスペンションの防振性能を計算した。しかし現実のサスペンションが設計どおりの性能を有しているか、また問題点や改善方法があるかは実際に実験してみないと確かめられない。この章ではサスペンション試作機の性能の評価実験について述べる。

- 加振器を用いてサスペンションの並進方向の加振実験を行い、伝達関数を測った (5.1 節)。
- 鏡の制御実験でリコイルマスの効果を確認した (5.2 節)。
- プラットフォームの DC 制御応答を測定し、またカップリング率を求めた (5.3 節)。
- コイルマグネットアクチュエータを用いて回転方向の伝達関数を測定した (5.4 節)。
- 最後に伝達関数測定の結果をまとめる (5.5 節)。

### 5.1 サスペンションの加振実験

#### 5.1.1 実験方法

サスペンションの防振特性を評価するために、人工的にサスペンションのプラットフォームに振動を加え、鏡の応答を測定する。サスペンションに加わる地面振動は並進・回転の自由度のものが入り混じっているが、実験ではそれぞれの方向の外乱振動を別々に加えて、特定の方向の振動に関する伝達関数を求める。そうすることによって鏡のある自由度の振動が、こういった経路を経て引き起こされるのかがわかる。これを加振実験という。

並進加振は加振器を使ってプラットフォームを振動させ、鏡の運動を振動検出器で検出し、その信号を FFT アナライザーで処理することで伝達関数を求める。

回転方向の加振は加振器を使えないので、プラットフォームに取り付けられたコイルマグネットアクチュエータを用いる (5.4 節)。

### 加振器

並進方向の加振には加振器と呼ばれる装置を用いた。本実験ではアカシ E-DES-452 動電形振動試験装置を用いた。加振器はいわば巨大なスピーカであり、ボイスコイルとこれに結合された振動試験台からなる。適当な電圧を加えコイルを駆動し、振動を発生させる。

コイルを横に倒して水平振動台と結合すると水平加振、コイルを縦にして垂直振動台と結合すると垂直加振が可能である(図 5.1、図 5.2)。最大加振力は 4000N であり、加振帯域は 5Hz~5000Hz とされているが、これは十分なゲインが得られる周波数範囲である。サスペンションの加振実験という目的では、実際は 0.1Hz 程度まで用いることができる [14]。

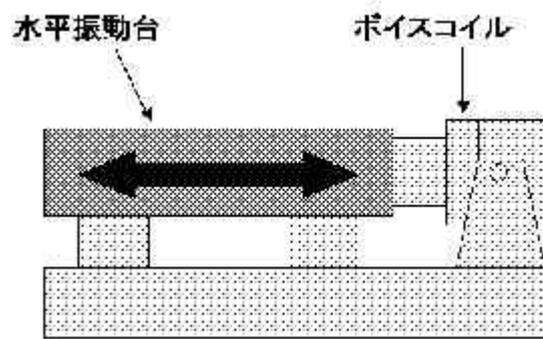


図 5.1: 水平加振

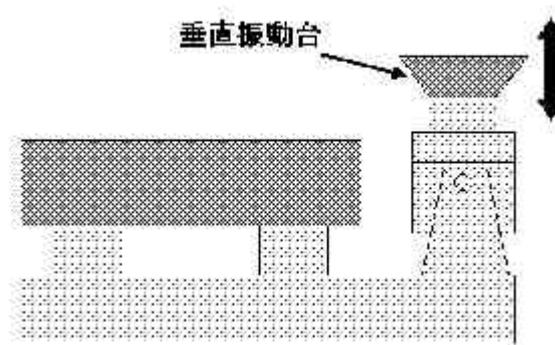


図 5.2: 垂直加振

新しいサスペンションは上部から 1 本のワイヤーで吊られたプラットフォームから、中段マス、マグネット、鏡を吊っている構成なのでそのままでは振動台に取り

り付けられない。そこで「フレーム」にプラットフォームを固定し、全体を振動台に乗せて加振する（図 5.3）。

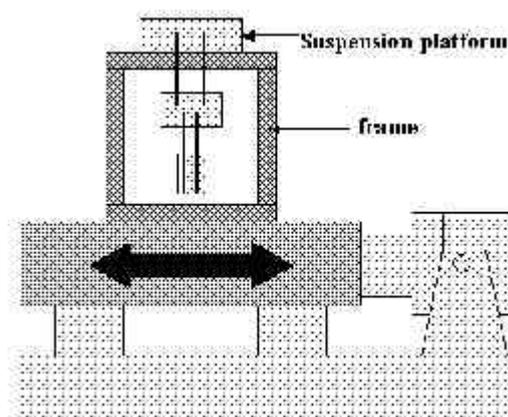


図 5.3: サスペンションの水平加振

#### 振動の検出方法

振動の検出には 2 種類のセンサーを用いた。反射型フォトセンサー [19] と小型ピエゾ加速度計である。

フォトセンサーは 1 個のフォトダイオード (PD) と 1 個の赤外 LED を組み合わせたものである。LED の光が測定対象に取り付けられた鏡に反射され、それを PD で検出する（図 5.4）。フォトセンサーと反射鏡の距離が変化すると、図 5.6 のように出力電圧が変化するので、鏡の振動による変位を測定することができる。出力と距離が比例関係にある範囲を用いる。

フォトセンサーは数十 Hz 以上で音などの雑音により感度が悪くなる。この実験では 1Hz 以下での測定に用いた。反射鏡を貼り付けたことによってダミーマスが傾くのを防ぐため、反対側にカウンターバランスを貼り付けた。

ピエゾ加速度計は、力（変形）を受けると起電力が生じるピエゾ素子のビームを内蔵した加速度検出器である。リファレンスとなるマスがビームに取り付けられていて、力が加わるとリファレンスマスの慣性によってビームに歪みが生じ、起電力を生じる。これをアンプで増幅して測定し、加速度の信号を得る。

加速度計を測定対象に粘着ワックス等で貼り付けて使用する。（図 5.5 左:水平加振 右:垂直加振）。プラットフォームや鏡の振動量を求めるには、加速度計で測定した加速度を変位に換算すればよい。

本実験では重量 7g、直径 14mm、高さ 16mm と小型で軽量の KISTLER 社の加

速度計 8628B5 を用いた。なお感度は  $1V/G$  と高感度である。加速度計は  $1Hz$  以上の測定に用いた。

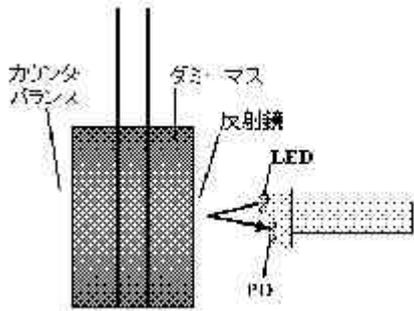


図 5.4: フォトセンサー

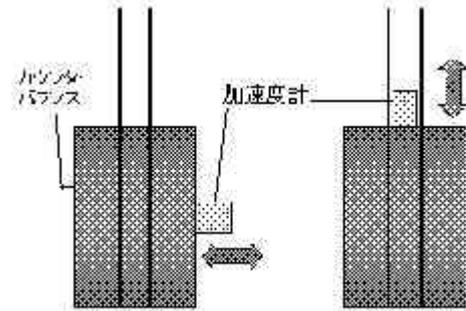


図 5.5: 加速度計の取り付け法

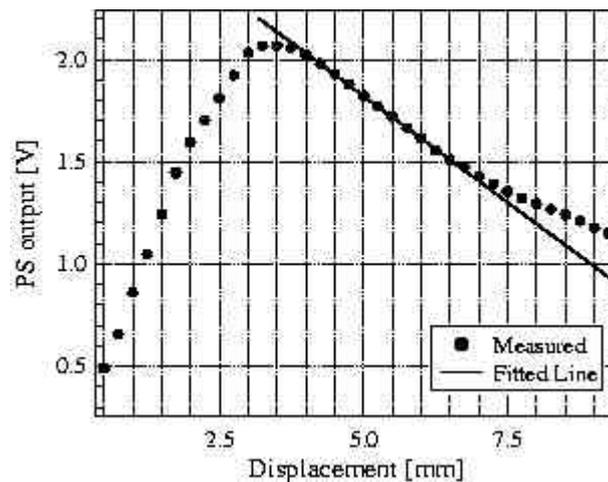


図 5.6: 反射鏡との相対距離とフォトセンサーの出力

### FFT analyser

最も  $S/N$  の良い伝達関数測定法は正弦波で swept sine 法であり、FFT アナライザーで加振器に正弦波を入力する。本実験では ADVANTEST 社の R9211C を用いた。アナライザーで 2 つの信号の比を測定することができるので、プラットフォームの振動信号とダミーマスの振動信号の比、すなわち伝達関数を求めた (図 5.7)。

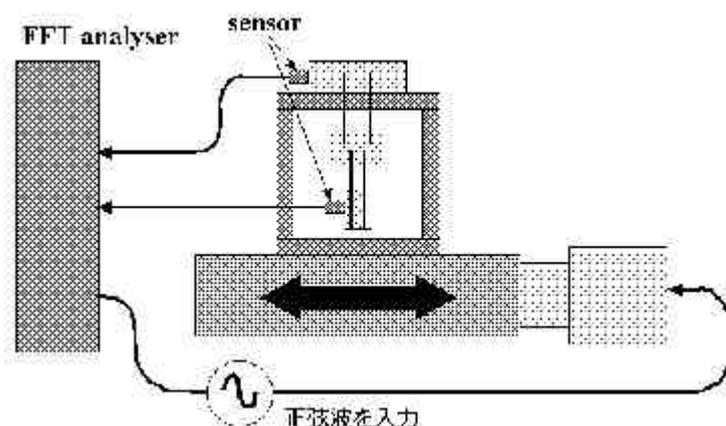


図 5.7: 水平加振実験の全体図

### 5.1.2 XX 防振比の測定

X方向にサスペンションの加振を行い、フォトセンサー及び加速度計で、プラットフォームからダミーマス、リコイルマス、中段マスそしてマグネットの各マスまでのXX防振比を測定した。

結果を理想的に吊られた場合のXX防振比のMSE(剛体モデル)の計算結果とともに図5.8に示した。

いくつかのピークを除いて、実測された防振比は計算結果と概ね一致する。850mHzの振り子の基本モードは計算どおりダンパされていて、高周波の防振比は $f^{-4}$ に比例して落ちている。

2.8Hz、5.9Hz、9Hz付近に見られるピークはそれぞれダミーマス、リコイルマス、ダンピングマグネットのPitchモードによるものである。

30Hz以上から防振比が悪化しているように見えるが、音等による環境の雑音の原因である。加速度計が音を拾ってしまうのである。また、プラットフォームの振動がワイヤーから伝わってダミーマスが振動するのではなく、空気の揺れが直接ダミーマスを振動させている効果も考えられる。実際の高周波の防振比はより良いと予想されるが、観測帯域の防振特性の評価は困難である。雑音によってダミーマスの防振比の測定が制限され、防振比の上限しかわからない。なお10Hzでの防振比は-52dBである。

またプラットフォームからリコイルマス、中段マス、マグネットまでの防振比もそれぞれ図5.9、図5.10、図5.11に示した。

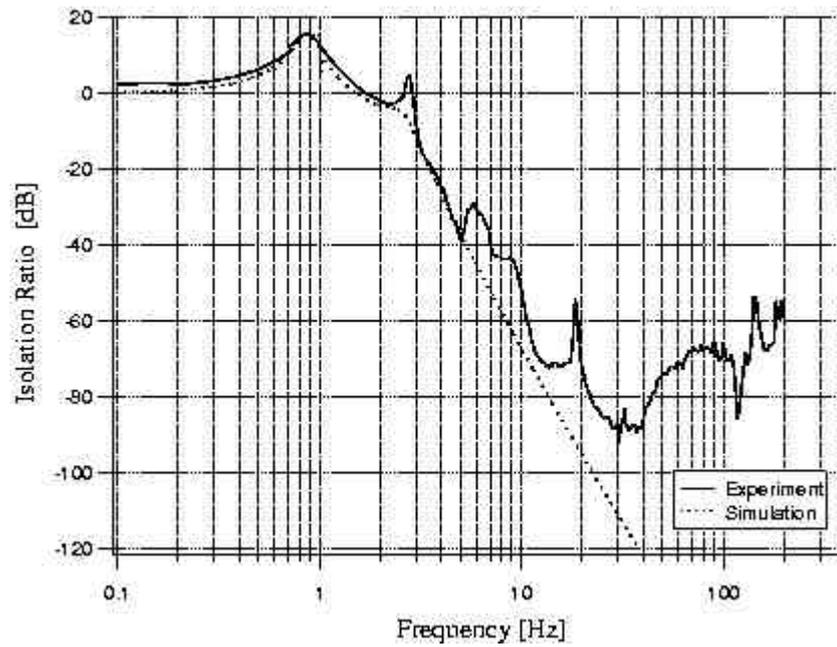


図 5.8: プラットフォームからダミーマスへのXX 防振比

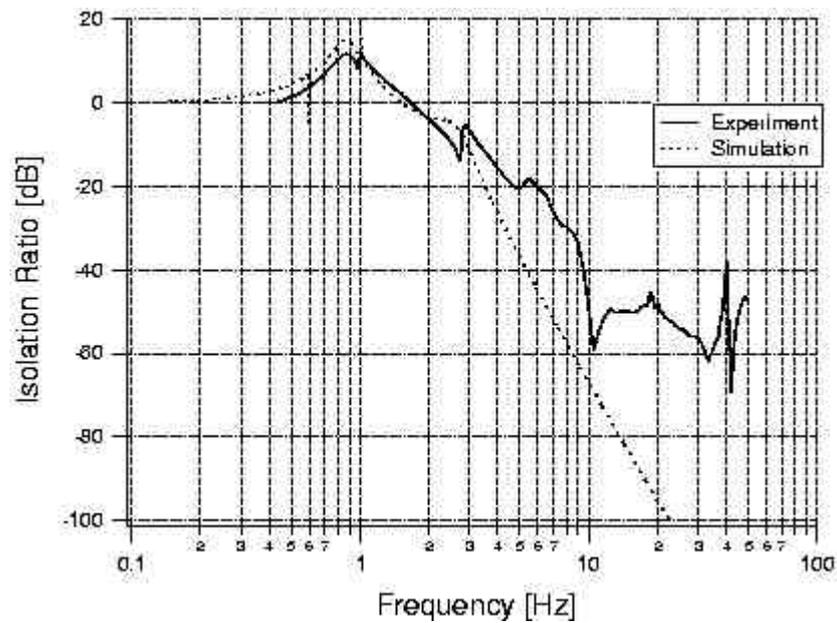


図 5.9: プラットフォームからリコイルマスのXX 防振比

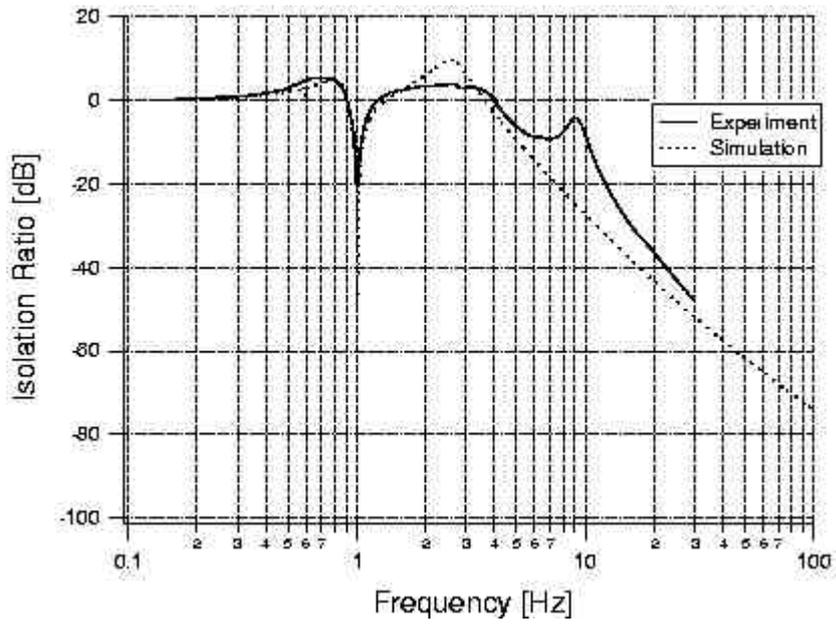


図 5.10: プラットフォームから中段マスの XX 防振比

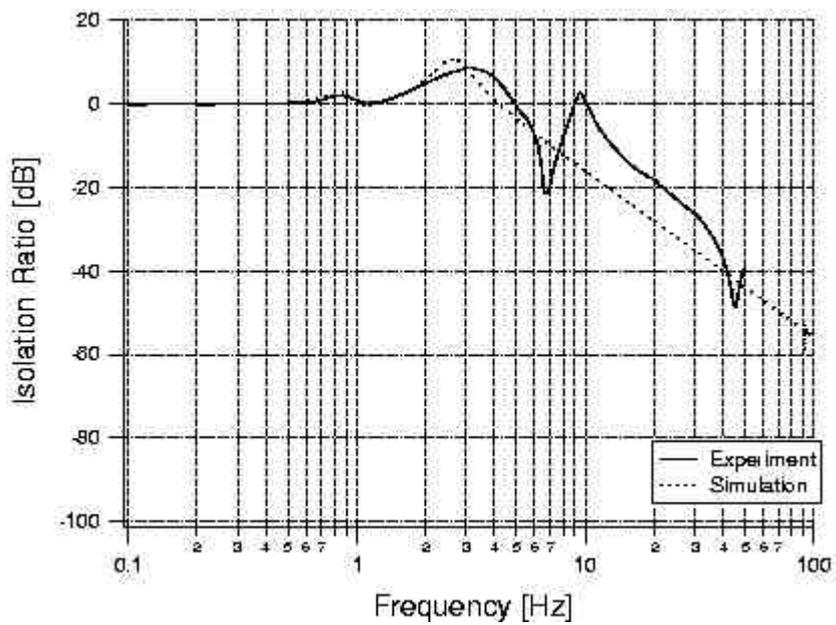


図 5.11: プラットフォームからマグネットの XX 防振比

### 5.1.3 ZZ 防振比の測定

次にサスペンションを Z 方向に加振し、プラットフォームからダミーマスの ZZ 防振比を測定した。X 方向の加振実験同様、プラットフォームをフレームに固定し、フレームごと垂直方向に加振した。結果を ZZ 防振比の MSE の計算値とともに図 5.12 に示した。

ZZ 防振比も計算結果と概ね一致している。1.6Hz は miniGAS の Z 共振、8Hz はマグネットの Z 共振である。これらのピーク高が計算値と一致しないのは、実際のダンピング力が計算より小さかったためである。18Hz、40Hz のピークはそれぞれダミーマス、リコイルマスの Z 共振である。

高周波は XX 防振比と同様に音による雑音で制限されている。

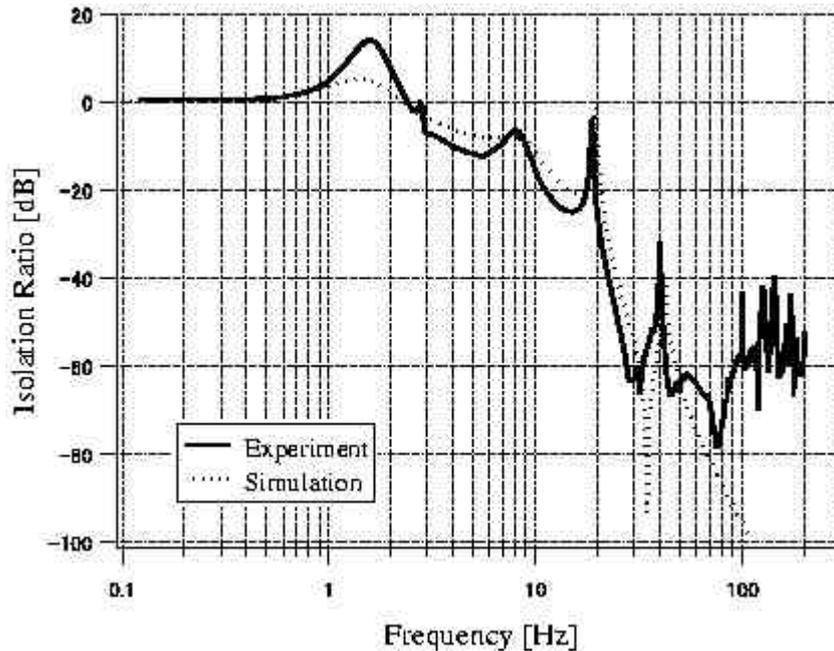


図 5.12: プラットフォームからダミーマスへの ZZ 防振比

## 5.2 Mirror 制御の実験

サスペンションが SAS から吊られた状態では鏡は 5 段振り子の最下段に位置する。コイルマグネットアクチュエータを用いて鏡の制御を行うとき、上段の各ステージの反動が鏡の制御を複雑にする (4.3.2)。リコイルマスを導入し、鏡の制御をリコイルマスから行くと、中段マスで鏡とリコイルマスの反跳が相殺され、反動が中段マス以上の段に伝わらない。

鏡があたかも固定された中段マスから吊られているのと同じく、鏡の制御応答は単振り子のようになるはずである。この実験ではそれを確認する。

### 5.2.1 実験方法

ダミーマスに棒状の小さな永久磁石が 4 本、リコイルマスにはそれらに対応する 4 つのコイルが取り付けられている (図 5.13)。コイルに電流を流すと磁場が発生し、その磁場に比例した力が磁石に働く。電流を調整することによって鏡の位置や姿勢を制御することができる。

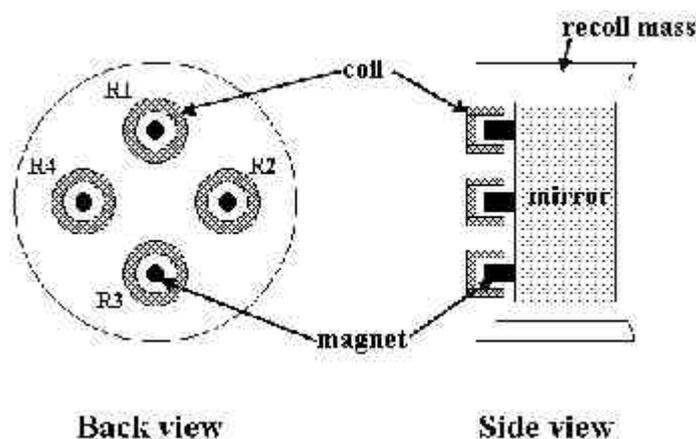


図 5.13: mirror 制御の coil-magnet actuator

例えば光軸方向に鏡を押したい時は、同じ方向 (光軸方向) に力が鏡に加わるようコイルに電流を流す (図 5.14)。Yaw 方向や Pitch 方向に鏡を動かしたい時は差動で力が鏡に加わるように、Yaw 方向は左右、Pitch 方向は上下のコイルに電流を流す (図 5.15)。

SAS の下段の GAS Filter を固定し、そこからサスペンションプラットフォームを 1 本のワイヤーで吊った。これ以降の実験は全てこのような 3 段振り子の状態

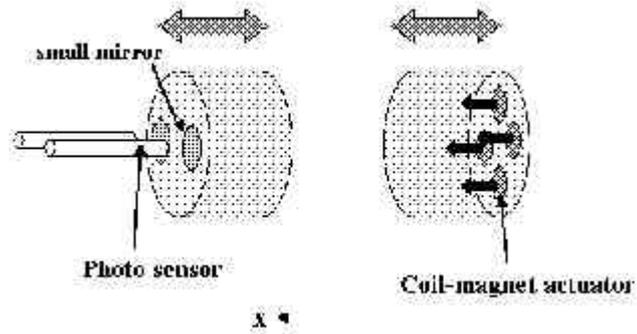


図 5.14: mirror の x 方向の制御

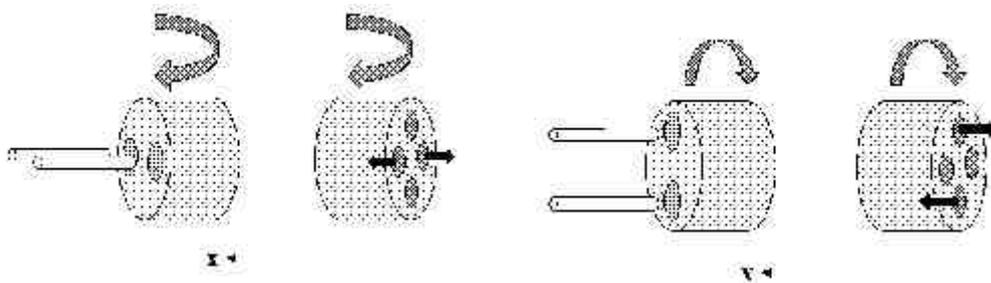


図 5.15: mirror の Yaw 方向 (左) と Pitch 方向 (右) の制御

(図 5.16) で行った。加振はミラー段とプラットフォーム段のコイルマグネットアクチュエータを用い、振動の検出は加速度計を使用せず、全てフォトセンサーで測定した。なおフォトセンサーは 2 つを 1 組で用い、測定方向に合わせて図 5.16 の様に設置した。

ミラー制御の実験では、ミラー段のアクチュエータに FFT アナライザーから正弦波を入力し、ダミーマスを加振した。フォトセンサーでダミーマスの振動を検出し、FFT アナライザーを用いてコイルの入力電流とダミーマスの振幅の比 (伝達関数) を測定した。

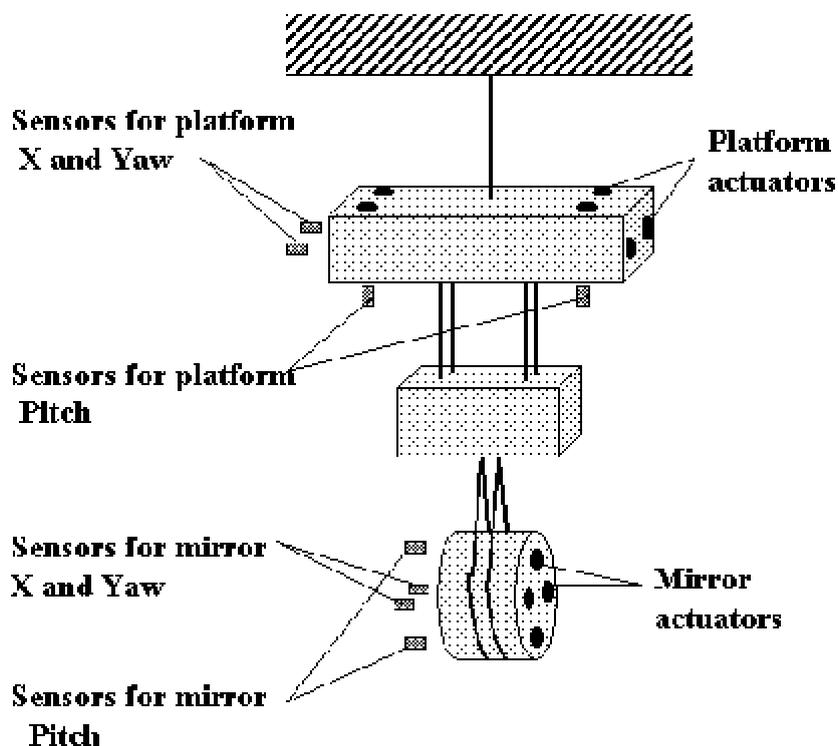


図 5.16: 実験のセットアップ

### 5.2.2 x 方向の制御

左右のアクチュエータが、ダミーマスを光軸方向に同相で押すようコイルに電流を流した。コイル電流からダミーマスの振幅への測定された伝達関数を図 5.17 (上が絶対値、下が位相) に示す。

GAS Filter から吊られたサスペンションのダミーマスは 3 段振り子の最下段であるが、ダミーマスの制御応答の結果は単振り子のものである。これは設計通り、制御の反動をリコイルマスが打ち消して、中段マス以上は動いていないことを意味する。

鏡の段の光軸方向の共振周波数は 1.0Hz で、2.8Hz と 18Hz に見える小さなピークはそれぞれダミーマスの Pitch 共振と Z 共振である。

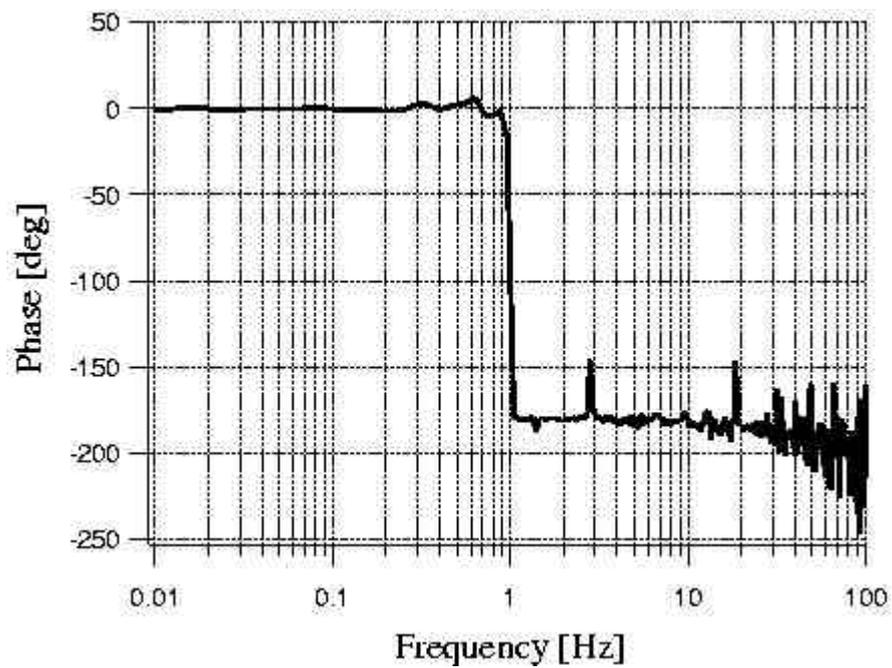
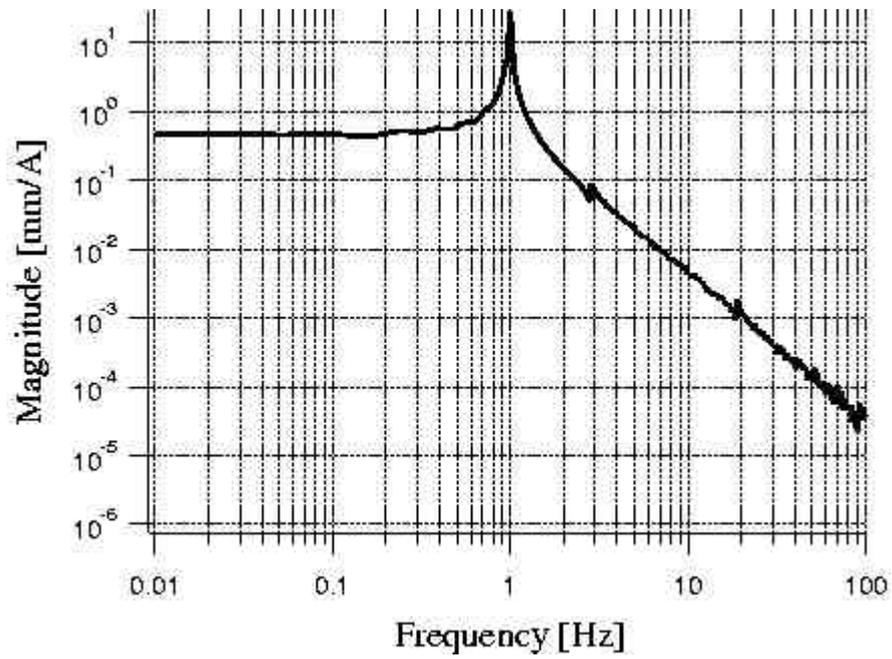


図 5.17: x 方向のダミーマスの制御応答

### 5.2.3 回転方向の制御

次に同じセットアップで Yaw 方向と Pitch 方向のダミーマスの制御実験を行った。Yaw は左右のコイル (R2,R4) に、Pitch は上下のコイル (R1,R3) に電流を差動入力し、ダミーマスを回転させた。回転振動の検出は2つのフォトセンサーの信号を差動検出することによって行った。Yaw はダミーマスの左右、Pitch はダミーマスの上下に小型ミラーを取り付け、それぞれをフォトセンサーの反射板に用いた。差動信号を角度に変換して回転振動量を求めた。

結果はそれぞれ図 5.18、図 5.19 に示した。どちらも単振り子の応答に非常に似ていて、鏡の段の Yaw モード、Pitch モードの共振周波数はそれぞれ 740mHz と 2.8Hz である。Pitch 方向の応答にはダミーマスの Yaw モードと x モードが漏れているが、これは x-pitch はカップリングしやすく (4.3.3)、yaw 方向の振動は励起されやすい (5.3.2) からである。

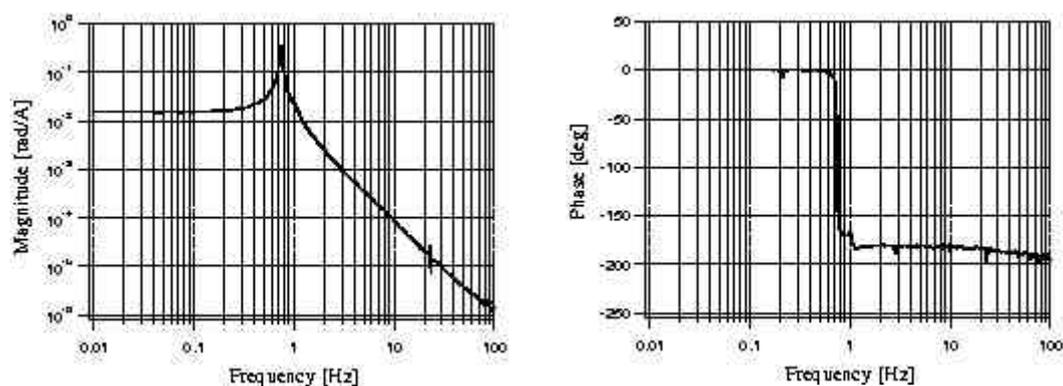


図 5.18: Yaw 方向のダミーマスの制御応答

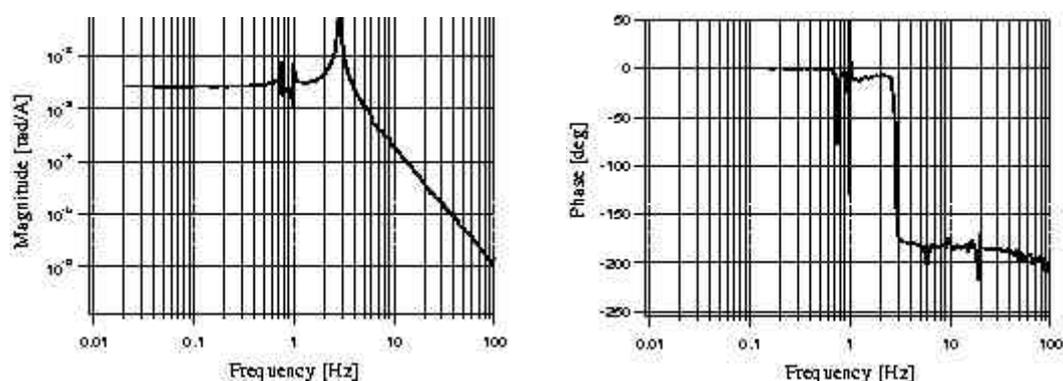


図 5.19: Pitch 方向のダミーマスの制御応答

### 5.3 サスペンションのDC制御

プラットフォームにおいてサスペンションの Pitch 方向及び Yaw 方向の傾きの DC 制御を行う予定である。鏡の制御と同様に、プラットフォームの制御もコイルマグネットアクチュエータを使用する。

プラットフォームには8つの棒状の永久磁石が取り付けられ、プラットフォームを囲む枠にはそれらに対応した8つのコイルが取り付けられている(図 5.20)。コイルに適当な定常電流を流すとプラットフォームには一定の力が加わり、サスペンションを傾かせることができる。

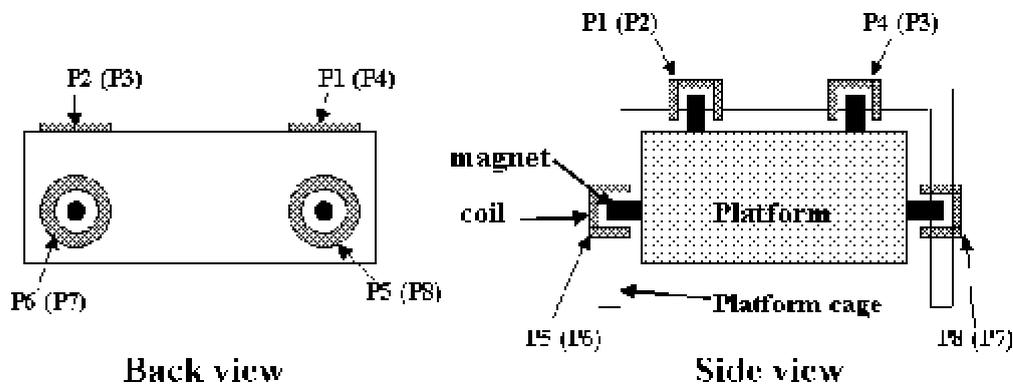


図 5.20: platform 制御の coil-magnet actuator

#### 5.3.1 DC 制御実験の結果

コイルに DC 電圧をかけて、コイルに流れた電流値とプラットフォームの変位角の関係を求めた。この実験でも SAS の下段の GAS Filter を固定し、そこからサスペンションプラットフォームを吊った状態で行った。Pitch 方向の制御にはコイル P1,P2,P3,P4 を使用し、傾きの検出には2つのフォトセンサーを図 5.21(左)のように設置し、2つの信号の差を測定した。同様に Yaw 方向の制御にはコイル P5,P6,P7,P8 を使用し、フォトセンサーを図 5.21(右)のように設置した。コイルにかける DC 電流を変化させながらプラットフォームの傾き角を測定した。

結果を図 5.22 にフィッティングとともに示した。左が Pitch、右が Yaw 方向の制御である。コイルに流した電流値とサスペンションの傾き角が比例していることがわかる。なおその比例係数は表 5.1 に示す。

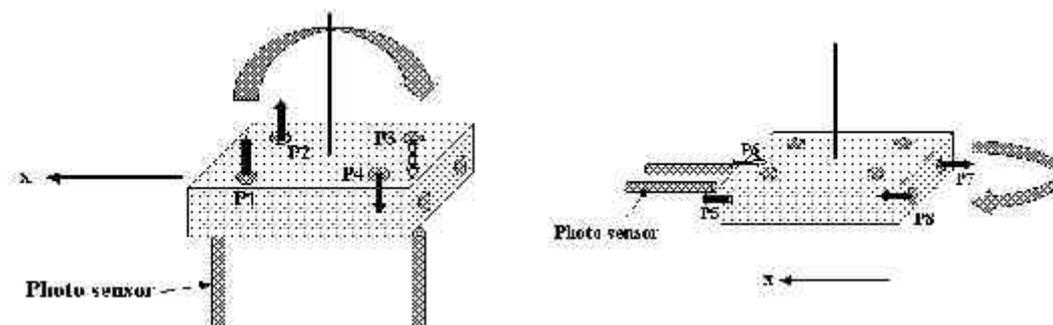


図 5.21: Platform の Pitch 方向 (左) と Yaw 方向 (右) の制御

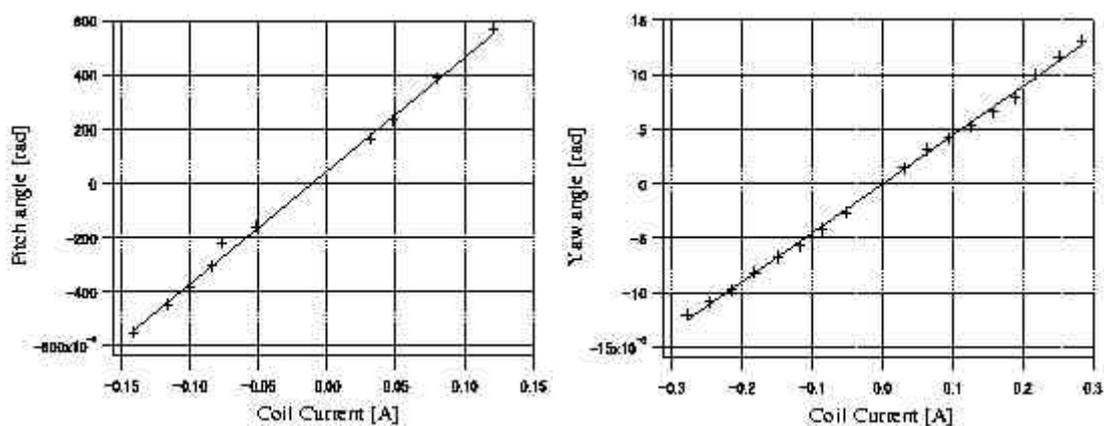


図 5.22: サスペンションプラットフォームの DC 制御 (左:Pitch 右:Yaw)

制御方向	センサー向き	比例係数
Pitch	Pitch	$4.17 \times 10^{-3}$ [rad/A]
Yaw	Yaw	$4.51 \times 10^{-2}$ [rad/A]

表 5.1: 電流値と傾きの関係

### 5.3.2 カップリング率の測定

5.4.1 ではプラットフォームが Pitch や Yaw 方向に傾くようにコイルに定常電流を流し、プラットフォームが電流に比例してそれらの方向に傾くことを確認した。次にその時の他の自由度のカップリングを測定する。例えばプラットフォームを Pitch 方向に傾かせている時に、x 方向や Yaw 方向への変位を測定する。もし電流と変位に相関があれば実際にカップリングが起こっている。その比例係数からカップリング率が求まる。

コイルに流す電流の向きを変えると、プラットフォームは Pitch や Yaw 方向だけでなく、x 方向や z 方向にも押すことができる。変位の検出は 5.4.1 と全く同じセットアップで、2つのフォトセンサーを用いる。Yaw 方向の検出の時に2つのフォトセンサーの出力の差を見たが、x 方向の場合は2つの出力の平均を読み取る。z 方向の検出は、Pitch 方向のセットアップで2つのフォトセンサーの出力の平均を見る。

主なカップリングの結果を表 5.2 に示した。z 方向は他の自由度とほとんど相関がなかったので記さなかった。

制御方向	センサー向き	比例係数
x	x	$2.73 \times 10^{-1}$ [mm/A]
x	Pitch	$8.59 \times 10^{-4}$ [rad/A]
x	Yaw	$4.99 \times 10^{-3}$ [rad/A]
Pitch	x	$1.72 \times 10^{-1}$ [mm/A]
Pitch	Yaw	$3.15 \times 10^{-3}$ [rad/A]
Yaw	x	$5.06 \times 10^{-1}$ [mm/A]
Yaw	Pitch	$4.10 \times 10^{-5}$ [rad/A]

表 5.2: 他自由度との相関

表 5.1 と表 5.2 からプラットフォーム段での自由度間のカップリング率が表 5.3 のように求まる。

例えば x-pitch カップリング率とはプラットフォームを x 方向に同じ力で押した時の、pitch 方向の変位を x 方向の変位で割った比である。注目すべきは Yaw 方向の柔らかさである。x-pitch と x-yaw、または pitch-yaw と yaw-pitch を比較するとサスペンションは Yaw 方向に回転しやすいことがわかる。

カップリング	カップリング率
x-pitch	$3.15 \times 10^{-3}$ [rad/mm]
x-yaw	$1.83 \times 10^{-2}$ [rad/mm]
pitch-x	$4.12 \times 10$ [mm/rad]
pitch-yaw	$7.55 \times 10^{-1}$ [rad/rad]
yaw-x	$1.12 \times 10$ [mm/rad]
yaw-pitch	$9.09 \times 10^{-4}$ [rad/rad]

表 5.3: カップリング率

## 5.4 回転方向の伝達関数測定

5.2の加振器を用いた加振実験では回転方向の加振は行わなかった。そこでプラットフォームのアクチュエータを用いてプラットフォームからダミーマスへの回転方向の伝達関数を測定した。

5.3以降の実験と同じように固定されたSASの下段GAS Filterからサスペンションを1本のワイヤーで吊った状態で実験を行った。この状態での伝達関数の測定は少し複雑なので、わかりやすいように図5.23にまとめた。まずプラットフォームのアクチュエータを用いてプラットフォームを*i*方向(Pitch、Yaw x)に加振し、フォトセンサーでプラットフォームの*i*方向の振動を検出した。FFTアナライザーでコイルにかけた電圧とプラットフォームの振動の比(伝達関数 $A_{ii}$ )を求めた。次に同じようにアクチュエータを用いてプラットフォームを*i*方向に加振させ、今度はフォトセンサーでダミーマスの*j*方向の振動を測定し、コイルにかけた電圧とダミーマスの振動の比 $B_{ij}$ を求めた。両者の比を取ればプラットフォームの振動からダミーマスの振動への伝達関数 $H_{ij}$ が得られる。

$i = j$  (Pitch or Yaw) の場合は回転方向の伝達関数が求まり、 $i \neq j$  とすればカップリングの伝達関数が求まる。

プラットフォームからダミーマスのPitch-pitch防振比とYaw-yaw防振比の結果を図5.24、図5.25に示す。

### pitch-pitch 防振比

図5.24にはpitch-pitch防振比の実験結果と計算結果だけでなく、プラットフォームのコイルにかけた電圧からプラットフォームのpitch変位及びダミーマスのpitch変位までの伝達関数も載せた。

pitch-pitch防振比は10Hzまでは計算結果とよく一致する。20Hz以上では防振比が悪化するが、それはセンサーノイズによるものである。特にコイル電圧からダミーマスの変位の伝達関数は20Hz以上はノイズレベルに達しているので測れていない(図5.26)。pitch-pitch防振比は20Hz以上で雑音による限界であり、実際

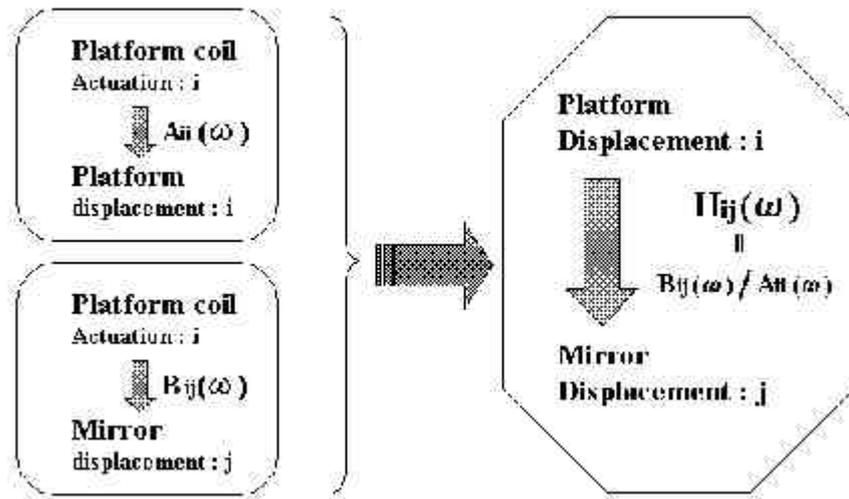


図 5.23: プラットフォームからダミーマスの伝達関数の求め方

の防振比はより良いと思われる。

コイル電圧からプラットフォーム及びダミーマスの伝達関数では共に 700mHz に共振があるが、プラットフォームからダミーマスの伝達関数でその共振は消えている。これはサスペンションがワイヤーで吊られている 3 段振り子の状態であり、700mHz の共振はサスペンション全体が一体で pitch 方向に振動しているモードである。プラットフォームからダミーマスの伝達関数は 2 段振り子の伝達関数なのでそのモードは現れない。

#### yaw-yaw 防振比

図 5.25 に yaw-yaw 防振比の実験結果とプラットフォームのコイルにかけた電圧からプラットフォームの yaw 変位及びダミーマスの yaw 変位までの伝達関数を示した。また pitch-pitch の場合と同様に、図 5.27 に yaw-yaw 防振比の測定限界を示した。

yaw-yaw の場合、コイル電圧からダミーマスの伝達関数が雑音レベルに達するのは 4Hz で、4Hz 以上の防振比はで雑音で測れていない。

サスペンション全体が一体で yaw 方向に振動する共振モードは 210mHz であり、これはプラットフォームからダミーマスの伝達関数に現れない。

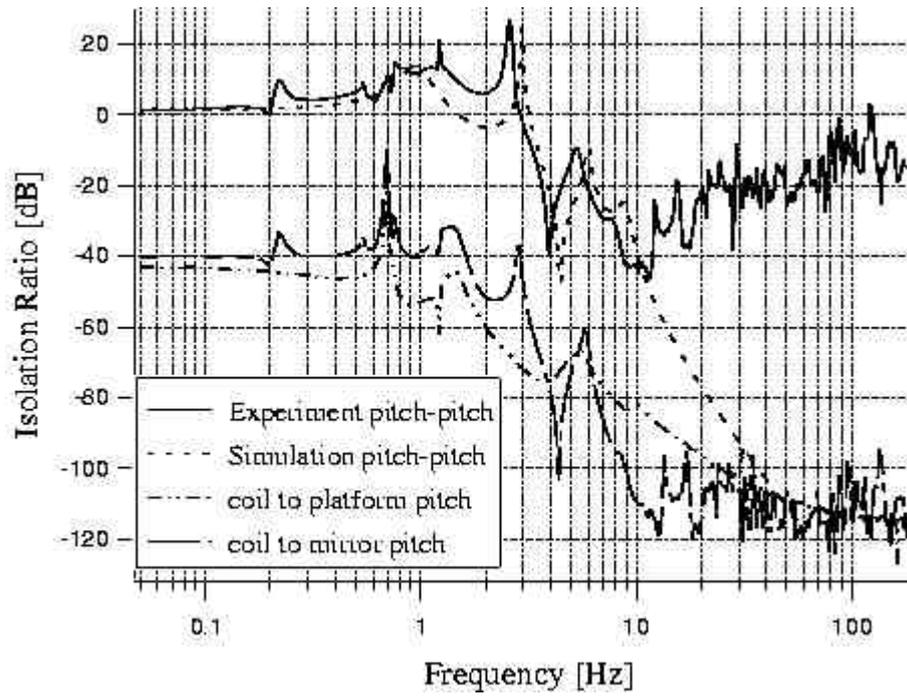


図 5.24: pitch-pitch 防振比

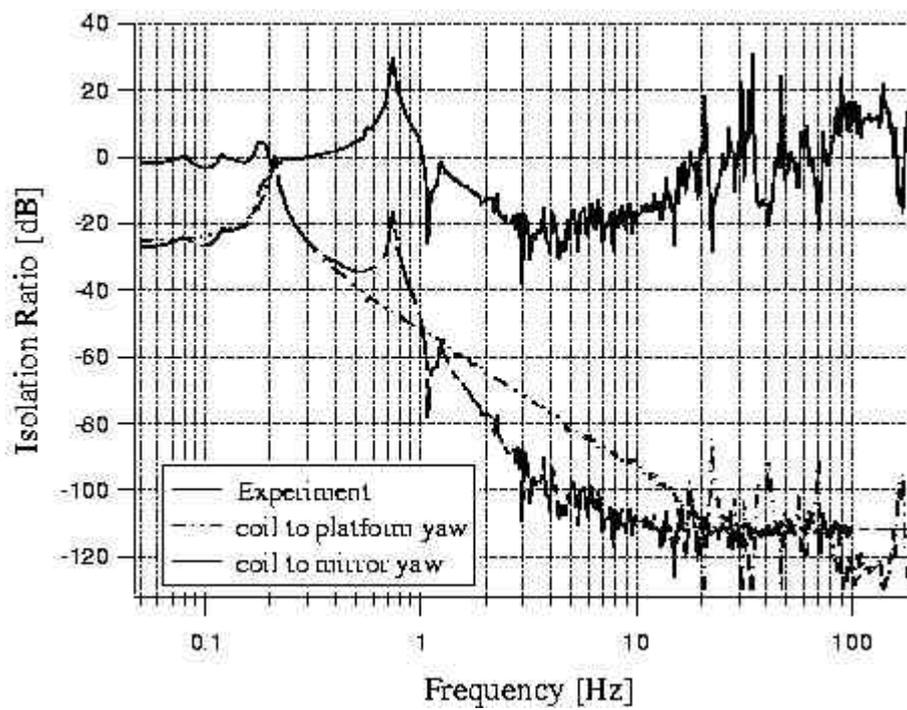


図 5.25: yaw-yaw 防振比

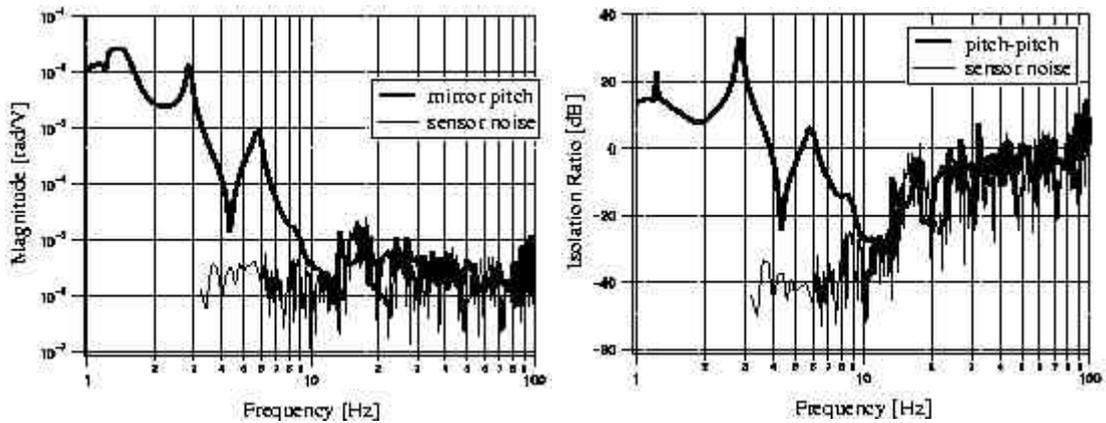


図 5.26: pitch-pitch 防振比の雑音による測定限界  
 左はコイル電圧からダミーの pitch 変位の伝達関数  
 右はプラットフォームからダミーの pitch-pitch 防振比

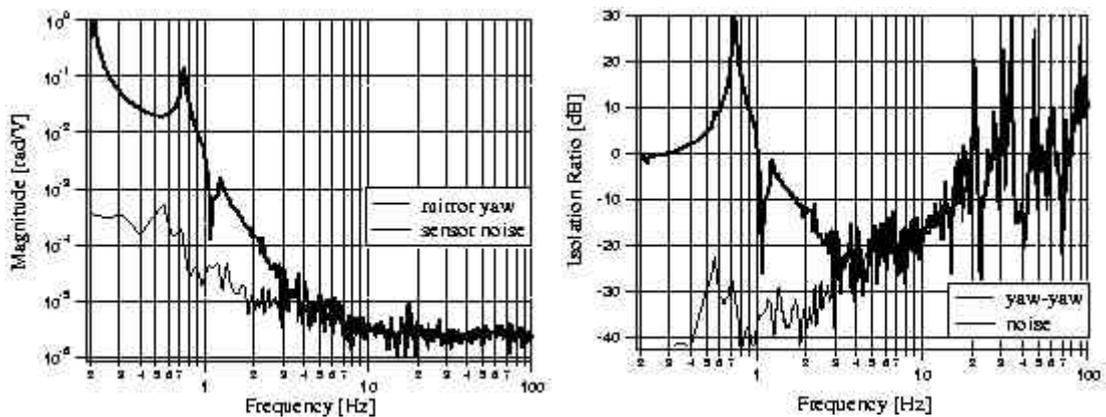


図 5.27: yaw-yaw 防振比の雑音による測定限界  
 左はコイル電圧からダミーの yaw 変位の伝達関数  
 右はプラットフォームからダミーの yaw-yaw 防振比

次に x-pitch、x-yaw カップリングを測った。プラットフォームをコイルで x 方向に加振し、プラットフォームの x 変位からダミーマスの pitch 変位及び yaw 変位の伝達関数を図 5.23 の方法で求めた。

### x-pitch

図 5.28 に x-pitch カップリングの結果を示した。高周波は雑音レベルに達して測れていないと思われるが、今度はコイル電圧からプラットフォーム変位の伝達関数も S/N が悪い。

### x-yaw

pitch-pitch や yaw-yaw 伝達関数の場合と違って、x-yaw 測定では 3 段振り子の基本モードがキャンセルされないで、サスペンション全体が一体で x 方向に共振するモードが 700mHz に現れている。

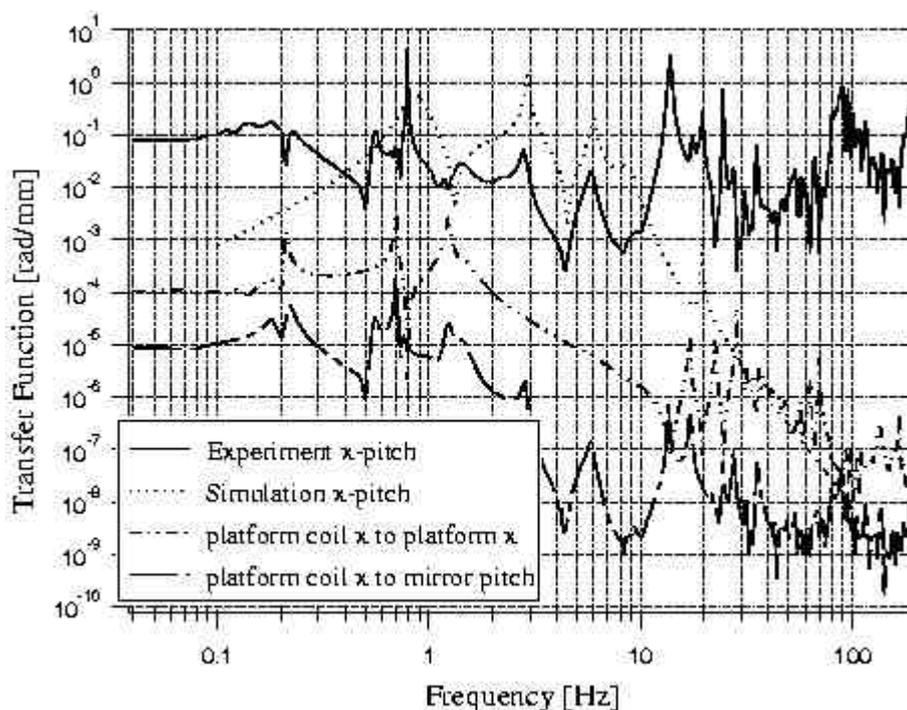


図 5.28: x-pitch 防振比

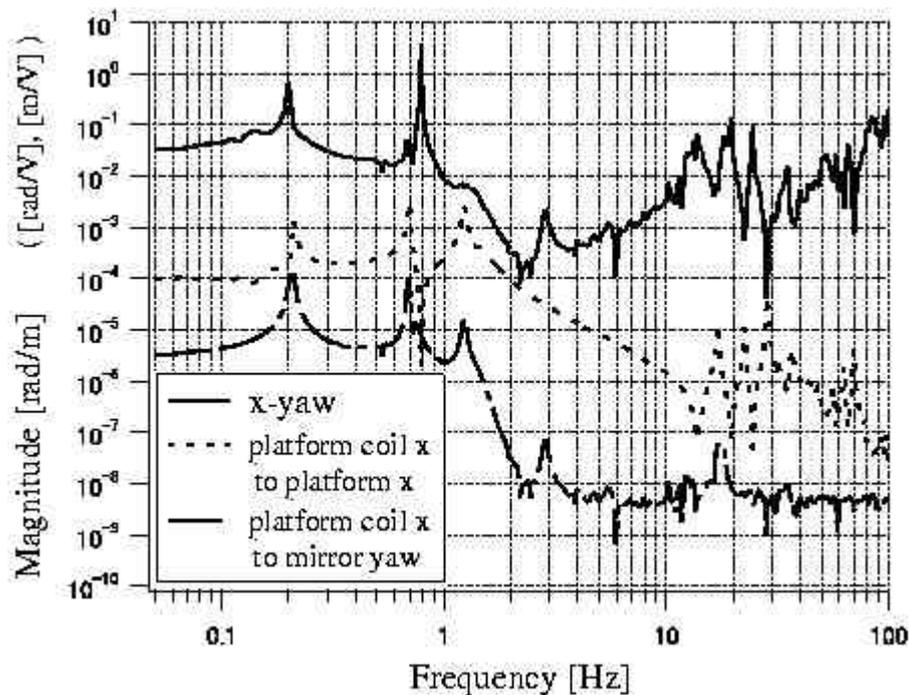


図 5.29: x-yaw 防振比

## 5.5 伝達関数測定のみとめ

### SAS/SUS による並進防振

実験で測定した伝達関数の結果と、4.2節で求めた SAS の防振特性の計算結果と 3.3節の地面振動モデルを組み合わせて、SAS/SUS により防振されたダミーマスのパワースペクトル密度を求めた。またその結果からダミーマスの RMS 振幅を計算した。

#### $x$ 方向

( $X$  方向の地面振動)  $\times$  (SAS の  $XX$  防振比)  $\times$  (サスペンションの  $XX$  防振比) の結果を図 5.30 に示した。

10Hz における PSD は  $1.5 \times 10^{-21} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、

0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $5.6 \times 10^{-8} \text{ m}$

である。PSD は目標の  $10^{-18} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$  を達成しているが、RMS 振幅は目標の  $10^{-8} \text{ m}$  を達成していない。しかし RMS 振幅は SAS の倒立振り子の 30mHz の共振によって悪化している。SAS の  $XX$  防振比の計算ではダンピングを考慮していないが、実際の SAS では 5Hz 以下の周波数帯で能動制御するので、RMS 振幅は改善される可能性がある。

**z 方向**

(Z 方向の地面振動)×(SAS の ZZ 防振比)×(サスペンションの ZZ 防振比)の結果を図 5.31 に示した。

10Hz における PSD は  $6.9 \times 10^{-17} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、

0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $2.1 \times 10^{-5} \text{ m}$

である。10Hz における ZX カップリング率が  $1.45 \times 10^{-2}$  以下なら、Z 方向の地面振動による、ダミーマスの  $x$  方向の目標 PSD は達成される。

ただしこれは 10Hz のみの評価であり、それ以上の周波数帯では XX 防振比が  $f^{-8}$ 、ZZ 防振比は  $f^{-6}$  に比例しているため、X 方向より Z 方向の地面振動による光路長変化が大きくなってしまふ。

**サスペンションによる回転防振**

実験で測定した伝達関数の結果と地面振動モデルを組み合わせて、サスペンションにより防振されたダミーマスの PSD を求めた。またその結果からダミーマスの RMS 振幅を計算した。

**pitch 方向**

(pitch 方向の地面振動)×(サスペンションの pitch-pitch 防振比)の結果を図 5.32 に示した。

0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $6.3 \times 10^{-11} \text{ rad}$

10Hz における PSD は  $2.6 \times 10^{-14} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、

である。RMS 振幅はアライメント制御に関する許容値  $5 \times 10^{-9} \text{ rad}$  以内である。10Hz の PSD は、1mm のミスセンタリングを仮定すると干渉計の光路長変化は  $2.6 \times 10^{-17} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$  で、目標に若干達していないが、SAS の pitch-pitch 防振比を考慮すれば達成されると思われる。特に GAS filter は 1 本のワイヤーで吊られているので防振性能は高いはずである。

**yaw 方向**

(yaw 方向の地面振動)×(サスペンションの yaw-yaw 防振比)の結果を図 5.33 に示した。

0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $5.9 \times 10^{-11} \text{ rad}$

10Hz における PSD は約  $10^{-13} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$

である。RMS 振幅はアライメント制御の許容値を満たしている。10Hz の PSD は干渉計の光路長変化に換算すると約  $10^{-16} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$  となる。目標の  $10^{-18} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$  を満たすためには SAS の yaw-yaw 防振比が  $-40 \text{ dB}$  以上あればよい。pitch-pitch 防振比と同様、yaw-yaw 防振比も良いはずである。

### カップリング

実験で測定したサスペンションにおけるカップリングの伝達関数の結果を用いて、ダミーマスのカップリングによる振動の PSD と RMS 振幅を求めた。

なお Pitch- $x$  と X-yaw の場合のみを記した。カップリング率の表 (表 5.3) によると、Yaw- $x$  及び X-pitch カップリングはそれぞれ Pitch- $x$ 、X-yaw よりカップリングが少なく、ダミーマスの振動はより小さいからである。

#### Pitch- $x$

(pitch 方向の地面振動)×(サスペンションの pitch- $x$  防振比)の結果を図 5.34 に示した。

10Hz における PSD は  $7.6 \times 10^{-15} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、

0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $4.9 \times 10^{-11} \text{ m}$

である。RMS 振幅は目標値  $10^{-8} \text{ m}$  を達成している。PSD に関しては目標を達成しているかどうかは SAS の pitch-pitch 防振比次第である。

#### X-yaw

(X 方向の地面振動)×(SAS の XX 防振比)×(サスペンションの  $x$ -yaw 防振比)の結果を図 5.35 に示した。

0.1Hz 以上の RMS 振幅は  $2.7 \times 10^{-9} \text{ rad}$

10Hz における PSD は  $2.1 \times 10^{-21} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、

である。RMS 振幅はアライメント制御の許容値を満たしている。10Hz の PSD は干渉計の光路長変化に換算すると  $2.1 \times 10^{-24} \text{ m} / \sqrt{\text{Hz}}$  で、問題にならない。

以上から、SAS/SUS の防振性能は概ね当初の目標を満たしている。  
第 6 章の結論でさらにまとめる。

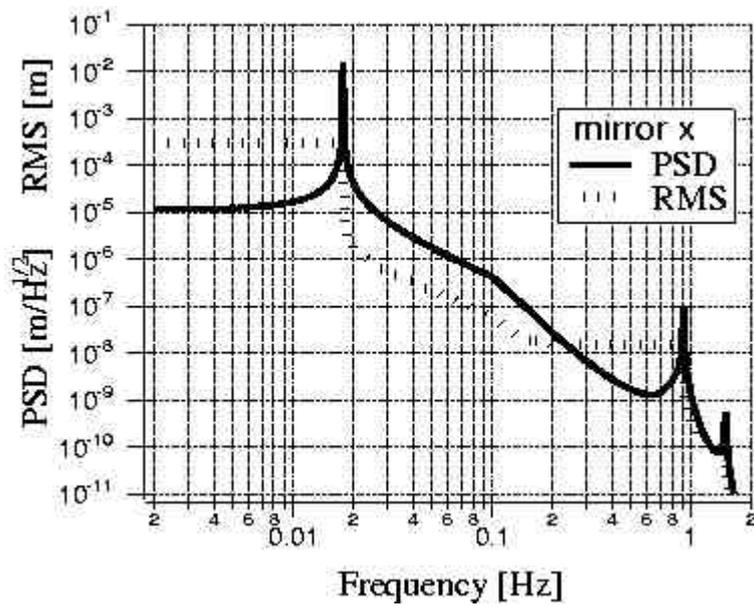
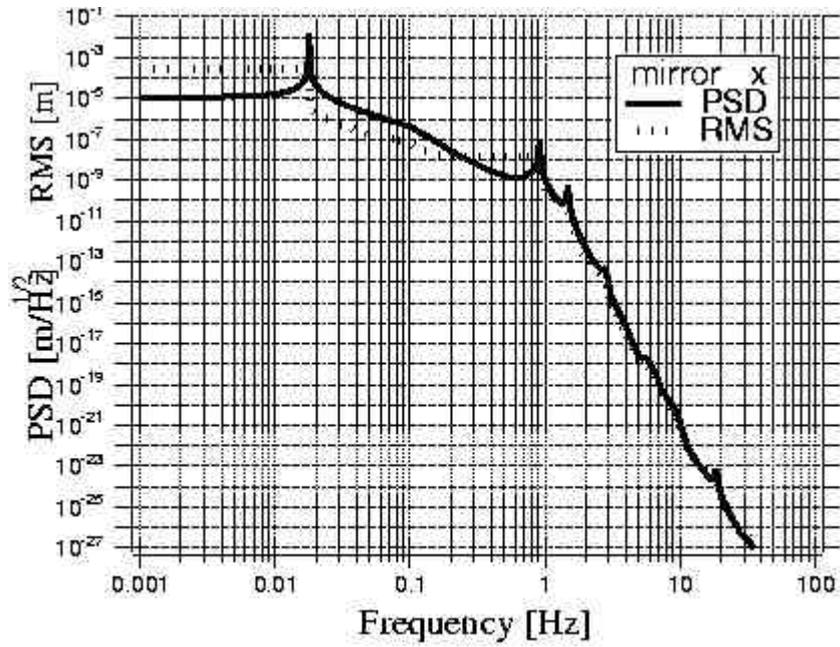


図 5.30: ダミーマスの x 方向の PSD 及び RMS  
(下は拡大図である)

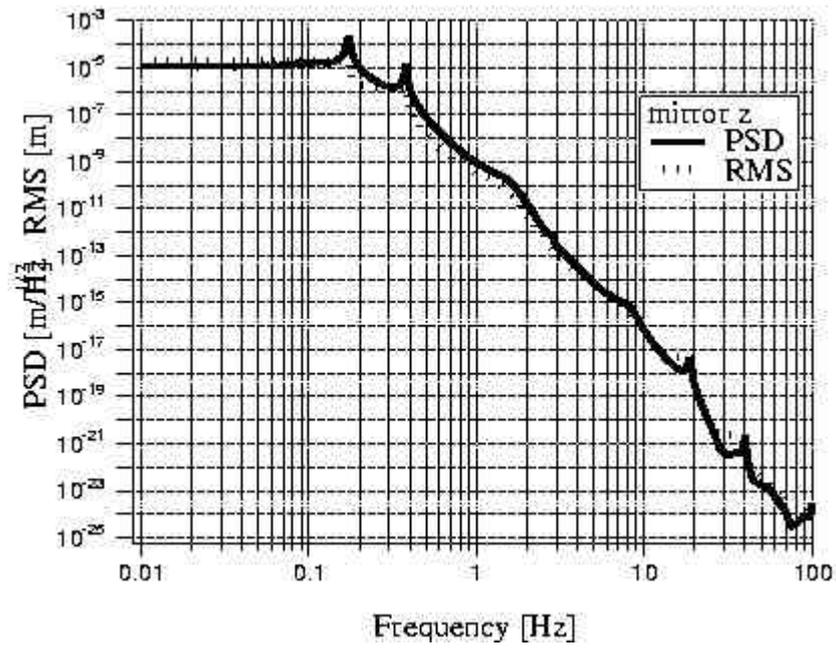


図 5.31: ダミーマスの  $z$  方向の PSD 及び RMS

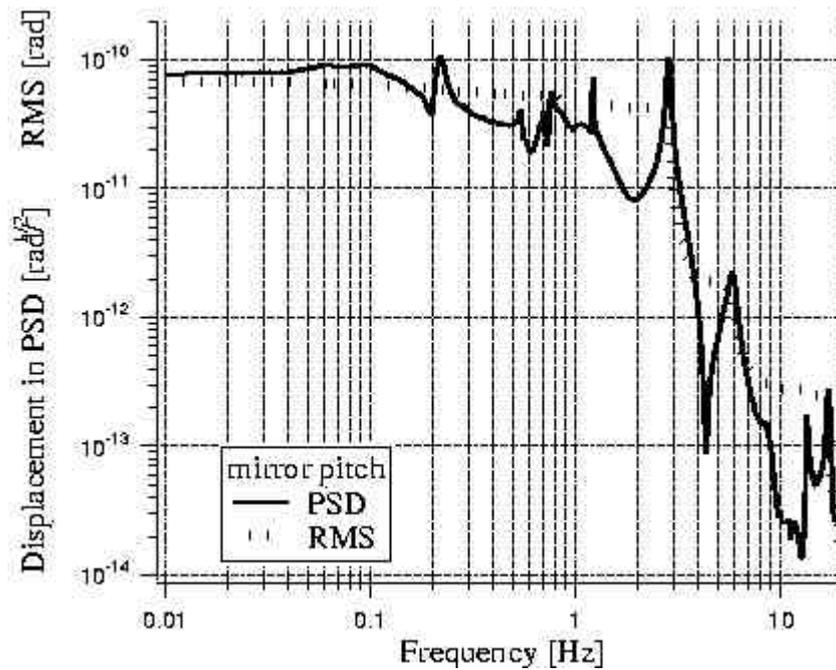


図 5.32: ダミーマスの pitch 方向の PSD 及び RMS

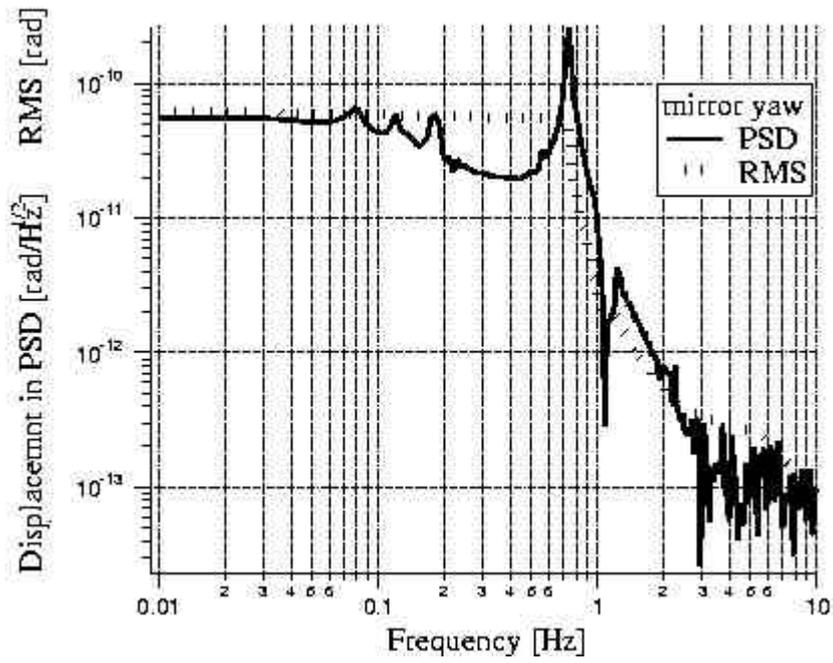


図 5.33: ダミーマスの yaw 方向の PSD 及び RMS

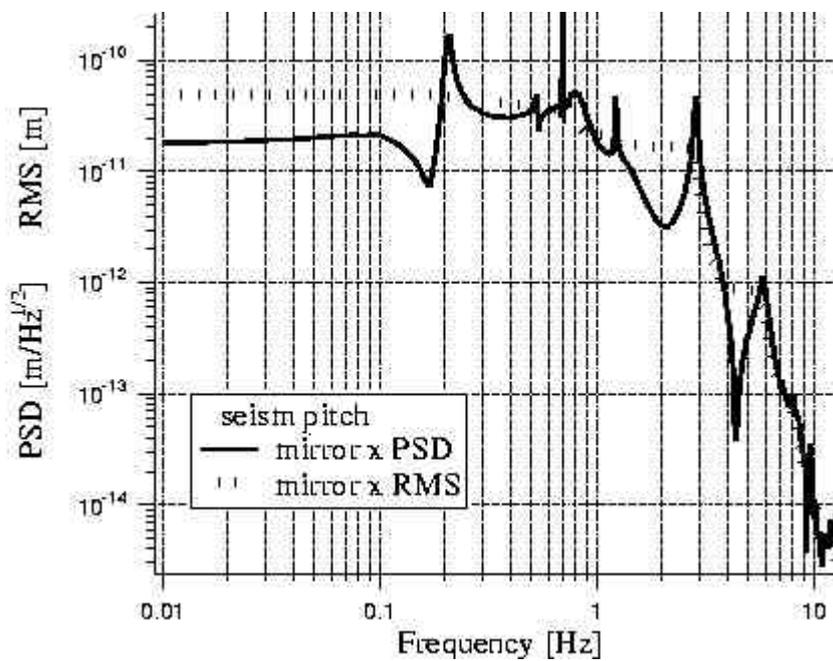


図 5.34: Pitch-x によるダミーマスの x 方向の PSD 及び RMS

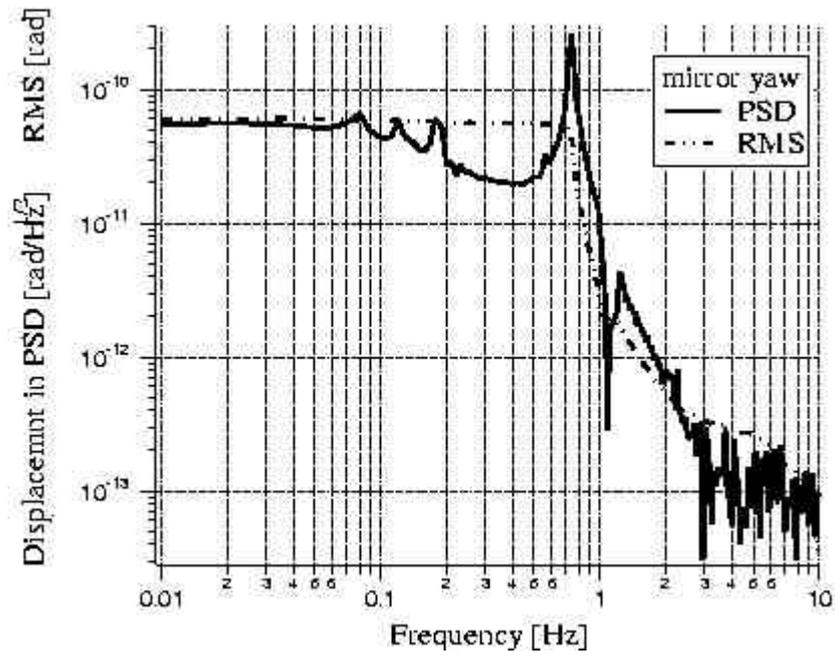


図 5.35: X-yaw によるダミーマスの yaw 方向の PSD 及び RMS

## 第6章 結論

TAMA300の感度の向上のため、TAMA SASとSAS用のガスペンションを開発した。サスペンションの性能実験の結論を述べる。

### 防振性能について

SAS/SUSの防振性能は以下の通りであった。

- 地面振動による干渉計の光軸方向の光路長変化は、10HzにおいてPSDで  $1.5 \times 10^{-21} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  まで低減できる。これは熱雑音レベル ( $10^{-18} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) を大きく下回っている。
- レーザーのミスセンタリング (1mm) により回転方向の地面振動が引き起こす光路長変化は、10Hzにおいて上限が  $10^{-16} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  である。これでは回転方向の地面振動による光路長変化が、光路長の並進地面振動による変化より大きい。ただしSASの回転方向の防振を計算に入れていないこと、Yaw方向の測定では4Hz以上は雑音で測れていないことを留意したい。
- 防振後の鏡の光軸方向の残留RMS振幅は、0.1Hz以上で  $5.6 \times 10^{-8} \text{m}$  である。これは光路長の制御を行わなくても鏡がそれだけ安定しているということ意味する。
- 回転方向の残留RMS振幅はPitch、Yawともに約  $6 \times 10^{-11} \text{rad}$  である。これはミスアライメントによる鏡の姿勢制御の許容値を十分達成している。

ただしこの結論では、計算によるSASの防振性能を用いたので、実際のSASがそのような性能を有していることが前提である。しかし上記の結果では、鏡の光軸方向の振動に関しては3桁近いマージンがあるので、SAS/SUSは10Hzで熱雑音を下回るという目標を達成する可能性が高い。

SAS/SUSで防振された鏡の光軸方向の変位スペクトルを、現行の防振装置によって防振されたTAMA300の鏡の変位と熱雑音とともに図6.1に示す。地面振動によって制限されていたTAMA300の低周波の感度が大幅に改善されるのがわかる。また熱雑音レベルと交差する周波数が大幅に低くなったのも分かる。

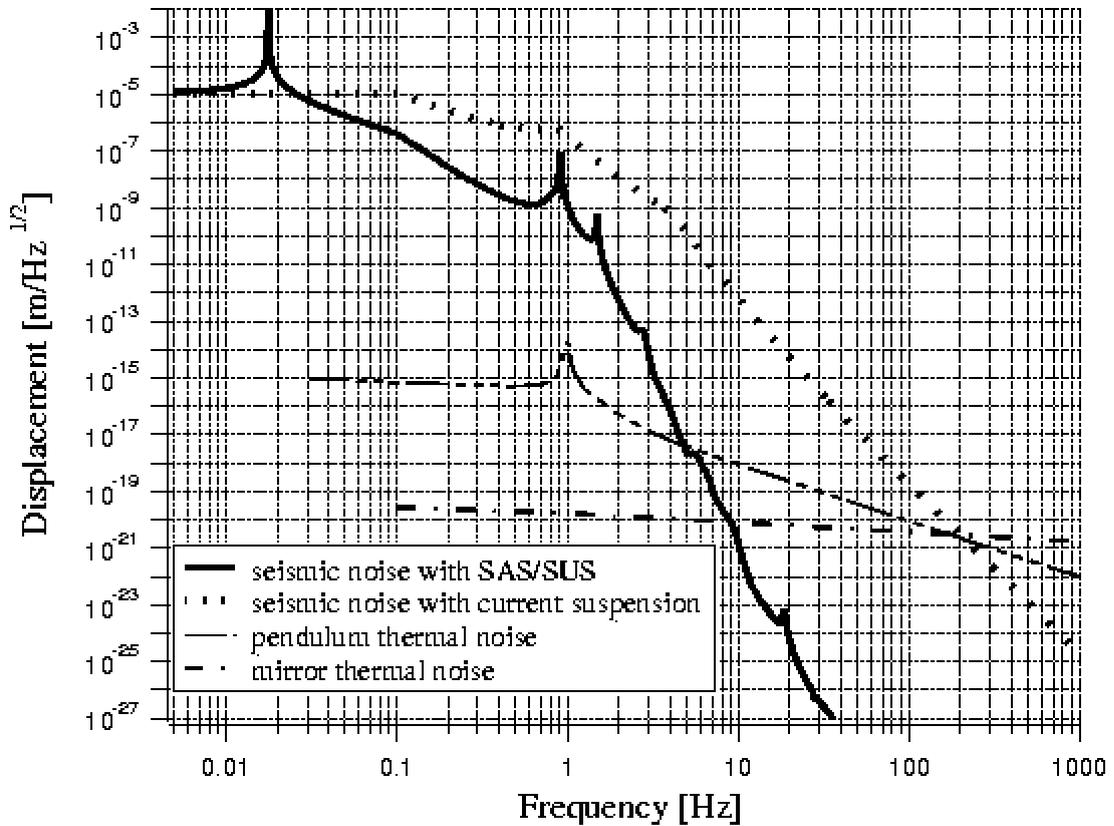


図 6.1: TAMA300 の感度

#### 残された課題

- サスペンションの ZX カップリングを測定する必要がある。1/1000 以下であれば、Z 方向の地面振動が光路長に及ぼす影響は無視できるが、それを確かめる必要がある。
- 実測した SAS の防振性能を用いて、再度 SAS/SUS の防振性能を評価する必要がある。
- 回転方向やカップリングの伝達関数測定では、フォトセンサーの感度が雑音に制限されて数 Hz 以上で測定ができていない。今回はフォトセンサーのみで測定を行ったが、高周波での感度がより良いセンサーを用いれば数 10Hz まで測定できると思われる。また音による雑音を減らすため、真空での実験も考えられる。

### リコイルマスについて

鏡の制御をリコイルマスから行うことによって、上段の複雑な反動を防ぐことができ、鏡の制御応答が単振り子のように振舞うことが確認できた。

プラットフォームを加振した時、鏡とリコイルマスの差動モードは励起されなかった。鏡とリコイルマスの振り子がよく一致しており、実験の分解能を上げても共振は見られなかった。つまり上部からはこのモードは励起されず、鏡の制御を行う時のみ励起される。

設計段階では、制御によって引き起こされるこの差動モードは中段マスのダンピングで減衰させることができないと思われ、リコイルマスのダンピングが考えられた。しかしこのモードのQ値が通常のダンピングなしの振り子よりある程度低かったため、十分自然に減衰し、リコイルマスのダンピングは行わなかった。

### 制御について

鏡の残留 RMS 振幅が小さいので、将来鏡の制御にコイルマグネットアクチュエータに代わって、静電型アクチュエータなどの力の弱いアクチュエータを用いることが考えられる [20]。鏡が高度に防振されている場合、強いアクチュエータでは地面振動による雑音より、鏡に導入されるアクチュエータの雑音が効いてしまう恐れがあるからである。またコイルマグネットアクチュエータは、鏡に磁石を貼る必要があるため、鏡の弾性体振動のQ値を下げてしまうという欠点もある。静電型アクチュエータはコンデンサの極板間にかかる力を利用したアクチュエータである。ただし力が距離に反比例する非線形なアクチュエータなので、アクチュエータも高度に防振する必要がある。そのためにはリコイルマスは不可欠となる。

## 謝辞

本研究を行うにあたって多くの方々にお世話になりました。

指導教官である坪野公夫教授には、重力波の検出という大変興味深い分野に迎えて下さったこと、いつも暖かく指導・支援して下さいたことに感謝致します。また、SAS関係の実験のためにカリフォルニア工科大に2回も行かせて下さいました。非常に貴重な経験になりました。

助手の安東正樹氏には学会の発表の練習にいつも立ち会って下り、丁寧に指導して頂きました。またお忙しい中、本論分の査読をして下さいました。

博士課程の高森昭光氏には大変お世話になりました。SAS/SUSは氏の構想であり、氏がカリフォルニア工科大で研究を進めている途中からサスペンションの部分の開発をお手伝いすることになりました。アメリカではホテルの手配をして頂いたり、観光に連れて行って頂きました。サスペンションに関する様々な質問に常に的確に答えて下さり、多くのことを教えて頂きました。本論分が無事書けたのも氏のおかげです。

カリフォルニア工科大のR. De Salvo氏にはアメリカで暖かく指導して頂きました。氏のパワーには勉強させられるものがありました。

博士課程の飯田幸美氏にはサスペンションの実験を共同で行って頂きました。氏の迅速な実験の進め方のおかげで、無事実験をやりとげることができました。

博士課程の沼田健司氏と天文台の新井宏二氏には現行のTAMA300のサスペンションの実験を通して、実験の取り組み方などを教えて頂きました。

同期の麻生洋一氏にはMSEの環境を整えて頂きました。

工作室の大塚茂巳氏には何度か工作を手掛けて頂きました。また工作の指導をして下さいました。

その他にもTAMA300の関係者の方々をはじめ、多くの人の協力のおかげで無事研究を終えることができました。皆様に深くお礼申し上げます。

## 付録A MGASの開発

鉛直方向の防振は、通常の振り子に用いるワイヤーでは共振周波数が高く、そのままでは重力波検出器の防振に使えない。そこで縦防振用の反バネ力を利用した MGAS (Monolithic Geometric Anti-Spring)[21] の開発を行った。

### A.1 Anti-Spring とは

重力波検出器に用いる防振装置によく使われるのが振り子である振り子の防振性能は、振り子の自由度の方向に、共振周波数  $f_0$  以上で  $f^{-2}$  に比例する。振り子は鉛直方向以外の 5 つの自由度に対しては十分な防振効果があるが、鉛直方向は共振周波数が他の自由度に比べ高く、防振比は悪い。これはマスを吊るため振り子のワイヤーはある程度強くなくてはならないからである。

鉛直方向の共振周波数を下げる工夫として、サスペンションポイントとワイヤーの間に縦防振用のバネを入れることができる。共振周波数の低い、柔らかいバネを実現する方法として、反バネ力 (Anti-Spring) を利用するものがある。様々な反バネの方式が今までに研究、開発されている [22] [23] [24]。

通常のパネは伸ばせば縮もうとし、圧縮すれば戻ろうとする。この様に復元力が働く。反バネはその逆の性質を示すものである。つまり伸ばせばもっと伸びようとし、圧縮すればもっと縮もうとするのである。

### A.2 MGAS

MGAS はカリフォルニア工科大の SAS グループが開発した、縦防振用の反バネである。Maraging steel Marval18 という鉄の合金の板を特殊な形に加工したものである。図面を最後に載せる (図 A.1)。MGAS は厚さ 2mm と 1.5mm のものがあり、miniGAS は厚さ 0.3mm である。

Marval18 の特性は以下の表通りである。鉄なので加工しやすく、引っ張り強度が 2Gpa と強いのが特徴である。

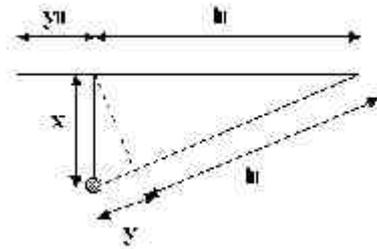
Composition	Fe 68.47% Ni 18% Co 8% Mo 5% Ti 0.5% C 0.03%
Density	8 g/cm <sup>3</sup>
Thermal Conductivity	19.7 W/m.K at 20 ° 20.1 W/m.K at 50 °
Specific Heat Coefficient	0.46 J/g.K
Dilatation Coefficient	10.3×10 <sup>-6</sup> m/m.K
Module of Elasticity	186 GPa
Tensile Strength	2 GPa

### A.3 簡単なモデル計算

図 A.2 は MGAS が重りを吊っている状態である。これを図 A.3 のような簡単なモデルで説明する。マスは上方から通常のパネで吊られているが、横方向から自然長より縮んだ状態のパネから力を受けている。この両側のパネが反バネ成分の正体である。自然長より縮んでいるので、マスが上に行けばさらに上方向に押し、下に行けばさらに下方に押すのである。

マスの質量を  $m$ 、上のパネのバネ定数を  $k_0$ 、横のパネのバネ定数を  $k_1$  とする。マスと横の「壁」の距離を  $l_0$  とし、横のパネはこの図の状態から自然長から  $y_0$  圧縮されているとする。下方に  $x$  軸を設定し、上のパネの自然長の点を原点とする。

次に系がつり合っている状態を考える。  
マスが下に  $x$  だけ下がり、その時横パネは  $l_0$  から  $y$  伸びたとする。  $x$  が  $l_0$  に比べて十分小さい時、  $y$  を  $x$  で表すと、



$$y = \sqrt{l_0^2 + x^2} - l_0 \sim \frac{1}{2} \frac{x^2}{l_0} \quad (x \ll l_0) \quad (\text{A.1})$$

まず運動エネルギー  $T$  とポテンシャルエネルギー  $U$  を書き出す。

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$U = -mgx + \frac{1}{2} k_0 x^2 + k_1 (y_0 - y)^2 \quad (\text{A.2})$$

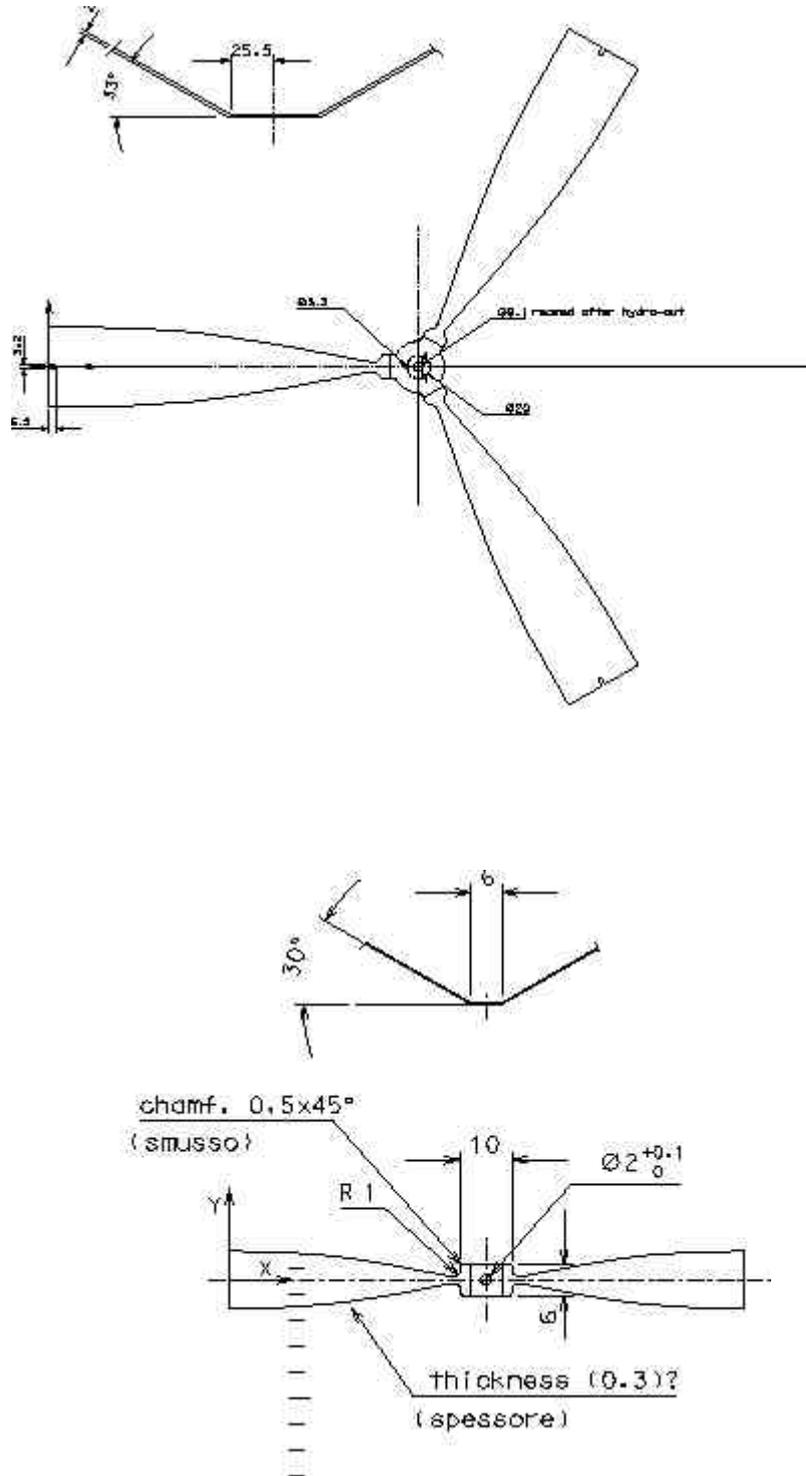


図 A.1: MGAS (上) と mini GAS (下)

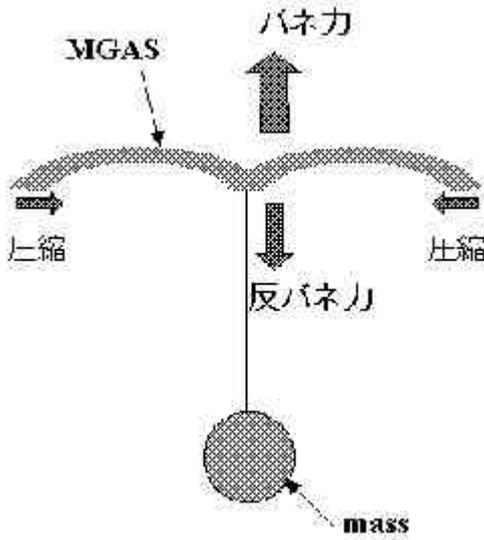


図 A.2: 重りを吊ってる MGAS

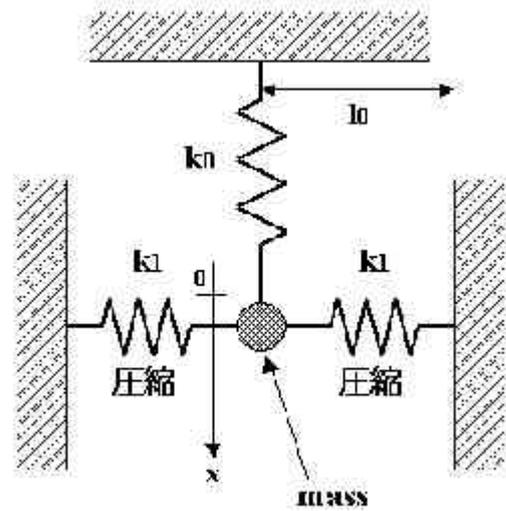


図 A.3: 計算用 MGAS のモデル

Lagrangian  $L$  は  $L = T - U$  で、Lagrange 方程式を解くと、

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{x}} \right) - \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$m\ddot{x} = mg - k_0x + \frac{k_1 y_0}{l_0} x - k_1 \frac{x^3}{l_0^2} \quad (\text{A.4})$$

を得る。

つり合い点  $x = x_0$  ではマスが静止しているので、式 (A.4) に  $\ddot{x} = 0$  を代入して、

$$mg = \left( k_0 - \frac{k_1 y_0}{l_0} + \frac{k_1}{l_0^2} x_0^2 \right) x_0 \quad (\text{A.5})$$

$$\equiv \left( (k_0 - \alpha) + \beta x_0^2 \right) x_0 \quad (\text{A.6})$$

$$\text{ただし、 } \alpha \equiv \frac{k_1 y_0}{l_0} \quad (\text{A.7})$$

通常のパネ ( $mg = kx$ ) と比較すると、バネ定数が、元々のバネ定数  $k_0$  から  $\alpha$  引いたものになっている。つまり  $\alpha$  が、マイナスのバネ定数を持つ反バネ (Anti-Spring) の項である。

反バネ成分  $\alpha$  は、横のパネの圧縮比  $y_0/l_0$  に比例することがわかる。 $\beta x_0^2$  の部分は非線形項である。

実効的なバネ定数  $k_{eff}$  を次のように定義する。

$$k_{eff} \equiv (k_0 - \alpha) + \beta x_0^2 \quad (\text{A.8})$$

このままでは計算が複雑なので、バネ定数が  $x$  で決まるとして、

$$k_{eff}(x) \equiv \frac{d(mg)}{dx} = (k_0 - \alpha) + 3\beta x^2 \quad (\text{A.9})$$

と定義しなおす。

ポテンシャルエネルギー  $U$  を計算する。

$$U = \int kx dx = (k_0 - \alpha)x + \beta x^3 \quad (\text{A.10})$$

$\alpha$  を変えた時の  $U$  の様子を図 A.4 に示した。なお数値は適当に選んだ。 $k_0$  は 100、 $\beta$  は 50 にした。

$\alpha$  が  $k_0$  より十分小さい時は通常のパネの様にポテンシャルは放物線である。

$\alpha$  を大きくしていくと安定状態の  $x$  の幅が増え、 $\alpha = k_0$  でその幅は最大になる。この時バネ力と反バネ力が等しく、力が働かないからである。

$\alpha$  が  $k_0$  より大きくなると、安定点が 2 つ存在する状態 (bi-stable) になる。

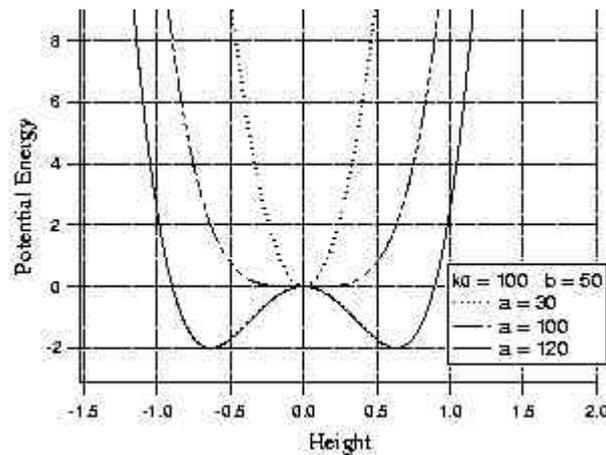


図 A.4:  $\alpha$  を変化した時のポテンシャルエネルギー  $U$  の様子

### A.3.1 MGAS の特性

次にマスの質量と共振周波数、つり合いの高さの 3 者の関係を考える。 $m$  のマスに、さらに  $m'$  の重りを加える。その時、マスは  $x_0$  から  $x$  だけ伸びてつり合ったとする。式 (A.6) は次の様になる。

$$(m + m')g = \left( (k_0 - \alpha) + \beta(x_0 + x)^2 \right) (x_0 + x) \quad (\text{A.11})$$

整理すると、

$$m'g = \left( (k_0 - \alpha) + \beta x^2 + 3\beta(x_0^2 + x_0x) \right) x \quad (\text{A.12})$$

その時のバネ定数は、

$$k_{eff}(x_0 + z) \equiv (k_0 - \alpha) + 3\beta(x_0 + x)^2 \quad (\text{A.13})$$

式(A.9)と同じ式である。(式(A.9)の時の仮定は矛盾していない)

### Load vs Height

マスの質量とつり合いの高さの関係は式(A.12)そのものである。この関係を図A.5に示す。

$\alpha$ が大きくなるに連れ、安定状態の高さの幅が広がる。これはつまり大きく揺れながら安定状態にあるということであり、共振周波数が低いことが予想される。ただし重量が最適値から少しズレただけで安定状態を脱してしまう。

さらに $\alpha$ を大きくすると、やがて bi-stable になる。

### Resonance frequency vs Height

バネの共振周波数は次のように求まる。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\text{バネ定数}}{\text{マスの質量}}} \quad (\text{A.14})$$

式(A.12)、式(A.13)から、 $m'$ を消去すると、

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eff}(x_0 + x)}{m + m'}} \quad (\text{A.15})$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\left( (k_0 + \alpha) + 3\beta(x_0 + x)^2 \right) g}{mg + \left( (k_0 - \alpha) + \beta x^2 + 3\beta(x_0^2 + x_0x) \right) x}} \quad (\text{A.16})$$

共振周波数と高さの関係を得る。これを図A.6に示す。 $\alpha$ が大きいほど最低共振周波数は下がるが、最適高さからズレた時の共振周波数の変動は大きい。 $k_0$ を超えると bi-stable になる。

反バネ成分 $\alpha$ を大きくしていくと、共振周波数が下がるのがわかる。 $k - \alpha < 0$ になると bi-stable になる。

### Resonance frequency vs Load

式 (A.12) から  $x$  を  $m'$  の関数で表し、式 (A.15) に代入すると共振周波数  $f$  が高さ  $x$  の関数として得られる。これを図 A.7 に示す。

反バネ成分  $\alpha$  が大きいほど最低共振周波数は下がるが、マスが最適重量  $m$  からズレた時の共振周波数の上がり方が大きいのがわかる。つまり最低共振周波数が低いほど、それを実現する重量のチューニングがシビアになる。 $k - \alpha < 0$  になると bi-stable になる。

## A.4 実験結果

MGAS、miniGAS の測定を行ったのでその結果を載せる (miniGAS の結果、図 A.8、図 A.9、図 A.10)。結果は前節の通りの特性を示した。また、

- MGAS は 200mHz 以下、miniGAS は 1Hz 以下の最低共振周波数を実現した。
- 圧縮により最低共振周波数が決まるのを確認した。共振周波数を下げたい場合は GAS をより圧縮して、反バネ力を増やせばよい。圧縮しすぎると bi-stable になる。
- 共振周波数はひたすら低ければ良い訳ではない。低いほど重量の最適値からはずれた時共振周波数の変化が大きいからである。例えばサスペンション用の miniGAS は 1.4Hz にチューニングしてある。重量が 10g ずれた時の、共振周波数の変動率を図 A.11 に示した。共振周波数が 1.4Hz の時、変動率は 10% 未満である。
- MGAS について温度ドリフトを測定したが、約 1.2mm/K であった (図 A.12)。これは共振周波数 1.4Hz の場合、1K で周波数変動率はちょうど 10% 程度である。

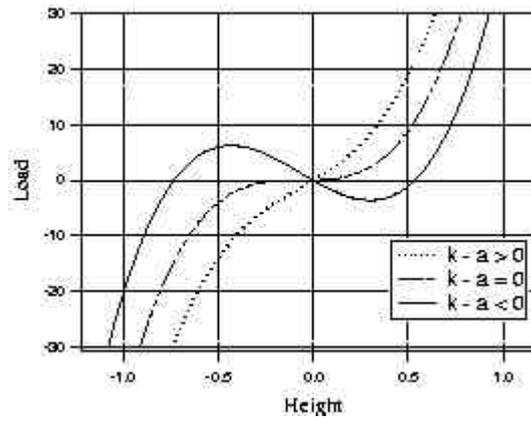


図 A.5: マスの質量と高さの関係

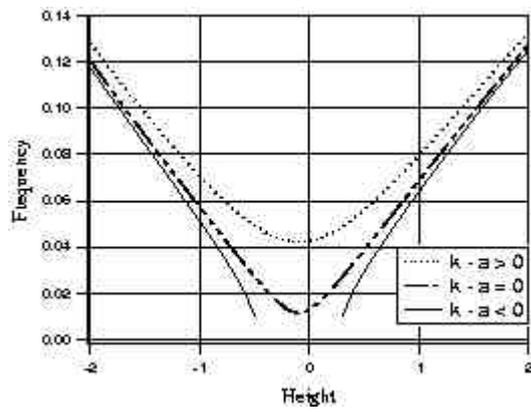


図 A.6: 共振周波数と高さの関係

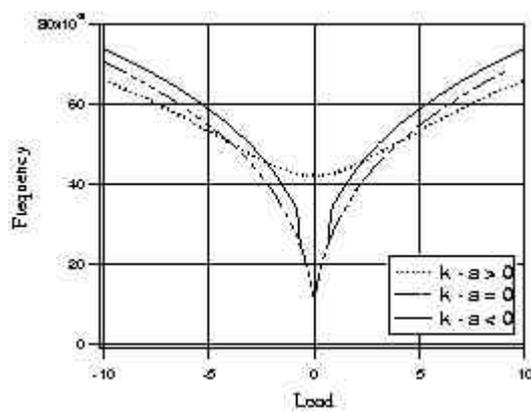


図 A.7: 共振周波数とマスの質量の関係

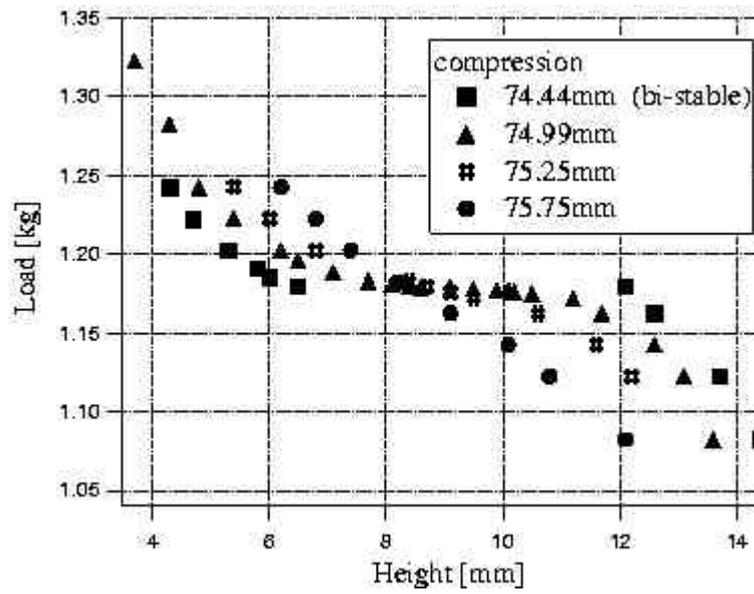


図 A.8: 高さ対重量の実験結果

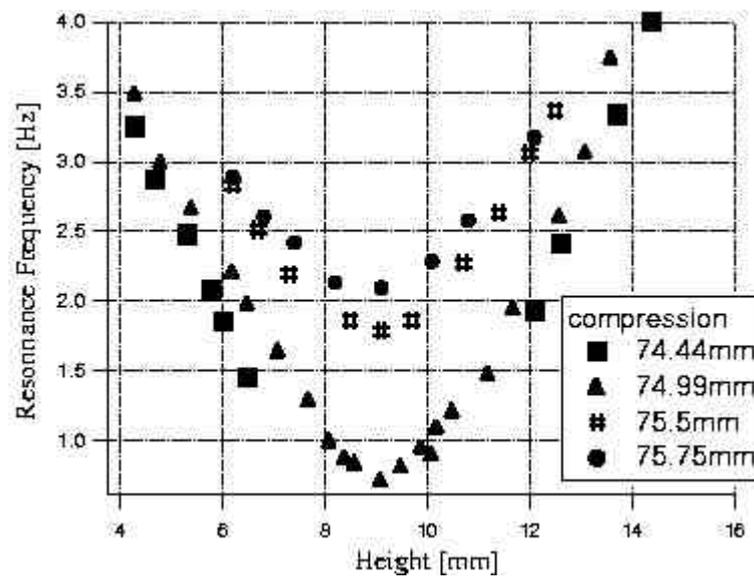


図 A.9: 周波数対高さの実験結果

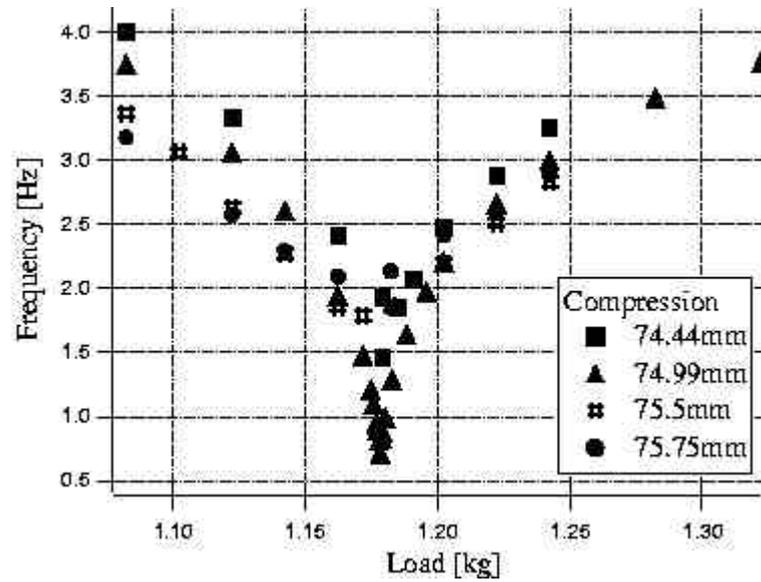


図 A.10: 重量対周波数の実験結果

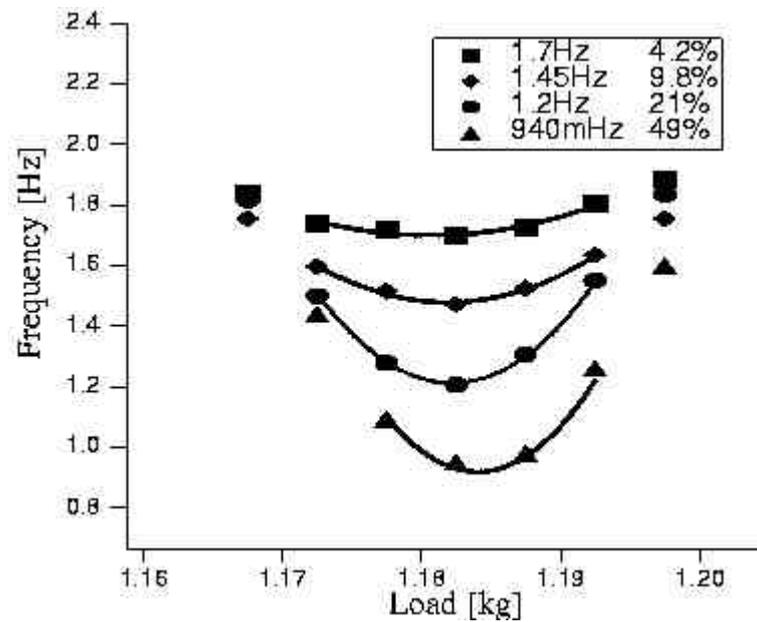


図 A.11: 最適マスからのズレと共振周波数の変動

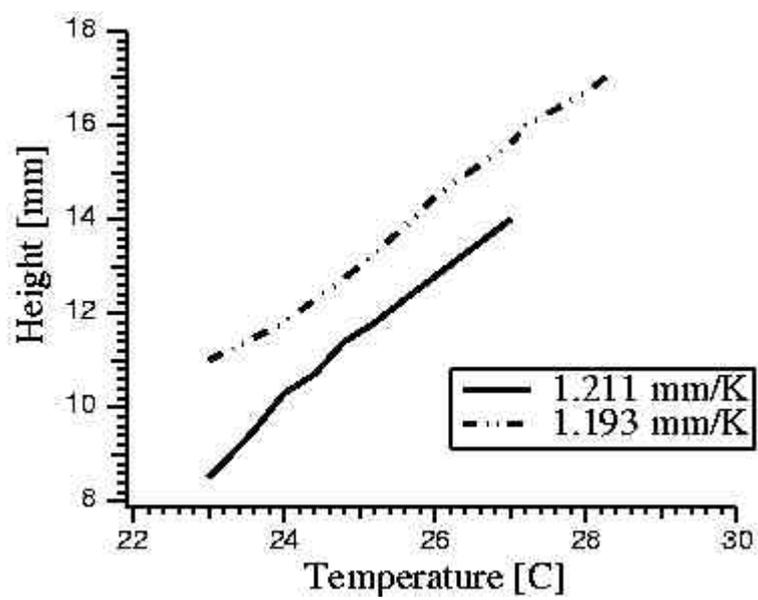


図 A.12: MGAS の温度ドリフト

## 関連図書

- [1] J. H. Taylor, J. M. Weisberg, *Ap. J.* **345**, 434 (1989).
- [2] J. H. Taylor, *Rev. Mod. Phys* **66**, 711 (1994).
- [3] A. Abramovici, et al., Gravitational wave astrophysics, *Proc* 1994.
- [4] A. Abramovici, et al., *Science* **256** 325 (1992).
- [5] A. Brillet, et al., The VIRGO project, final conceptual design (1992).
- [6] 坪野公夫, 日本物理学会 編, 「ニュートリノと重力波」, 嘗華房 (1997).
- [7] B. F. Schutz, "A first course in general relativity", Cambridge University Press (1985).
- [8] C. W. Misner, K. S. Thorne, J.A. Wheeler, "GRAVITATION", Freeman (1973).
- [9] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編, 「重力波をとらえる」, 京都大学学術出版会 (1998).
- [10] 坪野公夫, 「21世紀の重力波天文学 TAMA300 プロジェクトの現状」 (2001).
- [11] T. Uchiyama, D. Tatsumi, T. Tomaru, M. E.=Tobar, K. Kuroda, T. Suzuki, N. Sato, A. Yamamoto, T. Haruyama and T. Shintomi, *Phys. Lett A* **242** 211 (1998).
- [12] LISA study team, LISA Pre-Phase A Report, 2nd edition, MPQ (1998).
- [13] 新井宏二, 修士論文 (1997).
- [14] 高森昭光, 修士論文 (1998).
- [15] Shoemaker, et al., Noise behavior of the Garching 30m prototype gravitational wave detector, *Phys. Rev* **D38** (1988).
- [16] 新谷昌人, 修士論文 (1992).

- [17] 山本一広, 「干渉計重力波検出器のビームのセンタリング」, 日本物理学会 1997年秋の分科会 22pJ9.
- [18] 朽久保邦治, 修士論文 (1996).
- [19] 河邊径太, 修士論文 (1992).
- [20] M. Stephens, P. Saulson, J. Kovalik, A double pendulum vibration isolation system for a laser interferometric gravitational-wave detector, *Rev. Sci. Instrum.* **62** 924-932 (1991).
- [21] A. Bertolini, G. Cella, R. Desalvo, V. Sannibale, Seismic noise filters, Vertical Resonance Frequency Reduction with Geometric Anti-Springs, a Feasibility Study, LIGO-P990001-A-D (1999).
- [22] D. G. Blair, L. Ju, M. Notcutt, Ultra high Q pendulum suspensions for gravitational wave detectors, *Rev. Sci. Instrum.* **64** (7) 1899 (1993).
- [23] R. del Fabbro, A. Di Virgilio, A. Giazotto, H. Kautzky, V. Montelacini, D. Passuello, Performance of a gas springs harmonic oscillator, *Rev. Sci. Instrum.* **59** 293 (1988).
- [24] Beccaria M. et al., Extending the VIRGO gravitational wave band down to a few Hz: metal blade springs and magnetic anti-springs, *Nucl. Instr. A* **394** (3) 397 (1997).