

修士論文

巨視的量子力学の検証に向けた 光輻射圧による浮上手法の開発

Development of an optical levitation experiment
for testing macroscopic quantum mechanics

東京大学 大学院理学系研究科 物理学専攻安東研究室

35-166105

和田祥太郎

2018 年 1 月 4 日提出

2018 年 1 月 29 日改訂

Contents

要約	iii
記号・略語一覧	iv
1 はじめに	1
2 巨視的量子力学の検証	3
2.1 巨視的重ね合わせ問題	3
2.2 巨視的重ね合わせ問題に対する検証条件	5
2.2.1 標準量子限界	5
2.2.2 提案されている検証方法	6
2.3 過去の検証実験	8
2.4 mg スケールでの標準量子限界への挑戦	8
2.4.1 光学浮上	8
2.4.2 サンドイッチ型光学浮上	10
2.4.3 サンドイッチ型光学浮上の先行研究	11
3 光学浮上による巨視的量子力学検証	13
3.1 サンドイッチ型光学浮上の原理	13
3.1.1 Fabry-Perot 共振器	13
3.2 サンドイッチ型光学浮上の安定性	19
3.2.1 x,y 軸まわりの回転の安定性	20
3.2.2 z 軸まわりの回転の安定性	20
3.2.3 鉛直方向の安定性	21
3.2.4 水平方向の安定性	24
3.3 目標感度	25
3.4 雑音	27
3.4.1 量子雑音と標準量子限界	27
3.4.2 熱雑音と標準量子限界	30
3.4.3 レーザーによる雑音	33
3.4.4 地面振動	34
4 水平方向の安定性検証実験	35
4.1 原理	35
4.2 研究背景	37
4.2.1 先行研究までの状況	37

4.2.2	先行研究までの問題点	37
4.3	目標	39
4.4	実験装置	40
4.4.1	全体の構成	40
4.4.2	サンドイッチ型共振器	42
4.4.3	ねじれ振子	52
4.4.4	アライメント手順	60
5	実験結果と考察	62
5.1	ねじれ振子の制御	62
5.1.1	ねじれ振子の RMS 評価	63
5.1.2	ねじれ振子の共振周波数測定	65
5.2	共振器の制御	66
5.3	安定性検証に向けた評価	70
5.3.1	安定性検証測定	70
5.3.2	共振器内パワーの評価	71
5.3.3	曲率中心間距離の評価	78
5.3.4	現状評価	79
6	まとめと今後の展望	82
6.1	本研究の結果	82
6.2	今後の展望	83
A	PDH 法	84
B	フィードバック制御	86
B.1	フィードバック制御の基礎	86
B.2	オープンループ伝達関数の測定	87
B.2.1	一般の制御	87
B.2.2	二重制御	88
C	電気回路	90
C.1	ねじれ振子制御に用いたフィルタ回路	90
C.2	共振器制御に用いたフィルタ回路	91
D	溶融石英の複屈折	92
D.1	複屈折	92
D.2	光弾性	93
	参考文献	94
	謝辞	98

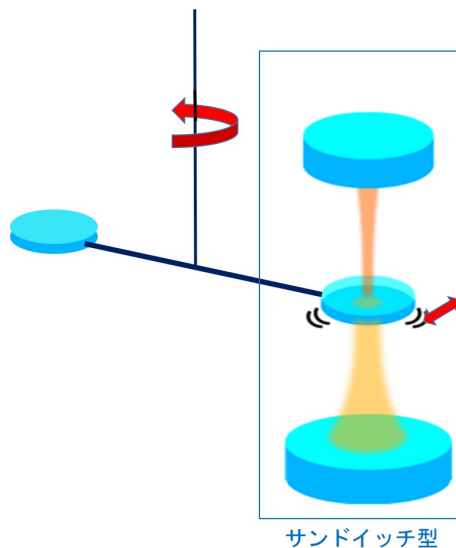
Abstract

巨視的量子力学の検証に向けて、幅広い質量スケールで位置測定精度が標準量子限界に到達することが求められているが、mg スケールでは標準量子限界に到達できていない。標準量子限界到達の大きな障壁となっているのは懸架による熱雑音である。これをなくするために、新たな鏡の支持方法を開発することが一つのアプローチであり、光輻射圧による浮上手法（光学浮上）の開発をおこなっている。様々な光学浮上の中でもサンドイッチ型光学浮上はシンプルな構造であり有効である。

そこでサンドイッチ型光学浮上の実現のために原理実証をおこなう必要がある。具体的にはサンドイッチ型光学浮上特有の水平方向の安定性を検証することを目標とし、実験の装置としてねじれ振り子を用いる。

本研究ではサンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性検証に必要な、ねじれ振り子の共振周波数測定をおこない、 17 ± 2 mHz の測定に成功した。また、ねじれ振り子をリリースした状態で共振器を制御することに成功した。そして実際にサンドイッチ型共振器による安定性の検証を行い、共振器内パワーさえたまれば安定性を検証できる見通しがたった。

今後はより共振器内パワーがたまるセットアップに改善し、サンドイッチ型共振器による安定性を検証することを目指す。



Glossary

記号

c	光速度 $c = 299792458 \text{ m/s}$
g_G	重力加速度 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$
i	虚数単位 $i = \sqrt{-1}$
π	円周率 $\pi = 3.1415926535 \dots$
h	プランク定数 $h = 6.626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
$\hbar$	ディラック定数 $\hbar = h/2\pi = 1.054571800(13) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
k_B	ボルツマン定数 $k_B = 1.38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J/K}$
ν	レーザーの周波数 [Hz]
ω_L	レーザーの角周波数 [Hz]
L	共振器長 [m]
λ	レーザーの波長 [m]
$\mathcal{F}$	フィネス
κ	光共振器の線幅 (cavity decay rate) [Hz]

略語

AOM	Acousto Optic Modulator (音響光学変調器)
AR	Anti-Reflective, Anti-Reflection
BS	Beam Splitter
EOM	Electro Optic Modulator (電気光学変調器)
FI	Faraday Isolator
FSR	Free Spectral Range
FWHM	Full Width at Half Maximum (半値全幅)
LO	Local Oscillator
PBS	Polarizing Beam Splitter
PD	Photo Detector (光検出器)
PDH	Pound Drever Hall
PRM	Power Recycling Mirror
PSD	Position Sensitive Detector
PZT	Piezoelectric transducer (圧電素子)
RFPD	Radio Frequency Photo Detector (高周波光検出器)
RMS	Root Mean Square (二乗平均平方根)
SQL	Standard Quantum Limit (標準量子限界)
UGF	Unity Gain Frequency

Chapter 1

はじめに

巨視的な物体は重ね合わせ状態をとりうるのだろうか。重ね合わせ状態は量子力学特有の性質であり、微視的な物体においてはすでに観測されている [1, 2]。量子力学は巨視的な物体においても重ね合わせ状態をとることを予言しているが、実際に巨視的な物体の重ね合わせ状態が観測されたことはない。単に雑音に埋もれて観測されていないだけなのか。それとも量子力学の適用される境界線が存在し、巨視的な物体には量子力学は適用されないのか。この疑問を解くには実験からの知見を得なければならない。検証実験には幅広い質量スケールで古典雑音よりも量子雑音が支配的な系を用意し、位置測定感度が標準量子限界 [3] に達する精密測定を行うことが必要である。

現在この検証実験として注目されているのが、機械光学系実験（オプトメカニクス）である。機械光学系実験はレーザー光を振動子に当てることにより極めて精密な位置測定を可能にしている。ng スケール以下の領域では標準量子限界に到達する感度を実現しており [4–6]、kg スケールにおいても重力波検出器によってほぼ実現されている [7]。しかし $\mu\text{g} \sim \text{g}$ スケールでは未だその感度には到達していない [8–10]。

特に mg スケールでの実験では、懸架鏡を振動子として標準量子限界到達を目指していた。しかし、鏡を懸架することによる熱雑音 (suspension thermal noise) がその測定精度を制限していた [9]。この懸架による熱雑音をどう対処するかが mg スケールでの標準量子限界到達において鍵を握っている。

そこで懸架による熱雑音を克服する一つのアプローチとして、新たな鏡の支持方法である光輻射圧による浮上手法（光学浮上） [11] の開発がおこなわれている。光学浮上により鏡を支持することができれば、懸架による熱雑音を生じないので標準量子限界到達には有利である。

mg 鏡の光学浮上には先行研究があり、レーザー光を三方向から当てることで浮上させる三脚型光学浮上がある [12]。しかしレーザー光が3本であり光の調整が難しく鏡も大きくしなければならない欠点があった。そこで我々のグループは新たな構造であるサンドイッチ型光学浮上を考案した [13]。サンドイッチ型光学浮上はレーザー光が2本で済むうえに、鉛直方向を直接測定できるという長所があり、実現する上では非常に有望な構造である。

サンドイッチ型光学浮上を実現させるためには、実際に浮上させる前にサンドイッチ型光学浮上の安定性を原理検証し、浮上手順の確認をおこなう必要がある。特にサンドイッチ型光学浮上には特有の水平方向の復元力があるので、その復元力を測定し水平方向の安定性を実験で検証する必要がある。そこで水平方向に感度のあるねじれ振子を用いて浮

上鏡に相当する鏡に取り付けることで実験構成を単純にし、サンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性検証を目指す実験が行われていた。先行研究 [14] では装置の設計や装置の部分的な動作確認がおこなわれたが、まだ安定性を検証するためにはいくつか課題が残されており、安定性検証するには至っていない。

本研究では水平方向の安定性検証に必要な、ねじれ振りの共振周波数を測定、ねじれ振りをリリースした状態での共振器制御をおこなった後に、実際に安定性の検証をおこなった。

本論文ではまず第2章で巨視的量子力学の検証には標準量子限界に到達する測定感度が必要であることにふれて、光学浮上が標準量子限界への到達に有効であることとこれまでの先行研究にふれる。第3章ではサンドイッチ型光学浮上の原理について述べた後、標準量子限界に到達できることを示す。第4章では本研究で実際におこなったサンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性検証実験について、全体像や実験装置について述べる。第5章では今回の実験で得られた結果を示し、第6章で本論文のまとめを述べる。補遺では本文では詳しく踏み込めなかった部分の補足を記していく。

Chapter 2

巨視的量子力学の検証

2.1 巨視的重ね合わせ問題

量子力学における一つの大きな特徴として、重ね合わせ状態というものがある。重ね合わせ状態の観測実験として有名なのが二重スリット実験 [15] である。

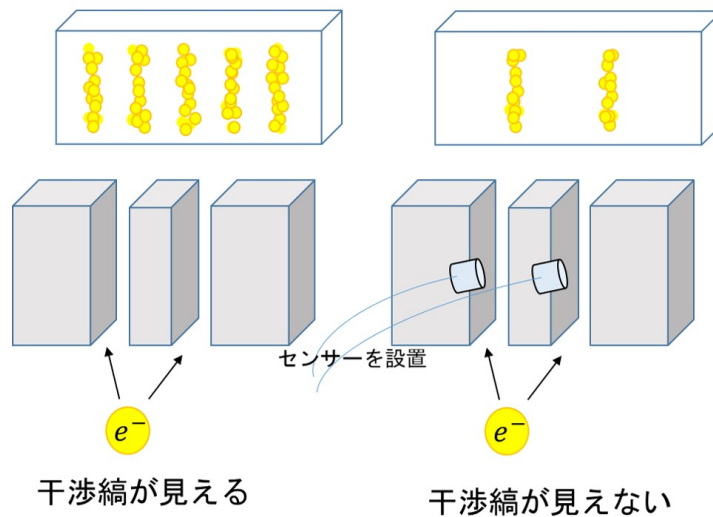


図 2.1: 二重スリット実験

図 2.1 の左が二重スリット実験の模式図である。電子銃という装置を使って電子を一つずつ照射する。電子は二重スリットのどちらかを通りスクリーンに到達する。これを何度も繰り返していくと図のような干渉縞を観測することができる。

一方今度は図 2.1 の右のように電子がスリットのどちらを通過しているのか測定するためにセンサーを設置し同様な実験を行う。すると今度は先ほどのような干渉縞は見えない。電子がどちらのスリットを通ったかというのをセンサーで測定した影響が生じてしまう。

電子が左のスリットを通る状態を $|\psi_1\rangle$ 、右のスリットを通る状態を $|\psi_2\rangle$ とおき、 c_1, c_2 を定数とすると電子の状態 $|\psi\rangle$ は

$$|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle \quad (2.1)$$

と書ける。(ただし $c_1^2 + c_2^2 = 1$) このように電子の状態は二つの状態の重ね合わせで記述でき、これを重ね合わせ状態という。量子力学においては取りうる状態の確率の和で表せるというのは一つ大きな特徴である。

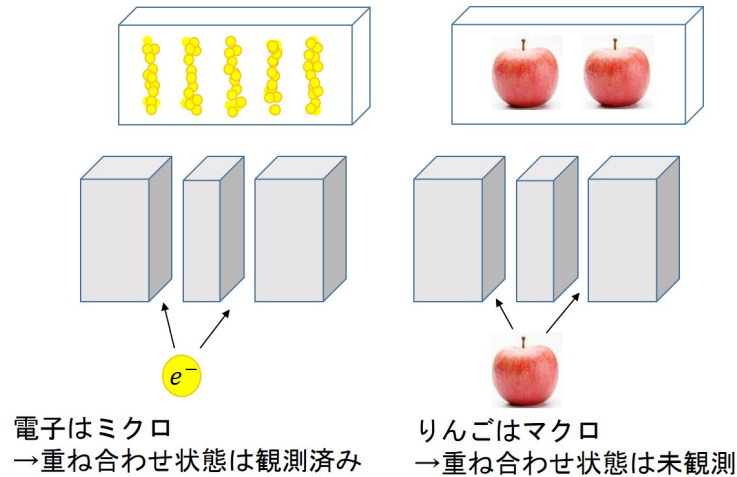


図 2.2: 重ね合わせ状態の問題

今までミクロなものにおいては重ね合わせ状態は観測されてきており、大きなものではフラーレン分子 [1] や原子量 10000 程度の高分子 [2] くらいの大きさまでは重ね合わせ状態は観測されている。

しかし巨視的（マクロ）なものにおいて重ね合わせ状態は未だ観測されていない。量子力学は線形な理論であるためマクロなものにおいても重ね合わせ状態が観測されてもおかしくないが、実際には観測されていないというのが現状である。

このことから以下の二つの説が推測される

- 重い物体にも重ね合わせ状態は存在する
→ 単純に古典雑音（熱や地面振動など）に埋もれてしまっている
- 重い物体には重ね合わせ状態は存在しない
→ 量子力学が適用できる範囲には質量スケールによって境界線がある

これらのどの考え方が正しいかを検証していくためには、幅広い質量スケールで実験検証していく必要がある。検証実験としてよく用いられるのが機械光学系実験（オプトメカニクス実験）である。実際に図 2.3 のように、これらの実験は fg～kg まで幅広い質量スケールで行われている [4-10]。

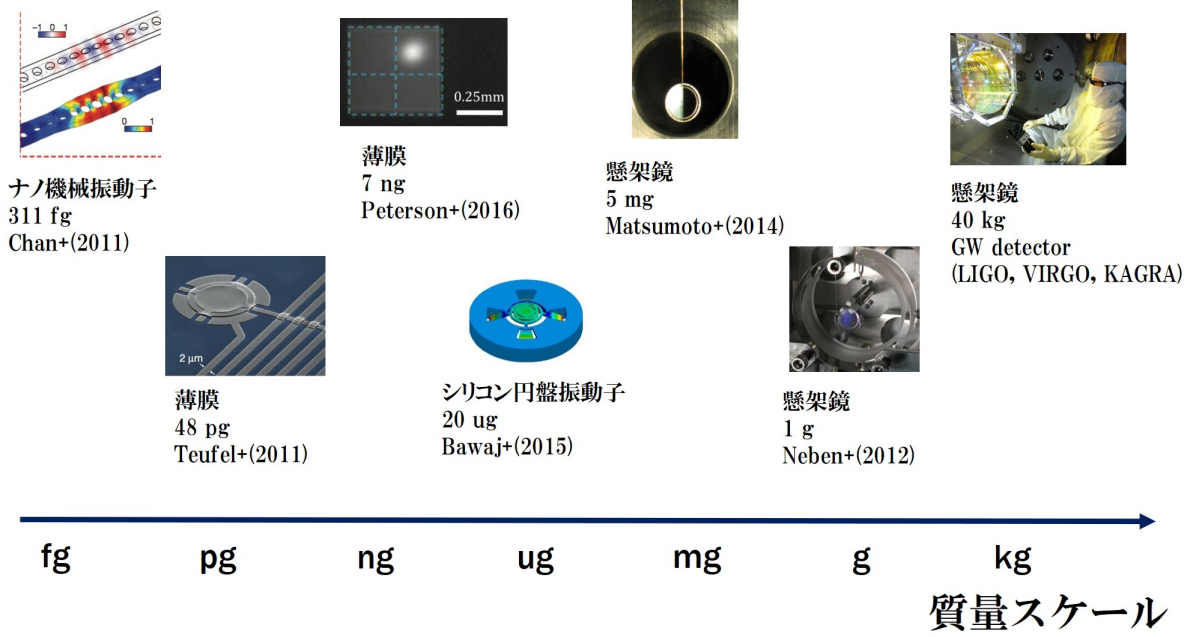


図 2.3: 様々な質量スケールで行われている機械光学系実験

2.2 巨視的重ね合わせ問題に対する検証条件

2.2.1 標準量子限界

ハイゼンベルクの不確定性原理 [16] より、位置の揺らぎを $\Delta\hat{x}$ 、運動量の揺らぎを $\Delta\hat{p}$ 、ディラック定数を $\hbar$ とおくと、

$$\Delta\hat{x}\Delta\hat{p} \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2.2)$$

と書ける。この式から量子的な影響により位置の測定限界が生じることがわかる。

この不確定性原理から導かれる測定限界のことを、標準量子限界という。(英語では Standard Quantum Limit といい、SQL と略されることが多い。)

実際に標準量子限界として出てくるパワースペクトルを式で表す。角周波数を ω 、質量を m とおくと、標準量子限界の位置のパワースペクトル $\Delta x_{\text{SQL}}(\omega)$ は、

$$\Delta x_{\text{SQL}}(\omega) = \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega^2}} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (2.3)$$

となる。または感受率を $\chi(\omega)$ とおいて

$$\Delta x_{\text{SQL}}(\omega) = \sqrt{2\hbar|\chi(\omega)|} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (2.4)$$

とも書ける [17]。

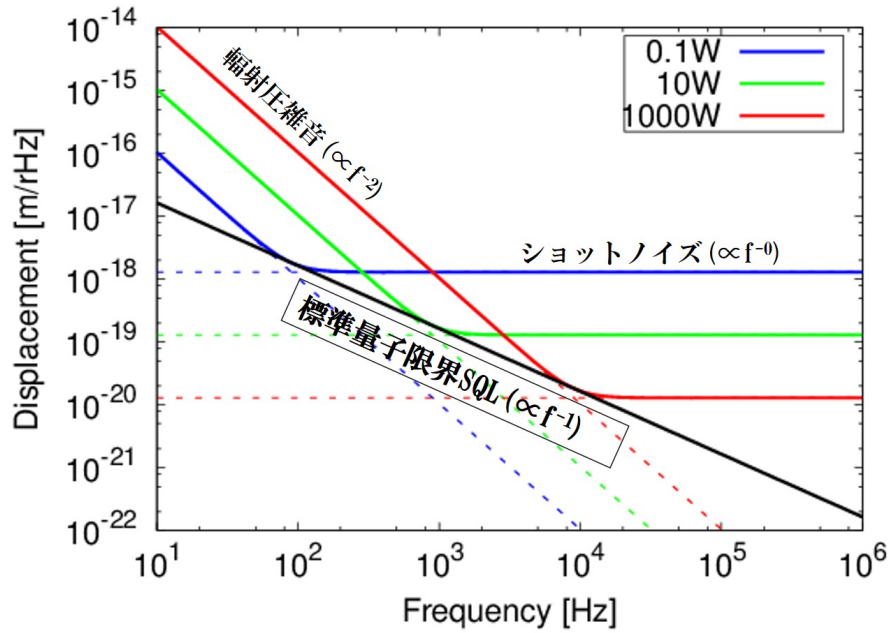


図 2.4: 標準量子限界の一例

図 2.4 が機械光学系実験における標準量子限界の例を表したグラフである。高周波で効いているのは散粒雑音（ショットノイズ）といってレーザー光の量子的な揺らぎを PD(Photo Detector の略、光検出器) が検出することで生じる雑音である。一方低周波で効いているのは輻射圧雑音といってレーザー光の量子的な揺らぎによって鏡を揺らすことで生じる雑音である。二つの雑音はトレードオフの関係にあり、図ではレーザーの入射パワーを 0.1 W, 10 W, 1000 W と変化させたときのショットノイズと輻射圧雑音の和と標準量子限界をプロットした図であるが、一定の測定限界（標準量子限界）が存在しているのがわかる。

2.2.2 提案されている検証方法

巨視的量子力学の検証方法は様々であり、振動子の温度上昇を測定することで巨視的量子力学を検証する提案もある [18]。

しかし基本的には巨視的な量子力学を検証するための必要条件は古典雑音（熱雑音、地面振動、レーザーの強度雑音、周波数雑音など）の和と標準量子限界を比べたときに

$$\text{古典雑音} < \text{標準量子限界} \quad (2.5)$$

となることである。実際に古典雑音が標準量子限界を下回ったときの具体的な検証方法の例がいくつか提唱されている。

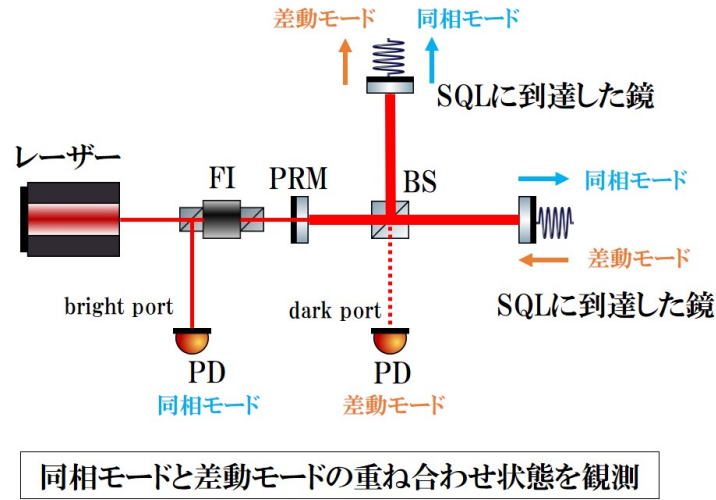


図 2.5: 検証方法その 1

一つ目は図 2.5 のようなセットアップである [19]。FI は Faraday Isolator、PRM は Power Recycling Mirror、BS は Beam Splitter、PD は Photo Detector(光検出器) を表している。SQL に到達した鏡を二つ用意し、パワーリサイクリングマイケルソン干渉計を組む。その二枚の鏡の同相モードと差動モードを読み取ることで、同相モードと差動モードの重ね合わせ状態を観測するという方法である。

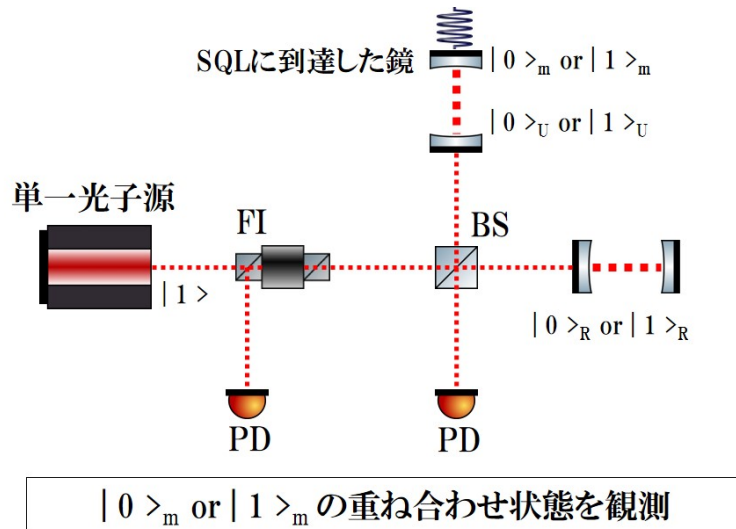


図 2.6: 検証方法その 2

二つ目は図 2.6 のようなセットアップである [20]。基底状態に到達した（共振周波数で SQL に到達した）鏡を一つ用意し、単一光子をぶつける。単一光子が上に透過した場合は状態は $|1\rangle_U \otimes |0\rangle_R \otimes |1\rangle_m$ となり、右側に透過した場合は $|0\rangle_U \otimes |1\rangle_R \otimes |0\rangle_m$ となるので、この二つの重ね合わせ状態を観測するという方法である。

2.3 過去の検証実験

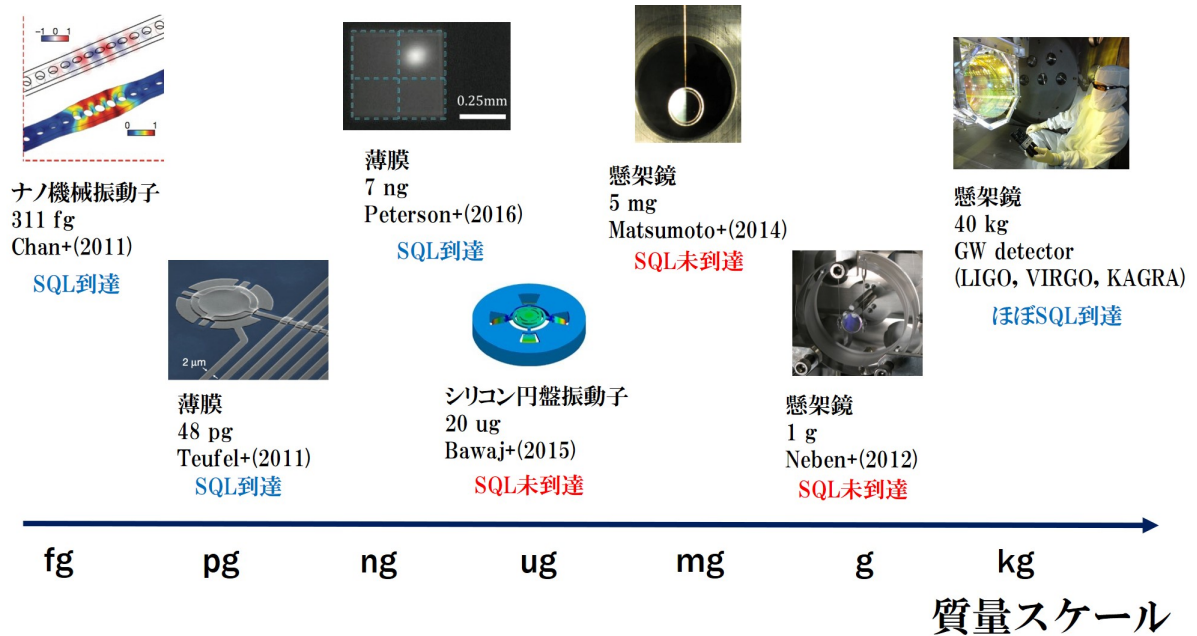


図 2.7: 様々な質量スケールでの SQL 到達度

過去の検証実験での SQL 到達度をまとめたのが図 2.7 である。質量スケール別に見ていくと、まず質量が小さな fg ~ ng のスケールでは SQL にすでに到達している [4–6]。振動子はナノ機械振動子や薄膜を使っている。また kg スケールでも SQL にほぼ到達している [7]。重力波検出器での懸架鏡が振動子である。

一方で μg , mg, g スケールでは SQL は到達していない [8–10]。そこで本研究ではまだ SQL に到達していない mg スケールでの SQL 到達を目標とした。

2.4 mg スケールでの標準量子限界への挑戦

本研究ではまだ標準量子限界に到達していない mg スケールでの標準量子限界の到達を目指す。

mg スケールで SQL 到達を目指した先行研究では振動子として懸架鏡が用いられていた。しかし懸架に使うワイヤーからの振動（懸架による熱雑音）が SQL 到達への障壁となっていた [9]。そこで今回考案した新たな鏡の支持方法として光学浮上という手法をとる。ここからは光学浮上について詳しく述べる。

2.4.1 光学浮上

今回 mg スケールでの SQL 到達を目指し光学浮上という手法を使う。光学浮上とは光を下から当てることで物を浮かせることである。普段生活している中で光が当たっても力

を感じることはないが、実際には光が物に当たると微弱ながら力が生じており、これを輻射圧という。 P を光のパワー、 c を光速だとすると、光の輻射圧 F_{rad} は

$$F_{\text{rad}} = \frac{2P}{c} \quad (2.6)$$

と書ける。

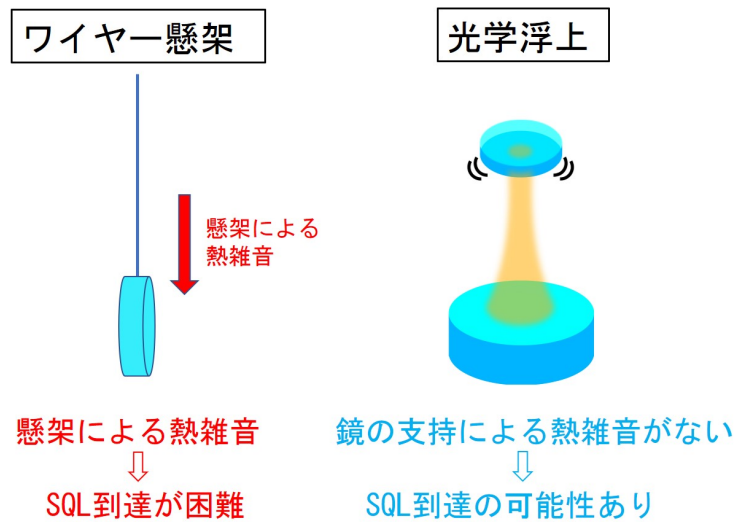


図 2.8: 鏡の支持方法の比較

ワイヤー懸架と光学浮上を比較したのが図 2.8 である。従来の研究ではワイヤー懸架により鏡を支持していたが懸架による熱雑音が生じて SQL 到達が困難である。

一方光学浮上の場合、鏡の支持による雑音が生じない。よって SQL 到達の可能性はある。

2.4.2 サンドイッチ型光学浮上

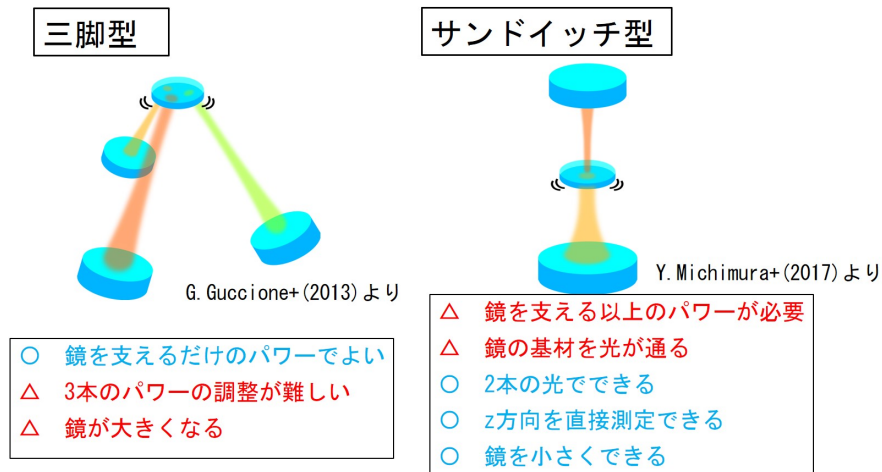


図 2.9: 光学浮上の種類

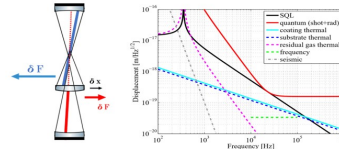
光学浮上のやり方はすでにいくつか考案されている。図 2.9 がその図であり、三脚型とサンドイッチ型の二種類がある。

最初に考案されたのが三脚型 [12] で、これはオーストラリアで考案されたものである。図のように三方向から鏡を支持している。しかしこの手法は光が3本必要であり、パワーの調整が難しく、また構成的に鏡を大きくしなければいけないという欠点があった。

そこで新たに考案されたのがサンドイッチ型 [13] である。これは浮上鏡の上下から光をあてる構造になっている。下の光で浮上鏡を支持し、上からの光で鏡の揺れを抑えている。この構造だと鏡を支持する光のパワーは大きくしなけりならず、また上下両側から光を当てるので、どちらかの光は鏡の基材を通るといふ欠点はある。しかし光が二本で済み、 z 方向（鉛直方向）を直接測定することができる。また、三脚型に比べて鏡を小さくすることができる。以上の利点からサンドイッチ型を今回の光学浮上構造として選んだ。

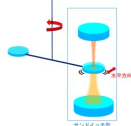
2.4.3 サンドイッチ型光学浮上の先行研究

①原理計算→道村氏、牛場氏、桑原氏



②安定性検証実験 (1) 実験装置の設計、評価→桑原氏

(2) 安定性の検証→本研究



③光学浮上の実現、SQLの到達、巨視的量子力学の検証

図 2.10: サンドイッチ型光学浮上研究の流れ

サンドイッチ型光学浮上に関する先行研究も進行している。研究のロードマップを表したのが図 2.10 である。サンドイッチ型光学浮上研究の大まかな流れを説明する。まず原理計算を行いサンドイッチ型光学浮上の安定性や SQL 到達への見通しをたてる。次に原理検証実験をおこない、安定性の実験での検証や実際の浮上手順の確認を行う。その後サンドイッチ型光学浮上の実現や、標準量子限界の到達、巨視的量子力学の検証を行うというのがサンドイッチ型光学浮上研究の流れである。

ロードマップの最初の部分であるサンドイッチ型光学浮上の原理計算はすでに行われている [13]。おもにサンドイッチ型光学浮上研究の安定性や標準量子限界に到達に向けた雑音計算などはすでに行われており、これは本論文の 3 章で詳しく述べる。

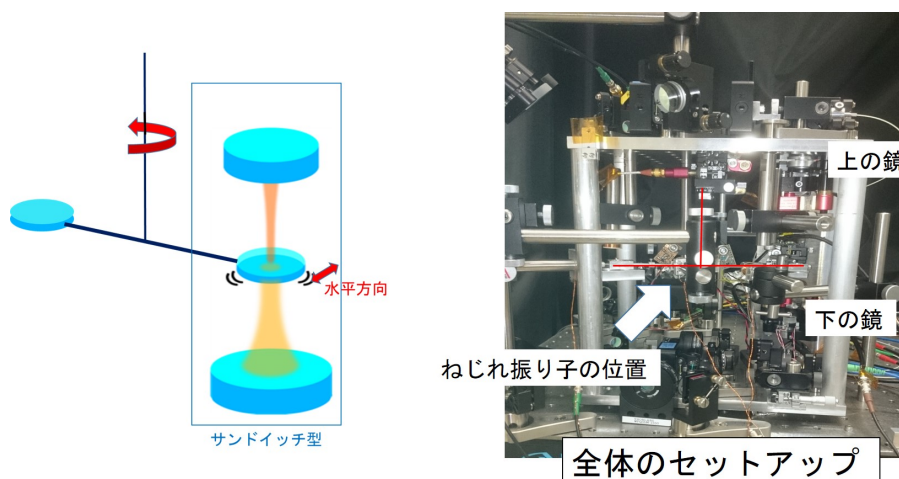


図 2.11: ねじれ振り子を用いたサンドイッチ型光学浮上の原理検証実験

また、ねじれ振子を用いたサンドイッチ型光学浮上の原理検証実験 [14] も進められていた (図 2.11)。左が実験の模式図、右が実際に用いられていた実験装置の写真である。サンドイッチ型光学浮上には特有の水平方向の復元力が存在し、この水平方向の復元力がはたらいっているか（安定であるか）を検証することに的を絞って実験している。主に実験装置の設計・構築とその装置の部分的な動作確認までは終わっている。

しかし、安定性検証にはまだ至っていない。安定性を検証するためにはまだいくつか問題が残されている。安定性を検証する前段階として

- ねじれ振子の共振周波数測定
- ねじれ振子をリリースした状態での共振器制御

を実現しなければならない。これについては本論文の 4 章前半で詳しく述べる。

この二つを実現したのちに安定性を検証できる段階に入る。

Chapter 3

光学浮上による巨視的量子力学検証

3.1 サンドイッチ型光学浮上の原理

3.1.1 Fabry-Perot 共振器

光学浮上において光を増幅させる Fabry-Perot 共振器を用いたのでその基礎について述べる。Fabry-Perot 共振器は、鏡を二枚並べてその鏡の間で光を往復させることで光強度を増幅させる機能を持つ。mg の鏡を浮上させるには kW に近い光強度が必要であり、また光バネの効果も働くので（3.2.3 節参照）サンドイッチ型光学浮上において有効である。

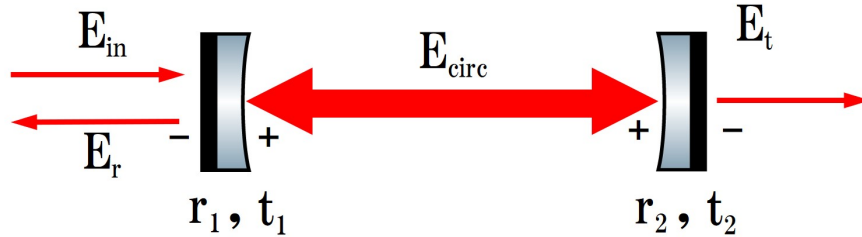


図 3.1: Fabry-Perot 共振器

図 3.1 が Fabry-Perot 共振器の概略図である。鏡の反射率をそれぞれ r_1, r_2 、透過率をそれぞれ t_1, t_2 とおく。左側から光電場が E_{in} の入射光を入れると 2 枚の鏡の間で往復増幅された光電場 E_{circ} が生じる。共振器から右へ抜ける光と左へ出てくる光の電場を E_t, E_r としている。以下これらの強度について議論していく [14, 21]。

反射光強度、透過光強度、共振器内パワー (1)

レーザーの角周波数を ω_L 、時間を t 、虚数単位を i 、共振器長を L 、入射光の光電場を $E_{in} = E_0 e^{i\omega_L t}$ とし、片道の位相変化 $\phi = L\omega_L/c$ とすると、反射光の光電場強度 E_r は、

$$E_r = -r_1 E_{in} + t_1^2 r_2 e^{-2i\phi} E_{in} + t_1^2 r_2 e^{-2i\phi} (r_1 r_2 e^{-2i\phi}) E_{in} + \dots$$

$$\begin{aligned}
&= [-r_1 + t_1^2 r_2 e^{-2i\phi} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^n] E_{\text{in}} \\
&= (-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}}) E_{\text{in}}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

透過光の光電場強度 E_t は、

$$\begin{aligned}
E_t &= t_1 t_2 e^{-i\phi} E_{\text{in}} + t_1 t_2 e^{-i\phi} (r_1 r_2 e^{-2i\phi}) E_{\text{in}} + t_1 t_2 e^{-i\phi} (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^2 E_{\text{in}} + \dots \\
&= t_1 t_2 e^{-i\phi} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^n E_{\text{in}} \\
&= \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} E_{\text{in}}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

共振器内の光電場強度 E_{circ} は、

$$\begin{aligned}
E_{\text{circ}} &= t_1 E_{\text{in}} + t_1 (r_1 r_2 e^{-2i\phi}) E_{\text{in}} + t_1 (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^2 E_{\text{in}} + \dots \\
&= t_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^n E_{\text{in}} \\
&= \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} E_{\text{in}}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

となる。

よって反射光パワーを P_r 、透過光パワーを P_t 、共振器内パワーを P_{circ} とおくと、入射光パワー P_{in} との割合はそれぞれ、

$$\frac{P_r}{P_{\text{in}}} = \left| \frac{E_r}{E_{\text{in}}} \right|^2 = \frac{((r_1^2 + t_1^2) r_2 - r_1)^2 + 4 r_1 r_2 (r_1^2 + t_1^2) \sin^2 \phi}{(1 - r_1 r_2)^2 (1 + F \sin^2 \phi)} \tag{3.4}$$

$$\frac{P_t}{P_{\text{in}}} = \left| \frac{E_t}{E_{\text{in}}} \right|^2 = \frac{(t_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2 (1 + F \sin^2 \phi)} \tag{3.5}$$

$$\frac{P_{\text{circ}}}{P_{\text{in}}} = \left| \frac{E_{\text{circ}}}{E_{\text{in}}} \right|^2 = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2 (1 + F \sin^2 \phi)} \tag{3.6}$$

$$\text{ただし } F = \frac{4 r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} \tag{3.7}$$

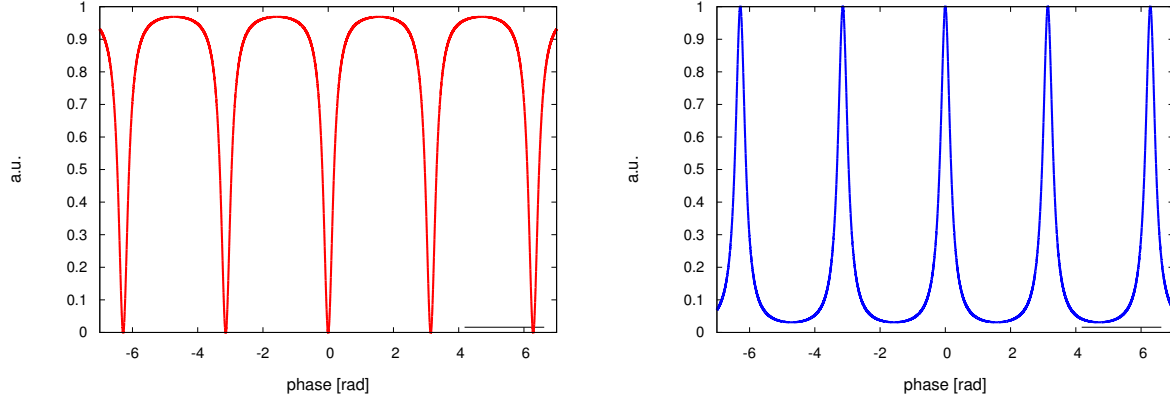


図 3.2: Fabry-Perot 共振器の反射率（左）と透過率（右）

実際に反射光パワーと透過光パワーをプロットした図が図 3.2 である。横軸が位相の変化、縦軸は入射パワーを 1 としたときのパワーを表している。パラメータは $r_1^2 = r_2^2 = 0.7$ 、 $t_1^2 = t_2^2 = 0.3$ を用いた。位相が 2π の整数倍のときに共振ピークが見えることがわかる。

FSR

ここからはおもに共振に関して述べる。レーザーの波長を λ 、自然数 n のとき共振するレーザーの周波数を ν_n とおく。共振が起こるのは

$$L = \frac{n}{2}\lambda = \frac{n}{2}\frac{c}{\nu_n} \quad (3.8)$$

$$\nu_n = \frac{n}{2}\frac{c}{L} \quad (3.9)$$

のときである

共振する周波数の差を Free Spectral Range といい ν_{FSR} すると

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{2L} \quad (3.10)$$

と書ける。

フィネス

フィネスとは共振ピークの鋭さを表す値である。レーザーの周波数を変化させた際の共振ピークの半値全幅を ν_{FWHM} とおくと、フィネス $\mathcal{F}$ は

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} \quad (3.11)$$

で与えられる。

実際に半値全幅を求めてみる。式 (3.6) より

$$\frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\pi L \nu_{\text{FWHM}}}{c}\right)} = \frac{1}{2} \quad (3.12)$$

$\nu_{\text{FWHM}} \ll \nu_{\text{FSR}}$ のとき

$$F \sin^2\left(\frac{\pi L \nu_{\text{FWHM}}}{c}\right) \simeq F \left(\frac{\pi L \nu_{\text{FWHM}}}{c}\right)^2 = 1 \quad (3.13)$$

$$\nu_{\text{FWHM}} = \frac{c}{\pi \sqrt{FL}} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \nu_{\text{FSR}} \quad (3.14)$$

よってフィネスは式 (3.11) より

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (3.15)$$

鏡の反射率 r を、透過率 t を、それ以外の光電場のロス分を l としたとき、 $r^2 + t^2 + l^2 = 1, t \ll 1$ と近似すれば

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{t_1^2 + t_2^2 + l^2} = \frac{2\pi}{\mathcal{T}} \quad (3.16)$$

である。 $\mathcal{T}$ は共振器の透過率とロスの和を表している。

cavity decay rate

cavity decay rate は $\kappa[\text{Hz}]$ と表され、共振器内から光子が失われていく時間スケールを表す。また input ミラー、output ミラー、共振器内のロスで光子が失われる時間スケールをそれぞれ κ_{in} 、 κ_{out} 、 κ_{loss} と書くことができ

$$\kappa = \kappa_{\text{in}} + \kappa_{\text{out}} + \kappa_{\text{loss}} \quad (3.17)$$

と書くことができる。図 3.18 がそのイメージである。

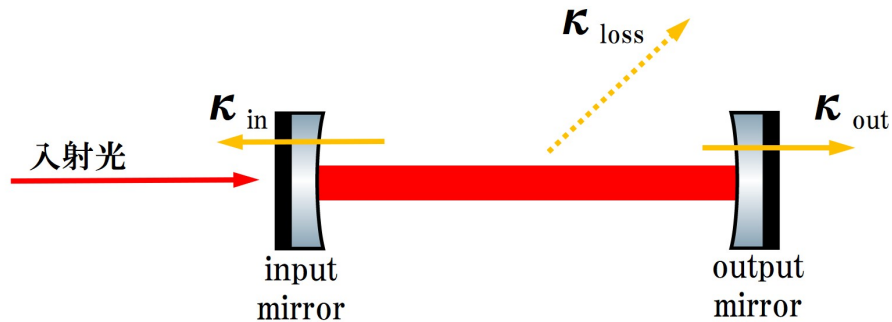


図 3.3: 共振器内から見た光子の損失

また $\kappa, \kappa_{\text{in}}, \kappa_{\text{out}}$ は $\tau = t_{\text{FSR}} = 2L/c$ とおくと以下のようにも書ける

$$\kappa = \frac{\mathcal{T}}{2\tau} = \frac{c\pi}{2L\mathcal{F}} \quad (3.18)$$

$$\kappa_{\text{in}} = \frac{t_1^2}{2\tau} = \frac{ct_1^2}{4L} \quad (3.19)$$

$$\kappa_{\text{out}} = \frac{t_2^2}{2\tau} = \frac{ct_2^2}{4L} \quad (3.20)$$

離調 (detuning)

ある一つの共振モードの角周波数 ω_{cav} とレーザーの角周波数 ω_L とのずれを離調といい、離調 Δ は

$$\Delta \equiv \omega_L - \omega_{\text{cav}} \quad (3.21)$$

と定義する。

Detuning は共振器長変動とも対応し、共振器長 L から x だけ大きくなったときには離調は

$$\Delta = \frac{x}{L}\omega_{\text{cav}} \quad (3.22)$$

に対応する。

また規格化された離調角周波数 δ は、

$$\delta \equiv \frac{\Delta}{\kappa} \quad (3.23)$$

と定義されている

反射光強度、透過光強度、共振器内パワー (2)

式 (3.4), 式 (3.5), 式 (3.6) を detuning や cavity decay rate のパラメータを用いて書き表してみる [22]。

まずは式 (3.1), 式 (3.2), 式 (3.3) の分母を変形すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} &= \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2iL\Delta/c}} \\ &\simeq \frac{1}{1 - r_1 r_2 (1 - 2iL\Delta/c)} \\ &\simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\kappa + i\Delta} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$(3.25)$$

となる。まず反射光強度と入射光強度の比を求める。式 (3.1) より

$$\frac{E_r}{E_{\text{in}}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-r_1 + r_2(r_1^2 + r_2^2)(1 - e^{-2iL\Delta/c})}{1 - r_1r_2e^{-2iL\Delta/c}} \\
&\simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\kappa + i\Delta} \left(r_2t_1^2 - r_1(1 - r_1r_2) - ir_2\frac{\Delta}{\nu_{\text{FSR}}} \right) \\
&\simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\kappa + i\Delta} \left(r_2t_1^2 - r_1\frac{\kappa}{\nu_{\text{FSR}}} - ir_2\frac{\Delta}{\nu_{\text{FSR}}} \right) \tag{3.26}
\end{aligned}$$

式 (3.4), 式 (3.18), 式 (3.19) より

$$\begin{aligned}
\frac{P_r}{P_{\text{in}}} &= \left| \frac{E_r}{E_{\text{in}}} \right|^2 \simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}^2}{\kappa^2 + \Delta^2} \left(t_1^4 - 2t_1^2\frac{\kappa}{\nu_{\text{FSR}}} + \frac{\kappa^2 + \Delta^2}{\nu_{\text{FSR}}^2} \right) \\
&= 1 - \frac{4\kappa_{\text{in}}}{\kappa} \left(1 - \frac{\kappa_{\text{in}}}{\kappa} \right) \frac{1}{1 + \delta^2} \tag{3.27}
\end{aligned}$$

次に透過光強度と入射光強度の比を求める。式 (3.2) より

$$\begin{aligned}
\frac{E_t}{E_{\text{in}}} &= \frac{t_1t_2e^{-i\phi}}{1 - r_1r_2e^{-2i\phi}} \\
&\simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\kappa + i\Delta} t_1t_2 \left(1 - i\frac{\Delta}{2\nu_{\text{FSR}}} \right) \tag{3.28}
\end{aligned}$$

式 (3.5), 式 (3.18), 式 (3.19), 式 (3.20) より

$$\begin{aligned}
\frac{P_t}{P_{\text{in}}} &= \left| \frac{E_t}{E_{\text{in}}} \right|^2 \simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}^2 t_1^2 t_2^2}{\kappa^2 + \Delta^2} \\
&= \frac{4\kappa_{\text{in}}\kappa_{\text{out}}}{\kappa^2} \frac{1}{1 + \delta^2} \tag{3.29}
\end{aligned}$$

同様に共振器内光強度と入射光強度の比を求める。式 (3.3) より

$$\begin{aligned}
\frac{E_{\text{circ}}}{E_{\text{in}}} &= \frac{t_1}{1 - r_1r_2e^{-2i\phi}} \\
&\simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}t_1}{\kappa + i\Delta} \tag{3.30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{P_{\text{circ}}}{P_{\text{in}}} &= \left| \frac{E_{\text{circ}}}{E_{\text{in}}} \right|^2 \simeq \frac{\nu_{\text{FSR}}^2 t_1^2}{\kappa^2 + \Delta^2} \\
&= \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa} \frac{1}{1 + \delta^2} \tag{3.31}
\end{aligned}$$

この式からわかることは、共振器内パワーはフィネス $\mathcal{F}$ と $\kappa_{\text{in}}/\kappa$ がわかれば求まるということである。

3.2 サンドイッチ型光学浮上の安定性

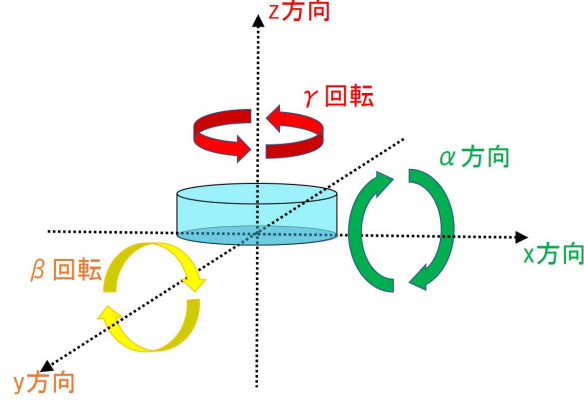


図 3.4: 自由度の定義

図 3.4 のように、並進方向を (x, y, z) 、回転方向を (α, β, γ) とおくと、浮上鏡の自由度は 6 自由度である。

しかし今回考えるのは対称性のある場合なので $\alpha = \gamma = 0, y = 0$ としても一般性を失わない。よって実際には (x, z, β) の 3 自由度を考えればよい。

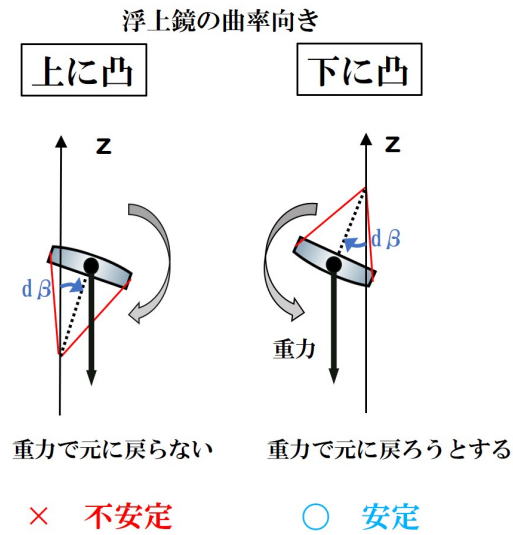
結論から言うと、

$$\begin{pmatrix} \delta F_x \\ \delta F_z \\ \delta N_\beta \end{pmatrix} = -K \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta z \\ \delta \beta \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} K_1^{\text{hor}} + K_2^{\text{hor}} & 0 & 0 \\ 0 & K_1^{\text{opt}} + K_2^{\text{opt}} & 0 \\ 0 & 0 & mg_G R \end{pmatrix}$$

と表すことができる。 x, z 方向の変位をそれぞれ $\delta x, \delta z$ 、それによってかかる力をそれぞれ $\delta F_x, \delta F_z$ 、回転方向のずれを $\delta \beta$ 、それによってかかるトルクを δN_β 、対角化した複素バネ定数の行列を K 、サンドイッチ型光学浮上の上側共振器と下側共振器の水平方向の複素バネ定数をそれぞれ $K_1^{\text{hor}}, K_2^{\text{hor}}$ 、鉛直方向の複素バネ定数をそれぞれ $K_1^{\text{opt}}, K_2^{\text{opt}}$ 、浮上鏡の質量を m 、重力加速度を g_G 、浮上鏡の曲率半径を R （下に凸なときを正）とした。安定であるためにはこの対角化成分がすべて正になることが必要である。

3.2.1 x,y 軸まわりの回転の安定性

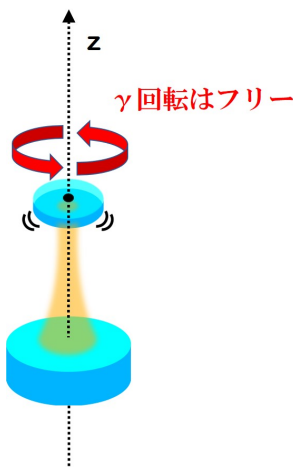
図 3.5: β 回転方向の安定性

β 回転の安定性について説明する。図 3.5 がその模式図である。ここでは浮上鏡の曲率中心を中心とした回転を考えている。 β 回転の安定性は浮上鏡の曲率半径 R が下に凸なときを正とすると、

$$\delta N_\beta = -mg_G R \cdot \delta\beta \quad (3.32)$$

とおける。よって安定な条件は $R > 0$ のときである。

3.2.2 z 軸まわりの回転の安定性

図 3.6: γ 回転方向は安定性と無関係

また γ 回転方向に関しては、図 3.6 安定性とは無関係でありフリーの状態である。光学浮上が実現した際の応用先としてこの自由回転成分は応用できる可能性がある。

3.2.3 鉛直方向の安定性

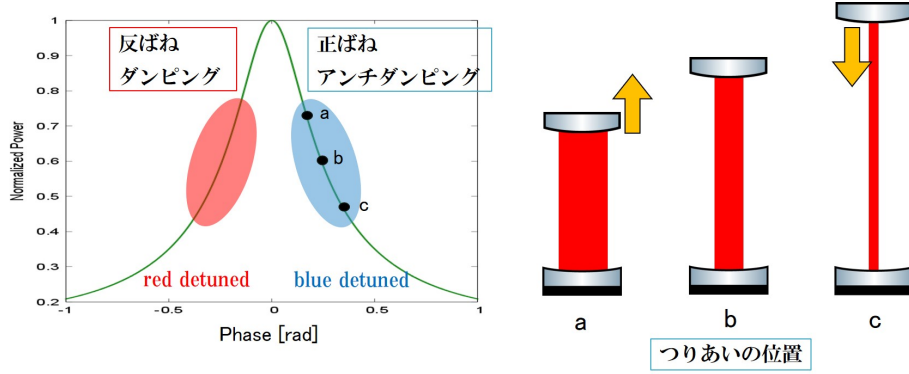


図 3.7: 光ばねのイメージ図

鉛直方向の安定性は単純に浮上鏡の下に Fabry-Perot 共振器を組んで光を当てれば復元力的には安定である。図 3.7 がその様子である。つりあいの位置から少し下にずれると共振器内の光が増幅されて輻射圧が大きくなり元に戻る。逆に上にずれると共振器内の光があまり増幅されなくなり、元に戻るという仕組みである。

以下詳細に計算していく。

電場の時間による平均と変動を求める。時間による変動を考えるので、共振器長を時間による関数として $L(t) = L_0 + \delta x(t)$ 、光電場の位相を時間による関数として $\phi(t) = \phi_0 + \delta\phi(t)$ とし、式 (3.3) を $2\phi \rightarrow 2\phi(t - \frac{2m-1}{c}L_0)$ と置き換えると、共振器内の光電場 $E_{\text{circ}}(t)$ は、

$$\begin{aligned} E_{\text{circ}}(t) &= t_1 E_{\text{in}} + t_1 (r_1 r_2 e^{-2\phi(t - \frac{L_0}{c})}) E_{\text{in}} + t_1 (r_1 r_2 e^{-2\phi(t - \frac{L_0}{c})}) (r_1 r_2 e^{-2\phi(t - \frac{3L_0}{c})}) E_{\text{in}} + \dots \\ &= t_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})^n \exp \left[-2i \sum_{m=1}^n \delta\phi \left(t - \frac{2m-1}{c} L_0 \right) \right] E_{\text{in}} \\ &\simeq t_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})^n \left[1 - 2i \sum_{m=1}^n \delta\phi \left(t - \frac{2m-1}{c} L_0 \right) \right] E_{\text{in}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

よって共振器内の光電場の平均値 $\bar{E}_{\text{circ}}$ と変動成分 $\delta E_{\text{circ}}(t)$ は、

$$\bar{E}_{\text{circ}} = t_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})^n E_{\text{in}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} \quad (3.34)$$

$$\delta E_{\text{circ}}(t) = -2it_1 E_{\text{in}} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})^n \sum_{m=1}^n \delta\phi \left(t - \frac{2m-1}{c} L_0 \right) \quad (3.35)$$

ここでフーリエ変換 $F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(\omega) e^{i\omega t}$ をして、簡単にするため $\theta \equiv L_0 \omega / c$ とすると

$$\delta \tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) = -2it_1 E_{\text{in}} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})^n \sum_{m=1}^n \delta \tilde{\phi}(\omega) \exp \left(-i\omega \frac{2m-1}{c} L_0 \right) \quad (3.36)$$

$$= -2it_1 E_{\text{in}} \sum_{n=0} (r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})^n \frac{e^{-i\theta}(1 - e^{-2i\theta n})}{1 - e^{-2i\theta}} \delta\tilde{\phi}(\omega) \quad (3.37)$$

$$= -\frac{t_1 E_{\text{in}}}{\sin \theta} \left[\frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} + \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \right] \delta\tilde{\phi}(\omega) \quad (3.38)$$

$$\simeq -\frac{2it_1 E_{\text{in}}}{(1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0})(1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)})} \delta\tilde{\phi}(\omega) \quad (3.39)$$

$$= -\frac{2iE_{\text{circ}}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \delta\tilde{\phi}(\omega) \quad (3.40)$$

途中 $\phi_0, \theta \ll 1$, $r_1, r_2 \simeq 1$ の近似を用いた。

$\Delta, \kappa, \delta\tilde{x}(\omega)$ でかくと、

$$\delta\tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) = -\frac{2iE_{\text{circ}}}{1 - r_1 r_2 e^{-2iL_0(\Delta + \omega)/c}} \frac{\omega_L}{c} \delta\tilde{x}(\omega) \quad (3.41)$$

$$\simeq -\frac{\omega_L E_{\text{circ}}}{L_0} \frac{\delta\tilde{\phi}(\omega)}{\Delta + \omega - i\kappa} \quad (3.42)$$

となる。ここで共振器内パワーの変動成分を $\delta\tilde{P}_{\text{circ}}(\omega)$ とすると、

$$\begin{aligned} \delta\tilde{P}_{\text{circ}}(\omega) &\propto E_{\text{circ}}^* \delta\tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) + E_{\text{circ}} \delta\tilde{E}_{\text{circ}}^*(\omega) \\ \text{ただし} \quad \delta\tilde{E}_{\text{circ}}^*(\omega) &= [\delta\tilde{E}_{\text{circ}}(-\omega)]^* \end{aligned} \quad (3.43)$$

なので

$$\delta\tilde{P}_{\text{circ}}(\omega) = -\frac{P_{\text{circ}}\omega_L}{L_0} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} + i \left(\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} - \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} \right) \right] \quad (3.44)$$

鏡の受ける輻射圧 F は $F = 2P_{\text{circ}}/c$ で、複素バネ定数を $K^{\text{opt}}(\omega) \equiv -\delta F/\delta x$ とし、実部と虚部に対して $K^{\text{opt}}(\omega) = k^{\text{opt}}(\omega) + im\omega\gamma^{\text{opt}}(\omega)$ として k^{opt} をバネ定数、 γ^{opt} を減衰率とすると

$$\begin{aligned} K^{\text{opt}}(\omega) &= \frac{2P_{\text{circ}}\omega_L}{L_0 c} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} + i \left(\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} - \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} \right) \right] \\ &\equiv k^{\text{opt}}(\omega) + im\omega\gamma^{\text{opt}}(\omega) \end{aligned} \quad (3.45)$$

$\omega \ll \sqrt{\kappa^2 + \Delta^2}$ と近似すると

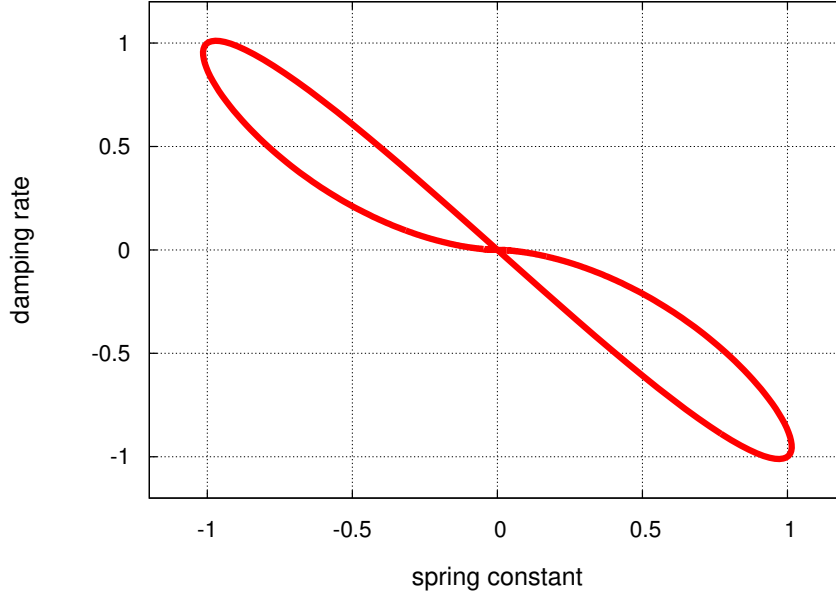
$$K^{\text{opt}}(\omega) \simeq \frac{4P_{\text{circ}}\omega_L}{L_0 c} \left[\frac{\Delta}{\kappa^2 + \Delta^2} - i \frac{2\kappa\Delta\omega}{(\kappa^2 + \Delta^2)^2} \right] \quad (3.46)$$

$$= \frac{4P_{\text{circ}}\omega_L}{L_0 c} \frac{\delta}{\kappa(1 + \delta^2)} \left[1 - \frac{2i\omega}{\kappa(1 + \delta^2)} \right] \quad (3.47)$$

式 (3.31), 式 (3.18) を代入して

$$K^{\text{opt}}(\omega) = \frac{4P_{\text{in}}\omega_L\kappa_{\text{in}}}{L_0^2\kappa^3} \frac{\delta}{(1 + \delta^2)^2} \left[1 - \frac{2i\omega}{\kappa(1 + \delta^2)} \right] \quad (3.48)$$

$$= k^{\text{opt}}(\omega) + im\omega\gamma^{\text{opt}}(\omega) \quad (3.49)$$

図 3.8: δ を変化させたときの規格化した k^{opt} と γ^{opt}

この図からわかることは

$$k^{\text{opt}} < 0, \gamma^{\text{opt}} > 0 \quad \text{または} \quad k^{\text{opt}} > 0, \gamma^{\text{opt}} < 0 \quad (3.50)$$

の領域しか存在せず、安定条件である $k^{\text{opt}} > 0, \gamma^{\text{opt}} > 0$ となる領域が存在しないということである。安定な光バネを実現するためには空気によるダンピングを導入するか、複数の光バネを導入する double optical spring [23] が必要がある。今回はサンドイッチ型光学浮上なので下からと上からの二本の光バネを導入する。サンドイッチ型光学浮上で安定となるには、上側共振器と下側共振器の光バネによるバネ定数をそれぞれ $k_1^{\text{opt}}, k_2^{\text{opt}}$ 、減衰率をそれぞれ $\gamma_1^{\text{opt}}, \gamma_2^{\text{opt}}$ とおくと

$$k_1^{\text{opt}} + k_2^{\text{opt}} > 0, \quad \gamma_1^{\text{opt}} + \gamma_2^{\text{opt}} > 0 \quad (3.51)$$

を満たすように二つの光バネを調整すればよい。

3.2.4 水平方向の安定性

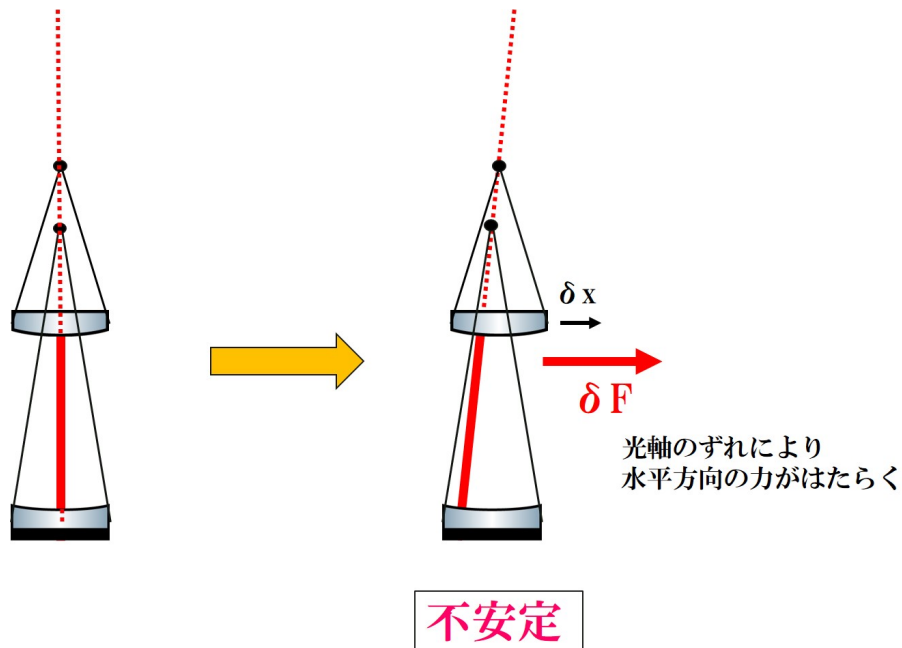


図 3.9: 光バネが一つだと水平方向は不安定

水平方向の安定性は下から光を当てるだけだと成り立たない。図 3.9 のように水平方向の変位 δx に対して同じ方向に δF が生じるので、このままだと水平方向は不安定である。

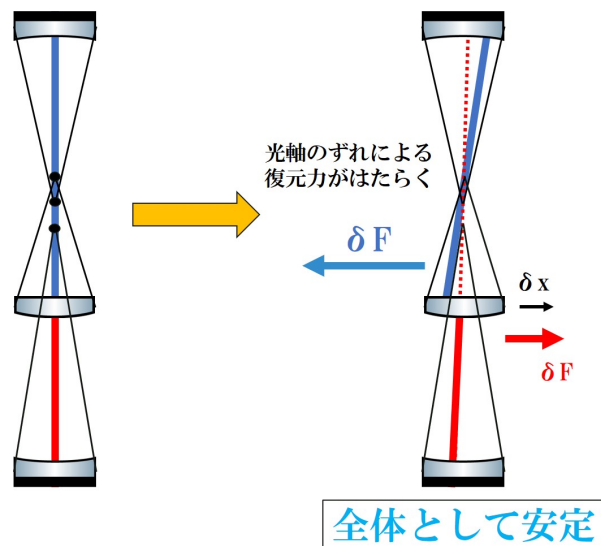


図 3.10: サンドイッチ型共振器による水平方向の安定性

一方サンドイッチ型光学浮上の場合だと図 3.10 のように二つの光共振器をうまく調整すればよい。二本の光共振器の輻射圧による水平方向の力をはたらかせることで、水平方向の変位 δx に対して全体として逆方向に力 δF を働かせることが可能である。

以下詳細な計算について述べる。

光軸の傾きを θ 、輻射圧を F 、曲率中心間距離を a 、水平方向の変位を δx 、水平方向の力の変化を δF_x 、水平方向の光共振器による複素バネ定数を K^{hor} とすると

$$\theta = \frac{\delta x}{a} \quad (3.52)$$

$$\delta F_x = -F \sin \theta \simeq -F \theta \quad (3.53)$$

$$= -\frac{F}{a} \delta x = -K^{\text{hor}} \delta x \quad (3.54)$$

となる。

フロントミラーの曲率半径を R_F エンドミラー（浮上鏡）の曲率半径を R_E とおき。 $G = (1 - L/R_F)(1 - L/R_E)$ とすると、虚数部分も考慮して [24]

$$K^{\text{hor}} = k^{\text{hor}} + i\omega\gamma^{\text{hor}} = \pm \frac{F}{a} \left[1 - i\omega \frac{\pi L}{\mathcal{F}c(1 - G)} \right] \quad (3.55)$$

と書ける。

上側共振器と下側共振器の水平方向のバネ定数をそれぞれ $k_1^{\text{hor}}, k_2^{\text{hor}}$ 、減衰率をそれぞれ $\gamma_1^{\text{hor}}, \gamma_2^{\text{hor}}$ とおくとこちらも鉛直方向と同じで

$$k_1^{\text{hor}} + k_2^{\text{hor}} > 0, \quad \gamma_1^{\text{hor}} + \gamma_2^{\text{hor}} > 0 \quad (3.56)$$

を満たすように二つの光共振器のパラメータを調整すればよい。

ただこのサンドイッチ型光学浮上特有の水平方向の安定性は実際に確認されたことがないので、実験によって確かめる必要がある。

3.3 目標感度

ここではサンドイッチ型光学浮上でどのように標準量子限界に到達できるかについて述べていく。

まずは先にサンドイッチ型光学浮上での目標感度を提示する。

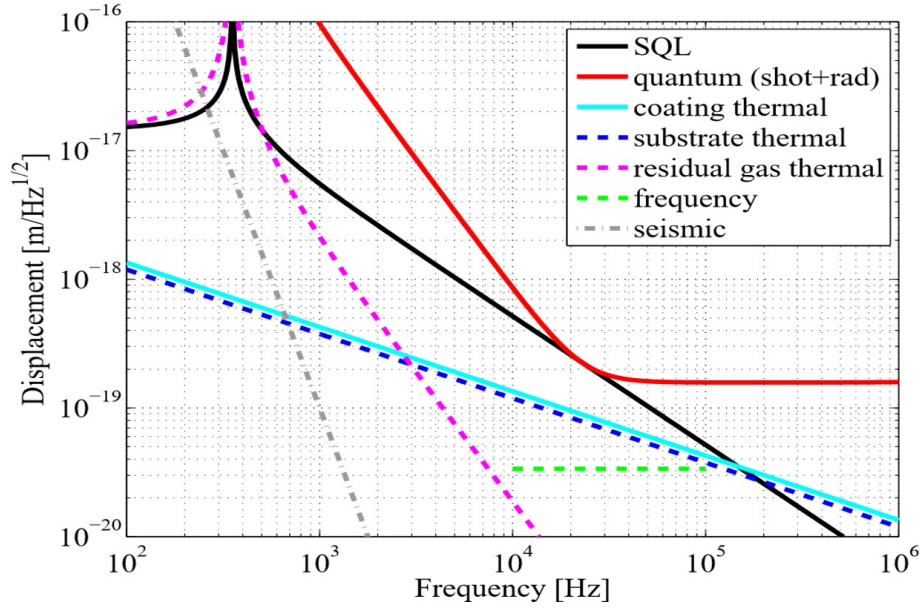


図 3.11: 光学浮上におけるノイズスペクトル [13]

図 3.11 が感度曲線である。23 kHz で SQL 到達しており、その周波数帯で $2.2 \times 10^{-19} [\text{m}/\text{Hz}^{1/2}]$ の感度をもつように設計できる。350 Hz の共振は double optical spring [23] によるものである。

表 3.1: SQL 到達への設計値 (1)

浮上鏡の質量	$m = 0.2 \text{ mg}$
浮上鏡の半径	$r = 0.35 \text{ mm}$
浮上鏡の曲率半径	$R = 30 \text{ mm}$
コーティングの厚さ	$d_{\text{Ta}} = 91 \text{ nm} \times 7 \text{ layers}$ $d_{\text{Si}} = 237 \text{ nm} \times 6 \text{ layers}$
ヤング率	$Y_s = 73 \text{ GPa}$, ($Y_{\text{Ta}} = 140 \text{ GPa}$, $Y_{\text{Si}} = 73 \text{ GPa}$)
ポアソン比	$\nu_s = 0.17$, ($\nu_{\text{Ta}} = 0.28$, $\nu_{\text{Si}} = 0.17$)
損失角	$\phi_s = 1 \times 10^{-6}$, ($\phi_{\text{Ta}} = 2 \times 10^{-4}$, $\phi_{\text{Si}} = 5 \times 10^{-5}$)
鏡基材の屈折率	$n_s = 1.45$ ($n_{\text{Ta}} = 2.07$, $n_{\text{Si}} = 1.45$)
温度	$T = 300 \text{ K}$
レーザーの波長	$\lambda = 1064 \text{ nm}$
レーザーの周波数雑音	$\delta f_L = 0.1 \text{ mHz}/\text{Hz}^{1/2}$
真空度	$P = 10^{-5} \text{ Pa}$

表 3.2: SQL 到達への設計値 (2)

	下側の共振器	上側の共振器
共振器長	$L_1 = 95 \text{ mm}$	$L_2 = 50 \text{ mm}$
曲率半径	$R_1 = 120 \text{ mm}$	$R_2 = 30 \text{ mm}$
曲率中心間距離	$a_1 = 5.0 \text{ mm}$	$a_2 = 1.4 \text{ mm}$
フィネス	$\mathcal{F}_1 = 100$	$\mathcal{F}_2 = 100$
(Normalized) Detuning	$\Delta_1/\kappa_1 = 0.005$	$\Delta_2/\kappa_2 = -0.015$
ビームウエスト	$w_1 = 0.14 \text{ mm}$	$w_2 = 0.19 \text{ mm}$
入射パワー	$P_1 = 13 \text{ W}$	$P_2 = 4 \text{ W}$
共振器内パワー	$P_{\text{circ},1} = 420 \text{ W}$	$P_{\text{circ},2} = 130 \text{ W}$

標準量子限界に到達するために用いたパラメータをまとめたものが表 3.1, 表 3.2 である。Si は基材の SiO_2 、Ta はコーティングに用いた $\text{TiO}_2:\text{Ta}_2\text{O}_5$ を表す（基材やコーティングの物性値は [25] を参照）。浮上鏡は質量が 0.2 mg、半径が 0.35 mm、曲率半径が 30 mm である。レーザーの波長は 1064 nm、真空度は 10^{-5} Pa、温度は 300 K を想定している。共振器のフィネスは上下ともに 100 で、入射パワーは下側が 13 W、上側が 4 W、共振器内パワーは下側が 420 W、上側が 130 W になっている。このように十分実現可能なスケールで SQL 到達できるパラメーターとなっている。

3.4 雑音

ここでは個々の感度計算について詳しく述べていく [26]。

3.4.1 量子雑音と標準量子限界

量子雑音には主に散射雑音（ショットノイズ）と輻射圧雑音の 2 種類がある。散射雑音とはレーザー光の量子的な揺らぎを検出器が受け取ることで生じる雑音である。輻射圧雑音とはレーザー光の量子的な揺らぎによって鏡が揺れることで生じる雑音である。この 2 つの雑音はトレードオフの関係であり、測定限界が標準量子限界に当たる。位置測定の雑音スペクトルを $S_{xx}(\omega)$ [m^2/Hz]、力の大きさの雑音スペクトルを $S_{FF}(\omega)$ [N^2/Hz]、 N_{circ} は共振器内の光子数、 G を ω_L/L とおくと、散射雑音の位置の雑音スペクトル $S_{xx}^{\text{shot}}(\omega)$ 、輻射圧雑音の力の雑音スペクトルは $S_{FF}^{\text{rad}}(\omega)$ それぞれ [27]

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) = \frac{\kappa}{4N_{\text{circ}}G^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2} \right) \quad (3.57)$$

$$S_{FF}^{\text{rad}}(\omega) = \frac{4N_{\text{circ}}\hbar^2G^2}{\kappa} \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2} \right)^{-1} \quad (3.58)$$

となる。振動子の感受率 $\chi_m(\omega)$ は、振動子の共振角周波数を ω_m 、減衰率を γ_m とおくと、

$$\chi_m(\omega) = \frac{1}{m(\omega_m^2 - \omega^2 + i\gamma_m\omega)} \quad (3.59)$$

であり、輻射圧雑音の位置の雑音スペクトルと合わせて

$$S_{xx}^{\text{rad}}(\omega) = |\chi_m(\omega)|^2 S_{FF}^{\text{rad}}(\omega) \quad (3.60)$$

と与えられる。SQL となる雑音のパワースペクトルを $S_{xx}^{\text{SQL}}(\omega)$ とすると、

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) + S_{xx}^{\text{rad}}(\omega) \geq 2\sqrt{S_{xx}^{\text{shot}}(\omega)S_{xx}^{\text{rad}}(\omega)} = 2\hbar|\chi_m(\omega)| = S_{xx}^{\text{SQL}}(\omega) \quad (3.61)$$

と表せる。

次に量子雑音を κ など書きかえる。 $\tau = t_{\text{FSR}} = 2L/c$ とおくと、式 (3.31) より、

$$P_{\text{circ}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa} \frac{1}{1+\delta^2} P_{\text{in}} = \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\tau\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2} P_{\text{in}} \quad (3.62)$$

$$N_{\text{circ}} = \frac{P_{\text{circ}}\tau}{\hbar\omega_L} = \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2} \frac{P_{\text{in}}}{\hbar\omega_L} \quad (3.63)$$

これらを式 (3.57), 式 (3.58) に代入すると

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) = \frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{\hbar L^2}{\omega_L P_{\text{in}}} (1+\delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) \quad (3.64)$$

$$S_{FF}^{\text{rad}}(\omega) = \frac{8\kappa_{\text{in}}}{\kappa^3} \frac{\hbar\omega_L P_{\text{in}}}{L^2} \frac{1}{1+\delta^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right)^{-1} \quad (3.65)$$

さらにフィネス $\mathcal{F}$ を使って表す。式 (3.18), 式 (3.19) と over coupling であるという近似 $\kappa_{\text{in}}/\kappa \approx 1$ を使うと

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) = \frac{\hbar c^2}{8\omega_L P_{\text{in}}} \left(\frac{\pi}{2\mathcal{F}}\right)^2 (1+\delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) \quad (3.66)$$

$$S_{FF}^{\text{rad}}(\omega) = \frac{8\hbar\omega_L P_{\text{in}}}{c^2} \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \frac{1}{1+\delta^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right)^{-1} \quad (3.67)$$

SQL 到達での入射パワー

SQL に到達するのは $S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) = S_{xx}^{\text{rad}}(\omega)$ のときだから、式 (3.64), 式 (3.65) より

$$\frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{\hbar L^2}{\omega_L P_{\text{in}}} (1+\delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) = |\chi_m(\omega)|^2 \frac{8\kappa_{\text{in}}}{\kappa^3} \frac{\hbar\omega_L P_{\text{in}}}{L^2} \frac{1}{1+\delta^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right)^{-1} \quad (3.68)$$

よって SQL 到達するときの入射パワー $P_{\text{in,SQL}}$ は、

$$P_{\text{in,SQL}} = |\chi_m(\omega)|^{-1} \frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{L^2}{\omega_L} (1+\delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) \quad (3.69)$$

$\omega \gg \omega_m$ 、 $\omega \approx \omega_m$ の場合で近似すると、

$$P_{\text{in,SQL}} \simeq \begin{cases} m\omega^2 \frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{L^2}{\omega_L} (1+\delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) & (\text{free mass } \omega \gg \omega_m) \end{cases} \quad (3.70)$$

$$\begin{cases} m\gamma_m\omega \frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{L^2}{\omega_L} (1+\delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) & (\text{resonance } \omega \approx \omega_m) \end{cases} \quad (3.71)$$

光学浮上の拘束条件

光学浮上には光の輻射圧で鏡を支えるという拘束条件があり、浮上鏡の質量を m 、重力加速度を g_G とおくと、

$$\frac{2P_{\text{circ}}}{c} \approx mg_G \quad (3.72)$$

である。ここで $\approx$ としたのは厳密にはサンドイッチ型の場合は上側共振器のパワーの分の補正が入ることを考慮した。

free mass 領域での SQL 到達周波数

今回は共振点付近 ($\omega \approx \omega_m$) ではなく、より SQL 到達が現実味のある free mass 領域 ($\omega \gg \omega_m$) のみを考えることにする。式 (3.31), 式 (3.70), 式 (3.72) を用いると

$$P_{\text{in}} = \frac{mg_G c}{2} \frac{\pi}{\mathcal{F}} \frac{\kappa}{2\kappa_{\text{in}}} = m\omega^2 \frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{L^2}{\omega_L} (1 + \delta^2) \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) \quad (3.73)$$

$$\omega^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{\kappa^2}\right) = \frac{8g_G \mathcal{F} \omega_L}{c\pi} = \frac{16g_G \mathcal{F}}{\lambda} \quad (3.74)$$

ここから SQL に到達する角周波数 ω_{SQL} を求める。

cavty pole (それ以上高周波だと共振器に光がたまらなくなる角周波数) よりも低周波のとき ($\omega \ll \kappa$)

$$\omega_{\text{SQL}}(\ll \kappa) = \sqrt{\frac{16g_G \mathcal{F}}{\lambda}} \quad (3.75)$$

cavty pole よりも高周波のとき ($\omega \gg \kappa$)

$$\omega_{\text{SQL}}(\gg \kappa) = \left(\frac{16g_G \mathcal{F}}{\lambda} \kappa^2\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{4c^2 \pi^2 g_G}{\lambda \mathcal{F} L^2}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.76)$$

境界条件となるのは $\omega_{\text{SQL}}(\ll \kappa) = \omega_{\text{SQL}}(\gg \kappa)$ となるとき κ (もしくは $\mathcal{F}$) なので

$$\mathcal{F} = \left(\frac{c^2 \pi^2 \lambda}{64 L^2 g_G}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.77)$$

のときが境界となる。

すなわち cavty pole よりも低周波のとき ($\omega \ll \kappa$) と、高周波のとき ($\omega \gg \kappa$) の条件はそれぞれ

$$\mathcal{F} \ll \left(\frac{c^2 \pi^2 \lambda}{64 L^2 g_G}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (\omega \ll \kappa) \quad (3.78)$$

$$\mathcal{F} \gg \left(\frac{c^2 \pi^2 \lambda}{64 L^2 g_G}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (\omega \gg \kappa) \quad (3.79)$$

である。 $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $L = 1 \text{ m}$ とすると境界条件のフィネスは $\mathcal{F} = 1160$ となる。フィネス $\mathcal{F} = 100$ のとき式 (3.75) より

$$\omega_{\text{SQL}}(\ll \kappa) = 2\pi \times 19 \text{ kHz} \times \left(\frac{\mathcal{F}}{100}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.80)$$

フィネス $\mathcal{F} = 2000$ のとき式 (3.76) より

$$\omega_{\text{SQL}}(\gg \kappa) = 2\pi \times 57 \text{ kHz} \times \left(\frac{L}{1 \text{ m}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\mathcal{F}}{2000}\right)^{-\frac{1}{4}} \quad (3.81)$$

このときは L と $\mathcal{F}$ を大きくした方が到達周波数は下がるものの、レーザーの周波数雑音が $\propto L$ なので L を大きくしたくない。以上より SQL に到達しやすく周波数雑音の要求値を緩和するには、低周波近似 ($\omega \gg \kappa$) の領域で L と $\mathcal{F}$ を小さくするのがよい。

3.4.2 熱雑音と標準量子限界

熱雑音は熱浴と接すると分子がランダムに揺らぐことで生じる雑音である。 k_B をボルツマン定数、 T を温度、 $R(\omega)$ を系の resistance、 $\chi(\omega)$ を振動子の感受率とおくと、力の熱雑音スペクトル $\delta f_{\text{th}}(\omega)$ と、位置の熱雑音スペクトル $\delta x_{\text{th}}(\omega)$ はそれぞれ

$$\delta f_{\text{th}}(\omega) = \sqrt{4k_B T R(\omega)} \quad [\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.82)$$

$$\delta x_{\text{th}}(\omega) = |\chi(\omega)| \delta f_{\text{th}}(\omega) = |\chi(\omega)| \sqrt{4k_B T R(\omega)} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.83)$$

と与えられる [28]。通常は懸架による振動子の熱雑音が生じるが光学浮上では効いてこない。光学浮上で問題となってくる熱雑音はおもに鏡の熱雑音であるので、ここからは主に鏡の熱雑音について述べる。

鏡の熱雑音

ϕ を損失角、 ν をポアソン比、 Y をヤング率、 ω_0 をビーム径、添え字の s は鏡の基材 c はコーティングを表すとする、鏡の基材の熱雑音の位置スペクトル $\sqrt{S_{xx}^{\text{sub}}(\omega)}$ は [29]

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{sub}}(\omega)} = \sqrt{\frac{4k_B T}{\omega} \frac{\phi_s}{\sqrt{\pi} \omega_0} \frac{(1 - \nu_s^2)}{Y_s}} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.84)$$

である。

d_c をコーティングの厚さとする、鏡のコーティング熱雑音の位置スペクトル $\sqrt{S_{xx}^{\text{coat}}(\omega)}$ は [30]

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{coat}}(\omega)} = \sqrt{\frac{4k_B T}{\omega} \sum_c \frac{d_c \phi_c}{\pi \omega_0^2} \frac{Y_c^2 (1 + \nu_s)^2 (1 - 2\nu_s)^2 + Y_s^2 (1 + \nu_c)^2 (1 - 2\nu_c)}{Y_s^2 Y_c (1 - \nu_c)^2}} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.85)$$

ただしこの式では鏡のアスペクト比（直径/厚さ） $A \approx 1$ かつビーム径が鏡の半径よりも小さいという近似が使われていることに注意である。

まずアスペクト比に関して考える。具体的には $A \sim 3$ までなら適応可能であるが、これよりも大きい場合は鏡の熱雑音は理論式よりも大きくなる。少なくとも $A \approx 50$ までは A に比例して鏡の熱雑音が大きくなってしまう。

次にビーム径 ω_0 に関して考える。ビーム中心からの距離を r としたとき、ビーム径 ω_0 の規格化された強度分布 $P(r)$ は

$$P(r) = \frac{2}{\pi\omega_0^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_0^2}\right) \quad (3.86)$$

と与えられる。このうち鏡の半径 ω_m より外側のビームパワーが失われるとすると

$$\int_{\omega_m}^{\infty} 2\pi r P(r) dr = \left[-\exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_0^2}\right) \right]_{\omega_m}^{\infty} = \exp\left(-\frac{2\omega_m^2}{\omega_0^2}\right) \quad (3.87)$$

となる。これは全体を 1 としたときのどれだけの割合が失われるかを表している。これによりフィネス $\mathcal{F}$ と関係式が出てくることになり

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \propto \exp\left(-\frac{2\omega_m^2}{\omega_0^2}\right) \quad (3.88)$$

$$\frac{\omega_0}{\omega_m} \propto (\log \mathcal{F})^{-\frac{1}{2}} \quad (3.89)$$

$\omega_m/\omega_0 = 2.0, 2.5$ のときそれぞれ失われる割合は全体に対して 3×10^{-4} , 4×10^{-6} である。フィネス 1000 に到達するには $\mathcal{T} \leq 0.0063$ であるので、 $\omega_m/\omega_0 \geq 2.5$ 程度であれば十分であることがわかる。

次にコーティングの厚さ d_c についてであるが、これは一つに決まる。 n_1, n_2 をコーティングと基材の屈折率、 $2N$ を多層膜の枚数（2 種類の膜の総数）、 R を $2N$ 層のコーティングによる反射率とすると

$$2N = \frac{\log \left[(n_2/n_1^2)((1 - \sqrt{R})/(1 + \sqrt{R})) \right]}{\log(n_1/n_2)} \quad (3.90)$$

$$d_c = \frac{\lambda}{4} \left[\frac{1}{n_1} + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) N \right] \quad (3.91)$$

よって上の 2 式から

$$d_c \propto -\log R \propto -\log \mathcal{T} \propto \mathcal{F} \quad (3.92)$$

となる。

スケーリング則

光学浮上では式 (3.72) のような拘束条件があるため、鏡の熱雑音において質量 m とフィネス $\mathcal{F}$ によるスケーリング則がある。アスペクト比 A が一定であると仮定し、浮上鏡の半径を r とおくと、式 (3.75), 式 (3.89), 式 (3.92) より

$$r \propto m^{\frac{1}{3}}, \quad \omega_{\text{SQL}} \propto \mathcal{F}^{\frac{1}{2}}, \quad d_c \propto \log \mathcal{F}, \quad \omega_0 \propto m^{\frac{1}{3}} \log \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.93)$$

この式から SQL でのパワースペクトル、鏡の熱雑音のパワースペクトルのスケーリング則は式 (3.61), 式 (3.84), 式 (3.85) より

$$S_{xx}^{\text{SQL}}(\omega_{\text{SQL}}) \propto m^{-1} \omega_{\text{SQL}}^{-2} \propto m^{-1} \mathcal{F}^{-1} \quad (3.94)$$

$$S_{xx}^{\text{sub}}(\omega_{\text{SQL}}) \propto \omega_0^{-1} \omega_{\text{SQL}}^{-1} \propto m^{-\frac{1}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}} (\log \mathcal{F})^2 \quad (3.95)$$

$$S_{xx}^{\text{coat}}(\omega_{\text{SQL}}) \propto d_c \omega_0^{-2} \omega_{\text{SQL}}^{-1} \propto m^{-\frac{2}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}} (\log \mathcal{F})^{\frac{1}{2}} \quad (3.96)$$

これらの比をとると

$$\sqrt{\frac{S_{xx}^{\text{SQL}}(\omega_{\text{SQL}})}{S_{xx}^{\text{sub}}(\omega_{\text{SQL}})}} \propto m^{-\frac{1}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{4}} (\log \mathcal{F})^{-\frac{1}{4}} \quad (3.97)$$

$$\sqrt{\frac{S_{xx}^{\text{SQL}}(\omega_{\text{SQL}})}{S_{xx}^{\text{coat}}(\omega_{\text{SQL}})}} \propto m^{-\frac{1}{6}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{4}} (\log \mathcal{F})^{-1} \quad (3.98)$$

光学浮上では拘束条件より $m \propto \mathcal{F} P_{\text{in}}$ より質量を小さくした方がフィネスは下げやすく、熱雑音に対して得をする。

残留ガス雑音

残留ガス雑音は残留ガスの分子が鏡と衝突することで生じる雑音である。まずは残留ガスがどのように鏡に雑音を与えるかを考えるために、振動子の熱雑音（viscous damping モデル）について考える。viscous damping モデルは減衰力が速度に比例するとしたときのモデルである。

振動子の運動方程式は、 x を変位、 m を質量、 $F(t)$ を外力の時間による関数、 Γ_m を速度に比例する減衰率、 k_m をバネ定数とすると

$$m\ddot{x} + \Gamma_m \dot{x} + k_m x = F(t) \quad (3.99)$$

と書ける。振動子の散逸を $\gamma_m = \Gamma_m/m$ 、共振角周波数を $\omega_m = \sqrt{k_m/m}$ とおき、フーリエ変換 $F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$ すると、

$$m(-\omega^2 + i\gamma_m \omega + \omega_m^2) = F(\omega) \quad (3.100)$$

となる。ここから振動子の感受率 $\chi_m(\omega)$ の式である式 (3.101) が求まる。再掲すると

$$\chi_m(\omega) = \frac{1}{m(\omega_m^2 - \omega^2 + i\gamma_m \omega)} \quad (3.101)$$

である。力の熱雑音パワースペクトル S_{FF}^{th} は揺動散逸定理より

$$S_{FF}^{\text{th}} = 2\hbar\omega\gamma_m m \left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) + 1 \right] \simeq 4k_B T \gamma_m m \quad (3.102)$$

となる [28, 31]。ここでは $\hbar\omega \ll k_B T$ の近似を用いており、GHz 帯では十分成り立つ。よって位置の熱雑音スペクトル S_{xx}^{th} は

$$S_{xx}^{\text{th}} = \frac{1}{m} \frac{4k_B T \gamma_m}{(\omega_m^2 - \omega^2)^2 + \gamma_m^2 \omega^2} \quad (3.103)$$

と書ける。ここで Q 値という値を定義すると、 Q 値は

$$Q \equiv \frac{\omega_m}{\gamma_m} \quad (3.104)$$

とおける。 Q 値が高ければ高いほどその系はエネルギーを散逸しない。 Q 値を用いて位置の熱雑音スペクトルを書き直すと、

$$S_{xx}^{\text{th}} = \frac{1}{m} \frac{4k_B T \omega_m Q}{(\omega_m^2 - \omega^2)^2 Q^2 + \omega_m^2 \omega^2} \quad (3.105)$$

となり、平方根をとって $\sqrt{S_{xx}^{\text{th}}} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}]$ をまとめると

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{th}}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{4k_B T}{m \omega_m^3 Q}} & (\omega \ll \omega_m) \\ \sqrt{\frac{4k_B T \omega_m}{m \omega^4 Q}} & (\omega \gg \omega_m) \end{cases} \quad (3.106)$$

$$(3.107)$$

となる。

$C(\simeq 1)$ は鏡の形に起因するパラメータ、 m は鏡の質量、 ω_m は double optical spring による共振角周波数、 S は鏡の反射面の面積、 P は残留ガスの圧力、 m_{mol} は残留ガス分子の平均質量と置く。このとき残留ガス雑音による減衰率 γ_{gas} と Q 値は

$$\gamma_{\text{gas}} = \frac{SP}{Cm} \sqrt{\frac{m_{\text{mol}}}{k_B T}} \quad (3.108)$$

$$Q_{\text{gas}} = \frac{Cm\omega_m}{SP} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{\text{mol}}}} \quad (3.109)$$

となることが知られている [28]。 $P = 10^{-5} \text{ Pa}$ において $\gamma_{\text{gas}} = 7 \times 10^{-8} \text{ Hz}$ 、 $Q = 3 \times 10^{10}$ を得るので、残留ガス雑音は十分小さく抑えられることがわかった。

3.4.3 レーザーによる雑音

レーザーによる雑音は量子的な雑音以外に古典的な雑音として強度雑音と周波数雑音がある。レーザー強度が揺らぐと輻射圧が変わるので、鏡が揺らされて雑音となる。また周波数の揺らぎは鏡の位置の変位信号と区別できないので雑音となる。

強度安定化はレーザー光の一部をモニターし、それを打ち消すような制御をかければよい。強度安定度はモニターするレーザーパワーを P_{ref} 、BS の透過率を t とすると

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2\hbar\omega_L}{P_{\text{ref}}}} \quad (3.110)$$

で与えられる [32]。サンドイッチ型光学浮上ではレーザーのパワーを十分に大きくすることで、古典的な強度雑音を散射雑音より小さく抑えることができる。

一方周波数安定化は参照共振器の共振周波数を使って制御することができる。周波数安定度は参照共振器の共振器長を L 、共振器長変動を δL 、レーザーの角周波数の揺らぎを $\delta\omega_L$ とすると、

$$\frac{\delta\omega_L}{\omega_L} = \frac{\delta L}{L} \quad (3.111)$$

と書くことができる。よってサンドイッチ型光学浮上において、下側共振器の共振器長を L_1 、レーザーの周波数を f_L 、レーザー周波数の揺らぎを δf_L とおくと、サンドイッチ型光学浮上での周波数雑音 $\sqrt{S_{\text{freq}}}$ は

$$\sqrt{S_{\text{freq}}} = \frac{\delta \omega_L}{\omega_L} L_1 = \frac{\delta f_L}{f_L} L_1 \quad (3.112)$$

と書ける。今回の感度計算で用いた δf_L は、 $0.1 \text{ mHz/Hz}^{1/2}$ である。これはかなり厳しいオーダーだが、技術的には可能なオーダーである [33]。

3.4.4 地面振動

地面振動によって鏡が揺らされて雑音となる。一般的に地面振動 $\delta x_{\text{seis}}(f)$ は

$$\delta x_{\text{seis}}(f) = \begin{cases} 10^{-5} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] & (f < 0.1 \text{ Hz}) \\ \frac{10^{-7}}{f^2} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] & (f > 0.1 \text{ Hz}) \end{cases} \quad (3.113)$$

$$\quad (3.114)$$

と表されることが知られている [34]。地面振動は装置全体を振り子で懸架することによって防振することができる。振り子の共振角周波数を ω_0 とおくと、振り子の支持点から末端までの伝達関数 $H(\omega)$ は、

$$H(\omega) = \frac{\omega_0 + i\omega_0\omega/Q}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega_0\omega/Q} \quad (3.115)$$

$$\simeq -\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \quad (\omega \gg \omega_0, Q \gg 1) \quad (3.116)$$

となり、共振周波数よりも高周波では f^{-2} で防振されることがわかる。また n 段の多段振り子で防振をおこなうと、伝達関数 $H_n(\omega)$ は、

$$H_n(\omega) \propto \omega^{-2n} \quad (3.117)$$

となり、さらに防振できることがわかる。

今回の感度計算では一段振り子で防振した場合を考えた。

Chapter 4

水平方向の安定性検証実験

この章では私が実際におこなったサンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性検証実験について詳しく説明する。

4.1 原理

光学浮上実験においてサンドイッチ型共振器による復元力をまず実際に実験で確認する必要がある。実際に鏡を浮上させて確認することもできるが、mg 鏡の扱いは難しく、個数も限られているためいきなり浮上させて検証するのは困難である。

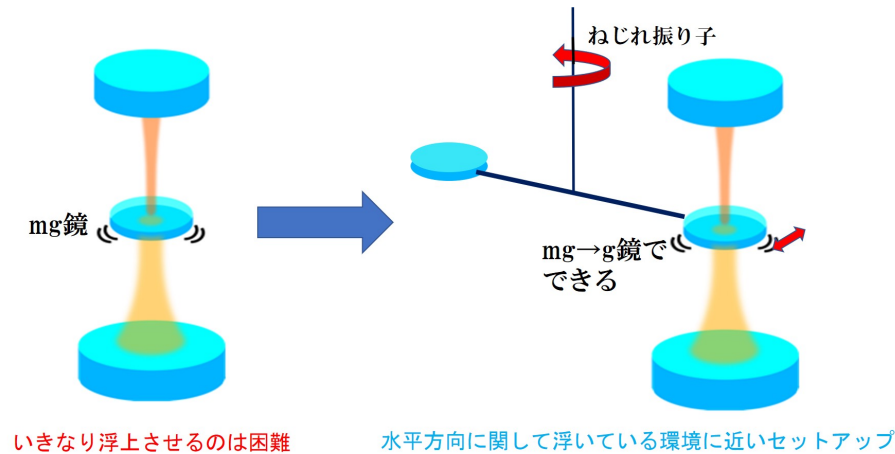


図 4.1: ねじれ振り子を用いた原理検証実験

サンドイッチ型共振器による復元力を確認する実験としてより簡単なセットアップにするために、ねじれ振り子を用いることを考えた (図 4.1)。ねじれ振り子を用いることで、水平方向に関しては浮いている環境に近いセットアップでできる。そして扱いにくい mg 鏡ではなく、扱いやすい g 鏡で実験を行うことができる。またねじれ振り子を用いた簡単なセットアップにすることで、浮上する際の手順の確認を行うこともできる。

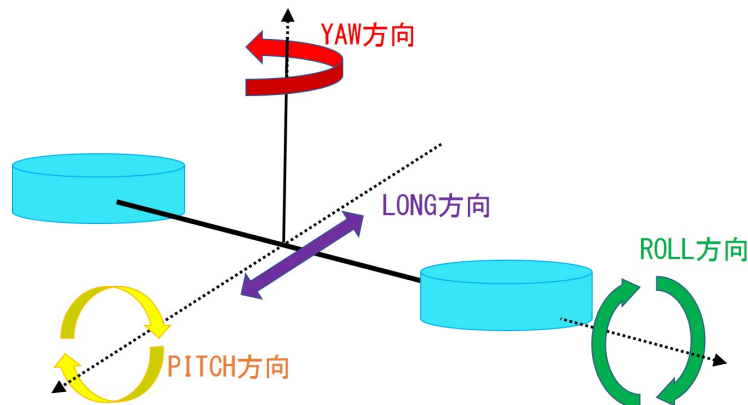


図 4.2: ねじれ振り子と座標系の定義

ねじれ振り子を議論する上で多くの回転方向や並進方向が出てくる。そこで議論を円滑に進めるために座標系を定義する。定義した座標系の図が図 4.2 である。3つの回転方向と一つの並進方向をそれぞれ、YAW、ROLL、PITCH、LONG と定める。

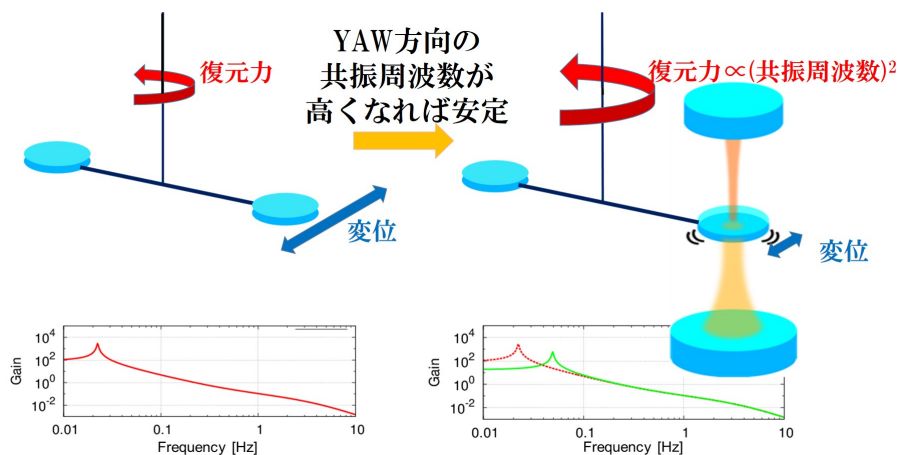


図 4.3: 水平方向の安定性の検証方法

水平方向の安定性は共振周波数の違いを測定することで検証しようと考えた。(図 4.3)。

ねじれ振り子の鏡（将来の浮上鏡）にサンドイッチ型共振器から光を当てなかった場合（左図）と光を当てた場合（右図）とを比較する。サンドイッチ型共振器による復元力が働いている場合は左よりも右の方が復元力が大きくなるはずである。しかし直接復元力を測定することは難しい。そこで今回は復元力の変化に応じて変化する共振周波数を測定することにした。水平方向の復元力と YAW 方向の共振周波数との間には

$$(\text{復元力}) \propto (\text{共振周波数})^2 \quad (4.1)$$

の関係がある。すなわち復元力が大きくなればなるほど、YAW 方向の共振周波数も大きくなるという性質がある。この性質を利用して共振周波数の違いを測定することで安定性を検証しようと考えた。

4.2 研究背景

本実験ではサンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性を検証することを目指している。しかしその前に安定性を検証する上で達成しなければならないことが複数ある。

4.2.1 先行研究までの状況

状況を整理するために、先行研究 [14] で達成されたことと問題点、これから達成しなければいけないことをまとめておきたい。先行研究での状況は

- 実験装置の設計・構築
- 実験装置の部分的な動作確認

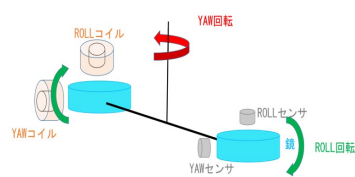
具体的には

- － フォトセンサによるねじれ振り子の制御
⇒ 制御した状態で YAW 方向の共振周波数測定は達成されていない
- － ねじれ振り子を固定した状態で上下の共振器同時制御
⇒ ねじれ振り子をリリースした状態での共振器制御は達成されていない

という状況である。しかし今の状況ではすぐに安定性を検証することはできない。

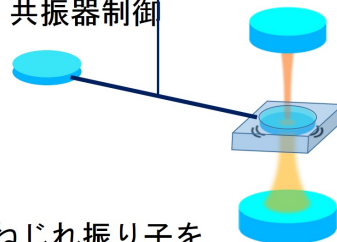
4.2.2 先行研究までの問題点

- ・ フォトセンサとコイルで
ねじれ振り子を制御



制御した状態で
共振周波数測定は
できていない

- ・ ねじれ振り子を固定した状態で
共振器制御



ねじれ振り子を
リリースした状態での
光共振器制御はできていない

図 4.4: 先行研究までの状況

問題点は大きく二つあった。先行研究までの状況をまとめたのが図 4.4 である。この二つについて一つずつ詳細に述べていく。

共振周波数測定

ねじれ振り子の YAW 方向の共振周波数測定は基本的にはねじれ振り子の制御ループ信号（オープンループ伝達関数）を正しく測定することができれば、共振周波数を測定することができる。

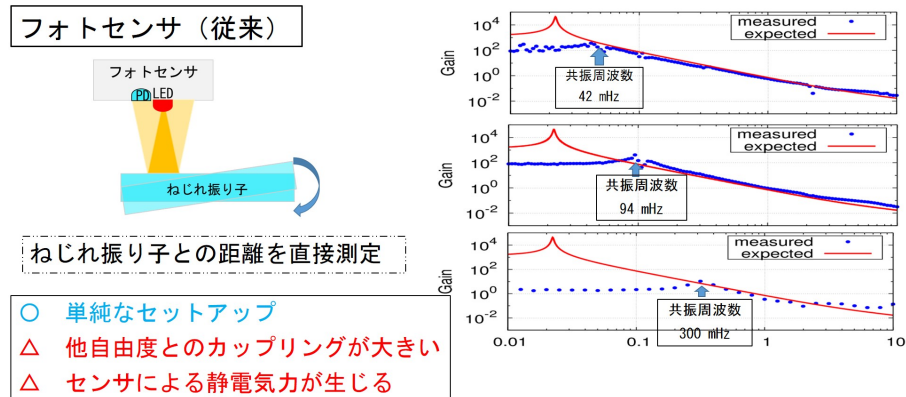


図 4.5: フォトセンサによる共振周波数測定

従来はフォトセンサといってねじれ振り子との距離を直接測定する素子を用いて制御をおこなっていた (図 4.5)。しかし YAW 方向の共振周波数測定はうまくいかなかった。フォトセンサはねじれ振り子の近くに設置する必要があるが、センサとねじれ振り子との間に微弱な静電気力が生じることが原因となり、測定ごとに異なる共振周波数が測定された。この影響は比較的弱い力は感知しない ROLL 方向では問題にならなかったが、非常に弱い力を感知する YAW 方向では問題となった。

ねじれ振り子をリリースした状態での共振器制御

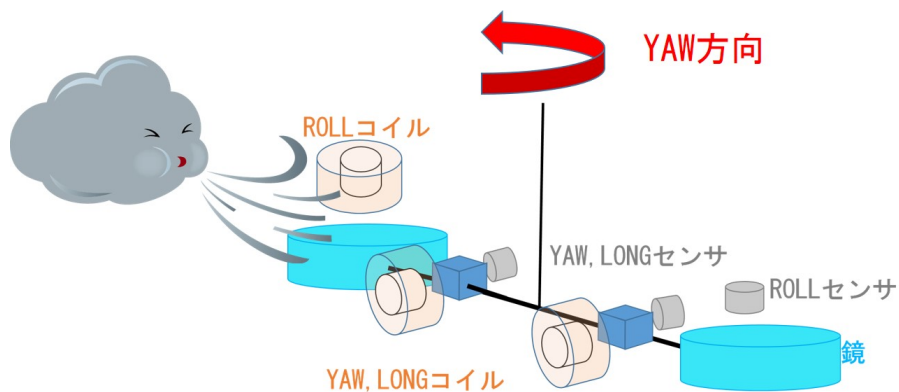


図 4.6: 大気中での影響

また従来では大気中で実験をおこなっていたため、気流の影響をねじれ振りが受けてしまう状況であった (図 4.6)。このためねじれ振りをリリースした状態での共振器制御は成功していない状況だった。

4.3 目標

本研究で取り組むべきことについて述べる。

ここで、ねじれ振りの YAW 方向の共振周波数を f_{YAW} 、光共振器によってかたくなる共振周波数を $f_{\text{YAW}}^{\text{opt}}$ とおく。安定性を検証する前段階として達成されなければならないことは

- ねじれ振りを制御した状態での共振周波数測定
 $f_{\text{YAW}} < \text{要求値 } 42 \text{ mHz}$ ($f_{\text{YAW}}^{\text{opt}}$ の設計値) を満たす測定
- ねじれ振りをリリースした状態での共振器制御
UGF における位相が 180 度回らない安定した制御

である。まずこの二つを達成しなければならない。

この二つを達成した後、水平方向の安定性の検証

- 上側共振器を制御した状態での共振周波数変化の測定

に取り組むことができる。

本研究ではまず上の二つを達成したのちに、最後の一つに取り組むことを目標にした。

4.4 実験装置

ここからは本研究での実験装置について述べる。

4.4.1 全体の構成

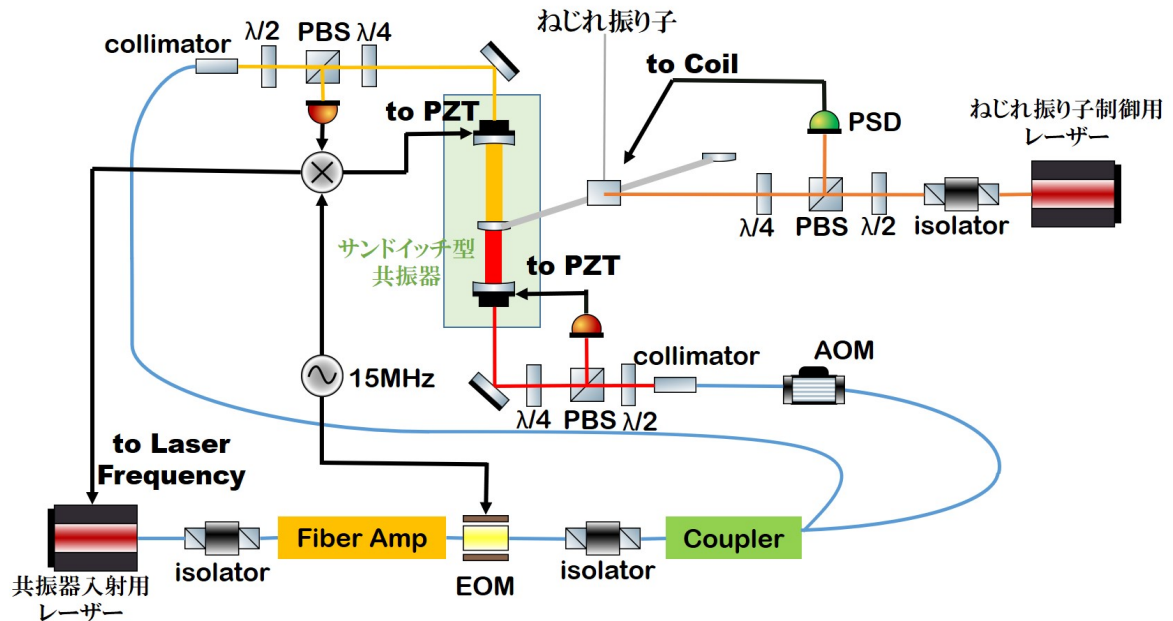


図 4.7: 実験装置の全体図

実験装置の全体像が図 4.7 である。共振器入射用レーザーの光を二つに分けてサンドイッチ型共振器の上側共振器と下側共振器に光を入れている。

細かく見ていくと、共振器入射用レーザーからいくつかの光学素子を通してサンドイッチ型共振器に光が届くまでが入射光学系である。レーザーから出た光はファイバー内を通過してまずアイソレーター（レーザーの破損を防ぐためにレーザーに光が返るのを防ぐ素子）を通る。その後ファイバーアンプでレーザーパワーを増幅し、EOM(電気光学変調器)でレーザーの位相を変調する。これは共振器の制御で使われる。その後アイソレーターを再び通り、カップラで9:1に光量が分けられる。下側共振器にはAOM(音響光学変調器)が取り付けられており、100 MHzの変調がかけられる。レーザーの周波数を変えてすることで上側共振器と下側共振器が干渉しないようにしている。その後コリメーターにより空間光に変えられる。

入射光学系の先にあるのがサンドイッチ型共振器である。ここで光が増幅される。サンドイッチ型共振器から返ってきた光を PBS(Polarizing Beam Splitter) で反射させて検出し、その信号を PZT (piezoelectric transducer 圧電素子) に流すことでフィードバック制御している。(ここまでの詳細は 4.4.2 節で述べる)。

浮上鏡に相当する部分は今回ねじれ振り子に取り付けられている。ただねじれ振り子は何もしないと揺れてしまうのでまた別のねじれ振り子制御用レーザーを用いてねじれ振り子の回転方向を制御できるようになっている。ねじれ振り子に光を当てて返ってきた光の位置を PSD(Position Sensitive Detector) で検出し、その信号をフィードバックすることで制御している (この詳細は 4.4.3 節で述べる)。

本研究では水平方向の安定性検証に絞って実験を行う。水平方向の復元力は上側共振器が支配的なので、今回は下側共振器は使わず、上側共振器のみで実験をおこなった。

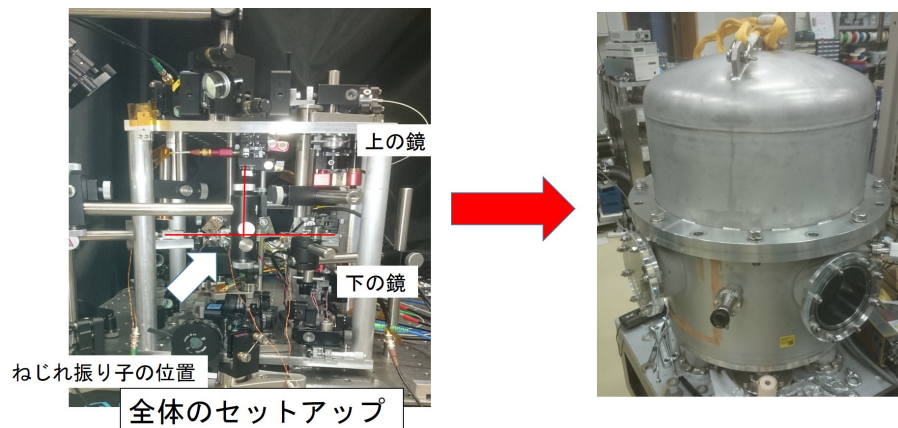


図 4.8: 真空槽内での実験

また図 4.8 のように従来の装置を真空槽の中に入れて実験をおこなった。これによって今まで問題となっていた気流の影響を小さくすることができる。

4.4.2 サンドイッチ型共振器

サンドイッチ型共振器の設計

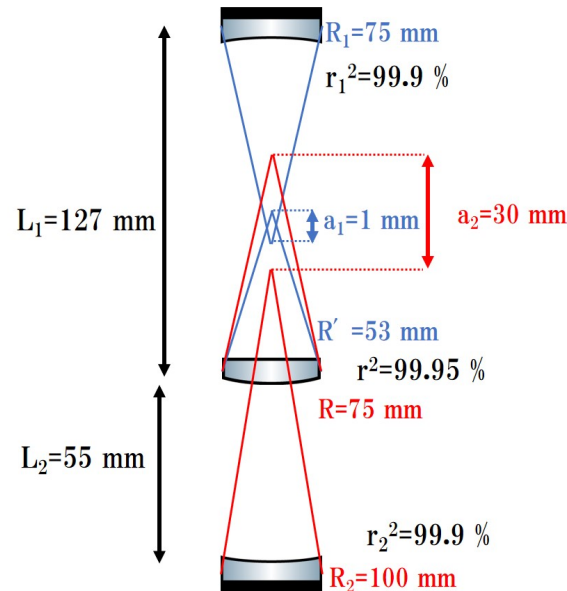


図 4.9: サンドイッチ型共振器の構成

サンドイッチ型共振器の概要図が図 4.9 である。真ん中のミラーがねじれ振子についているミラーである。それぞれレーザー光は上端と下端から入り、真ん中のミラーが上下の共振器の共通のエンドミラーとなっている。真ん中のミラーは反射面が下側であるので上側共振器は基材を通る構造である。よって上側共振器は下側共振器よりフィネスが低く設定されている。

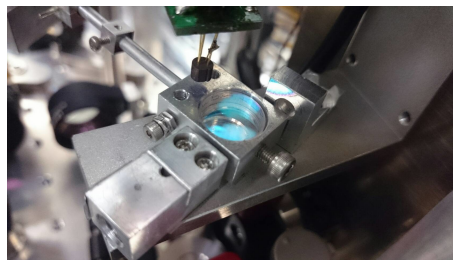


図 4.10: エンドミラーの写真

使用した鏡は3つとも Lattice Electro Optics 社鏡で素材は UV 溶融石英 (UVFS) である。型番は図 4.9 の上の鏡から順に BS-1550-R99.9-UF-MPC-0525-75, BS-1550-R99.95-UF-MPX-0525-75, BS-1550-R99.9-UF-MPC-0525-100 である。図 4.10 は真ん中のエンドミラーの写真である。

表 4.1: 鏡の設計値

鏡の厚さ	$t = 6.35 \text{ mm}$
鏡の直径	$d = 12.7 \text{ mm}$
鏡基材 (SiO_2) の屈折率	$n = 1.444 @ 1550 \text{ nm}$
浮上鏡の反射率	$r^2 > 99.95 \%$
浮上鏡の AR 面の反射率	$l^2 < 0.2 \%$
下側の鏡の反射率	$r_1^2 > 99.9 \%$
上側の鏡の反射率	$r_2^2 > 99.9 \%$
浮上鏡の曲率半径	$R = 75 \text{ mm}$ 凸
浮上鏡の基材側から見た曲率半径	$R' = R/n = 53 \text{ mm}$ 凸
下側の鏡の曲率半径	$R_1 = 100 \text{ mm}$ 凹
上側の鏡の曲率半径	$R_2 = 75 \text{ mm}$ 凸

表 4.2: 共振器の設計値

	下側の共振器	上側の共振器
共振器長	$L_1 = 55 \text{ mm}$	$L_2 = 127 \text{ mm}$
曲率中心間距離	$a_1 = 30 \text{ mm}$	$a_2 = 1 \text{ mm}$
フィネス	$\mathcal{F}_1 = 4200$	$\mathcal{F}_2 = 1100$
(Normalized) Detuning	$\Delta_1/\kappa_1 = 1/\sqrt{3}$	$\Delta_2/\kappa_2 = 0$
入射パワー	$P_1 = 0.2 \text{ W}$	$P_2 = 1.4 \text{ W}$
共振器内パワー	$P_{\text{circ},1} = 360 \text{ W}$	$P_{\text{circ},2} = 170 \text{ W}$
鉛直方向のバネ定数	$k_1^{\text{opt}} = 8.4 \times 10^4 \text{ N/m}$	$k_2^{\text{opt}} = 0$
水平方向のバネ定数	$F_1/a_1 = -0.08 \times 10^{-3} \text{ N/m}$	$F_2/a_2 = 1.1 \times 10^{-3} \text{ N/m}$

表 4.1 は鏡の設計値, 表 4.2 は共振器の設計値である。装置設計の要請は

$$\begin{aligned}
 & (\text{上側共振器内パワー}) < (\text{下側共振器内パワー}) \\
 & (\text{ねじれ振り子の回転復元力}) < (\text{サンドイッチ型共振器による復元力})
 \end{aligned}$$

であり、それを満たすように設計した。

光学系の全体像

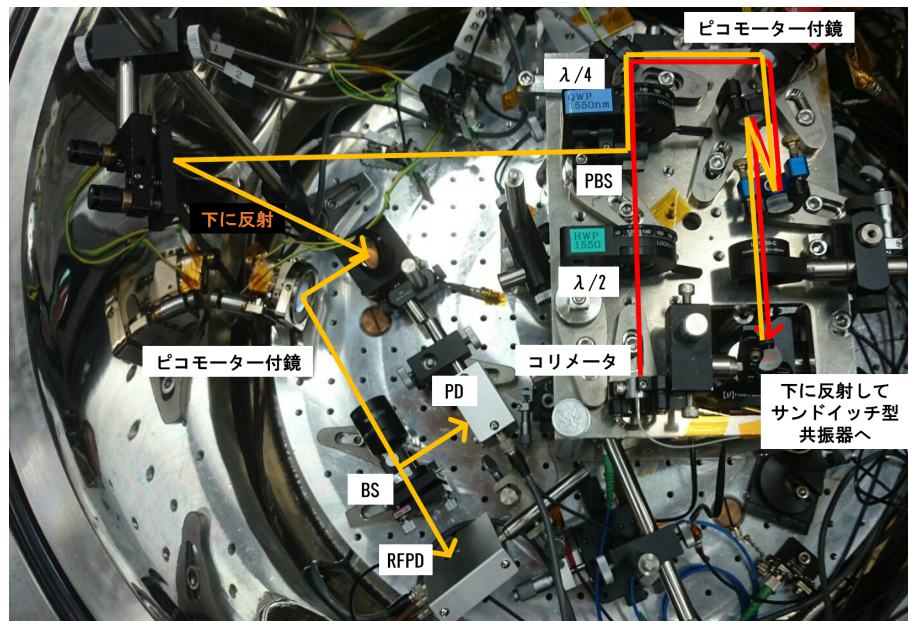


図 4.11: 光学系の全体図の写真

図 4.11 が実際に組んだ光学系である（上側共振器用）。レーザー光がファイバーを通してコリメータで空間光となり、 $\lambda/2$ 、PBS(Polarized Beam Splitter)、 $\lambda/4$ を通ってサンドイッチ型共振器に届く。これら三つの光学素子はレーザー光の偏光を調節しているものであり、偏光を変化させることで光量のロスなく光共振器からの反射光を取り出すことが可能である。反射された光はモニター用の PD(Photo Detector：光検出器) と制御用の RFPD(Radio Frequency Photo Detector：高周波光検出器) へ入り、光量を信号として取り出せる仕組みになっている。

レーザー



図 4.12: レーザーの写真

使用したレーザーはNKT Photonics社のファイバーレーザー (K80-152-14) である。波長は 1550 nm, 最大出力は 50 mW である。またこのレーザーは周波数を変化させることができる。レーザーのピエゾ効率も測定結果より 13 [MHz/V] であった。

コリメータは先行研究 [14] と同じものを使ったのでレーザーのビームプロファイルは同じである。

上共振器に入れる光は、コリメータから見たビームウエスト位置 0.0 mm, ビームウエスト半径 0.18 mm, モードマッチング率を M とすると $M^2 = 1.0$ であった。

下共振器に入れる光は、コリメータから見たビームウエスト位置 -320 mm, ビームウエスト半径 0.74 mm, $M^2 = 1.0$ であった。

ファイバーアンプ



図 4.13: ファイバーアンプの写真

ファイバーアンプはレーザー強度を増幅させるためのものである。元のレーザーの最大強度である 50 mW では本研究の場合パワーが足りないため使用している。今回ファイバーアンプはNKT Photonics社のKoherasBoostic HPAを使用した。実際の写真が図 4.13 である。

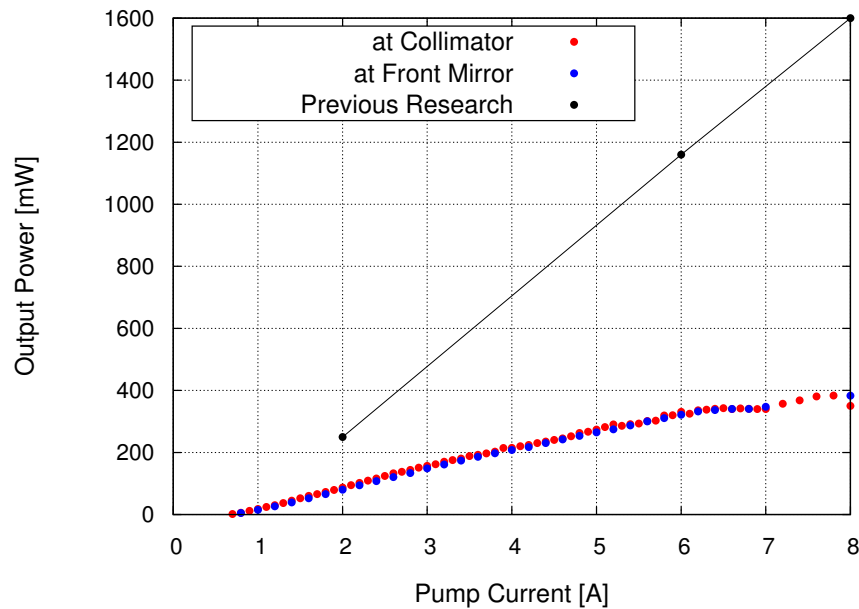


図 4.14: ファイバーアンプで増幅されたレーザーの出力

ファイバーアンプに流す電流と出力光のパワーの関係が図 4.14 であった。赤がコリメータ直後のパワー、青が共振器直前のパワー、黒が先行研究 [14] で測ったときの結果である。先行研究では $I = 8 \text{ A}$ のとき最大で 1.6 W まで増幅できた。設計値はこの 1.6 W を基準に設計されている。しかし今回測定しなおした結果最大出力は 0.38 W と大きく減少していた。今後安定性検証実験には大きく効いてくる問題なので昔のパワーが出るように改善していかなければならない。

サンドイッチ型共振器の制御

PDH 法制御

今回上側共振器の制御は PDH 法という方法を用いた。元の共振ピークの信号を変換して制御に適した信号にすることで、共振ピークの最も高いところで制御をかけることができる。

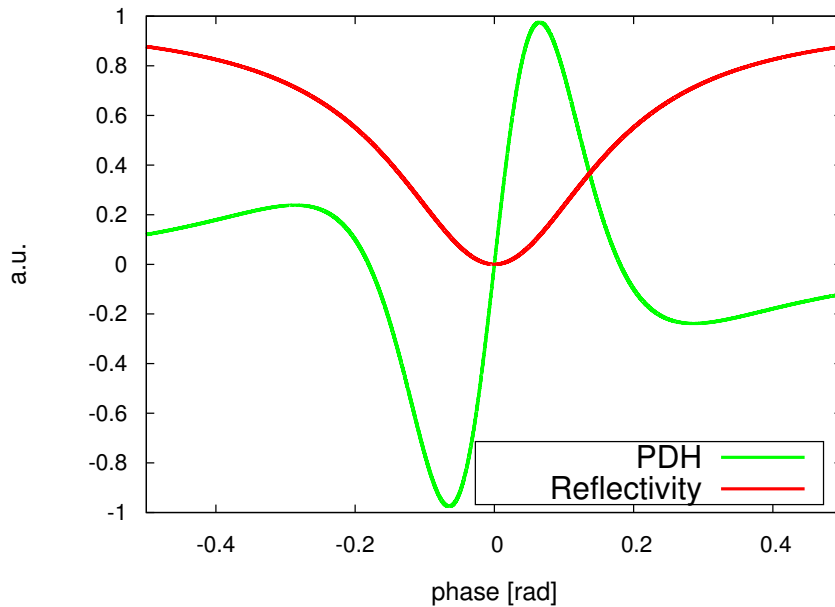


図 4.15: PDH 信号

信号の形は図 4.15 のようになる。反射光のピークに相当する部分が PDH 信号では信号が線形となる。PDH 信号の零点が反射光の共振ピークに対応するので共振の最もパワーの大きい位置で制御できるところが利点である。

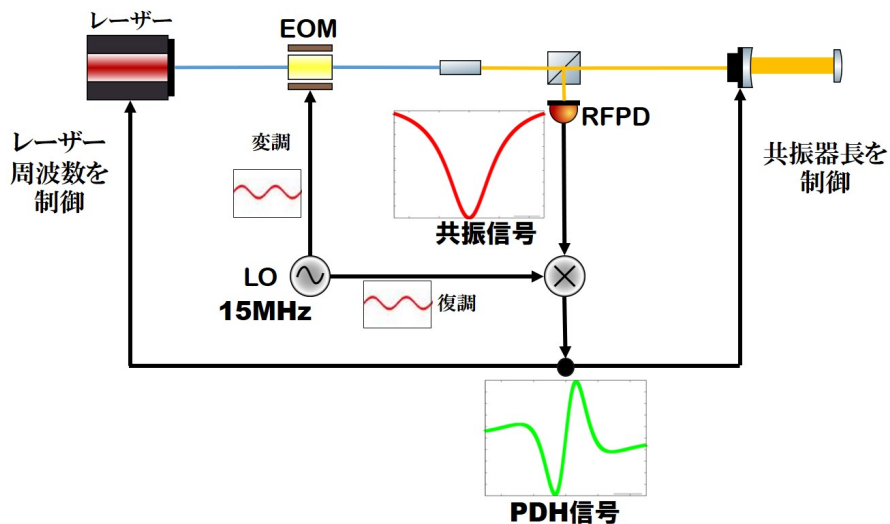


図 4.16: PDH 法の概略図

図 4.16 が PDH 法の概略図である。方法としてはまず LO (Local Oscillator) という

信号発振器で 15 MHz の信号を出し、EOM を介してレーザーに位相変調をかける。次に RFPD で変調をかけた信号を増幅して受け取る。最後に受け取った信号と復調信号（これは変調信号と同じ周波数の信号を入れる）とを掛け合わせて PDH 信号を得るというやり方である。（詳細は補遺 A 参照）

今回は信号を共振器長とレーザー周波数にフィードバックすることで制御をおこなった。

共振器長制御

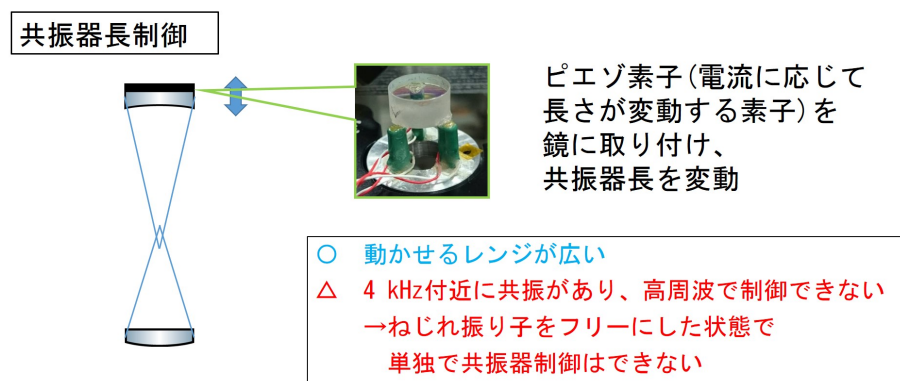


図 4.17: 共振器長制御

共振器長制御とは共振器の長さを変動させることで共振状態に制御する手法である。図 4.17 がその概略図である。共振器のフロントミラーの部分にピエゾ素子という電流によって長さが変動する素子が付いており、これで共振器長を信号に応じて変動させることができる。

共振器長の利点としては、動かせるレンジが広いところにある。一方で欠点として 4 kHz 付近にピエゾの共振が確認されており（図 4.21 参照）、高周波数帯で制御できない。

レーザー周波数制御

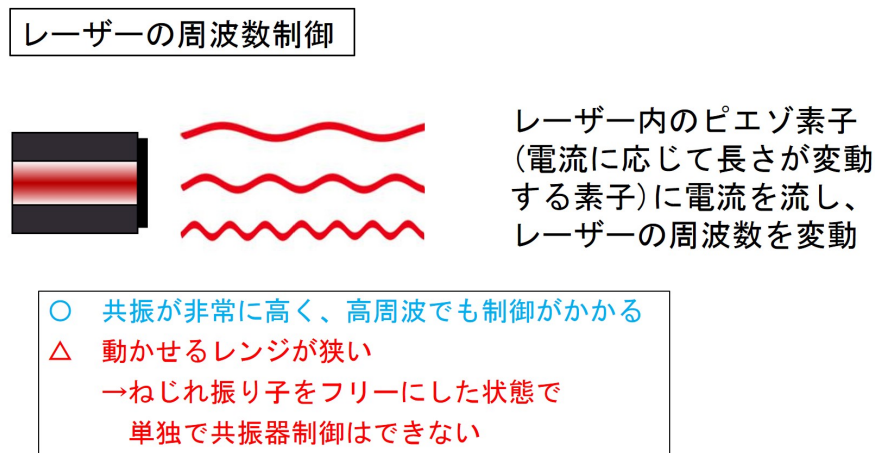


図 4.18: レーザー周波数制御

レーザー周波数制御はサンドイッチ型共振器にいれる入射レーザーの周波数を変動することで制御する手法である（図 4.18）。

レーザー周波数制御の利点は共振が高いので高周波数帯でも制御がかかるところである。一方欠点として周波数を変動できるレンジが狭いところである。

本研究では共振器長制御とレーザー周波数制御の両方の利点を活かし二つの制御を同時に行う二重制御によって共振器の制御をおこなった。

EOM

EOM とは Electro-optic modulator（電気光学変調器）の略で、位相変調をレーザー光にかける装置である。屈折率を変化させることで光の位相に変調を加えるという仕組みである。



図 4.19: EOM の写真

今回使ったファイバー EOM は、EOspace 社の PM-0K5-00-PFA-PFA-UL-S であり、実際の写真が図 4.19 である。位相変化はデータシートより $\pi/4.0[\text{rad/V}]$ であった。EOM に加えた電圧は $1.4V_{\text{pp}}$ であり、変調指数 $m = 0.55$ なので $m < 1$ を満たしている。復調信号は $5.0V_{\text{pp}}$ を入れた。

共振器長変動用ピエゾ

共振器制御においてのアクチュエーターとして使ったのは、前述のレーザーの周波数を変化できるピエゾ (図 4.12 とその説明参照) ともう一つ共振器長変動用のピエゾである。

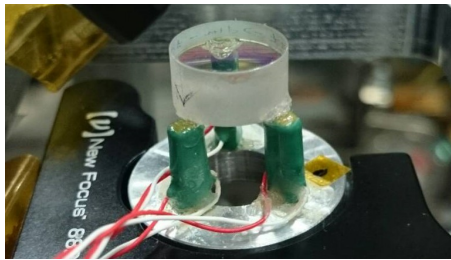


図 4.20: 共振器のフロントミラーとピエゾ

図 4.20 がその写真である。使ったのは NEC TOKIN の AE0203D08DF で、写真のようにサンドイッチ型共振器のフロントミラーにそれぞれ取りつけた。

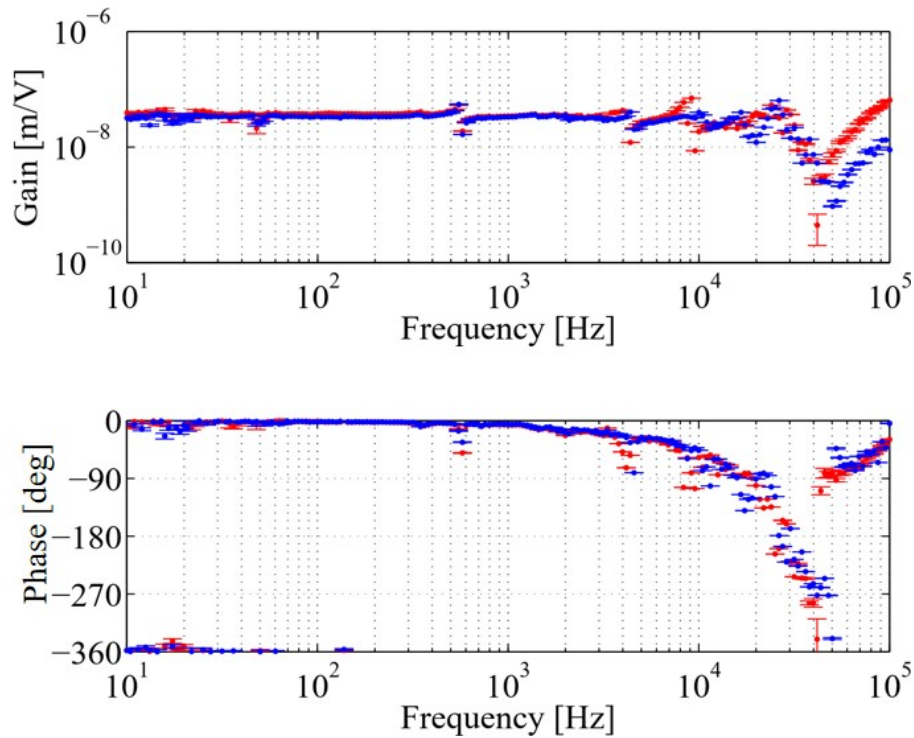


図 4.21: ピエゾ特性 [14]

図 4.21 が先行研究で測定されたピエゾ測定である。

ピエゾによる共振が 50 Hz、600 Hz、4 kHz 付近にあることが確認された。この共振は制御するときに邪魔となってしまう。特に 4 kHz の共振は高い周波数帯を制御するときの制限になってしまうので、共振器長制御の欠点となる。

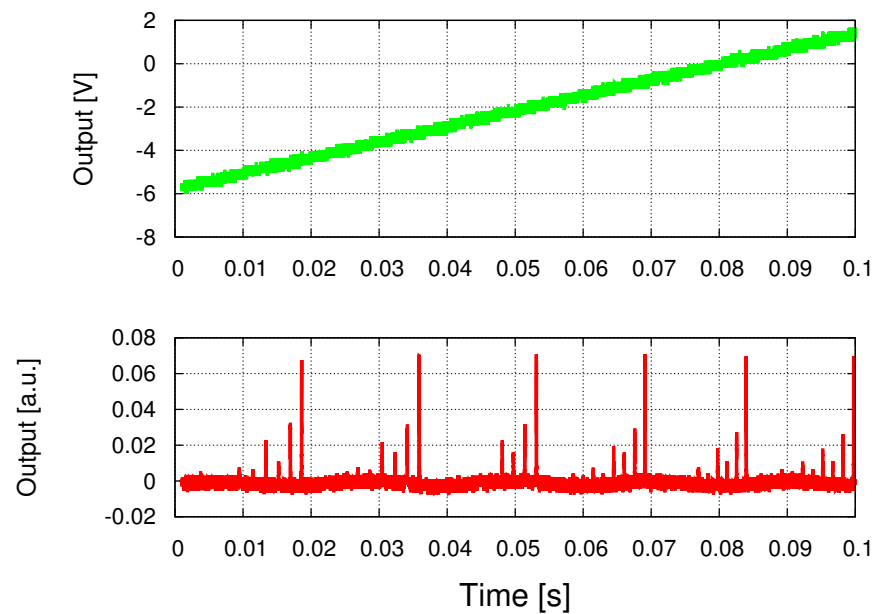


図 4.22: アクチュエーター効率測定

また一度ピエゾからミラーを外したのでアクチュエーター効率は測りなおした。ピエゾに三角波を入れて共振器長を変動させて共振器の応答を見ることでアクチュエーター効率を測定したのが図 4.22 である。上段の緑線がピエゾドライバーに入れた電圧である。下段の赤線が共振器のからの反射光信号であり、非共振時の反射光パワーを 1 として規格化し、AC 成分だけ取り出している。共振ピークとピークの間が $\lambda/2$ だけ動いたことに対応している。図 4.22 よりアクチュエーター効率は、

$$\begin{aligned}
 (\text{アクチュエーター効率}) &= \frac{5/2 (\text{波数}) \times 1550 \times 10^{-9} (\text{波長}) [\text{m}]}{[(1.40 - (-4.44)) (\text{電位差}) [\text{V}]] \times [10 (\text{ピエゾドライバーのゲイン})]} \\
 &= 66 \pm 2 \text{ nm/V}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

であった。

データシートの値は $9 \mu\text{m}/150\text{V} = 6 \times 10^{-8} \text{ m/V}$ なので、10% 以内の誤差に収まっている。

4.4.3 ねじれ振り子

ねじれ振り子の設計

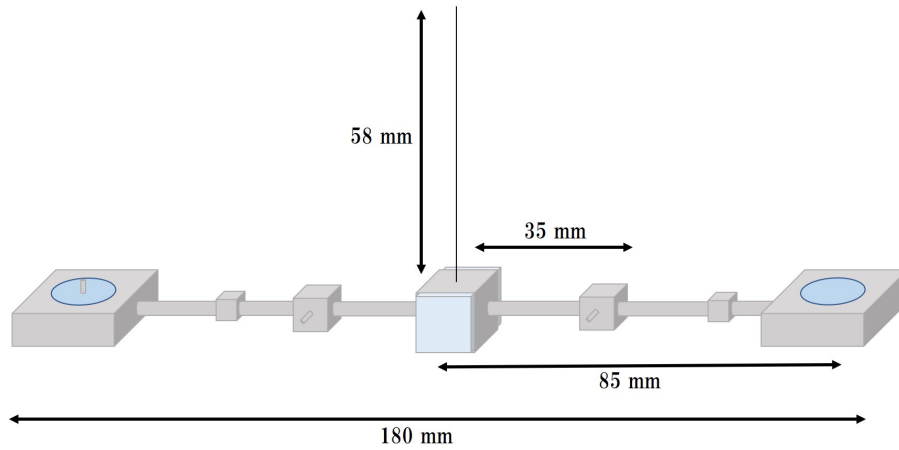


図 4.23: ねじれ振り子の全体図

実際に設計したねじれ振り子について述べていく。図 4.23 が実際に設計したねじれ振り子の概略図である。中心からワイヤーで吊るし、吊るした両端に浮上鏡に相当する g 程度の鏡がついている。中央部分にも前後に鏡がついておりこれはねじれ振り子制御用の光を反射するための鏡である。中央から左右 35 mm にある立方体にはコイルマグネットアクチュエート用の磁石が、片方の端のサンドイッチ型共振器には使わない方の鏡（図 4.23 でいう左端の鏡）にも磁石が取り付けられている。左右 35 mm よりも端にある小さな立方体はねじれ振り子の左右のバランスを調整するためのカウンターウェイトで、位置は自由に動かせるようになっている。

表 4.3: ねじれ振り子の設計値

材質	アルミニウム
全長	180 mm
懸架点から鏡中心までの距離	$L = 85$ mm
重心から懸架点までの距離	$d = 12$ mm
質量	$m = 18.4$ g
懸架点周りの慣性モーメント	$I_{\text{yaw,roll}} = 1.06 \times 10^{-4}$ kg $\cdot$ m ²
ねじれ振り子の軸周りの慣性モーメント	$I_{\text{pitch}} = 4.74 \times 10^{-7}$ kg $\cdot$ m ²
ワイヤー材質	タングステン
ワイヤー長	$l = 58$ mm
ワイヤー半径	$a = 25$ μ m
ワイヤー剛性率	$n = 166$ GPa

ねじれ振り子のパラメータをまとめたのが表 4.3 である。今回サンドイッチ型共振器による安定性を検証するにあたって、ねじれ振り子の要求値がある。それはねじれ振り子の共振周波数 $f_{\text{YAW}}, f_{\text{ROLL}}$ とサンドイッチ型共振器による共振周波数 $f_{\text{YAW}}^{\text{opt}}, f_{\text{ROLL}}^{\text{opt}}$ を比べた際に

$$f_{\text{YAW}} < f_{\text{YAW}}^{\text{opt}} \quad f_{\text{ROLL}} < f_{\text{ROLL}}^{\text{opt}} \quad (4.3)$$

となることである。個々の共振周波数の式はそれぞれ

$$f_{\text{YAW}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi n a^4}{2l I_{\text{yaw,roll}}}} \quad (4.4)$$

$$f_{\text{ROLL}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I_{\text{yaw,roll}}}} \quad (4.5)$$

$$f_{\text{PITCH}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I_{\text{pitch}}}} \quad (4.6)$$

$$f_{\text{LONG}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4.7)$$

$$f_{\text{YAW}}^{\text{opt}} = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k^{\text{hor}}}{I_{\text{yaw,roll}}}} \quad (4.8)$$

$$f_{\text{ROLL}}^{\text{opt}} = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k^{\text{opt}}}{I_{\text{yaw,roll}}}} \quad (4.9)$$

で与えられる。 $(k^{\text{hor}}, k^{\text{opt}})$ はサンドイッチ型共振器による水平方向、鉛直方向のバネ定数、式 (3.55), 式 (3.48) 参照。 $f_{\text{YAW}}^{\text{opt}}, f_{\text{ROLL}}^{\text{opt}}$ はその影響による共振周波数)

YAW 方向の共振周波数の要求値を満たすためにはワイヤー半径 a をなるべく小さくしたいので、今回は強度の強いタングステンワイヤーを選んだ。タングステンワイヤーの引っ張り強度は 100 kg/mm^2 で半径は $25 \text{ }\mu\text{m}$ 、耐荷重は 200 g 程度であるので実験のやりにくさには影響しない程度である。

表 4.4: ねじれ振り子の共振周波数一覧

	共振周波数 (計算値)	共振周波数 (測定値)
YAW 方向	$f_{\text{YAW}} = 20 \text{ mHz} < 42 \text{ mHz}$ (要求値 $f_{\text{YAW}}^{\text{opt}}$)	17 mHz
ROLL 方向	$f_{\text{ROLL}} = 0.72 \text{ Hz} < 380 \text{ Hz}$ (要求値 $f_{\text{ROLL}}^{\text{opt}}$)	0.88 Hz
LONG 方向	$f_{\text{LONG}} = 2.1 \text{ Hz}$	2.1 Hz
PITCH 方向	$f_{\text{PITCH}} = 11 \text{ Hz}$	11 Hz

共振周波数をまとめたのが表 4.4 である。要求値を満たしていることがわかる。また実際にパワースペクトルや openloop 伝達関数での測定により共振周波数を測定しており、設計値とほぼ一致している。

表 4.5: 共振周波数とバネ定数の比較

	共振周波数	バネ定数
ねじれ振り子の水平方向	$f_{\text{YAW}} = 20 \text{ mHz}$	$k^{\text{YAW}} = 1.7 \times 10^{-4} \text{ N/m}$
光共振器による水平方向	$f_{\text{YAW}}^{\text{opt}} = 42 \text{ Hz}$	$k^{\text{hor}} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ N/m}$
ねじれ振り子の鉛直方向	$f_{\text{ROLL}} = 0.72 \text{ Hz}$	$k^{\text{ROLL}} = 3.0 \times 10^{-1} \text{ N/m}$
光共振器による鉛直方向	$f_{\text{ROLL}}^{\text{opt}} = 380 \text{ Hz}$	$k^{\text{opt}} = 8.4 \times 10^4 \text{ N/m}$

また表??サンドイッチ型共振器によって光を当てなかった場合と当てた場合とでの、共振周波数変化、バネ定数変化を表している。ねじれ振り子の共振周波数は光でかたくなる共振周波数より低く設定されている。

ねじれ振り子の制御

ねじれ振り子は何もしないと大きく振れてしまうためねじれ振り子を制御する必要がある。ここではねじれ振り子の制御の概要について説明する。本研究では YAW 方向と ROLL 方向とで異なる制御方法をとった。

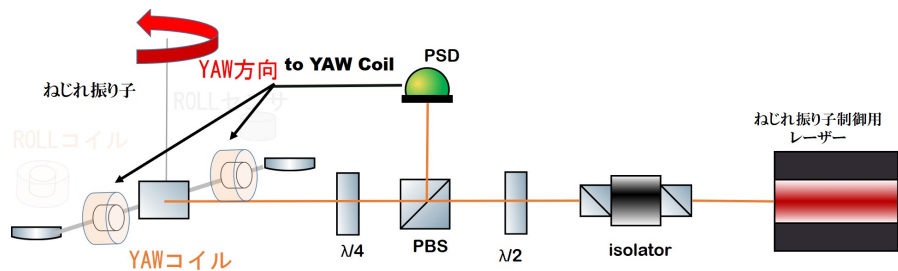


図 4.24: ねじれ振り子の YAW 方向制御

YAW 方向の制御の概略図が図 4.24 である。遠くからレーザーをねじれ振り子に当てて、反射した光の位置を PSD (Position Sensitive Detector) で読みとり（この位置読み取り方法を光てこという）、その信号をコイルに流して力を加えるという方法をとっている。ねじれ振り子には磁石が付いているのでコイルに流れた電流分だけ力が加わる。

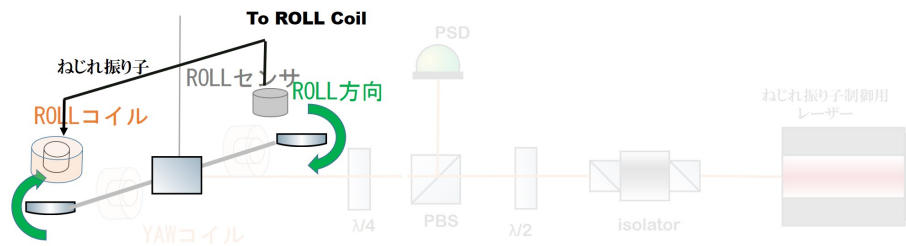


図 4.25: ねじれ振り子の ROLL 方向制御

一方 ROLL 方向の制御の概略図が図 4.25 である。フォトセンサによって位置を読み取り、その信号をコイルにフィードバックしている。

光てこ制御

今回は YAW 方向のセンシング方法として光てこという手法を用いた。

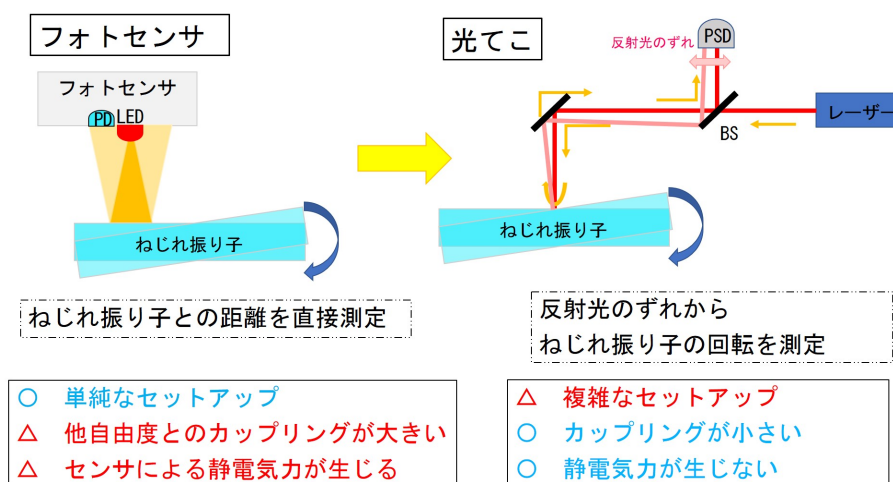


図 4.26: センシング方法の改善

フォトセンサは静電気力がねじれ振り子に働いてしまうという問題があったので、新たに位置の読み取り方法として取り入れたのが光てこという手法である（図 4.26 右）。これは遠くからねじれ振り子にレーザー光を当てて、その反射光の位置を読み取ることでねじれ振り子の回転方向を読み取るという仕組みである。このやり方であれば、ねじれ振り子の回転方向しか読み取らないのでカップリングが小さく、静電気力も生じないので、再現性のある共振周波数測定が期待できる。

今回はこの利点から YAW 方向の制御には光てこによる方法を選んだ。

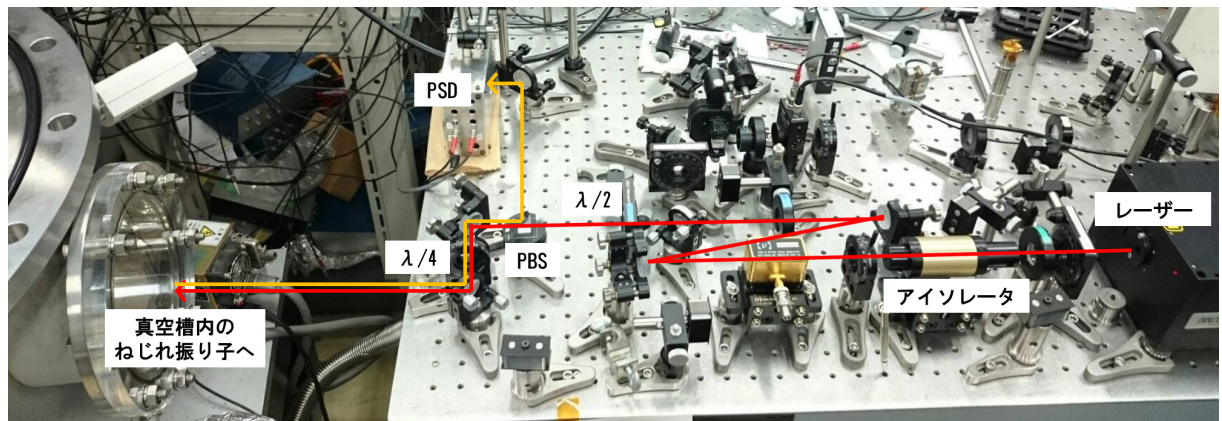


図 4.27: 光てこの光学系全体図

図 4.27 が実際に構成した光てこの様子である。レーザー光が光学素子を通ってから真空槽内に入り、真空槽内のねじれ振り子の鏡に反射する。戻ってきた光は PSD という光の位置を測定する素子に入って信号となる。

光てこの腕の長さ(ねじれ振り子の鏡から PSD までの距離)は 115.5 [cm] であった。これは光てこのセンサ効率に関係してくる。

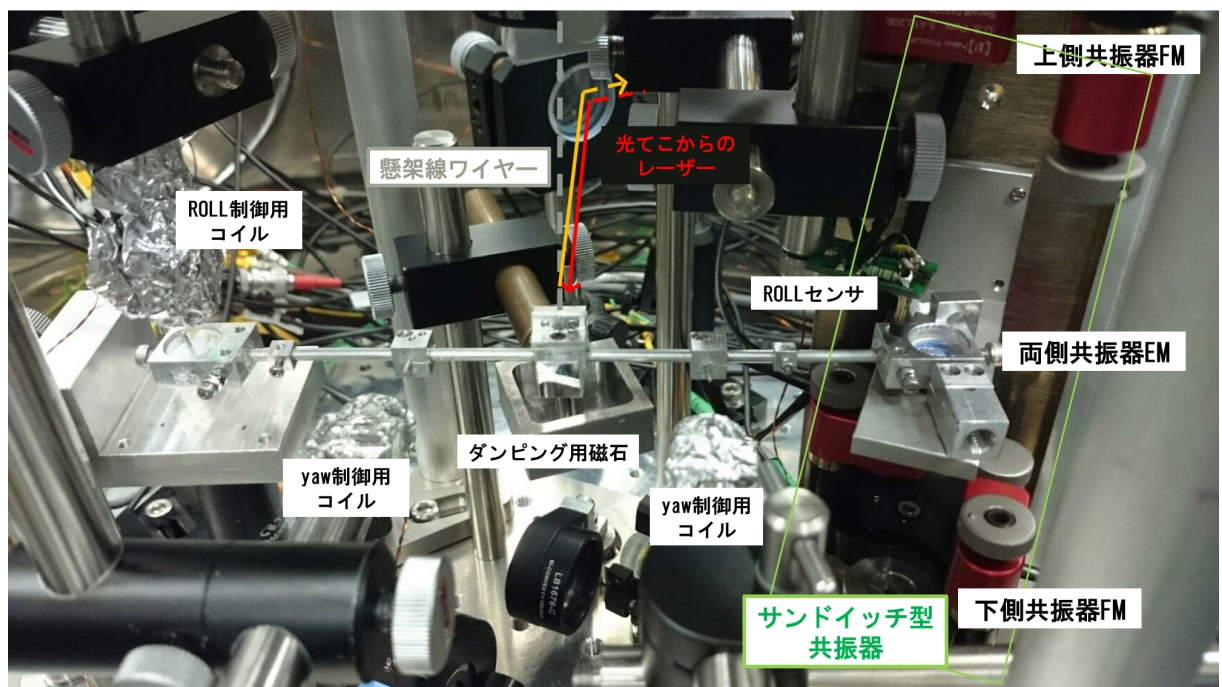


図 4.28: 真空槽内のねじれ振り子の様子

真空槽内でのねじれ振り子の様子が図 4.28 である。光てこからのレーザーが写真後方からきて戻っている。LONG 方向をダンピングするためにねじれ振り子の真下には磁石が

置かれている。懸架線ワイヤーは半径 $0.25\mu\text{m}$ と細いので、写真からは確認できないがグレーの破線の部分である。

PSD

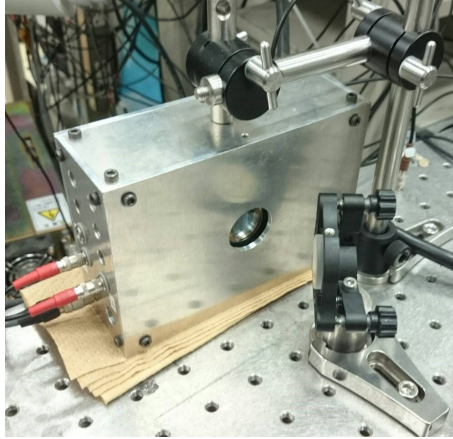


図 4.29: PSD の写真

PSD は Position Sensitive Detector の略でビームの位置を電気信号に変える素子である。実際に使用した PSD の写真が図 4.29 である。

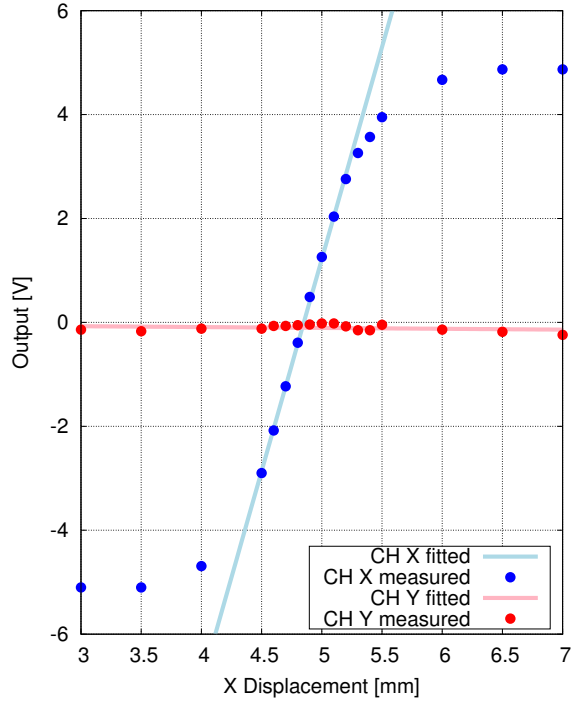


図 4.30: x 方向の変位に対する PSD 特性

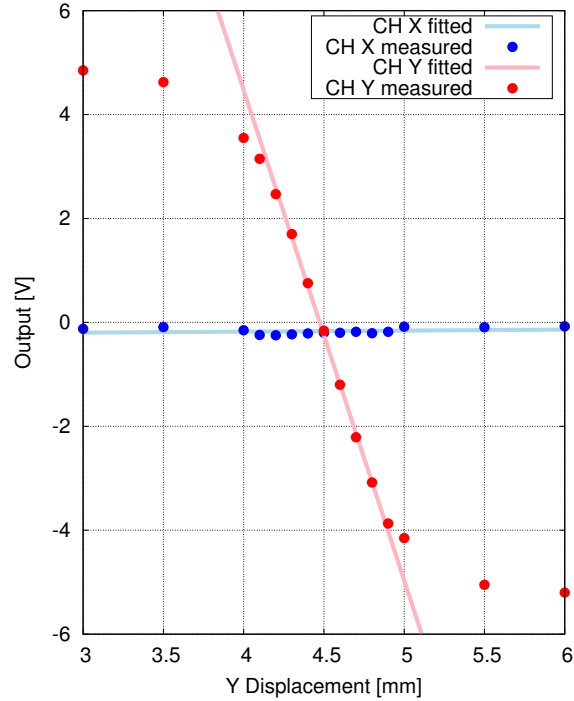


図 4.31: y 方向の変位に対する PSD 特性

図 4.30, 図 4.31 はビームの変位に対する出力の関係を測定したグラフである。図 4.30 が x 方向（水平方向）のビーム変位に対する応答である。青点が PSD の X 信号の出力、赤点が PSD の Y 信号の出力であり、青線、赤線が出力 0V 付近のそれぞれの傾きをフィッティングしたモノである。

図 4.31 は y 方向（鉛直方向）のビーム変位に対する応答でグラフの見方は同様である。この結果から、X 信号は $8.16 \pm 0.09 [\text{V}/\text{mm}]$ 、Y 信号は $-9.43 \pm 0.15 [\text{V}/\text{mm}]$ であるとわかった。

この測定からねじれ振り子の YAW 回転に対する光てこのセンサ効率を計算することができる。センサ効率 S は (PSD の Output) [V]/(ねじれ振り子の鏡の x 方向の変位)[m] で表され

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{2 \times [1.155(\text{光てこの腕の長さ})[\text{m}]] \times [8.16 \times 10^3 (\text{PSD のセンサ効率})[\text{V}/\text{m}]]}{85 \times 10^{-3} (\text{ねじれ振り子の腕の長さ})[\text{m}]} \\
 &= 2.2 \times 10^5 \text{ V/m}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

である。

フォトセンサ

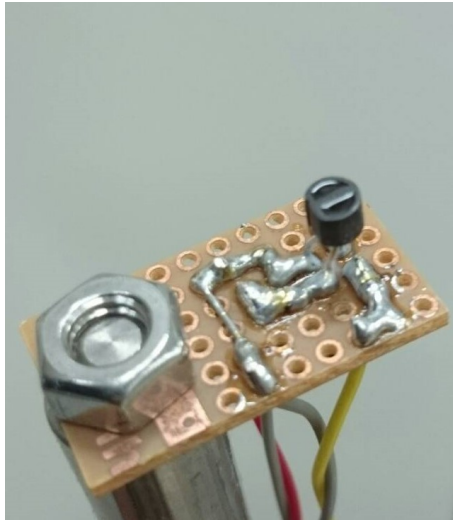


図 4.32: フォトセンサの写真

ROLL 方向の制御は従来通りフォトセンサを用いた。図 4.32 は実際に用いたフォトセンサの写真である。

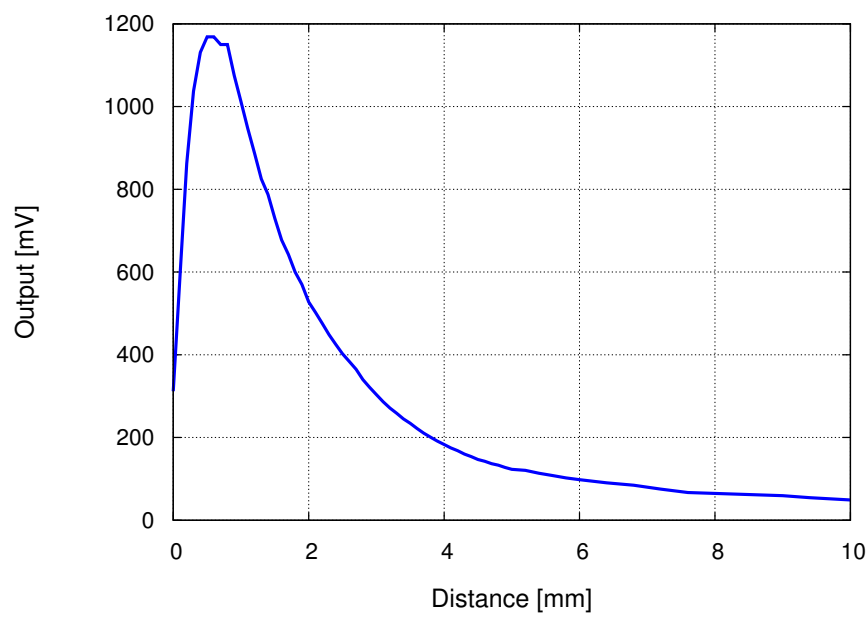


図 4.33: ROLL 制御で用いたフォトセンサ特性

フォトセンサとの距離と出力の関係をグラフにしたのが、図 4.33 である。だいたい 1 mm 以上離れていれば単調減少しているのがわかる。距離に対して電圧信号は線形ではないが、変位が小さいところでは線形とみなすことができる。

アクチュエーター

アクチュエーターは先行研究 [14] で使われていたものと同じコイルマグネットアクチュエーターを使用した。磁石は 4 mm× ϕ 1 mm のネオジウム磁石、コイルはインダクタンス 3.5 mH, 抵抗 12 Ω であった。アクチュエーター効率、電圧に対して 5.0×10^{-4} N/V、距離に対して 0.11 N/m であった。

4.4.4 アライメント手順

本実験ではねじれ振り子をリリースした状態で共振器制御をおこなった。ねじれ振り子を制御しながら共振器のアライメントを合わせる手順は以下のようにおこなった。

1. 光軸が正確に鉛直方向になるように、2 点を決めて光がその 2 点を通るように調節する。
2. ねじれ振り子の傾き (主に PITCH と ROLL) を調節してエンドミラーから光がまっすぐ返ってくるようにする。
3. ねじれ振り子の懸架点の位置を調節して光がまっすぐ返ってくるようにする。
4. ねじれ振り子を両側から固定する。(YAW 方向を固定、ROLL 方向はフリー)
5. フロントミラー (ピエゾ付き鏡) をセットして光がまっすぐ返ってくるようにピコモーターで調節する。
6. 共振器内の光を見て、入射光と反射光が重なるように調節する。(このときレーザーのパワーを上げないと光は見づらい)
7. 調節が終わったら PD の信号をモニターする。しっかり共振器内で入射光と反射光が重なっていれば共振が見えるはずである。
8. 共振が見えたら、共振を大きくする方向にピコモーターで調節する。ピコモーターで調節できるのはフロントミラーの 2 自由度の傾きとその手前にある鏡の 2 自由度の傾きの計 4 自由度である。
9. 共振が十分大きくなったら、ねじれ振り子の光でこの制御が現在の位置でかかるように回路のオフセットを調節する
10. ねじれ振り子の固定を外し、リリースする。
11. 真空槽を閉じてねじれ振り子のを光でこで制御する。

12. PDの信号を見ると共振が見えるはずなのでピコモーターで調節して共振を大きくする。
13. 共振が大きくなったら PDH 法で共振器をロックする。

Chapter 5

実験結果と考察

本研究で行ったことは以下の3点である。

1. ねじれ振り子を制御した状態で YAW 方向の共振周波数測定
(ねじれ振り子の共振周波数) < 42 mHz (光でかたくなった共振周波数)
2. ねじれ振り子をリリースした状態での共振器制御
安定した制御 (ゲインが 1 のときに位相が 180 度回らない)

この二つを達成したのち

3. サンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性検証

この3点について述べていく。

5.1 ねじれ振り子の制御

ねじれ振り子を制御するうえでの要求をまとめる。RMS は (Root Mean Square : 2 乗平均平方根) とする。

- ねじれ振り子を制御して揺れを抑える
(YAW 方向の RMS) < 10 μm (ビーム径 $\times 0.1$)
(ROLL 方向の RMS) < 9 μm (共振器長制御ピエゾのレンジ)
- ねじれ振り子の YAW 方向の共振周波数測定
(ねじれ振り子の YAW 方向の共振周波数) < 42 mHz (光でかたくなった共振周波数)
(測定誤差) < ± 4 mHz (共振周波数の変化を見るのに十分な精度)

となっており、これらを満たすことを目指した。

5.1.1 ねじれ振り子の RMS 評価

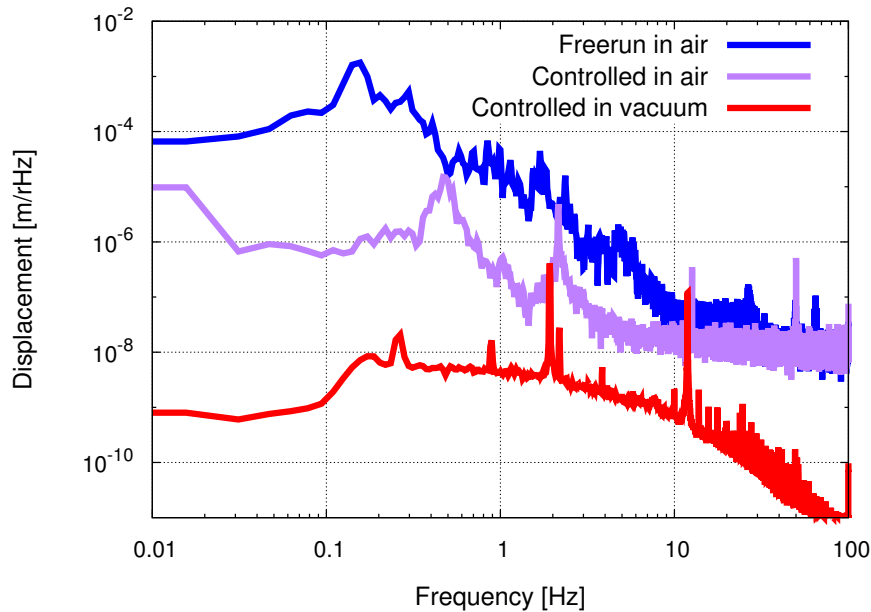


図 5.1: YAW 方向のパワースペクトル

ねじれ振り子の YAW 方向の揺れの RMS（二乗平均平方根）を測定した。パワースペクトルの測定結果が図 5.1 である。青線が大気中で制御をおこなわなかった場合、紫線が大気中でフォトセンサによる制御をおこなった場合、赤線が真空中で光てこによる制御をおこなった場合である。RMS はそれぞれ

大気中制御なし	$360\mu\text{m} > 10\mu\text{m}$ (YAW 方向 RMS 要求値)	
大気中制御あり	$3.6\mu\text{m} < 10\mu\text{m}$	(5.1)
真空中制御あり	$0.039\mu\text{m} < 10\mu\text{m}$	

となった。要求値はビーム径の 0.1 倍とした。この結果より大気中での制御の時点で RMS の要求値は満たしていたが、真空中の制御に変えたことで、およそ二桁 RMS を改善することに成功した。

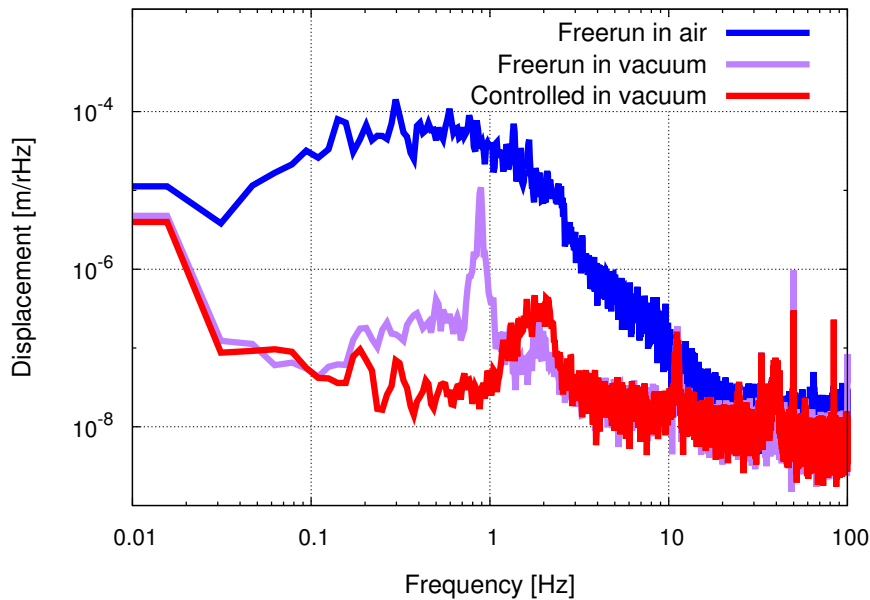


図 5.2: ROLL 方向のパワースペクトル

また、ねじれ振り子の ROLL 方向に関しても RMS の測定をおこなった。パワースペクトルの測定結果が図 5.2 である。青線が大気中で制御をおこなわなかった場合、紫線が真空中で制御をおこなわなかった場合、赤線が真空中でフォトセンサによる制御をおこなった場合である。rms はそれぞれ

大気中制御なし	$69\mu\text{m} > 9\mu\text{m}$ (ROLL 方向 RMS 要求値)	
真空中制御なし	$2.3\mu\text{m} < 9\mu\text{m}$	(5.2)
真空中制御あり	$0.33\mu\text{m} < 9\mu\text{m}$	

となった。要求値は共振器長制御に用いる piezo のレンジである。この結果より ROLL 方向においては制御をおこなわなくても真空中に入れば要求値を満たすことがわかり、制御をかけるとさらに RMS を抑えることができた。

5.1.2 ねじれ振り子の共振周波数測定

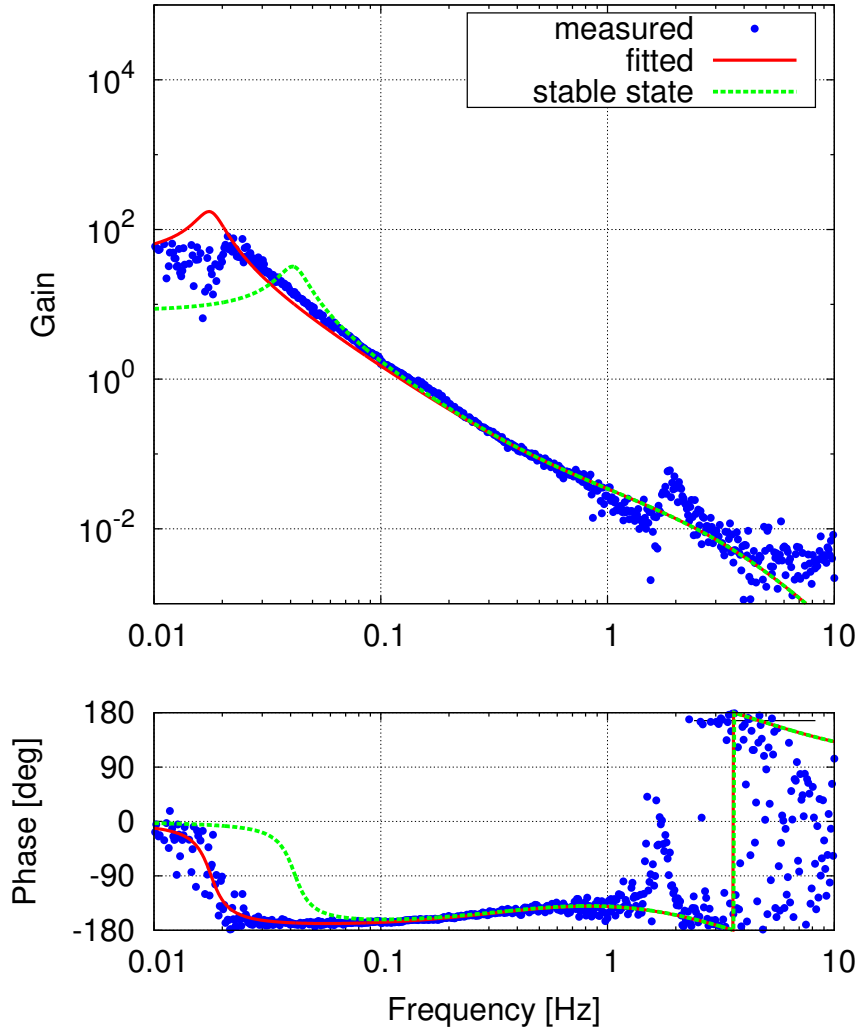


図 5.3: open loop gain 伝達関数

共振器に光を入れずにねじれ振り子単体で YAW 方向の制御を行った。制御した結果、測定した open loop 伝達関数が図 5.3 である。青点が測定点、赤線はゲインと共振周波数、ねじれ振り子の Q 値 ($Q = 0.61 \pm 0.30$) でフィッティングした線、緑線は設計値通りにサンドイッチ型共振器による復元力が働いたときの予測値である。UGF(unity gain frequency の略で制御のゲインが 1 になる周波数) は 0.135 Hz であり、位相余裕は 17° で安定な制御がかかっていた。また YAW 方向のねじれ振り子の共振周波数を 4 回測定し、その値は

$$17 \pm 2 \text{ mHz} < 42 \text{ mHz (要求値)} \quad (5.3)$$

となった。要求値はサンドイッチ型共振器に光を入れた際にかたくなる共振周波数の設計値である。今回測定した値は要求値を満たし、サンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性を検証するには十分な精度で測れることが確認できた。

5.2 共振器の制御

次におこなったのはサンドイッチ型共振器の上側共振器の制御である。今回はエンドミラーをねじれ振り子に取り付けてフリーにし、ねじれ振り子の位置制御と共振器の制御を同時に行った。先行研究でエンドミラーを固定鏡にして共振器制御をおこなった際は共振器長を変動させるフロントミラーのピエゾのみで制御をおこなっていた。しかし今回ねじれ振り子をリリースした状態での共振器制御を試みたところ、より高周波数帯でも制御をかけなければいけない影響から、共振器長制御のみではロックがかからなかった。そこで今回新たにレーザーの周波数による制御も組み込み、レーザー周波数と共振器長の二重制御により共振器を制御した。

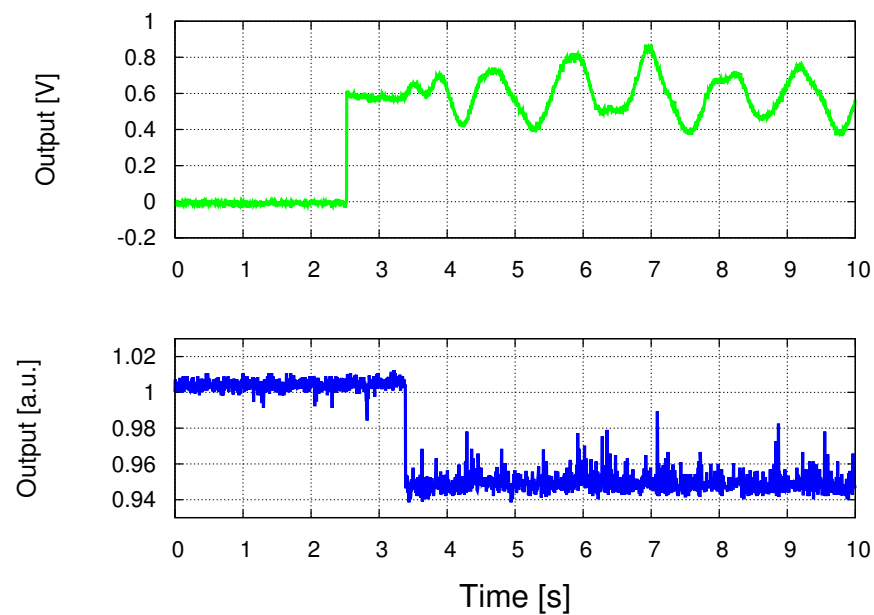


図 5.4: 共振器の制御がかかる瞬間の時系列データ

ロックがかかる様子が図 5.4 である。上段の緑線がレーザー周波数に返したフィードバック信号、下段の青線が共振器の反射光を PD でモニターしたものであり、制御がかかっていないときのパワーを 1 として規格化してある。2.5 s 付近で制御のスイッチを入れ、3.4 s 付近で共振器の制御がかかり、共振器内に光がたまっている分反射光パワーが下がっているのがわかる。

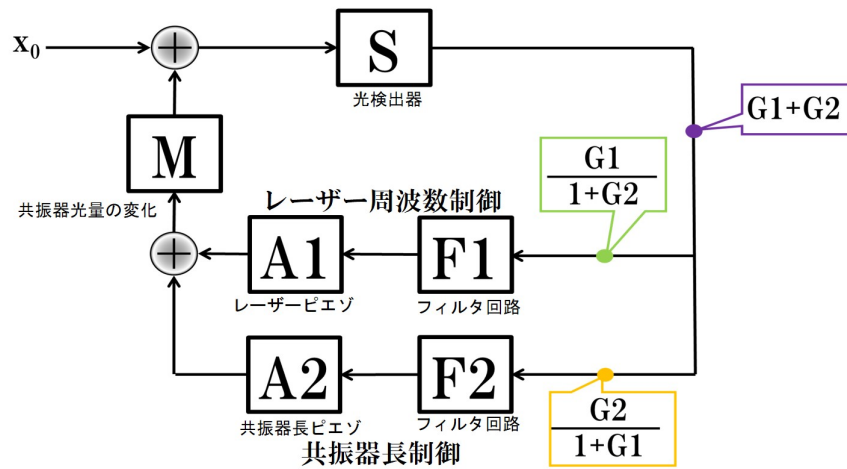


図 5.5: ブロックダイアグラム

また、共振器制御の open loop 伝達関数の測定をおこなった。今回の制御のブロックダイアグラムが図 5.5 である。S が光検出器 [V/W]、F1 がレーザー周波数制御に用いたフィルタ回路 [V/V]、A1 がレーザー周波数を変動するピエゾ [Hz/V]、F2 が共振器長制御に用いたフィルタ回路 [V/V]、A2 が共振器長を変動させるピエゾ [m/V]、M が光共振器内の光量の変化 [W/Hz] or [W/m] を表している。

表 5.1: 各要素の伝達関数

レーザー周波数制御の $M \times S$	$(5.0 \pm 1.4) \times 10^{-9} \text{ V/Hz}$
共振器長制御の $M \times S$	$(7.7 \pm 2.2) \times 10^6 \text{ V/m}$
レーザー周波数制御のピエゾ効率 A1	13 MHz/V
共振器長制御のピエゾ効率 A2	$(6.6 \pm 0.2) \times 10^{-8} \text{ m/V}$

各要素の伝達関数は計算されており、表 5.1 にまとめた。 $M \times S$ に関しては PDH 信号の傾きから求めた。(フィルタ回路の伝達関数については補遺 C 参照)

今回測定をおこなったのは図の紫点、緑点、オレンジ点の 3 点である。レーザーの周波数制御のゲインを $G_1 (= SF_1 A_1 M)$ 、共振器長ピエゾ制御のゲインを $G_2 (= SF_2 A_2 M)$ とおくと紫点では $G_1 + G_2$ 、緑点では $G_1/(1 + G_2)$ 、オレンジ点では $G_2/(1 + G_1)$ が計測される。(詳細は補遺 B 参照)。オープンループ伝達関数の測定では実際は $G_1 + G_2$ のみを測ればよいが、紫点では低周波をうまく測定できなかったのも、今回は緑点、オレンジ点でも測定し、そこからフィッティングして結果を得た。

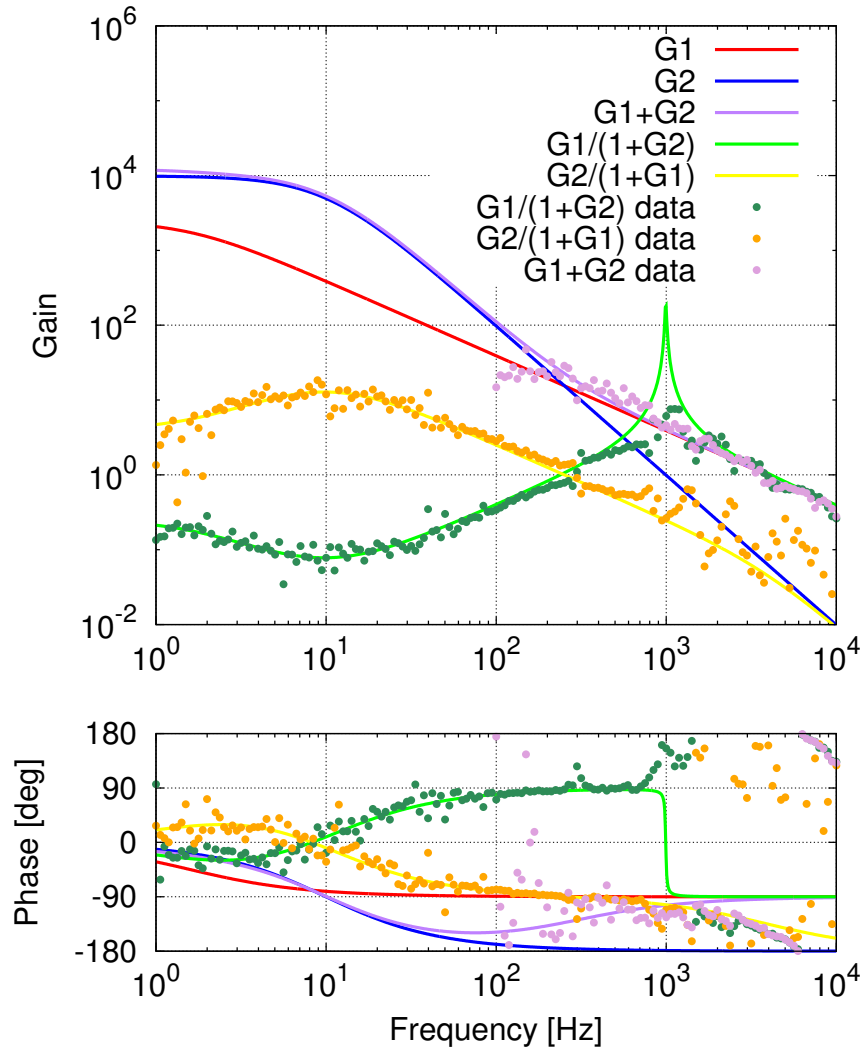


図 5.6: open loop gain 伝達関数

open loop 伝達関数の測定結果が図 5.6 である。紫点、緑点、オレンジ点がそれぞれ図 5.5 の点の測定場所に対応している。今回は紫点での測定が 100 Hz 以下ではうまく測定できなかったもので、緑点、オレンジ点での測定結果をフィッティングし（それぞれのフィッティング線が緑線と黄色線）、そこからそれぞれのゲイン $G_1, G_2, (G_1 + G_2)$ を求めた（赤線、青線、紫線に対応）。

レーザーの周波数制御側 (G_1) ではカットオフ周波数 1 Hz の一次のローパスフィルター、共振器長制御側 (G_2) ではカットオフ周波数 10 Hz の二次のローパスフィルターを使用した。安定である条件は UGF での位相余裕が十分であることと、 $G_1 = G_2$ となるところで位相余裕が十分であることである。今回は

UGF は 3.6 kHz で位相余裕は 38° 、 $G_1 = G_2$ となるのは 300 Hz で位相余裕 $\approx 90^\circ$

であり、安定な制御がかかっている。共振器長制御のみで制御がかからなかったのはピエゾに 4 kHz 付近の共振があることが原因として考えられる (図 4.21 参照)。高周波では高周波でも制御がかかるレーザー周波数制御が支配的であり、低周波側ではレンジの広い共振器長制御が支配的であることがわかる。

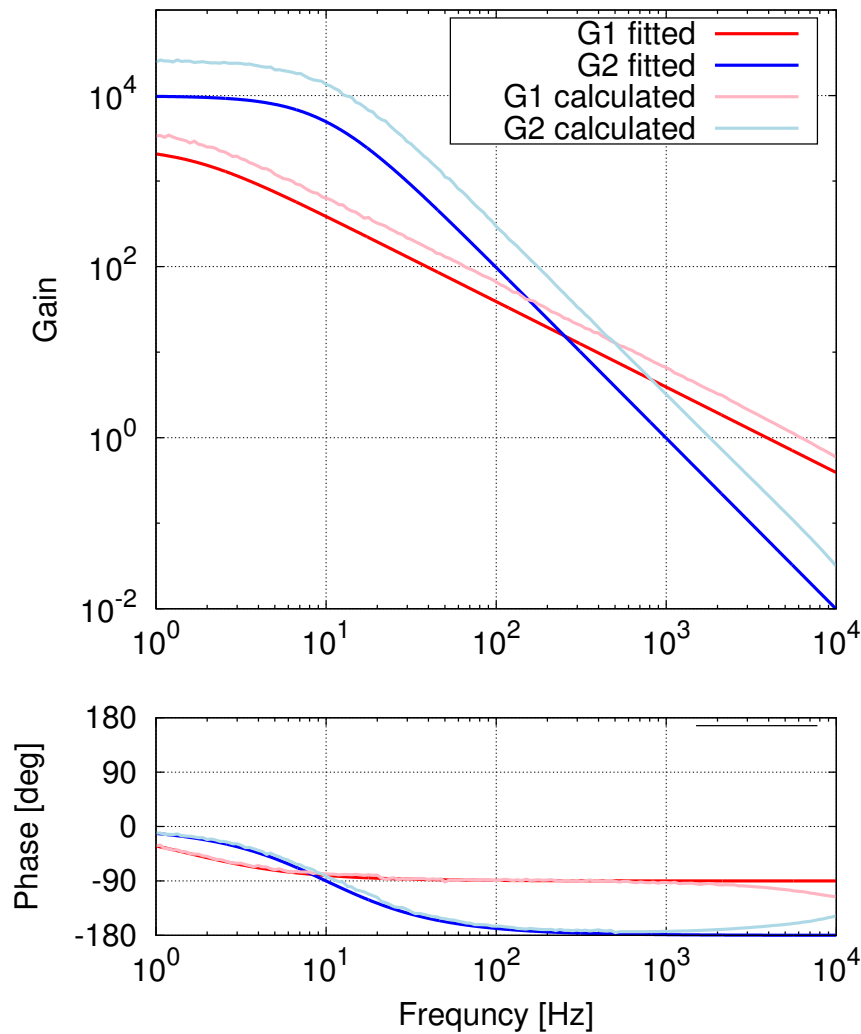


図 5.7: fitting と計算値の比較

また測定点のフィッティングにより出したゲイン G_1, G_2 の値と、実際の信号のセンシング効率、回路の伝達関数、アクチュエーター効率から計算したゲイン G_1, G_2 の値を比較した結果が図 5.7 である。

実際に比較し、フィッティングによって出したゲインをそれぞれ $G_1^{\text{fit}}, G_2^{\text{fit}}$ 、計算によっ

て出したゲインをそれぞれ $G_1^{\text{cal}}, G_2^{\text{cal}}$ とおくと、

$$\begin{aligned}\frac{G_1^{\text{cal}}}{G_1^{\text{fit}}} &= 1.6 \pm 0.5 \\ \frac{G_2^{\text{cal}}}{G_2^{\text{fit}}} &= 2.5 \pm 0.7\end{aligned}\quad (5.4)$$

であった。 G_1 に関しては 2σ の範囲内で一致しており、 G_2 に関しては 3σ の範囲内で一致している。

5.3 安定性検証に向けた評価

5.3.1 安定性検証測定

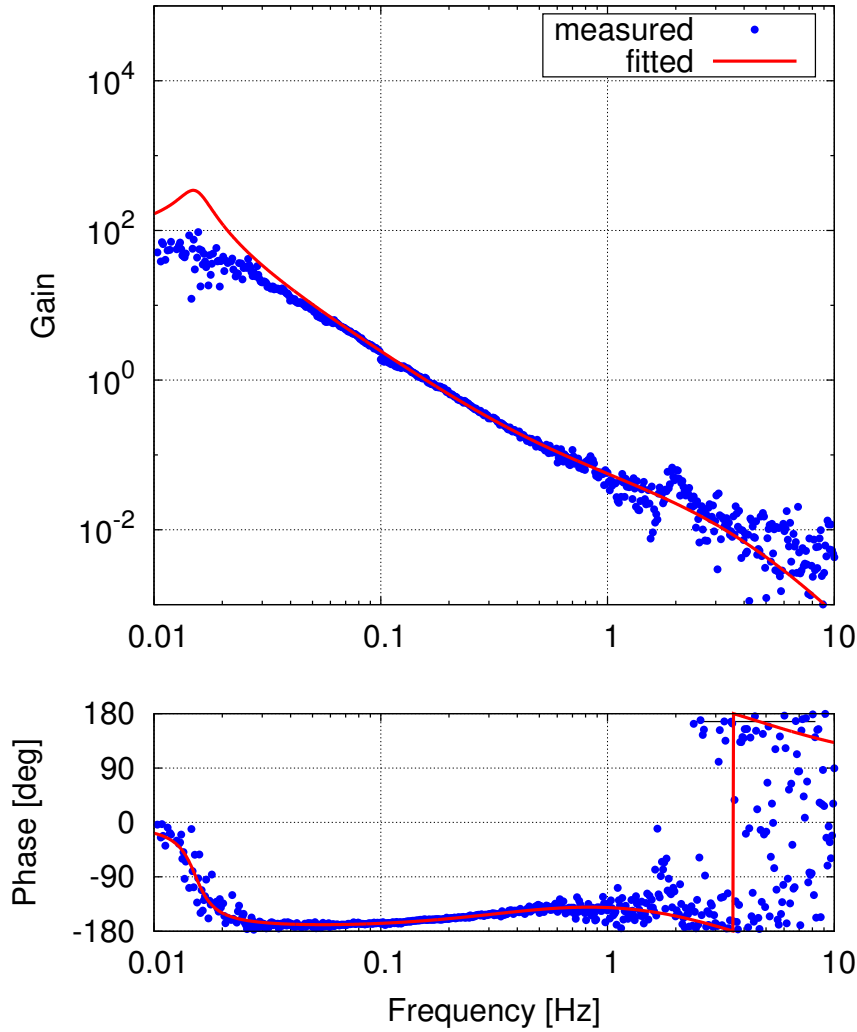


図 5.8: open loop gain 伝達関数

サンドイッチ型共振器による復元力を測定するために、サンドイッチ型共振器の上側共振器をロックした状態でねじれ振りの共振周波数を測定した。結果が図 5.8 である。青点が測定点、赤線はゲインと共振周波数、ねじれ振りの Q 値 ($Q = 0.54 \pm 0.27$) でフィッティングした線、UGF は 0.16Hz であり、位相余裕は 18.8° で安定な制御がかかっていた。

共振周波数は $15.2 \pm 0.9\text{ mHz}$ で、高くなっている様子を測定することはできなかった。現状ではサンドイッチ型共振器による復元力がねじれ振り子による復元力よりも小さいと考えられる。

そこでここからはサンドイッチ型共振器による復元力の大きさの現状評価をおこなう。サンドイッチ型共振器による水平バネ定数 k^{hor} は式 (2.6), 式 (3.31), 式 (3.55) かつ今回は detuning はしないので $\delta = 0$ と考え、また shikiPcirc2 はモードマッチング率が 100% と仮定したときの式なので、モードマッチング率 M 考慮すると、

$$k^{\text{hor}} = \frac{F_{\text{rad}}}{a} = \frac{2P_{\text{circ}}}{ac} \quad (5.5)$$

$$= \frac{2}{ac} \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa} P_{\text{in}} M \quad (5.6)$$

となる。よって水平方向バネ定数 k^{hor} は、

- 共振器内レーザーパワー P_{circ}
 - 共振器に入れるレーザーパワー P_{in}
 - フィネス $\mathcal{F}$
 - モードマッチング率 M
 - $\kappa_{\text{in}}/\kappa$
- 曲率中心間の距離 a

で決まっている。復元力を評価するために、ここからは共振器内パワーと曲率中心間の距離を評価していく。

5.3.2 共振器内パワーの評価

共振器内パワー P_{circ} は式 (5.5)、式 (5.6) より、

$$P_{\text{circ}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa} P_{\text{in}} M \quad (5.7)$$

となる。共振器内パワーを評価するために、

- 共振器に入れるレーザーパワー P_{in}
- フィネス $\mathcal{F}$
- モードマッチング率 M
- $\kappa_{\text{in}}/\kappa$

を一つずつ評価する。

共振器に入れるレーザーパワーの評価

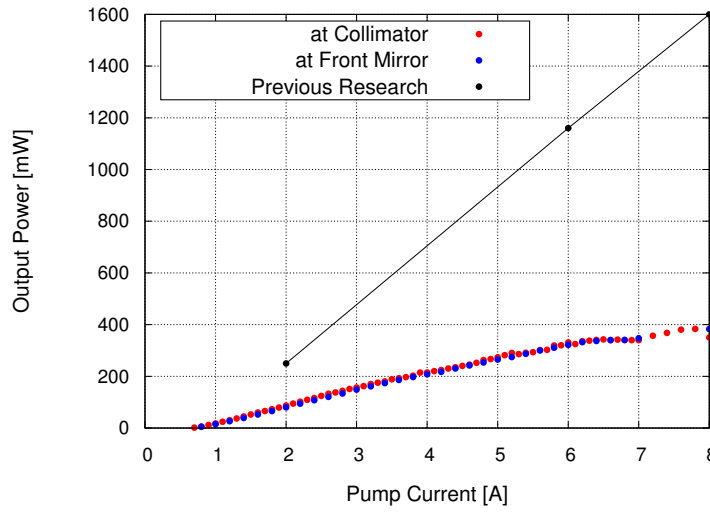


図 5.9: ファイバーアンプで増幅されたレーザーの出力 (再掲)

一つ目の共振器に入れるレーザーパワーは図 4.14 のところで評価している。再掲した図が図 5.9 である。現状の入射パワー P_{in} は

$$P_{\text{in}} = 380 \pm 20 \text{ mW} < 1600 \text{ mW (先行研究での測定)} \quad (5.8)$$

である。先行研究の測定時に比べてかなりさがっている。原因は調査中だが、以前のパワーが出れば 4 倍改善できる。

フィネスの評価

二つ目のフィネスは式 (3.11) のように与えられるので、FSR 分動く時間を t_{FSR} 、共振ピークの FWHM 分動く時間を t_{FWHM} とおくと、

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} = \frac{t_{\text{FSR}}}{t_{\text{FWHM}}} \quad (5.9)$$

である。よって共振器長を変動させた際の共振ピークの様子から $t_{\text{FSR}}, t_{\text{FWHM}}$ を測定すればよい。

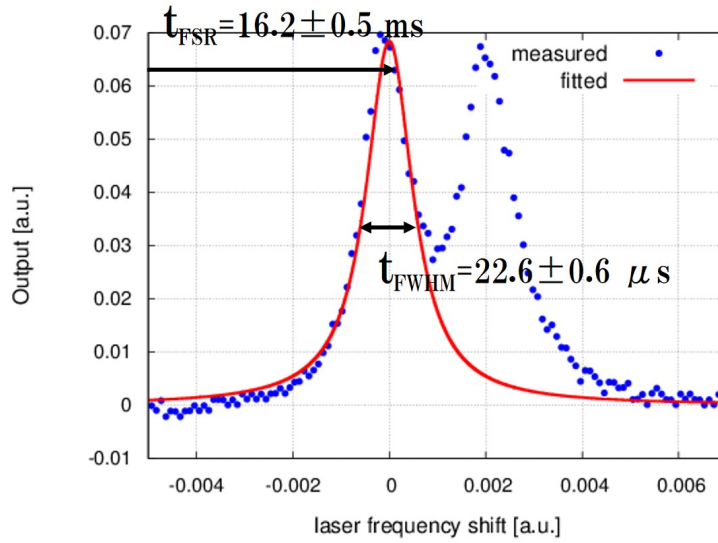


図 5.10: フィネス測定

共振ピークを拡大し、ローレンチアンでフィッティングしたのが図 5.10 である。横軸は $\nu_{\text{FSR}} = 1$ と規格化したときのレーザー周波数変動、縦軸は非共振時の反射光強度を 1 と規格化したときの反射光強度（AC 成分）を表している。ピークはすべての共振モードに対して、二つずつピークが現れていた。よってフィッティングは二つのピーク両方に対しておこなった。

t_{FSR} は 6 回測定して $t_{\text{FSR}} = (16.2 \pm 0.5) \text{ ms}$ 、 t_{FWHM} は 12 回測定して $t_{\text{FWHM}} = (22.6 \pm 0.6) \mu\text{s}$ となった。よってフィネスは

$$\mathcal{F} = 720 \pm 30 < 1140(\text{設計値}) \quad (5.10)$$

を得た。

また式 (3.16) より全体の透過率（ロス分）を求めることができる。設計値では $\mathcal{T} = 0.1(t_1^2) + 0.05(t_2^2) + 0.2 \times 2(\text{AR コートでの反射率} \times \text{往復分}) = 0.055$ であった。測定したフィネスから鏡の透過率と AR コート以外からのロス (0.326 ± 0.006) と評価できる。

モードマッチング率の評価

三つ目のモードマッチング率とは共振器のアライメントが理想的な場合と比べてどれほど合っているかを表すパラメーターである。

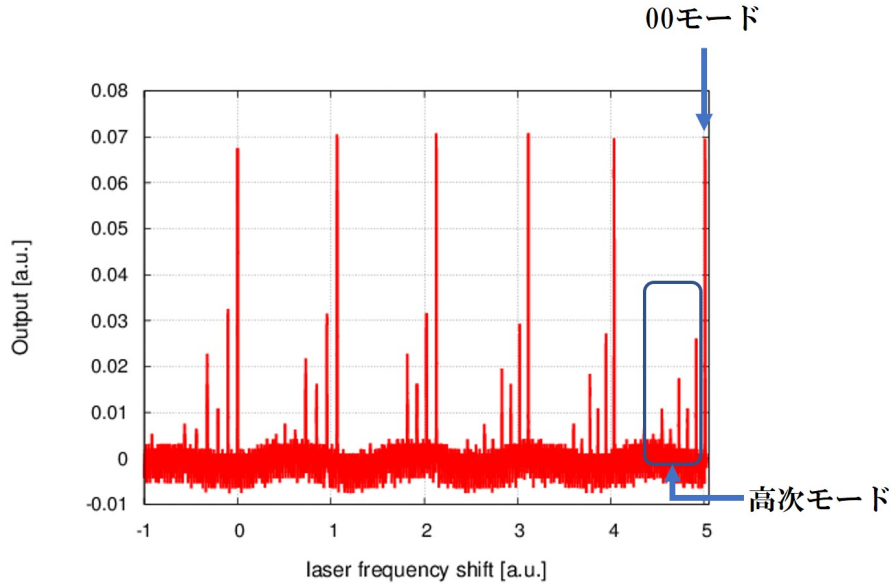


図 5.11: 共振器長変動させた際の反射光ピークの様子

図 5.11 は共振器長をピエゾで変動させたときの反射光ピークの様子である。横軸は $\nu_{\text{FSR}} = 1$ と規格化したときのレーザー周波数変動、縦軸は非共振時の反射光強度を 1 と規格化したときの反射光強度（AC 成分）を表している。モードマッチングが理想的な場合、共振ピークは最も高いピーク（00 モードという）しか現れない。図 5.11 でいうとだいたい整数秒に位置するピークをさす。しかし、今回のようにアライメントが完全でないとそれ以外にもピーク（高次モードという）が現れる。よってモードマッチング率 M は、

$$M = \frac{\text{00 モードの共振ピーク強度}}{\text{00 モード + 高次モードの共振ピーク強度}} \quad (5.11)$$

で表せる。今回は 6 回測定し、

$$M = 48 \pm 2 \% \quad (5.12)$$

とわかった。アライメントを改善すれば、2 倍改善できる。

$\kappa_{\text{in}}/\kappa$ の評価

$\kappa_{\text{in}}/\kappa$ を評価する。式 (3.27) と今回 $\delta = 0$ を考慮すると、

$$\frac{P_r}{P_{\text{in}}} = \left(1 - \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa}\right)^2 \quad (5.13)$$

となるので、非共振時の反射光強度と共振時の反射光強度の比から求めることができる。今回モードマッチング率は $48 \pm 2 \%$ であるが、以下の計算ではモードマッチング率が 100% である状態に補正して計算した。また式 (5.13) は $\kappa_{\text{in}}/\kappa$ の二次方程式なので解は二つ出るが、鏡の透過率と AR コーティングの反射率を考慮し、今回は $(\kappa_{\text{in}}/\kappa) < 1/2$ で under coupling だと仮定した。

さらに今回共振ピークは二つあったが、これが何らかの影響で分かれているとすると、本来はその二つのピークは重なっているはずである。よって二つのピークがわかれている場合と重なって一つになった（ピークの高さが2倍になった）場合の二通りを考え、それぞれ κ_{in}/κ を評価した。

表 5.2: κ_{in}/κ の評価

	P_r/P_{in}	κ_{in}/κ
二つのピークを重ねないと仮定した場合の測定値	0.854 ± 0.007	0.038 ± 0.002
二つのピークを重ねると仮定した場合の測定値	0.71 ± 0.01	0.079 ± 0.004
測定フィネスと鏡の透過率から見積もった値	0.60 ± 0.02	0.114 ± 0.005
設計値から出した理論値	0.41	0.18

計算結果は表 5.2 のようになった。測定値と理想値とを比較すると二つのピークを重ねると仮定した場合の方が設計値に近づいていることがわかる。本結果では共振ピークは分かれているが、理想的にはピークは重なるべきである。共振ピークが分かれているせいで、 κ_{in}/κ の値が低くなっている。

ここからは共振ピークが分かれている原因について述べる。複屈折が原因である可能性が高いことが分かっている。レーザーには偏光があり、種類としては S 偏光と P 偏光がある。S 偏光と P 偏光の屈折率の違いから共振ピークが分かれてしまうという仮説が立てられる。

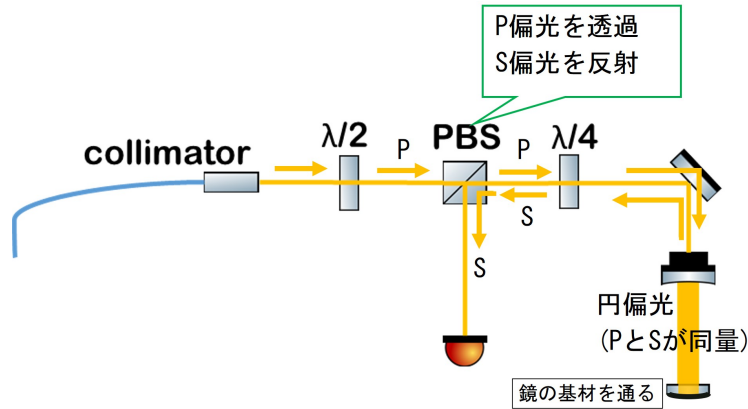


図 5.12: 光共振器からの反射光のモニター方法（本研究）

図 5.12 は本研究での光共振器からの反射光のモニター方法を表した図である。光共振器からの反射光をモニターすることで光が共振しているかどうかを見ているが、光検出器に入る光がなるべく大きくなるように光の偏光を光学素子で変化させる手法を取っている。

少し詳しく説明すると、コリメータから出た光は $\lambda/2$ を通ると P 偏光のみになるように調整されている。PBS は P 偏光を透過し S 偏光を反射する素子なので光は透過し $\lambda/4$ を通る。 $\lambda/4$ で光は円偏光となり P 偏光成分と S 偏光成分は同量になる。光共振器に反射さ

れて再び $\lambda/4$ を通ると今度は S 偏光になり PBS で反射され、光検出器でモニターできる仕組みである。この手法だと光共振器からの反射光をモニターするのに入射光からのロスが少なく済む。

サンドイッチ型共振器では下にも共振器を組む関係で上側共振器は鏡の基材を通らなければならない。今回の手法では光共振器での偏光は円偏光であるので P 偏光成分と S 偏光成分は同量になる。もしも複屈折がおり S 偏光と P 偏光の屈折率の違いが生じると共振ピークが分かれてしまう可能性を考えた。

そこで今回は光共振器の手前にある $\lambda/4$ を回すことにより、光共振器に入る偏光成分の比を変えて反射光の様子をみた。

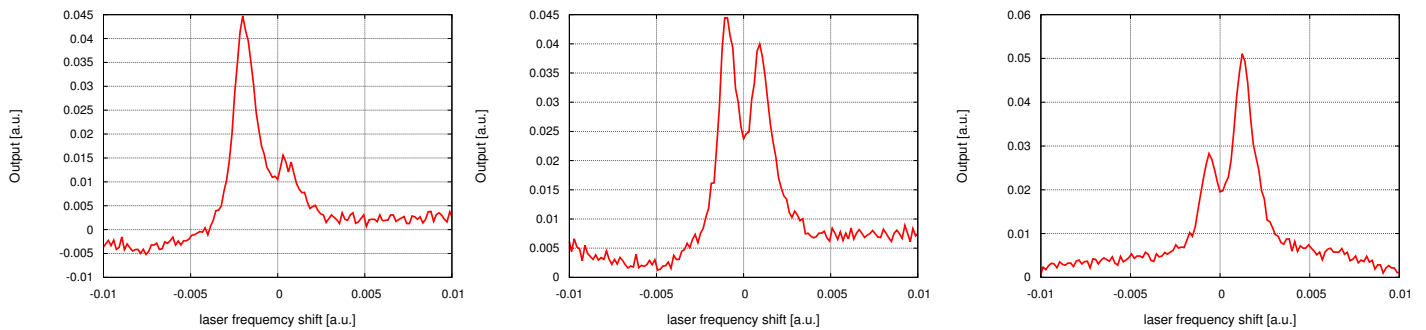


図 5.13: $\lambda/4$ を回したときの共振ピークの変化

$\lambda/4$ を回して得た結果が図 5.13 である。PBS のあとだと S 偏光しかモニターできないので、PBS の前に BS を置き、偏光によらない反射光をモニターした。図の左から $\lambda/4$ が $175^\circ, 190^\circ, 205^\circ$ のときの様子である。 $\lambda/4$ の角度によって、ピークの高さが左が高くなったり、右が高くなったりしているのがわかる。この結果から S 偏光と P 偏光との間で屈折率の差が生じて（複屈折を起こし）光路長が変わり、別の共振を形成していることが推測できる。

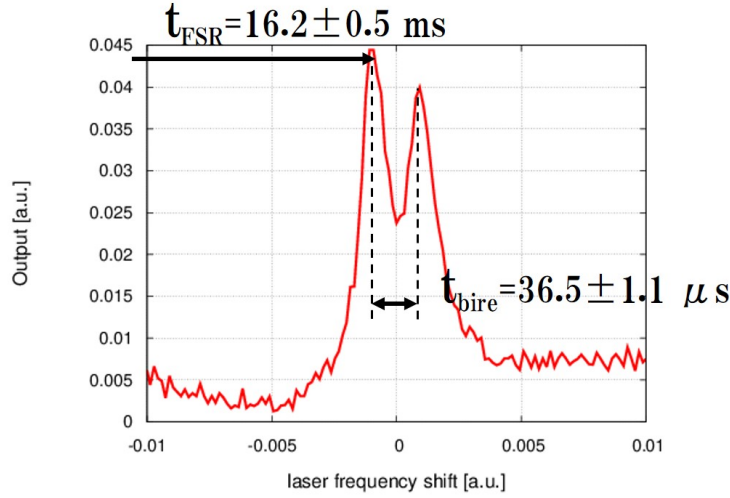


図 5.14: 複屈折測定

実際にピークのずれを測定することでどれくらい偏光によって距離がずれているかを評価した。測定した図が図 5.14 である。ピークのずれ分の時間 t_{bire} は 6 回の計測により $t_{\text{bire}} = 36.5 \pm 1.1 \mu\text{s}$ であったので、偏光によって生じた距離のずれ δ_{bire} は

$$\delta_{\text{bire}} = \frac{t_{\text{bire}}}{t_{\text{FSR}}} \frac{\lambda}{2} = 1.75 \pm 0.08 \text{ nm} \quad (5.14)$$

である。今回使用した鏡の基材は熔融石英であるが、今回の測定結果と熔融石英の複屈折の文献値とを比較するとオーダーで一致していた [35–38] (詳細は補遺 D 参照)。共振ピークが分かれてしまう原因は鏡の基材である熔融石英の複屈折によるものだと考えられる。

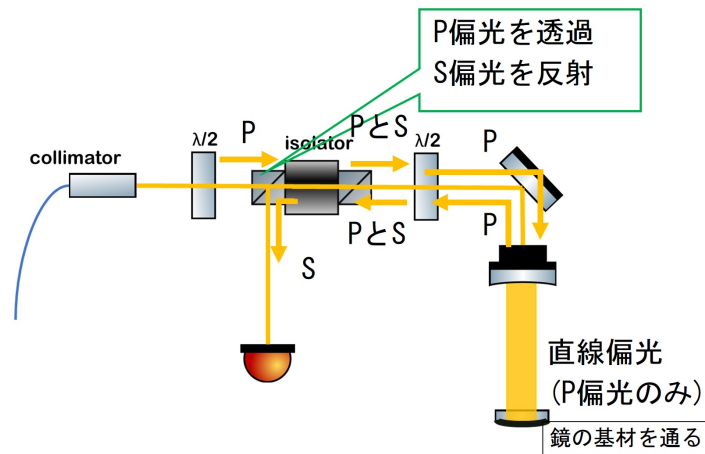


図 5.15: 光共振器からの反射光のモニター方法 (改善例)

共振ピークが分かれてしまう問題を解決するためには、光共振器に 1 種類のみの偏光を入れるようなセットアップにすることが必要である。図 5.15 が改善セットアップの例である。ファラデーアイソレータを用いることで、光共振器に P 偏光のみが届くようになる。このようなセットアップにすれば、 $\kappa_{\text{in}}/\kappa$ は 2 倍改善できる。

共振器内パワーの評価

入射パワーは P_{in} 、フィネス $\mathcal{F}$ 、モードマッチング率 M 、 $\kappa_{\text{in}}/\kappa$ の評価から式 (5.7) より P_{circ} の現状評価ができ、

$$P_{\text{circ}} = 3.2 \pm 0.3 \text{ W} < 170 \text{ W (設計値)} \quad (5.15)$$

である。

5.3.3 曲率中心間距離の評価

曲率中心間距離は Gouy 位相 ζ_0 というパラメータを測定することで求めることができる。Gouy 位相は 00 モードと高次モードとの位相差に対応するパラメータであるので、00 モードと高次モードの共振の様子から測定することができる。

Gouy 位相 ζ_0 と曲率中心間距離 a との関係式を求めていく。g ファクター $g_F = 1 - L/R_F$, $g_E = 1 - L/R_E$ とおくと (F は front mirror, E は end mirror)、

$$\zeta_0 = 2 \arccos \sqrt{g_F g_E} \quad (5.16)$$

という関係がある [39, 40]。曲率半径間距離 a 、共振器長 L 、曲率半径 R との間には

$$L = R_F + R_E - a \quad (5.17)$$

の関係があるので、

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{L}{R_E}\right) \left(1 - \frac{L}{R_F}\right) &= \left(\frac{a - R_E}{R_F}\right) \left(\frac{a - R_F}{R_E}\right) = g_F g_E \\ a^2 - (R_F + R_E)a + R_F R_E(1 - g_F g_E) &= 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

よって Gouy 位相 ζ_0 から $g_F g_E$ が求まれば、2 次方程式から曲率中心間距離 a を求めることができる。

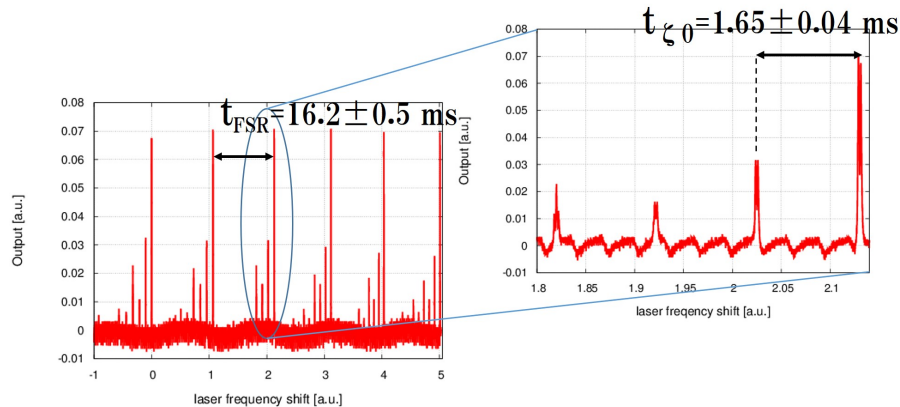


図 5.16: Gouy 位相測定

図 5.16 のように Gouy 位相に相当する時間 t_{ζ_0} と FSR に相当する時間 t_{FSR} を測定した。横軸は $\nu_{\text{FSR}} = 1$ と規格化したときのレーザー周波数変動、縦軸は非共振時の反射光強度を

1 と規格化したときの反射光強度（AC 成分）を表している。20 回測定して $t_{\zeta_0} = 1.65 \pm 0.04$ ms となり、 t_{FSR} は 6 回測定して $t_{\text{FSR}} = (16.2 \pm 0.5)$ ms なので

$$\zeta_0 = 2\pi \frac{t_{\zeta_0}}{t_{\text{FSR}}} = 0.64 \pm 0.35 \text{ rad} \quad (5.19)$$

式 (5.16) より g ファクターの積は

$$g_F g_E = 0.901^{+0.078}_{-0.128} \quad (5.20)$$

式 (5.18) より曲率半径間距離は

$$a = 3.2^{+4.3}_{-2.5} \text{ mm} > 1 \text{ mm (設計値)} \quad (5.21)$$

となる。共振器のフロントミラーにはマイクロメーターが付いているので、曲率中心間距離は容易に変化させることができる。調節すれば 1/3 倍に改善できる。

5.3.4 現状評価

ねじれ振り子の場合の YAW 方向バネ定数 k^{YAW} と、ねじれ振り子の YAW 方向の共振周波数 f_{YAW} の関係式は、 L をねじれ振り子の重心から鏡までの距離、 $I_{\text{yaw,roll}}$ をねじれ振り子の懸架点周りの慣性モーメントとすると

$$k^{\text{YAW}} = \frac{I_{\text{yaw,roll}}(2\pi f_{\text{YAW}})^2}{L^2} \quad (5.22)$$

となる。光共振器によって生じる水平方向のバネ定数を k^{hor} とすると、光でかたくなった後に測定される実効的な YAW 方向の共振周波数 $f_{\text{YAW}}^{\text{eff}}$ は、

$$f_{\text{YAW}}^{\text{eff}} = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k^{\text{hor}} + k^{\text{YAW}}}{I_{\text{yaw,roll}}}} \quad (5.23)$$

である。安定性を検証するためには光を当てる前のねじれ振り子の共振周波数 f_{YAW} と光でかたくなった共振周波数 $f_{\text{YAW}}^{\text{eff}}$ とで測定誤差以上の十分な変化が見られることが必要である。

表 5.3: 現状まとめ

	測定値	設計値
入射パワー P_{in}	$380 \pm 20 \text{ mW}$	1400 mW
フィネス $\mathcal{F}$	720 ± 30	1140
モードマッチング率 M	$48 \pm 2 \%$	100 %
$\kappa_{\text{in}}/\kappa$	0.038 ± 0.002	0.18
共振器内パワー P_{circ}	$3.2 \pm 0.3 \text{ W}$	170 W
曲率中心間距離 a	$3.2^{+4.3}_{-2.5} \text{ mm}$	1 mm
光共振器による水平方向バネ定数 k^{hor}	$(6.7^{+27}_{-3.8}) \times 10^{-6} \text{ N/m}$	$1.0 \times 10^{-3} \text{ N/m}$

現状を表 5.3 にまとめた。ねじれ振り子の場合の YAW 方向バネ定数は $k^{\text{YAW}} = (1.7 \pm 0.4) \times 10^{-4} \text{ N/m}$ である。このとき光を当てる前のねじれ振り子の共振周波数 f_{YAW} と光でかたくなった共振周波数 $f_{\text{YAW}}^{\text{eff}}$ は、

$$f_{\text{YAW}} = 17 \pm 2 \text{ mHz} \quad (5.24)$$

$$f_{\text{YAW}}^{\text{eff}} = 17.3_{-0.2}^{+1.3} \text{ mHz} \quad (5.25)$$

となる。今のままだと水平方向の安定性は測定できないので今後の改善が必要である。

ここから要求値との比較を考えていく。安定性を検証するには、 f_{YAW} と $f_{\text{YAW}}^{\text{eff}}$ とで測定誤差以上の十分な変化が見られることが必要である。 $f_{\text{YAW}} = 17 \pm 2 \text{ mHz}$ なので、そこから 3σ 離れたところで $f_{\text{YAW}}^{\text{eff}}$ が観測されることを要求値とする。よって $f_{\text{YAW}}^{\text{eff}} = 23 \text{ mHz}$ となるように要求値を設定する。

表 5.4: 測定値と要求値との比較

	測定値	要求値
共振器内パワー P_{circ}	$3.2 \pm 0.3 \text{ W}$	21 W 以上
曲率中心間距離 a	$3.2_{-2.5}^{+4.3} \text{ mm}$	1 mm 以下
光共振器による水平方向バネ定数 k^{hor}	$(6.7_{-3.8}^{+27}) \times 10^{-6} \text{ N/m}$	$140 \times 10^{-6} \text{ N/m}$ 以上

測定値と要求値とを比較したのが表 5.4 である。水平方向バネ定数は要求値をみたしていないが 21 倍改善できれば要求値を満たせることがわかる。

表 5.5: 要求値到達への展望

	測定値	改善可能値
入射パワー P_{in}	$380 \pm 20 \text{ mW}$	$\times 4$
フィネス $\mathcal{F}$	720 ± 30	
モードマッチング率 M	$48 \pm 2 \%$	$\times 2$
$\kappa_{\text{in}}/\kappa$	0.038 ± 0.002	$\times 2$ (偏光の影響)
共振器内パワー P_{circ}	$3.2 \pm 0.3 \text{ W}$	$\times 16$
曲率中心間距離 a	$3.2_{-2.5}^{+4.3} \text{ mm}$	$\times 1/3$
光共振器による水平方向バネ定数 k^{hor}	$(6.7_{-3.8}^{+27}) \times 10^{-6} \text{ N/m}$	$\times 48$

改善できるポイントをまとめたのが表 5.5 である。水平方向バネ定数は最大で 48 倍改善可能である。実際には 21 倍改善できれば要求値は満たすので到達は十分可能である。

曲率中心間距離は容易に調節することが可能である。共振器のフロントミラーにはマイクロメーターが付いておりすぐに改善できる。よって共振器内パワーさえ改善することができれば水平方向の安定性を検証できる見通しをたてることができた。

$$k^{\text{hor}} = \frac{2}{c} \frac{P_{\text{circ}}}{a}$$

共振器内パワー

曲率中心間距離

3.2 W × 4(入射パワー)
(現状) × 2(偏光の影響)
× 2(モードマッチ率)

3 mm ÷ 3
(現状)

$$k^{\text{hor}} = 6.7 \times 10^{-6} \text{ N/m} < 140 \times 10^{-6} \text{ N/m}$$

× 21で要求値達成



図 5.17: 要求値到達への展望

要求値到達への展望を図にしたのが図 5.17 である。

Chapter 6

まとめと今後の展望

6.1 本研究の結果

まずサンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性検証の前段階として達成されなければいけない二つのことを達成した。

- ねじれ振り子の共振周波数測定

ねじれ振り子を真空槽に入れて光てこで制御し、YAW 方向の共振周波数

$$f_{\text{YAW}} = 17 \pm 2 \text{ mHz} < 42 \text{ mHz (要求値)} \quad (6.1)$$

を測定し、水平方向の安定性を検証するためには十分な精度で測定することに成功した。

- ねじれ振り子をリリースした状態での光共振器制御

レーザーの周波数と共振器長の二重制御をおこなうことで、UGF3.6 kHz で位相余裕 38° の安定した制御をかけることに成功し、水平方向の安定性を検証に向けた準備が整った。

この二つを達成したことにより上側共振器による復元力は測定できる状況まで進めることができた。

その後実際に上側共振器の制御だけで水平方向の安定性の検証をおこなった。

- 水平方向の安定性検証

現状だとサンドイッチ型共振器によってかたくなる共振周波数は

$$k^{\text{hor}} = (6.7^{+27}_{-3.8}) \times 10^{-6} \text{ N/m (現状)} < 140 \times 10^{-6} \text{ N/m (要求値)} \quad (6.2)$$

で今のままだと安定性を検証できないことがわかり、バネ定数を 21 倍上げる必要がある。

共振器内パワーさえ上がれば安定性を検証できる見通しがたった。

6.2 今後の展望

これから安定性を検証していくにあたって、取り組まなくてはならないことを上げていく

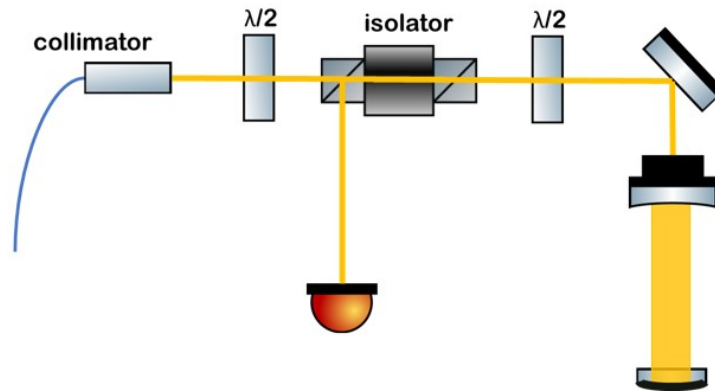


図 6.1: 改善セットアップ

- 入射パワーの問題
以前は 1.6W 出ていたので、改善したい問題である。ファイバーアンプの出力部分から伸びているファイバーでパワーが大きく減衰しているので、そこを中心に改善する。
- 偏光の問題
複屈折によってピークが割れている可能性が高いので、図 6.1 のようなファラデーアイソレータを用いて P 偏光だけを共振器に向かうセットアップにする。

このような改善をおこなうことで共振器内にパワーがたまりさえすれば、

- 光共振器による水平方向の安定性検証
光を当てる前のねじれ振りの共振周波数 f_{YAW} と光でかたくなった共振周波数 f_{YAW}^{eff} とで測定誤差以上の十分な共振周波数変化を測定する。
- 下側共振器との同時制御
今回上側共振器のみで実験を行っていたが、下側共振器も制御することでサンドイッチ型光学浮上の水平方向の安定性、鉛直方向の安定性を検証する。

Appendix A

PDH 法

この章で図 4.15 で PDH 信号がどのように導出されるかの補足説明を行う。上側共振器の制御で用いた PDH 法について述べる [14, 41–43]。\$E_0\$ をレーザー入射光の電場振幅、\$\omega_L\$ をレーザー角周波数とすると、レーザーの入射光の電場 \$E_{\text{in}}\$ は

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega_L t} \quad (\text{A.1})$$

と書ける。この光に角周波数 \$\omega_m\$ 変調指数 \$m\$ で位相変調をかけると変調電場 \$E_{\text{in}}^m\$ は、

$$E_{\text{in}}^m = E_0 e^{i(\omega_L t + m \sin \omega_m t)} \quad (\text{A.2})$$

となる。これをベッセル関数を使って変形すると

$$\begin{aligned} E_{\text{in}}^m &= E_0 e^{i\omega_L t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) i^n e^{in\omega_m t} \\ &\simeq E_0 [J_0(m) e^{i\omega_L t} + J_1(m) e^{i(\omega_L + \omega_m)t} - J_1(m) e^{i(\omega_L - \omega_m)t}] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

ただしベッセル関数 \$J_\alpha(x)\$ は

$$J_\alpha(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m + \alpha + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+\alpha} \quad \left(\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt\right) \quad (\text{A.4})$$

である。

式 (A.3) から位相変調をかけることによって、元の光の周波数成分をキャリア、元の周波数から \$\pm\omega_m\$ した周波数成分をサイドバンドという。このとき反射率 \$r(\phi)\$ は式 (3.1) より

$$r(\phi) = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} \right) E_{\text{in}} \quad (\text{A.5})$$

よって反射光強度 \$P_{\text{in}}\$ は

$$\begin{aligned} P_r &= |E_r|^2 \\ &= |E_0|^2 |J_0(m)r(\omega_L)e^{i\omega_L t} + J_1(m)r(\omega_L + \omega_m)e^{i(\omega_L + \omega_m)t} - J_1(m)r(\omega_L - \omega_m)e^{i(\omega_L - \omega_m)t}|^2 \\ &= P_0 [|J_0(m)r(\omega_L)|^2 + |J_1(m)r(\omega_L + \omega_m)|^2 + |J_1(m)r(\omega_L - \omega_m)|^2] \\ &\quad + 2P_0 J_0(m)J_1(m) \text{Re}[r(\omega_L)r^*(\omega_L + \omega_m) - r^*(\omega_L)r(\omega_L + \omega_m)] \cos \omega_m t \\ &\quad + 2P_0 J_0(m)J_1(m) \text{Im}[r(\omega_L)r^*(\omega_L + \omega_m) - r^*(\omega_L)r(\omega_L + \omega_m)] \sin \omega_m t \\ &\quad + (2\omega_m \text{ term}) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

となる。この信号に $\sin \omega_m t$ を掛けてローパスフィルターを通し DC 成分のみを取り出すと、PDH 信号 P_r^{PDH} は、

$$P_r^{\text{PDH}} = P_0 J_0(m) J_1(m) \text{Im}[r(\omega_L) r^*(\omega_L + \omega_m) - r^*(\omega_L) r(\omega_L + \omega_m)] \quad (\text{A.7})$$

となり、図 4.15(図 A.1) のような信号が取得できる。

また共振付近では $r(\omega_L + \omega_m) \simeq r(\omega_L) \simeq 1$ で $\phi = n\pi + \delta\phi$ であることを考慮すると

$$\begin{aligned} P_r^{\text{PDH}} &\simeq 2P_0 J_0(m) J_1(m) \text{Im}[r(\omega_L)] \\ &= \frac{2P_0 J_0(m) J_1(m) t_1^2 r_2 \sin 2\phi}{1 + r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos 2\phi} \\ &\simeq \frac{4P_0 J_0(m) J_1(m) t_1^2 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} \delta\phi \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

この式から共振付近では

$$P_r^{\text{PDH}} \propto \delta\phi \quad (\text{A.9})$$

であることがわかる。

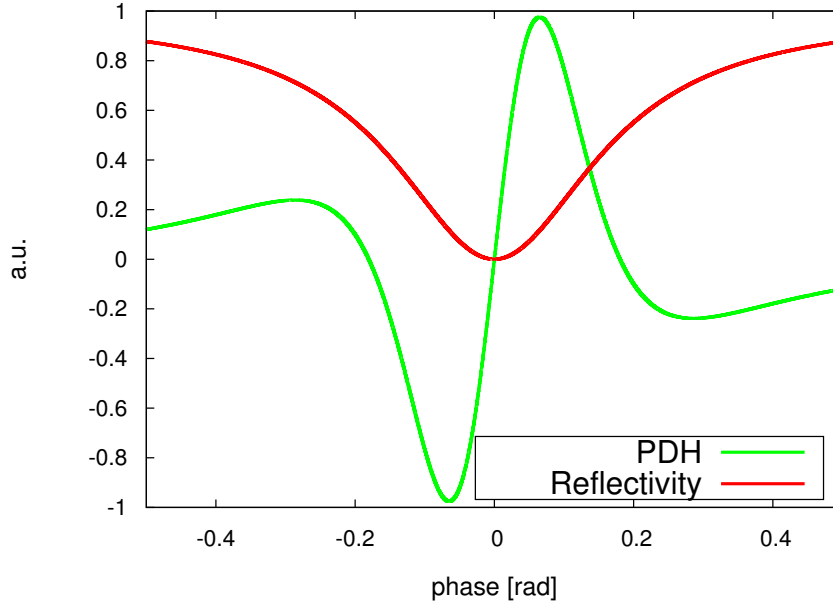


図 A.1: PDH 信号 (再掲)

Appendix B

フィードバック制御

本研究ではねじれ振り子制御や共振器制御などでフィードバック制御を用いたので、本章ではフィードバック制御について述べる。

B.1 フィードバック制御の基礎

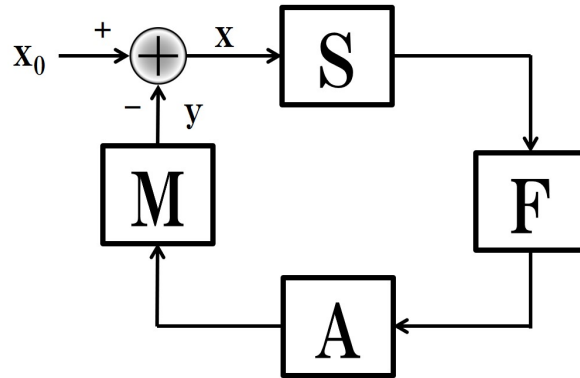


図 B.1: ブロックダイアグラム図

図 B.1 がフィードバック制御におけるブロックダイアグラムである。 x_0 が制御をかける前の揺らぎであり、 S のセンサーでそれを感知し、 F のフィルターで形を変え、 A のアクチュエーターで力を加える、 M のその他の伝達関数を介して信号がフィードバックされて制御されるという仕組みである。図の x, y での信号を式で表すと、

$$\begin{cases} x = x_0 - y \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{cases} y = SFAMx \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

である。 $G \equiv SFAM$ とおいてこれを解くと

$$x = \frac{1}{1 + G} x_0 \quad (\text{B.3})$$

となる。この式から揺らぎを制御前の $1/(1+G)$ に抑えることができていることがわかる。一般的に G は周波数の関数である。 $|G| = 1$ となる周波数を UGF (Unity Gain Frequency) という。 $|G| > 1$ となっているところが制御帯域である。

制御において $G = -1$ となると式 (B.3) より信号が発振してしまい、安定した制御とならない。つまり $|G| = 1$ (UGF) のときに位相が -180 度回ってしまうと発散してしまう。これを防ぐために、UGF で -180 度からの位相余裕を持たせる必要がある。位相余裕は $\arg(G) + 180$ 度で表される。

B.2 オープンループ伝達関数の測定

B.2.1 一般の制御

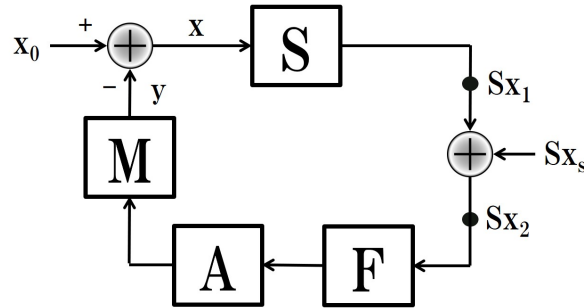


図 B.2: オープンループ伝達関数の測定図

オープンループ伝達関数 (G) を測定する方法は図 B.2 のようなセットアップでおこなわれる。オープンループの途中で信号 Sx_s を入れて、その直前と直後の信号の比を測定すればよい。実際に図を式で表すと

$$\begin{cases} x = x_0 - y & (B.4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Sx_1 = Sx & (B.5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Sx_2 = Sx_1 + Sx_s & (B.6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = SFAMx_2 & (B.7) \end{cases}$$

これを解くと

$$x_1 = \frac{1}{1+G}x_0 - \frac{G}{1+G}x_s \quad (B.8)$$

$$x_2 = \frac{1}{1+G}x_0 + \frac{1}{1+G}x_s \quad (B.9)$$

となる。 $x_s \gg x_0$ となるように信号 Sx_s を大きくすれば

$$G \simeq \frac{Sx_1}{Sx_2} \quad (B.10)$$

と求まる。

B.2.2 二重制御

この章で図 5.5 の補足説明を行う。

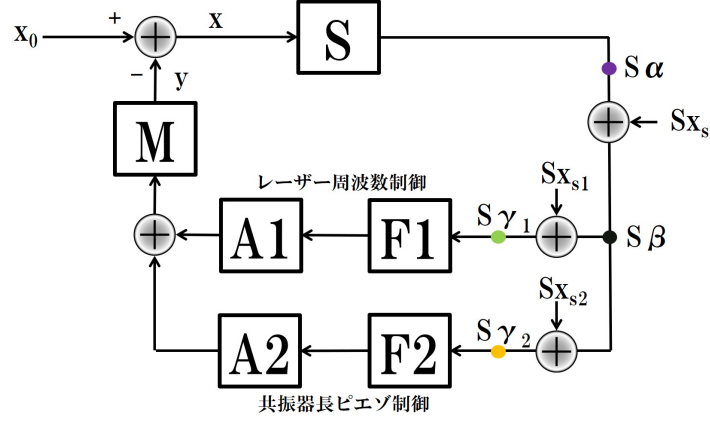


図 B.3: 二重制御オープンループ伝達関数の測定図

次に二重制御の場合を考える。図 B.3 の場合を考える。まず紫点でのオープンループ伝達関数を測定する場合を考える。 $Sx_{s1} = Sx_{s2} = 0$ とすると、

$$\begin{cases} x = x_0 - y \end{cases} \quad (B.11)$$

$$\begin{cases} S\alpha = Sx \end{cases} \quad (B.12)$$

$$\begin{cases} S\beta = S\alpha + Sx_s \end{cases} \quad (B.13)$$

$$\begin{cases} y = (SF_1A_1M + SF_2A_2M)\beta \end{cases} \quad (B.14)$$

となり、 $G_1 \equiv SF_1A_1M$ 、 $G_2 \equiv SF_2A_2M$ とすると、一般の制御の時と同様に

$$\frac{S\alpha}{S\beta} \simeq -(G_1 + G_2) \quad (B.15)$$

と求まる。

次に緑点での測定を考える。 $Sx_s = Sx_{s2} = 0$ とすると、

$$\begin{cases} x = x_0 - y \end{cases} \quad (B.16)$$

$$\begin{cases} S\beta = Sx \end{cases} \quad (B.17)$$

$$\begin{cases} S\gamma_1 = S\beta + Sx_{s1} \end{cases} \quad (B.18)$$

$$\begin{cases} y = (S\gamma F_1A_1 + S\beta F_2A_2)M \end{cases} \quad (B.19)$$

これを解くと

$$\beta = \frac{1}{1 + G_1 + G_2} (x_0 - G_1x_s) \quad (B.20)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + G_1 + G_2} (x_0 + (G_1 + G_2)x_s) \quad (B.21)$$

となる。よって、

$$\frac{S\beta}{S\gamma_1} \simeq -\frac{G_1}{1 + G_2} \quad (B.22)$$

と求まる。

黄色点での測定も $Sx_s = Sx_{s1} = 0$ とすると、対称性より同様にして

$$\frac{S\beta}{S\gamma_2} \simeq -\frac{G_2}{1+G_1} \quad (\text{B.23})$$

となる。

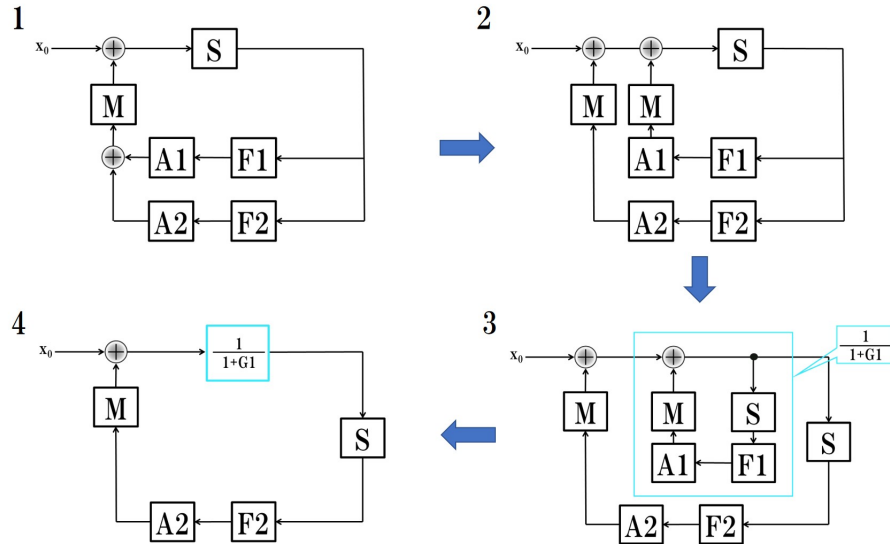


図 B.4: 直感的に求める方法

。

また、図 B.4 のようにダイアグラムを同値変形させて $G_2/(1+G_1)$ を求めることもできる。

Appendix C

電気回路

C.1 ねじれ振子制御に用いたフィルタ回路

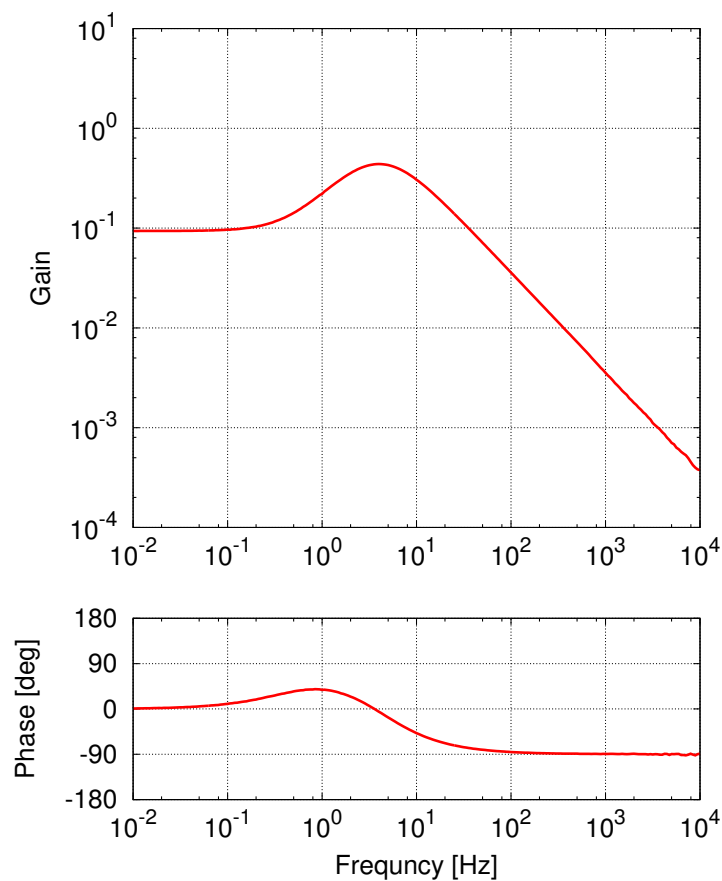


図 C.1: ねじれ振子制御に用いたフィルタ回路の伝達関数

図 C.1 がねじれ振子制御に用いたフィルタ回路の伝達関数である。

0.1 Hz から 3 Hz の周波数での位相補償回路である。ねじれ振子は共振周波数より高周波では $\propto f^{-2}$ であるので、位相を余裕をフィルタ回路でつくる必要がある。低い共振周波数を測定するために UGF を低くし、それに合わせて位相補償の周波数帯も低くした。

C.2 共振器制御に用いたフィルタ回路

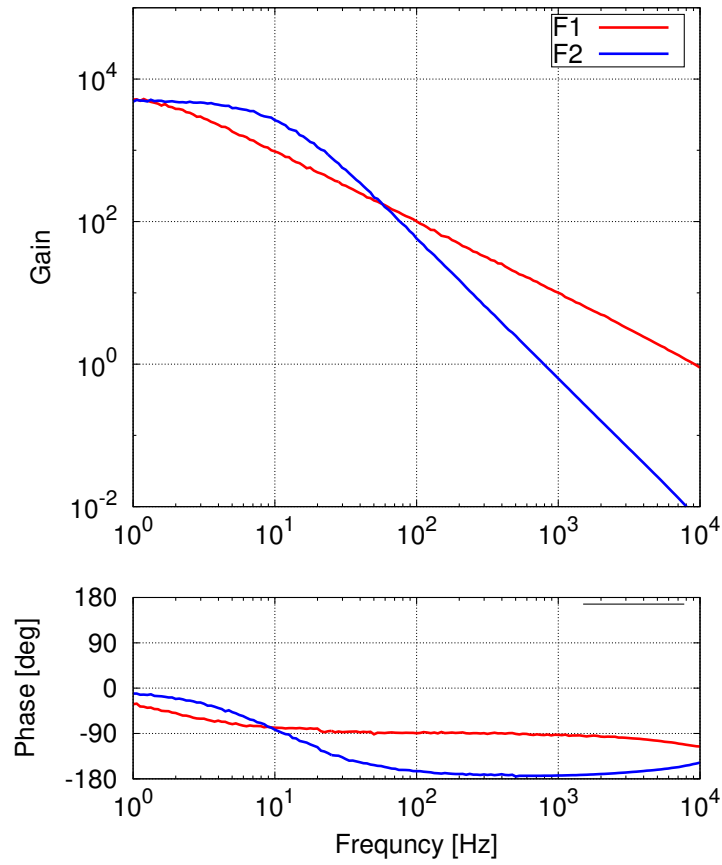


図 C.2: 共振器制御に用いたフィルタ回路の伝達関数

図 C.2 が共振器制御に用いたフィルタ回路の伝達関数である。図 5.5 に対応していて、赤線がレーザー周波数制御のフィルタ回路 (F1)、青線が共振器長制御のフィルタ回路 (F2) の伝達関数に相当する。

F1 はカットオフ周波数 1 Hz の一次のローパスフィルター。F2 はカットオフ周波数 10 Hz の二次のローパスフィルターである。

Appendix D

熔融石英の複屈折

本章では $\kappa_{\text{in}}/\kappa$ の評価のときに出てきた熔融石英の複屈折について述べる。そして今回の測定と式 (5.14) で得た複屈折によって生じたずれ

$$\delta_{\text{bire}} = 1.75 \pm 0.08 \text{ nm} \quad (\text{D.1})$$

が文献値に対してどれくらい合っているかについて評価する。

複屈折には応力が加わっていない場合で物質によって決まる複屈折と、応力を加えたときに生じる複屈折（光弾性）との2種類があるので分けて考えていく。

D.1 複屈折

複屈折は偏光の違いによって屈折率に差が出てしまう現象である。S 偏光が通過数ときの屈折率を n_s 、P 偏光が通過するときの屈折率を n_p とおくと、複屈折値 δn は、

$$\delta n = |n_s - n_p| \quad (\text{D.2})$$

とおける。

表 D.1: 複屈折の文献値 [35–37]

物質の種類	複屈折値 δn	本実験の共振器で生じる複屈折 ($\delta n \times 2d$)
熔融石英	$< 2 \times 10^{-7}$	$< 2.5 \text{ nm}$
サファイヤ	8×10^{-3}	0.1 mm
水晶	9.1×10^{-3}	0.12 mm

表 D.1 は、熔融石英、サファイヤ、水晶の複屈折率と本実験の共振器で生じる複屈折を表している。 d は今回用いた鏡の厚さであり $d = 6.35 \text{ mm}$ である。 $2d$ としたのは光の往復分を考慮している。比較してみると、熔融石英は非常に複屈折が小さい物質であることがわかる。

単純な複屈折の物性値でも今回の測定値 δ_{bire} は

$$\delta_{\text{bire}} = 1.75 \pm 0.08 \text{ nm} < 2.5 \text{ nm 物性値} \quad (\text{D.3})$$

を満たしており、複屈折が観測されていてもおかしくない値である。

D.2 光弾性

複屈折が小さな物質であっても、外部からの応力が働くことによってその物質の等方性が失われ複屈折が生じる。これを光弾性効果という。この光弾性効果は溶融石英でも実際に観測されている [38]。

光弾性でよく使われるパラメータとして光弾性係数というものがある。応力を T [Pa]、物質の厚さを d [m]、位相差（複屈折によってずれる距離）を δ_{bire} [m] とおくと、光弾性係数 β は、

$$\beta = \frac{\delta_{\text{bire}}}{Td} \quad (\text{D.4})$$

となる。

本研究では鏡をねじ止めによって固定している。ここからは溶融石英の複屈折値 $\delta n = 0$ と仮定した際のねじ止めの応力を計算する。式 (D.4) を用いればねじ止めによる応力が計算できる。

溶融石英の光弾性係数は $\beta = 3.5 \times 10^{-12}$ /Pa であり [37]、 $d = 2 \times 6.35$ nm、 $\delta_{\text{bire}} = 1.75$ nm を式 (D.4) に代入すると、

$$T = 3.9 \times 10^4 \text{ Pa} \quad (\text{D.5})$$

となる。今回ねじ止めのねじは M3 を使っており、直径が 3 mm とすると、M3 ねじの断面積は $7 \times 10^6 \text{ m}^2$ である。するとねじによって鏡にかかっている力 F_{screw} は、

$$F_{\text{screw}} = 0.28 \text{ N} \quad (\text{D.6})$$

となり、オーダーとしては想定できる値である。

このように溶融石英の複屈折は応力が働かない場合と働いた場合の二種類があるが、どちらにせよ今回測定した値は計算値から見ても想定できる値といえる。

Bibliography

- [1] M. Arndt and K. Hornberger,
“Testing the limits of quantum mechanical superpositions,”
[Nat. Phys.](#), vol. 10, no. 4, pp. 271-277, 2014.
- [2] S. Eibenberger, S. Gerlich, M. Arndt, M. Mayor, and J. Tüxen,
“Matter-wave interference of particles selected from a molecular library with masses exceeding 10000 amu,”
[Phys. Chem. Chem. Phys.](#), vol. 15, no. 35, p. 14696, 2013.
- [3] C. M. Caves, K. S. Thorne, R. W. P. Drever, V. D. Sandberg, and M. Zimmermann,
“On the measurement of a weak classical force coupled to a quantum-mechanical oscillator. I. Issues of principle,”
[Rev. Mod. Phys.](#), vol. 52, no. 2, pp. 341-392, 1980.
- [4] J. Chan et al.,
“Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state,”
[Nature](#), vol. 478, no. 10461, pp. 89-92, 2011.
- [5] J. D. Teufel et al.,
“Sideband Cooling Micromechanical Motion to the Quantum Ground State,”
[Nature](#), vol. 475, no. 7356, pp. 359-363, 2011.
- [6] R. W. Peterson et al.,
“Laser Cooling of a Micromechanical Membrane to the Quantum Backaction Limit,”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 116, no. 6, pp. 1-6, 2016.
- [7] B. P. Abbott et al.,
“GW150914: The advanced LIGO detectors in the era of first discoveries,”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 116, no. 13, pp. 1-12, 2016.
- [8] M. Bawaj et al.,
“Probing deformed commutators with macroscopic harmonic oscillators,”
[Nat. Commun.](#), vol. 6, no. May, p. 7503, 2015.
- [9] N. Matsumoto, K. Komori, Y. Michimura, G. Hayase, Y. Aso, and K. Tsubono,
“5-Mg Suspended Mirror Driven By Measurement-Induced Backaction,”
[Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.](#), vol. 92, no. 3, pp. 6-11, 2015.

-
- [10] A. R. Neben, T. P. Bodiya, C. Wipf, E. Oelker, T. Corbitt, and N. Mavalvala,
“ Structural thermal noise in gram-scale mirror oscillators, ”
[New J. Phys.](#), vol. 14, 2012.
- [11] S. Singh, G. A. Phelps, D. S. Goldbaum, E. M. Wright, and P. Meystre,
“ All-optical optomechanics: An optical spring mirror, ”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 105, no. 21, pp. 1-4, 2010.
- [12] G. Guccione et al.,
“ Scattering-free optical levitation of a cavity mirror, ”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 111, no. 18, pp. 1-5, 2013.
- [13] Y. Michimura, Y. Kuwahara, T. Ushiba, N. Matsumoto, and M. Ando,
“ Optical levitation of a mirror for reaching the standard quantum limit, ”
[Optics Express Vol. 25, Issue 12](#), pp. 13799-13806 , 2017.
- [14] 桑原祐也
巨視的量子現象の観測に向けた 光輻射圧による鏡の支持方法の開発
[東京大学修士論文 \(2016\)](#)
- [15] C. Jonsson,
“ Electron Diffraction at Multiple Slits, ”
[Am. J. Phys.](#), vol. 42, no. 1, p. 4, 1974.
- [16] W. Heisenberg,
“Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik,
”
[Z. Phys.](#) 43, 172 (1927)., vol. 43, no. 3-4, pp. 172-198, 1927.
- [17] H. Müller-Ebhardt,
“ On quantum effects in the dynamics of macroscopic test masses, ”
[Doctoral thesis, Hannover University](#), 2009.
- [18] L. Diasi,
“ Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations, ”
[Phys. Rev. A](#), vol. 40, no. 3, pp. 1165-1174, 1989.
- [19] H. Müller-Ebhardt, H. Rehbein, R. Schnabel, K. Danzmann, and Y. Chen,
“ Entanglement of macroscopic test masses and the standard quantum limit in laser interferometry, ”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 100, no. 1, pp. 1-4, 2008.
- [20] W. Marshall, C. Simon, R. Penrose, and D. Bouwmeester,
“ Towards Quantum Superpositions of a Mirror, ”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 91, no. 13, p. 130401, 2003.

-
- [21] 安東正樹
Fabry-Perot 型レーザー干渉計重力波検出器の制御
東京大学修士論文 (1996)
- [22] 小森健太郎
巨視的振動子の遠隔光冷却
東京大学修士論文 (2016)
- [23] T. Corbitt et al.,
“ An all-optical trap for a gram-scale mirror, ”
[Phys. Rev. Lett.](#), vol. 98, no. 15, pp. 11-14, 2007.
- [24] S. Solimeno, F. Barone, C. De Lisio, L. Di Fiore, L. Milano, and G. Russo,
“ Fabry-Pérot resonators with oscillating mirrors, ”
[Phys. Rev. A](#), vol. 43, no. 11, pp. 6227-6240, 1991.
- [25] R. Flaminio, J. Franc, C. Michel, N. Morgado, L. Pinard, and B. Sassolas,
“ A study of coating mechanical and optical losses in view of reducing mirror thermal noise in gravitational wave detectors, ”
[Class. Quantum Gravity](#), vol. 27, no. 8, 2010.
- [26] 桑原祐也 光学浮上まとめいろいろ (2016)
- [27] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt,
“ Cavity optomechanics, ”
[Rev. Mod. Phys.](#), vol. 86, no. 4, pp. 1391-1452, 2014.
- [28] P. R. Saulson,
“ Thermal noise in mechanical experiments, ”
[Phys. Rev. D](#), no. October, pp. 2437-2445, 1990.
- [29] Y. Levin,
“ Internal thermal noise in the LIGO test masses: A direct approach, ”
[Phys. Rev. D](#), vol. 57, no. 2, pp. 659-663, 1998.
- [30] G. M. Harry et al.,
“ Thermal noise in interferometric gravitational wave detectors due to dielectric optical coatings, ”
[Class. Quantum Gravity](#), vol. 19, pp. 897-917, 2002.
- [31] C. Genes, D. Vitali, P. Tombesi, S. Gigan, and M. Aspelmeyer,
“ Ground-state cooling of a micromechanical oscillator: Comparing cold damping and cavity-assisted cooling schemes, ”
[Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.](#), vol. 77, no. 3, pp. 1-9, 2008.
- [32] 道村唯太 強度安定化とショットノイズ (2012)
<http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/michimura/document/noteSNLISS.pdf>

-
- [33] D. V. Martynov et al.,
“Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy,”
[Phys. Rev. D](#), vol. 93, no. 11, pp. 1-19, 2016.
- [34] D. Shoemaker, R. Schilling, L. Schnupp, W. Winkler, K. Maischberger, and A. Rüdiger,
“Noise behavior of the Garching 30-meter prototype gravitational-wave detector,”
[Phys. Rev. D](#), vol. 38, no. 2, pp. 423-432, 1988.
- [35] 沼田健司 溶融石英再考 (2000)
http://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/seminar/pdfs/Seminar_2000_11_21.pdf
- [36] 石英ガラス技術ガイド-2 石英ガラスの光学的特性
<https://www.sqp.co.jp/seihin/catalog/pdf/g2.pdf>
- [37] 複屈折元評価装置 PA-100,WPA-100 のご紹介
<https://www.photonic-lattice.com/site/assets/files/1087/pa-wpa-1102.pdf>
- [38] R. Priestley,
“Birefringence dispersion in fused silica for DUV lithography,”
[SPIE.digital library](#), vol. 4346, pp. 1300-1305, 2001.
- [39] A. E. Siegman and L. Fellow,
“Laser Beams and Resonators : The 1960s,”
[IEEE journal](#), vol. 6, no. 6, pp. 1380-1388, 2000.
- [40] 道村唯太 光共振器基礎 (2012)
<http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/michimura/document/noteOpticalCavity.pdf>
- [41] 麻生洋一
補助干渉計による Fabry-Perot 干渉計の安定化
東京大学修士論文 (2002)
- [42] 道村唯太 Notes on the Pound-Drever-Hall technique (2010)
<http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/michimura/document/notePDH.pdf>
- [43] E. D. Black,
“An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization,”
[Am. J. Phys.](#), vol. 69, no. 1, pp. 79-87, 2001.

Acknowledgements

本研究をおこなうにあたって、本当に多くの人に助けられました。ここに感謝の意を示したいと思います。

指導教員の安東正樹准教授はつねに優しく見守って下さる存在でした。進路相談をしに行った際にはすごく私のことを気にかけてくれ、KAGRA や国立天文台に行かせていただきました。とても貴重な経験でした。また、EOM を壊してしまった際もすぐにメーカーに問い合わせ文句の一つも言わずに修理に出していただきました。基本的に安東研は自由な雰囲気で何かに縛られることがない雰囲気があったので、何かに縛られるのが苦手な私でもとても楽しく研究に取り組むことができました。ありがとうございました。

安東研究室の道村唯太助教は特別実験のときからお世話になりました。入口近くの席に質問しに行くと、優しく丁寧に基本的なことを教えていただきました。研究室の学生がだれもわからなかった共振ピークが割れる原因に対して、偏光なのではと言ってくださり、 $\lambda/4$ を回したら本当にピークが変わったときはやはり助教は違うと思いました。また道村氏の作った文書は非常にわかりやすいものが多く、本論文執筆において非常に参考にさせていただきました。あと陰ながら私の作った犬のスライドをほめていただきありがとうございました。

東京大学宇宙線研究所特別研究員の牛場崇文氏には私が修士 1 年のときに実験の回路の作り方や共振器のアライメントの取り方など、実験の基礎的なことを多く教えていただきました。1 週間に一度安東研のミーティングのときに現れて、その日はいつも修士 1 年の学生に対して研究室でいろいろ教えて下さるので毎週金曜日は当時の修士 1 年の間では牛場さんの日になっていました。

安東研究室 OB の桑原祐也氏はサンドイッチ型共振器の光学浮上の検証実験を始めた方で、サンドイッチ型共振器やねじれ振子子の取り扱い方をはじめ、基礎的なことをホワイトボードで分かりやすく教えていただきました。私が修士論文執筆の際も何度も質問のメールを送りうっとうしく思ってもおかしくない状況でしたが、丁寧に答えていただき非常にありがたかったです。

安東研究室博士課程 2 年の小森健太郎氏は私が実験で結果が出ずに困っていた 11 月 12 月に特に助けていただきました。私が遅くまで実験している中、ほぼ毎日帰り際にわざわざ実験室によって来てくれて相談に乗ってくれる優しい先輩でした。光てこでのロックの仕方や、ねじれ振子子のピコモーターの扱い方、共振器内パワーの評価の仕方など教わっ

たことは数えきれません。「-2 乗のローパスで制御をかけてみれば？」と言われた 1 分後に本当に制御がかかったときは本当に頭が上がりませんでした。ありがとうございました。あとは日光で二時間も運転していただきありがとうございました。

安東研究室博士課程 1 年の有富尚紀氏はいつもクールな感じで隣の席で質問すると優しく教えていただきました。特に私が初めての輪講の準備に詰まっていたときに、質問への対応などを一緒に考えていただきました。また非常に乗りがよく、有富氏が修士論文執筆で忙しい中でも飲み会に誘うと来てくれました。

安東研究室博士課程 1 年の榎本雄太郎氏には共振器制御で使う RFPD を貸していただきました。当時私がなかなか PDH 信号が見つからずに困っていたときに榎本氏が夏の暑い中一生懸命作っていた共振ゲインの高い RFPD を仕方なく貸していただいたときは本当に助かりました。ありがとうございました。

安東研究室博士課程 1 年下田智文氏は私が困っていたときにはいつも助けてくれました。まずは共振器制御で「レーザーの周波数と共振器長のダブルで制御すればいいんじゃないか」という考えを深夜 11 時過ぎごろの帰り際に出してくれ、その二日後にロックがかかりました。PD の前にピコモーターを取り付ける話や、ピエゾのヒステリシスの話を聞かせていただき、ありがとうございました。またアイデアの考案だけでなく、装置が不足しているときに、さっとダンピングの磁石を出してくれたり、位相補償回路や増幅回路、ただのスイッチなど、必要なものは何でも出してくれるまさにドラえもんのような存在でした。

内山研究室博士課程 1 年の長野晃士氏にも大変面倒をみていただきました。光学浮上実験はそれまで私が一人で寂しく細々と取り組んでいた実験でしたが、ある時突然長野氏が現れ光学浮上実験に目を付けていただきました。光学浮上をここからどのように取り組んでいけばいいかの見通しを必死に考えていただき、安東研の中間報告会で光学浮上だけで 70 枚以上のスライドを作り何時間も発表しているのを見て本当にすごいと思いました。またグラフの書き方であったり、光学系の組み方、PDH の位相の合わせ方など一つ一つ丁寧に教えていただきありがとうございました。

安東研究室修士課程 2 年の酒井譲氏には異方性実験で使っている周波数を変えられるレーザーを貸していただきました。あのレーザーがなかったらロックがかかってないことを思うと本当に感謝しています。酒井氏は実験をものすごく計画通りに進めているのを脇で見ていて本当に感心していました。レーザーを借りられたのも酒井氏が非常に計画的に実験を進めていたおかげです。また修士論文でも酒井氏の執筆スピードがすごく早かったので、普段は締め切り間際の私も頑張ろうと思うことができました。

安東研究室修士課程 2 年の武田紘樹氏は会うたびに「修論終わった？」と声をかけてくる非常に気配りののできる同期でした。つねに笑みを浮かべながらも私がなかなか実験が進まないことに対して本当は気にかけてくれ、ローカルオシレータを貸してくれたり、EOM

を見つけてきてくれたりしてくれました。私がレーザーアンプの2 kHzの共振を見つけて大騒ぎしていたときも、隣で冷静に状況を分析し解決してくれました。本当に頼りになるし、おもしろい同期でした。

安東研究室修士課程1年の黄靖斌氏には主に英語面で助けていただきました。学会や修士論文の英語の題名を決める際に最終決定権はつねに黄氏でした。あとは黄氏にとっては全く興味のない甲子園博物館に二時間も一緒に付き合ってくれてありがとうございました。

安東研究室修士課程1年の川崎拓也氏は光学浮上実験と一緒に取り組みました。11月になかなか共振器がロックせずがっかりしていたときに川崎氏には「実験はそういうもんです」と何度も励まされました。なかなか進捗は生まれない中それでも川崎氏と一緒に実験するのは楽しかったです。「オシロを変えてみましょう。」あの川崎氏の言葉がなければ、サンドイッチ型共振器のアライメントは永遠に合わせられずに終わっていたでしょう。

安東研究室修士課程1年の高野哲氏は光てこでねじれ振り子に取り付けるための鏡をくれたことを感謝しています。なかなか小さくて薄い鏡が見つからない中、高野氏が取り組んでいたセンターオブパーカッション実験で使っていた鏡を分けてくれました。もらった鏡は今も大切に光てこ制御に使われています。

物理学科試作室の大塚茂巳氏はねじれ振り子の製作をおこなっていただきました。設計図を見せると「文字が小さい」といつも怒られましたが、それでも設計通りに作っていただきありがとうございました。

物理事務分室の庭田まゆ子氏は近距離旅費や物品の購入の際に主にお世話になりました。分室に行くときさわやかに応対していただき、ホノルルマラソンの話や宮崎のおすすめのお店を教えてくださいました。

これだけでなく、家族や友人などここでは書ききれなかった多くの人に助けてもらったおかげで無事修士論文を執筆することができました。ありがとうございました。