## 修士論文

# ねじれ型重力波望遠鏡TOBAのための 能動防振系の開発

## 東京大学 理学系研究科 物理学専攻 安東研究室

## 高野 哲

# 目次

第1章	はじめに	1
第2章	重力波とその検出	3
2.1	重力波の導出・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	З
	2.1.1 計量テンソルと測地線方程式	З
	2.1.2 リーマンテンソルと Einstein 方程式	4
	2.1.3 Einstein 方程式の線形化	4
	2.1.4 重力波の平面波解	5
	2.1.5 自由質点に対する重力波の影響	6
	2.1.6 重力波の偏波	7
2.2	2   重力波源	8
	2.2.1 重力波の放射	8
	2.2.2 重力波源	8
2.3	3 重力波の検出	9
	2.3.1 共振型検出器	9
	2.3.2 レーザー干渉計	10
	2.3.3 宇宙重力波検出器	10
	2.3.4 パルサータイミング	10
	2.3.5 ドップラートラッキング	10
第3章	ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA	11
3.1	原理	11
	3.1.1 重力波に対する応答	11
	3.1.2 周波数応答	12
3.2	2   観測対象	13
	3.2.1 中間質量ブラックホール連星	14
	3.2.2 背景重力波	14
	3.2.3 Newtonian Noise	15
	3.2.4 地震速報	15
3.3	3 TOBA 開発のロードマップ	16

		3.3.1 Final TOBA
		3.3.2 開発計画
		3.3.3 先行研究
	3.4	Phase-III TOBA
		3.4.1 観測対象
		3.4.2 基本構成
		3.4.3 開発項目
		3.4.4 その他の雑音源 26
		3.4.5 デザイン感度
ケィキ		
<b>弗</b> 4 早		
	4.1	ノイートバック制御埋論 30
		4.1.1 一般論
	4.0	4.1.2 地面の能動防振
	4.2	Phase-III IOBA におりる 記動 的版
		4.2.1       感染点の振動
	10	4.2.2 冷凍機の振動
	4.3	
		4.3.1 アクテュエーターレンジ
	1 1	4.5.2 ノレームの構造による共孤 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	4.4	能動防弧米の計和
		4.4.1 (開成
		4.4.2 谷日田良の万融 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	15	4.4.5 前脚术 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	4.0	天殿和木・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
		4.5.1 <i>オーノンルーノ</i> 仏建関数の測定 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	16	4.0.2 地面派到スペットル
	4.0	ろ宗 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		4.6.1 尚尚波致帝(>1Hzでの性能) 4.6.2 低周波数帯(>1Hzでの性能) 58
第5章		傾斜系の開発 61
	5.1	モチベーション
		5.1.1 傾き地面振動の影響61
		5.1.2 並進信号と傾斜信号の分離 62
	5.2	傾斜計の設計
		5.2.1 傾斜計の種類 62
		5.2.2 機械系の設計 63
		5.2.3 角度読み取り

	5.2.4 傾斜計の構成	65
第6章	まとめと今後の展望	67
6.1	本研究の結果・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	67
	6.1.1 能動防振系の開発	67
	6.1.2 傾斜計の設計	67
6.2	今後の展望...................................	67
	6.2.1 能動防振系	67
	6.2.2 傾斜計の開発	68

## <sup>第1章</sup> はじめに

有史以来,人類が宇宙を観測する手段は光,すなわち電磁波であった.しかし現在では電磁波による 宇宙の観測に限界があり,宇宙の晴れ上がり以前の初期宇宙や,ブラックホールや超新星といった天 体の内部構造など,電磁波では観測ができない事象があることがわかってきた.電磁波に変わる我々 の新しい「目」,それが重力波である.

重力波とは、一般相対性理論によって預言された時空の歪みが伝播する波動 [1] である. 重力波 の特徴は透過性の高さであり、従来の電磁波望遠鏡では観測が困難である対象を観測することがで きる. 一方で、その振幅は極めて微弱であるために検出は難しいであろうと考えられてきた. しか し 1970 年代、Taylor らによる連星パルサー PSR1913+16 の公転周期の変化の観測から初めて間接 的に重力波の存在が証明され [2]、そして 2015 年 9 月 14 日にアメリカの重力波望遠鏡 Advanced LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) によってついに直接重力波を観測する ことに成功した [3]、ここに人類は有史以来初めて「光」以外の観測手段を手にしたのである。

この LIGO による初検出以来重力波の直接検出は続々と報告されており [4], さらには 2017 年に はイタリアの検出器 Advanced Virgo が観測に加わるなど,重力波天文学が活発になりつつある.こ れまでの重力波の観測では,一般相対論を超える修正重力理論への制限 [5],ガンマ線バーストや重 元素の起源への示唆 [6] などの科学的成果を挙げている.

一方で,LIGO や Virgo などの大型干渉型検出器では鏡を振り子状に懸架しており,その共振周 波数 (~1 Hz) 以下では地面振動の影響が大きい上に重力波への応答も低下するため,観測可能な重 力波の周波数は 10 Hz 程度以上に制限されている [7].より低い 0.1 Hz 帯の低周波数には中間質量 BH(IMBH) 連星の合体による重力波が存在し,巨大質量 BH の起源の手がかりになると考えられてい る [8].また初期宇宙の量子揺らぎ起源の背景重力波は低周波ほど振幅が大きいと予想され,観測さ れればインフレーション理論に大きな知見をもたらす [9].重力波天文学のさらなる発展には,現在 の重力波望遠鏡では観測困難な低周波数の重力波観測が不可欠である.

現在, これらの重力波探査を目指してヨーロッパの LISA [10] や日本の DECIGO [11] など宇宙重 力波望遠鏡の計画が進められている. 宇宙では地面振動の影響から逃れられ, かつ懸架する必要がな いために数 mHz から数 Hz の低周波数帯での観測が可能で, 地上の大型干渉計で観測不可な領域を カバーすることができる. 一方, 宇宙に打ち上げるためには膨大な時間とコストがかかること, また 一度打ち上げた後には再調整や改良をすることができない, といった欠点もある.

そこで我々のグループは、剛体のねじれ回転から重力波信号を読み取る、ねじれ型重力波望遠 鏡 TOBA を考案した [12]. ねじれ回転モードの共振周波数は数 mHz であるから、地上においても 0.1Hz-数 Hz 帯の大型干渉計では検出困難な重力波を検出可能である. TOBA で測定可能な振幅は宇宙望遠鏡よりも2桁以上大きいものに限られるが,一方で宇宙に打ち上げるよりもコストを抑えることができ,メンテナンスも容易であるなど宇宙望遠鏡の欠点をカバーしている.

我々はこれまでに幾つかのプロトタイプの開発を行い,感度を制限しうる主要な雑音源が明らかに してきた. これを受けて,次なる開発段階として小型スケール (~35 cm) での低温ねじれ振り子であ る Phase-III TOBA 計画が進められている. Phase-III TOBA が目指すのは,そのままスケールを大 型化 (10 m) にすれば最終目標感度に到達できるレベルまで雑音を抑えることである. 具体的には, 35cm の試験マスを用いて 0.1Hz において  $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$  を達成することを目指している.

今回, 我々は Phase-III TOBA において主要な雑音の一つである地面振動雑音の低減に関する研究 を行った. 並進地面振動がねじれ回転方向の信号に伝達される雑音はカップリング雑音と呼ばれ, 系 の非対称性に起因して生じる. 先行研究 [13] においてはカッップリングの大きさを低減する手法の開 発を行ったが,本研究はそれとは異なるアプローチとして,並進地面振動そのものの低減を試みた. 振り子を用いた受動防振では TOBA の観測帯域 (0.1 Hz) における防振性能はほぼないため,フィー ドバック制御を用いた能動防振を行う必要がある.本研究ではこの能動防振系の開発を行った.また 開発にともない,傾斜地面振動が能動防振系の性能を損ねる可能性があることが判明した.そこで, 並行する形で傾斜地面振動を測定するための傾斜計の設計も行った.

本論文では、まず第2章でまずは重力波の基本的な性質や重力波源、検出器について述べる. 続 く第3章ではねじれ振り子型重力波検出器 TOBA の原理について述べ、現在研究が進められている Phase-III TOBA 計画について紹介する. 第4章では Phase-III における能動防振の役割について述 べた後、実際に能動防振を行う実験を行い、その結果を述べる. 第5章ではこれまでと異なり、傾斜 計の設計及び開発状況について述べた後、最後の第6章でこれまでの結果をまとめる.

## <sub>第2章</sub> 重力波とその検出

重力波とは、時空の歪みが波動として伝播する現象である。重力場による時空の歪みを記述する Einstein 方程式を、平坦な時空からのずれが十分小さいとして線形化した際の 波動解として得られる。

この章では、まず弱い重力場における Einstein 方程式から計量を線形化し、重力波を導出する、次に主な重力波源及び重力波の検出方法について議論する。

### 2.1 重力波の導出

#### 2.1.1 計量テンソルと測地線方程式

一般相対性理論によれば、時空上の 2 点  $x_{\mu} = (ct, x, y, z) \ge x_{\mu} + dx_{\mu}$ の間の距離は

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \tag{2.1}$$

で与えられる. \*<sup>1</sup>

ここで  $g_{\mu\nu}$  は計量テンソルと呼ばれる、時空の構造を表すテンソルである。例えば重力場のない平 坦な時空の場合、

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.2)

と表される.

計量テンソルがわかると時空の幾何学的性質がわかり,自由落下する質点の運動を知ることができる.この質点が描く軌跡は測地線と呼ばれ,次の測地線方程式によって表される.

$$\frac{d^2 x^{\mu}}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta}(x) \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \frac{dx^{\beta}}{d\tau} = 0$$
(2.3)

ここで *τ* は粒子の固有時である. Γ<sup>μ</sup> αβ はクリストッフェル記号と呼ばれ, 以下の式で表される:

$$\Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(g_{\alpha\nu,\beta} + g_{\nu\beta,\alpha} - g_{\alpha\beta,\nu})$$
(2.4)

<sup>\*&</sup>lt;sup>1</sup> 座標は  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = x$ ,  $x^2 y$ ,  $x^3 = z$  とする. ここで c は光の速度である. 添字については、ギリシャ文字 ( $\alpha, \beta, ...$ ) の添え字は {0,1,2,3}を、ラテン文字 (i, j, k, ...) の添え字は 1,2,3 をとるものとする.

#### 2.1.2 リーマンテンソルと Einstein 方程式

次に、時空の曲がり具合を特徴付ける量としてリーマンテンソル  $R^{\mu}_{
ulphaeta}$ 

$$R^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta} = \Gamma^{\mu}{}_{\nu\beta,\alpha} - \Gamma^{\mu}{}_{\nu\alpha,\beta} + \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\rho}\Gamma^{\rho}{}_{\nu\beta} - \Gamma^{\mu}{}_{\beta\rho}\Gamma^{\rho}{}_{\nu\alpha}$$
(2.5)

リッチテンソル *R*<sub>αβ</sub>

$$R_{\mu\nu} = R^{\lambda}{}_{\mu\lambda\nu} = g^{\rho\lambda}R_{\rho\mu\lambda\nu} \tag{2.6}$$

リッチスカラー

$$R = R^{\mu}{}_{\mu} = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \tag{2.7}$$

#### を定義する. \*<sup>2</sup>

これらの量は,時空の物質の分布を表す量であるエネルギー運動量テンソル *T<sup>µv</sup>* と次の関係にある:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$
(2.9)

 $T_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta}T^{\alpha\beta}$ はこれが Einstein 方程式である.

#### 2.1.3 Einstein 方程式の線形化

次に、時空がほぼ平坦な場合に  $g_{\mu\nu}$  のずれを摂動として扱い、(2.9) を 1 次の摂動まで考慮することで線形化する.まず、 $g_{\mu\nu}$ を

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \tag{2.10}$$

と平坦な時空  $\eta_{\mu\nu}$  とそこからの微小なずれ  $h_{\mu\nu}$ (ただし  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ ) に分離する. これを用いると, 例 えば  $g^{\mu\nu}$  は

$$g^{\mu\nu} = (g_{\mu\nu})^{-1} = (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})^{-1}$$
(2.11)

$$= \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} + O(h^2) \tag{2.12}$$

のように書ける. ただし  $h^{\mu\nu} = \eta^{\mu\alpha}\eta^{\nu\beta}h_{\alpha\beta}$  であり、以下同様に添字の上げ下げは  $\eta_{\mu\nu}$  を用いて行う. 同様に、クリストッフェル記号は

$$\Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}(h_{\alpha\nu,\beta} + h_{\nu\beta,\alpha} - h_{\alpha\beta,\nu}) + O(h^2)$$
(2.13)

となる. これを用いてリーマンテンソル, リッチテンソル, リッチスカラーは

$$R^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta} \simeq \frac{1}{2} \eta^{\mu\lambda} (h_{\beta\lambda,\mu\alpha} - h_{\alpha\lambda,\mu\beta} + h_{\mu\alpha,\beta\lambda} - h_{\mu\beta,\nu\alpha})$$
(2.14)

$$R_{\mu\nu} \simeq \frac{1}{2} (h^{\lambda}{}_{\nu,\lambda\mu} + h^{\lambda}{}_{\mu,\lambda\nu} - h_{\mu\nu}{}^{,\lambda}{}_{\lambda} - h^{\lambda}{}_{\lambda,\mu\nu})$$
(2.15)

 $R \simeq h^{\mu\nu}{}_{,\mu\nu} - h^{\mu}{}_{\mu}{}_{,\nu}{}^{,\nu} \tag{2.16}$ 

$$A_{,\mu} \equiv \frac{\partial A}{\partial x^{\mu}} \tag{2.8}$$

<sup>\*&</sup>lt;sup>2</sup> 以下,カンマの後の添え字はその添字による微分を表す:

と表される. さらにこれらを式 (2.9) に代入すると、線形化された Einstein 方程式

$$\frac{1}{2}(h^{\rho}{}_{\mu,\rho\nu} + h^{\rho}{}_{\nu,\mu\rho} + \eta_{\mu\nu}\Box h - \Box h_{\mu\nu} - h, \mu\nu - \eta_{\mu\nu}h^{\alpha\beta}{}_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$
(2.17)

が得られる. ただし

$$h = \eta^{\mu\nu} h_{\mu\nu} \tag{2.18}$$

で,

$$\Box = \eta^{\mu\nu} \partial_{\mu} \partial_{\nu} \tag{2.19}$$

$$= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
(2.20)

はダランベルシャンである.

次に、式(2.17)を簡単にするために以下の量を導入する.

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h$$
 (2.21)

また h には座標変換に対して自由度残っているが、ここでは Lorentz gauge をとる:

$$\bar{h}^{\mu\nu}_{,\nu} = 0 \tag{2.22}$$

これらを式 (2.17) に代入すると,

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
(2.23)

と簡略化される.以下,この表式を線形化された Einstein 方程式と呼ぶ.

#### 2.1.4 重力波の平面波解

真空中においては  $T^{\mu\nu} = 0$  であるから,式 (2.23) は

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{2.24}$$

となる.

ここで次のような  $h_{\mu\nu}$  を仮定する:

$$\bar{h}_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} e^{ik_{\mu}x^{\mu}}$$
(2.25)

 $a_{\mu\nu}$ は振幅,  $k^{\mu} = (\omega, k_x, k_y, k_z)$ は波数ベクトルである.  $h_{\mu\nu}$ の性質から,

$$a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu}, \quad a_{\mu\nu}k^{\mu} = 0, \quad k_{\mu}k^{\mu} = 0$$
 (2.26)

を満たす. また, まだ残っている座標変換の自由度として以下の Transverse Traceless gauge (TT gauge) をとる:

$$h_{\mu 0} = 0, \quad h_{\mu \nu}{}^{,\mu} = 0, \quad h^{\mu}{}_{\mu} = 0$$
 (2.27)

さらに、z方向から角振動数  $\omega$ の重力波が入射しているとすると、 $k^{\mu} = (\omega, 0, 0, \omega/c)$ であるから

$$a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & h_{+} & h_{\times} & 0\\ 0 & h_{\times} & -h_{+} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.28)

のように書くことができる.これにより,重力波には  $h_+$  と  $h_x$  の 2 つの自由度(偏波モード)がある ことがわかる.

#### 2.1.5 自由質点に対する重力波の影響

時空上の自由質点に対して、重力波が与える影響を考える。ゲージの取り方により描像が異なる が、得られる物理は等価である。

#### TT gauge

まず,前節で与えた TT gauge をとる場合を考える.これは平坦な時空上で静止している質点を考えることに対応する.

 $\tau = 0$  に質点が静止していた, すなわち

$$\left. \frac{dx^{\mu}}{d\tau} \right|_{\tau=0} = (1,0,0,0)^{T} \tag{2.29}$$

であったとする. このとき測地線方程式は

$$\left. \frac{d^2 x^{\mu}}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} = -\Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta} \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \frac{dx^{\beta}}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = -\Gamma^{\mu}{}_{00}$$
(2.30)

$$=\frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}(h_{0\nu,0}+h_{\nu0,0}-h_{00,\nu})=0$$
(2.31)

となり、 $\tau = 0$ において重力波は質点に加速度を与えず、その後の時間発展においても質点の座標は 変化しないことがわかる。この結果は、TT gauge においては粒子に働く力を打ち消すように座標が 変化することを表しており、TT gauge における重力波の影響を調べるには座標に依存しない固有距 離を考えなくてはならない。

重力波が z 軸方向から入射した際に、時空上の 2 点  $x^{\mu} = (0,0,0,0)$  と  $x'^{\mu} = (0,\xi,0,0)$  の間の固有 距離は

$$\delta l = \int |ds^2|^{1/2} = \int |g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}|^{1/2} = \int_0^{\xi} dx |g_{11}|^{1/2}$$
(2.32)

$$\simeq \left(1 + \frac{1}{2}h_{11}\right)\xi\tag{2.33}$$

となる. したがって,重力波によって2点間の距離が $\frac{1}{2}h_{11}\xi$ だけ変化することになる.

#### proper detector gauge

実際の実験系では、TT gauge のように質点の座標が変化しないような系ではない. そこで、座標 xの周りの十分小さな (重力波の波長  $\lambda_{GW}$  よりも十分短い) 領域のみを考える.

時空上の 2 点  $x \ge x + \xi$  における測地線方程式はそれぞれ

$$\frac{d^2 x^{\mu}}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta}(x) \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \frac{dx^{\beta}}{d\tau} = 0$$
(2.34)

$$\frac{d^2(x^{\mu}+\xi^{\mu})}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta}(x+\xi)\frac{d(x^{\alpha}+\xi^{\alpha})}{d\tau}\frac{d(x^{\beta}+\xi^{\beta})}{d\tau} = 0$$
(2.35)

である. これらの差をとることで、測地線偏差方程式が得られる:

$$\frac{d^2\xi^{\mu}}{d\tau^2} + R^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta}\frac{dx^{\nu}}{d\tau}\xi^{\alpha}\frac{dx^{\beta}}{d\tau} = 0$$
(2.36)

 $h_{\mu\nu}$ の1次の摂動の範囲で、 $d\tau \simeq t, \frac{dx^{\mu}}{d\tau} \simeq (c, 0, 0, 0)$ であるから、結局

$$\frac{\partial^2 \xi^{\mu}}{\partial t^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h^{(TT)\mu}}{\partial t^2} \xi^{\nu} = 0$$
(2.37)

$$\ddot{\xi}^{\mu} = \frac{1}{2} \ddot{h}^{(TT)\mu}{}_{\nu} \xi^{\nu}$$
(2.38)

となる. これは、実験室系で見ると重力波によって

$$F_{\rm GW}^i = \frac{1}{2}m\ddot{h}_j^i\xi^j \tag{2.39}$$

の潮汐力が働いていることを表している.

#### 2.1.6 重力波の偏波

重力波による質点間の距離の変動を考える. *t*→∞ で発散しないような解は

$$\delta\xi^i = \frac{1}{2}h^i{}_j\xi^j \tag{2.40}$$

で与えられ、重力波が ε 方から入射してきた際の ξ の変化量は

$$\begin{pmatrix} \delta\xi_x\\ \delta\xi_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_+ & h_\times\\ h_\times & -h_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_x\\ \xi_y \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-cz)} = \frac{1}{2} h_+ \begin{pmatrix} \xi_x\\ -\xi_y \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-cz)} + \frac{1}{2} h_\times \begin{pmatrix} \xi_y\\ \xi_x \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-cz)}$$
(2.41)

となる. この第1項は+モード, 第2項は×モードの偏波を表しており, それぞれのモードに対す る質点の変化を図示すると図 2.1 のようになる.



### 2.2 重力波源

#### 2.2.1 重力波の放射

式 (2.17) は波動方程式であるから、一般解は

$$h_{\mu\nu}(x) = -\frac{16\pi G}{c^4} \int d^3x' \frac{T_{\mu\nu} \left(\frac{|\vec{x}-\vec{x'}|}{c}, x-x'\right)}{|x-x'|^2}$$
(2.42)

で与えられる.したがって、重力波の放射を求めるには、式 (2.42)の右辺を考えればよい. 波源が観 測地点よりも十分遠方にあり、かつ波源の大きさが重力波の波長よりも十分短いとすると、

$$h_{ij}(x) = \frac{2G}{c^4 r} \ddot{\mathcal{Q}}_{ij} \left( t - \frac{r}{c} \right)$$
(2.43)

となる. ただし, r は観測地点から波源までの距離であり,  $Q_{ij}$  は四重極モーメントで次式で与えられる:

$$Q_{ij} = \int d^3x \rho(t, \vec{x}) \left( x_i x_j - \frac{1}{3} r^2 \delta_{ij} \right)$$
(2.44)

ここで *ρ* は波源の質量密度である. 電磁波とは異なり重力波の放出には双極子モーメントは含まれず, 四重極モーメントが支配的になる.

#### 2.2.2 重力波源

ここでは、現在想定されている重力波源について幾つか取り上げる.

#### コンパクト連星合体

ブラックホール (BH) や中性子星などのコンパクト天体からなる連星は、互いに周る軌道運動をし ながら重力波を放出する、これらの連星は重力波の放出によってエネルギーを失い、次第に軌道半径 が縮小していきやがって合体する. このときの重力波の波形は, 大きく分けて (i) 時間とともに周波 数・振幅が増大していくインスパイラル期, (ii) 合体時, (iii) 合体後に急激に振幅が小さくなるリング ダウン期の3つのタイプに分類され, 強い重力波が放出される. これらの波形の理論予測は比較的容 易であるため, 観測した重力波の波形と比較をすることでコンパクト連星の質量やスピン, 距離など の情報を得ることができる. また, 中性子星の状態方程式の決定, ハッブル定数の測定, 一般相対性 理論を超えた修正重力理論の制限など, 様々なサイエンスを観測された波形から抽出することがで きる.

2015 年に LIGO によって最初に検出された重力波も BH 連星からのものであり、それ以後も続々 と検出が報告されている。執筆現在、BH 連星起源のものが 10 個、中性子星連星起源のものが 1 つ 検出されている [4].

#### 超新星爆発

超新星爆発は大質量の急激な移動を伴うため、重力波源の候補として期待されている.ただし、前述の通り完全に球対称な爆発では重力波は放出されないが、自転などの影響により崩壊に非対称性が存在すると放出される.過程が複雑なために波形の理論予想は難しいが、1kHz付近の高周波数帯にバースト的な重力波が放出されると考えられている.重力波には従来の電磁波観測では困難な星の内部構造に関する情報が含まれている可能性があり、崩壊過程に示唆を与えることが期待されている.

#### パルサー

パルサーは通常対称であると考えられているが、表面の凹凸など適当な非対称性が存在する場合に は重力波を放出しうる.重力波の性質としては、ほぼ一定の周波数の連続波であると考えられている.

#### 背景重力波

背景重力波とは、宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background, CMB) と同様、全天 から放出されていると考えられている重力波である。その起源は、初期宇宙の量子的な揺らぎに起因 するような宇宙論的なものと、白色矮星連星などの分離できない無数の天体の重ね合わせであると考 えられている。特に初期宇宙起源のものは、ビッグバン直後の宇宙初期を直接探査できる唯一の手段 であり、科学的に非常に重要な意義を持つ。

### 2.3 重力波の検出

ここでは、現在研究されている重力波検出器について幾つか述べる.

#### 2.3.1 共振型検出器

共振型重力波検出器は、重力波の潮汐力によって励起される弾性体の共振モードを測定することで 重力波を捉えるものである。また世界で最初に製作された重力波検出器でもある。観測帯域は原理的 に共振モード付近の周波数帯域に限られるため、コンパクト連星合体のような周波数が変化する信号 の検出には向いていないものの、パルサーからの重力波のような連続重力波の検出に向いている。

#### 2.3.2 レーザー干渉計

重力波検出器として現在の研究の主流であり,実際に重力波を直接検出した唯一の検出器である. 鏡を振り子で懸架することで自由質点とみなし,その間の距離の変化をマイケルソン干渉計で読み出 すことで重力波を検出する.基本原理はマイケルソン干渉計だが,感度を向上させるために両腕は光 共振器になっており,その他にも腕共振器内のパワーを上げるパワーリサイクリング,重力波信号を 効率良く抽出するシグナルリサイクリングと言った技術を用いて高感度化,広帯域化を行っている. 地面振動を抑えるために多段振り子を用いており

現在,地上の大型レーザー干渉計型検出器として,アメリカのLIGO,ヨーロッパのVirgo,日本のKAGRAなどが建設されている. これらはいずれも3-4kmの腕を持つ巨大なレーザー干渉計である. 観測帯域は10-10kHzに制限されており,低周波は地面振動,高周波はレーザー光の量子揺らぎに起因する雑音が支配的である. これは,振り子を用いた防振効果が得られるのは振り子の共振周波数以下だが,通常の振り子の共振周波数を下げることは難しく,またレーザー光の量子揺らぎは周波数に比例して増大していくためである.

#### 2.3.3 宇宙重力波検出器

地上のレーザー干渉計型検出器では観測が困難な低周波数帯を観測するために考案されたのが, 宇宙重力波検出器である。宇宙には地面振動が存在せず,試験マスを懸架する必要もないため,地 上の干渉計型検出器の低周波における問題を一挙に解決することができる。これが、ヨーロッパ の LISA (Laser Interferometer Space Antenna) [10] や日本の DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) [11] である。これらは宇宙空間に打ち上げた3台の衛星を自由質 点とみなし、正三角形状に干渉計を構成して地球周回軌道を回る。観測帯域は LISA が 1m-1Hz, DECIGO が 0.1-10Hz であり、背景重力波や重たいコンパクト連星合体からの重力波の観測を目指 している。

LISA は 2015 年に LISA Pathfinder という試作機を打ち上げて試験運用を行い,想定を上回る成 果を上げている [14].

#### 2.3.4 パルサータイミング

パルサータイミングとは、パルサーからのパルスの到着時間が重力波によって変化することを用い て検出を行うものである [15]. 1 nHz - 1 μHz という低周波数帯に感度を持ち、観測するパルサーの 数を増やすことで感度を向上させることができる. 主に背景重力波をターゲットとしている.

#### 2.3.5 ドップラートラッキング

ドップラートラッキングとは、地球とスペースクラフトの間を往復する電磁波のドップラーシフト によって重力波を検出するものである [15]. スペースクラフトとしては、例えば Cassini などの衛星 を用いることで非常に長い基線長 (1 - 10 AU) を実現している. 観測帯域は 1 µHz - 1 mHz であり、 ターゲットは主に背景重力波である.

# <sub>第3章</sub> **ねじれ型重力波望遠鏡**TOBA

ねじれ型重力波検出器 TOBA(TOrsion Bar Antenna) とは、水平懸架した棒状試験マスのねじれ回転 として重力波を検出する装置である。前章で述べた通り、通常のレーザー干渉計型重力波検出器では 鏡は振り子で懸架されており、その共振周波数 (~1 Hz) 以下では防振効果が得られず重力波への応 答も低下するため、1 Hz 以下の低周波の重力波を検出することは難しい。一方、ねじれ回転の共振 周波数は数 mHz 程度まで下げることは容易であり、回転地面振動も並進地面振動に比べて小さいた め、0.1 - 10 Hz の底周波数帯の重力波観測が可能である。また宇宙に打ち上げずとも地上で観測で あり、同じ周波数帯に感度を持つ宇宙重力波検出器よりもコストが低く済むという利点もある。基本 設計が 2010 年に提案された後 [12]、現在までに複数のプロトタイプが製作されてきた。

本章では、まずねじれ型重力波検出器の原理について述べた後、TOBA 計画の最終目標やこれまで に製作されたプロトタイプについて述べる。次に、現在計画が進んでいる Phase-III TOBA と呼ばれ るプロトタイプについて、これまでの研究で明らかになってきた雑音源とともに述べる。

#### 3.1 原理

この節では、ねじれ型重力波検出器 TOBA の原理について述べる.

#### 3.1.1 重力波に対する応答

図 3.1 のように,水平面内 (*xy* 平面とする) に試験マスが懸架されているとし,試験マスの鉛直軸 周りのねじれ回転についての運動方程式を考える.

重心から見た座標 $\xi^i$ にある微小体積 dVに働く力 df は,

$$df = F^i dV = \frac{\rho}{2} \ddot{h}^i{}_j \xi^j \tag{3.1}$$

で与えられる.したがって、df によって微小体積 dV に蓄えられるエネルギー dU は

$$dU = -\int_0^{\xi^i} d\xi'^i df = -\frac{\rho}{4} \ddot{h}^i{}_j \xi^i \xi^j$$
(3.2)

と書ける.これを試験マス全体で積分して、全エネルギーUは

$$U = -\int_{\rm TM} dU = -\frac{1}{4}\ddot{h}_{ij}^{(TT)} \int dV \rho \xi^{i} \xi^{j}$$
(3.3)



図 3.1 TOBA の概念図

となる.

試験マスに働くトルクは、微小角度 θ だけ回転した時のエネルギー変化率であるから、重力波に よってねじれ回転モード θ に働く潮汐力は

$$N_{GW} = -\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} q^{ij}$$
(3.4)

と与えられる. ただし q<sub>ij</sub> は試験マスの四重極モーメントで、次式で定義される:

$$q^{ij} = \int dV \rho \left( \xi^i w^j + \xi^j w^i - \frac{2}{3} \delta^{ij} \xi^k w_k \right)$$
(3.5)

ここで  $w^i$  はモード関数と呼ばれ、考えているモードに対して試験マスがどの方向に変位するかを表したものである。ねじれ回転の場合は  $w^i = (-y, x, 0)$  であるから,

$$q^{11} = -q^{22} = -\int dV \rho(2xy) \equiv q_+$$
(3.6)

$$q^{12} = q^{21} = \int dV \rho(x^2 - y^2) \equiv q_{\times}$$
(3.7)

となる.

以上より, 試験マスのねじれ回転モードの運動方程式は

$$I\ddot{\theta}(t) + \Gamma\dot{\theta}(t) + \kappa\theta(t) = N_{GW}(t) = \frac{1}{4}\ddot{h}_{ij}q^{ij}$$
(3.8)

と与えられる.

#### 3.1.2 周波数応答

次に、重力波に対するねじれ振り子の周波数応答を考える。今こ方向から

$$h_{ij}(t) = \begin{pmatrix} h_+(t) & h_\times(t) & 0\\ h_\times(t) & -h_+(t) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.9)

の振幅を持った重力波が飛来したとすると,

$$I\ddot{\theta}(t) + \Gamma\dot{\theta}(t) + \kappa\theta(t) = -\frac{1}{2}(\ddot{h}_+q_+ + \ddot{h}_\times q_\times)$$
(3.10)

となる. この両辺をフーリエ変換すると

$$-I\omega^2\tilde{\theta}(\omega) + i\omega\Gamma\tilde{\theta}(\omega) + \kappa\tilde{\theta}(\omega) = -\frac{1}{2}\omega^2(\tilde{h}_+q_+ + \tilde{h}_\times q_\times)$$
(3.11)

これから、重力波から試験マスのねじれ回転への伝達関数は

$$H_A(\omega) \equiv \frac{\tilde{\theta}(\omega)}{\tilde{h}_A(\omega)} = \frac{q_A}{2I} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\frac{\omega_0\omega}{Q} - \omega_0^2}$$
(3.12)

と書ける. ただし $A = +, \times$  は重力波の偏波モードを表し,

$$\omega_0^2 \equiv \frac{\kappa}{I}, \ Q \equiv \frac{\omega_0 I}{\Gamma}$$
(3.13)

である.

より具体的に, *x* 軸方向に長い直方体のマスにおける応答を考える. *x*, *y*, *z* 軸方向の長さをそれぞ  $h L, W, H (L \gg W, H)$  とおくと,

$$q_{+} = 0$$
 (3.14)

$$q_{\times} = \frac{1}{12}M(L^2 - W^2) \simeq \frac{1}{12}ML^2$$
 (3.15)

$$I = \frac{1}{12}M(L^2 + W^2) \simeq \frac{1}{12}ML^2$$
(3.16)

であるから

$$H_+(\omega) = 0 \tag{3.17}$$

$$H_{\mathsf{X}}(\omega) \simeq \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\frac{\omega_0 \omega}{O} - \omega_0^2}$$
(3.18)

となる. すなわち, x 軸上に長い試験マスは x モードの重力波のみに応答し, 共振周波数以上 ( $\omega \gg \omega_0$ ) では試験マスのサイズによらず

$$H_{\times} \simeq \frac{1}{2} \tag{3.19}$$

と一定値をとることがわかる.

#### 3.2 観測対象

前述の通り, TOBA はねじれ振り子の低い共振周波数を利用することで 0.1 - 10 Hz の低周波数帯 における重力波の観測が可能である. この帯域で想定されている科学的対象は, 以下の 4 つである.

- 中間質量ブラックホール連星の合体
- 背景重力波
- Newtonian Noise (重力勾配雑音)
- 地震速報



図 3.2 TOBA の重力波への応答

#### 3.2.1 中間質量ブラックホール連星

中間質量ブラックホール (Intermediate Massive Black Hole, IMBH) とは、 $10M_{\odot}$ 程度の恒星質量 BH と、 $10^{6}M_{\odot}$ 以上の超巨大質量 BH (Super Massive Black Hole) の間の、 $10^{3} - 10^{5}M_{\odot}$ 程度の質量を持つブラックホールである。

BH や NS といったコンパクト天体の連星合体は主要な重力波源の 1 つであるが、連星の質量が大きくなるほど合体時における周波数が低くなる。特に  $10^{3}M_{\odot} - 10^{5}M_{\odot}$  程度の質量の連星合体は 0.1 Hz 付近で合体するため、TOBA の主要な観測対象の 1 つと想定されている。

IMBH の合体は,銀河中心にある SMBH の形成過程として考えられている. IMBH 自体も間接的 に質量が推定された例があるだけであり [8],重力波の観測からより直接的に存在を示すことの意義 も大きい.

#### 3.2.2 背景重力波

背景重力波については、すでに述べたように初期宇宙の量子的揺らぎによる宇宙論的なものや、無数の分離できない天体現象に由来するものなどが含まれる。これらの重ねである背景重力波は、連 星合体と異なり時系列波形を予想することはできないが、等方・一様・無偏波・定常・ガウシアンな どの性質を仮定することでスペクトルを予測することができる。[16] によれば、背景重力波の片側パ ワースペクトル密度は

$$S_{\rm GW}(f) = \frac{\sqrt{3H_0}}{2\sqrt{\pi}} f^{-3/2} \sqrt{\Omega_{\rm GW}(f)}$$
(3.20)

と表される. ここで  $H_0$  はハッブル定数,  $\Omega_{GW}(f)$  は次式で定義される重力波のエネルギー密度を表すパラメータである.

$$\Omega_{\rm GW}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\rm GW}}{d\ln f}$$
(3.21)

ただし  $\rho_c = 2c^2 H_0^2 / 8\pi G$  は宇宙の臨界密度,  $\rho_{GW}$  は背景重力波のエネルギー密度である. 式からわ かる通り  $S_{GW}(f)$  は周波数の -3/2 乗に比例するため, 低周波数帯での観測が有利である.

#### 3.2.3 Newtonian Noise

Newtonian Noise (重力勾配雑音, Gravity Gradient Noise とも) とは,地面や大気の密度変動によるニュートン重力場の変動により試験マスに力が働く雑音である。もっとも重力波と区別のつかない 雑音の1つであるが,その存在は理論予想のみで観測された例はない。将来の高感度重力波検出器の 低周波数帯における主要な雑音源になりうると想定されており,地震計や温度計などの環境モニター によって Newtonian Noise を打ち消す研究が進められている。

Newtonian Noise は  $f^{-3--5}$ の周波数依存性があると予想されており、低周波ほどその影響が 大きい、大気の揺らぎに起因する大気 Newtonian Noise は重力波振幅換算で 0.1 Hz において  $10^{-16} - 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ 程度であると見積もられている [17]. 重力波の検出においては Newtonian Noise は雑音だが、その直接検出によって性質の理解が進み、低減手法の実証が行えれば、将来の重力波検 出器の高感度化に貢献することができる.



図 3.3 Newtonian Noise の推定 [17]

#### 3.2.4 地震速報

Newtonian Noise と同じく,地震が起こる際の地面振動や密度変化によっても重力場は変動する. この変動を TOBA で捉えることができれば,地震波が到達する前に検出ができる.従来の地震速 報は,伝搬速度の早い P 波 (6 km/s) を先に観測することでより振幅が大きいが速度の遅い S 波 (4 km/s) が到達する前に速報を出して被害を抑えるものである。一方, 地震による重力場変動は重力波 と同じく光速で伝搬するため, より素早く速報を出すことが可能である。

### 3.3 TOBA 開発のロードマップ

TOBA の最終目標は、10 m の試験マスを用いて重力波振幅換算で 0.1 Hz において  $h \sim 10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$  に到達することである (Final TOBA). この目標感度到達に向けて、まずは小型の試作機を製作して原 理実証や雑音源の評価を行う必要があり、これまで 2 つのプロトタイプ (Phase-I, Phase-II TOBA) が製作されてきた. この節では、最終目標到達のための開発計画及び先行研究について概説し、現在 の計画である Phase-III TOBA について述べる.

#### 3.3.1 Final TOBA

Finarl TOBA は、前述の通り 10 m の試験マスを用いたねじれ振り子を用いて観測を行う計画である。目標感度は 0.1 Hz において  $h \sim 10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$  と設定されており、レーザーの量子的な性質に由来する雑音で感度は制限されることになる。



図 3.4 Final TOBA の設計感度 [12]

目標感度に到達した場合, IMBH 連星合体を 1 - 10 Gpc の距離で観測が可能であると推測されている. また背景重力波振幅については 1 年間の観測で  $\Omega_{GW} < 10^{-7}$  という上限値をつけることができる. この値はビッグバン元素合成から間接的につけられる上限値を超えており [12], 実験的にもっとも厳しい上限値を与えることが可能である.



#### 3.3.2 開発計画

最終目標感度は主にレーザーの量子性に起因する雑音でリミットされることになっているが、その ためにはその他の雑音について十分に理解する必要がある。これらの雑音の低減手法の確立や原理実 証を行うためのプロトタイプ開発の流れを図 3.6 にまとめる。



図 3.6 TOBA 開発のロードマップ

後述する先行研究のプロトタイプによって、常温での原理実証と雑音源の評価が行われてきた. Final TOBA は 10 m スケールの試験マスを 4 K という低温に冷やす計画であるが、そのための足 がかりとして、まずは小型 (35 cm) のセットアップで低温ねじれ振り子の原理実証を行う. これが Phase-III TOBA と呼ばれるプロトタイプである.

#### 3.3.3 先行研究

Final TOBA 実現に向けて,これまでに幾つかのプロトタイプが作られてきた.ここでは主に3つのプロトタイプについて述べる.

#### Phase-I TOBA

Phase-I TOBA は最初に製作されたプロトタイプであり,懸架系に超電導磁気浮上を用いていた [18] [19]. phase-I におけるセットアップを図 3.7 に示す. 試験マス上部にネオジム磁石が取り付けられており,これをパルスチューブ冷凍機で冷却された超電導体を用いてピン留め効果で懸架していた.磁気浮上による懸架ではねじれ回転方向の復元力を小さくすることができ,Phase-I TOBA においては共振周波数は 5 mHz 程度であった. 試験マスはアルミの棒に鏡を取り付けた構成をしており,ねじれ回転はマイケルソン干渉計を用いて測定していた.



図 3.7 Phase-I TOBA の構成 [18]

このプロトタイプを用いて初めて原理実証が行われ、0.1 Hz における重力波探査が行われた。最終的に得られた感度は図 3.8 のようであり、0.1 Hz において  $h \sim 10^{-8}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。この感度を用いて、0.2 Hz 付近の背景重力波に対し  $\Omega_{\text{GW}} < 4.3 \times 10^{17}$  という制限をつけることに成功した [18] [20].



図 3.8 Phase-I TOBA の感度 [18]

Phase-I TOBA の感度は 0.1 Hz 以下の帯域では環境磁場の変動による雑音で,1 Hz 以上の周波数 帯では地面振動からのカップリング雑音によって制限されていた。磁場雑音は懸架系に磁性体を使用 していたことに起因するもので,地面振動からのカップリング雑音は試験マスの両端の鏡の非対称性 に由来するものであることがわかっている.

#### Phase-II TOBA

磁気浮上のために使用した磁石が、大きな磁場雑音を導入して低周波数帯 (< 0.1 Hz) での感度を制限する主な原因であったことを受けて、Phase-II TOBA は Phase-I から構成を大きく変え、超電導磁気浮上ではなく通常の懸架系を用いた [21].構成を図 3.9 に示す.懸架系を変えた以外にも、ねじれ回転モード以外の回転も読み取る構成 (Multi-Output 構成) にして角度分解能を向上させる、光学系にファイバーレーザーを用いる、などの改良が行なわれ、本研究でも用いる能動防振系が初めて導入された.試験マスは直交する 2 本のアルミの棒を用いており、回転の読み取りには光ファイバーを用いたマイケルソン干渉計を使用した.



図 3.9 Phase-II TOBA の構成 [21]

Phase-II における到達感度が図 3.10 である。Phase-I と比較して高周波 (> 1 Hz) における感度 が大きく向上し、3 - 8 Hz において  $h \sim 10^{-10} / \sqrt{\text{Hz}}$ の感度を実現した。この感度での観測により、IMBH 連星の合体頻度への制限 [21] や背景重力波振幅への制限 [22] をつけることに成功している。

Phase-II における感度はほぼ全周波数帯にわたり光ファイバーの振動に起因する位相雑音で制限 されており、1 - 10 Hz では地面振動雑音もほぼ同じレベルで寄与していた. 位相雑音はファイバー ビームスプリッターの振動が大きく寄与していると考えられており、光学系の振動を抑える必要があ ることがわかった.



図 3.10 Phase-II TOBA の感度 [21]. 青線が得られた感度であり,赤線がファイバーの位相雑 音,緑線がレーザーの強度雑音を表す.

#### 並進地面振動のカップリングの低減

Phase-III 開発に向けて,地面振動からのカップリング雑音の性質をより詳細に理解し低減手法を 確立するための実験が行われた [13] [23].構成は図 3.11 のように概ね Phase-II を簡略したようなも のになっているが,レーザーは真空槽内ですぐ空間光に戻している.試験マスは溶融石英の両端に反 射コーティングをしたものを用いており,これにより鏡の相対傾きを 1 μrad 以下に抑えている.



図 3.11 カップリング低減実証のプロトタイプの構成 [23]

このプロトタイプでは、試験マスや光学ベンチの傾きを調整することでカップリングを低減した. 図 3.12 にその様子を示す. この手法により、並進地面振動とのカップリング係数を 1/30 - 1/300 に まで低減することに成功した.



図 3.12 カップリング低減の実証 [23]. 水平並進の各 2 自由度について,薄い色が低減前,濃い 色が低減後のカップリング係数を表す.

このセットアップで得られた感度が図 3.13 である. Phase-II と比べて 1 Hz 以下の周波数帯で感 度が向上している. 主要な雑音は、0.3 Hz 以下では主にアクチュエータ回路雑音、1 Hz 付近では並 進地面振動からのカップリング雑音である.

### 3.4 Phase-III TOBA

これまでのプロトタイプの開発により感度を制限しうる主要な雑音源が明らかになってきた. これを受けて、次なる開発段階として小型スケール (35 cm) での低温ねじれ振り子である Phase-III TOBA 計画が進められている. Phase-III TOBA が目指すのは、そのままスケールを大型化 (10 m) にすれば最終目標感度に到達できるレベルまで雑音を抑えることである. 数値目標は、0.1 Hz において $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ と設定している.



図 3.13 カップリング低減実証プロトタイプの感度

#### 3.4.1 観測対象

前述した TOBA の観測対象に対して、Phase-III TOBA では以下のような範囲で観測が可能である と予想されている。

- IMBH 連星: 0.1 Mpc 以内 (銀河系とその近傍) での探査
- 背景重力波: Ω<sub>GW</sub> < 10<sup>1</sup>
- Newtonian Noise: Newtonian Noise の直接観測
- 地震速報: マグニチュード 6.0 の地震について 100 km 程度まで

重力波検出器としての対象は近傍に限られているが, Newtonian Noise や地震速報など重力偏差 計としての応用には実現が期待できる.

#### 3.4.2 基本構成

現在設計されている Phase-III TOBA の基本構成を 3.14 に示す. 主に (i) 懸架系, (ii) 冷却系, (iii) 能 動防振系の 3 つで構成されている.

#### 懸架系

最上段にある能動防振系から懸架された2段ねじれ振り子による受動防振系によって構成されている.最下段には重力波に感度を持つ2本の試験マスと、試験マスの回転を読み取る光学系が設置された光学ベンチが懸架される. Phase-II とは異なり、Phase-III では空間光を用いて角度を読み取る構成になっている.



図 3.14 Phase-III TOBA の構成

#### 冷却系

真空槽内に2つの輻射シールドが入っており、パルスチューブ冷凍機によってそれぞれ50K及び4Kまで冷却される.このうち内側の4Kのシールドはヒートリンクと呼ばれるアルミの細線を介して中段マスに接続されており、さらに最下段の試験マスは懸架ワイヤーを介して中段マスから冷却される構成になっている.この構成をもとに冷却時間のシミュレーションを行った結果が図3.15である.シミュレーションから、約4週間ほどで試験マスが4Kに到達することが示された.

#### 能動防振系

能動防振系は最上段のテーブルの振動を計測するセンサーとテーブルを加振するアクチュエータか ら構成されており、フィードバック制御によってテーブルの振動を低減するために用いられる.詳細 は次章で述べる.

#### 3.4.3 開発項目

Phase-III 実現に向けて、開発すべき項目がいくつか存在する。特に重要なのが、

- 地面振動防振系
- 低温で低散逸の懸架ワイヤー
- 角度読み取り光学系



図 3.15 冷却時間のシミュレーション結果

#### の3点である.

#### 地面振動防振系

地面振動雑音は、地上の重力波検出器一般における主要な雑音の1つであり、Phase-III TOBA においても最も問題となる雑音である。地面振動は大きく分けて回転地面振動と並進地面振動に分けられるが、ねじれ振り子では試験マスの鉛直軸周りの回転方向を読み取るために原理的には試験マスの並進方向の運動は雑音にならず、回転地面振動による雑音のみを考慮すれば良いはずである。しかし、 実際には系の様々な非対称性によって鉛直軸周りの回転以外の自由度がカップルし、試験マスの並進運動が回転信号に現れる。このカップリング雑音が先行研究における主要な雑音源の1つであった。

カップリング雑音は、並進地面振動とカップリング係数の積によって与えられる。Phase-III における要求値は、0.1 Hz においてカップリング雑音は  $10^{-16}$  rad/  $\sqrt{\text{Hz}}$  としており、カップリング係数 に対して  $10^{-9}$  rad/m、並進地面振動に対して  $10^{-7}$  m/  $\sqrt{\text{Hz}}$  と設定されている。

カップリング係数は並進運動から回転信号へのカップリング経路に由来し、前述した先行研究 [13] によってカップリング経路を特定及び低減実証を行った。0.1 Hz におけるカップリング係数を 10<sup>-6</sup> rad/m まで低減することができており、要求値 10<sup>-9</sup> rad/m を実現する見通しは立っている。

一方で、並進地面振動に対しては事情が異なる。通常のレーザー干渉計型検出器では多段振り子を 用いた受動防振によって並進地面振動を低減しているが、受動防振では振り子の共振周波数 (~1 Hz) 以下では防振することができないため、TOBA における並進地面振動を低減するには同様の手法をと ることができない、したがって、Phase-III における要求値を満たすには能動防振により低減する必 要がある。これの開発が本研究の主題である。詳細は後の章で述べる。

#### 低温で低散逸の懸架ワイヤー

試験マスは懸架ワイヤーを介して熱浴と接しているため、この熱浴からエネルギーを受け取り熱運動をしてしまう.熱雑音は揺動散逸定理 [24] から求められ、特に懸架ワイヤーに由来する熱雑音の 片側振幅スペクトル *S*<sub>sus</sub> は

$$S_{\rm sus}(f) = \sqrt{-\frac{4k_{\rm B}T}{2\pi f}} {\rm Im}\left[\frac{\tilde{\theta}(f)}{\tilde{N}(f)}\right] = \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{2\pi^3 f I}} \frac{\phi f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + \phi^2 f_0^2}$$
(3.22)

で与えられる [25]. ここで *T* は温度,  $k_{\rm B}$  はボルツマン定数, *I* は試験マスの鉛直軸周りの慣性モー メント,  $f_0$  は回転の共振周波数であり,  $\phi$  は loss angle と呼ばれる散逸を表すパラメータである. 共振周波数よりも十分高い領域 ( $f \gg f_0$ ) では

$$S_{\rm sus} \simeq \sqrt{\frac{k_{\rm B}T\phi f_0^2}{2\pi^3 f^5 I}}$$
 (3.23)

と表される.これを低減するためには,

- Tを小さくする
- f<sub>0</sub>を小さくする
- Iを大きくする

などの方法がある. このうち慣性モーメントと共振周波数は系のスケールで概ね決まってしまい, 大きく変えることはできない. Phase-III のように 35 cm の試験マスを用いた場合は  $I \sim 0.1 \, \mathrm{kgm^2}$ ,  $f_0 \sim 5 \, \mathrm{Hz}$  程度であり, これから  $T \ge \phi$  に対して

$$T < 4 \,\mathrm{K}, \,\phi < 10^{-8} \tag{3.24}$$

という要求値が設定される.

材質としては低温で散逸の少ないものが求められ、また試験マスは懸架ワイヤーを介して冷却されるため、熱伝導率の大きなものがよい.現在検討されているのは、シリコンやサファイアである.シリコンは板バネ形状にした場合に低温で $\phi \sim 10^{-6\sim-7}$ 程度であることが報告されている [26] が、ワイヤー形状にした際のねじれ回転モードの散逸は別途評価する必要がある.また、常温でのサファイアファイバーのねじれ回転モードの散逸は [27] において評価され、 $\phi \sim 10^{-5}$  と得られている.

#### 角度読み取り光学系

これまで試験マスのねじれ回転角度の読みとりにはマイケルソン干渉計を用いてきたが、この場合 試験マスの両端の鏡の相対傾きによって並進地面振動のカップリングが導入されることがわかってい る [18] [13]. そこで Phase-III では、Wave Front Sensor [28] と呼ばれる、光共振器を応用した光学 系を検討している. 光共振器内では、レーザーの基本空間モードが共振している. Wave Front Sensor とは、光共振器 で共振するこの基本モードと、共振器を構成する鏡が変位したことで生じた横高次モードの干渉を利 用して、鏡の傾きを検出する方法である.

Wave Front Sensor を用いた場合,マイケルソン干渉計における鏡の相対傾きは共振器を構成す る鏡の曲率に対応し,曲率半径の大きな鏡を使用することでマイケルソン干渉計に比べてカップリン グを下げることができる。また,マイケルソン干渉計を使用する場合は腕の長さの非対称性にカップ ルしてレーザーの周波数雑音が角度信号に混入するが,Wave Front Sensor には周波数雑音はカッ プルしない,という利点もある。しかし一方で,角度信号に対する応答はマイケルソン干渉計より も劣っているため,後述するレーザーの散射雑音がマイケルソン干渉計よりも大きいという欠点が ある。

そこで考案されたのが、従来の Wave Front Sensor を改良した新しい角度読み取りセンサーである. Wave Front Sensor を用いた場合、鏡の傾きによって生じた高次モードは通常共振器内で共振せずに共振器の外へ出てくる. この高次モードを、補助共振器を組むことでメイン共振器内で共振させれば、角度応答を向上させることができる、というのが原理である.

原理実証はすでに行われ、想定通りの性能を示していることが確認されている.

#### 3.4.4 その他の雑音源

前述した雑音の他にも、Phase-III TOBA で想定されうる雑音は数多く存在する。以下にそれらを 簡単に述べる。

#### 散射雑音

散射雑音とは、レーザー光の量子性に由来する雑音の1つであり、一般に干渉計の感度を制限しう る原理的な雑音である。直感的には、レーザーの光子数が量子的に揺らぐことに起因すると解釈で きる。

光検出器 (Photo Detector, PD) に光電流 I<sub>DC</sub> が流れているとき, 散射雑音は

$$\delta I_{\rm shot} = \sqrt{2eI_{\rm DC}} \tag{3.25}$$

となる. これを PD に入射する光のパワーに換算すると,

$$\delta P_{\rm shot} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{\rm L}P_{\rm DC}}{\eta}} \tag{3.26}$$

となる. ここで  $P_{\text{DC}}$  はレーザーの平均パワー,  $\omega_{\text{L}}$  はレーザーの角周波数である.  $\eta$  は PD の量子効率と呼ばれ, 光子 1 個を電子に変換する効率を表す.

ねじれ回転角度換算にすると

$$\delta\theta_{\rm shot} = \frac{\delta P_{\rm shot}}{\frac{\partial P}{\partial \theta}} \tag{3.27}$$

で与えられる.

#### 輻射圧雑音

光が鏡で反射される際, 鏡は輻射圧  $F_{rad} = \frac{2P}{c}$ を受ける. この輻射圧が光子数の量子的な揺らぎに よって変動し、その結果鏡を動かすことで生じるのが輻射圧雑音である. 輻射圧のスペクトルは

$$\delta F_{\rm rad} = \frac{2}{c} \sqrt{2\hbar\omega_{\rm L}P} \tag{3.28}$$

で与えられる. ここで P は鏡に入射する光のパワーである.

#### 標準量子限界

散射雑音と輻射圧雑音は光のパワーに対しそれぞれ-1/2 乗, 1/2 乗に比例しているため, 一方を減らせば他方が増えるというトレードオフの関係にある. この 2 つの雑音から決まる原理的な測定限界を標準量子限界 (Standard Quantum Limit, SQL) と呼び, 次の式で表される:

$$\delta\theta_{\rm SQL} = \sqrt{\frac{2\hbar}{I\omega_{\rm L}^2}} \tag{3.29}$$

SQL を下げるには慣性モーメント(並進の場合は質量)を大きくする必要がある.

SQL は原理的に超えられない限界ではなく,量子非破壊測定などの手法を用いることで破ることが可能である.

#### その他の熱雑音

懸架ワイヤーの熱雑音については既に述べたが,熱運動に起因する雑音は他にも存在し,

- 試験マスの共振モード
- 鏡のコーティング
- 鏡の基材
- 残留気体分子

といったものが挙げられる.

コーティングの熱雑音は、さらにコーティング中の分子がランダムに動くことで反射面が揺らぐ Brownian noise [25], 周囲の温度変化に伴って膨張する thermoelastic noise [29], 温度変化によっ て屈折率が変化して光路長が揺らぐ thermo-reflactive noise [30] に分けられる。基材の熱雑音につ いても、Brownian noise と thermoelastic noise が存在する。これらは懸架ワイヤーの熱雑音と同じ く環境の温度 *T* と材質の散逸  $\phi$  に依存し、低温で散逸の少ない材質が求められる。

残留気体分子熱雑音は、周囲の気体分子が試験マスに衝突することによる雑音である. 試験マスの 側面積、気圧に比例する [31] ため、雑音を下げるには側面積を小さくし気圧を下げる必要がある.

#### レーザー雑音

レーザーに起因する雑音として

- 強度雑音
- 周波数雑音

• ビームジッター雑音

が挙げられる.

周波数雑音は、前述した通りマイケルソン干渉計の腕の長さの非対称性にカップルして現れるが、 読み取りセンサーとして (改良)Wave Front Sensor を使用する場合にはカップルしない.

ビームジッターとはレーザーの角度方向の揺らぎであり、基本空間モードに対する高次モードの揺 らぎとして扱うことができる。Wave Front Senor では基本モードと高次モードの干渉を利用してい るため、ビームジッターによる高次モードの生成は角度読み取りに影響を与える。これを低減するに は、レーザーの入射方向を別途モニターしてフィードバック制御により安定化する必要がる。

#### 磁場雑音

試験マスが磁気双極子モーメント µ を持っている場合,外部磁場 B によってトルク

$$N = \mu \times B \tag{3.30}$$

を受け. 環境磁場 **B** の変動が雑音となる. 我々の実験環境では 0.1 Hz において  $\tilde{B} \sim 10^{-8}$  T/  $\sqrt{\text{Hz}}$  と計測されている. したがって, 試験マスの磁気双極子モーメントへの要求値は

$$\mu < 10^{-10} \,\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2 \tag{3.31}$$

となり、Phase-I で使用していたような磁石を用いることはできないことがわかる.

試験マスが磁気モーメントを持つ要因は、試験マスの位置制御に使用するアクチュエータとして取り付けた磁石や、試験マス自体の残留磁化などがある。アクチュエータについては、使用する磁石を小さくするか、磁石を使わないアクチュエータにすることが必要であるが、TOBA では向い合わせのコイル同士の相互作用を利用したコイル-コイルアクチュエータを使用する予定である。コイル-コイルアクチュエータは先行研究によって原理実証 [32] 及び雑音評価 [33] が行われている。

#### 3.4.5 デザイン感度

以上をまとめ、Phase-III で目指す最終的な感度を図 3.16 に示す.



図 3.16 Phase-III TOBA のデザイン感度

## <sup>第4章</sup> 地面振動の能動防振

Phase-III TOBA における主要な雑音の 1 つが、並進地面振動からのカップリング雑音である. Phase-III の目標感度  $h \sim 10^{-15} \sqrt{\text{Hz}}$  を実現するには、能動防振を行いカップリング雑音を下げる必要がある.

本章では、Phase-III TOBA においてどのように能動防振を行うかについて述べる.

### 4.1 フィードバック制御理論

Phase-III TOBA においては、フィードバックを用いた制御により能動防振を行う.本節では、ま ずフィードバック制御の原理についてまとめ、その後に実際の能動防振に用いる制御系について簡単 に述べる.

#### 4.1.1 一般論

ここでは、フィードバック制御についての基本的なことがらを述べる.

#### 伝達関数

ここで系は線形系であるとする。線形系とは、ある入力の線型結合の出力が、それぞれの入力による出力の線型結合で書ける系である。すなわち、入力を $x_i(t)$ 、システムを $S[\cdot]$ で表すと

$$\mathcal{S}[\sum_{i} x_{i}(t)] = \sum_{i} \mathcal{S}[x_{i}(t)]$$
(4.1)

のように書ける系である。特に、線形微分方程式などで表現される系も線形系の一種である。

時間領域において x(t) で表される量の Laplace 変換を

$$X(s) := \int_0^\infty dt e^{-st} x(t) \tag{4.2}$$

で定義する.入力を x(t),出力を y(t) とおくと,線形系の入力と出力の関係はある関数 H(s) により

$$Y(s) = H(s)X(s) \tag{4.3}$$

のように比例関係で書けることが知られている. この H(s) を伝達関数という. 周波数空間で考える 場合は,  $s = i\omega$  を代入すればよい.
#### フィードバック制御

フィードバック制御とは、制御対象の変動を測定し、それと逆の変動を加えることで対象の変動を 抑える制御方法である。典型的なフィードバックループを図 4.1 に示す。このように制御系を表した 図をブロックダイアグラムと呼ぶ。



図 4.1 単純なフィードバック制御系のブロックダイアグラム

まず何らかの物理量の外乱  $x_0$  がセンサーの伝達関数 *S* により信号  $v_{err}$  に変換される.次にフィル ター *F* によって制御する量  $v_{fb}$  を決め、アクチュエーター *A* を用いてセンサーの入力部に負帰還を 加える.フィードバック制御による残留変動を *x* とおくと、図 4.1 のループは

$$x = x_0 - AFSx_0 \tag{4.4}$$

と書ける. G := AFS とおくと, 式 (4.4) を解いて

$$x = \frac{1}{1+G}x_0$$
(4.5)

となる. 従って, |G|が大きいときは $x \sim 0$ となり変動が抑えられることがわかる. このGをオープ ンループ伝達関数と呼ぶ. しかし一般にはGは周波数の関数であり,全ての周波数帯では $|G| \gg 1$ にできず高周波で $|G| \rightarrow 0$ となる. |G| > 1を満たす領域を制御帯域, |G| = 1となる周波数を UGF (Unity Gain Frequency) と呼ぶ.

式 (4.5) から分かる通り, G = -1 のとき x は発散してしまう. このように, UGF は制御の安定性 の判定に重要な要素である. フィードバックによる制御の安定性を判別する手法はいくつか存在す るが, 伝達関数を用いた系の安定性安定として Nyquist の判定法がよく用いられる. それによれば, UGF ( $|G(\omega_{\text{UGF}})| = 1$ ) における G の位相余裕, すなわち  $\arg(G(\omega_{\text{UGF}})) + 180^\circ$  が 0° より大きければ, その制御系は安定である. 経験的には, 位相余裕を 30° 以上確保していれば系は安定である.

## 4.1.2 地面の能動防振

地面振動を防振するには、慣性系に対する地面の変動を測定する慣性センサー必要がある。しかし、一般に慣性センサーは低周波ほどセンサー雑音が増加するため、低周波の制御に慣性センサーを

用いると地面の変動よりも大きく揺らしてしまう.そこで,慣性センサーの感度が悪い領域では,地 面と制御対象の相対変位を読み取る変位センサーの信号を用いて制御を行う.

これら2つのセンサーを用いた制御のブロックダイアグラムは図 4.2 のようである.



図 4.2 制御系のブロックダイアグラム

 $S_{I}, S_{D}$  がそれぞれ慣性センサーと変位センサーの伝達関数を表し、 $F_{I}, F_{D}$  がそれぞれのセンサーの 信号に対する制御フィルターの伝達関数である。A は電気信号からアクチュエーターの伝達関数を表 し、H は地面振動  $x_{g}$  から制御対象の変動  $x_{t}$  への伝達関数である。H は一般には周波数の関数である が、十分低い周波数では  $H \simeq 1$  と近似できる。

慣性センサーは慣性系からの変動  $x_t$  自身を、変位センサーは対象と地面の相対変動  $x_d := x_t - x_g$ を読み取る. それぞれのセンサーからの信号は、フィルターを経たのちに足し合わされアクチュエーターへフィードバックされる、次に、フィードバックによって変動がどの程度抑えられるのかを求める. 図 4.2 のように  $x_g$  が入ってきたときの  $x_t$  を考えると、

$$x_{t} = Hx_{g} - A[F_{I}S_{I}x_{t} + F_{D}S_{D}(x_{t} - x_{g})]$$
(4.6)

から

$$x_{\rm t} = \frac{H + AF_{\rm D}S_{\rm D}}{1 + AF_{\rm D}S_{\rm D} + AF_{\rm I}S_{\rm I}} x_{\rm g} \tag{4.7}$$

ここで $G_{I} = AF_{I}S_{I}, G_{D} = AF_{D}S_{D}, G = G_{I} + G_{D}$ とおくと

$$x_{t} = \frac{H + G_{D}}{1 + G_{I} + G_{D}} x_{g} = \frac{H + G_{D}}{1 + G} x_{g}$$
(4.8)

とかける. 同様にして, xd は

$$x_{\rm d} = \frac{H + G_{\rm D}}{1 + G_{\rm I} + G_{\rm D}} x_{\rm g} - x_{\rm g} = \frac{H - 1 - G_{\rm I}}{1 + G_{\rm I} + G_{\rm D}} x_{\rm g}$$
(4.9)

となる.

対象となる周波数帯では H ≃ 1 として良いから,

$$x_{\rm t} \simeq \frac{1+G_{\rm D}}{1+G} x_{\rm g}$$
 (4.10)

$$x_{\rm s} \simeq -\frac{G_{\rm I}}{1+G_{\rm I}+G_{\rm D}} x_{\rm g} \tag{4.11}$$

となる.したがって, $x_{\rm t}$ を十分に低減するには,|G|を大きくするだけでなく  $|G_{\rm D}|$ を十分小さくする必要もある.

## 4.2 Phase-III TOBA における能動防振

この節では、Phase-III TOBA における能動防振の機能について述べる。能動防振系の機能は大き く分けて2つあり、ひとつは懸架点の振動を抑える事、もうひとつはヒートリンクを介して導入され うる、冷凍機の振動を抑える事である。

#### 4.2.1 懸架点の振動

前章で述べた通り、カップリング地面振動を下げるには

- 試験マスや光学ベンチの傾きを調整し、カップリングを下げる
- 並進地面振動そのもを低減する

の2つがある. これらに対して, Phase-III TOBA の要求値は

- カップリング率: 0.1Hz において 10<sup>-9</sup>rad/m
- 能動防振: 0.1 Hz において  $10^{-7} \text{m} / \sqrt{Hz}$

と設定されている.

前者は,試験マスと光学ベンチの傾きを~10<sup>-8</sup>radの精度で調整することに対応している.先行研究 [23] によりこれが厳しい場合はより能動防振を行う必要がある.

懸架点の並進地面振動に対する要求値は、図 4.3 のように設定されている. したがって、0.1Hz において防振比 ~10 を達成する必要がある.

#### 4.2.2 冷凍機の振動

前章で述べた通り、試験マスを冷却するためのヒートリンクが輻射シールドから中段マスに接続しているため、このヒートリンクを介して冷凍機の振動が懸架系へ伝達されることが想定されている。 同様な冷却技術を使用している KAGRA でもヒートリンクからの振動流入は感度を汚すレベルの雑音を混入することが予想されており [34]、ヒートリンクに多段振り子を用いた受動防振系を取り付けることで振動流入を防いでいる。一方で、振り子によるヒートリンクの受動防振を行うには防振装置の質量をヒートリンクよりも十分大きくしなければならず、そのために装置を大きくする必要がある。しかし Phase-III TOBA においては大きな防振装置を取り付けられるだけの十分なスペースがない、そこで、ヒートリンクを図のように一旦能動防振系に接続したのちに中段マスに繋げることで、



図 4.3 並進地面振動レベルと要求値

ヒートリンク経由の振動流入を能動防振にて低減する、という方法をとる.

## 4.3 先行研究

この節では、先行研究における能動防振系の開発状況について述べる.

前章で述べた通り, TOBA 開発において初めて能動防振系が使用されたのは Phase-II TOBA である. このときは懸架点の振動を抑える目的のみに用いられ, 図 4.4 のような構成をしていた.



図 4.4 Phase-II での能動防振系 [21]

Phase-II における防振性能としては図 4.5 のような値であり、1Hz において防振比~10 を達成し

ていた. 一方で、制御帯域は 0.5~7Hz に制限されていた. これは主に

- アクチュエーターの可動レンジ
- アクチュエーターの設置されているフレームの構造による共振

によるものである.



図 4.5 Phase-II における能動防振 [21]

## 4.3.1 アクチュエーターレンジ

Phase-II において使用していたアクチュエーターは PI 社の P-844K069 という圧電素子であり, 100V 印加して最大 45µm 駆動できるものであった. ただし,使う際には斜め 45° に傾けて取り付け ていたため,並進方向の駆動レンジは実際には約 30µm であった. これに対し,並進地面振動は各 3 自由度に対して peak to peak で約 18µm だけ振動しているため,3 自由度を同時に制御しようと するとステージを  $18 \times \sqrt{3} \sim 30$ µm 駆動しなければならず,アクチュエーターのレンジが不足して いた.



図 4.6 Phase-II で使用していたアクチュエーター [21]

### 4.3.2 フレームの構造による共振

7~9Hz に見えるピークはアクチュエーターが固定されていた真空槽のフレームの共振ピークであり、この影響で制御帯域を共振ピーク以上にあげることができないという問題があった.

## 4.4 能動防振系の詳細

本節では、実際に用いる能動防振系の構成と制御系について述べる。

#### 4.4.1 構成

能動防振系の全体構成は図のようである. 能動防振系は真空槽の上部のフレームに固定され, 懸 架テーブル, 変位を読み取るセンサー及びテーブルを動かすアクチュエーターから構成されている. センサーはさらに, 慣性センサーとして 0.1Hz 以上の振動を測定する地震計と, 変位センサーとし てそれ以下の低周波数帯を測定するフォトセンサーの 2 種類がある. センサーの信号は全て AD 変 換 (Analog Digital Conversion) されてデジタルシステムに取り込まれる. このデジタルシステムは KAGARA において使用されているものと同型のものである. デジタルシステム上でセンサー信号の 分離や制御のためのフィルタリングを経たのち, DA 変換 (Digital Analog Conversion) されてアク チュエーターへ信号が送られる.



図 4.7 防振系の全体像



図 4.8 防振系の構成要素

以下,図のように座標系を定義する.



図 4.9 座標系の定義

#### 地震計

本研究で使用した地震計は、Sercel 社の L-4C というモデルである。これは主にバネで懸架された コイルと磁石から構成されており、コイルと磁石の間の相対運動によって発生する誘導起電力が信号 となる。



図 4.10 地震計 (Sercel Inc. L-4C)

筐体が地面に固定されているとして、地面振動からコイルの変位への伝達を考える。コイルの変位  $x_{coil}$ 、地面振動を  $x_g$  とすると、

$$m\ddot{x}_{\text{coil}} = -k(x_{\text{coil}} - x_g) - \Gamma(\dot{x}_{\text{coil}} - \dot{x}_g)$$
(4.12)

となる. ここで m はコイルの質量, k はばね定数,  $\Gamma$  はダンピング係数である. 地震計の出力として

現れるのはコイルと筐体の相対変位であるから、地面振動から相対変位への伝達を求めると

$$H_{\rm gco}(\omega) \equiv \frac{\tilde{x}_{\rm coil} - x_g}{\tilde{x}_g} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{Q} - \omega^2}$$
(4.13)

となる. ただし  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  は共振周波数,  $Q = \omega_0/m\Gamma$  はダンピングの Q 値である. 一方, 誘導起 電力によって生じる電圧は  $\dot{x}_{coil} - \dot{x}_g$  に比例するから, 出力の応答は

$$S_{\text{geo}}(\omega) \equiv \frac{\tilde{V}_{\text{out}}}{\tilde{x}_g} = i\omega S_0 H_{\text{geo}}(\omega) = S_0 \frac{i\omega^3}{\omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{Q} - \omega^2}$$
(4.14)

と表される.



図 4.11 地震計の応答

今回用いた L-4C のパラメータは、表 1 のようである。また単体では出力電圧が小さいため、330 倍のアンプを接続して使用した。地震計はテーブル上に図のように 6 個配置されており、原理的には 全 6 自由度の運動を分離して測定できる。

Name	$S_0$	$f_0$	Q
H1	249	1.071	1.80
H2	243	0.949	1.70
H3	246	1.012	1.80
V1	254	1.012	1.73
V2	243	0.981	1.74
V3	263	1.060	1.76

表 4.1 各地震計のパラメータ



図 4.12 地震計の配置

## フォトセンサー

地震計は共振周波数以下で感度が悪化するため、低周波数帯では制御に用いることができない。地 震計の感度のある帯域だけを制御することは可能であるが、その場合制御帯域外のドリフトの影響で 長時間安定して制御ができないという問題がある。そこで、ドリフトの影響を避けるために地震計の 感度の悪い低周波ではテーブルと地面との相対変位を読み取り制御を行う。そのための変位センサー がフォトセンサー (PS) である。



図 4.13 フォトセンサー

フォトセンサーとは,図のように発光ダイオード (LED) とフォトディテクター (PD) を組み合わせ

たものである.対象物によって反射された LED の光が PD に入射するが,対象物との距離に応じて 入射する光量が変化するために PD の出力から対象物との距離がわかる.対象物との距離と出力電圧 の関係は一般には非線形だが,実際は対象物の変位は十分小さい (~ 10µm オーダー) ため,使用する 際には距離と出力は線形だとしても問題ない.

マイクロメータで対象物との距離を変化させながら PD の出力を測定した結果の 1 例が図 [?] である. 実際には使用するフォトセンサー全てに対し同様の測定を行なっている. 本研究では約 1mm-1.5mm の範囲を使用するため, 感度は約 600V/m である. 地震計と同様, テーブル上に図の ように 6 個配置されている.



図 4.14 PS の距離と出力の関係



#### アクチュエーター

アクチュエーターとして、PI 社の P-844.60 という圧電素子を使用した. このアクチュエーターは 100V 加えることで最大 90µm 駆動することが可能である.



図 4.16 アクチュエーター

これらのアクチュエーターは懸架ステージを支えるように真空槽のフレームの上に固定されており,図のように6本が配置されている.地震計やセンサー同様,テーブルの全6自由度を独立に駆動することができる.



図 4.17 アクチュエーターの配置

アクチュエーターの効率は、ある周波数の電気信号をアクチュエーターに加え、地震計やフォトセンサーの信号のうちその周波数で変動している成分との比をとることで求めることができる。この方





図 4.18 アクチュエーターの伝達関数. Iner. は慣性センサー(地震計), Dip. は変位センサー(フォトセンサー)での値である.

フォトセンサーと地震計に対して、Aiの周波数応答が異なる点については後ほど述べる.

#### 4.4.2 各自由度の分離

各センサーの出力はテーブルの複数の自由度の重ね合わせになっているため、センサーの出力を実際のテーブルの自由度ごとに分離する必要がある。そのために以下の行列を用いた.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \text{Pitch} \\ \text{Roll} \\ \text{Yaw} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{H1} \\ \text{H2} \\ \text{H3} \\ \text{V1} \\ \text{V2} \\ \text{V3} \end{pmatrix}$$
(4.15)

アクチュエーターも、ステージの各自由度に対応するように伸縮させる必要があり、以下の行列で これを行った.

$$\begin{array}{l} \text{PZT}_{1} \\ \text{PZT}_{2} \\ \text{PZT}_{3} \\ \text{PZT}_{4} \\ \text{PZT}_{5} \\ \text{PZT}_{6} \end{array} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \end{array} \right)$$
(4.16)

原理的には上記の2つの行列で各自由度を完全に分離できるが,現実にはセンサーの個体差や取り 付け位置のずれなどにより自由度の分離は完全ではない. そこで実際には,さらに行列をかけて自由 度の分離をより完全にする(対角化).

#### センサーの対角化

センサーの自由度は、フレームの共振モードを基準に行う.例えば、ある周波数でx方向に共振するモードがある場合、理想的にはその共振ピークはx方向の信号にのみ現れる.しかし各自由度間でカップリングがある場合、y方向やz方向の信号にもピークが現れる.そこで、このピークがx方向の信号にだけ現れるように行列をかけることで、自由度の分離を行うことができる.

#### アクチュエーターの対角化

すでにセンサーが十分に対角化されているとする. この条件のもと, ある方向にステージを加振し, その際に他の自由度に現れる信号がゼロになるように行列をかけることで対角化を行う.

#### 4.4.3 制御系

制御のブロックダイアグラム (図 4.2) を再掲する...



図 4.19 制御系のブロックダイアグラム (再掲)

## センサーの伝達関数

すでに述べている通り,

$$S_{\rm I}(\omega) = S_{\rm geo}(\omega), \quad S_{\rm D} = 600 \,\mathrm{V/m} \tag{4.17}$$

である.

## アクチュエーターの伝達関数

アクチュエーターの伝達関数については、図前述のとおりである.

## 制御フィルター

制御フィルターとして、以下のものを用いた.

$$F_{x,I}(\omega) = \frac{i\omega + 18.85}{i\omega + 62.83} \times B_3(\omega, 0.4398) \times 3 \times 10^6$$
(4.18)

$$F_{y,I}(\omega) = \frac{i\omega + 18.85}{i\omega + 62.83} \times B_3(\omega, 0.4398) \times 1 \times 10^6$$
(4.19)

$$F_{z,I}(\omega) = \frac{i\omega + 18.85}{i\omega + 62.83} \times B_3(\omega, 0.4398) \times 10 \times 10^6$$
(4.20)

$$F_{x,D}(\omega) = \frac{1}{i\omega + 0.01885} \times \frac{B_3(\omega, 0.5655)B_3(\omega, 1.885)}{B_3(\omega, 0.1885)} \times 3 \times 10^6$$
(4.21)

$$F_{y,D}(\omega) = \frac{1}{i\omega + 0.01885} \times \frac{B_3(\omega, 0.5655)B_3(\omega, 1.885)}{B_3(\omega, 0.1885)} \times 1 \times 10^6$$
(4.22)

$$F_{z,D}(\omega) = \frac{1}{i\omega + 0.01885} \times \frac{B_3(\omega, 0.5655)B_3(\omega, 1.885)}{B_3(\omega, 0.1885)} \times 10 \times 10^6$$
(4.23)

(4.24)

ただし、 $B_3(\omega, \omega_0)$ は3次のButterworthローパスフィルター

$$B_3(s,\omega_0) = \frac{s^3}{s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3} \ (s = i\omega)$$
(4.25)

である.

*F*I に現れる

$$F_{\rm PC}(\omega) := \frac{i\omega + 18.85}{i\omega + 62.83} \tag{4.26}$$

は、UGF において位相余裕が 30° 以上になるようにするために用いられ、 $B_3(\omega, 0.4398)$  は 0.07Hz 以下において地震計の信号を落とす役割がある.

## オープンループ伝達関数

以上のセンサー,フィルター,アクチュエーターを用いたオープンループ伝達関数の理論値を以下 にに示す.



図 4.20 x 軸制御のオープンループ伝達関数



図 4.21 y 軸制御のオープンループ伝達関数



図 4.22 z 軸制御のオープンループ伝達関数

# 4.5 実験結果

能動防振を行い地面振動を低減した結果を示す.

今回3軸同時に制御することを目指したが、実現することはできなかった. これは、y方向の制御が不安定だったためである. そこで、各自由度別々に制御を行い防振性能を評価した.

## 4.5.1 オープンループ伝達関数の測定

前述の通り y 方向の制御は不安定だったため、オープンループゲインを測定することができなかった. 一方, x 方向と z 方向は比較的安定に制御できていたためオープンループゲインの測定を行えた. その結果は以下の通りである.



図 4.23 x 軸方向の制御のオープンループゲイン



図 4.24 z 軸方向の制御のオープンループゲイン

どちらも 0.5Hz 以上では測定結果は理論と無矛盾であると考えられる.

## 4.5.2 地面振動スペクトル

各自由度に対して独立に制御を行った場合に,制御前後の地面振動スペクトルを比較した. y 軸の 制御は不安定であったが,制御がかかっていたタイミングで測定をすることでスペクトル曲線を得る ことはできた.



図 4.26 y 軸方向の制御



図 4.27 z 軸方向の制御

全ての方向に対して、1Hz 以下の帯域で数倍 ~ 数 10 倍の防振比を達成することに成功した。特 に z 方向に関しては 1Hz で約 50 倍, 0.5Hz でほぼ 100 の防振比を達成しており, 0.5Hz-1Hz の 領域で要求値まであと数倍のところまで低減することができた。また Phase-II と比較してより低い (0.5-1Hz) 周波数領域での地面振動の低減に成功した。x 方向に関しては、これ以上制御ゲインを上 げると発振を起こしてしまうため、防振比を大きくすることができなかった。

## 4.6 考察

## 4.6.1 高周波数帯 (> 1 Hz での性能)

制御時の x 方向のスペクトルを見ると、5 Hz 付近に非常に鋭いピークが立っていることがわかる. 非制御時にも 5 Hz のピークは存在しており、フレーム自身の共振構造を反映している. 図 4.18 から 分かる通り、アクチュエーターの伝達関数がこの周波数付近において位相が大きく回転しており、こ れによって制御系が不安定になっていると考えられる. またこの位相回転のために制御ゲインを上げ られず、防振性能が十分発揮できていない. このことはフレームの共振周波数がより高い (~ 17 Hz)z 方向ではより大きなゲインをかけられていることからも裏付けられる.

以下ではフレームの共振によるアクチュエーターの伝達関数の構造について考察する.

#### 共振モデル

防振系の設置されているフレームの、ある共振モードに対するばね定数を $k_{\rm f}$ 、換算質量を $m_{\rm f}$ とおく、またアクチュエーターのばね定数を $k_{\rm PZT}$ 、防振系の質量を $m_{\rm t}$ とおく、慣性系からの地面の振動、

フレームの変位,防振系の変位をそれぞれ  $x_0$ ,  $x_f$ ,  $x_t$  とし,アクチュエーターの伸縮によって加えられる力を F とおく,簡単のため散逸項を無視すると,運動方程式は

$$m_{\rm f} \ddot{x}_{\rm f} = -k_{\rm f} (x_{\rm f} - x_0) + k_{\rm PZT} (x_{\rm g} - x_{\rm f}) - F \tag{4.27}$$

$$m_{\rm t}x_{\rm g} = -k_{\rm PZT}(x_{\rm g} - x_{\rm f}) \tag{4.28}$$

で与えられる。今はアクチュエーターによる影響を考えるため、地面振動の影響は無視して  $x_0 = 0$  とする。これをフーリエ変換すると

$$-m_{\rm f}\omega^2 \ddot{x}_{\rm f} = -k_{\rm f}(x_{\rm f} - x_0) + k_{\rm PZT}(x_{\rm g} - x_{\rm f}) - F \tag{4.29}$$

$$-m_{\rm t}\omega^2 x_{\rm g} = -k_{\rm PZT}(x_{\rm g} - x_{\rm f}) \tag{4.30}$$

となる. ここで重心座標 X と相対変位 x を次式で定義する.

$$X := \frac{m_{\rm f} x_{\rm f} + m_{\rm t} x_{\rm g}}{m_{\rm f} + m_{\rm t}}, \ x := x_{\rm t} - x_{\rm f} \tag{4.31}$$

ただし  $M := m_{\rm f} + m_{\rm t}$  は全質量,  $\mu := (\frac{1}{m_{\rm f}} + \frac{1}{m_{\rm t}})^{-1}$  は換算質量である. これらを用いて (4.29), (4.30) を書き直すと

$$-M\omega^2 X = -k_{\rm f} x_{\rm f} \tag{4.32}$$

$$-\mu\omega^2 x = -k_{\rm PZT} x + \frac{\mu}{m_{\rm f}} x_{\rm f} + F \tag{4.33}$$

となる. これを解くと、アクチュエーターから各変位への伝達関数は

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{m_{\rm f}} \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2) - \frac{m_{\rm t}}{M}\omega_1^2\omega^2}$$
(4.34)

$$\frac{x}{F} = \frac{1}{\mu} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2) - \frac{m_i}{M}\omega_1^2\omega^2}$$
(4.35)

で与えられる. ただし,

$$\omega_0^2 = \frac{k_f}{M}, \ \omega_1^2 = \frac{k_f}{m_f}, \ \omega_2^2 = \frac{k_{PZT}}{\mu}$$
 (4.36)

である.元のフレームおよび防振系の座標に直すと,

$$\frac{x_{\rm f}}{F} = \frac{1}{m_{\rm f}} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2) - \frac{m_{\rm t}}{M}\omega_1^2 - \omega^2}$$
(4.37)

$$\frac{x_{\rm t}}{F} = \frac{1}{m_{\rm t}} \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2) - \frac{m_{\rm t}}{M}\omega_1^2 - \omega^2}$$
(4.38)

となる.

フレームの共振で最も低い共振周波数のものは  $\omega_1 \sim 5 \, \text{Hz}$  であり,また一般にアクチュエーターの 共振周波数はそれよりも十分に高く  $\omega_2 \gg \omega_1$  と仮定してよい.ここで特に  $\omega \ll \omega_2$  のとき

$$\frac{x_{\rm f}}{F} \simeq \frac{1}{m_{\rm f}} \frac{\omega^2}{\omega_2^{2}(\omega_0^2 - \omega^2)}$$
(4.39)

$$\frac{x_{\rm t}}{F} \simeq \frac{1}{m_{\rm t}} \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_2^2(\omega_0^2 - \omega^2)}$$
(4.40)

$$\frac{x}{F} \simeq \frac{1}{\mu\omega_2^2} \tag{4.41}$$

と近似できる.  $\frac{h}{F}$ をプロットすると, 図 4.28 のように周波数  $f_0 = \omega_0/(2\pi)$  にピークが,  $f_1 = \omega_1/(2\pi)$  にディップが存在し, 位相が大きく変化していることがわかる. このような構造は一般に寄生共振と呼ばれる.



図 4.28 寄生共振の 1 例.  $f_0 = 10$ Hz,  $f_1 = 12$ Hz としてプロットした.

#### 測定結果との比較

アクチュエーターの伝達関数として、慣性センサーで測定できるのは  $\frac{2}{F}$  であるから、測定された  $A_i$ は  $\frac{2}{F}$  の構造を反映していると考えられる。そこで、

$$A_{i}(f) = G \frac{\omega_{1}^{2} + i\omega_{1}\omega/Q_{1} - \omega^{2}}{\omega_{0}^{2} + i\omega_{0}\omega/Q_{0} - \omega^{2}}$$
(4.42)

として、1Hz~30Hz のデータを使用して  $A_i$  をフィッテイングを行なった。その結果、表 4.2~4.4 および図 4.29~4.31 のような結果が得られた。ただし  $f_i = \omega_i/(2\pi)$  である。また、グラフは測定 データとの比較を容易にするためにフィッティング結果に位相回転  $e^{2\pi f \times 0.0031} + 5.8$  を加えている。

*x*,*y*,*z* のすべての軸について、20 Hz 以下では寄生共振のモデルで構造をよく表していることが分かる. また X2 と Y2、X3 と Y3 のモードについては各パラメータが近い値を取っていることから, それぞれ同じ共振モードが両方の軸に表れていると考えられる. *x*,*y* 軸に存在する 25Hz の構造については,式(4.42)では十分な精度でフィッティングすることができなかった. したがって,寄生共振ではない構造の寄与である可能性がある.

Mode #	$f_0(\text{Hz})$	$Q_0$	$f_1(\text{Hz})$	$Q_1$
<i>X</i> 1	4.76(1)	23(2)	5.30(4)	$2(1) \times 10$
X2	10.59(2)	38(6)	11.05(6)	$4(3) \times 10$
<i>X</i> 3	11.64(6)	$6(3) \times 10$	11.75(8)	$5(3) \times 10$

表 4.2 フィッティング結果 (x)

表 4.3 フィッティング結果 (y)

Mode #	$f_0(\text{Hz})$	$Q_0$	$f_1(\text{Hz})$	$Q_1$
<i>Y</i> 1	5.867(6)	23(1)	6.81(3)	$3(3) \times 10$
Y2	10.58(2)	37(6)	11.10(7)	$3(1) \times 10$
Y3	11.53(1)	41(3)	12.25(6)	14(2)

表 4.4 フィッティング結果 (z)

Mode #	$f_0(\text{Hz})$	$Q_0$	$f_1(\text{Hz})$	$Q_1$
Z1	17.310(3)	50.9(8)	18.15(1)	$8(2) \times 10$



図 4.29 x 軸方向のフィッティング結果



図 4.30 y 軸方向のフィッティング結果



図 4.31 z 軸方向のフィッティング結果

#### 解決策

*z* 軸の防振性能および UGF を考慮すると, *x*,*y* 軸方向にも *z* 軸と同様の制御ゲインが求められ, UGF は 10 Hz 以上は必要であると考えられる. これを実現するには

- (i). 寄生共振の共振周波数  $\omega_0, \omega_1$  を高くして制御帯域外にくるようにする
- (ii). 寄生共振の Q 値  $Q_0, Q_1$  を下げて位相の回転量を減らし、制御帯域内に共振があるとしても制 御が破綻しないようにする

の2通りの方法が考えられる.

(i) については,式(4.36)から分かる通り

- *k*f を大きくする (より強固なフレーム構造にする)
- M を小さくする (フレームの質量を軽くする)
- *m* を小さくする (アクチュエーターの質量を軽くする)

の方法が挙げられる.1番目および2番目を実現するには、フレームの構造および材質を変えることで実現可能である.3番目については、ピエゾアクチュエーターを使用している以上大幅な改善は見込まれない.また共振周波数への寄与の仕方も ω<sub>1</sub>を上昇させるだけである.したがって、フレームの改良を行うことがより現実的であると考えられる.また (ii) についても、フレームの構造や材質に起因している.したがって、(i) と (ii) のどちらの方法をとるにしても、フレームの改良が必要であると結論づけられる.

#### 4.6.2 低周波数帯 (< 1 Hz での性能)

制御時の y 方向のスペクトルには 0.15Hz 付近のピークが立っている. このピークによってフィー ドバック信号の RMS が大きくなり,アクチュエーターレンジを超えるだけの信号の大きさになった ことが制御の不安定性につながったと考えられる.

ピークの原因として、フォトセンサーと地震計の制御のクロスオーバー付近でそれぞれのオープン ループ伝達関数の位相が大きくずれており、制御が不安定に近くなっていたことが挙げられる. 位相 がずれる原因として、他の自由度からのカップリング、特に傾斜 (Pitch, Roll) 方向からのカップリン グが考えられる.

#### 傾き変動カップリング

地震計の筐体が角度  $\theta(t)$  だけ水平と傾いて設置されている状況を考える。地震計内部のマスに関する運動方程式は、

$$m\ddot{x}(t) = -m\omega_0^2(x(t) - x_g(t)) + g\sin\theta(t)$$
(4.43)

とかける.  $\theta(t) \ll 1$  としてフーリエ変換すると

$$\tilde{x}(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \tilde{x}(\omega) + \frac{g}{\omega^2} \tilde{\theta}(\omega)$$
(4.44)

となる。 $\theta(\omega)$ の寄与は $\omega^{-2}$ のため、低周波になるほど傾斜変動の影響を大きく受けることが分かる。

#### 測定結果との比較

アクチュエーターを並進方向 (*x*,*y* 軸) 方向に動かした際の地震計の応答を測定した結果が図 4.32,4.33 である。測定結果を傾斜変動のカップリングを仮定してフィッティングを行なった結果,

$$C_{x-\text{Roll}} = -0.014(4) \, \text{rad}$$
 (4.45)

$$C_{\rm v-Pitch} = -0.043(3) \, \rm rad$$
 (4.46)

と得られた. これより, *x*,*y* 軸共に 0.1 Hz 付近より低い周波数では傾斜変動が支配的になっており, 正しく並進方向の変動を測定できていないことが分かる.



図 4.32 x 軸方向のフィッティング結果



図 4.33 y 軸方向のフィッティング結果

#### 対策

傾斜変動が水平変動に与える影響を抑えるには,

(i). アクチュエーターの対角化を行い,水平に揺らす際に傾斜方向には揺らさないようにする

(ii). 傾斜方向自体を測定し、フィードバック制御を行う

の2つが考えられる.(i),(ii)のどちらを行うにせよ,傾斜方向を精度よく測定する必要がある.傾斜を精度よく測定する傾斜計については,次章で詳しく述べる.ここでは地震計を用いた対策について述べる.

地震計を用いた場合,傾斜変動は鉛直方向を読み取る複数の地震計の線形和から求められる. この 場合,低周波においては地震計の雑音に制限され,問題となっている 0.1 Hz 以下で測定することが できない.また高周波では元々の鉛直地面振動が大きく,どの程度鉛直変動が差し引きできるのかは 地震計自身のキャリブレーションに依存する.したがって,地震計を用いての傾斜変動の制御は難し いと考えらえる.一方,アクチュエーターの対角化は並進方向に加振した際の周波数応答の違いから 容易に行うことができる.したがって,地震計を用いた傾き変動の低減は主に(ii)の手法で対策する ことになると考えられる.

# <sup>第5章</sup> 傾斜系の開発

能動防振の設計を行うに従い、傾斜変動が地震計の感度を制限することが明らかになった。本章で は、この傾斜変動の問題を解決する手段として、能動防振系の開発と並行して進めてきた傾斜系の開 発について述べる。

## 5.1 モチベーション

傾斜計が必要となる背景には、次の2点がある.

- (i). アクチュエーターのカップリングによる傾斜変動の低減
- (ii). 地面の傾斜変動そのものが地震計に与える影響の低減

何れにしても、4.6.2 にて述べた傾き変動カップリングに起因するものであるが、傾き変動の由来が 異なる.()) で問題となるのは、並進方向に加振した際にアクチュエーターの対角化が不十分で同時に 加えてしまう傾き変動である.対して、(ii) の原因は地面そのものの傾き変動である.(i) については 4.6.2 にて既に述べているため、ここでは(ii) について取り上げる.

### 5.1.1 傾き地面振動の影響

傾斜方向の地面振動は、ねじれ回転の地面振動と同様に並進地面振動に比べて小さく. 性質は十分 にはわかっていない. [35] によれば

$$S_{\text{tilt}}(f) = \begin{cases} 2\pi 10^{-8} \operatorname{rad}/\sqrt{\text{Hz}} & f < 0.1\text{Hz} \\ 2\pi 10^{-8} \times \left(\frac{0.1\text{Hz}}{f}\right) \operatorname{rad}/\sqrt{\text{Hz}} & f > 0.1\text{Hz} \end{cases}$$
(5.1)

と推定されている. また実際に 0.1Hz 付近における傾斜地面振動を測定した例もあり [36], 0.1Hz において  $\tilde{ heta} \sim 10^{-8}$ rad/  $\sqrt{\text{Hz}}$  程度であると報告されている. いずれにしても  $\tilde{x} \sim 10^{-7}$ m/  $\sqrt{\text{Hz}}$  に対応 するため, 能動防振の要求感度を上回ることが予想される. したがって, 地震計の水平方向の信号と 傾斜方向の信号を何らかの方法で分離する必要がある.



図 5.1 傾斜地面振動

## 5.1.2 並進信号と傾斜信号の分離

地震計の信号から傾斜変動の影響を取り除くには、次の2つの方法が考えられる.

- 傾斜回転を読み取り、デジタルシステム上で並進信号から引き算をする
- 能動防振系を使用して傾斜回転を防振し、並進の信号に現れないレベルまで低減する

傾斜回転の影響をできるだけ減らしたいのであれば後者の方法が確実である. また並進方向と傾き方 向の制御を同時に行うことで, たとえ対角化が不十分であるとしても両方の自由度を低減することが できる. そこで, ここでは後者の方法を用いることとする.

## 5.2 傾斜計の設計

この節では、傾斜計の設計について述べる.

## 5.2.1 傾斜計の種類

傾斜系には幾つかの種類がある.ここではいくつか取り上げ、簡単に述べる.

#### 振り子型

1本のワイヤーで懸架された振り子の場合,ワイヤーの剛性を無視すれば,懸架点に傾斜方向の回転が加えられても振り子のマスには伝達されない.したがって,振り子のマスと懸架点の相対傾きを読み取れば地面の傾き変動を測ることができる.本研究ではこのタイプを使用した.

#### シーソー型

レファレンスとなるマスをヒンジややじろべえのような軸受けで支えると、並進方向には固く、傾 斜回転には柔らかい系を作ることができる。共振周波数は数 10mHz 程度に下げることができるが、 一般に支持機構が振り子型よりも複雑になり、機械共振の再現性の低さが問題になる。

#### レーザージャイロ

レーザージャイロとは、Sagnac 効果を利用した傾斜計の一種である。Sagnac 効果とは、閉じた 光路が回転した際に位相差  $\delta\phi$  が現れるもので、光路で囲まれた面積の  $\frac{1}{2}$  乗と回転の角速度に比例す るため、できるだけ面積の大きなものが望ましい。そこで、光路を光ファイバーコイルで構成するこ とで実効的に囲まれる面積を増やした光ファイバージャイロが広く用いられている。

## 5.2.2 機械系の設計

本節では傾斜計の機械系の設計について述べる.



図 5.2 並進から傾斜角への伝達

振り子型で問題となるのが、並進から傾斜回転への伝達である。図のように質量 *m*、傾斜回転の慣 性モーメント *I* のマスが懸架されている状況を考える。簡単のため、水平方向の 1 自由度 *x* と傾斜 回転 *θ* だけを考えるとすると、ラグランジアン *L* は

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{x}^{2} + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^{2} - \frac{mg}{2l}(x - \Delta z\theta - x_{g})^{2} - \frac{mg\Delta z}{2}\theta^{2}$$
(5.2)

とかける. ただし、l は振り子の長さ、 $\Delta z$  は懸架点と重心の距離である. これから  $x, \theta$  に関する

Euler-Lagrange 方程式を立ててフーリエ変換すると

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 + \frac{mg}{l} & -\frac{mg\Delta z}{l} \\ -\frac{mg\Delta z}{Il} & -\omega^2 + \frac{mg}{I}\Delta z^2 + \frac{mg\Delta z}{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{mg}{l} \\ -\frac{mg}{Il}\Delta z \end{pmatrix} x_g$$
(5.3)

これを解くと,

$$H_{x \to \theta}(\omega) \equiv \frac{\theta}{x_g} = \frac{\frac{\omega^2}{g}}{\left(1 - \frac{l}{g}\omega^2\right)\left(1 + \frac{\Delta z}{l} - \frac{I}{mg\Delta z}\omega^2\right) - \frac{\Delta z}{l}}$$
(5.4)

$$\simeq \frac{\frac{\omega}{g}}{\left(1 - \frac{l + \Delta z}{g}\omega^2\right)\left(1 - \frac{I}{mg\Delta z}\omega^2\right)}$$
(5.5)

となる. 第1項は振り子の並進の共振周波数, 第2項は傾斜回転の共振周波数に対応する. ここで並 進, 傾斜回転の共振周波数をそれぞれ *f<sub>x</sub>*, *f<sub>p</sub>* とおくと

$$f_x = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}, \ f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mg\Delta z}{l}}$$
(5.6)

と表される.

 $f_x$ を固定し、 $f_p$ を変えながら  $H_{x\to\theta}$ をプロットすると図のようになる。0.1Hz において並進地面振動は  $x \sim 10^{-6}$ m/  $\sqrt{\text{Hz}}$ . 予想される傾斜回転が  $\theta \sim 10^{-8}$ rad/  $\sqrt{\text{Hz}}$  であるから、 $f_p \sim 0.05$ Hz 程度まで共振周波数を下げる必要がある。



図 5.3 並進から傾斜回転への伝達関数の変化

マスの大まかなスケールを決めると、m,Iにある程度の制限がつく。したがって共振周波数を下げるには  $\Delta_Z$ を小さくする、すなわち重心と懸架点の位置をなるべく近づける必要がある。

### 5.2.3 角度読み取り

傾斜回転角の読み取りには、光てこを用いる。光てことは、対象物の傾きをビームスポットの位置 の変化として測定する方法である。ビームスポットの検出には、光検出器の一種である四分割フォト ディテクター (Quadrant Photodetector, QPD) という、スポットの位置変化がわかる光検出器を用 いる。対象物から QPD までの距離を *d*、対象物の回転角度を  $\theta$  とすると QPD 上でビームスポット は  $\delta x = d\theta$  だけ変化する。したがって、事前にビームスポットの変化  $\delta x$  に対する QPD の応答が分 かっていれば、そこから元の回転角度  $\theta$  を求めることができる。

#### 5.2.4 傾斜計の構成

設計した傾斜計の構成を図に示す.

傾斜計は2段振り子で懸架され、中段マスはダンピングマグネットによってダンプされることで並 進方向の共振ピークを抑えることができる。傾斜計本体のマスはアルミでできており、腕を細くして 先端の重量を大きくすることで慣性モーメントを大きくしている。また先端にはおもりを取り付けら れる構造になっており、重心の位置を調整することで共振周波数を下げることができるようになって いる.



図 5.4 傾斜計の構成



図 5.5 傾斜計本体のマス

傾斜計は懸架ステージ上に設置したが、角度を読み取る機構はまだできていない。今後は光学系の 設置を進め、傾斜回転を計測できる状態にする予定である。



図 5.6 傾斜計の全体図
# <sup>第6章</sup> まとめと今後の展望

本研究ではねじれ型重力波望遠鏡 TOBA の感度向上のために,特に能動防振系の開発を行った.またそれと並行する形で,防振性能を損ねる可能性のある傾斜地面振動を測定するための傾斜計の設計 も行った.

### 6.1 本研究の結果

#### 6.1.1 能動防振系の開発

先行研究の結果を踏まえ,より駆動レンジの大きいアクチュエータを使用することで先行研究より もより低い帯域で防振を行うことに成功した.

一方で,先行研究と同じくフレームの共振によって制御帯域が制限されていることが判明した.また,低周波における傾き変動カップリングによって低周波数帯における安定性に欠いていることがわかった.

#### 6.1.2 傾斜計の設計

防振性能を損ねうる雑音として傾斜地面振動を取り上げ,実際に問題になりうることを示した.こ れを測定するための傾斜計の設計を行い,基本設計及び傾斜計マス本体の構築は完了した.一方で傾 斜を読み取るための光学系の構築は完了していない.

## 6.2 今後の展望

#### 6.2.1 能動防振系

まずはアクチュエーターの対角化,特に並進方向に加振した際の傾き変動へのカップリングの低減 を,地震計の信号を用いて行う.これにより定周波数における制御の安定性を確保し,3軸同時制御 を目指す.それと同時に,フレームの共振を固くする補強を行い,共振周波数を全ての軸で10Hz以 上にまで移動させる.その後,制御ゲインを上げていき要求値実現に向けて防振性能を向上させて いく.

#### 6.2.2 傾斜計の開発

光学系の構築を完了させ、傾斜回転が読み出せる状態にする。その後、実際に傾斜地面振動が測定 できているのか性能評価を行い感度を向上させる。

最終的に、傾斜計を能動防振系に組み込み、傾斜方向の制御を行うことで傾斜方向の影響を低減する. それによって Phase-III TOBA ヘインストールできる状態にまで性能を向上させるのが、今後の目標である.

謝辞

本論文を執筆するにあたって、非常に多くの方に支えていただきました.

指導教員の安東正樹准教授には当研究室に所属して以来数多くの面でサポートをしていただきました. ねじれ振り子型重力波望遠鏡 TOBA という,世界にも類を見ない非常に興味深くやりがいのあるテーマを提供していただいただけでなく,私がことあるごとに高額な物品を買いたいと申し出た際にも購入を認めていただきました.またドイツに2ヶ月間滞在するという貴重な機会を提供していただきました.当時の経験は今に強く活きています.また研究者としての態度も学ぶところが多々ありました.一方で,私の要領が得ないばかりに様々な面でご負担をお掛けしました.本当にありがとうございました.

国立天文台の正田亜八香氏には,TOBA研究の先達として様々な疑問に答えていただきました。特に本研究の主題である能動防振系は氏の研究が基礎となっており,実験に行き詰るたびに氏の偉大さを痛感するばかりでした。

安東研究室助教の道村唯太氏には、実験の技術から器具の購入まで、様々なことを相談させていた だきました。氏の研究知識の広さにはいつも驚かされており、私の研究者の理想像の一つです。

安東研究室博士2年の下田智文氏には、TOBA の共同研究者として学部4年の特別実験の頃から 数え切れないほどの相談に乗っていただきました。私の拙い疑問もいつも的確に答えていただき、氏 の物理に対する理解の深さにはいつも助けられてばかりです。また、一度やり始めたら終わるまでや めない氏の集中力はいつも尊敬しています。私の大学を出る時間が遅くなったのは氏に影響されたに 違いありません。

安東研究室修士2年の川崎拓也氏は、研究室の同期として多くの議論を交わしてきました.実験中 にふとした疑問が湧いた時に最も気軽に相談しやすい相手であり、氏との議論によって理解が深まっ たことが何度もありました.同期として対抗心を燃やすこともあり、研究の強いモチベーションにも なりました.また氏の何も考えていないようできちんと進捗を生んでいる姿に、要領の良さを感じず にはいられません.

安東研究室博士3年の小森健太郎氏には、実験のセットアップについて多くの相談に乗っていただ きました。特に傾斜計の設計は氏に依るところが大きいです。氏が次々とセットアップを設計しては 進捗を進めていく姿はいつも憧れです。夜遅くまで実験して朝早くから来ている氏の生活リズムをぜ ひ見習いたいと思っています。

内山研究室博士2年の長野晃士氏とは、研究に関することから Switch の Joy-Con に至るまで、 様々な議論を交わしてきました。氏の研究の進め方や守備範囲の広さにはただただ感心するばかりで す。氏とともに真空槽のスタックしたボルトを破壊したのはいい運動になりました。 安東研究室博士2年の榎本雄太郎氏には、干渉計に対する深い理解に驚かされています。時々氏の 話についていけなくなる自分に歯痒さを覚えるほどです。KAGRA での作業が大変であるにもかかわ らず、折を見て本郷まで足を運んでいただける氏の姿には感嘆させられます。

安東研究室博士2年の有富尚紀氏には、いつもその大胆さに驚かされます。天文台での Filter Cavity 実験という選択は、なかなかできないものだと思います。

安東研究室博士1年の武田紘樹氏には、私が修論研究を始めたばかりの頃から、提出直前に私が死 にそうな時まで、気にかけていただきました。また日頃よりその理論に対する造詣の深さに憧れてい ます。

安東研究室博士1年の黄靖斌氏には、いつも英語の面でお世話になっています。論文の細かいところにも手を抜かずに追及する氏の研究態度もはっとさせられるところがあります。また頻繁に研究について気にかけてくれ、たまに氏が英語のネイティブであることを忘れます。

安東研究室修士1年の喜多直紀氏,宮崎祐樹氏は,とても頼りになる後輩でした.喜多氏はその少 し明るい性格で常に研究室内を盛り上げてくれました.宮崎氏はその研究熱心な姿にいつも我が身を 省みられます.

宇宙線研の同期である新井友也氏,神津稜平氏,福永真士氏,山本晃平氏とは,重力波セミナーを 自主企画したり,内山先生企画の基礎レクチャーを受けたりして共に学んできました.私が神岡サイ トに行った際に寂しい思いをしないで済んだのは,同期のうち誰かは必ず神岡にいたからでもあり ます.

東京大学物理学科の下澤東吾氏,大塚茂巳氏には実験装置の部品の大部分を製作していただきました。 た.急な製作の依頼にも快く引き受けてください、おかげで円滑に実験を進めることができました。

東京大学事務の庭田まゆ子氏には、研究に関する事務手続きの際に大変お世話になりました.私が 納品書に打刻をしなければならないのを知らなかったがために、長年氏にお手数をおかけしました. この場を借りてお詫びいたします.

最後に、ここまで私を支えてくれました家族に心から感謝いたします. ありがとうございました.



- Albert Einstein and Nathan Rosen. "On gravitational waves." Journal of the Franklin Institute 223.1 (1937), pp. 43–54.
- [2] Joseph H Taylor and Joel M Weisberg. "Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+ 16." The Astrophysical Journal **345** (1989), pp. 434– 450.
- [3] Benjamin P Abbott et al. "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger." Physical review letters **116**.6 (2016), p. 061102.
- [4] LIGO Scientific Collaboration, Virgo Collaboration, et al. "GWTC-1: A Gravitational-Wave Transient Catalog of Compact Binary Mergers Observed by LIGO and Virgo during the First and Second Observing Runs." arXiv preprint arXiv:1811.12907 (2018).
- [5] JM Ezquiaga. "JM Ezquiaga and M. Zumalacárregui, Phys. Rev. Lett. 119, 251304 (2017)."
  Phys. Rev. Lett. **119** (2017), p. 251304.
- [6] Benjamin P et al. Abbott. "GW170817: observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral." Physical Review Letters **119**.16 (2017), p. 161101.
- [7] DV et al. Martynov. "Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy." Physical Review D **93**.11 (2016), p. 112004.
- [8] Dheeraj R et al. Pasham. "A 400-solar-mass black hole in the galaxy M82." Nature 513.7516 (2014), p. 74.
- [9] B Allen. "B. Allen and JD Romano, Phys. Rev. D 59, 102001 (1999)." Phys. Rev. D 59 (1999), p. 102001.
- [10] Karsten Danzmann, LISA Study Team, et al. "LISA: Laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements." Classical and Quantum Gravity 13.11A (1996), A247.
- [11] Seiji et al. Kawamura. "The Japanese space gravitational wave antenna: DECIGO." Classical and Quantum Gravity **28**.9 (2011), p. 094011.
- [12] Masaki et al. Ando. "Torsion-bar antenna for low-frequency gravitational-wave observations." Physical review letters **105**.16 (2010), p. 161101.
- [13] Tomohumi Shimoda. "ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための地面振動雑音低減法の研究." Master thesis University of Tokyo (2016).
- [14] Michele Armano et al. "Sub-femto-g free fall for space-based gravitational wave observatories: LISA pathfinder results." Physical review letters **116**.23 (2016), p. 231101.

- [15] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編著. "重力波をとらえる-存在の証明から検出へ." 京都大学学 術出版会, 1998.
- [16] Bruce Allen and Joseph D Romano. "Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Signal processing strategies and sensitivities." Physical Review D 59.10 (1999), p. 102001.
- [17] Jan Harms et al. "Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors." Physical Review D 88.12 (2013), p. 122003.
- [18] Koji Ishidoshiro. "Search for low-frequency gravitational waves using a superconducting magnetically-levitated torsion antenna." Ph.D thesis (2009), University of Tokyo.
- [19] Kenshi Okada. "低周波重力波探査のための超伝導磁気浮上型ねじれ振り子の研究." Master thesis (2009), University of Tokyo.
- [20] Koji Ishidoshiro et al. "Upper limit on gravitational wave backgrounds at 0.2 Hz with a torsion-bar antenna." Physical review letters **106**.16 (2011), p. 161101.
- [21] Ayaka Shoda. "Development of a High-Angular-Resolution Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observation." Ph.D thesis (2014), University of Tokyo.
- [22] Yuya Kuwahara et al. "Search for a stochastic gravitational wave background at 1–5 Hz with a torsion-bar antenna." Physical Review D 94.4 (2016), p. 042003.
- [23] Tomofumi Shimoda et al. "Seismic cross-coupling noise in torsion pendulums." Physical Review D 97.10 (2018), p. 104003.
- [24] Herbert B Callen and Theodore A Welton. "Irreversibility and generalized noise." Physical Review 83.1 (1951), p. 34.
- [25] Peter R Saulson. "Thermal noise in mechanical experiments." Physical Review D 42.8 (1990), p. 2437.
- [26] S Reid et al. "Mechanical dissipation in silicon flexures." Physics Letters A 351.4-5 (2006), pp. 205–211.
- [27] Ooi Ching Pin. "Mechanical Loss of Crystal Fibres for Torsion Pendulum Experiments." Master thesis (2018), University of Tokyo.
- [28] Euan Morrison et al. "Automatic alignment of optical interferometers." Applied Optics 33.22 (1994), pp. 5041–5049.
- [29] VB Braginsky, ML Gorodetsky, and SP Vyatchanin. "Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae." Physics Letters A 264.1 (1999), pp. 1–10.
- [30] VB Braginsky, ML Gorodetsky, and SP Vyatchanin. "Thermo-refractive noise in gravitational wave antennae." Physics Letters A 271.5-6 (2000), pp. 303–307.
- [31] P. R. Saulson. "Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors." World Scientific, 1994.
- [32] Ayaka Shoda. "ねじれ型重力波検出器 TOBA の開発及び背景重力波探査." Master thesis (2011), University of Tokyo.

- [33] Naoki Aritomi. "ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のためのモノリシック干渉計の開発." Master thesis (2016), University of Tokyo.
- [34] Tomohiro Yamada. "大型低温重力波望遠鏡 KAGRA における極低温鏡懸架システムとその伝 導冷却に関する研究." Master thesis (2018), University of Tokyo.
- [35] Akiteru Takamori. "振り子を用いた広帯域傾斜計の開発と TAMA300 用懸架システムの研究." Master thesis (1998), University of Tokyo.
- [36] Krishna Venkateswara et al. "Subtracting tilt from a horizontal seismometer using a groundrotation sensor." Bulletin of the Seismological Society of America **107**.2 (2017), pp. 709– 717.