# 修士論文

# 宇宙重力波検出器用レーザー光源の 光ファイバーを用いた安定化

# 東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 66064 高橋走

2008年1月8日提出 2008年2月7日第2版提出

# 目 次

第1章	序論	9
1.1	重力波とは	9
1.2	宇宙重力波検出器	10
1.3	本論文の概要:レーザーの安定化	10
1.4	本論文の構成	12
第2章	重力波とその検出	13
2.1	重力波の導出	13
	2.1.1 計量テンソルと測地線方程式	13
	2.1.2 Einstein 方程式とその線型化	14
	2.1.3 重力波	15
2.2	重力波の性質・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	16
	2.2.1 自由質点に対する重力波の効果	16
	2.2.2 重力波の偏光	17
2.3	重力波の放出と波源・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	18
	2.3.1 重力波の放出	18
	2.3.2 重力波源	19
2.4	重力波検出器	21
	2.4.1 共振型検出器	22
	2.4.2 干渉計型検出器	22
	2.4.3 現在の大型干渉計型重力波検出器	23
	2.4.4 大型干渉計型重力波検出器の将来計画	23
2.5	宇宙重力波検出器	24
	2.5.1 宇宙重力波検出器の必要性	24
	2.5.2 宇宙重力波検出器の技術 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	25
	2.5.3 宇宙重力波検出器の計画	26
第3章	干涉計型検出器	29
3.1	Michelson 干涉計	29
	3.1.1 Michelson <b>干渉計の重力波に対する応答</b>	30
	3.1.2 周波数応答	32
3.2	Fabry-Perot <b>共振器</b>	33

	3.2.1 FP 干渉計の重力波に対する応答	35
3.3	FPM 干渉計に対する光源のノイズ	38
	3.3.1 強度ノイズ	38
	3.3.2 周波数ノイズ	40
3.4	FPM <b>干渉計のその他のノイズ</b>	41
	3.4.1 ショットノイズ	41
	3.4.2 <b>熱雑音</b>	42
	3.4.3 地面振動によるノイズ	43
	3.4.4 残留ガスによるノイズ	44
	3.4.5 制御によるノイズ	44
	3.4.6 <b>輻射圧雑音</b>	44
箆∥音	木宇瞼の技術	17
オーチ イ1	キス感の反応	<b>4</b> 7
4.1		47
	1.1.1 備起	41
12	1.1.2 (リリンリンエル・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	40
4.2	4.9.1 国油数応答	49
	4.2.1 月成奴心台 ····································	49 51
13		53
4.0		
第5章	強度・周波数安定化実験	55
+.5 第5章 5.1	強度・周波数安定化実験 全体の構成	<b>55</b> 55
年.5 第5章 5.1 5.2	<ul> <li>強度・周波数安定化実験</li> <li>全体の構成</li> <li>強度安定化</li> <li>・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・</li></ul>	<b>55</b> 55 56
年.5 第5章 5.1 5.2	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1	<b>55</b> 55 56 56
<b>第5章</b> 5.1 5.2	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成	<b>55</b> 55 56 56 56
<b>第5章</b> 5.1 5.2	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成         5.2.3         ノイズ源	<b>55</b> 55 56 56 56 59
<b>第5章</b> 5.1 5.2	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成         5.2.3         ノイズ源         5.2.4	<b>55</b> 55 56 56 56 59 61
<b>第5章</b> 5.1 5.2	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成         5.2.3         ノイズ源         5.2.4         結果         5.2.5         残留ノイズに関する議論	<b>55</b> 55 56 56 56 59 61 63
<b>第5章</b> 5.1 5.2 5.3	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成         5.2.3         ノイズ源         5.2.4         結果         5.2.5         残留ノイズに関する議論         周波数安定化	<b>55</b> 55 56 56 56 59 61 63 67
<b>第5章</b> 5.1 5.2 5.3	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成         5.2.3         ノイズ源         5.2.4         結果         5.2.5         残留ノイズに関する議論         周波数安定化         5.3.1         概要	<b>55</b> 55 56 56 56 56 59 61 63 67 67
<b>第5章</b> 5.1 5.2 5.3	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1       概要         5.2.2       構成         5.2.3       ノイズ源         5.2.4       結果         5.2.5       残留ノイズに関する議論         周波数安定化       5.3.1         概要       5.3.2         構成       5.3.2	<b>55</b> 55 56 56 56 56 56 59 61 63 67 67 67
<b>第5章</b> 5.1 5.2 5.3	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1       概要         5.2.2       構成         5.2.3       ノイズ源         5.2.4       結果         5.2.5       残留ノイズに関する議論         周波数安定化       5.3.1         5.3.2       構成         5.3.3       ノイズ源	<b>55</b> 55 56 56 56 56 59 61 63 67 67 67 71
<b>第5章</b> 5.1 5.2	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1 概要         5.2.2 構成         5.2.3 ノイズ源         5.2.4 結果         5.2.5 残留ノイズに関する議論         周波数安定化         5.3.1 概要         5.3.2 構成         5.3.3 ノイズ源         5.3.4 結果	<b>55</b> 55 56 56 56 56 56 59 61 63 67 67 71 74
<b>第5章</b> 5.1 5.2 5.3	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1         概要         5.2.2         構成         5.2.3         Jイズ源         5.2.4         結果         5.2.5         残留ノイズに関する議論         5.3.1         概要         5.3.2         構成         5.3.3         ノイズ源         5.3.4         結果         5.3.5         残留ノイズに関する議論	<b>55</b> 55 56 56 56 56 59 61 63 67 67 71 74 75
<b>第5章</b> 5.1         5.2         5.3 <b>第6章</b>	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1       概要         5.2.2       構成         5.2.3       ノイズ源         5.2.4       結果         5.2.5       残留ノイズに関する議論         周波数安定化       5.3.1         5.3.2       構成         5.3.3       ノイズ源         5.3.4       結果         5.3.5       残留ノイズに関する議論         まとめ       まとめ	<b>55</b> 55 56 56 56 56 56 56 56 56 61 63 67 67 71 74 75 <b>79</b>
<ul> <li><b>第5章</b></li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li><b>第6章</b></li> <li>6.1</li> </ul>	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1       概要         5.2.2       構成         5.2.3       ノイズ源         5.2.4       結果         5.2.5       残留ノイズに関する議論         周波数安定化       5.3.1         概要       5.3.2         構成       5.3.3         ノイズ源       5.3.4         結果       5.3.5         残留ノイズに関する議論       5.3.5         残留ノイズに関する議論       5.3.5         素とめ       結果	<b>55</b> 55 56 56 56 56 56 56 56 56 56 56 56 56
<ul> <li><b>第5章</b></li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li><b>第6章</b></li> <li>6.1</li> <li>6.2</li> </ul>	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1       概要         5.2.2       構成         5.2.3       ノイズ源         5.2.4       結果         5.2.5       残留ノイズに関する議論         周波数安定化       5.3.1         新生       5.3.2         構成       5.3.3         ノイズ源       5.3.4         結果       5.3.5         残留ノイズに関する議論       5.3.5         残留ノイズに関する議論       5.3.5         諸無       5.3.5         諸編       5.3.5	<b>55</b> 55 56 56 56 56 56 56 56 59 61 63 67 67 71 74 75 <b>79</b> 79
<ul> <li><b>第5章</b></li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li><b>第6章</b></li> <li>6.1</li> <li>6.2</li> <li>6.3</li> </ul>	強度・周波数安定化実験         全体の構成         強度安定化         5.2.1       概要         5.2.2       構成         5.2.3       ノイズ源         5.2.4       結果         5.2.5       残留ノイズに関する議論         周波数安定化	<b>55</b> 55 56 56 56 56 56 56 56 56 56 56 56 57 67 67 67 71 74 75 <b>79</b> 79 80

# 目次

補遺 A	温度揺らぎによる非対称 Michelson 干渉計の雑音	81
A.1	温度揺らぎの影響・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	81
A.2	熱伝導	81
	A.2.1 バネによる熱伝導	82
	A.2.2 <b>黒体輻射</b>	84
A.3	温度揺らぎ	86
補遺 B	電気回路	87
補遺 C	実験装置写真	91
参考文南	Ŕ	97
謝辞		99

# 図目次

2.1	重力波の効果	18
3.1	Michelson 干涉計	30
3.2	Fabry-Perot <b>共振器</b>	33
3.3	Fabry-Perot <b>共振器の応答</b>	36
3.4	Fabry-Perot-Michelson <b>干涉計</b>	37
4.1	光ファイバの基本構造	47
4.2	楕円コアの偏波面保存ファイバ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	48
4.3	応力付与した偏波面保存ファイバ	48
4.4	光ファイバコネクタ	49
4.5	マッチングジェルを入れた光ファイバコネクタ・・・・・・・・・	49
4.6	非対称 Michelson 干涉計	50
4.7	非対称 Michelson 干渉計の出力	52
4.8	フィードバック制御の概念図	53
5.1	光学系の構成	55
5.2	強度安定化光学系...............................	57
5.3	AOM の駆動電圧-透過率特性	58
5.4	強度安定化制御系の構成・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	59
5.5	強度安定化ループのオープンループ伝達関数	60
5.6	電気系ノイズとショットノイズ(強度雑音)	62
5.7	強度安定化結果	62
5.8	TAMA の強度安定化	63
5.9	AOM 駆動電圧変化に伴う強度ノイズ変化	65
5.10	差動ノイズ測定セットアップ	65
5.11	強度安定化の結果と差動ノイズの比較	66
5.12	周波数安定化光学系の基本構造	67
5.13	評価信号の取得系を含めた周波数安定化光学系.........	67
5.14	周波数安定化制御系の構成..........................	68
5.15	周波数制御ループのオープンループ伝達関数..........	69
5.16	周波数ノイズ評価用ループのオープンループ伝達関数......	70
5.17	AMI <b>懸架用サスペンション</b> · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	71

5.18	本論文で用いる軸の定義..........................	72
5.19	ダンピングマス	72
5.20	電気系ノイズ (周波数雑音)	74
5.21	真空槽外壁の温度揺らぎ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	75
5.22	周波数安定化結果...............................	76
5.23	単一プラットホーム実験	76
5.24	単一プラットホームでの周波数ノイズ測定	77
Λ 1	毎阻に延びる1次元の様の熱に道	ວາ
A.1		04 02
A.2	有限での1人儿の伴の恐仏等・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	00 05
А.э	具工信候式凶	90
B.1	強度安定化ループのフィルタ回路	87
B.2	周波数安定化ループのフィルタ回路1	87
B.3	周波数安定化ループのフィルタ回路2	88
B.4	周波数評価用ループのフィルタ回路............	88
B.5	リファレンス回路...........................	89
B.6	PZT <b>ドライバ回路</b>	89
B.7	ハイパスフィルタ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	89
B.8	定電流電源	90
C.1	装置全景	91
C.2		92
C.3	AOM	92
C.4	Photo detector	93
C.5	Beam splitter	93
C.6	AMI	94
C.7	AMI サスペンション	95

# 第1章 序論

本論文は、レーザー光源の強度・周波数安定化システムの開発に関する論文である。本論文では、主に宇宙空間における重力波検出器で用いるレーザー安定化シス テムに関する初期段階の研究について述べる。

本章ではまず重力波に関する概説を述べたのち、宇宙重力波検出器について簡 単に触れる。さらに、本論文の主題であるレーザー光源の安定化実験について概説 し、最後に本論文の構成について述べる。

# 1.1 重力波とは

重力波は、質量の加速度運動によって生成される時空の歪みの波である。これは 一般相対性理論における Einstein 方程式の波動解であり、A.Einstein 自身によって 1916年に導出されている [1]。その存在は、1970年代に J.H.Taylor らによって間接 的に証明された [2]。Taylor らは連星パルサー PSR1913+16の公転周期を測定し、 その変化が重力波放出によるエネルギー減少から予言される値と精度良く一致する ことを示した。彼らはこの功績によって 1993年のノーベル物理学賞を受賞してい る。しかし、重力波と物質の相互作用は微弱であるため、未だにその直接検出はな されていない。

重力波は、質量分布の変化によって発生する。これは電荷分布の変化によって電磁波が発生するのと同様の現象で、重力波を測定することで質量分布の変化を調べることができる。ただし、重力相互作用は電磁相互作用に比べて非常に小さいので、重力波による観測は超新星爆発や連星中性子星の合体などの大規模な天体現象が対象となる。

重力相互作用の小ささは重力波の直接検出には不利であるが、逆に電磁波では知 ることのできない情報を与えるという側面もある。この性質により、重力波は天体 内部の質量分布の情報も運ぶことが可能であるし、電磁波による観測が難しい晴れ 上がり以前の宇宙の情報も調べられると考えられている。重力波の直接検出は我々 に新たな窓とそこからもたらされる新しい情報を与え、これまでの電磁波による天 文学とは異なる「重力波天文学」を開かせる可能性を秘めている。

重力波検出の試みは世界各国でなされている。現在主流となっているのは、数100 mから数km程度の基線長を持つ大型のFabry-Perot-Michelson干渉計を用いた重 力波検出装置で、現在は世界で4つのプロジェクトが稼働している。これらの検出 器は主に中性子星連星の合体により放出される100 Hz - 1 kHz の重力波をターゲットとしている。稼働中のプロジェクトの中には既に設計感度に到達しているものもあるため、この周波数帯での重力波直接検出は既に現実味を帯びていると言える。

従って我々の現在の関心は、重力波の検出だけではなくそこから天文学的な成果 を上げることに移りつつある。そのために必要とされるのは、より高感度・広帯域 な重力波観測である。特に、現在の重力波検出器では10 Hz 以下の帯域での感度向 上が難しいため、重力波天文学のためには低周波側への帯域拡大が大きな課題と言 える。

干渉計型重力波検出器において、低周波数帯へのシフト・高感度化はともに基線 長をのばすことに対応する。しかし、現在地上に建設されているものでも基線長は 既に数 km あり、現実的な問題としてこれ以上大きいものを作ることは難しい。ま た、今以上に大型の干渉計を建設しても、低周波側では地面振動に起因するノイズ が大きいため、感度が大きく上がることは考えづらい。従って、低周波での重力波 観測の手段としてはスペースクラフト<sup>\*1</sup>を用いた宇宙重力波検出器が自然な発想と して現れてくる。

## 1.2 宇宙重力波検出器

宇宙重力波検出器計画としては NASA・ESA による LISA 計画と、日本による DECIGO 計画が存在する。ともに干渉計型重力波検出器であるが、地上のものよ リ大型で、基線長は LISA で 500 万 km、DECIGO で 1000 km となっている。

これらの観測にかかる波源としては

- 銀河中心の巨大ブラックホールの合体
- 宇宙論的背景重力波
- 多数の連星系からの重力波の重ね合わせによる stochastic な重力波

等が考えられている。

重力相互作用は電磁相互作用に比べて非常に小さいから、遠くからの重力波も遮蔽されずに地球に届く。従って、これら低周波重力波を観測することによって、遠くの宇宙の情報や初期宇宙の情報が得られると期待されている。

# 1.3 本論文の概要:レーザーの安定化

干渉計型重力波検出器において、低ノイズのレーザー光源は必要不可欠なもので ある。また、重力波検出に限らず、精密測定や通信の用途でも高安定レーザーは重 要であり、その面からもレーザー安定化の研究の意義は大きい。

\*1地球周回軌道を使うとは限らないので、人工"衛星"という言い方は正しくない。

重力波検出器のレーザー光源としては、強度と周波数の安定度が重要となる。こ れらはどちらも理想的な干渉計ではノイズとならないが、実際には干渉計の非対称 性や鏡の残留変位ノイズによってノイズになってしまう。従って、現在運用されて いる大型干渉計にも光源の安定化機構が組み込まれており、観測帯域でのノイズは 十分に小さくなっている。

安定化を行うためには強度、周波数の検出器が必要となる。強度安定化はレー ザーをピックアップして Photo detector で強度を検出、電圧リファレンスにロック するようにフィードバックをかけることで実現できる。周波数安定化にはいくつか の手法があるが、キャビティをリファレンスとして制御することが多い。通常はリ ファレンスキャビティを用意することになるが、Fabry-Perot-Michelson 干渉計型 の重力波検出器では干渉計を構成する Fabry-Perot キャビティが最も安定なキャビ ティであるので、これにロックすることもできる。DECIGO 等の宇宙重力波検出 器ではこの手法でレーザーを安定化することが検討されている。

DECIGO の観測帯域は 0.1 Hz - 1 Hz となっている。従って、光源はこの帯域で 十分に安定でなければならない。具体的には強度安定度で  $10^{-8}$  /Hz<sup>1/2</sup>、周波数安 定度で 1 Hz/Hz<sup>1/2</sup> (ともに 1 Hz 帯)の安定度が必要とされている [7]。周波数安定 化に関しては前述の通り最終的には干渉計の腕にロックされるため、この数字はそ の前段階として必要な安定度である。

0.1 Hz - 1 Hz 帯域における制御は、従来の地上での実験帯域から大きくはずれ ているため、あまり研究されてこなかった。また、この帯域では地面振動により光 路のアラインメントやリファレンスキャビティの基線長が揺らされ、制御能力を制 限していた。この領域で DECIGO の要求値程度の安定度を実現した実験としては 参考文献 [8] がある。これは対称性を重視してキャビティを作ることで地面振動の 影響を抑え低周波での周波数安定化を実現した例であるが、この例では光学系が複 雑であり、宇宙での使用を考えるとよりシンプルな安定化装置の方が望ましい。ま た、このシステムでは周波数安定化のみのシステムで、強度と同時に安定化された システムではない。

本研究では、低周波におけるアラインメントノイズを回避するために、安定化に 用いる光路を全て光ファイバで構築した。また、それに伴い全ての光学素子にファ イバカップルのものを使用した。これにより、シンプルでかつ衝撃などに強い、宇 宙での使用に適した光源安定化システムの構築が期待される。制御実験では、強度 安定化と周波数安定化を同時に行っている。

本研究の目的は、このようなファイバ光学系による制御の性能を試験することで ある。運用中にアラインメント調整ができない宇宙での光学実験において、光ファ イバを用いたシステムの相性が良いであろうことは十分に予想されることである が、これを用いた制御実験が本格的に行われた例はあまりない。また、光が自由空 間ではなく媒質中を通るため、屈折率揺らぎや散乱などによるノイズが深刻な影響 を引き起こす可能性もあるし、そもそもファイバーは外乱に対して敏感な素材であ るので、ノイズを受けやすい可能性もある。 これらに関して実験によりその影響を調べ、また、ファイバを使用した安定化シ ステムのノウハウを蓄積することを目的に、実際に強度・周波数を両方安定化する ひとまとまりのシステムを構築して実験を行った。

## 1.4 本論文の構成

まず、第2章では重力波の理論的な面について述べた後、重力波の検出器、波源 などについて総合的に述べる。第3章では、現在主流となっている干渉計型重力波 検出器について詳述する。また、本研究の目的である光源の安定化の必要性につい てもここで述べる。第4章では、本実験の内容や本論文の結果・考察を理解する上 で重要と思われる装置・技術について述べる。第5章では実験の細かいセットアッ プについて述べ、さらに結果とそれに対する考察を述べている。第6章では実験結 果についてまとめ、今後の課題について述べる。

補遺 A では本実験に用いた電気回路の回路図を載せている。補遺 B には本実験 で使用したセットアップの写真を載せている。

本論文の多くの部分で、文献 [3][4] を参考にしている。また、一般相対論にかか わる議論では文献 [5][6] を参考にした。

# 第2章 重力波とその検出

重力波は、一般相対論における Einstein 方程式の波動解である。主な検出方法としては、重力波の影響を潮汐力として捉えるものと、空間の歪みとして捉えるものの2通りがある。

本章ではまず Einstein 方程式から重力波解を導出したうえで、重力波が時空に及 ぼす影響を調べる。また、重力波の放出と、主な波源について述べる。さらに重力 波の検出方法について述べ、最後に現在稼働している大型干渉計型重力波検出器と 地上検出器の将来計画、宇宙重力波検出器計画について記す。

## 2.1 重力波の導出

#### **2.1.1** 計量テンソルと測地線方程式

重力波について調べる前に、重力による粒子の運動を相対論的に記述しておく。 一般相対論において、時空の幾何学的性質は無限小だけ離れた 2 点間の距離 (線 素) ds によって記述される。ds は計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  によって決まる量で、2 点間の 座標の差  $dx^{\mu}$  を用いて以下のように表される<sup>\*1</sup>。

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \tag{2.1}$$

計量テンソルが与えられると時空の幾何学的性質がわかり、自由落下によって時 空上を移動する粒子の運動を調べることができる。このとき粒子が移動する軌跡は 測地線と呼ばれ、次に表される測地線方程式によって記述される。

$$\frac{d^2x^{\lambda}}{d\tau^2} = -\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau}$$
(2.2)

ここで  $\tau$  は粒子の固有時間である。 $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$  は Christoffel 記号であり、 $g_{\mu\nu}$  を用いて 以下のように定義される。

$$\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\lambda\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}\right)$$
(2.3)

<sup>&</sup>lt;sup>\*1</sup>本論文中では、ギリシャ文字の添字は  $\{0,1,2,3\}$  を、ローマ文字の添字は  $\{1,2,3\}$  をとるものとする。また、座標は  $x^0 = ct$ 、 $x^1 = x$ 、 $x^2 = y$ 、 $x^3 = z$ とする。ここで、cは光速である。

また、測地線方程式 (2.2) の両辺に粒子の質量をかけたものは、重力場中を運動 する粒子の運動方程式と見なすことができる。従って  $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$  は重力場の強さを表す ものと言える。また  $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$  は  $g_{\mu\nu}$  の微分であるから、 $g_{\mu\nu}$  は重力ポテンシャルのよう なものであると言える。平坦な時空 (重力場がない時空) において  $g_{\mu\nu}$  は以下のよう になっている。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.4)

このような時空を Minkowski 時空と呼び、 $\eta_{\mu\nu}$ を Minkowski 計量と呼ぶ。何らかの 質量分布が存在する場合、その影響により時空は平坦でなくなる。さらに、質量分 布が四重極モーメントを持って運動するとき、 $g_{\mu\nu}$ の変動は波として伝搬する。こ れが重力波である。次項ではまず Einstein 方程式を線型化し、次々項で重力波を導 出する。

#### **2.1.2** Einstein 方程式とその線型化

質量が存在するときの  $g_{\mu\nu}$  は以下の式 (Einstein 方程式) に従う。

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$
(2.5)

この $G_{\mu\nu}$ はEinstein テンソルと呼ばれる。また、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソル と呼ばれ、質量の分布を表すテンソルである。 $R_{\mu\nu}$ 、Rは、それぞれリッチテンソ ル、リッチスカラーであり、これらはChristoffel 記号、リーマンテンソル $R^{\mu}_{\nu\alpha\beta}$ を 使って以下のように定義される。

$$R^{\mu}_{\ \nu\alpha\beta} = \frac{\partial\Gamma^{\mu}_{\ \nu\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial\Gamma^{\mu}_{\ \nu\alpha}}{\partial x^{\beta}} + \Gamma^{\mu}_{\ \gamma\alpha}\Gamma^{\gamma}_{\ \nu\beta} - \Gamma^{\mu}_{\ \gamma\beta}\Gamma^{\gamma}_{\ \nu\alpha}$$
(2.6)

$$R_{\mu\nu} = R^{\alpha}_{\ \mu\alpha\nu} \tag{2.7}$$

$$R = R^{\alpha}_{\ \alpha} \tag{2.8}$$

重力場が弱い場合、Einstein 方程式 (2.5) は線型化することが出来る。 まず、準備として  $h_{\mu\nu}$ の trace reverse tensor  $\bar{h}_{\mu\nu}$ を以下のように定義する。

$$\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \qquad (2.9)$$

$$h \equiv h^{\alpha}_{\ \alpha} \tag{2.10}$$

ここで、

$$\bar{h} \equiv \bar{h}^{\alpha}{}_{\alpha} = -h \tag{2.11}$$

であるので、

$$h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\bar{h}$$
 (2.12)

と書けるので、 $\bar{h}_{\mu\nu}$ は $h_{\mu\nu}$ と等価なテンソルであると言える。

重力場が弱いとき  $g_{\mu\nu}$ は Minkowski メトリック  $\eta_{\mu\nu}$  とそこからのずれ  $h_{\mu\nu}$ の和として

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$
 (2.13)

と書けるので、Christoffel 記号と Einstein テンソルは Laplace 演算子

$$\Box = \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial}{\partial x^{\beta}}$$
$$= -\frac{\partial^{2}}{c^{2}\partial t^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}}{c^{2}\partial z^{2}}$$
(2.14)

を用いて、 $\bar{h}_{\mu\nu}$ の一次までの範囲で以下のように書ける。

$$\Gamma^{\lambda}_{\ \mu\nu} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{h}^{\lambda}_{\ \mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial \bar{h}^{\lambda}_{\ \nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial \bar{h}_{\mu\nu}}{\partial x_{\lambda}} \right)$$
(2.15)

$$G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \left( \Box \bar{h}_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} \frac{\partial^2 \bar{h}_{\alpha\beta}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} - \frac{\partial^2 \bar{h}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu} \partial x_{\alpha}} - \frac{\partial \bar{h}_{\nu\alpha}}{\partial x^{\mu} \partial x_{\alpha}} \right)$$
(2.16)

さらに gauge 条件として Lorentz gauge

$$\frac{\partial \bar{h}^{\mu\nu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \tag{2.17}$$

を課すと、

$$G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\Box\bar{h}_{\mu\nu} \tag{2.18}$$

となり、Einstein 方程式 (2.5) は以下のように書き下せる。

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
 (2.19)

これが線型化された Einstein 方程式である。

#### 2.1.3 重力波

真空中では $T_{\mu\nu} = 0$ であるので、線型化 Einstein 方程式 (2.19) は以下のように書ける。

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{2.20}$$

この式から、 $\bar{h}_{\mu\nu}$ が波動として時空を伝わることがわかる。 この式の平面波解は以下のように書ける。

$$\bar{h}_{\mu\nu} = = A_{\mu\nu} \exp\left(ik_{\alpha}x^{\alpha}\right) \tag{2.21}$$

$$A_{\mu\nu}k^{\nu} = 0 \tag{2.22}$$

$$k_{\mu}k^{\mu} = 0 (2.23)$$

これが重力波解である。

この解には座標の任意性が残っているので、さらなる gauge 条件として TT gauge 条件<sup>\*2</sup>

$$A^{\alpha}_{\ \alpha} = 0 \tag{2.24}$$

$$A_{\mu\nu}U^{\nu} = 0 \tag{2.25}$$

を加えることができる。ここで U<sup>ν</sup> は任意の時間的な単位ベクトルである。

ここで  $U^{\nu} = \delta^{\nu}_{0}$ (background Minkowski 時空の時間基底) として、重力波の進行 方向を z 軸にとると、平面波解は以下のように書ける<sup>\*3</sup>。

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp\{ik(ct-z)\}$$
(2.26)

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{h}_{+} & \bar{h}_{\times} & 0 \\ 0 & \bar{h}_{\times} & -\bar{h}_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.27)

ここで、*k*は重力波の波数である。

(2.26)から、重力波の進行速度は光速であることがわかる。また、(2.27)より重力波は横波であり、その自由度は2つであることがわかる

次節では、重力波の性質について調べる。

## 2.2 重力波の性質

#### 2.2.1 自由質点に対する重力波の効果

重力波の  $g_{\mu\nu}$  がわかったので、自由質点に重力波が入社した際の運動を調べることができる。

まず、background Minkowski 時空の上で静止した1つの自由粒子に対する重力 波の効果を見てみる。この場合、

$$\frac{dx^{\mu}}{d\tau} = \{1, 0, 0, 0\}$$
(2.28)

<sup>\*2</sup>Transverse-Traceless gauge 条件。電磁波における Coulomb gauge に相当する。

 $^{*3}$ この形になると $ar{h}=0$ であるので、 $h_{\mu
u}=ar{h}_{\mu
u}$ となる

であるので、測地線方程式 (2.2) と式 (2.15) から、粒子に働く加速度は以下のよう になる。

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{d\tau^2} = -\Gamma^{\lambda}_{00} 
= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{h}^{\lambda}_0}{\partial x^0} + \frac{\partial \bar{h}^{\lambda}_0}{\partial x^0} - \frac{\partial \bar{h}_{00}}{\partial x_{\lambda}} \right) 
= 0$$
(2.29)

従って、重力波は自由粒子に加速度を与えないことがわかる。ただし、これはTT gaugeに固有の性質で<sup>\*4</sup>、物理的な意味は特に持たない。自由粒子が受ける重力波 の影響を調べるには、座標に依存しないように自由粒子間の固有距離を調べる必要 がある。

近接する 2 つの自由粒子  $P_1(0,0,0,0)$ 、  $P_2(0,\xi,0,0)$  に、z 方向に進行する重力波 が入射することを考える。2 粒子間の固有距離は $\xi \rightarrow \xi + \delta \xi$  と変化し、

$$\xi + \delta \xi = \int |ds^2|^{1/2} = \int |g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}|^{1/2}$$
$$= \int_0^{\xi} |g_{11}|^{1/2} dx = \left(1 + \frac{1}{2}\bar{h}_{11}\right) \xi$$
(2.30)

$$\implies \delta \xi = \frac{1}{2} \bar{h}_{11} \xi \tag{2.31}$$

である。

従って、重力波は自由粒子間の距離を変化させることがわかる。

## 2.2.2 重力波の偏光

さらに詳しく調べるため、2つの自由質点  $P_1$ 、 $P_2$ が微少距離  $\xi^i$ 離れており、そこに z 軸方向に進む重力波が入射する場合を考える。

式(2.31)と同様に考えれば、2点間の距離の変化は以下のように表される。

$$\begin{pmatrix} \delta\xi^{x} \\ \delta\xi^{y} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{h}_{+} & \bar{h}_{\times} \\ \bar{h}_{\times} & -\bar{h}_{+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^{x} \\ \xi^{y} \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)}$$

$$= \frac{1}{2} \bar{h}_{+} \begin{pmatrix} \xi^{x} \\ -\xi^{y} \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} + \frac{1}{2} \bar{h}_{\times} \begin{pmatrix} \xi^{y} \\ \xi^{x} \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)}$$
(2.32)

従って、重力波の2つの自由度は

•  $\bar{h}_+$ : x 軸が伸びると同時に y 軸が縮むモード (+ mode: プラスモード)

<sup>&</sup>lt;sup>\*4</sup>言い換えれば、TT gauge は重力波にあわせて座標を伸び縮みさせるゲージであるとも言える。

•  $\bar{h}_{\times}$ : プラスモードを 45° 傾けたモード (× mode: クロスモード)

の2つのモードに対応することがわかる。

図 2.1 は、*xy* 円周上に置かれた質点に *z* 軸方向に進行する重力波が入った場合の 各々の距離の変化を図示したものである。



図 2.1: 円周上に並んだ自由質点に対する重力波の+モードと×モードの効果

# 2.3 重力波の放出と波源

### 2.3.1 重力波の放出

重力波の発生を調べるには、線型化 Einstein 方程式 (2.19) を解けばよい。 この式の解は電磁場の場合と同様に遅延ポテンシャルを用いて書ける。

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t,\mathbf{r}) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}(t-\frac{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|}{c})}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|} d^3\mathbf{r}'$$
(2.33)

重力波源が十分に小さい場合、波源から距離 r の位置での重力波強度は以下のよう になる<sup>\*5</sup>。

$$\bar{h}_{ij} = -\frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} \frac{d^2}{dt^2} Q_{ij}(t')$$
(2.34)

ここでt' = t - r/c、 $r = |\mathbf{r}|$ である。 $Q_{ij}$ は質量の四重極モーメントで、以下のように書ける。

$$Q_{ij}(t) = \int \rho(x',t') \left( x'_i x'_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} x'^i x'^j \right) d^3x$$
(2.35)

また、重力波による波源からのエネルギー放出は以下のように書ける。

$$\frac{dE}{dt} = \frac{G}{45c^5} \left(\frac{d^3Q_{ij}}{dt^3}\right)^2 \tag{2.36}$$

ここで、重力波によるエネルギー放出の大きさを簡単に見積もってみる。

質量 *M* が距離 *R* の領域に分布していて、それが特徴的な速さ  $v \ (\ll c)$  で運動しているとすると  $d^3Q_{ij}/dt^3 \leq MR^2(v/R)^3$ となる。さらに、質量分布がほぼ力学的平衡状態にあるとすると、ビリアル定理から  $GM/R \sim v^2$ となる。ここから

$$\frac{dE}{dt} \lesssim \frac{c^5}{G} \left(\frac{v}{c}\right)^{10} = 3.6 \times 10^{59} \left(\frac{v}{c}\right)^{10} \text{ [erg/s]}$$

$$(2.37)$$

となる。

太陽の重力ポテンシャルに対応する程度の速度を持つ重力波源では  $v/c \sim 10^{-3}$ 程度であるので  $dE/dt \sim 10^{29}$  erg/s となる。従って、重力波が仮に最大効率で放出 されるとしても太陽の輻射光度  $(4 \times 10^{33} \text{ erg/s})$  に比べて小さな値しか出ないこと がわかる。

#### 2.3.2 重力波源

前項で述べたように、質量分布の変化が四重極モーメントを持ちさえすれば、そ こから重力波は放出される。しかしその大きさは非常に小さいため、実験的に重力 波を生成し、それを検出することは不可能と言える。従って、天体・宇宙起源の重 力波を観測することが必要となる。

現在ターゲットとされている波源には以下のようなものがある。

<sup>\*5</sup>ここでは四重極成分だけを論じているが、より高次のモードも存在する。

コンパクト連星の合体

中性子星やブラックホールなどのコンパクトな天体が連星を形成している場合、 連星はその公転周期に応じた周波数の重力波を放出してエネルギーを失い、やがて 衝突する。この衝突直前から衝突までの数分間に、大きな重力波が放出される。

この現象では、衝突直前までの連星の運動が Post Newtonian 近似で計算できる ため、重力波の波形予想が比較的容易である。このため、用意されたテンプレート 波形と検出器出力を比較することで (Matched Filter)、ノイズに埋もれた中から信 号を取り出しやすいという特徴がある。また、理論との比較で連星系との距離や質 量、ハッブル定数などをを知ることができる。

合体直前から合体直後にかけての重力波は強い重力場での相対論的な運動に関す る情報を含んでおり、様々な数値シミュレーションが行われている。

また、 $z \sim 1$ 程度の遠距離からの重力波信号を観測し、そのドップラーシフトを 調べることで宇宙の膨張加速度の直接検出が行え、同様の観測から Dark energy に も制限を与えることができる。

#### 超新星爆発

超新星爆発においても、その崩壊に非対称性が有れば重力波が放出される。この 重力波はバースト的であり波形予測が難しいためノイズの中から信号を拾い出すの が難しいが、コンパクト連星の合体に比べて頻度の大きい現象であり、有力な重力 波源である。

#### パルサー

パルサーの運動は自転軸に対してほぼ対称であると考えられるが、適当な非対称 性を仮定すると無視できない大きさの重力波を出す。重力波源としてのパルサーの 大きな特徴は、ほぼ一定周波数の重力波を出す上に、その周波数が光学的な測定に より精密に知られているということである。パルサー由来の重力波の検出では検出 器の周波数レンジを絞ることができるため、後述する共振型の重力波検出器のター ゲットとして有望な波源である。

#### 大質量ブラックホール

銀河中心に存在すると思われる  $10^6 \sim 10^8 M_{\odot}$  クラスの大質量ブラックホールの準 固有振動は 1 mHz - 0.1 Hz 程度の重力波源として期待されている。また、銀河の 合体によって大質量ブラックホーが連星を作り、合体する可能性もあるが、モデル によってはこのイベントは年に 1 度程度起こっている可能性がある。ここでもやは り 1 mHz - 0.1 Hz 程度の重力波が出ると考えられる。このようなイベントから出 る重力波は非常に大きいため、宇宙のどこで起こっても地球周辺で捉えることができる。

連星からの重力波

宇宙には多くの連星があることが光学的な観測からわかっている。これらはも重 力波源であるが、振幅が小さいこと、数が多いことから1つ1つを同定することは 難しく、観測の際には多数の波源が積分された stochastic な重力波として扱われる ことになる。この重力波は1Hz以下の帯域で大きくなると考えられ、宇宙重力波検 出器のターゲットの1つであると共に、感度を制限する要因ともなる。

宇宙論的背景重力波

宇宙論はそのシナリオに応じてさまざまな重力波を予想するが、これは低周波重 力波の観測にとって非常に大きなモチベーションである。

各宇宙論シナリオはそれぞれ、重力波のエネルギー密度パラメータ $\Omega_{GW}$ に対して制限を与えるが、 $\Omega_{GW}$ は重力波振幅 h と

$$h = 1.5 \times 10^{-20} \sqrt{\Omega_{\rm GW}} \left(\frac{f}{100 \, [\rm Hz]}\right)^{-1} \tag{2.38}$$

という関係を持つので、背景重力波を調べることで宇宙論的なシナリオに制限を加 えることができる。

元素合成に関する理論などから、観測と無矛盾であるためには

$$\Omega_{\rm GW} < 4 \times 10^{-5} \tag{2.39}$$

という条件が求められるため、式 (2.38) とあわせると、100 Hz での宇宙論的背景 重力波は最大でも 10<sup>-21</sup> 程度となる。従って、振幅の大きくなる低周波帯での観測 が必要となる。

# 2.4 重力波検出器

現在、主に研究されている重力波検出器には共振型と干渉計型の2種類が存在する。この節ではそれぞれについて簡単に述べる。

#### 2.4.1 共振型検出器

重力波による潮汐力で弾性体の振動モードを励起することで重力波信号を増幅して読み取る検出器である。弾性体の振動モードは以下の式に従う。

$$\mu \left(\frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2\xi\right) = f_{\rm GW}(t) \tag{2.40}$$

ここで $\mu$ は弾性体の換算質量、 $\omega_0$ 、Qは弾性体のそれぞれの振動モードの共振周波 数、Q 値<sup>\*6</sup>、 $f_{GW}(t)$  はその振動モードに重力波が及ぼす力である。この式は、散逸 のある調和振動子の運動方程式と同じ形をしている。つまり、共振周波数と一致す る周波数の重力波信号はQ 倍に増幅されるが、その周波数幅は $\omega_0/Q$  程度と狭い。 従って、共振型検出器はパルサーなど、周波数が既知である特定の天体を対象とし た観測に向いているが、未知の重力波源探索や、連星中性子星の合体のような時間 発展する波形を持つような現象の観測には向いていない。

共振型検出器の受け取るエネルギーは弾性体の質量、Q値、長さの2乗に比例する。そのため、共振型検出器には数トンクラスの巨大なアルミニウムの棒などが用いられる。主たるノイズ源は熱雑音であるので、検出器全体を低温にする必要がある。

共振型検出器は重力波検出器としてはもっとも古いタイプであり、1960年代に Weberによってはじめられた重力波の検出実験で用いられたのはこのタイプである [9]。観測帯域を大きくするため、検出器の形を工夫して共振モードを増やすなどの 工夫がなされ、現在でも世界各地で研究が行われている。

#### 2.4.2 干涉計型検出器

干渉計を使って重力波による距離の変化を検出する装置である。*xy*平面上の原 点にビームスプリッタ、*x*軸と*y*軸上にそれぞれ鏡を置いてマイケルソン干渉計を 構成する。ここに+モードの重力波が入射すれば*x*軸と*y*軸の距離が差動的に変化 するので、再結合した光の強度を測定することで重力波による距離の変化を検出す ることができる。

この方法は広い帯域での重力波観測が可能となるため、未知の重力波探査や重力 波の波形変化を見るのに向いている。現在主流と言える方法であり、宇宙重力波検 出器でもこの方法を用いる。高感度化には干渉計の基線長を大きくする必要があ り、現在稼働しているものは数kmクラスの基線長を持つ。また、実効的に基線長 を大きくするために、Michelson 干渉計の腕に Fabry-Perot 共振器を使用するなど している。

この方法については、次章で詳述する。

<sup>&</sup>lt;sup>\*6</sup>共振の鋭さを表す値。

#### 2.4.3 現在の大型干渉計型重力波検出器

現在、世界で稼働している大型干渉計型重力波検出器は以下の通りである。

#### TAMA

日本の検出器で、東京都の国立天文台三鷹キャンパスにある基線長300mの干渉 計である[10]。大型干渉計としては1999年に大型干渉計として世界でで初めての 長期安定観測に成功した。大型の低周波防振装置を使用している。

#### LIGO

アメリカのプロジェクトで、基線長4kmの干渉計2台と2kmの干渉計1台か らなっている[11]。Washington州のHanfordに4km干渉計と2km干渉計が並列 に(同じ真空槽の中に)設置されており、残り1台はLuisiana州のLivingstonに設 置されている。現在、設計感度にほぼ到達し、15 Mpc程度にある中性子連星から の重力波を捉えられる状況である。

今後大幅な機器のアップグレードを行って Advanced LIGO としての観測を目指している。

#### VIRGO

フランスとイタリアの共同研究による検出器で、基線長は 3km である。イタリアの Pisa 近辺に設置されている [12]。ここでも大型の低周波防振装置が使用されており、10 Hz 程度の低周波重力波の検出を狙っている。

#### GEO

イギリスとドイツの共同研究による検出器で、基線長 600 m の干渉計である。ド イツの Hannover 近辺に設置されている [13]。この干渉計は大型干渉計としては唯 ー Fabry-Perot-Michelson 干渉計ではなく、delay-line 型<sup>\*7</sup>の干渉計を採用している。 また、光学系に dual recycling という特殊な技術を用いている。

#### 2.4.4 大型干渉計型重力波検出器の将来計画

大型干渉計の将来計画として、既存の干渉計のアップデート以外に、新規建設が 計画されているものとして以下のものがある。

<sup>&</sup>lt;sup>\*7</sup>光を鏡で折り返すことで光路長を稼ぐ方式。他の大型干渉計では、Fabry-Perot-Michelson 干渉 計が使われている。

#### LCGT

基線長3 kmの干渉計を岐阜県の神岡鉱山内に建設する、日本の将来計画である [14]。最大の特徴は鏡の冷却である。冷凍機を用いて鏡を20 Kまで冷却することで、鏡の熱雑音を抑え、高感度の測定を可能にする。光学系では RSE(Resonant Sideband Extraction)を用いてノイズの低減を図る。

重力波は相互作用が小さいため、重力波検出器は全方位からやってくる重力波を 捉えることができる。これは重力波の直接検出には都合がよいが、天文学の立場か らすると、重力波の到来方向がわからないという欠点にもなる。

到来方向を調べるためには、複数台の検出器で重力波の到達時間を調べればよい。従って、検出器同士はできるだけ離れて設置されているのが好ましく、アメリカ、ヨーロッパに高感度の検出器がある現状を考えると、日本のLCGTや次項で述べるオーストラリアのAIGOの重要性は高いと言える。

#### AIGO

オーストラリアの Gingin に建設が計画されている基線長 5 km の干渉計である。 現在、同地には基線長 80 m のプロトタイプ干渉計が設置され、実験が行われてい る [15]。

## 2.5 宇宙重力波検出器

#### 2.5.1 宇宙重力波検出器の必要性

地上での重力波観測が成功した場合、重力波研究が次に目指すものは、これをプ ローブとして物理学的・天文学的な観測を行い、重力波天文学を創成することであ る。そのためには、検出器の高感度化に加えて、広帯域化が欠かせない。特に、低 周波帯域には宇宙論的に重要な波源が多いため、これの観測が重力波天文学の次な る大きな課題であると言える。

現在の干渉計型重力波検出器の低周波での感度を制限する主な要因は以下の2つ である。

1つは、干渉計の基線長の制限である。前述のように、干渉計型重力波検出器の 感度を低周波帯域で向上させることは基線長を伸ばすことに相当する。しかし、地 上に検出器を建設する以上、自ずからその大きさには限界がある。基線長が10km 程度なら建設できる可能性があるが、100kmを超えるようなものを建設するのは 用地の確保や真空設備等の面から考えておそらく不可能であろう。

2つめは、低周波帯域における地面振動の影響である。地震などが無い場合でも、 地面は常にほぼ f<sup>-2</sup>に比例するスペクトルで振動している。従って低周波での重力 波測定にはその観測帯域で十分な能力を持った防振装置が必要になるが、防振は周 波数が低くなるほど難しくなる。現在の技術ではおよそ0.1Hz以下での防振は難しいし、将来的にも低周波帯域での防振技術が飛躍的に向上することは考えにくい。

宇宙重力波検出器はこれらの問題を一度に解決するものとして期待されている。 宇宙には空間的な制約が少なく、条件の良い真空があり、地面振動が存在しない。 宇宙でレーザー干渉計の構成する場所としてはまず月面が考えられるが、月面上

には地球上ほどではないがやはり地面の常微動が存在する nakamura1982。従って、 宇宙重力波検出器の計画としては複数のスペースクラフト (Space Craft: S/C) に光 源と鏡を搭載しレーザー干渉計を構成する方法が考えられている。

#### 2.5.2 宇宙重力波検出器の技術

宇宙重力波検出器も原理は地上検出器と同じであるが、宇宙での運用に独特の問題がいくつか存在する。本節ではそのようないくつかのトピックについて述べる。

ドラッグフリー制御

宇宙空間で干渉計を構成するためには鏡を浮かべる必要があるが、宇宙空間にむ き出しの状態で置いたのでは太陽風や磁場などの影響を受けてしまう。したがって、 鏡そのものはS/C で覆い、鏡とS/C が非接触に保持されるように、鏡を基準に衛 星の位置を制御する必要がある。これはドラッグフリー制御と呼ばれ、鏡とS/Cの 相対距離を測定するローカルセンサと、S/Cの位置をコントロールするスラスタな どのアクチュエータが必要とされる。これらは従来宇宙で使用されていたものと比 べてノイズが大幅に小さい必要があり、現在検討、開発がなされている。

クランプ-リリース機構

打ち上げ時の破損を防ぐため、S/C内の部品は打ち上げ時にはすべて固定されて いる必要がある。打ち上げ後、干渉計として運用する際には上記のように鏡を非接 触保持する必要があるから、打ち上げ後のどこかの段階で鏡を十分に小さい初速度 で(初速度を消すためのアクチュエータのダイナミックレンジの範囲内で)S/Cから 切り離す必要がある。この機構も十分な検討・実験が必要なものである。

軌道

軌道に関しては、地球周回軌道、Lagrange点、太陽周回軌道が考えられている。 宇宙重力波検出器は複数台のS/Cが互いに1000km以上の距離を保って飛行す るため、地球周回軌道で運用するのには無理があると言える。また、地球周回軌道 では地球の重力場、磁場の影響があるため、この点からも適切でない。このような 理由から、現在の宇宙重力波検出器の計画ではLagrange点または地球と同様の太陽周回軌道での運用が考えられている。

#### 2.5.3 宇宙重力波検出器の計画

#### LISA

NASA・ESA の共同計画による宇宙重力波検出器計画である [17]。3 台の S/C を 正三角形に並べ、各辺の光を干渉させる。基線長は 500 万 km である。観測帯域は 1 mHz - 1 Hz であり、目標感度は 3 mHz で  $h \sim 10^{-23}$  である。巨大ブラックホール 由来の重力波や、stochastic な重力波をターゲットとしている。ただし、stochastic な重力波が逆にノイズとなってしまい、高い感度を出すのは難しいと思われる。

基線長が長大であるので、受光点でのレーザー径は100m程度になってしまう。 従って鏡を使って反射させることは不可能であるので、受光点では検出した光と位 相同期をかけた光を打ち返すトランスポンダ方式を用いている。

軌道は、地球から 20° 遅れた半径 1AU の太陽周回軌道である。3 台の S/C それ ぞれの軌道を地球の公転面から少しずつずらすことで、推進力をできるだけ使わず に基線長変化を抑える軌道を実現している。

当初は2014年打ち上げの計画であったが、現在は打ち上げ時期が未定となっている<sup>\*8</sup>。LISA で使用する技術の技術試験衛星として LISA PathFinder (LPF) が2010 年の打ち上げを計画している。

LPF では、LISA の腕 1本を縮小したタイプの Fabry-Perot 共振器が 1 台の S/C の中に入っている。この共振器を基準に出力が $\mu$ N クラスのスラスタを用いてドラッ グフリー制御を行い、動作試験と重力波の探査を行う。運用期間は 2ヶ月から 6ヶ 月程度である。

#### DECIGO

DECIGO は日本の宇宙重力波検出器計画である [18]。LISA では低周波帯域での 観測のため基線長が非常に長くなっているが、このためにレーザーの大部分を無駄 にしており、ショットノイズが大きなノイズ源となる。そのため、基線長の長さが あまり影響しない高周波帯域 (~10 Hz) ではそれほどの感度が出ず、地上検出器の 観測帯域ととLISA の帯域の間に、どちらからも感度の良くない帯域ができてしま う。この帯域での測定を目指したのが DECIGO である。この帯域では遠距離から のコンパクト連星の重力波などが見られ、それによって宇宙の膨張加速度の直接測 定や Dark energy のモデルへの制限が行える。

S/Cの配置は、LISAと同じく正三角形の頂点にそれぞれS/Cが配置される形で ある。ただし、DECIGOはLISAよりも高い周波数での観測を目指すので、基線長

<sup>&</sup>lt;sup>\*8</sup>主に予算的な問題である。

は100 km となっている。感度向上のために正三角形のセットを複数作り相関を取る計画も提案されている。軌道に関しては検討中であるが、太陽周回軌道が候補となっている。

DECIGO の基線長は 1000 km であるのでレーザー径が数十 cm 程度まで絞れる ため、レーザー光を効率よく使用でき、ショットノイズが低減される<sup>\*9</sup>。また、こ の大きさであれば鏡を使うことができるので、DECIGO の干渉計はフィネス 10 程 度の Fabry-Perot-Michelson 干渉計としてでデザインされている。

DECIGO の打ち上げは 2024 年を目標としている。また、DECIGO PathFinder (DPF)、Pre-DECIGO という 2 台の技術実証衛星をそれぞれ 2012 年、2018 年に 打ち上げる計画である。これらの実証衛星は DECIGO ほどの感度はないものの、 DECIGO と同じく地上干渉計では測定できない観測帯域での観測を行うため、科 学的にも興味深い実験である。

DPFの原理的な構成はLPFとそれほど変わらない。しかし、使用するマイクロ スラスタやその他アクチュエータ、センサ、制御系などは独自のものを使用する予 定である。Pre-DECIGO に関しての詳細は未だ検討段階であるが、DECIGO と同 様に3台のS/Cによる干渉計を構成する予定である。基線長は100 kmとし、また、 DECIGO のように3辺全てで干渉計を構成するのではなく、3辺のうち2辺だけを 用いる予定である。

<sup>\*9</sup>基線長が短いこと以外にも、レーザー光に通常の倍波をもちいることで回折を小さくし、レーザー径を絞っている

# 第3章 干涉計型検出器

前章で述べたように、主な重力波検出器としては共振器型と干渉計型の2種類が あるが、現在主流となっているのは干渉計型の検出器である。宇宙重力波検出器で 採用されるのも干渉計型である。この章では、干渉計型検出器による重力波検出に ついて詳しく述べる。

はじめに、干渉計型検出器の基本形である Michelson 干渉計の性質と、重力波に 対する応答について述べる。その後に、Fabry-Perot 共振器について述べる。Fabry-Perot 共振器は Michelson 干渉計の基線長を実効的に長くするために重力波検出器 に組み込まれ、Fabry-Perot-Michelson 干渉計として運用されることが多い。さら に、本研究の主題である光源のノイズが干渉計にどのような形で現れるのかを調 べ、最後に光源以外のノイズについて述べる。

# 3.1 Michelson 干涉計

はじめに、干渉計型重力波検出器の基本形である Michelson 干渉計について考える。

図 3.1 は Michelson 干渉計の概念図である。

レーザーの出力光を

$$E_{\rm in} = E_0 e^{\mathrm{i}\Omega t} \tag{3.1}$$

とする。この光はビームスプリッタで2つに分割され、それぞれの鏡で反射された 後ビームスプリッタ上で再結合する。分割された光の振幅を $E_x$ 、 $E_y$ 、戻ってきた 光の位相変化を $\phi_x$ 、 $\phi_y$ とすると、再結合して Photo Detector (PD) で検出される 光は以下のようになる。

$$E_{\rm PD} = E_x e^{i(\Omega t - \phi_x)} + E_y e^{i(\Omega t - \phi_y)}$$
(3.2)

この光のパワー *P*<sub>PD</sub> は以下のようになる。

$$P_{PD} = |E_{PD}|^{2}$$

$$= E_{x}^{2} + E_{y}^{2} + 2E_{x}E_{y}\cos(\phi_{x} - \phi_{y})$$

$$= \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} + \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2}\cos(\phi_{1} - \phi_{2}) \qquad (3.3)$$



図 3.1: Michelson 干涉計

ここで

$$P_{\max} = (E_x + E_y)^2$$
 (3.4)

$$P_{\min} = (E_x - E_y)^2 \tag{3.5}$$

である。

ここから、Michelson 干渉計は両腕を通る光の位相差  $\phi_x - \phi_y$  を光強度に変換する装置であると言うことができる。また、 $\phi_x$ 、 $\phi_y$ は理想的には腕の長さ  $l_x$ 、 $l_y$ で決まる量であるから、Michelson 干渉計は  $l_x - l_y$ を強度に変換する装置であるとも言える。

重力波は、空間の x 方向を延ばし y 方向を縮めるように作用するので、これが Michelson 干渉計に適切な角度で入れば、出力光強度にその情報が現れる。次節で はその振る舞いについて詳しく調べる。

### 3.1.1 Michelson 干渉計の重力波に対する応答

Michelson 干渉計の重力波に対する応答を調べるため、Michelson 干渉計の  $2 \Rightarrow$ の腕がそれぞれ x軸と y軸上にあり、そこに+モードの重力波が入射するとする。

重力波の大きさを h(t) とおくと、線素は以下のように書ける。

$$ds^{2} = -c^{2}dt^{2} + \{1 + h(t)\}dx^{2} + \{1 - h(t)\}dy^{2} + dz^{2}$$
(3.6)

光はds = 0を通るので、x軸側の腕を進む光では式 (3.6) は以下のように書ける。

$$dx = \pm \frac{c}{\sqrt{1+h(t)}} dt$$
$$= \pm c \left\{ 1 - \frac{1}{2}h(t) \right\} dt \qquad (3.7)$$

光が腕を往復する区間で両辺を積分すると

$$\int dx = 2l_x = c \int_{t-\tau_x}^t \left\{ 1 - \frac{1}{2}h(t') \right\} dt'$$
(3.8)

ここで  $\tau_x$  は光が x 軸側の腕を往復するのにかかる時間である。 ここから、 $\tau_x$  は以下のように求まる。

$$\tau_x = \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\tau_x}^t h(t') dt' \simeq \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-2l_x/c}^t h(t') dt'$$
(3.9)

ただし、 $2l_x/c \ll \tau_x$ とした。

従って、周波数  $\Omega$  の光が干渉計の腕を 1 往復する間の位相変化  $\Delta \phi_x$  は以下のようになる。

$$\Delta \phi_x = \Omega \tau_x$$
  
=  $\frac{2l_x \Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-2l_x/c}^t h(t') dt'$  (3.10)

y軸に関しても同様に考えて

$$\Delta \phi_y = \frac{2l_y\Omega}{c} - \frac{\Omega}{2} \int_{t-2l_y/c}^t h(t')dt'$$
(3.11)

よって

$$\Delta\phi_x - \Delta\phi_y = \frac{2l_-\Omega}{c} + \Omega \int_{t-2l/c}^t h(t')dt'$$
(3.12)

となる。ただし、 $l_{-} = l_x - l_y$ 、 $l_x \simeq l_y = l$ とした。

式 (3.12)の第2項が重力波の効果である。この位相差を Michelson 干渉計を用い て強度信号に変換することで重力波の信号を得ることができる。

#### 3.1.2 周波数応答

Michelson 干渉計の性質をさらに詳しく調べるため、重力波h(t)に対する Michelson 干渉計の周波数応答を考える。h(t)の Fourier 変換を

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$
(3.13)

とすると、重力波による位相変化  $\delta\phi_{\rm GW}$  は式 (3.12) から

$$\delta\phi_{\rm GW}(t) = \Omega \int_{t-2c/l}^{t} h(t')dt'$$
  
=  $\Omega \int_{t-2c/l}^{t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega)e^{i\omega t'}d\omega dt'$   
=  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right)e^{-il\omega/c}h(\omega)e^{i\omega t}d\omega$   
=  $\int_{-\infty}^{\infty} H_{\rm MI}(\omega)h(\omega)e^{i\omega t}d\omega$  (3.14)

ここで  $H_{\rm MI}(\omega)$  は Michelson 干渉計の重力波に対する周波数応答関数であり、以下 のように書ける。

$$H_{\rm MI}(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) e^{-il\omega/c}$$
(3.15)

 $H_{\rm MI}$ の $\omega$ 依存性は

$$|H_{\rm MI}(\omega)| = \begin{cases} \frac{2\Omega l}{c} & (\omega \to 0) \\ \frac{2\Omega}{\omega} & (\omega \to \infty) \end{cases}$$
(3.16)

であるので、干渉計感度は $l\omega/c \sim \pi となる \omega$ 周辺ををカットオフとする1次のロー パス特性を持っていることがわかる。また、感度向上のためには基線長を大きくす る必要があることがわかる。重力波による空間のゆがみはhlに依存するわけだか ら、この結果は直感にも一致する。

一方、特定の $\omega$ に対して $H_{\rm MI}$ を調べてみると、 $H_{\rm MI}$ は

$$\frac{l\omega}{c} = \frac{\pi}{2} \tag{3.17}$$

となるときに感度を最大にするので、干渉計の感度を最大にする1が存在すること になる。つまり、干渉計の基線長は大きいほど感度は良くなるが、この感度向上効 果はある値で打ち止めになると言うことである。

定性的に言えば、光の往復時間が短いと重力波による位相変化を十分に受けられ ないので感度が下がるが、往復時間がある程度以上長くなると、光が干渉計の中に いる間に重力波の位相が反転してしまうため基線長が伸びた恩恵が受けられない、 と言うことである。最適な往復時間は式(3.17)で示されるとおり、光が1往復する 間に重力波の位相が反転するような時間で、これは直感的にも明らかである。

式 (3.17) から1 kHz の重力波に対して最適な基線長を計算すると、約75 km となる。このような大きな干渉計を地上で作ることは非常に難しいから<sup>\*1</sup>、地上の検出器では実効的に基線長を大きくとる工夫が必要となる。重力波の感度に効くのは、本質的には基線長ではなく光子が重力波の影響を受ける時間であるから、基線長を長くする代わりに、Michelson 干渉計の腕に Fabry-Perot 共振器を組み込み、光の滞在時間を長くする技術がよく使われる。

次節では Fabry-Perot 共振器について詳しく調べる。

# 3.2 Fabry-Perot 共振器



図 3.2: Fabry-Perot 共振器。 $r_{\rm f}$ 、 $r_{\rm e}$ 、 $t_{\rm f}$ 、 $t_{\rm e}$  は全て実数である。鏡の反射率は鏡の 内側に向かうものを負とした。 $E_{\rm in}$ 、 $E_{\rm r}$ 、 $E_{\rm a}$ 、 $E_{\rm b}$  は Front mirror 付近での電場、 $E_{\rm t}$ は End mirror 付近での電場である。

まず、Fabry-Perot 共振器の反射率、透過率の周波数応答について調べる。Fabri-Perot 共振器は、2枚の鏡からなっている。レーザーが入射する側の鏡を front mirror、 反対の鏡を end mirror と呼ぶ。front mirror の振幅反射率、透過率を  $r_f$ 、 $t_f$ 、end

<sup>&</sup>lt;sup>\*1</sup>本研究のテーマは宇宙重力波検出器に向けての光源安定化であるが、宇宙重力波検出器では 1000km 以上の基線長を持たせることが可能である。

mirrorの振幅反射率、透過率を*r*<sub>e</sub>、*t*<sub>e</sub>と定義する。ハーフミラーなので反射率の符 号が入射方向によって異なるが、符号は図 3.2 のように、キャビティの内側への反 射が負になるように定義した。

このとき、入射電場を $E_{in}$ とすると、front mirror 近傍での共振器内部の電場は以下のようになる。

$$E_{\rm a} = t_{\rm f} E_{\rm in} - r_{\rm f} E_{\rm b} \tag{3.18}$$

$$E_{\rm b} = -r_{\rm e}e^{-\mathrm{i}\Phi}E_{\rm a} \tag{3.19}$$

ただし、 $\Phi = 2L\Omega/c$ である。

これを解いて

$$E_{\rm a} = \frac{t_{\rm f}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}} E_{\rm in}$$
 (3.20)

$$E_{\rm b} = -\frac{t_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}} E_{\rm in}$$
(3.21)

となる。ここで、 $E_{\rm r}$ 、 $E_{\rm t}$ は $E_{\rm a}$ 、 $E_{\rm b}$ を用いて

$$E_{\rm r} = t_{\rm f} E_{\rm b} + r_{\rm f} E_{\rm in} \tag{3.22}$$

$$E_{\rm t} = t_{\rm e} e^{-iL\Omega/c} E_{\rm a} \tag{3.23}$$

と書けるので

$$E_{\rm r} = \left( r_{\rm f} - \frac{t_{\rm f}^2 r_{\rm e} e^{-i\Phi}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}} \right) E_{\rm in}$$
(3.24)

$$E_{\rm t} = \frac{t_{\rm f} t_{\rm e} e^{-i\Phi/2}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}} E_{\rm in}$$
(3.25)

従って、Fabry-Perot 共振器の共振器の反射率  $r_{cav}$ 、透過率  $t_{cav}$  はそれぞれ以下のようになる。

$$r_{\rm cav} = \frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} = r_{\rm f} - \frac{t_{\rm f}^2 r_{\rm e} e^{-i\Phi}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}}$$
(3.26)

$$t_{\rm cav} = \frac{t_{\rm f} t_{\rm e} e^{-i\Phi/2}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-i\Phi}}$$
(3.27)

ここから、

$$\Phi = 2\pi n \quad (n : \mathbf{\beta} \mathbf{X} \mathbf{X}) \tag{3.28}$$

の条件を満たすとき、透過光が最大となることがわかる。また、このとき共振器内 部の光強度も最大となる。この条件が成り立つとき、入射光が Fabry-Perot 共振器 と共振しているという。 共振の鋭さを表す値を Finesse と呼ぶ。 Finess  $\mathcal{F}$ は共振の半値全幅と Free Spectral Range (FSR:共振周波数の間隔 = c/2L)の比で定義され、以下のように表される。

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_{\rm f} r_{\rm e}}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e}} \tag{3.29}$$

また、その性質から Finnese  $\mathcal{F}$  は共振器内でのレーザーの特徴的な平均往復回数を 表す指標でもある<sup>\*2</sup>。

図 3.3 は $r_{cav}$ の絶対値と位相変化をを $\Phi$ に対してプロットしたものである。ここからわかるように、共振点周辺では、反射光の振幅はほとんど変化しないが、位相成分に大きな変化が出る。従って、共振点にロックされた2つのFabry-Perot 共振器に重力波が入射すると、共振器の反射光の位相が大きく動く。図 3.4 のように反射光同士を干渉させることで重力波の情報を取り出すことができる (Fabry-Perot-Michelson干渉計)。

#### 3.2.1 FP 干渉計の重力波に対する応答

Fabry-Perot 共振器の重力波に対する応答を詳しく調べる。

 $^{*2}$ 共振器内をn回往復する光の強度 $P_n$ は以下のように書ける。

$$P_n = t_{\rm f} r_{\rm e} (r_{\rm f} r_{\rm e})^{n-1} t_{\rm f}$$
(3.30)

従って、*n*回往復する光の割合 *p<sub>n</sub>*は以下のようになる。

$$p_{n} = \frac{P_{n}}{\sum_{n=1}^{\infty} P_{n}}$$
  
=  $(1 - r_{\rm f} r_{\rm e}) (r_{\rm f} r_{\rm e})^{n-1}$  (3.31)

よって、光の平均往復回数 n<sub>ave</sub> は

$$n_{\text{ave}} = \sum_{n=1}^{\infty} n p_n$$

$$= (1 - r_{\text{f}} r_{\text{e}}) \sum_{n=1}^{\infty} n (r_{\text{f}} r_{\text{e}})^{n-1}$$

$$= (1 - r_{\text{f}} r_{\text{e}}) \frac{d}{d(r_{\text{f}} r_{\text{e}})} \left( \sum_{n=1}^{\infty} (r_{\text{f}} r_{\text{e}})^n \right)$$

$$= \frac{1}{1 - r_{\text{f}} r_{\text{e}}}$$
(3.32)

Fabry-Perot 共振器を構成する際、たいていは  $r_{\rm f}$ 、 $r_{\rm e}$  を 1 に近くするので、ほぼ以下のようになっていると考えて良い。

$$\mathcal{F} = \pi n_{\text{ave}} \tag{3.33}$$



図 3.3:  $\Phi$  に対する Fabry-Perot 共振器の応答。鏡のパラメータは  $r_{\rm f} = 0.975$ 、  $r_{\rm e} = 0.999$  を用いた。

Michelson 干渉計と同様に考えて、重力波が存在するときに光が基線長Lの共振 器内を往復するのに必要な時間 $\tau_1$ は以下のように書ける。

$$\tau_1 \simeq \frac{2L}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-2L/c}^t h(t') dt'$$
(3.34)

従って、共振器内をn回往復する光子が共振器内にいる時間 $\tau_n$ は以下のように書ける。

$$\tau_n = \frac{2nL}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-2nL/c}^t h(t')dt'$$
(3.35)

この式を式 (3.13) の Fourier 変換を使って書き換えると以下の式になる。

$$\tau_n = \frac{2nL}{c} + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) \frac{1 - e^{-2niL\omega/c}}{i\omega} d\omega$$
(3.36)

入射光  $E_{\rm in} = E_0 e^{i\Omega t}$  に対して Fabry-Perot 共振器の反射光  $E_{\rm r}$  は

$$E_{\rm r} = E_0 e^{i\Omega t} \left\{ r_{\rm f} - t_{\rm f}^2 r_{\rm e} \sum_{n=1}^{\infty} (r_{\rm f} r_{\rm e})^{n-1} e^{-i\Omega \tau_n} \right\}$$
(3.37)


図 3.4: Fabry-Perot-Michelson 干涉計

#### と表せるので、hの1次までとると

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} = r_{\rm f} - \frac{r_{\rm f}^2 r_{\rm e} e^{-\mathrm{i}\Phi}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-\mathrm{i}\Phi}} + \frac{r_{\rm f}^2 r_{\rm e} e^{-\mathrm{i}\Phi}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-\mathrm{i}\Phi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega}{2\omega} h(\omega) \frac{1 - e^{2\mathrm{i}l\omega/c}}{1 - r_{\rm e} r_{\rm f} e^{-\mathrm{i}\Phi} e^{2\mathrm{i}l\omega/c}} e^{\mathrm{i}\omega t} d\omega$$
(3.38)

## 干渉計とレーザーが共振している場合はさらに以下のように書ける。

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} = \frac{r_{\rm f} - (r_{\rm f}^2 + t_{\rm f}^2)r_{\rm e}}{1 - r_{\rm f}r_{\rm e}} - i\int_{-\infty}^{\infty} H_{\rm FP}(\omega)h(\omega)e^{i\omega}d\omega$$
(3.39)

ただし、

$$H_{\rm FP}(\omega) = \frac{\alpha \Omega}{\omega} \frac{\sin(L\omega/c)}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-2iL\omega/c}}$$
(3.40)

$$\alpha = \frac{t_{\rm f}^2 r_{\rm e}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e}} \tag{3.41}$$

である。 $H_{\rm FP}(\omega)$ は重力波に対する Fabry-Perot 共振器の周波数応答関数である。前節でも見たことであるが、重力波の影響が反射光の位相部分に現れていることがわかる。

さらに、 $H_{\rm FP}(\omega)$ の絶対値をとると

$$|H_{\rm FP}(\omega)| = \frac{\alpha \Omega}{\omega (1 - r_{\rm f} r_{\rm e})} \frac{|\sin(L\omega/c)|}{\sqrt{1 + F \sin^2(\omega L/c)}}$$
(3.42)

ただし

$$F = \frac{4r_{\rm f}r_{\rm e}}{(1-r_{\rm f})^2} \tag{3.43}$$

である。さらに $\omega L/c \ll 1$ の場合は以下のようになる。

$$|H_{\rm FP}(\omega)| = \frac{\alpha \Omega}{\omega (1 - r_{\rm f} r_{\rm e})} \frac{L\omega}{c\sqrt{1 + (\sqrt{F}\omega L/c)^2}}$$
$$= \frac{\alpha}{(1 - r_{\rm f} r_{\rm e})} \frac{L\Omega}{c} \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau \omega)^2}}$$
(3.44)

ただし

$$\tau = \frac{\sqrt{FL}}{c} \tag{3.45}$$

である。ここから、Fabry-Perot 共振器の周波数応答関数も Michelson 干渉計と同様、ωの1次のローパス特性を持っていることがわかる。 また、

$$\tau = \frac{\sqrt{FL}}{c} = \frac{2L}{\pi c} \mathcal{F}$$
(3.46)

$$\frac{\alpha}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e}} = \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \left( \frac{1}{r_{\rm f}} - r_{\rm f} \right) \tag{3.47}$$

であるので、

$$|H_{\rm FP}(\omega)| = \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{r_{\rm f}} - r_{\rm f}\right) \frac{L\Omega}{c} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mathcal{F}}{c}\frac{2L}{\pi}\omega\right)^2}}$$
(3.48)

となり、Michelson 干渉計の応答関数 (3.16) と比較すると *F* によって実行的な基線 長が延ばされていることがわかる。

ただし、Fabry-Perot 干渉計は実効的な基線長を増幅するだけでなく、鏡の振動 などの基線長揺らぎも増幅してしまう。従って、ノイズの低減という観点からはや はり基線長は長い方が有利である。

## **3.3 FPM 干渉計に対する光源のノイズ**

## 3.3.1 強度ノイズ

レーザー光源の強度揺らぎが FPM 干渉計の出力にどのように現れるか考える。

通常、FPM 干渉計では光に位相変調をかけることで干渉計での位相変化と光源の強度変化の周波数他を分離し、強度ノイズの影響を抑えている。例として内部変調法を用いて光に ω<sub>m</sub> の変調をかけた場合の FPM 干渉計の出力光強度は以下のようになる。

$$I_{\text{int}} = \frac{I_0 + \delta I(\omega)}{2} \{1 - \cos(\Phi + \Delta \phi + m \sin \omega_{\text{m}} t)\}$$
  
 
$$\sim \frac{I_0 + \delta I(\omega)}{2} \{1 - J_0(m) \cos(\Phi + \Delta \phi) + 2J_1 \sin(\Phi + \Delta \phi) \sin \omega_{\text{m}} t\}$$
(3.49)

この光を復調すると復調信号  $I_{\text{out}}^{\omega_{\text{m}}}(\omega)$  は以下のようになる。

$$I_{\text{out}}^{\omega_{\text{m}}}(\omega) = \left[\frac{\delta I(\omega')}{2} \{1 - J_0(m)\cos\Phi\} \mathcal{O}\omega_{\text{m}} \pm \omega \mathbf{K} \mathcal{H}\right] \\ + \left[I_0 J_1(m) \left(\frac{\delta I(\omega')}{I_0}\sin\Phi + \Delta\phi\cos\Phi\right) \mathcal{O}\omega \mathbf{K} \mathcal{H}\right]$$
(3.50)

ここから、重力波に対する感度を落とさずに強度ノイズの影響を抑えるためには 以下の方法が有効であることがわかる。

1. 強度ノイズが十分に制御されている帯域に $\omega_{
m m}$ をとる。

2.  $\Phi = 0$ となるように干渉計を設定する。

1番目の条件に関しては、高周波帯域では強度ノイズをショットノイズレベルまで 制御することはそれほど難しいことではないので、 $\omega_m$ を十分に大きくとれば達成 できる。2番目の条件は出力光の強度が0となる (ダークフリンジになる) ように干 渉計を設定することを意味する。これは、出力光強度を測定する Photo Detector の 技術的制限からも望ましいことである<sup>\*3</sup>。

ここから、光の強度ノイズは以下の2つの形で現れることがわかる。

1. ショットノイズ

2. 干渉計がダークフリンジ条件からずれることで漏れ出てくる強度ノイズ

ショットノイズについては後述するが、これは原理的に落とすことのできないノイズである。従って、ωmの取り方によらずこのノイズは現れる。ダークフリンジ条件からのずれに関しては、制御ノイズや低周波での鏡の残留変位ノイズの影響から、完全に消すことは難しい。従って、これに応じて、観測帯域でも光源の強度安定化が必要となってくる。

この議論は変調を書ける手法に依存するが、どの方法を使っても結論はそれほど かわらない。

<sup>&</sup>lt;sup>\*3</sup>出力光をダークフリンジにとらない場合、PD に 10W クラスの光が入るので、大容量の PD が 必要となってしまう。

## 3.3.2 周波数ノイズ

光源のレーザー光に位相ノイズ  $\phi(t)$  があるとき、干渉計の入射光は以下のように書ける。

$$E_{\rm in} = E_0 e^{i\{\Omega t + \phi(t)\}}$$
(3.51)

周波数ノイズ $\nu(t)$ は $\phi(t)$ を用いて以下のように定義される。

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} \tag{3.52}$$

まず、光源に周波数ノイズがある時の Fabry-Perot 共振器の応答を考えてみる。  $\phi(t) \ll 1$  であるとき、入射光は以下のように書ける。

$$E_{\rm in} = E_0 e^{i\Omega t} \left\{ 1 + i\phi(t) \right\} \tag{3.53}$$

周波数応答を調べるために Fourier 変換

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) e^{i\omega t} d\omega \qquad (3.54)$$

を行うと、この式は以下のように書ける。

$$E_{\rm in} = E_0 e^{i\Omega t} + iE_0 \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) e^{i(\Omega+\omega)t} d\omega$$
(3.55)

この光が Fabry-Perot 共振器に入射したとき、反射光は以下のようになる。

$$E_{\rm r} = E_0 e^{i\Omega t} r_{\rm cav}(\Omega) + iE_0 \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) e^{i(\Omega+\omega)t} r_{\rm cav}(\Omega+\omega) d\omega \qquad (3.56)$$

Fabry-Perot 共振器が共振条件にあるとして反射率の式を代入して計算すると、 反射光は以下のようになる。

$$E_{\rm r} = E_0 e^{i\Omega t} r_{\rm cav}(\Omega) \left\{ 1 + i \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) e^{i(\Omega+\omega)t} \frac{r_{\rm cav}(\Omega+\omega)}{r_{\rm cav}(\Omega)} d\omega \right\}$$
$$= E_0 e^{i\Omega t} \frac{r_{\rm f} - r_{\rm e}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e}} \left\{ 1 + i \frac{1 - r_{\rm f} r_{\rm e}}{r_{\rm f} - r_{\rm e}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) \frac{r_{\rm f} - r_{\rm e} e^{-2i\omega L/c}}{1 - r_{\rm f} r_{\rm e} e^{-2i\omega L}} d\omega \right\}$$
(3.57)

この式の第2項が反射光中の位相ノイズによる成分である。

式 (3.52) より、

$$\phi(\omega) = \frac{2\pi\nu(\omega)}{\mathrm{i}\omega} \tag{3.58}$$

であるので、反射光中の周波数ノイズの成分は以下のようになる。

$$2\pi E_0 e^{\mathrm{i}\Omega t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\nu(\omega)}{\omega} \frac{-r_{\mathrm{f}} + r_{\mathrm{e}} e^{-2\mathrm{i}\omega l/c}}{1 - r_{\mathrm{f}} r_{\mathrm{e}} e^{-2\mathrm{i}\omega l}} d\omega$$
(3.59)

Fabry-Perot-Michelson 干渉計にでは、2つの Fabry-Perot 共振器からの反射波の 干渉をとるので、理想的な干渉計であれば周波数ノイズの項はキャンセルされてし まう。しかし、実際には

- ビームスプリッタの 50:50 からのずれ
- ビームスプリッタから FP 共振器のフロントミラーまでの距離のずれ
- 2つの Fabry-Perot 共振器の各鏡の反射率・透過率の不一致

と言った非対称性があるため、周波数ノイズの影響は完全にはキャンセルされない。 対称性によってノイズが落ちる割合を common mode rejection ratio(CMRR) と 呼び、周波数ノイズの現れ方は

周波数ノイズ = 
$$\epsilon_{\text{CMRR}} \frac{\nu}{\Omega}$$
 (3.60)

と表される。通常 CMRR は  $\epsilon_{\text{CMRR}} = 1/100$  程度である。

## 3.4 FPM 干渉計のその他のノイズ

## 3.4.1 ショットノイズ

光は量子であるので、定常的な光が PD に入射するとき、検出される単位時間あ たりの光のエネルギーは揺らぐ。これはショットノイズ(散射雑音)と呼ばれ、量子 論に起因する原理的なノイズである。

いま、PD に定常的に流れる電流を *I*<sub>dc</sub> とおくと、ショットノイズのパワースペク トルは以下のように書ける。

$$i_{\rm N} = \sqrt{2eI_{\rm dc}} \tag{3.61}$$

ここで e は素電荷である。

重力波検出の際の現れ方の例として、Michelson 干渉計におけるショットノイズの現れ方を調べてみる。

Michelson 干渉計の位相変化の情報は式 (3.3) を微分して

$$\delta I = -\frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{2} \sin(\phi_1 - \phi_2) \delta \phi \qquad (3.62)$$

となる。ここで  $|\delta I| \leq i_N$  となるような  $\delta \phi$  は検出できないから、検出可能位相変化の限界  $\delta \phi_{shot}$  は

$$\delta \phi_{\rm shot} = \frac{2i_{\rm N}}{I_{\rm max} - I_{\rm min}} \frac{1}{\sin(\phi_1 - \phi_2)}$$
 (3.63)

これが最小となるのは  $I_{\min} = 0$ 、 $\phi_1 - \phi_2 = \pi/2$  となるときで、その時

$$\delta\phi_{\rm shot} = \sqrt{\frac{2e}{I_{\rm max}}} \tag{3.64}$$

である。このとき、Michelson 干渉計の出力は0となっている。これは強度ノイズ の項でも出てきたダークフリンジ条件であり、ショットノイズの面からも干渉計は ダークフリンジに保つのが重要である。

PDの量子効率を n、干渉計の入射レーザーパワーを Pin とすると

$$I_{\max} = e \frac{\eta P_{\text{in}}}{\hbar \Omega} \tag{3.65}$$

であるから、ショットノイズによる位相検出限界は以下のようになる。

$$\delta\phi_{\rm shot} = \sqrt{\frac{2\hbar\Omega}{\eta P_{\rm in}}} \tag{3.66}$$

従って、ショットノイズを下げるには干渉計の入射光のパワーを上げる必要が ある。

## 3.4.2 熱雑音

干渉計を構成する部品は、それぞれが接している熱浴の温度に応じた熱振動をす る。鏡やその周辺の熱振動は、干渉計の光路長を変化させ、ノイズとなる。

熱振動の大きさは揺動散逸定理を用いることで、系の散逸から求めることができ る。よく用いられる散逸のモデルは2通りある。1つは減衰力が振動の速度(周波 数)に比例するモデルで、viscous damping model と呼ばれる。もう1方は振動の周 波数に依存せずに内部で一定の損失が起こるとするモデルで、structure damping model と呼ばれる。

それぞれのモデルでの熱振動は、振動の角周波数を $\omega$ 、共振周波数を $\omega_0$ 、質量をm、Q値をQ、複素バネ定数を $\phi(\omega)^{*4}$ 、温度をTとすると以下のようになる。

$$\langle x_{\text{viscous}}(\omega) \rangle^2 \simeq \begin{cases} \frac{4k_{\text{B}}T}{m\omega_0^3 Q} & (\omega \ll \omega_0) \\ \\ \frac{4\omega_0 k_{\text{B}}T}{m\omega^4 Q} & (\omega \gg \omega_0) \end{cases}$$

$$(3.67)$$

$$\langle x_{
m structure}(\omega) \rangle^2 \simeq \begin{cases} \frac{4\phi(\omega)k_{
m B}T}{m\omega_0^2\omega} & (\omega \ll \omega_0) \\ \frac{4\phi(\omega)\omega_0^2k_{
m B}T}{m\omega^5} & (\omega \gg \omega_0) \end{cases}$$

$$(3.68)$$

ここで、*k*<sub>B</sub>はボルツマン定数である。

 $^{*4}Q = |1/\phi(\omega)|$ の関係がある

ここから、熱振動を抑えるには鏡基材のQ値を上げるか、鏡を低温に置くことが重要であると言える。これらについてはともに様々な研究がされている。低温鏡に関しては、日本の将来計画であるLCGTで採用されることになっており、LCGTの大きな特徴の1つである。

## 3.4.3 地面振動によるノイズ

地球表面は、地震などが無くても常に微少に振動している。この振動は干渉計の 鏡を揺らすことで光路長を変動させ、ノイズ源となる。

振動の大きさは地域によって大きく異なり、また、産業活動の活発さや天候など にも影響されるが、振動の周波数を *f* として、およそ以下のように表されることが 知られている。

$$x_{\text{seis}} = 10^{-7} \left(\frac{1 \text{ Hz}}{f}\right)^2 \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \tag{3.69}$$

地面振動によって Fabry-Perot-Michelson 干渉計の 2 本の腕の基線長が差動的に  $\delta L_{-}(t)$  変化すると、

$$h(t) = \frac{\delta L_{-}(t)}{L} \tag{3.70}$$

の大きさの重力波と同じ影響を与える。従って、地面振動の影響を低減するもっと も単純な方法は干渉計の基線長を延ばすことである。

地面振動は、振り子によって鏡を懸架することでも抑えることができる。

質量 m のおもりを、長さ l の振り子で懸架することを考える。懸架点の変位を X、懸架された質量の変位を x とすると、運動方程式は

$$m\left\{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dX}{dt}\right) + \omega_0^2\left(x - X\right)\right\} = 0$$
(3.71)

となる。ここで、 $\omega_0$  は振り子の共振角周波数、Q は Q 値である。また、外力は 0 とした。

この式を Fourier 変換して  $X(\omega)$  から  $x(\omega)$  への伝達関数  $H(\omega)$  を求めると以下の ようになる。

$$H(\omega) = \frac{x(\omega)}{X(\omega)} = \frac{\omega_0^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega}$$
(3.72)

(1)0

従って、

$$|H(\omega)| = \begin{pmatrix} 1 & (\omega \ll \omega_0) \\ Q & (\omega = \omega_0) \\ \frac{\omega_0^2}{\omega^2} & (\omega \gg \omega_0) \end{pmatrix}$$
(3.73)

となって、地面の震動を軽減することができる。また、振り子をn段にすることで  $|H(\omega)|^n$ の防振比を得ることも可能である。ただし、 $Q \gg 1$ とおいた。

単振り子の共振周波数  $f_0 = \omega_0/2\pi$  は、振り子の長さを l、懸架する質量を m、重力加速度を g とすると、以下のようになる。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad [\text{Hz}] \tag{3.74}$$

 $l = 0.1 \text{ m}, g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とすると  $f_0 = 1.6 \text{ Hz}$ となる。共振周波数を低くすれば低周波での防振が可能となるが、lをあまり大きくするのは現実的でないし、懸架する鏡の重さも大型鏡基材の制作など、技術的な問題があってあまり小さくできない。従って低周波数帯域での防振にはこのような受動的な方法ではなく能動的な技術が必要になるが、それでも防振可能な帯域は0.1 Hz程度までである。

低周波での防振は難しいので、最終的に有効になる方法は元から地面振動の小さ い地域に干渉計を建設することである。現在の大型干渉計は周囲での人間の活動の 少ない地域に作られることが多い。日本の将来計画である LCGT は地下 (神岡鉱山 跡)に建設することで地面振動を小さくする予定である<sup>\*5</sup>。

## 3.4.4 残留ガスによるノイズ

光路上の気体分子の揺らぎは屈折率変化を引き起こし、光路長変化を引き起こ す。従って、レーザー干渉計の光路は全て高真空中に置かれる必要がある。

## 3.4.5 制御によるノイズ

干渉計を動作点に保持するためには各種の制御が必要である。しかし、制御に電 気的なノイズが混入することによって、干渉計のノイズとなる。この影響を低減す るためには制御の帯域を狭くし、干渉計の観測帯域では制御がかかっていない状態 に置いておく必要がある。しかし、制御帯域を狭めることは制御ゲインを小さくし、 制御力を弱くすることにつながるので、それだけ動作点保持が難しくなる。そのた め、各種防振装置の助けを借りて外乱を小さくする技術が必要となる。また、元か ら地面振動などの外乱が小さい環境に干渉計を建設するのも有効な対処法である。

## 3.4.6 輻射圧雑音

光子は運動量を持つので、干渉計を構成する鏡はレーザーの輻射圧を受ける。輻 射圧はショットノイズによって揺らぐので、これによって鏡は振動する。これが輻 射圧雑音である。

<sup>\*5</sup>現在 TAMA が設置されている三鷹市よりも2桁程度地面振動が小さく、世界の大型干渉計と 比べても地面振動の少ない地域である。

角周波数  $\Omega$  の光子が持つ運動量は  $\hbar\Omega/c$  であるので、強度 P の光から鏡が受ける 力  $f_{\rm ba}$  は以下のようになる。

$$f_{\text{ba}} = 2\frac{\hbar\Omega}{c}\frac{P}{\hbar\Omega}$$
$$= \frac{2P}{c}$$
(3.75)

鏡の質量を m、変位を x とすると、運動方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_{\rm ba} \tag{3.76}$$

より、鏡の変位ノイズのスペクトルは以下のようになる。

$$\delta x_{\rm ba}(\omega) = 2 \frac{\delta P(\omega)}{cm\omega^2} \tag{3.77}$$

強度揺らぎは制御によって減少できるが、原理的にショットノイズは消せないので、 最終的に残る輻射圧雑音による鏡の揺らぎは

$$\delta x_{\rm ba}(\omega) = 2 \frac{\sqrt{2\hbar\Omega P}}{cm\omega^2} \tag{3.78}$$

となる。

ショットノイズは光の強度を上げることで減少したが、輻射圧雑音は逆に光の強度に応じて増大する。従って、この2つのノイズから入射光強度の最適地が求まる。 これによって決まる限界値を標準量子限界と呼ぶ。

輻射圧雑音も鏡の変位ノイズの一種と言えるので、これについても干渉計の基線 長を延ばすことで影響を小さくできる。

# 第4章 本実験の技術

この章では、本実験に用いている装置・技術のなかで、本論文を理解する上で重 要なものをいくつかピックアップして説明する。

まず、本実験の最大の特徴である光ファイバについて簡単に説明する。さらに、 周波数ノイズのセンサである非対称 Michelson 干渉計の動作について解説する。最 後にフィードバック制御について簡単に説明し、制御された信号とノイズの関係に ついて調べる。

## 4.1 光ファイバ

本実験で用いた光ファイバについて簡単に説明する。本節の内容は参考文献[19] を参考にした。

## 4.1.1 構造



図 4.1: 光ファイバの基本構造

光ファイバは高屈折率の線材 (コア) を低屈折率の素材 (クラッド) でコーティン グしたものである (図 4.1)。

入射した光はコアとクラッドの境界面で全反射を繰り返しながら進むが、自由空間を進む光と違い、光ファイバ中の光では許される境界面への入射角  $\theta_m$  は、コア

とクラッドの屈折率比、入射光の真空中での周波数、コアの径その他の境界条件に よって決まる離散値となる。さらに、コア径を十分小さく取ることで単一の $\theta_m$ のみ をとるファイバを作ることができる。これをシングルモードファイバと呼び、ファ イバ内の光路長が一意に決まるため、光学実験に適している。本実験で用いている のはこのシングルモードファイバである。



図 4.2: 楕円コアの偏波面保存ファイバ 図 4.3: 応力付与した偏波面保存ファイバ

また、ファイバのコアに鏡面対称な非対称性を加えることで、特定の偏光のみを 伝搬させるファイバを作ることができる(図4.2)。通常の点対称のコアではx方向 とy方向の小さな非対称性のため、光の伝達モードはx方向とy方向で微妙に異な る。このとき、伝達モードの差が小さいとx方向とy方向のモードがカップルして、 偏光が変化してしまう。

これを改善するには意図的に x 方向と y 方向の非対称性を大きくして、カップ リングを小さくすればよい。また、片方の偏光にのみ何らかの損失を設けることに よって、片方の偏波だけを伝送するファイバを作ることができる。このようなファ イバを偏波面保存ファイバと呼び、本実験ではこれを使用している。非対称性は、 図のように楕円形につくってもよいが、製造上の理由からクラッドに応力付与層を 形成した応力付与ファイバが多く用いられる (図 4.3)。

光ファイバに一定の曲がりが存在すると、それに応じた光の漏れが発生する。通常、曲げ半径 R が数 cm 程度であれば漏れ損失  $\alpha_{\rm B}$  はそれほど大きくはならないが、  $\alpha_{\rm B}$  は R に対して指数関数的に増加する値である。従って、微少な強度変化をモニ ターする場合は、R の変化は大きなノイズ源となりうる。しかしながらこのノイズ の正確な推定は難しく、実験によって確かめるのが重要である。

## 4.1.2 マッチングジェル

本実験では、ファイバーのコネクタ部分にマッチングジェル(屈折率整合材)を使 用している。

本実験で使用しているファイバーの端面は球形をしている。従って、ファイバ同 士をコネクトする際は図のように2本のファイバが一点で接している様な状態にな



図 4.4: 光ファイバコネクタ

図 4.5: マッチングジェルを入れた光ファ イバコネクタ

る (図 4.4)。この形では、どうしてもコネクト部分での反射によって光のロスが発 生してしまう。これは光の効率が悪くなるだけでなく、ノイズを導入する元にもな る。このコネクタ部に図 4.5 のように、ファイバのコアと同じ屈折率を持つ液体を 充填する。これによって仮想的に端面が存在しない状態となり、上記の問題が解決 される。

## 4.2 非対称 Michelson 干涉計

本実験では、周波数ノイズの検出器として非対称 Michelson 干渉計 (Asymmetric Michelson Interferometer: AMI) を用いている。ここではその振る舞いについて調べる。

## 4.2.1 周波数応答

まず、光源の周波数ノイズに対する AMI の振る舞いを調べる。

図 4.6 のように、x 軸、y 軸にそれぞれ沿った腕がある非対称 Michelson 干渉計を 考える。腕の長さはそれぞれ  $l_x$ 、 $l_y$  である。入射光  $E_{in}$  は、周波数を  $\Omega$ 、位相ノイ ズを  $\phi(t)$  とおくと以下のように書ける。

$$E_{\rm in} = E_0 e^{i\{\Omega t + \phi(t)\}} \tag{4.1}$$

光がそれぞれの腕を往復するのにかかる時間を  $t_x = 2l_x/c$ 、  $t_y = 2l_y/c$ 、それぞれの腕の光の振幅を  $E_x$ 、  $E_y$  と書くと、非対称 Michelson 干渉計の出力光  $E_{out}$  は下のよ



図 4.6: 非対称 Michelson 干涉計

うに書ける。

$$E_{\text{out}} = E_x e^{i\{(t-t_x)\Omega - \phi(t-t_x)\}} + E_y e^{i\{(t-t_y)\Omega - \phi(t-t_y)\}}$$
(4.2)

出力光強度は Pout は以下のようになる。

$$P_{\text{out}} = |E_{\text{out}}|^2$$
  
=  $P_x + P_y + P \cos\{(t_y - t_x)\Omega + \phi(t - t_x) - \phi(t - t_y)\}$  (4.3)

ただし、 $P_x = E_x^2$ 、 $P_y = E_y^2$  は各腕の強度であり、 $P = 2\sqrt{P_x P_y}$  である。

ここから、非対称 Michelson 干渉計がもっとも周波数ノイズに敏感になるのは

$$(t_y - t_x)\Omega = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad (n \mathbf{i} \mathbf{z} \mathbf{z} \mathbf{z})$$
 (4.4)

となるときである<sup>\*1</sup>。この条件をミッドフリンジ条件と呼ぶ。 このとき、式 (4.3) は

$$P_{\text{out}}(t) = P_x + P_y + P\{\phi(t - t_x) - \phi(t - t_y)\}$$
(4.5)

となり、 $t_x \neq t_y$ であれば位相ノイズに応じた信号を出すことがわかる。ただし、  $\phi(t-t_x) - \phi(t-t_y) \ll 1$ とした。

 $<sup>\</sup>overline{t_x^{*1}(t_y - t_x)\Omega} = \pi/2 + 2\pi n$ でも符号が入れ替わるだけで議論に影響はない。実際に実験を行う際にはどちらにするか明示的に定めてはいない。

この式のスペクトルに関して調べてみる。出力光のうち、位相ノイズ信号を含む 項  $P_{sig}(t) = P\{\phi(t - t_x) - \phi(t - t_y)\}$ を Fourier 変換すると

$$\frac{P_{\text{sig}}(\omega)}{P} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-t_x) e^{-i\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-t_y) e^{-i\omega t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-t_x) e^{-i\omega(t-t_x)} e^{-i\omega t_x} d(t-t_x) - \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-t_y) e^{-i\omega(t-t_y)} e^{-i\omega t_y} d(t-t_y)$$

$$= \left\{ 1 - e^{-i\omega(t_y-t_x)} \right\} e^{-i\omega t_x} \phi(\omega)$$

$$\simeq i\omega(t_y-t_x) e^{-i\omega t_x} \phi(\omega)$$
(4.6)

ただし、 $\omega(t_y - t_x) \ll 1$ とした。 ここから、

$$|P_{\text{sig}}(\omega)| = P\omega|t_y - t_x||\phi(\omega)|$$
  
=  $P\omega\frac{2|l_y - l_x|}{c}|\phi(\omega)|$  (4.7)

また式(3.58)から、出力光強度は周波数ノイズに対して以下のように書ける。

$$|P_{\rm sig}(\omega)| = 4\pi P \frac{|l_y - l_x|}{c} |\nu(\omega)| \tag{4.8}$$

これが、非対称 Michelson 干渉計の周波数ノイズ応答の式である。

図 4.7 は出力応答の例である。この図の場合、ミッドフリンジは Output が 1V と なるところである。

## 4.2.2 腕長変化に対する応答

式 (4.8) からもわかるように、非対称 Michelson 干渉計出力は  $l_y - l_x$  の変化にも 感度を持つ。

腕長変化に関しても前項と同様に議論できる。Michelson 干渉計の x 軸の腕の長 さが  $l_x + \delta l_x(t)$  と変動し、もう片方の腕の長さが一定であるとする。この腕長変化 による光の往復時間の変化は  $\delta t_x(t) = 2\delta l_x(t)/c$  となる。ここでは  $\delta t_x(t) \ll t_x$  と おく。

このとき、干渉光は

$$E_{\rm out} = E_x e^{-i\Omega\{t - t_x - \delta t_x(t - t_x)\}} + E_y e^{-i\Omega(t - t_y)}$$
(4.9)

干渉光強度は

$$P_{\text{out}} = P_x + P_y + P \cos\{(t_y - t_x)\Omega + \delta t_x(t - t_x)\Omega\}$$

$$(4.10)$$



図 4.7: 非対称 Michelson 干渉計の出力。パラメータとして、実際の実験のパラメー タである  $P_x = 0.5$ V、 $P_y = 0.5$ V、 $t_x - t_y = 100$ m、 $\Omega = c/1550$ nm を用いた。 $P_x$ 、  $P_y$  が電圧の次元なのは、PD 出力として扱っているからである。

前項と同様に Fourier 変換すると

$$\frac{P_{\text{sig}}(\omega)}{P} = \Omega e^{-i\omega t_x} \delta t(\omega)$$
$$= \Omega e^{-i\omega t_x} \frac{2\delta l_x(\omega)}{c}$$
(4.11)

絶対値をとると

$$|P_{\rm sig}(\omega)| = \frac{2P\Omega}{c} |\delta l_x(\omega)| \tag{4.12}$$

となる。

腕 B に関しても同様の議論ができ、両腕の腕長変化が独立であると考えれば、全体での腕長変化はこの2 乗和の平方根で表せる。

非対称 Michelson 干渉計は、腕長変化によってノイズを生じるので、外乱によっ て腕長が変化するのを抑えなければならない。腕長変化を引き起こす主な外乱とし ては地面振動、音圧、温度変化などが考えられるが、本実験では地面振動に対して はサスペンションによる防振を、音圧に対しては 10Pa 程度の真空中にシステムを おくことで対策を施した。

## 4.3 負帰還制御

以降の議論のために、負帰還制御の理論について簡単に述べる。



図 4.8: フィードバック制御の概念図

図 4.8 のように、DC 入力  $s_0$  にノイズ  $\delta s_{in}(\omega)$  が乗っているような入力  $s_{in}$  を、レファレンス電圧  $s_{ref}$  にロックすることを考える。フィードバックゲインを  $-G(\omega)$  とし、レファレンス回路とゲイン用の回路の入力ノイズをそれぞれ  $n_{ref}(\omega)$ 、  $n_G(\omega)$ 、ゲインをかけた後にノイズ  $n_{after}(\omega)$  が存在するとする。ゲインが  $-G(\omega)$  となっているのは、入力と検出したノイズを逆位相で足しあわせるためで、このため、このような制御は負帰還制御と呼ばれる。ここで  $G(\omega)$  は複素数であり、振幅変化と位相変化の情報を同時に持っている。

このとき、出力信号 sout は以下のようになる。

$$s_{\text{out}} = -G(\omega)\{s_{\text{out}}(\omega) - s_{\text{ref}} + n_{\text{ref}}(\omega) + n_{\text{G}}(\omega)\} + n_{\text{after}}(\omega) + s_{\text{in}}$$
$$= -\frac{G(\omega)}{1 + G(\omega)}\{-s_{\text{ref}} + n_{\text{ref}}(\omega) + n_{\text{G}}(\omega)\} + \frac{1}{1 + G}\{n_{\text{after}}(\omega) + s_{\text{in}}\}$$
$$(4.13)$$

## 従って、制御ゲインが十分に大きい帯域では

$$s_{\text{out}} = s_{\text{ref}} + \frac{s_0}{G} + \frac{\delta s_{\text{in}}(\omega) + n_{\text{after}}(\omega)}{G(\omega)} + n_{\text{ref}}(\omega) + n_{\text{G}}(\omega)$$
(4.14)

となり、 $G(\omega)$ が十分大きければ、出力のDC成分をレファレンス電圧 $s_{ref}$ にロックし、 ノイズ成分を $n_{ref}(\omega) + n_G(\omega)$ のレベルまで落とすことができる。ここで $G \equiv G(0)$ で、DC での制御ゲインを表している。 また、逆に  $G(\omega)$  が 1 に近い場合はノイズが増幅され、 $1 \leq |G(\omega)|$  で  $-2\pi \leq \arg\{G(\omega)\} \leq -\pi$ となる帯域が存在すると、系が定常状態から外れて出力が発振する。

本研究では $G(\omega)$ はローパス特性を持つように設計されている。この場合、 $|G(\omega)| = 1$ となる周波数が存在するが、その周波数をユニティゲイン周波数 (Unity gain frequency) と呼ぶ。ユニティゲイン周波数での位相遅れが 180° をこえると上記の発振 状態になるため、ここでの位相遅れは制御系の安定性を議論する上で重要である。これを位相余裕と呼び、安定な運用のためには 30° 程度必要であると言われている。

*G*(*ω*) はオープンループ伝達関数と呼ばれ、制御の特性を知る上で重要な量である。この図ではゲインは1カ所にしかないが、ゲインが複数箇所にあるような場合ではオープンループ伝達関数はそれら全てのゲインの積となる。

さらに、この結果からわかるとおり、 $G(\omega)$ が十分に大きい場合はゲインをかけたあとに何らかの機器によってノイズが加えられても、その信号は $1/|G(\omega)|$ に落ちてしまうので制御結果にあまり影響を与えない。従って、ノイズ推定の際にはゲインをかける前のノイズについて考えれば十分である。

## 第5章 強度・周波数安定化実験

この章では、本論文のテーマである光源の安定化実験のセットアップと、その結 果について述べる。

第3章で見たように、光源に強度揺らぎや周波数揺らぎがあると、その揺らぎは 干渉計の非対称性によって出力ノイズに変換される。従って本研究のような光源の 安定化が必要となる。

この章ではまず、光学系全体について簡単に述べたあと、強度安定化、周波数安 定化それぞれについてセットアップと結果、考察を述べる。

## 5.1 全体の構成



図 5.1: 光学系の構成。緑太線は光ファイバを、青細線は電気信号線を表す。AOM: 音響光学素子. PD: Photo detector. IES: Intensity Error Signal. IMS: Intensity Monitor signal. FES: Frequency Error Signal. FMS: Frequency Monitor signal. 図 5.1 は本実験で用いた光学系の概要を表した図である。光路は全て光ファイバ になっており、光学素子は全てファイバカップルのものを使用した。光源は DFB ファイバーレーザーで、波長は 1550 nm、出力は 10 mW である。ファイバは偏波 面保存のシングルモードファイバを使用している。

系は強度安定化モジュールと周波数安定化モジュールに分けることができ、それ ぞれが強度・周波数のフィードバックループを構成している。それぞれの細かい構 成や制御法については各々の項で詳述する。

各モジュールにはフィードバック用と安定度評価用の2つのセンサが用意されて いる。これは、センサのノイズを適切に評価するためである。センサのノイズが大 きいと制御後のノイズはセンサノイズでリミットされるが、単一のセンサ出力を見 るだけではその影響は読み取れない。従って、独立なノイズを持つセンサを並列に 用意して安定度を測定し、実際のレーザーの安定度を評価した。

## 5.2 強度安定化

#### 5.2.1 概要

本実験の目的は、光ファイバを用いたシステで DECIGO の要求感度を実現する ことである。DECIGO での強度安定度の要求値は、1 Hz 帯域において 10<sup>-8</sup>/Hz<sup>1/2</sup> であるので、これが本実験の目標値となる。しかし、後述するように、この実験で 制御できる原理的な限界はショットノイズである。このセットアップでのショット ノイズは 3.7×10<sup>-8</sup> /Hz<sup>1/2</sup> となっており、目標値よりも大きくなってしまっている。 ショットノイズの大きさは入射パワーの -1/2 乗に比例する。従って、レーザー 強度を 16 倍程度にすれば目標値を達成できるが、使用した光源の性能の限界のた め、これは達成できなかった。

#### 5.2.2 構成

光学系

図 5.2 は本実験で用いた強度安定化システムの概念図である。

出力光は Acousto-Optic Modulator (音響光学素子: AOM)を通過して Photo Detector (PD) で電気信号に変換された後、AOM にフィードバックされる。この際、 PD による光強度の検出ノイズを適正に評価するため、Beam Spritter (BS) で光を ピックアップしてノイズ評価用の PD で強度をモニターしている。フィードバック ループ用の PD から得られる信号を Intensity error signal、モニター用の PD から 得られる信号を Intensity monitor signal と呼ぶ。

AOM は駆動電圧に応じて透過率を変化させる光学素子で、レーザー出力をここ にフィードバックさせることで制御を行う。AOM は駆動電圧に対して sin<sup>2</sup> の透過



図 5.2: 強度安定化光学系

率を示すが、その電圧-透過率特性は図 5.3 の通りであり、透過率 T は駆動電圧 V に対して

$$T = 0.79\sin^2\left(\pi \frac{V}{0.92 \,[V]}\right)$$
(5.1)

で最小二乗フィッティングされる

出力光強度は大きいほどショットノイズが小さくなり、また、制御系の電気的ノ イズも相対的に小さくすることができる。従って制御はできるだけ AOM の透過率 が大きいところで行いたいが、透過率の大きい領域では駆動電圧変化に対する透過 率変化が小さいため、制御特性が悪くなる。本実験ではこのトレードオフを考慮し て、透過率 0.62(駆動電圧 0.32 V) で運用した。

PD 出力のレファレンス電圧は、商用の電圧レファレンス IC (AD587) を用いて 生成した。

制御系

図 5.4 は強度安定化の制御を表したものである。点線で囲まれた部分はそれぞれ 1 つの電気的な回路を表している。

レーザー光出力は DC 成分  $P_0$  と、変動成分  $P(\omega)$  の和で  $P_{in} = P_0 + P(\omega)$  と書ける<sup>\*1</sup>。これに AOM の透過率をかけたものが PD<sub>a</sub> で検出されるパワーである。

AOM の透過率は、AOM の駆動電圧を DC 値  $V_{\text{Drive}}$  と変動成分 n ( $V_{\text{Drive}} \gg n$ )の 和とすると、DC 値  $T_0(V_{\text{Drive}})$  と、変動成分 n に比例する成分  $nT'(V_{\text{Drive}})$ の和で書 ける。

<sup>&</sup>lt;sup>\*1</sup>ここでは、 $P_{in}$ はレーザーパワーに PD の変換係数をかけた電圧値として扱うこととする。変換係数の変動などは全て PD の入力換算ノイズとして扱う。また、BS によってパワーが約 1/2 になるが、この効果は定数として AOM の透過率に含めて考えてしまえば良い。



図 5.3: AOM の駆動電圧-透過率特性

PD をはじめ全ての素子ではノイズが発生するが、それらはすべて電気的な入力 換算ノイズとして n<sub>添字</sub> と表している。

PD 出力は DC 成分  $P_0T_0$  と信号  $s_a(\omega)$  の和となる。ここで得られる信号  $s_a(\omega)$  が Intensity error signal である。また、それと並列に得られる信号  $s_b(\omega)$  が Intensity monitor signal である。

Offset 1回路ではレファレンス信号が、Filter 回路ではゲインが与えられる。Offset 2回路は AOM の駆動電圧を加える回路である。Offset 回路で混入するノイズは、回路の特性上引き算する信号の大きさに比例したノイズとなる。

煩雑になるので明示的には示さなかったが、混入するノイズやゲイン、AOM 透 過率は全て周波数依存性を持っている。

図 5.5 は強度安定化制御ループのオープンループ伝達関数である。ユニティゲイン周波数は 80 kHz、位相余裕は 30°となっている。高周波側で位相遅れが発生するのは、AOMの応答に遅れが生じているからであり、これが制御帯域を制限している。



図 5.4: 強度安定化制御系の構成。赤太線の矢印はレーザー光を、黒線の矢印は電気信号を表す

5.2.3 ノイズ源

強度安定化の性能を制限するノイズの候補としては表 5.1 のようなものが挙げられる。

括弧でくくった対策は、本実験では行っていないものである。ショットノイズ以 外のノイズは、ファイバに特有のものであり、これらの影響を正確に評価すること は難しいため、実験的に制御性能を調べる必要がある。

以下、いくつかのノイズ源について詳しく述べる。

表 5.1: 強度安定化のノイズ源

ノイズ源	対策
制御系の電気的ノイズ	低ノイズ回路の使用
ショットノイズ	(高出力レーザーの使用)
ファイバコネクタでの散乱	マッチングジェル
ファイバの内部散乱	_
ファイバの内部損失の揺らぎ	_



図 5.5: 強度安定化ループのオープンループ伝達関数。点は実測値、実線はフィル タゲインの設計値である。

制御系ノイズ

図 5.4 から、制御後のノイズ信号の大きさが計算でき、以下のようになる。  $P_0T_0 + s_a(\omega) = P_{in} [T_0 + T' \{n_{AOM} + V_{Drive}n_{Off2} + g(n_{Fil} - P_0T_0 - P_oT_on_{Off1} + P_0 + T_0s_a)\}] + n_{PDa}$   $s_a(\omega) = \frac{1}{1 - P_{in}T'g} [P(\omega)T_0 + P_{in}T' \{n_{AOM} + V_{Drive}n_{Off2} + g(n_{Fil} - P_0T_0n_{Off1}) + n_{PDa}]$ (5.2)

さらに各ノイズの1次までとると  

$$s_{a}(\omega) = \frac{1}{1 - P_{0}T'g} \left[ P(\omega)T_{0} + P_{0}T' \left( n_{AOM} + V_{Drive}n_{Off2} + g \left( n_{Fil} - P_{o}T_{o}n_{Off1} \right) \right) + n_{PDa} \right]$$
(5.3)

# PD 出力で規格化すると $\frac{s_{a}(\omega)}{P_{0}T_{0}} = \frac{1}{1 - P_{0}T'g} \left[ \frac{P(\omega)}{P_{0}} + \frac{T'}{T_{0}} \left( n_{AOM} + V_{Drive}n_{Off2} + g \left( n_{Fil} - P_{o}T_{o}n_{Off1} \right) \right) + \frac{n_{PDa}}{P_{0}T_{0}} \right]$ (5.4)

となる。

 $s_{a}(\omega)$ はレーザーの強度ノイズに $n_{PD}$ を加算した信号がゼロになるように制御された結果の信号である。よって、強度ノイズが一定以下になると、制御によってレーザーの強度が $n_{PD}$ 程度変動してしまうが、これは $s_{a}(\omega)$ には現れない。

正しい強度変動の信号は $s_{
m b}(\omega)$ で見ることができる。

$$s_{\rm b}(\omega) = s_{\rm a}(\omega) - n_{\rm PD1} + n_{\rm PD2} \tag{5.5}$$

であるから、最終的に得られるノイズ信号は

$$\frac{s_{b}(\omega)}{P_{0}T_{0}} = \frac{1}{1 - P_{0}T'g} \left[ \frac{P(\omega)}{P_{0}} + \frac{T'}{T_{0}} \left\{ n_{AOM} + V_{Drive}n_{Off2} + g \left( n_{Fil} - P_{o}T_{o}n_{Off1} + n_{PDa} \right) \right\} + \frac{1 - P_{0}T'g}{P_{0}T_{0}} n_{PDb} \right]$$
(5.6)

となる。ただし、ここで  $PD_a \ge PD_b$ の入射パワー、変換効率は同じであるとした。 Intensity monitor signal は、 $PD_B$ の電気的なノイズやショットノイズと光の強度ノ イズが混ざった信号である。従って、厳密に言えば Intensity monitor signal は光の 強度ノイズそのものではなく、強度ノイズの上限値であると言える<sup>\*2</sup>。

PD、Offset 1, 2、Filter の入力換算ノイズ  $n_{AOM}$  は図 5.6 の Preamp 以下となって いる。このラインは回路のノイズ測定に用いた Preamp の入力換算ノイズである。

#### ショットノイズ

ショットノイズも  $n_{\rm PD}$  と同じ位置で混入し、同様の効果をもたらす。本セットアッ プでは、PD 出力は約5 V となっている。PD では 10 kΩ の抵抗を用いて電流-電圧 変換を行っているので、式 (3.61)を用いてこの回路のショットノイズを計算すると、 1 つの PD でのショットノイズは  $2.53 \times 10^{-8}$  /Hz<sup>1/2</sup> となる。Monitor signal で観測 されるノイズは制御系ループのノイズと Monitor signal 系のノイズの 2 乗和である ので、観測されるショットノイズは  $2.53 \times 10^{-8}$  /Hz<sup>1/2</sup> の  $\sqrt{2}$  倍で  $3.6 \times 10^{-8}$  /Hz<sup>1/2</sup> となる。これに関しても図 5.6 に記入してある。

AOM、AOMドライバの入力換算ノイズは測定していない。これは、AOMが80 MHzの高出力信号で駆動されるため、測定による破損が懸念されたからである。直 接の測定は行っていないが、間接的にノイズは問題とならないことがわかっている。 これについては、制御結果に関する議論の中で触れる。

## 5.2.4 結果

図 5.7 が強度安定化の結果である。1 Hz での安定度は  $3 \times 10^{-7} / \sqrt{\text{Hz}}$  であり、制御によって 40 dB の安定化に成功した (図 5.7 の線 (a)、(b))。

 $<sup>^{*2}</sup>$ これらのノイズ以外にも、 ${\rm BS}$ から ${\rm PD}_{\rm B}$ までの経路でのノイズや ${\rm BS}$ の分岐比の変動も、 ${\rm PD}_{\rm B}$ 測定器のノイズとなる。



図 5.6: 電気系ノイズとショットノイズ(強度雑音)



図 5.7: 制御結果。(a): Free run でのノイズ。(b):制御後の Monitor signal。(c):ショットノイズ。(d):  $3 \times 10^{-7} f^{-1/2}$  /Hz<sup>1/2</sup> の線。(e): (c) と(d) の 2 乗和。

本実験でのショットノイズは $3.6 \times 10^{-8}$  / $\sqrt{\text{Hz}}$  である (線 (c))。1 kHz 以上の帯域 で、制御後のノイズはこのショットノイズとほぼ一致しているが、低周波領域では ショットノイズに到達していない。この低周波帯でのノイズは $3 \times 10^{-7} f^{-1/2}$  /Hz<sup>1/2</sup> で良くフィットできる (線 (d))。線 (e) はこれら 2 つのノイズの 2 乗和の平方根を 取ったものであるが、制御結果と良く一致している。

 $3 \times 10^{-7} f^{-1/2} / \text{Hz}^{1/2}$ のノイズのソースは現在のところ不明である。

比較のため、図 5.8 に TAMA の強度安定度を示した。本実験と異なり、TAMA で用いられている方法では1 Hz 周辺のノイズを抑えられていないことがわかる。



図 5.8: TAMA の強度安定化 [20]。Stabilized が本実験での Monitor signal に相当 する。

## 5.2.5 残留ノイズに関する議論

ノイズ推定の補足データとして、AOM ドライバの駆動電圧を変化させてノイズの測定を行った。

式 (5.6) において AOM ドライバの駆動電圧の関数であるのは、 $V_{\text{Drive}}$  自身と  $T_0$ 、 T' である。このとき、フィードバックゲインを調節して gT' が変化しないようにす ると、出力ノイズに対する各ノイズの影響は  $V_{\text{Drive}}$  の変化に対して表 5.2 のような 依存性を持つ。

表 5.2 の第1列は、V<sub>Drive</sub> に対して表 5.3 のように変化する。

従って、 $3 \times 10^{-7} f^{-1/2} / \text{Hz}^{1/2}$ がこれらのノイズに由来するものであれば、 $V_{\text{Drive}}$ の影響が最も小さい  $(T'/T_0)V_{\text{Drive}}$ に比例する項でも5 dB程度の変化が出るはずである。

表 5.2: 強	健安定定にノ	イズ源と	その依存性
18 0.2. 19	収入上反にノ	コス赤し	

依存性	ノイズ名			
変化無し	$P_{\omega}, n_{\text{Off1}}$			
$rac{T'}{T_0}$ に比例	$n_{ m AOM}$			
$rac{T'}{T_0}V_{ m Drive}$ に比例	$n_{\mathrm{Drive}}$			
$^{\circ}rac{1}{T_{0}}$ に比例	$n_{\rm PD_a}$ , $n_{\rm Fil}$ , $n_{\rm PD_b}$			

表 5.3: AOM 駆動電圧とノイズの係数の変化

	$V_{\rm Drive} = 0.1  [V]$	$V_{\rm Drive} = 0.2  [{\rm V}]$	$V_{\rm Drive} = 0.32  [V]$
$\frac{T'}{T_0}$	19	8.4	3.5
$\frac{T'}{T_0}V_{\text{Drive}}$ [V]	1.9	1.7	1.1
$\frac{1}{T_0}$	1.1	0.64	0.51

図 5.9 は  $V_{\text{Drive}}$  を変化させて測定した強度安定度である。7 Hz 以上の帯域ではプリアンプの不調のため多少データに異常がある。

グラフからわかるとおり、 $V_{\text{Drive}}$ の変化に伴う制御後のノイズの変化は見られない。 従ってノイズ源は  $\{P(\omega)/P_0\}/(1-P_0T'g)$ か $n_{\text{Off1}}$ であることになるが、 $\{P(\omega)/P_0\}/(1-P_0T'g)$ の項の影響は、gを十分に大きく取っているのでグラフのノイズほどは大きくならないし、 $n_{\text{Off1}}$ も図 5.6 に示したとおり十分小さくなっている。

したがって、 $3 \times 10^{-7} f^{-1/2} / \text{Hz}^{1/2}$ のノイズはビームスプリッタでの分岐から PD<sub>B</sub> で検出されるまでのどこかの段階でのノイズであると推定される。

このような成分は、図 5.10 のようなセットアップで測定することができる。図で 片方の出力にゲイン – g がかかっているのは、レーザーの分岐比の非対称性や両腕 の PD の変換効率が異なる分をキャンセルするためである。図では PD<sub>a</sub> のみにノ イズが入るようになっているが、両腕にノイズがあっても同様に測定できる。

実際にこのような測定を行った結果が図 5.11 であり、制御結果と同じレベルのノ イズがあることがわかる。ここからも、安定化後に残るノイズが Beam Spritter か ら検出器に至るまでの経路で混入するノイズであることがわかる。



図 5.9: AOM 駆動電圧変化に伴う強度ノイズ変化



図 5.10: 差動ノイズ測定セットアップ。



図 5.11: 強度安定化の結果と差動ノイズの比較。(a):安定化後の Monitor signal。 (b): 差動ノイズ

## 5.3 周波数安定化

## 5.3.1 概要

本実験の目標安定度は DECIGO での要求値であるので、周波数安定度の目標値 は1 Hz 帯域において 1 Hz/Hz<sup>1/2</sup> である。

温度安定度に多少の問題はあるが、理想的にはこの目標値をクリアできる装置の 構成となっている。

#### 5.3.2 構成

光学系



図 5.12: 周波数安定化光学系の基本構造 図 5.13: 評価信号の取得系を含めた周波 数安定化光学系

図 5.12 が制御の基本形である。光源から出た光を周波数ノイズ検出用の AMI に 入力し、周波数ノイズを光強度信号に変換してから PD で電圧信号に変換する。周 波数ノイズはレーザー内部の周波数変調機構にフィードバックされる。ここでは、 ファイバーでできたレーザーキャビティを PZT によってコントロールすることで 周波数変調を行っている。

強度安定化と同様に、周波数安定化でも安定度を正しく評価するために、制御 ループから光をピックアップし、制御ループの検出器とは独立な検出器を使って制 御結果を評価している。基本形に評価用 AMI も加えた図が図 5.13 である。評価用 AMI には、動作点をミッドフリンジにロックするための制御ループを入れている。

ここでも強度安定化と同様に、制御用の信号を Error signal、評価用の信号を Monitor signal と呼ぶ。

制御系

図 5.14 が周波数安定化の概念図である。周波数安定化では制御系が2ループある。添字 a で書かれているループが周波数制御ループ、添字 b で書かれているルー プがノイズ評価用の AMI 制御ループである。



図 5.14: 周波数安定化の制御系。添え字 a は周波数安定化ループを、添え字 b はノ イズ評価用の AMI をロックするためのループである。

周波数制御ループに関しては、検出器がAMI、アクチュエータがPZTドライバ と光源内蔵のPZTになっている以外は、強度安定化と同じ構造である。制御系を AMI出力のミッドフリンジにロックするので、PD出力は強度安定化の時と同様に オフセット値 *P<sub>v</sub>*を持つ。

ノイズ評価用ループではアクチュエータに PZT を用いている。ここでは、AMI に使用しているファイバの一部が円筒形の PZT に巻かれており、PZT の伸縮によっ て腕長を変化させ、AMI をロックしている。 図 5.15、5.16 が制御ループ、評価用 AMI ロックループのオープンループ伝達関数である。アクチュエータは共に PZT であるが、それぞれで使用している PZT の ピークが 22 kHz、24 kHz 周辺にあるため、高周波では伝達関数が正確に測れていない。ユニティゲイン周波数、位相余裕は安定化ループが 4.2 kHz、45°、評価用 ループが 5.0 kHz、90° となっており、PZT のピークの影響で発振しないように設定されている。



図 5.15: 周波数制御ループのオープンループ伝達関数。点は実測値、実線はフィル タゲインの設計値である。

サスペンション

地面振動の影響による腕長変化を抑えるため、本実験ではAMIをサスペンションによって懸架している。

図 5.17 が本実験で用いたサスペンションの概念図である。

AMI は 2 段振り子によって懸架されている。懸架にはコイルバネを使用し、素直 方向の防振を行っている。共振周波数は、水平方向が 1.1 Hz、垂直方向が 3.2 Hz、 図 5.18 で定義する Roll、Pitch の回転方向がそれぞれ 3.5 Hz、3.6 Hz である。

中段マスは銅製であり、中段マスの周りにステンレス製のダンピングマスを配置 している。ダンピングマスの垂直な4面には、ネオジウム磁石が1面につき4つ貼 り付けてあり、これにより eddy current ダンピング(次項で詳述)を行っている。図 5.19 はダンピングマスの構成である。



図 5.16: 周波数ノイズ評価用ループのオープンループ伝達関数。点は実測値、実線 はフィルタゲインの設計値である。

通常、光学系の懸架系は装置を複雑にし、運用を難しくする。しかし、本実験に おいてはファイバー光学系を用いているのでアラインメント調整の必要が無く、ま たアラインメント調整の必要がないためワイヤーではなくコイルバネで懸架するこ とができるので、ワイヤー切断の恐れが無く、取り扱いが簡単である。

本研究は1 Hz での制御が目的であるから、1.1 Hz に共振がある振り子では目標 帯域での防振はできない<sup>\*3</sup>。しかし、制御を長時間安定にかけ続けるためには、地 面振動による rms 変位を抑える必要があり、そのためにこのような防振系が必要と なる。

eddy current ダンピング

銅製の中段マスを強力な永久磁石で囲む。中段マスと磁石が相対運動すると渦電 流が流れ、その発熱がエネルギー損失となる。この効果は、相対速度に比例した減 衰力として現れる。

永久磁石が防振されていない場合、磁石の振動が逆に中段マスに導入されてしま うため、磁石の防振は必須である。また、中段マスとして磁性の強いものを使用す るとダンピングマスと同相で動く成分ができてしまい、やはり逆に振動が励起され てしまう。

<sup>&</sup>lt;sup>\*3</sup>むしろ、共振の影響で1 Hz のノイズが大きくなる恐れがある



図 5.17: AMI 懸架用サスペンション。中段マスの前後左右はダンピングマスで覆われている。上下面は覆われていない。

従って本実験では中段マスとして銅を用い、ダンピングマスは中段マスと同様に コイルバネで懸架して防振した。

#### 真空

防振と同様に、空気振動による AMI の腕長変化を抑えるために、装置を真空中 に設置する必要がある。本実験では 10 Pa の真空中に AMI を置いた。他の装置に 関しては、空気振動に対してそれほど敏感ではないが、念のため入れられるもの は真空槽の中に入れた。真空槽の外にある装置は全ての電気回路とレーザー本体、 AOM、AOM ドライバーである (図 5.1 参照)。

## 5.3.3 ノイズ源

周波数安定化においても最終的には周波数信号を光の強度に変換するので、強度 安定化の項で挙げたノイズ源(表 5.1)は周波数安定化においてもノイズ源となる。

また、周波数安定化に用いるセンサは前章で述べたように AMI であるが、これ は腕長の変化に対して非常に敏感であり、表 5.4 のような AMI の腕長変化を引き 起こすノイズも安定化の性能を制限すると考えられる。



図 5.18: 本論文で用いる軸の定義



図 5.19: ダンピングマスの磁石配置。1枚の板に4つの磁石を配置し、その板で四 方を覆う形になっている。

1 Hz/Hz<sup>1/2</sup>の周波数ノイズを測定するには、式 (4.8)、(4.12) から計算すると、腕 長変動が

$$\delta l(\omega) \leq \frac{2\pi}{\Omega} |l_x - l_y| \times \left( 1 \; [\text{Hz/Hz}^{1/2}] \right) = 4.7 \times 10^{-12} \; [\text{m/Hz}^{-1/2}] \tag{5.7}$$

とならなければならない。ここで、 $\Omega = c/\lambda$ 、 $|l_x - l_y|$ にはそれぞれ本実験で使用 した値として  $\lambda = 1550$  nm、 $|l_x - l_y| = 146$  mを使用した。

ここで、括弧でくくった対策は、本実験では行っていないものである。温度変化 に関しては積極的な対策は行っていないが、装置を真空槽に入れることで輻射熱の 影響は低減されており、また、AMIを懸架することで、外部の温度揺らぎの影響は 減じられている。

熱雑音の影響や屈折率揺らぎは正確な推定が難しいため、これも実験的な性能評価が必要なところである<sup>\*4</sup>。

<sup>&</sup>lt;sup>\*4</sup>ファイバ長の熱雑音については文献 [21] を参考に pesimistic なパラメータを用いて計算し、大
表 5.4:

ノイズ源	対策
空気振動	真空
地面振動	サスペンションによる防振
温度揺らぎによるファイバ、ボビンの膨張・収縮	(温度の安定化)
熱雑音によるファイバ、ボビンの膨張・収縮	(低温)
ファイバの屈折率揺らぎ	_

以下、いくつかのノイズ源について詳しく述べる。

制御ノイズ

式 (4.14) から考えると、Monitor signal の主なノイズ源は  $n_{PD}^{a}$ 、 $-P_{\nu}n_{Off1}^{a}$ 、 $n_{Fil1}^{a}$ となる。電気回路のノイズについては強度安定化と同様 Preamp のノイズと同レベルかそれ以下であるので、Preamp のノイズだけ考えれば十分である。式 (4.8)を用いて Preamp のノイズを周波数雑音に換算すると図 5.20 に示すようになり、これらの雑音は 1Hz/Hz<sup>1/2</sup> までの制御であれば影響はないことがわかる。

AOM、AOMドライバの入力換算ノイズは測定していない。これは、AOMが80 MHzの高出力信号で駆動されるため、測定による破損が懸念されたからである。直 接の測定は行っていないが、間接的にノイズは問題とならないことがわかっている。 これについては、制御結果に関する議論の中で触れる。

ショットノイズ

ショットノイズについては強度安定化と同様に考えることができる。AMIでは、 PD 出力は約 0.5 V となっており、電流-電圧変換に用いている抵抗は 3.3 k $\Omega$  である。従って、式 (3.61) からショットノイズを計算すると、1 つの PD でのショットノイズは 2.3×10<sup>-8</sup> V/Hz<sup>1/2</sup>、観測されるショットノイズは  $3.2\times10^{-8}$  V/Hz<sup>1/2</sup> となる。これを周波数ノイズに換算すると  $1.1\times10^{-2}$  Hz/Hz<sup>1/2</sup> となり、1 Hz/Hz<sup>1/2</sup>の測定には影響がないことがわかる。

温度揺らぎによるボビンの膨張・収縮



図 5.20: 電気系ノイズ(周波数雑音)

#### ので補遺に掲載した。

補遺で行った計算により、真空槽内壁から AMI に対する黒体輻射による温度揺らぎが AMI の温度揺らぎの主たる要因であることがわかる。また、おおまかな見積もりではあるが、真空槽外壁での温度揺らぎが  $8 \times 10^{-5}$  K/Hz<sup>1/2</sup> 以上であると、AMI の腕長変動によるノイズが 1 Hz/Hz<sup>1/2</sup> 以上となることもわかる。

真空槽外壁の温度揺らぎを実測した結果が図 5.21 である。使用した温度計は 500  $\Omega$ の白金抵抗で、抵抗値は 3500 /K の温度依存性を持つ。この抵抗を、熱伝導シ リコーングリースを用いて真空槽外壁に貼り付け、定電流電源を用いて抵抗値の変 化を測定し、温度に変換した。真空槽内壁の温度を直接測定しなかったのは、シリ コーングリースによる真空槽の汚染を懸念したためである。外壁での測定なので風 等の外乱の影響を受けやすく、また、真空槽内部の構造によって熱伝達の様子は変 わるが、この結果によれば 1 Hz での温度揺らぎは 10<sup>-4</sup> K/Hz<sup>1/2</sup> 程度であり、要求 値と同程度の大きさとなっている。

#### 5.3.4 結果

図 5.22 が周波数安定化の結果である。1 Hz での安定度は 20 Hz/Hz<sup>1/2</sup> であるが、 サスペンションの水平方向の共振に覆われており、共振の見えない低周波の帯域で は 10 Hz/Hz<sup>1/2</sup> まで安定化している。フリーランと比較すると 40 dB 以上の安定化 に成功している。最も安定度の良いところは 10 Hz - 100 Hz の領域で、5 Hz/Hz<sup>1/2</sup>



図 5.21: 真空槽外壁の温度揺らぎ

まで安定化できている。

500 Hz 以上の領域では、フィードバックの設計通りに制御ができているが、それ 以下の領域では何らかのノイズの影響で十分な制御ができていない。1 Hz - 10 Hz にいくつか見られるノイズのピークはサスペンションの共振である。サスペンショ ンにはこのほかにも多数の共振があり、2 Hz に見えている大きい共振もそれらの共 振の1つであると考えられるが、具体的に何の共振であるかは同定できていない。

#### 5.3.5 残留ノイズに関する議論

サスペンションの共振が見えていることから、本システムは加速度ノイズに対し て感度を持っていることがわかる。従って、低周波では地面振動の影響を受けてい るおそれがあるので、図 5.23 のように 2 つの AMI を同一のプラットホームに乗せ て測定し、加速度ノイズの影響を評価した。

このセットアップでは、AMIを独立に懸架するのではなく、同一のプラットフォームにのせた。加速度は、x、y、z方向に関しては2つの AMIに同相、Pitch、Yaw、Rollに関しては逆相に働くが、直感的には加速度による腕長変化は加速度の絶対値で効くはずなので、フィードバックループ用の AMI とノイズ評価用の AMI の腕長は同相で変化する。従って、このシステムは加速度ノイズに感度を持たないシステムとなる。

ただし、これはあくまでノイズ評価用測定器が加速度由来の周波数ノイズに感度



図 5.22: 周波数安定化の結果。(a): Free run でのノイズ。(b):制御後の Monito signal。(c): Free run ノイズと伝達関数から計算した、本実験での制御の設計値。 低周波帯域ではグラフの表示範囲より小さい値になっている。



図 5.23: 単一プラットホームに AMI を乗せたセットアップ。

を持たないようにしただけで、実際にはレーザーの周波数はフィードバック用の測 定器が受ける加速度ノイズによって揺らいでいることに注意する必要がある。

このシステムでは単振り子を用いていて eddy current ダンピングを行っていない。これは、サスペンションに用いるコイルバネの負担が大きくなるため中段マスをおけなかったからであるが、共振の影響で加速度ノイズが大きくなっても影響が大きくないのでそれほど問題ない。

**本セットアップの振り子の共振周波数は、水平方向が**1.1Hz、垂直方向が1.8Hz、 Roll、Pitch、Yaw がそれぞれ 3.0Hz、4.5Hz、0.48Hz である。

図 5.24 が測定結果である。この結果からは、低周波にあるノイズは加速度由来のノイズでないと言えるが、より厳密な追求が必要と思われる。



図 5.24: 単一プラットホームでの周波数ノイズ測定結果。(a):独立サスペンション での Free run ノイズ。(b) 独立サスペンションでの制御後 Monitor signal。(c) 単一 プラットホームでの Free run ノイズ (d) 単一プラットホームでの Monitor signal

また、雑音源の項でも述べたとおり、真空槽の温度揺らぎによるファイバボビン の膨張・収縮についても無視できない大きさを持っている可能性がある。ただし、 スペクトルの形状が異なるので、温度揺らぎが現在の結果をリミットしているとは 考えづらい。

### 第6章 まとめ

#### 6.1 結果

本研究の結果、レーザー光源のノイズは

- 強度安定度:  $3 \times 10^{-7}$  /Hz<sup>1/2</sup>
- 周波数安定度: 20 Hz/Hz<sup>1/2</sup>

まで安定化された。

これは、それぞれ DECIGO の要求値の 30 倍、20 倍の大きさであり、強度安定 度に関しては本実験の原理的な限界であるショットノイズレベル  $3.6 \times 10^{-8}$  /Hz<sup>1/2</sup> からも 10 倍程度離れた値である。

#### 6.2 議論

制御結果は目標値に達しなかったが、従来の方法では難しかった低周波帯域での 雑音が、本実験で用いたようなシンプルな構成で比較的高精度に制御できたことの 意義は大きい。

なお、LISA の要求値は1 mHz - 1 Hz の帯域で 30 Hz/Hz<sup>1/2</sup> である。今回の測定 では Preamp の性能的な問題から 0.3 Hz 以下の測定は行っていないが、0.3 Hz - 1 Hz の帯域では LISA の要求値をクリアしており、この点からも本実験の結果が意義 有るものであることがわかる。

本研究は宇宙重力波検出器を見据えたものではあるが、地上における低周波重力 波検出の実験も提案されており、そのような用途での使用も期待されるところであ る。また、重力波検出に限らず、地震計など低周波での精密計測での応用も期待さ れる。

強度安定化・周波数安定化ともに、低周波でノイズが残っている。これらの由来 は現在のところ不明であるが、地面振動や電気的なノイズではなくファイバ特有の ノイズである可能性もあり、興味深い課題である。

#### 6.3 今後の課題

強度・周波数安定化共に、低周波に残っているノイズの由来を探ることが第一の 課題である。特に、ファイバの散乱や熱雑音によるノイズなのかどうかを調べる必 要がある。周波数安定化に関しては、温度揺らぎの影響が出ている可能性があり、 これについて詳しく確認する必要がある。

また、強度安定化に関しては、ショットノイズを小さくしないと DECIGO の要求値に到達しない。レーザーの高出力化に伴う熱的な問題や散乱の影響などが新たに発生する可能性も否定できないため、低周波のノイズ源を特定した後にはより高出力のレーザーを用いてテストを行う必要がある。

# 補遺A 温度揺らぎによる非対称Michelson 干渉計の雑音

AMIは、100 mの光ファイバを直径9 cmのアルミ製円柱に巻き付ける形で実装 されている。従って、温度揺らぎによってアルミ柱が膨張・収縮し、AMIの腕長変 化が引き起こされ、ノイズとなる可能性がある。ここでは、温度揺らぎによる AMI の腕長変化の大きさを見積もり、AMIの温度揺らぎがどの程度以下でなければなら ないかを調べる。さらに、真空槽から AMIへの温度揺らぎの伝達関数を求め、AMI の温度を必要な安定度に保つために要求される真空槽の温度安定度を見積もる。

#### A.1 温度揺らぎの影響

まず、アルミの熱膨張率と AMI の幾何学的性質から、どの程度の温度揺らぎが 許容されるかを調べる。

式 (5.7) から、腕の光路長変化は  $4.7 \times 10^{-12} \text{m/Hz}^{1/2}$  以下でなければならないと される。アルミ柱は直径 9 cm であるので、100 m の光ファイバはアルミ柱の周囲 を約 350 回巻かれている。従って、アルミの直径が  $\delta R$  変化するとファイバの光路 長は  $3.5 \times 10^2 \times \pi \delta R \times 1.46$  m 変化するので、1Hz/Hz<sup>1/2</sup> の感度のためには、

$$\delta l = 3.5 \times 10^{2} \times \pi \delta R \times 1.46 < 4.7 \times 10^{-12} \quad [m/Hz^{1/2}]$$
  
$$\delta R < 2.9 \times 10^{-15} \quad [m/Hz^{1/2}]$$
(A.1)

アルミの線熱膨張率は  $2.4 \times 10^{-5}$  /K であるから、温度揺らぎ  $\delta T$  は

$$(0.09 \text{ [m]} \times 2.4 \times 10^{-5} \text{ [1/K]}) \delta T < 2.9 \times 10^{-15} \text{ [m/Hz^{1/2}]}$$
 (A.2)

$$\delta T < 1.3 \times 10^{-9} \, [\text{K/Hz}^{1/2}]$$
 (A.3)

である必要がある。

#### A.2 熱伝導

AMIは10Paの真空槽中に、リン青銅のバネで懸架されている。従って、AMIの 温度揺らぎの原因としては、バネによる熱伝導、残留気体による熱伝導、真空槽か らの黒体輻射が考えられる。本節ではこのうち熱伝導によるものを考えるが、残留 気体による熱伝導はバネを伝わるものより十分小さいことが予想できるので、バネ に関してのみ計算する。

#### A.2.1 バネによる熱伝導



図 A.1: 熱浴に接している1次元の棒。右端は無限に続いている。

まず、図 A.1 のように熱浴に接している無限の長さを持つ1次元の金属棒の温度の時間・空間分布 T(t,x) を考える。金属棒の熱伝導率を $\lambda$ と置くと、座標 x での熱流 j(t,x) は以下のように書ける。

$$j(t,x) = -\lambda \frac{\partial T(t,x)}{\partial x}$$
(A.4)

さらに、密度を $\rho$ 、比熱をCと置くと、温度T(t,x)の時間変化は以下のように書ける。

$$\frac{\partial T(t,x)}{\partial t} = -\frac{1}{C\rho} \frac{\partial j(t,x)}{\partial x}$$
(A.5)

$$= \frac{\lambda}{C\rho} \frac{\partial^2 T(t,x)}{\partial x^2} \tag{A.6}$$

T(t,x)が時間の項と位置の項の変数分離型で書けるとすると、式 (A.6) を Fourier 変換して以下のように書ける。

$$T(\omega, x) = \frac{\lambda}{i\omega C\rho} \frac{\partial^2 T(\omega, x)}{\partial x^2}$$
(A.7)

これを解くと、

$$T(\omega, x) = T(\omega, 0) \exp\left[\pm \sqrt{\frac{iC\rho\omega}{\lambda}}x\right]$$
$$= T(\omega, 0) \exp\left[\pm \sqrt{\frac{C\rho\omega}{2\lambda}}x\right] \exp\left[\mp i\sqrt{\frac{C\rho\omega}{2\lambda}}\right]$$
(A.8)

となる。位相項は熱浴に接しない方の端の条件によって決まるのでここでは無視し、さらに、 $x \to \infty$ で $T(\omega) \to 0$ と考えると

$$T(\omega, x) = T(\omega, 0) \exp\left[-\sqrt{\frac{C\rho\omega}{2\lambda}}x\right]$$
(A.9)

となる。



図 A.2: 熱浴に接している1次元の棒。右端には熱容量の大きい部分がついている。 この部分が懸架系で言うとマスにあたる。

ここで、図 A.2 のように長さ l、熱伝導率  $\lambda$ 、密度  $\rho$ 、比熱 C の棒の先端に密度  $\rho_1$ 、比熱  $C_1$ 、長さ  $\delta x$  の小さくて熱容量が大きい物体が張り付いている状況を考え る。棒の断面積を S と置く。近似的に式 (A.9) が適用できると考えると、x = l で の熱流は式 (A.4) の Fourier 変換を用いて以下のように書ける。

$$j(\omega, l) = T(\omega, 0) \sqrt{\frac{C\rho\omega\lambda}{2}} \exp\left[-\sqrt{\frac{C\rho\omega}{2\lambda}}l\right]$$
 (A.10)

さらに式 (A.5) を用いることで、先端部分の温度変化を求めることができる。式 (A.5) の右辺は、正味の熱流入を比熱と密度の積で割ったのものである。図 A.2 の 状況では熱流入は  $j(\omega, l)$  そのものであるので、 $\partial j(\omega, x)/\partial x = j(\omega, l)/\delta x$  とおける。

これを用いると、

$$T(\omega, l) = -\frac{1}{i\omega C_1 \rho_1} \frac{j(\omega, l)}{\delta x}$$
  
$$= -T(\omega, 0) \frac{1}{i\omega C_1 \rho_1 \delta x} \sqrt{\frac{C\rho\omega\lambda}{2}} \exp\left[-\sqrt{\frac{C\rho\omega}{2\lambda}}l\right]$$
  
$$= -T(\omega, 0) \frac{S}{i\omega C_1 m_1} \sqrt{\frac{C\rho\omega\lambda}{2}} \exp\left[-\sqrt{\frac{C\rho\omega}{2\lambda}}l\right]$$
(A.11)

となる。ただし、 $m_1$ は先端についている物体の質量で、 $m_1 = \rho_1 \delta x S$ である。

質量  $m_1$ のマスが単振子で懸架されているときも図 A.2 と同じように書けるので、 式 (A.11)を用いて懸架点から AMI への単振り子による熱伝導の伝達関数を見積も ることができる。AMI 全体の質量が約 1 kg、全体がアルミでできていると考える と、比熱は 917 J/kg·K である。懸架に用いているのはリン青銅のバネであるが、比 熱 380 J/kg·K 、熱伝導率 70 W/m·K、密度 8.89×10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup> である。断面積を 0.1  $cm^2$ 、バネの長さを 10 cm として計算すると、1 Hz での伝達関数は

$$\left| \frac{T(1 \text{ [Hz]}, 10 \text{ [cm]})}{T(1 \text{ [Hz]}, 0)} \right| \sim 7 \times 10^{-23}$$
(A.12)

となる。

実際には AMI は 2 重振子で懸架されており、伝達関数は式 (A.12) の 2 乗程度の 値になる。従って、この影響は無視できると考えて良い。

#### A.2.2 黒体輻射

AMIは真空槽の中に納められているため、真空槽の壁からの黒体輻射によりエネルギーを受け取る。

簡単のために、図 A.3 のように、温度  $T_A(t)$ 、半径 r の黒体の球体 A(比熱: $C_A$ 、質 量: $m_A$ )が温度  $T_B(t)$ 、半径 R の黒体の空洞 B の中に入っている場合を考える。A、 B からの放射エネルギーのフラックスはそれぞれ以下のようになる。

$$B_{\rm A} = \sigma T_{\rm A}^4 \tag{A.13}$$

$$B_{\rm B} = \sigma T_{\rm B}^4 \tag{A.14}$$

ここで  $\sigma$  は Stefan-Boltzmann 定数であり、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ である。B の壁面から見た A の断面積はほぼ  $\pi r^2$ であるので、壁面での反射がないとすると、 A に単位時間あたりに流入するエネルギー *I* は以下のようになる。

$$I = B_{\rm B} \times 4\pi R^4 \times \frac{\pi r^4}{4\pi R^4} - B_{\rm A} \times 4\pi r^4 = \pi \sigma r^2 \left\{ T_{\rm B}^4(t) - 4T_{\rm A}^4(t) \right\}$$
(A.15)



図 A.3: 真空槽の模式図。黒い部分が黒体 (真空槽ではステンレス、AMI ではアル ミ)、空白部分は真空。

ここで、 $T_{\rm A}(t)$ 、 $T_{\rm B}(t)$ を以下のように置く。

$$T_{\rm A}(t) = T_{\rm A0} + \delta T_{\rm A}(T) \tag{A.16}$$

$$T_{\rm B}(t) = T_{\rm B0} + \delta T_{\rm B}(t) \tag{A.17}$$

ただし、 $\delta T_{A}(t) \ll T_{A0}$ 、 $\delta T_{B}(t) \ll T_{B0}$ である。このとき、温度の DC 成分は、放射エネルギーの釣り合いから  $T_{B0}^{4} = 4T_{A0}^{4}$ ととれる。従って、式 (A.15) は以下のように書き直せる。

$$I = 8\sqrt{2}\pi\sigma r^2 T_{A0}^3 \left\{ \delta T_B(t) - \sqrt{2}\delta T_A(t) \right\}$$
(A.18)

式 (A.5) に当てはめて Fourier 変換すると以下のようになる。

$$i\omega C_{\rm A} m_{\rm A} \delta T_{\rm A}(\omega) = 8\sqrt{2\pi\sigma r^2} T_{\rm A0}^3 \left\{ \delta T_{\rm B}(\omega) - \sqrt{2\delta T_{\rm A}}(\omega) \right\}$$
(A.19)

$$\delta T_{\rm A}(t) = \frac{T_{\rm B}(\omega)}{\frac{i\omega C_{\rm A} m_{\rm A}}{8\sqrt{2\pi}\sigma r^2 T_{\rm A0}^2} + \sqrt{2}} \tag{A.20}$$

 $C_{\rm A} = 917 \text{ J/kg·}$ 、 $m_{\rm A} = 1 \text{ kg}$ 、r = 5 cm、 $T_{\rm A0} = 300 \text{ K}$ として伝達関数を計算すると、1 Hz での値は

$$\left. \frac{T_{\mathrm{B}(\omega)}}{T_{\mathrm{A}(\omega)}} \right| \sim 3 \times 10^{-5} \tag{A.21}$$

となる。

現実的には真空槽壁面での反射や、内部の他の構造体の影響などがあるが、この 値より劇的に大きくなることはないと考えられる。

#### A.3 温度揺らぎ

前節の結果より、真空槽の温度揺らぎは主に黒体放射により AMI に伝達することがわかった。また、この結果より、真空槽内壁の温度揺らぎ  $\delta T_{tank}(\omega)$ は、1 Hz において

$$\delta T_{\text{tank}}(\omega) < 4 \times 10^{-5} \ [\text{K/Hz}^{1/2}]$$
 (A.22)

でなければならないこともわかる。

さらに、真空槽の外壁から内壁への伝達関数を考える。真空槽壁が約3 cmのステンレス製であるとすると、式 (A.8) にステンレスの典型的な比熱、密度、熱伝導率として C = 500 J/kg·K、 $\rho = 7900 \text{kg/m}^3$ 、 $\lambda = 10 \text{W/m·K}$ を代入すると、1 Hz での外壁から内壁への伝達関数はおよそ 0.5 程度である。従って、外壁の温度揺らぎは式 (A.22) から、 $8 \times 10^{-5} \text{ K/Hz}^{1/2}$ 以下でなければならないことがわかる。

# 補遺B 電気回路

本実験で使用した電気回路のうち、重要なものの回路図を示す。



図 B.1: 強度安定化ループのフィルタ回路



図 B.2: 周波数安定化ループのフィルタ回路1

#### 補遺 B 電気回路



図 B.3: 周波数安定化ループのフィルタ回路 2



図 B.4: 周波数評価用ループのフィルタ回路



図 B.5: 典型的なリファレンス回路。抵抗の値などは、各々のループで最適になる 値を用いている。



図 B.6: PZT ドライバ回路。アクチュエータに PZT を使っているループでは、ド ライバ回路を使用している。



図 B.7: ハイパスフィルタ。Preamp として使用した。



図 B.8: 定電流電源。温度測定時に使用した。

# 補遺C 実験装置写真



図 C.1: 実験装置全体の写真。左上にレーザー光源、その右に AOM、右側に真空 槽があり、その中にファイバー類と AMI のサスペンションがある。写真左下には 制御用の電気回路が並んでいる。



図 C.2: レーザー光源



🗷 C.3: AOM



図 C.4: Photo detector。左側から光ファイバがコネクトされている。



 $\blacksquare$  C.5: Beam splitter.



図 C.6: AMI。銀色の太い円筒がファイバのボビンで、100 m のファイバが巻いて ある。中央の円筒は PZT である。右下で斜めになっている青い円柱が BS。鏡は BS の右上と、ボビンの左上にある。



図 C.7: AMI サスペンション

参考文献

- A.Einstein, 'Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie', Annalen der Physik,49 (1916)
- [2] J.H. Taylor, J.M. Weisberg, Ap. J.345, 435(1989)
- [3] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編著, 『重力波をとらえる -存在の証明から検出 へ』, 京都大学学術出版会 (1998)
- [4] 三尾典克, 大橋正健 編, 『重力波アンテナ技術検討書-干渉計ハンドブッ ク-』,(1992)
- [5] 佐々木節 著、『一般相対論』, 産業図書 (1996)
- [6] 須藤靖 著, 『一般相対論入門』, 日本評論社 (2005)
- [7] S. Kawamura et. al., Class. Quantum Grav., 23, S125 (2006)
- [8] A. D. Ludlow, H. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M.Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt and J. Ye, *Opt.Lett.*, **32**, 641 (2007)
- [9] J. Weber, *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 1320 (1969)
- [10] M. Ando *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3950 (2001)
- [11] B. Abbott et. al., Nucl. inst. and meth. A517, 154 (2004)
- [12] F. Acernese et. al., Class. Quant. Grav., 19, 1421 (2002)
- [13] B. Willke et. al., Class. Quant. Grav., 19, 1377 (2002)
- [14] K. Kuroda et. al., Int. J. Mod. Phys. D, 8, 557 (1999)
- [15] D. E. McClelland et.a l., Class. Quantum Grav., 23, 215 (2006)
- [16] Y. Nakamura, G. V. Latham and H. J. Dorman, J. Geophys. Res., 87, 117 (1982)
- [17] S. Meshkov Gravitational Waves Proc. of the 3rd E. Amaldi Conference(New York: AIP Conf. Proc.) p 523 (2000)

- [18] N. Seto, S. Kawamura and T. Nakamura et. al., Phys. Rev. Lett., 87, 221103 (2001)
- [19] 左貝潤一, 『導波光学』, 共立出版 (2004)
- [20] **坪野公夫編**, 『TAMA **プロジェクト研究報告書』**(2002)
- [21] K. Kråkenes and K. Bløtekjær, J. of Light. Tech., 13, 682 (1995)

## 謝辞

多くの方々のご協力により本論文を形にすることができ、非常にうれしく思いま す。論文の結びにお礼を申し上げます。

指導教官である坪野公夫教授には、レーザーの安定化という魅力的なテーマを紹介していただきました。学部3年生後期のゼミで私に重力波の世界を紹介してくださったのも教授であり、今日までの3年半、暖かく指導していただきました。教授の下で研究できたことは、私にとって非常な幸運でした。

坪野研究室の助教である安東正樹氏には、実験・論文執筆を初め、学会発表から 大学の事務手続きまで、あらゆる部分で面倒を見ていただきました。学部4年生で 実験を始めた際にははんだごても満足に使えなかった私が何とか本論文を形にでき たのも、未熟な私を根気強く指導してくださった安東氏のおかげです。

博士課程の石徹白晃治氏とは、研究に関して様々なディスカッションをしていた だきました。石徹白氏は研究生活における素晴らしい手本であり、また、事実上最 年長の院生として様々な面で氏が発揮したリーダーシップには助けられる場面が多 くありました。研究に疲れたときはしばしばタイミング良く飲みに誘っていただき ましたが、これがなければ動力源がアルコールである私はここまでやってこれな かったと確信しています。また同様に、坪野研究室の同期である小野里光司君、後 輩である穀山渉君も常に私を助けてくれました。

坪野研 OB で Columbia 大学で研究をされている麻生洋一氏、同様に OB であり、 現在は重力波研究から離れている鈴木健晃氏、Michael Forgan 君にも、在学中は非 常にお世話になりました。皆様、研究室を離れた今でも会う度に私の研究を気にか けてくださり、非常に励みになっています。

東京大学理学部物理学科試作室の大塚茂巳氏と南城良勝氏には、サスペンション 関係の多くの部品を作っていただきました。私の未熟さからお2人には無用な手間 を多々とらせてしまいましたが、いつも迅速な対応をしていただきました。

東京大学宇宙線研究所、国立天文台などを初めとした、国内・国外の重力波グ ループの方々には、多くの有益な助言を頂きました。全ての方々の名前を挙げられ ないのが残念ではありますが、数多くの助言がこの論文に生きております。

公私にわたりあらゆる場面で、時には刺激を与え、時には支えてくれた全ての友 人達に感謝いたします。これを読んでくれている友人一人一人が私を支えてくれま した。

最後に私の研究の最大の後援者であり理解者である両親へ、感謝を捧げたいと思

います。

ここに挙げましたすべての皆様の誰一人が欠けても本論文を形にすることはでき ませんでした。皆様に深く感謝いたします。ありがとうございました。