

修士論文

重力波望遠鏡 TOBA の
レーザー干渉計による制御動作

(Torsion Pendulum Control with Laser Interferometer
for Low-frequency Gravitational Wave Observation)

東京大学 大学院理学系研究科 物理学専攻
杉岡 達哉

2026 年 1 月 24 日 第 2 版提出

要旨

重力波とは、時空の歪みが光速で伝播する現象である。2015 年、アメリカの重力波望遠鏡 Advanced LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory) が初めて重力波の直接検出を達成した。現在では、LIGO に加えて VIRGO や KAGRA などが稼働し、観測を行っている。これらの地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡は 10 Hz–1 kHz で良い感度を持つ一方で、それ以下の周波数帯では感度が悪く、0.1 Hz 帯の重力波は未だ観測されていない。この周波数帯には、中間質量ブラックホール連星合体や背景重力波の信号の存在が予想され、超大質量ブラックホールの生成過程解明や宇宙生成時の直接観測に向けて非常に重要な帯域である。この 0.1 Hz 帯の重力波観測を目指し、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA (TOrsion-Bar Antenna) が考案されている。

TOBA は、棒状試験マスを水平に懸架した構成をしており、ねじれ振りの回転を検出することで重力波を観測できる。最終目標である 10 m スケールの Final TOBA の目標感度は、0.1 Hz において 10×10^{-19} rtHz であり、これを達成すれば、中間質量ブラックホール連星合体の検出、背景重力波の検出、従来よりも早い地震速報の実現ができると見込まれている。現在は 30 cm スケールの小型プロトタイプ Phase-III TOBA の開発段階にある。Phase-III TOBA の目標感度は、0.1 Hz において 1×10^{-15} Hz であり、この達成には光学系の雑音、地面振動雑音、熱雑音の低減が必要である。光学系の雑音低減にはねじれ回転測定に高感度な光学系が、地面振動雑音低減には防振性能が高い懸架系が求められる。熱雑音を低減するためには、懸架系を冷却する必要がある。

これまでの研究により、懸架系の冷却技術の基礎が確立され、さらに冷却を想定した光学系と懸架系を組み合わせた実験系が構築された。この実験系は差動 Fabry-Pérot 共振器を用いてねじれ回転を計測する構成であったが、先行研究では Fabry-Pérot 共振器の共振制御は実現しておらず、補助センサーである光てこを用いて回転計測が行われた。そこで本研究では、この実験系を引き継いで改良を加え、差動 Fabry-Pérot 共振器を共振制御する制御手法を考案した。そして、この手法により、TOBA において初めて Fabry-Pérot 共振器の共振制御を実現し、差動 Fabry-Pérot 共振器でのねじれ回転計測を行った。

差動 Fabry-Pérot 共振器での回転計測により、光てこで回転計測を行っていた先行研究の感度を大きく向上し、0.1 Hz において 3×10^{-8} rtHz の感度を達成した。感度を制限している雑音について評価を行い、重要な帯域である 0.1–1 Hz の周波数帯で、地面振動由来の雑音が支配的であることが分かった。

本研究により、レーザー干渉計を用いた TOBA の制御技術を確立し、Phase-III TOBA 実現への道を拓いた。これを足がかりに、地面振動雑音の低減および懸架系の冷却を進めることで、Phase-III TOBA の完成とそれによる低周波数帯の重力波観測が期待される。

目次

目次	v
図目次	vii
表目次	viii
記号・略語一覧	viii
第 1 章 はじめに	1
はじめに	1
1.1 研究背景	1
1.2 本論文の構成	2
第 2 章 重力波とその検出	3
2.1 重力波の導出	3
2.1.1 計量テンソルと測地線方程式	3
2.1.2 Einstein 方程式	3
2.1.3 Einstein 方程式の線形近似	4
2.2 重力波の性質	5
2.2.1 重力波の伝播	5
2.2.2 自由質点に対する重力波の影響 (TT gauge)	5
2.2.3 自由質点に対する重力波の影響 (proper detector frame)	6
2.2.4 重力波の偏波	7
2.2.5 重力波の放射	8
2.3 重力波源	8
2.3.1 コンパクト連星合体	9
2.3.2 超新星爆発	10
2.3.3 パルサー	10
2.3.4 背景重力波	10
2.4 重力波の検出	10
2.4.1 共振型重力波望遠鏡	10
2.4.2 レーザー干渉計型重力波望遠鏡	10
2.4.3 宇宙重力波望遠鏡	11
2.4.4 パルサータイミング	11
2.4.5 ドップラートラッキング	11
第 3 章 ねじれ振り子型重力波望遠鏡 TOBA	12
3.1 TOBA の原理	12
3.1.1 TOBA の重力波に対する応答	12
3.1.2 TOBA の周波数応答	13
3.2 TOBA の観測対象	15

3.2.1	中間質量ブラックホール連星合体	15
3.2.2	背景重力波	15
3.2.3	重力勾配雑音	16
3.2.4	地震速報	16
3.3	重力波望遠鏡の中での TOBA の位置づけ	16
3.3.1	TOBA と地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡の比較	16
3.3.2	TOBA と宇宙重力波望遠鏡の比較	16
3.4	TOBA 開発のロードマップ	17
3.4.1	Final TOBA	17
3.4.2	先行研究でのプロトタイプ開発	18
3.5	Phase-III TOBA	23
3.5.1	Phase-III TOBA の構成	23
3.5.2	Phase-III TOBA の目標感度、雑音源と観測対象	23
3.5.3	Phase-III TOBA の先行研究	26
第 4 章	実験装置	29
4.1	光学系	29
4.1.1	入射光学系	29
4.1.2	光学ベンチ上の光学系	30
4.1.3	光学系のパラメーターと実測値	32
4.2	懸架系	32
4.2.1	メインチェーン	33
4.2.2	補助チェーン	33
4.2.3	回転ステージ	33
4.2.4	懸架系のパラメーターと実測値	34
4.3	センサーとアクチュエーター	34
4.3.1	センサー	34
4.3.2	アクチュエーター	35
4.4	制御系	37
4.5	設計感度と雑音源	37
第 5 章	レーザー干渉計によるねじれ振り子の動作制御	43
5.1	差動 Fabry-Pérot 共振器によるねじれ振り子の運動検出	43
5.2	差動 Fabry-Pérot 共振器の共振制御	44
5.2.1	エラー信号の取得	44
5.2.2	アクチュエーターの構成	45
5.2.3	2 つの共振器の同時共振制御手法	46
5.2.4	入力換算変位への変換	49
5.3	差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込み	49
5.3.1	差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込み手法	50
第 6 章	実験結果と考察	52
6.1	懸架系の改良	52
6.1.1	Yaw モードの共振周波数低下	52

6.1.2	Roll モードの振動の抑制	53
6.2	差動 Fabry-Pérot 共振器の制御	54
6.2.1	共振器制御と回転計測	54
6.2.2	制御系の評価	56
6.3	測定結果	56
6.4	考察	58
6.4.1	キャリブレーションの不定性	58
6.4.2	雑音源の考察	59
第 7 章	結論と今後の展望	64
7.1	本研究の成果	64
7.2	Phase-III TOBA の設計感度実現に向けた展望	64
7.2.1	本実験装置での展望	64
7.2.2	新たな懸架系の構築	64
7.2.3	懸架系の冷却、要素技術の導入	64
	参考文献	65
	謝辞	69

図目次

1	ねじれ振り子の概念図と回転軸の定義	ix
2.1	重力波の偏波	8
2.2	GW150914 の信号	9
2.3	O1 から O3b までに検出されたコンパクト連星合体	9
3.1	TOBA の概略図	12
3.2	TOBA の重力波への応答	14
3.3	TOBA と他の重力波望遠鏡の感度の比較	17
3.4	TOBA 開発のロードマップ	17
3.5	Final TOBA の設計感度	18
3.6	Final TOBA で中間質量ブラックホール連星合体を観測できる範囲	18
3.7	Phase-I TOBA の構成	19
3.8	Phase-I TOBA の感度曲線	19
3.9	Phase-II TOBA の構成	20
3.10	Phase-II TOBA の感度曲線	21
3.11	地面振動の伝達評価実験の構成	22
3.12	地面振動の伝達評価実験の感度曲線	22
3.13	Phase-III TOBA の構成	23
3.14	Phase-III TOBA の設計感度の曲線	24
3.15	Phase-III TOBA の感度曲線	28
4.1	レーザー干渉計を用いたねじれ振り子の実験装置の概観	29
4.2	実験装置全体の写真	30
4.3	入射光学系の概略図	30
4.4	光学ベンチ上の光学系の概略図	31
4.5	懸架系の概観	32
4.6	回転ステージ付近の拡大図	33
4.7	coil-coil アクチュエーターの構成と動作	35
4.8	光てこによる試験マスのねじれ回転運動制御の開ループ伝達関数	36
4.9	試験マスの動作制御に用いた LIGO CDS の入出力インターフェース	37
4.10	本実験系の設計感度	38
5.1	ねじれ振り子の運動による共振器長変動	44
5.2	本実験における coil-coil アクチュエーターの構成と動作	46
5.3	試験マスの Yaw モードの coil-coil アクチュエーターに対する応答	46
5.4	差動 Fabry-Pérot 共振器制御の概観	47
5.5	差動 Fabry-Pérot 共振器制御のブロック図	47
5.6	差動成分の制御に用いる位相補償フィルター	48
5.7	レーザー周波数の制御に用いるフィルター	49
5.8	差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込みの概念図	51

6.1	コイルケーブルの配置の拡大図	52
6.2	ケーブル改良後の試験マスの Yaw モードのリングダウン測定	53
6.3	試験マスの渦電流ダンピングによる効果	53
6.4	渦電流ダンピング下での、試験マスの Yaw モードのリングダウン測定	54
6.5	共振引き込みの様子	55
6.6	差動モードの制御に用いたフィルター	55
6.7	差動モードの開ループ伝達関数	56
6.8	ねじれ回転角度への感度	57
6.9	重力波振幅感度と先行研究との比較	58
6.10	回転角感度と各雑音源の寄与	59
6.11	CDS の ADC 雑音	60
6.12	相対ねじれ回転角と地面振動とのコヒーレンス	61
6.13	Long 並進地面振動雑音	62
6.14	同相信号とのコヒーレンス	63

表目次

3.1	Phase-III TOBA のサイエンス	23
4.1	Fabry-Pérot 共振器のパラメーターと実測値。	32
4.2	懸架系の設計パラメーター	41
4.3	Yaw モードの共振周波数と Q 値	41
4.4	他のモードの共振周波数	42
4.5	本実験系の設計パラメーター	42
6.1	ケーブル改善前後の Yaw モードの共振周波数と Q 値	52
6.2	渦電流ダンピング下での Yaw モードの共振周波数と Q 値	54

記号・略語一覧

記号

i	虚数単位 $i = \sqrt{-1}$
π	円周率 3.1415926535...
e	ネイピア数 2.71828182846...
c	光速 $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$
G	万有引力定数 $G = 6.674 \times 10^{-11}\text{ m}^3/\text{kg/s}^2$
$\hbar$	ディラック定数 $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}\text{ J s}$
e	電荷素量 $e = 1.602 \times 10^{-19}\text{ C}$
k_{B}	ボルツマン定数 $k_{\text{B}} = 1.381 \times 10^{-23}\text{ J/K}$
λ	レーザー光の波長 $\lambda = 1550\text{ nm}(\text{for cavity})1064\text{ nm}(\text{for oplev})$
ν	レーザー光の周波数 ($\nu = c/\lambda$)
ω_0	レーザー光の角周波数 ($\omega_0 = 2\pi\nu$)
ϕ	レーザー光の位相
$\mathcal{F}$	光共振器のフィネス
L	光共振器の長さ
ν_{FSR}	光共振器のフリースペクトラルレンジ
ν_{FWHM}	光共振器の共振ピークの半値全幅

略語

AR	anti-reflection
BS	beam splitter
CMRR	common mode rejection ratio (同相雑音除去比)
EOM	electro-optic modulator (電気光学変調器)
FSR	free spectral range
FWHM	full width at half maximum (半値全幅)
HR	high-reflection
HWP	half-wave plate (1/2 波長板、 $\lambda/2$ 板)
PD	photo detector (光検出器)
PZT	lead zirconate titanate, $\text{Pb}(\text{Zr}_x, \text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ (ピエゾ素子)
QPD	quadrant photo detector (4 分割型光検出器)
QWP	quarter-wave plate (1/4 波長板、 $\lambda/4$ 板)
RF	radio frequency
TT	transverse traceless
UGF	unity gain frequency

ねじれ振り子の軸の定義

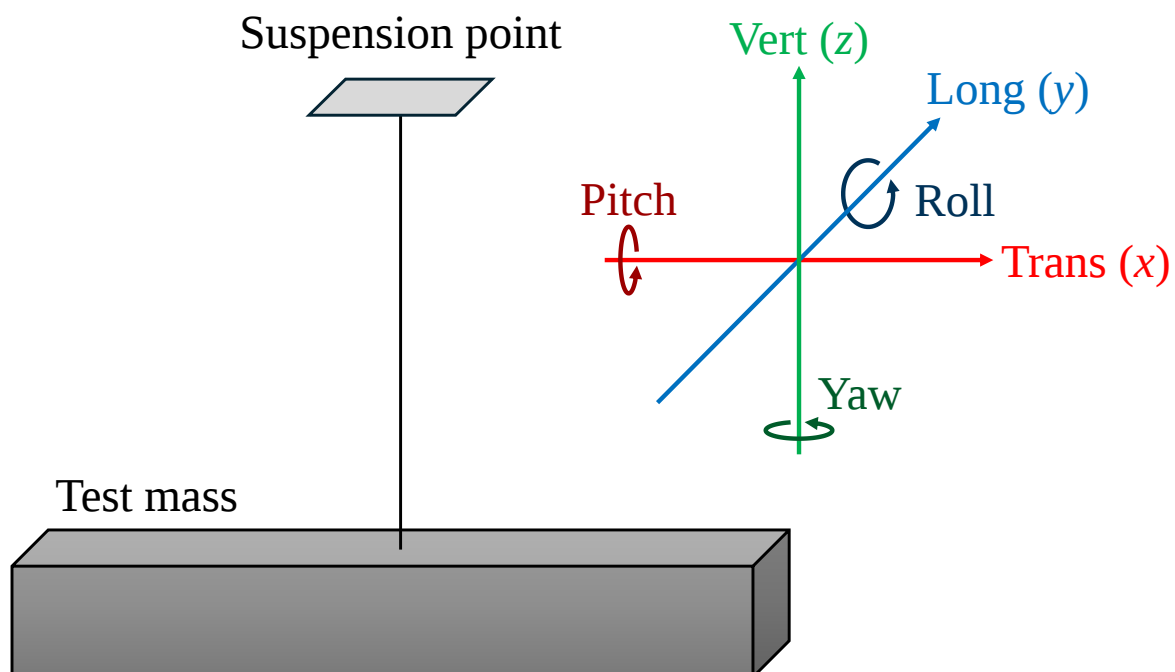


図 1: ねじれ振り子の概念図と回転軸の定義 [22]。

この章では、本研究の背景と本論文の構成を述べる。

1.1 研究背景

重力波とは、時空の歪みが光速で伝播する現象である。1916年に A. Einstein が一般相対性理論によってその存在を予言した [1, 2]。1974年には、R. A. Hulse と J. H. Taylor が連星パルサー PSR B1913+16 を観測し、重力波の存在が間接的に証明された [3, 4]。そして 2015 年 9 月 14 日、アメリカの重力波望遠鏡 Advanced LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory) [5] が連星ブラックホール合体からの重力波をとらえ、初めて重力波の直接検出が達成された [6]。ここに人類は、従来の電磁波観測による「目」に加え、重力波観測という全く新しい観測手段、「耳」を得たのである。さらに aLIGO に続いて、イタリアの Advanced Virgo(AdVIRGO) [7]、ドイツの GEO600、日本の KAGRA [9, 10] など km スケールのレーザー干渉計型重力波望遠鏡が複数台観測網に加わり、2026 年 1 月現在までに約 200 のコンパクト連星合体のイベントが検出された [11]。これらの重力波望遠鏡の観測帯域は 10 Hz–1 kHz であり、コンパクト連星合体からの重力波の直接観測によって、ブラックホールの質量や合体頻度などの天文学的知見や、一般相対論の検証などの宇宙論的知見が得られている。[12–14]。

現在、重力波望遠鏡の開発は、さらなる感度向上や複数台での観測網の構築、観測帯域の広域化など、新たな段階へと移りつつある。観測帯域を拡大するため、より低い周波数帯 (1 mHz–10 Hz) の重力波をねらう望遠鏡も多数計画・開発されている。低周波の重力波を検出することができれば、大質量ブラックホール形成過程や初期宇宙の知見を得ることができる。従来の地上レーザー干渉計型重力波望遠鏡は、鏡が自由質点として重力波に応答できるよう振り子状に懸架しているため、振り子の共振周波数 (1 Hz) 以下の周波数帯では重力波への応答が悪く、感度が低かった。これを解決するために、懸架する必要がない宇宙ヘレーザー干渉計を打ち上げる LISA (Laser Interferometer Space Antenna) [15] や DECIGO (DECI-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory) [16] のような計画が進められているが、宇宙空間での観測には膨大な時間とコストを要すること、打ち上げ後のメンテナンスが難しいことなどの課題がある。

これを解決する低周波重力波望遠鏡として、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA (TOrsion-Bar Antenna) が考案されている [17]。TOBA は地上で棒状試験マスを水平に懸架する構成で、ねじれ振り子の回転を検出することで重力波を観測する。ねじれ振り子の回転モードの共振周波数は容易に数 mHz まで下げることが可能であるため、0.1 Hz–10 Hz という従来の大型重力波望遠鏡では観測できなかった周波数帯を地上で観測できる。TOBA で観測可能な重力波振幅は、その規模の小ささから、宇宙重力波望遠鏡で観測可能なものより 2 桁以上大きいものに限られるが、地上で観測を行うためコストが抑えられ、メンテナンスも容易であるというメリットがある。TOBA によって、中間質量ブラックホール連星合体の検出や背景重力波の検出が期待されており、さらに、地震計を用いる従来の地震速報よりも早い地震速報を実現できる可能性もある。[18]。

これまでに Phase-I TOBA と Phase-II TOBA と呼ばれる 2 つのプロトタイプ TOBA が製作され、背景重力波に制限をつけることに成功した [19, 20]。現在は 3 台目のプロトタイプ Phase-III TOBA の開発段階にある [21]。その設計感度は、0.1 Hz 以下では地面振動雑音や懸架ワイヤの熱雑音に、0.1 Hz 以上では光の量子性に起因する散乱雑音に制限される。現在までに Phase-III TOBA のねじれ振り子の動作を実証するセットアップが設計・構築され、補助センサーである光てこを用いて回転計測が行われた [22]。その感度は、10 Hz 以上の周波数

帯で光てこのセンサー雑音に制限されており、Phase-III TOBA の実現に向けて感度を向上する上で、より高精度なレーザー干渉計で回転計測を行う必要がある。

本研究では、TOBA において初めて差動 Fabry-Pérot 共振器を共振状態に制御し、レーザー干渉計による TOBA の制御技術を確立した。これにより、0.1 Hz における Phase-III TOBA の感度を、先行研究から 1 桁以上向上した。さらに、現在の感度を制限する雑音についての考察を行い、今後雑音を低減して Phase-III TOBA を実現するための道筋を示した。

1.2 本論文の構成

第 2 章で重力波とその検出方法についてまとめる。第 3 章ではねじれ型重力波望遠鏡 TOBA の原理とこれまでに開発されたプロタイプ TOBA、要素開発の先行研究についてまとめ、第 4 章で特に今回引き続き実験系を用いた先行研究での実験装置について説明する。第 5 章では、レーザー干渉計を用いてねじれ振り子の動作を制御する原理を説明し、第 6 章で実験結果を述べる。第 7 章で本研究で得られた成果と今後の展望をまとめる。

重力波とは、時空の歪みが光速で伝播する現象であり、1916年に A. Einstein によって一般相対性理論から導かれた [1, 2]。2015年にアメリカの重力波望遠鏡 Advanced LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory) [5] が連星ブラックホール合体からの重力波をとらえ、初めて重力波の直接検出が達成された [6]。この章ではまず、弱い重力場における Einstein 方程式から重力波を導出し、重力波の存在下での質点の運動、重力波の放射と発生源について述べる。その後、主な重力波源と重力波の検出方法について述べる。

2.1 重力波の導出

2.1.1 計量テンソルと測地線方程式

一般相対性理論では、4次元空間内の2点 x^μ と $x^\mu + dx^\mu$ の間の距離 (線素) ds は

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.1)$$

で与えられる^{*1*2}。 $g_{\mu\nu}$ を計量テンソルという。一般相対性理論においては、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ が時空の幾何学的性質、すなわち重力を特徴づける。

例えば、重力場の存在しない平坦な時空 (Minkowski 時空) では、

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

と書くことができる。計量テンソル $g_{\mu\nu}$ が時空の幾何学的性質を決めるため、自由質点の運動を求めることができる。質点が描く軌跡は測地線と呼ばれ、以下の測地線方程式で決まる。

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma^\lambda_{\mu\nu}(x) \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0 \quad (2.3)$$

ここで、 τ は粒子の固有時間である。 $\Gamma^\gamma_{\alpha\beta}$ は接続係数または Christoffel 記号と呼ばれ、以下のように定義される。

$$\Gamma^\gamma_{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2} g^{\gamma\delta} \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} g_{\beta\delta} + \frac{\partial}{\partial x^\beta} g_{\alpha\delta} - \frac{\partial}{\partial x^\delta} g_{\alpha\beta} \right) \quad (2.4)$$

2.1.2 Einstein 方程式

計量テンソル $g_{\mu\nu}$ は以下の Einstein 方程式に従う。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.5)$$

^{*1} ギリシャ文字の添え字は 0-3 の値をとることとする。すなわち、 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$ である。

^{*2} Einstein の縮約記法を採用する。すなわち、上下に繰り返された添え字については必ず和を取ることとし、和の記号を省略する。

$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \equiv g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

ここで R は Ricci スカラーと呼ばれ、次のように定義される。

$$R \equiv R_{\mu}^{\mu} = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (2.6)$$

$$R_{\mu\nu} \equiv R^{\alpha}_{\mu\alpha\nu} \quad (2.7)$$

$$R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} \equiv \frac{\partial}{\partial x^{\gamma}} \Gamma^{\alpha}_{\beta\delta} - \frac{\partial}{\partial x^{\delta}} \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} + \Gamma^{\alpha}_{\gamma\mu} \Gamma^{\mu}_{\beta\delta} - \Gamma^{\alpha}_{\delta\mu} \Gamma^{\mu}_{\beta\gamma} \quad (2.8)$$

$R_{\mu\nu}$ は Ricci テンソル、 $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta}$ は Riemann テンソルと呼ばれる。また、式 (2.5) における $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルである。

2.1.3 Einstein 方程式の線形近似

式 (2.5) から重力波解を導くために、重力場が十分小さいと仮定して、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ に対して線形近似を行う。具体的には、Minkowski 時空に微小な摂動が加わったときの時空を考える。このとき計量テンソル $g_{\mu\nu}$ は微小な摂動成分 $h_{\mu\nu}$ ($|h_{\mu\nu}| \ll 1$) を用いて

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.9)$$

と書ける。これを式 (2.5) に代入し、 $h_{\mu\nu}$ の 1 次まで考える。

このとき、Christoffel 記号は、式 (2.9) を式 (2.4) に代入して

$$\begin{aligned} \Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta} &\simeq \frac{1}{2} \eta^{\gamma\delta} \left(\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} h_{\beta\delta} + \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} h_{\alpha\delta} - \frac{\partial}{\partial x^{\delta}} h_{\alpha\beta} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} h_{\beta}^{\gamma} + \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} h_{\alpha}^{\gamma} - \frac{\partial}{\partial x^{\gamma}} h_{\alpha\beta} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

となる。これを式 (2.8)、式 (2.7)、式 (2.6) に代入することで、Riemann テンソル、Ricci テンソル、Ricci スカラーはそれぞれ以下のように求まる。

$$\begin{aligned} R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} &\simeq \frac{\partial}{\partial x^{\gamma}} \Gamma^{\alpha}_{\beta\delta} - \frac{\partial}{\partial x^{\delta}} \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} \quad (\because \Gamma\Gamma = \mathcal{O}(h^2)) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 h^{\alpha}_{\delta}}{\partial x^{\beta} \partial x^{\gamma}} - \frac{\partial^2 h^{\alpha}_{\gamma}}{\partial x^{\beta} \partial x^{\delta}} + \frac{\partial^2 h_{\beta\gamma}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\delta}} - \frac{\partial^2 h_{\beta\delta}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\gamma}} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$R_{\mu\nu} \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 h^{\alpha}_{\nu}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\alpha}} + \frac{\partial^2 h_{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\nu}} - \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha} \partial x_{\alpha}} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} \right) \quad (h \equiv h_{\alpha}^{\alpha}) \quad (2.12)$$

$$R \simeq \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} - \square h \quad (\square \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^{\alpha} \partial x_{\alpha}}) \quad (2.13)$$

これらを式 (2.5) に代入することで、以下の線形近似された Einstein 方程式を得ることができる。

$$\frac{\partial^2 h_{\mu\alpha}}{\partial x^{\alpha} \partial x_{\nu}} + \frac{\partial^2 h^{\alpha}_{\nu}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\mu}} + \eta_{\mu\nu} \square h - \square h_{\mu\nu} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} - \eta_{\mu\nu} \frac{\partial^2 h_{\alpha\beta}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.14)$$

ここで、式 (2.14) の表式を簡単にするために、以下の量を導入する。

$$\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \quad (2.15)$$

これを式 (2.14) に代入すると、

$$\frac{\partial^2 \bar{h}_{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\nu}} + \frac{\partial^2 \bar{h}_{\nu\alpha}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\mu}} - \square \bar{h}_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu} \frac{\partial^2 \bar{h}_{\alpha\beta}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.16)$$

となる。さらに、 h には座標変換に対して自由度が残っているが、ここでは以下の Lorentz gauge 条件を課す。

$$\frac{\partial}{\partial x_{\nu}} \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.17)$$

すると、式 (2.16) は

$$-\square \bar{h}_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.18)$$

と変形される。式 (2.18) より、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ の $\eta_{\mu\nu}$ からのずれ $h_{\mu\nu}$ が源 T から発生し波として伝播すること、すなわち、重力波が存在することがわかる。

2.2 重力波の性質

2.2.1 重力波の伝播

真空中の重力波の伝播は式 (2.18) で $T_{\mu\nu} = 0$ とした方程式を考えることで求められる。このとき式 (2.18) は

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.19)$$

となり、解は明らかに平面波

$$\bar{h}_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} \exp(ik_\alpha x^\alpha) \quad (2.20)$$

の形で表すことができる。 $\bar{h}_{\mu\nu}$ の性質から、振幅 $a_{\mu\nu}$ および波数ベクトル $k_\alpha = (\omega, k_x, k_y, k_z)$ は

$$a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu} \quad (2.21)$$

$$a^{\mu\alpha} k_\alpha = 0 \quad (2.22)$$

$$k_\alpha k^\alpha = 0 \quad (2.23)$$

を満たす。式 (2.22) は重力波が横波であることを表し、式 (2.23) は重力波が光速で伝わることを表す。さらに、まだ残っている座標変換の任意性を取り除くために、Transverse Traceless (TT) gauge 条件

$$h_{0\alpha} = 0 \quad (2.24)$$

$$h^j_j = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial h^{jk}}{\partial x^j} = 0 \quad (2.26)$$

を課す^{*3}。ここで、TT gauge では $\eta^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} = 0$ であるため、 $h_{\alpha\beta} = \bar{h}_{\alpha\beta}$ である^{*4}。重力波が z 軸方向に伝播するとき、 $k_\alpha = (\omega, 0, 0, \omega/c)$ であるから、 $a_{\mu\nu}$ は独立な 2 つの関数 h_+ と $h_\times$ を用いて次のように表すことができる。

$$a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

h_+ と $h_\times$ のそれぞれに対応するモードをプラス (+) モードとクロス (×) モードと呼ぶ。以上より、一般相対性理論における重力波は光速で伝播し、2 つの独立なモードをもつことがわかった。

2.2.2 自由質点に対する重力波の影響 (TT gauge)

TT gauge における自由質点に対する重力波の影響を考える。これは Minkowski 時空で静止している質点を考えることに対応する。 $\tau = 0$ に質点が静止しているとする

$$\left. \frac{dx^\mu}{d\tau} \right|_{\tau=0} = (1, 0, 0, 0) \quad (2.28)$$

^{*3} ラテン文字の添え字は 1–3 の値をとることとする。すなわち、 $x^j = (x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$ である。

^{*4} これ以降、TT gauge では h と $\bar{h}$ を区別しない。

が成り立つ。このとき測地線方程式は

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} &= -\Gamma^\mu_{00} \\ &= \frac{1}{2} \eta^{\mu\alpha} \left(\frac{\partial h_{0\alpha}}{\partial x^0} + \frac{\partial h_{\alpha 0}}{\partial x^0} - \frac{\partial h_{00}}{\partial x^\alpha} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

となる。この式は、粒子には力が働かず、質点の座標が変化しないことを意味する。つまり、TT gauge とは粒子に働く力が打ち消されるように座標が変化する座標系である。

TT gauge における重力波の影響を調べるには、座標に依存しない固有距離を調べる必要がある。そこで、近接した2つの質点の距離の変化を考える。2つの質点の座標を $(0, 0, 0, 0)$ と $(0, \epsilon, 0, 0)$ とおくと、この2点間の距離は

$$\begin{aligned} \delta l &= \int |ds^2|^{1/2} \\ &= \int |g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu|^{1/2} \\ &= \int_0^\epsilon |g_{11}|^{1/2} dx^1 \\ &\simeq |g_{11}|^{1/2} \epsilon \\ &\simeq \left(1 + \frac{1}{2} h_{11} \right) \epsilon \end{aligned} \quad (2.30)$$

となる。2点間の距離が重力波によって変化することがわかる。

2.2.3 自由質点に対する重力波の影響 (proper detector frame)

実際に観測を行う実験室系は、TT gauge のように質点の座標が変化しないような座標系ではない。そこで、座標 x まわりの十分小さな領域のみを考える。これによって導かれる実験室系を proper detector frame と呼ぶ。

ある点 x と微小距離 ξ だけ離れた地点 $x + \xi$ における測地線方程式はそれぞれ

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x) \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{d^2 (x^\mu + \xi^\mu)}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x + \xi) \frac{d(x^\alpha + \xi^\alpha)}{d\tau} \frac{d(x^\beta + \xi^\beta)}{d\tau} = 0 \quad (2.32)$$

となる。この2つの式の差を取り、 ξ^μ の一次の項まで残すと

$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} = -\xi^\sigma \frac{\partial \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x)}{\partial x^\sigma} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} \quad (2.33)$$

を得る。ただし、ここでは微小距離を考えているため $g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu}$ としてよく、 $g_{\mu\nu}$ の微分が0となるため、 $\Gamma^\mu_{\alpha\beta} = 0$ となることを用いた。また、実験室系は十分ゆっくり動いていると考えれば

$$\frac{dx^i}{d\tau} \ll \frac{dx^0}{d\tau} = c \quad (2.34)$$

とできて、式 (2.33) の α, β については0成分のみを考えればよく、

$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} = -c^2 \xi^\sigma \frac{\partial \Gamma^\mu_{00}(x)}{\partial x^\sigma} \quad (2.35)$$

と書ける。さらに、式 (2.8) で $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = (\mu, 0, \sigma, 0)$ とすると

$$\begin{aligned} R^\mu{}_{0\sigma 0} &= \frac{\partial \Gamma^\mu{}_{00}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial \Gamma^\alpha{}_{0\sigma}}{\partial x^0} + \Gamma^\mu{}_{\alpha\sigma} \Gamma^\alpha{}_{00} - \Gamma^\mu{}_{\beta 0} \Gamma^\beta{}_{0\sigma} \\ &= \frac{\partial \Gamma^\mu{}_{00}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial \Gamma^\alpha{}_{0\sigma}}{\partial x^0} \\ &= \frac{\partial \Gamma^\mu{}_{00}}{\partial x^\sigma} \end{aligned} \quad (2.36)$$

となるため、式 (2.35) は

$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} = -c^2 \xi^\sigma R^\mu{}_{0\sigma 0} \quad (2.37)$$

と書き直せる。ここで、Riemann テンソルと重力波の関係は式 (2.11) より

$$R^\mu{}_{0\sigma 0} = -\frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2 h^\mu{}_\sigma}{\partial t^2} \quad (2.38)$$

である。ただし、Riemann テンソルは gauge invariant であるため、重力波振幅 h_{ij} には TT gauge と同じものを使ってよい。したがって、

$$\ddot{\xi}^i = \frac{1}{2} \ddot{h}^i{}_j \xi^j \quad (2.39)$$

が proper detector frame での測地線方程式となる。 $\dot{}$ は時間 t での微分を表す。すなわち、実験室系で考えると、質量 m の自由粒子には重力波によって

$$F^i = \frac{1}{2} m \ddot{h}^i{}_j \xi^j \quad (2.40)$$

の力が働く。これが重力波が質点に及ぼす潮汐力である。

2.2.4 重力波の偏波

自由粒子の位置が重力波によってどのように変化するかを考える。式 (2.39) の $t \rightarrow \infty$ で発散しないような解を求めると

$$\delta \xi^i = \frac{1}{2} h^i{}_j \xi^j \quad (2.41)$$

となる。したがって、角振動数 ω をもった重力波が z 軸方向から到来したときの ξ の変化量は式 (2.20)、式 (2.27) より

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \delta \xi^x \\ \delta \xi^y \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_+ & h_\times \\ h_\times & -h_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^x \\ \xi^y \end{pmatrix} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} h_+ \begin{pmatrix} \xi^x \\ -\xi^y \end{pmatrix} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] + \frac{1}{2} h_\times \begin{pmatrix} \xi^y \\ \xi^x \end{pmatrix} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

である。第 1 項と第 2 項はそれぞれ重力波のプラス (+) モードとクロス (×) モードの偏波を表している。これらのモードによる質点の動きを図示すると、図 2.1 のようになる。

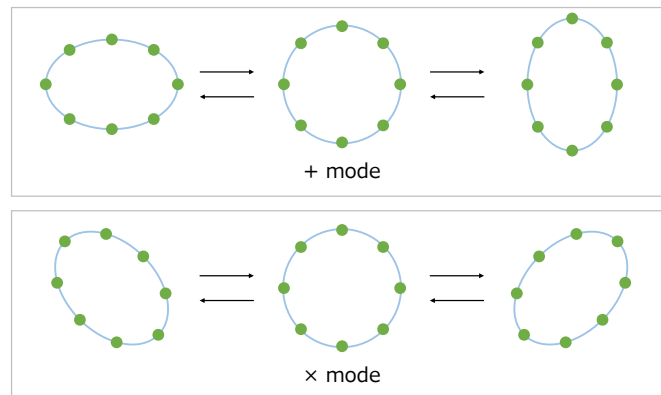


図 2.1: 重力波の偏波。重力波が紙面に垂直に入射したときの自由質点の動きをモードごとに表している。

2.2.5 重力波の放射

重力波源からの重力波の放射を考える。式 (2.18) を形式的に解くと、重力波の振幅は

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}(t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|/c, \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3\mathbf{x}' \quad (2.43)$$

となる。特に、波源の速さが光速より十分小さく、重力波の波長に比べて十分遠方から観測するとき、式 (2.43) は次のように近似できる。

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) \simeq \frac{4G}{c^4 r} \int T_{\mu\nu}(t - r/c, \mathbf{x}') d^3\mathbf{x}' \quad (2.44)$$

ここで、 $r \equiv |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ は観測地点から波源までの距離である。Lorentz gauge 条件から成り立つ $\partial T_{\mu\nu}/\partial x_\mu = 0$ より、四重極公式

$$\bar{h}_{ij}(t, \mathbf{x}) \simeq \frac{2G}{c^4 r} \ddot{Q}_{ij}(t - r/c) \quad (2.45)$$

を得る。ここで、 $\dot{}$ は時間 t での微分を表す。また、

$$Q_{ij}(t) = \int x_i x_j T_{00}(t, \mathbf{x}) d^3\mathbf{x} \quad (2.46)$$

である。 $T_{00}(t, \mathbf{x})$ は重力波源のエネルギー密度である。

例えば、重力波が z 軸方向から到来するとき、

$$\bar{h}_{ij}(t, \mathbf{x}) \simeq \frac{2G}{c^4 r} \ddot{Q}_{ij}(t - r/c) \quad (2.47)$$

$$Q_{ij}(t) = \int T_{00}(t, \mathbf{x}) \left(x_i x_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} x^i x^j \right) d^3\mathbf{x} \quad (2.48)$$

となる。

以上より、重力波の放射には単極子と双極子は存在せず、最低次が四重極放射であることがわかる。したがって、重力波は波源の非軸対称な運動から放射される。

2.3 重力波源

2.2.5 節で述べたように、重力波は四重極モーメントの時間変化によって放射される。そのため、私たちの周囲でも重力波は絶えず発生しており、人工的に生成することも可能であるが、その振幅は検出するにはあまりにも小さい。大きい振幅を得るためには、波源の質量と加速度が大きいことが要求され、観測可能な波源は天体現象に限られる。

以下では、重力波源となりうる天体現象の紹介を行う。

2.3.1 コンパクト連星合体

コンパクト星とは、ブラックホールや中性子星といった比較的小さな天体を指す。コンパクト星からなる連星系は軌道運動によって重力波を放出する。重力波の放出にともなうエネルギーを失うため、軌道半径は徐々に減少しやがて連星は合体する。このとき、重力波の波形は軌道半径の減少にともなう周波数と振幅が増大していくチャープ波形となる (図 2.2)。連星の合体が終わると重力波の放出も終了する。波形の理論予測が可能であるため、理論予測と観測結果の比較から、連星の質量やスピンといった様々な情報を得ることができる。また、波形から中性子星の状態方程式に制限をつけたり、一般相対性理論を検証したりすることもでき、サイエンスへの応用も幅広い。

現時点で重力波が検出されたのはコンパクト連星合体のみであり、そのイベント数は2026年1月時点で約200である (図 2.3) [11]。初めて検出されたのはブラックホール連星合体である [6]。その後、中性子連星合体、ブラックホール-中性子星連星合体の検出も報告された [26, 27]。

重いコンパクト連星合体ほど低周波の重力波を放射する [28]。現在稼働中の地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡は 10 Hz–1 kHz の周波数帯で高感度に設計されている (2.4.2 節を参照)。この周波数帯をコンパクト星の質量に換算すると $1 M_{\odot}$ – $100 M_{\odot}$ に対応し、恒星質量ブラックホールや中性子星の連星合体の検出に適していることがわかる。より重いコンパクト連星 (中間質量ブラックホールなど) の合体からの重力波をとらえるには、低周波に良い感度をもつ重力波望遠鏡が必要である。

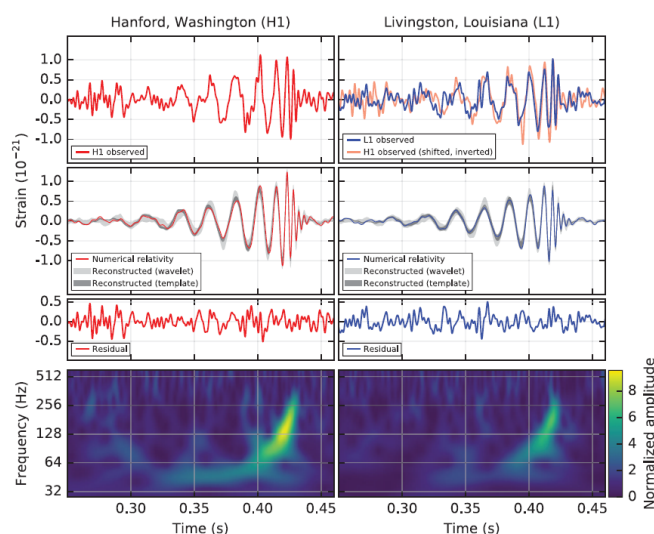


図 2.2: GW150914 の信号 [6]。

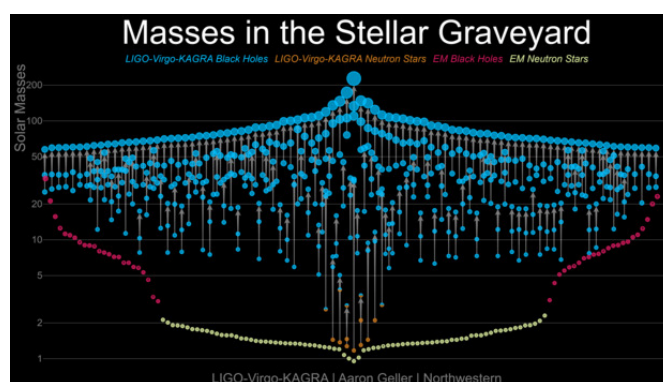


図 2.3: Observation 1 から Observation 3b までに検出されたコンパクト連星合体 [29]。縦軸はブラックホールまたは中性子星の質量を表す。青色の丸がブラックホール、オレンジ色の丸が中性子星である。

2.3.2 超新星爆発

超新星爆発とは、星内部の高エネルギー反応や重力崩壊などによって起こる爆発のことである。超新星爆発は激しい質量の移動をともなうため、重力波源の候補として期待されている。完全に球対称な爆発爆発では重力波は放射されないが、自転などによる非対称性がある場合には重力波が放射される。その波形は爆発メカニズムに大きく依存するため、いまだに明らかになっていないが、1 kHz 付近の高周波数帯でバースト的に放射されると考えられている [30–32]。電磁波では見えない超新星内部の情報を得られる可能性があり、爆発メカニズムの解明に貢献できると期待されている。重力波観測のためには、望遠鏡での突発的なノイズと超新星爆発の信号を区別するために、複数台での同時観測が必要となる。

2.3.3 パルサー

パルサーとは、高速に回転しながら磁軸方向に電磁波を放射する中性子星のことである。回転軸に対して磁軸が傾いているため、中性子星の自転に同期して周期的な電磁波の放射が観測される。パルサーにわずかな凹凸などが存在し、回転軸に対して完全に対称ではない場合、パルサーの回転周波数で重力波が放射される。回転にともなう周波数の変化は小さいため、連続波に近い重力波を放出すると考えられている。

2.3.4 背景重力波

背景重力波とは、宇宙論的起源と天文学的起源の 2 つの側面から存在が予測されている重力波である。

前者は、原始重力波とも呼ばれる。初期宇宙での量子揺らぎから生まれ、ビッグバンやインフレーションの情報を含むと考えられている。原始重力波の観測は、初期宇宙を直接観測することができる唯一の方法である。それゆえ、原始重力波は宇宙論的に大きな意義をもつ観測対象である。

後者は、白色矮星連星などから放射される振幅の小さな重力波に起因する。波源が多数あるため個々の波形として分離できず、その重ね合わせが背景重力波として存在すると考えられている。

背景重力波の波形はいまだに明らかになっていないが、等方的・無偏波・定常的で低周波で振幅が大きいと考えられている。

2.4 重力波の検出

2.4.1 共振型重力波望遠鏡

共振型重力波望遠鏡とは、重力波の潮汐力によって励起される弾性体の共振モードを測定することで重力波をとらえる望遠鏡である。また、世界で最初に製作された重力波望遠鏡でもある [33]。観測周波数帯は、原理的に共振モード付近の周波数に限られるため、コンパクト連星合体のチャープ波形のような周波数が増える信号の検出には向いていない。パルサーからの重力波のような連続重力波の検出を想定したものである。

2.4.2 レーザー干渉計型重力波望遠鏡

レーザー干渉計型重力波望遠鏡は、現在の重力波望遠鏡の主流であり、実際に重力波を直接検出することに成功した唯一の望遠鏡である。ミラーを振り子で懸架することで、ミラーは振り子の共振周波数以上で自由質点とみなすことができ、重力波に応答する。ミラー間の距離の変化を Michelson 干渉計で読み取ることで重力波を検出する。基本原理は Michelson 干渉計であるが、基線長を実質的に伸ばして感度を向上させるために、両腕は Fabry-Pérot 共振器になっている。その他にも、地面振動を低減する多段振り子、腕共振器内の光量を上げるパワーリサイクリング、重力波信号を効率よく取り出すシグナルリサイクリングなどの技術を用いて、高感度化・広

帯域化を行っている。

2026 年 1 月現在、地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡として、アメリカの Advanced LIGO [5]、ヨーロッパの Advanced Virgo [7]、日本の KAGRA [9, 10] が稼働している。これらはいずれも 3 km–4 km の腕共振器をもつ巨大なレーザー干渉計である。観測帯域は 10 Hz–1 kHz である。この帯域より低周波数の感度は地面振動雑音、高周波数の感度は光の量子性に起因する散乱雑音によって制限されている。

2.4.3 宇宙重力波望遠鏡

宇宙重力波望遠鏡は、地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡では観測が困難な低周波数帯を観測するために考案された。宇宙では試験マスを懸架する必要はなく、地面振動雑音も存在しないため、低周波数帯で良い感度を得られる。

現在計画が進んでいるのは、ヨーロッパの LISA (Laser Interferometer Space Antenna) [15] や日本の DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory) [16] である。これらは、宇宙に打ち上げた 3 台の衛星にミラーを搭載し、正三角形上にレーザー干渉計を構成する。観測周波数帯は、LISA が 1 mHz–1 Hz、DECIGO が 0.1 Hz–10 Hz である。背景重力波や、これまでに検出されたものよりも重たいコンパクト連星合体からの重力波検出を目指している。

2.4.4 パルサータイミング

パルサータイミングとは、パルサーからのパルスの到着時間が重力波によって変化することを用いて重力波を検出する手法である [34]。1 nHz–1 μ Hz という低周波数帯に良い感度を持ち、観測するパルサーの個数を増やすことで感度を向上させることができる。主に背景重力波を観測対象としている。

2.4.5 ドップラートラッキング

ドップラートラッキングとは、地球と人工衛星の間を往復する電磁波のドップラーシフトによって重力波を検出する手法である [35]。人工衛星として、土星探査機 Cassini などを用いることで 1 AU–10 AU という非常に長い基線長を実現している。観測周波数帯は 1 μ Hz–1 mHz、主な観測対象は背景重力波である。

3

ねじれ振り子型 重力波望遠鏡TOBA

ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA (TOrsion-Bar Antenna) [17] とは、0.1 Hz–10 Hz の周波数帯をねらう地上の重力波望遠鏡である。本章では、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA の原理、最終的な目標感度について述べる。次に、他の重力波望遠鏡と比較しながら、重力波望遠鏡の中での TOBA の位置づけを述べ、TOBA で期待される観測対象についてまとめる。その後、Phase-I TOBA と Phase-II TOBA と呼ばれるプロトタイプ TOBA の構成や達成された感度について述べる。最後に、現在開発中であるプロトタイプ TOBAPhase-III TOBA について、現在までに行われた要素技術開発や懸架系設計を紹介する。

3.1 TOBA の原理

ねじれ振り子を用いた重力波の検出原理を説明する。まず、重力波の影響下での運動方程式を考えることで、重力波により試験マスがねじれ回転することを確認する。次に、ねじれ振り子が、その共振周波数より高い周波数帯では重力波のクロスモードに対して一定の回転応答を示すことを述べる。

3.1.1 TOBA の重力波に対する応答

図 3.1 のようなねじれ振り子を考える。ねじれ振り子の重心を原点に取り、懸架方向を z 軸、試験マスの水平回転面を xy 平面とする。

z 軸まわりの回転 (yaw 回転) に関する運動方程式は、

$$I\ddot{\theta}(t) + \gamma\dot{\theta}(t) + \kappa\theta(t) = N_{\text{ext}}(t) \quad (3.1)$$

と表される。ここで、 $\theta(t)$ は試験マスのねじれ回転角、 I は yaw 方向の慣性モーメント、 γ は散逸、 κ はワイヤの復元力によるバネ定数、 $N_{\text{ext}}(t)$ は外力によるトルクである。また、 $\dot{\cdot}$ は時間 t での微分を表す。

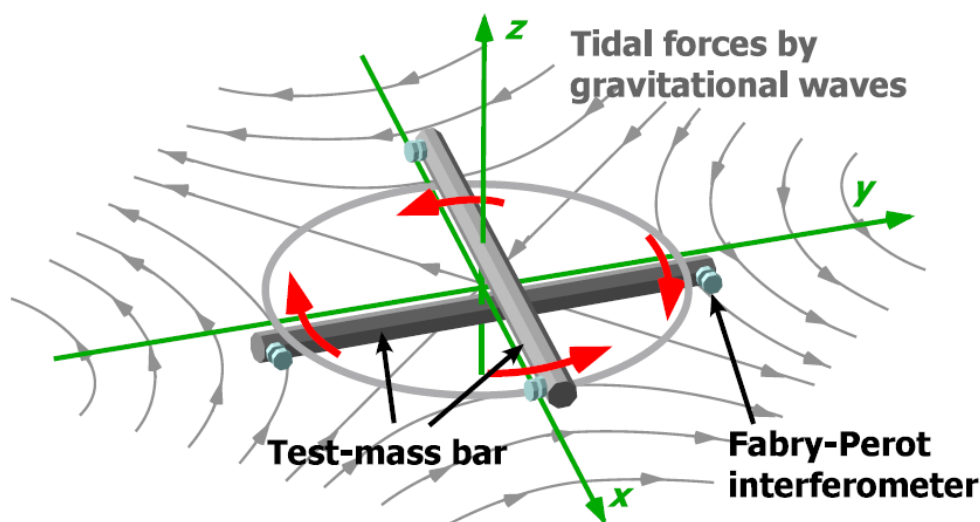


図 3.1: TOBA の概略図 [17]。クロスモードの重力波に対する応答を示している。

いま、 z 軸方向から到来する重力波を考える。重力波は図 3.1 のように潮汐力として働くため、試験マスは回転

する。式 (2.40) より、座標 ξ^j まわりの微小体積 dV に重力波が与える力 F は、

$$F_i dV = \frac{1}{2} \rho \ddot{h}_{ij} \xi^j dV \quad (3.2)$$

で与えられる。ここで、 ρ は試験マスの密度を表す。重力波によって微小体積 dV が蓄えるエネルギーは、

$$dU = - \int_{\xi} \frac{\rho \ddot{h}_{ij} dV}{2} \xi^j d\xi^j \quad (3.3)$$

となる。これを試験マス全体にわたって積分することで全エネルギーを得ることができ、

$$\begin{aligned} U &= - \int_V \int_{\xi} \frac{\rho \ddot{h}_{ij} dV}{2} \xi^j d\xi^j \\ &= - \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} \int_V \rho \xi^i \xi^j d\xi^j \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる。ただし、重力波の波長は試験マスの大きさより十分大きいと仮定して、重力波振幅 h が場所によらないものとした。

重力波が試験マスに与えるトルク N_{GW} は、試験マスの位置を z 軸まわりに微小回転させたときのエネルギー変化率であるから、

$$N_{\text{GW}} = - \frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} q^{ij} \quad (3.5)$$

と表される。ここで、 q^{ij} は試験マスの四重極モーメント

$$q^{ij} = \int_V \rho \left(\xi^i w^j + \xi^j w^i - \frac{2}{3} \delta^{ij} \xi^k w^k \right) dV \quad (3.6)$$

である。 w^i はモード関数と呼ばれ、考えているモードに対して試験マスの各点がどのように動くかを表す。 xy 平面内でのねじれ回転の場合は

$$w^i = (-y, x, 0) \quad (3.7)$$

となるから

$$q^{11} = -q^{22} = - \int_V \rho (2xy) dV \equiv q_+ \quad (3.8)$$

$$q^{12} = q^{21} = \int_V \rho (x^2 - y^2) dV \equiv q_{\times} \quad (3.9)$$

である。

式 (3.1)、式 (3.5) より、重力波のもとでの試験マスの z 軸まわりの回転に関する運動方程式は、

$$I \ddot{\theta}(t) + \gamma \dot{\theta}(t) + \kappa \theta(t) = \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} q^{ij} \quad (3.10)$$

と導かれる。

3.1.2 TOBA の周波数応答

重力波が到来したときのねじれ振り子の周波数応答を考える。いま、 z 軸方向から以下のような振幅をもつ重力波が到来することを考える。

$$h_{ij}(t) = \begin{pmatrix} h_+(t) & h_{\times}(t) & 0 \\ h_{\times}(t) & -h_+(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

式 (3.8)、式 (3.9)、式 (3.11) を式 (3.10) に代入すると、重力波のもとでの試験マスの z 軸まわりの回転に関する運動方程式は、

$$I \ddot{\theta}(t) + \gamma \dot{\theta}(t) + \kappa \theta(t) = \frac{1}{2} \left(\ddot{h}_+(t) q_+ + \ddot{h}_{\times}(t) q_{\times} \right) \quad (3.12)$$

となる。この両辺をフーリエ変換すると以下ようになる。

$$-I\omega^2\tilde{\theta}(\omega) + i\omega\gamma\tilde{\theta}(\omega) + \kappa\tilde{\theta}(\omega) = -\frac{1}{2}\omega^2\left(\tilde{h}_+(\omega)q_+ + \tilde{h}_\times(\omega)q_\times\right) \quad (3.13)$$

したがって、重力波の各偏波から試験マスの回転までの伝達関数は

$$H_\alpha(\omega) = \frac{\tilde{\theta}(\omega)}{\tilde{h}_\alpha(\omega)} = \frac{q_\alpha}{2I} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\omega\omega_0/Q - \omega_0^2} \quad (3.14)$$

となる。 $\alpha = (+, \times)$ は重力波の偏波モードを表し、

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \quad (3.15)$$

$$Q \equiv \frac{\omega_0 I}{\gamma} \quad (3.16)$$

はそれぞれねじれ振り子の回転方向の共振角周波数と Q 値を表す。伝達関数 $H_\alpha(\omega)$ を図示すると図 3.2 のようになる。

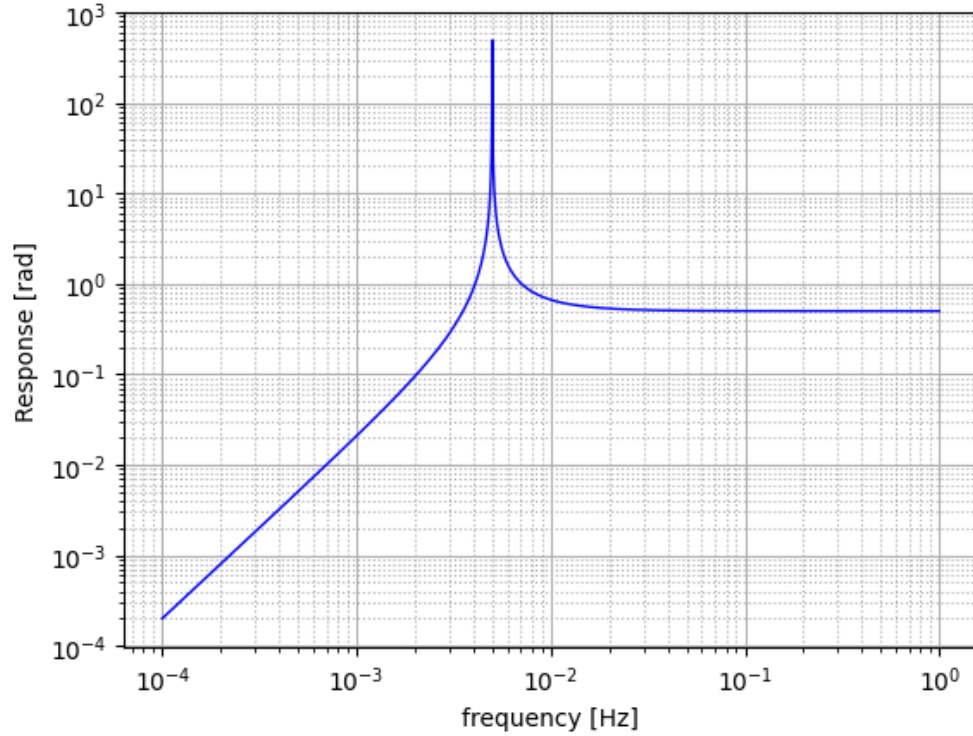


図 3.2: TOBA の重力波への応答。 $q_\alpha = I$, $f_0 \equiv \omega_0/2\pi = 5 \text{ mHz}$, $Q = 1000$ を仮定している。

伝達関数 $H_\alpha(\omega)$ は、共振周波数より十分に低い周波数帯 ($\omega \ll \omega_0$) では

$$H_\alpha(\omega) \simeq -\frac{q_\alpha}{2I} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \quad (3.17)$$

のようにふるまう。図 3.2 からわかるように、周波数が小さくなるにつれて周波数の 2 乗に比例して応答が小さくなる。これは、低周波数帯では試験マスが地面 (または懸架ワイヤ) に束縛されるためである。

一方、共振周波数より十分に高い周波数帯 ($\omega \gg \omega_0$) では、伝達関数 $H_\alpha(\omega)$ は

$$H_\alpha(\omega) \simeq \frac{q_\alpha}{2I} \quad (3.18)$$

と一定値を示す。試験マスの回転モードが束縛から解放され、自由質点に近いふるまいをするためである。

したがって、試験マスが自由質点として重力波に応答するには、観測周波数帯よりも試験マスの回転モードの共振周波数を低く設計する必要がある。一般に、回転モードの共振周波数は並進モードの共振周波数よりも低い
ため、ねじれ振り子は低周波数帯の重力波観測に有利である。

より具体的に、 x 軸方向に長い直方体状の試験マスを考える。式 (3.8)、式 (3.9) より

$$q_+ = 0 \quad (3.19)$$

$$q_\times \simeq \int \rho x^2 dV \quad (3.20)$$

$$I \simeq \int \rho x^2 dV \quad (3.21)$$

となる。これらを式 (3.14) に代入して

$$H_+(\omega) = 0 \quad (3.22)$$

$$H_\times(\omega) \simeq \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\omega\omega_0/Q - \omega_0^2} \quad (3.23)$$

を得る。 x 軸方向に長い試験マスは重力波のクロスモードにのみ応答することがわかる。これは図 3.1 から
も理解できる。また、式 (3.23) より、共振周波数以上 ($\omega \gg \omega_0$) での試験マスのクロスモードに対する
応答の大きさは、試験マスの大きさによらず 1/2 であることもわかる。

3.2 TOBA の観測対象

TOBA は、ねじれ振り子の回転モードの共振周波数が低いことを利用して、0.1 Hz–10 Hz の重力波と重力場
変動に対して良い感度をもつ。この帯域で想定されている TOBA の観測対象は以下の 4 つである。重力波望遠鏡
としてだけでなく、重力勾配計としてのサイエンスも期待されている。

3.2.1 中間質量ブラックホール連星合体

中間質量ブラックホールとは、 $10^2 M_\odot$ – $10^5 M_\odot$ の質量をもつブラックホールである。恒星質量ブラック
ホール ($< 10^2 M_\odot$) と超大質量ブラックホール ($10^6 M_\odot$ – $10^9 M_\odot$) の中間の質量をもつ。2.3.1 節で述べたように、連
星の質量が大きくなるほど合体時の重力波の周波数は低くなり、特に中間質量ブラックホール連星合体は 0.1 Hz
付近で合体する。このため、10 Hz 以下の周波数帯で感度の低い既存の重力波望遠鏡では検出できず、TOBA の
主要な観測対象と想定されている。

GW190521 は、 $66 M_\odot$ と $85 M_\odot$ の質量をもつブラックホールが合体し $142 M_\odot$ のブラックホールを生成し
たイベントであり [36]、中間質量ブラックホールの存在が初めて直接検出された。中間質量ブラックホールの形
成過程には様々な説があり [37, 38]、GW190521 のような恒星質量ブラックホール連星合体もその 1 つであるが、
未だに完全には明らかになっていない。また、中間質量ブラックホール連星合体は、銀河中心にある超大質量ブ
ラックホールの形成過程の候補とされており、中間質量ブラックホールについての情報を得る意義は大きい。

3.2.2 背景重力波

2.3.4 節で述べたように、初期宇宙での量子揺らぎによる宇宙論的なものや白色矮星連星などの天体現象に起因
する背景重力波の存在が予測されている。その波形はいまだに明らかになっていないが、低周波で振幅が大きい
と考えられているため、TOBA での上限値の更新や検出が期待されている。

3.2.3 重力勾配雑音

重力勾配雑音 (Newtonian noise または gravity gradient noise) とは、地面や大気などの物体の運動によってニュートン重力場が変動する雑音である。実際に試験マスを揺らすため原理的に重力波信号と見分けがつかないが、その存在は理論予測のみで実際に観測された例はない。将来的に地上で低周波数帯において感度の良い第3世代重力波望遠鏡 (Einstein Telescope や Cosmic Explorer など) が建設されたとき、主要な雑音になると見込まれており、周囲の環境モニターにより重力勾配雑音を打ち消す研究が進められている。重力勾配雑音は大きな周波数依存性をもち、周波数の -3 から -5 乗に比例して低周波数で振幅が大きくなると予想されている。特に、 0.1 Hz では重力波振幅換算で $10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ と見積もられている [39]。

TOBA で初の直接観測を達成すれば、重力勾配雑音の性質の理解が進み、その低減手法を実証することで将来の重力波望遠鏡の感度向上への貢献が期待される。

3.2.4 地震速報

重力勾配雑音と同様に、地震が起こる際の断層破壊によっても重力場は変動する。この重力場変動を検出することで、従来より早い地震速報が可能になる。

現在使われている地震速報システムは、地震波 (P 波・S 波) の速度差を利用している。地震計で P 波 (伝播速度 6 km/s 程度) を観測し、振幅が大きく甚大な被害をもたらす S 波 (伝播速度 4 km/s 程度) が到来する前に警報を出すというものである。この手法では、震源から 100 km 離れた場所では、S 波が到来する約 10 秒前に速報を出すことが限界である。

地震の断層破壊による重力場変動は光速で伝播するため、現在の手法に比べて早く警報を出すことができる。地震発生時の重力場変動はすでに計算されており、 0.1 Hz で重力波振幅に対し $1 \times 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ の感度をもつ重力勾配計を用いれば、信号処理時間や信号積分時間が十分に短い場合、マグニチュード 7.0 以上の地震において、震源から 100 km 離れた地点で地震発生から 10 秒以内に検出できる [18, 40]。これは、現在の地震波を計測する手法よりも 5 秒早い。

3.3 重力波望遠鏡の中での TOBA の位置づけ

3.3.1 TOBA と地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡の比較

現在の主流である地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡は、 10 Hz – 1 kHz の重力波観測には適しているが、それ以下の重力波に対しては感度が低い (図 3.3)。この理由は、試験マスを振り子で懸架されており、振り子の共振周波数 ($\sim 1 \text{ Hz}$) 以下では防振効果が得られず重力波への応答が低下するためである。

一方、TOBA では試験マスをねじれ振り子として懸架する。ねじれ回転の共振周波数は $\sim 1 \text{ mHz}$ まで容易に下げることができる。また、回転地面振動は並進地面振動に比べて小さいため、地面振動雑音の低下も期待できる。それゆえ、TOBA は 0.1 Hz – 10 Hz の低周波数帯の重力波を検出することができる。

TOBA と同様にねじれ振り子を用いる構成で、TorPeDO (Torsion Pendulum Double Oscillator) が Australian National University (ANU) で開発中である [41]。検出原理は TOBA と同様である一方で、ToePeDO では回転を読み取る方法や地面振動の防振システムなどに違いがある。

3.3.2 TOBA と宇宙重力波望遠鏡の比較

TOBA は、同じく 0.1 Hz – 10 Hz の重力波観測をねらう宇宙の重力波望遠鏡 LISA (Laser Interferometer Space Antenna) [15] や DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory) [16] と比べると、設

計感度は劣る (図 3.3)。これは、レーザー干渉計の基線長の短さに起因するものである^{*1}。しかし、開発にかかる費用が少ない、運用中のメンテナンスが簡単といった利点がある。また、地上で観測を行うため、第 3 世代重力波望遠鏡の主要な雑音になり得る重力勾配雑音のモデル検証や、従来より早い地震速報を行うことも期待される。

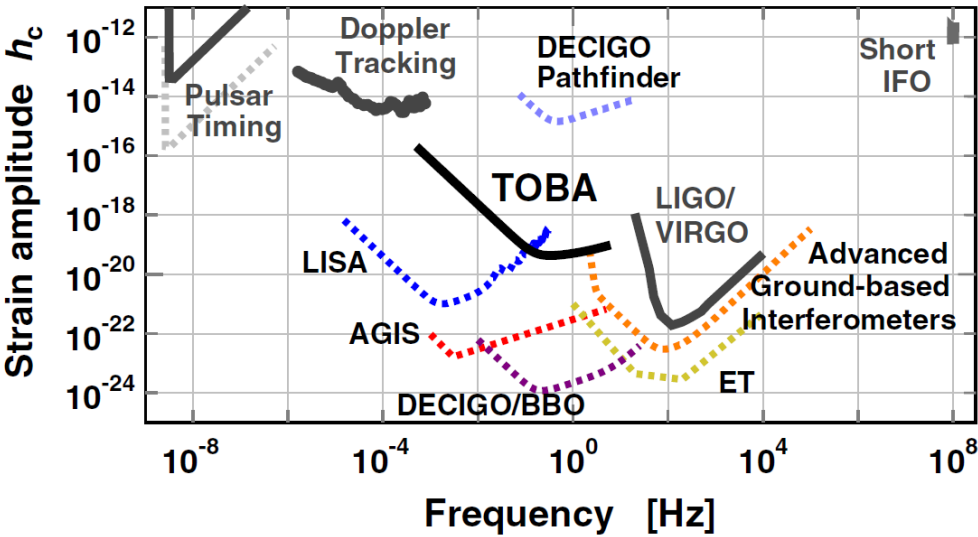


図 3.3: TOBA と他の重力波望遠鏡の感度の比較 [17]。

3.4 TOBA 開発のロードマップ

TOBA の最終目標は、0.1 Hz において重力波振幅換算で $1 \times 10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ に到達することである (Final TOBA)。この目標感度到達に向けて、まずは小型のプロトタイプを製作して原理実証や雑音源の評価を行う必要があり、これまでに 2 つのプロトタイプ (Phase-I, Phase-II TOBA) が製作された。Final TOBA の実現までのプロトタイプ開発の流れを図 3.4 にまとめる。現在は原理実証が終了し、プロトタイプ Phase-III TOBA として小型スケールで低温ねじれ振り子の動作を実証する段階である。本節では、最終目標とその到達のための開発計画及び先行研究について概説する。

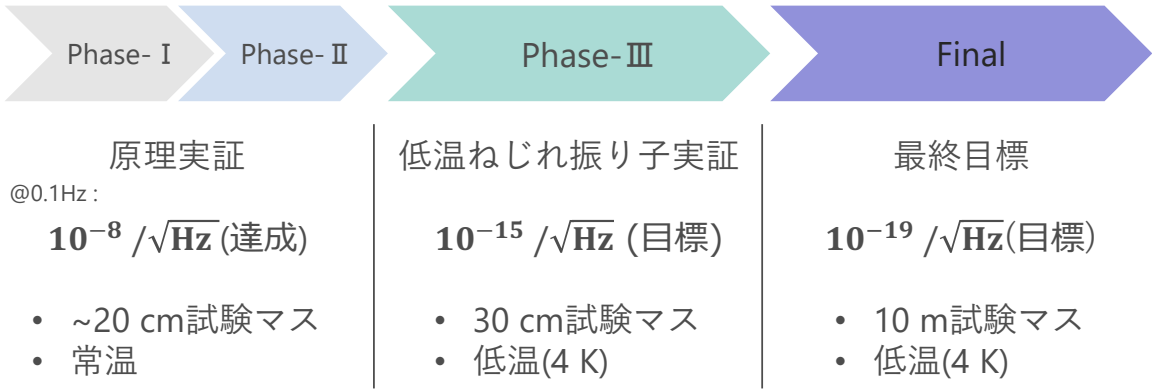


図 3.4: TOBA 開発のロードマップ。

3.4.1 Final TOBA

最終段階の TOBA (Final TOBA) では、長さ 10 m の試験マスを用い、懸架系を 4 K まで冷却して、0.1 Hz において重力波振幅換算で $1 \times 10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ に到達することを目標としている。Final TOBA の設計感度を図 3.5

^{*1} LISA は 2 500 000 km、DECIGO は 1000 km。

に示す。0.1 Hz 以下では輻射圧雑音、0.1 Hz 以上では散射雑音によって感度が制限されている。この目標感度が達成されれば、図 3.6 に示すように 1 Gpc–10 Gpc までの中間質量ブラックホール連星合体を観測することができる。また、1 年間の観測により背景重力波の密度パラメータに対して $\Omega_{\text{GW}} < 10^{-7}$ の上限値をつけることができる。

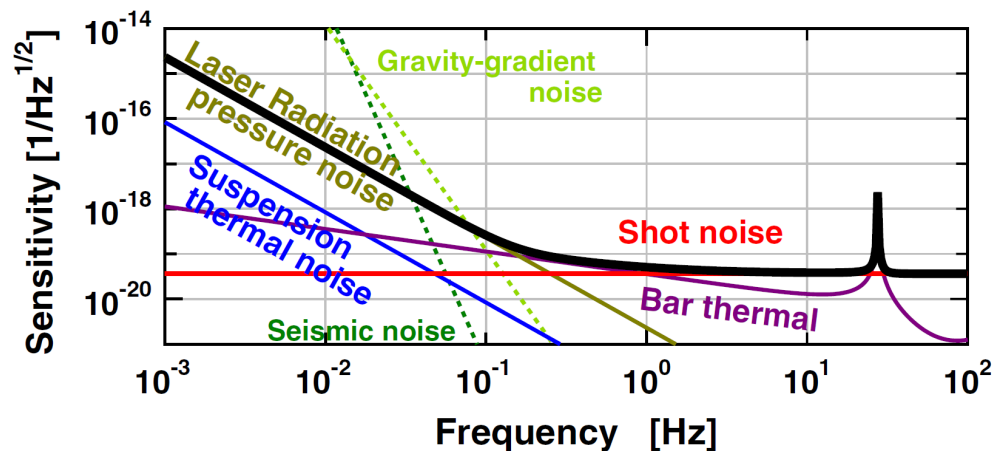


図 3.5: Final TOBA の設計感度 [17]。

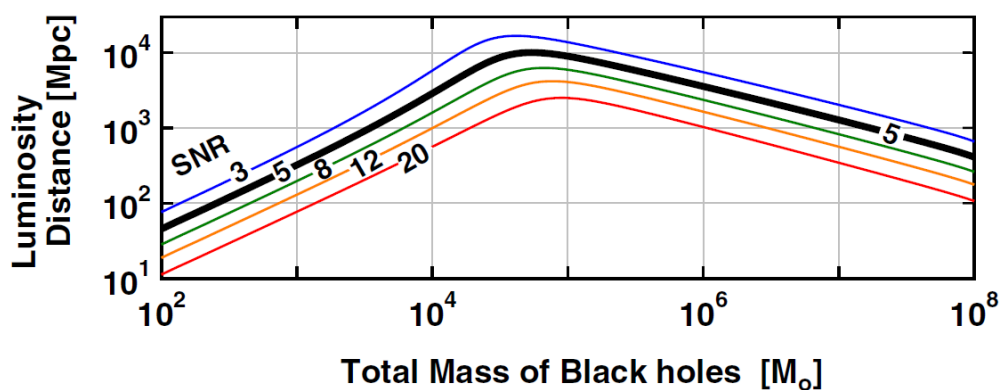


図 3.6: Final TOBA で中間質量ブラックホール連星合体を観測できる範囲 [17]。

3.4.2 先行研究でのプロトタイプ開発

Final TOBA の実現に向けて、これまでにプロトタイプ開発が行われた。ここでは、先行研究で行われた 4 つのプロトタイプについて述べる。

Phase-I TOBA

Phase-I TOBA とは、2009 年から 2011 年ごろにかけて製作された最初のプロトタイプ TOBA である。Phase-I TOBA は背景重力波に $\Omega_{\text{GW}}(f = 0.2 \text{ Hz}) < 4.3 \times 10^{17}$ の上限値を与えた [19]。

Phase-I TOBA の構成は図 3.7 のようになっている。上部にある超伝導体を冷却し、超伝導磁気浮上によりネオジム磁石を支えている。これにより、共振周波数を 5 mHz まで下げ、懸架による熱雑音を低減することができた。試験マスはアルミニウム製で、大きさは 20 cm であった。Michelson 干渉計によって試験マスの角度を読み取った。

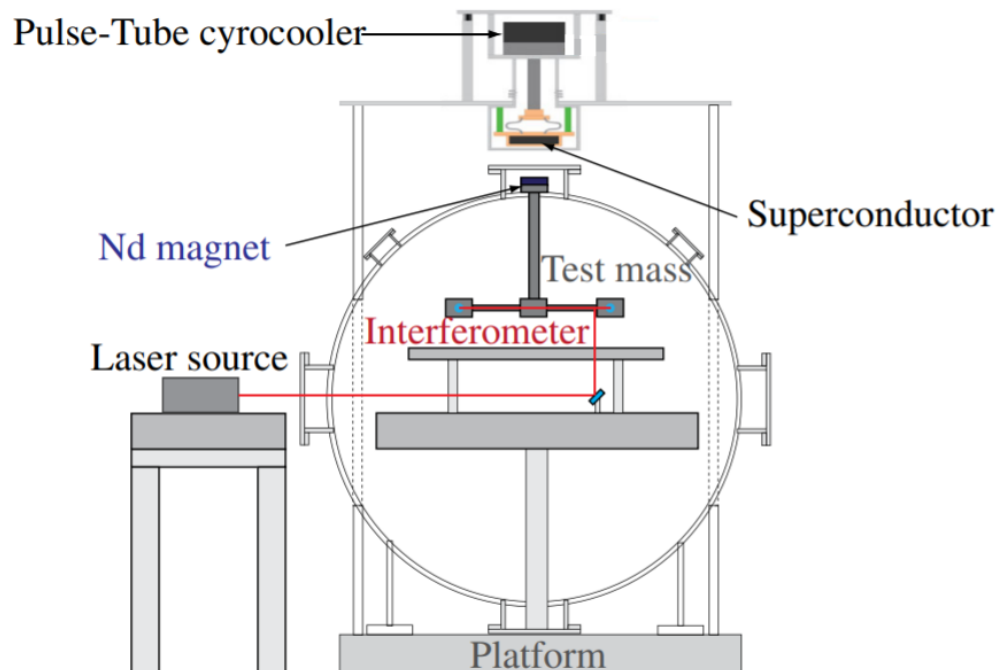


図 3.7: Phase-I TOBA の構成 [42]。

図 3.8 は Phase-I TOBA の感度曲線である。0.1 Hz で $1 \times 10^{-8} / \sqrt{\text{Hz}}$ を達成した。0.1 Hz 以下では、磁場雑音が感度を制限している。この磁場雑音の原因は、環境磁場の変動が試験マスにトルクを与えることである。0.1 Hz 以上では、地面振動雑音が感度を制限している。角度読み取りを行う Michelson 干渉計の 2 つのミラーが平行に取り付けられていないため、並進地面振動がねじれ振り子の回転運動に伝達してしまうことが原因である。

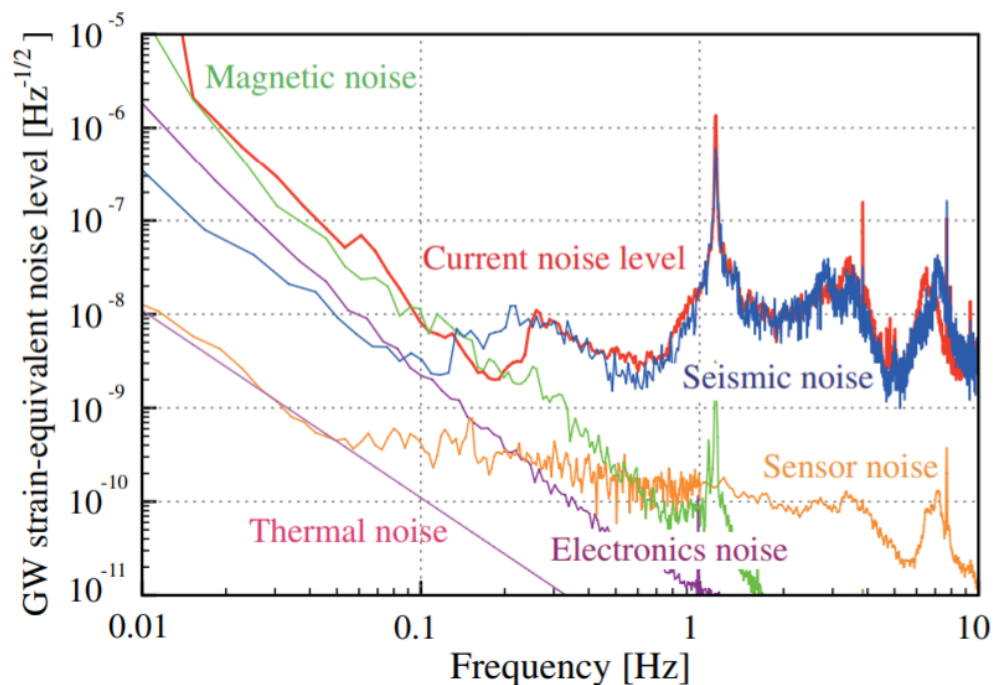


図 3.8: Phase-I TOBA の感度曲線 [42]。赤色の線が達成された感度、他の色の線はノイズバジェットを表す。

Phase-II TOBA

Phase-II TOBA とは、2016 年ごろに製作された 2 つ目のプロトタイプ TOBA である。

Phase-II TOBA は背景重力波の密度パラメータに $h_0^2 \Omega_{\text{GW}}(f = 2.58 \text{ Hz}) < 6.0 \times 10^{18}$ (frequentist),

$h_0^2 \Omega_{\text{GW}}(f = 2.58 \text{ Hz}) < 1.2 \times 10^{20}$ (bayesian) の上限値を与えた [20]。さらに、質量 $200 M_\odot$ の中間質量ブラックホール連星合体は $1.2 \times 10^{-4} \text{ pc}$ 以内に存在しないという制限を与えた [43]。

Phase-II TOBA の構成は図 3.9 のようになっている。0.1 Hz 以下における Phase-I TOBA の感度が磁場雑音で制限されていたことを踏まえて、Phase-II TOBA では懸架ワイヤの材質にタングステンを採用した。光学ベンチが懸架され、懸架点では能動防振を行った。試験マスはアルミニウム製で、大きさは 24 cm であった。光ファイバで光学ベンチへ入射光を導入し、Michelson 干渉計で角度読み取りを行った。また、水平回転方向以外の信号も読み出す方式を採用した。

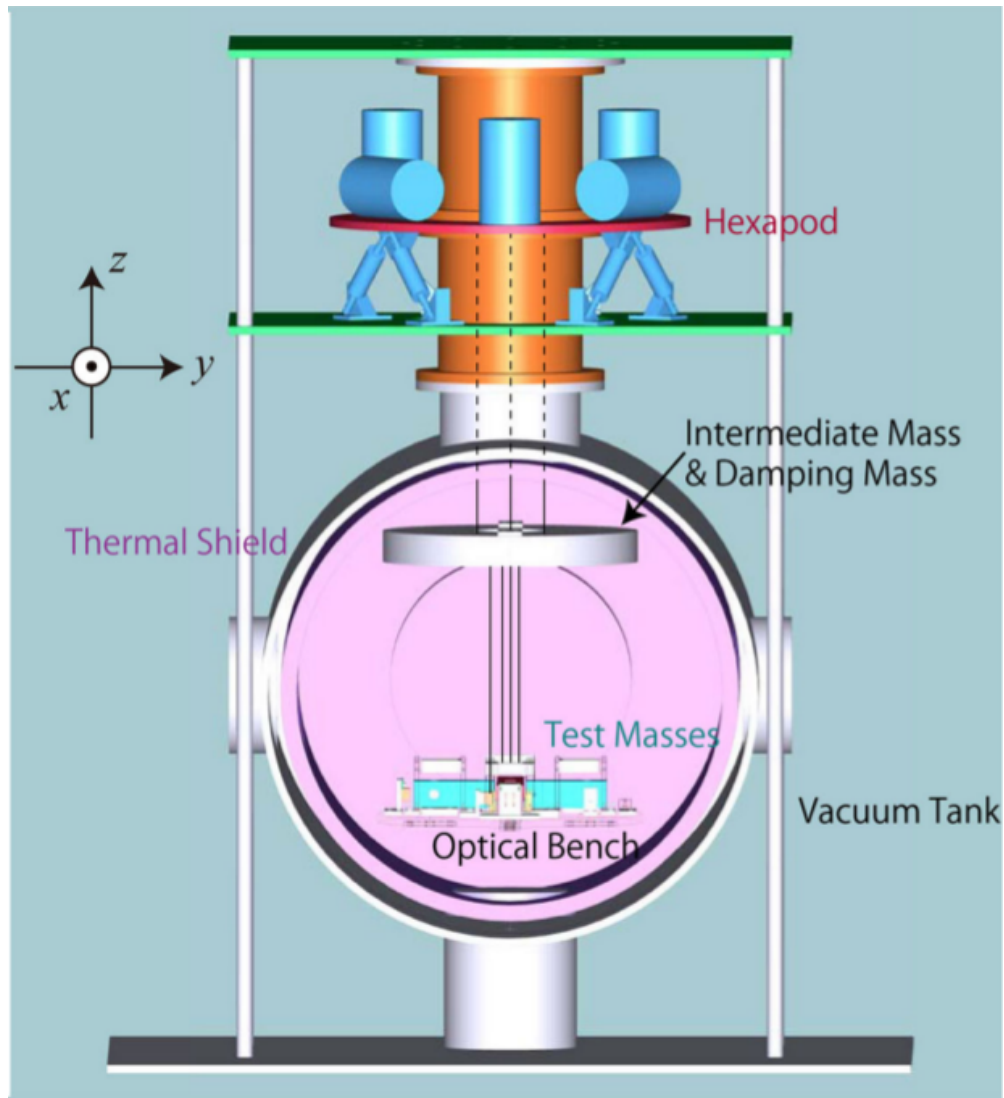


図 3.9: Phase-II TOBA の構成 [44]。

図 3.10 は Phase-II TOBA の感度曲線である。7 Hz で $1 \times 10^{-10} / \sqrt{\text{Hz}}$ を達成した。7 Hz における Phase-I TOBA の感度を 100 倍程度向上させる結果である。感度は Michelson 干渉計の位相雑音によって制限されている。この位相雑音の原因は、ファイバビームスプリッタの振動雑音だと考えられる。

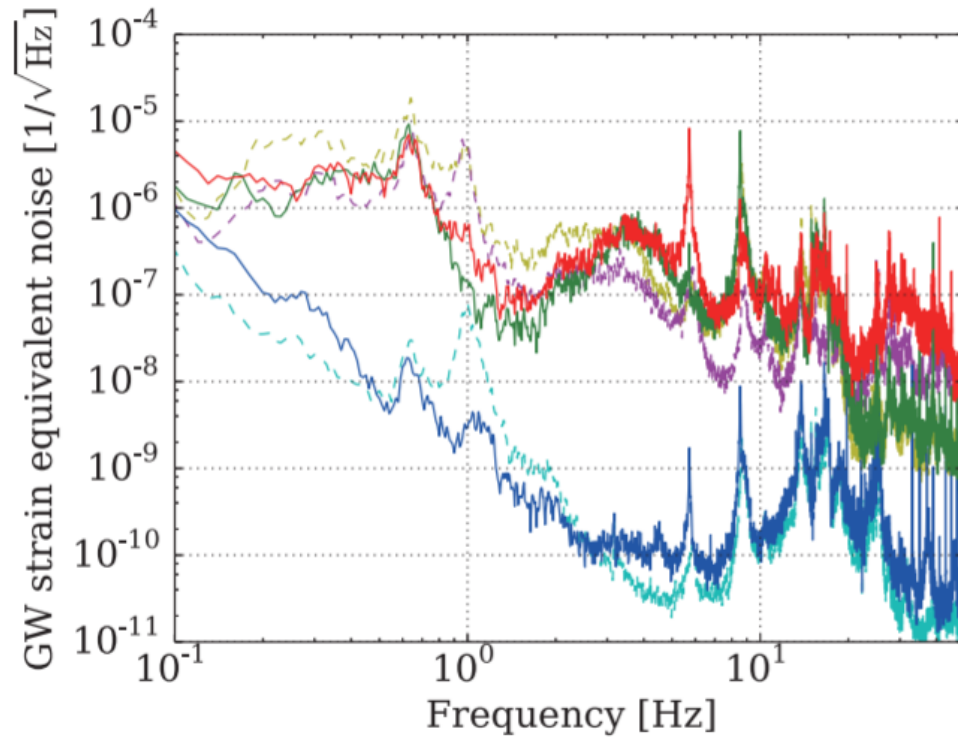


図 3.10: Phase-II TOBA の感度曲線 [43]。青色の線が水平回転方向の感度を表す。

地面振動雑音の伝達評価実験

Phase-I TOBA と Phase-II TOBA の感度が地面振動雑音によって制限されていたことを踏まえて、並進地面振動からねじれ振り子の回転運動への伝達を評価する実験が行われた [46]。

地面振動雑音の伝達評価実験の構成は図 3.11 のようになっている。試験マスは大きさ 20 cm の溶融石英製で、表面にコーティングが施されており、試験マスの両端を鏡として用いてマイケルソン干渉系で試験マスの回転を計測する構成であった。試験マスに直接反射コーティングをほどこし、端面をミラーとして使用することで、ミラーの設置の非平行度を $1 \mu\text{rad}$ 以下に抑え、並進地面振動からの伝達を低減した。

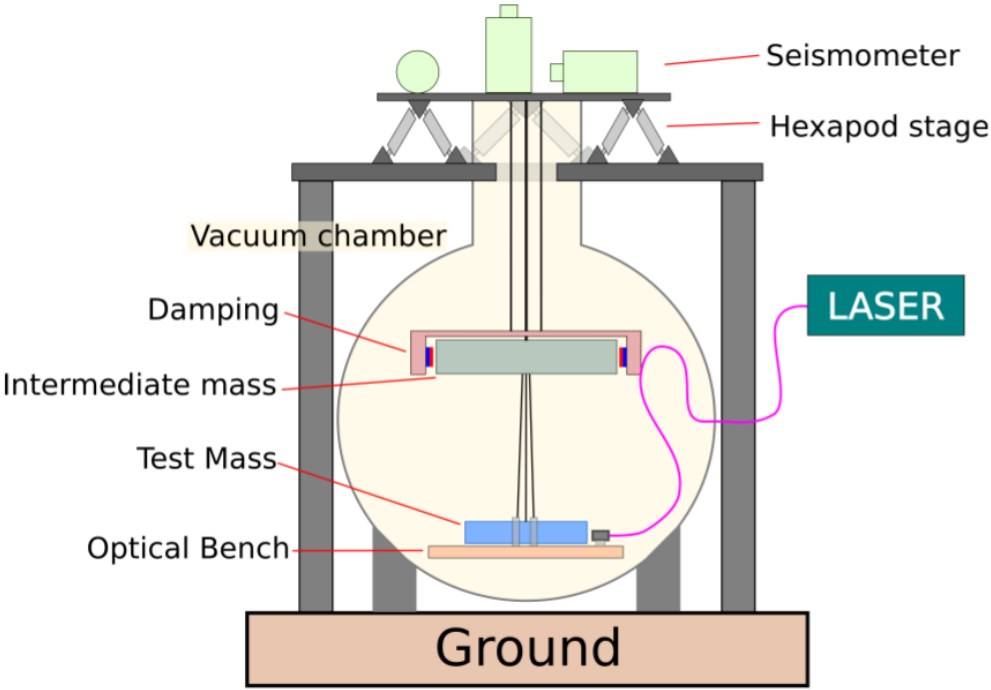


図 3.11: 地面振動の伝達評価実験の構成 [46]。

図 3.12 は伝達評価実験の感度曲線である。0.5 Hz–1 Hz で $1.3 \times 10^{-9} / \sqrt{\text{Hz}}$ を達成し、この周波数帯での Phase-I TOBA と Phase-II TOBA の感度を更新した。コイル-コイルアクチュエータの雑音が感度を制限している。

地面振動カップリングの伝達関数は 0.1 Hz において $5 \times 10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ [47] と、TOBA の将来的な設計感度実現に向けて十分な値ではなかったが、地面振動雑音カップリングのモデルを検証し、重量バランスでの試験マスの傾き調整によるカップリング抑制の実証に成功した。

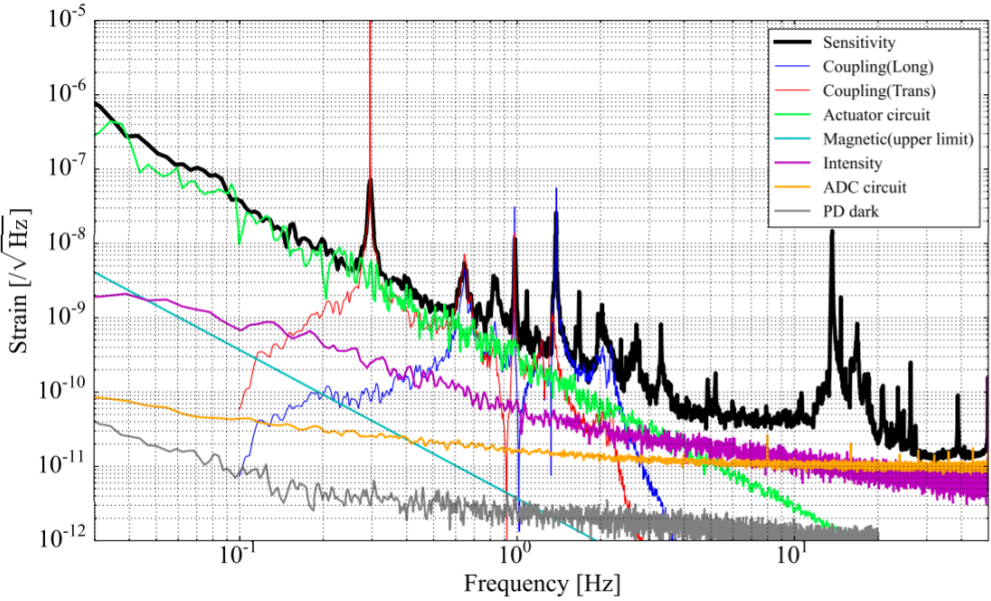


図 3.12: 地面振動の伝達評価実験の感度曲線 [46]。黒色の線は達成された感度、他の色の線はノイズバジェットを表す。

3.5 Phase-III TOBA

現在は 3 台目のプロトタイプ Phase-III TOBA を開発している段階である。30 cm の試験マスを使用し、そのまま 10 m までスケールアップすれば Final TOBA の目標感度が達成されるレベルまで雑音を低減することを目指としている。具体的には、0.1 Hz で $1 \times 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ が目標感度である。本説では、Phase-III TOBA の概要と、これまでに行われた Phase-III TOBA 開発の状況について述べる。

3.5.1 Phase-III TOBA の構成

Phase-III TOBA の構成は図 3.13 のようになっている。Phase-III TOBA は、懸架系、冷却系、防振系、光学系から成る。懸架系は試験マスと懸架ワイヤで構成され、冷却系の冷凍機での冷却による極低温での熱雑音低減に向けて、試験マスにはシリコンを、懸架ワイヤにはサファイアファイバーを用いる。さらに、懸架点の振動を能動防振系により低減し、試験マスの回転を Fabry-Pérot 共振器を含む光学系で高精度に測定する。

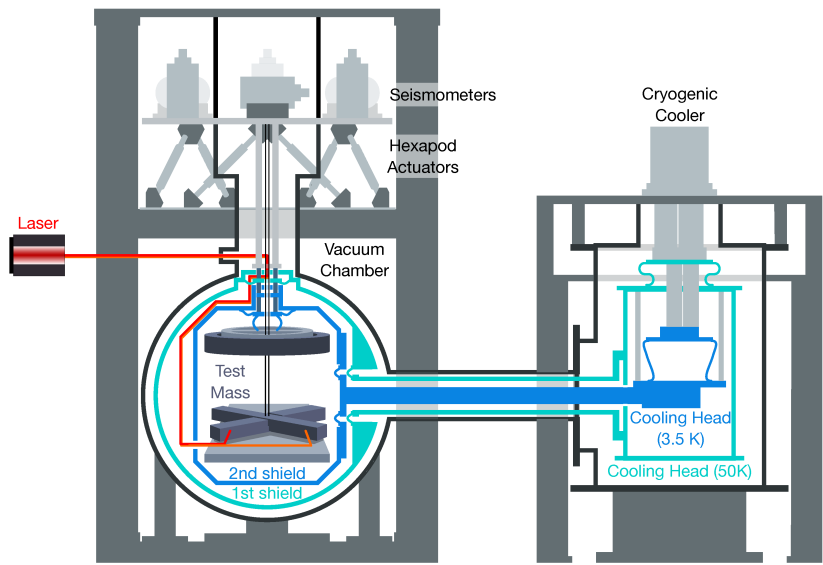


図 3.13: Phase-III TOBA の構成 [21]。

3.5.2 Phase-III TOBA の目標感度、雑音源と観測対象

Phase-III TOBA の感度曲線を図 3.14 に示す。Phase-III TOBA の目標感度 0.1 Hz で $1 \times 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ が達成されると、表 3.1 のようなサイエンスが可能になる。

表 3.1: Phase-III TOBA のサイエンス。

観測対象	値
中間質量ブラックホール連星合体	1 Mpc (天の川銀河とその近傍) 以内の探査
背景重力波	$\Omega_{\text{GW}} (f \sim 0.1 \text{ Hz}) < 10$ の制限
重力勾配雑音	大気由来の重力勾配雑音の初の直接観測
地震速報	マグニチュード 7.0 以上の地震を 震源から 100 km 離れた地点で 地震発生から 10 秒以内に検出

0.1 Hz 以下の感度は地面振動雑音と熱雑音に、0.1 Hz 以上の感度は散射雑音に制限される。並進地面振動から

の伝達係数は系に依存するので、並進地面振動雑音は増減しうる。以下では、Phase-III TOBA の目標感度を制限する雑音について説明する。

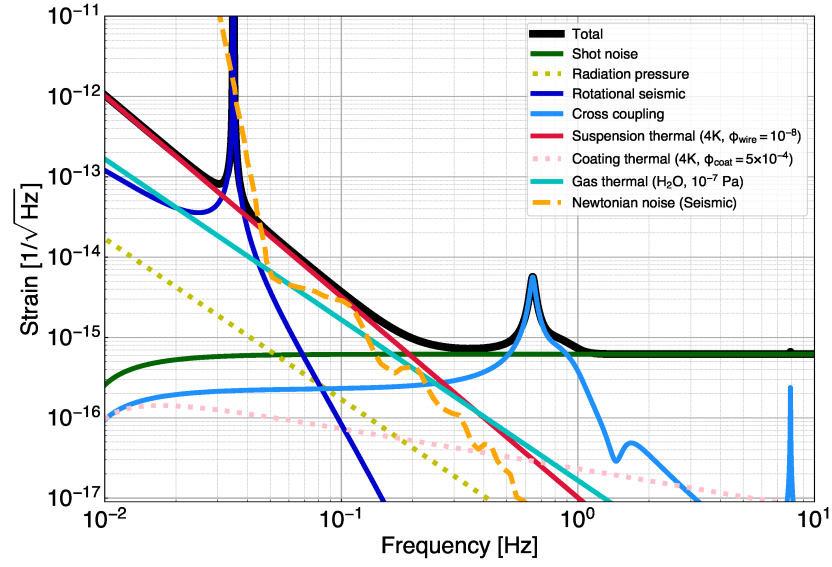


図 3.14: Phase-III TOBA の設計感度の曲線。黒色の線が合計の設計感度、他の色の線はノイズバジェットを表す [21]。

地面振動雑音

地面振動雑音を水平回転成分と並進成分に分け、それぞれの伝達経路を考える。

水平回転成分の地面振動雑音は、ねじれ振り子のねじれ回転モードの共振周波数を ~ 1 mHz 程度まで小さくすることができるため、2 段振り子による受動防振で比較的容易に防振できることが知られている。2 段振り子の応答は、

$$H_{\text{rot}}(f) = \frac{f_Y^2 f_{Y,\text{IM}}^2}{(f_Y^2(1 + j\phi) - f^2)(f_{Y,\text{IM}}^2(1 + j\phi_{\text{IM}}) - f^2)} \quad (3.24)$$

と表される。ただし、 $f_Y, f_{Y,\text{IM}}, \phi, \phi_{\text{IM}}$ はそれぞれ、試験マスと中段マスの Yaw モードにおける共振周波数と loss angle である。両方のマスの共振周波数以上では、回転地面振動は f^{-4} に比例して防振される。一般に、 n 段のねじれ振り子は、共振周波数以上で f^{-2n} の防振比で防振される。これは、従来の地上重力波望遠鏡で用いられる技術と同様のものである。

一方、並進成分の地面振動雑音は、原理的には試験マスの回転運動を生み出さないが、実際には懸架点と試験マスの重心との位置ずれや鏡の平行取り付け精度などから、試験マスのねじれ回転運動に伝達する。この雑音は、回転地面振動雑音よりも大きくなる傾向がある。多くのカップリング経路が [47] で特定されており、試験マスの傾きや、試験マスの両端に取り付けられた 2 枚の鏡が平行でないことなど、系の傾きに起因するものが支配的である。並進地面振動雑音のスペクトルは、以下のように表される。

$$\sqrt{S_{\text{seis,trans}}(f)} = \left(\phi_R |H_P(f)| + \phi_P |H_R(f)| + \frac{\phi_{\text{mir}}}{D_{\text{mir}}} C_{\text{CMRR}} |H_{\text{mir}}(f)| \right) \sqrt{S_{\text{g,trans}}(f)}, \quad (3.25)$$

ただし、 ϕ_R, ϕ_P はそれぞれ、試験マスの Roll 方向および Pitch 方向の傾きを表す。また、 $\phi_{\text{mir}}, D_{\text{mir}}$ はそれぞれ、2 枚の鏡の傾きと鏡の間の距離である。 C_{CMRR} は試験マス間の並進モードの CMRR であり、 $H_P(f), H_R(f), H_{\text{mir}}(f)$ はそれぞれ、懸架点の地面振動から $\phi_R, \phi_P, \phi_{\text{mir}}$ にカップルする並進地面振動雑音

への伝達関数である。 $H_P(f), H_R(f), H_{\text{mir}}(f)$ は以下のように表される。

$$H_P(f) = \left(\frac{I_P}{I_Y} \frac{\delta x}{\delta z} - \phi_R \right) \left(\frac{4\pi^2 f^4}{g f_Y^2} \right) \left(1 - \frac{f^2}{f_Y^2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_T^2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_P^2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_{Y,\text{IM}}^2} \right)^{-1} \quad (3.26)$$

$$H_R(f) = \left(\frac{I_R}{I_Y} \frac{\delta y}{\delta z} - \phi_P \right) \left(\frac{4\pi^2 f^4}{g f_Y^2} \right) \left(1 - \frac{f^2}{f_Y^2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_T^2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_R^2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_{Y,\text{IM}}^2} \right)^{-1} \quad (3.27)$$

$$H_{\text{mir}}(f) = \left(1 - \frac{l + \delta z}{g} (2\pi f)^2 \right)^{-1} \left(1 - \frac{f^2}{f_{Y,\text{IM}}^2} \right)^{-1} \quad (3.28)$$

ここで、 $I_i, f_i (i = P, R, Y)$ はそれぞれ、Pitch モード、Roll モード、Yaw モードにおける試験マスの慣性モーメントと共振周波数であり、 $f_{Y,\text{IM}}$ は Yaw モードにおける中段マスの共振周波数、 $\delta x, \delta y, \delta z$ は懸架点と試験マスの重心位置のずれである。また、 l は懸架ワイヤーの長さである。式 (3.26) および式 (3.27) に関して、一般に $\phi_R \simeq \delta x / \delta z$ および $\phi_P \simeq \delta y / \delta z$ が成立する。しかし、懸架点を重心の真上に配置して δx と δy を 0 にできたとしても、試験マスの質量分布が一様でない場合、 ϕ_R と ϕ_P は 0 にならない可能性があることに注意が必要である。

Phase-III TOBA の 30 cm スケールの振り子では、並進方向の共振周波数は ~ 1 Hz であり、低周波数帯では受動防振が行えない。それゆえ、試験マスや鏡の傾き低減などによって伝達係数を小さくすることと、懸架点の振動を読み取り能動防振を行うことが不可欠である。試験マスの傾きは、重量調整やアクチュエーターなどを用いて調整することが可能である。鏡の傾きは、試験マスに鏡を接着する代わりに試験マスの表面を研磨し直接コーティングを施すことで、鏡の平行度を高めて傾きを低減できる。さらに、2 つの試験マスのねじれ回転モードの共振周波数、および並進モードの共振周波数が近いほど伝達関数の形状が近くなり CMRR が向上するため、並進地面振動雑音が低減される。懸架点の能動防振は、懸架点に地震計を設置し、その信号を圧電素子にフィードバックすることで実現できる。

懸架ワイヤーの熱雑音

試験マスが懸架ワイヤーを介して熱浴と接しているため、懸架ワイヤーの熱雑音が生じる。揺動散逸定理より、熱雑音のスペクトルは以下のように表される [51]。

$$\begin{aligned} \sqrt{S_\theta(f)} &= \sqrt{-\frac{4k_B T}{2\pi f} \text{Im} \left[\frac{\tilde{\theta}}{\tilde{N}} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi^3 I f} \frac{\phi f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + \phi^2 f_0^2}} \end{aligned} \quad (3.29)$$

ここで、 T は系の温度、 I は回転方向の慣性モーメント、 ϕ は損失係数 (Q 値の逆数)、 f_0 はねじれ回転の共振周波数である。共振周波数よりも十分に大きい周波数帯 ($f \ll f_0$) では、

$$\sqrt{S_\theta(f)} \simeq \sqrt{\frac{k_B T \phi f_0^2}{2\pi^3 I f^5}} \quad (3.30)$$

となる。Phase-III TOBA では $I \sim 0.1 \text{ kg m}^2$ 、 $f_0 \sim 5 \text{ mHz}$ であるから、これらを代入すると、温度と損失係数の積に要求値を課すことができる。Phase-III TOBA の要求値は

$$T < 4 \text{ K} \quad (3.31)$$

$$\phi < 1 \times 10^{-8} \quad (3.32)$$

となっている。

光の量子雑音

レーザー光の量子ゆらぎに由来し、量子雑音が生じる。[45] より、レーザー干渉計での変位測定における量子雑音は、一般に次のように表される

$$\sqrt{S_{\text{QN}}(f)} = \frac{\theta_{\text{SQL}}(f)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{K}(f)|} + |\mathcal{K}(f)|} \quad (3.33)$$

$$\theta_{\text{SQL}} = \sqrt{2\hbar|\chi(f)|} \quad (3.34)$$

ここで、 $\mathcal{K}(f)$ は Kimble factor と呼ばれ、干渉計の構成に依存する。 θ_{SQL} は標準量子限界 (Standard Quantum Limit, SQL) であり、試験マスの機械的応答関数 $\chi(f)$ は

$$\chi(f) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{f_0^2(1 + i\phi) - f^2} \quad (3.35)$$

で与えられる。式 3.33 の第 2 項は光子の位相ゆらぎに対応し、一般に散射雑音として知られている。式 3.33 の第 1 項は測定による反作用を表し、輻射圧雑音と呼ばれる。差動 Fabry-Pérot 共振器の場合、 $\mathcal{K}(f)$ は

$$\mathcal{K}(f) = \frac{16l_{\text{bar}}^2 \mathcal{F}^2}{|1 + if/f_c|^2} \frac{P_0}{\pi c \lambda} \chi(f) \quad (3.36)$$

のようになり、量子雑音は以下のように与えられる。

$$\sqrt{S_{\text{QN}}(f)} = \sqrt{S_{\text{shot}}(f) + S_{\text{RP}}(f)} \quad (3.37)$$

$$\sqrt{S_{\text{shot}}(f)} = \frac{\theta_{\text{SQL}}(f)}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{K}(f)}} = \frac{1}{4l_{\text{bar}} \mathcal{F}} \sqrt{\frac{\pi c \hbar \lambda}{P_0}} \left| 1 + i \frac{f}{f_c} \right| \quad (3.38)$$

$$\sqrt{S_{\text{RP}}(f)} = \frac{\theta_{\text{SQL}}(f)}{\sqrt{2}} \sqrt{\mathcal{K}(f)} = \frac{4l_{\text{bar}} \mathcal{F}}{|1 + if/f_c|} \sqrt{\frac{\hbar P_0}{\pi c \lambda}} |\chi(f)| \quad (3.39)$$

ただし、 λ はレーザーの波長、 P_0 はレーザーの入射パワー、 $\mathcal{F}$ は Fabry-Pérot 共振器のフィネス、 f_c はキャビティポール、 l_{bar} は棒の長さ (測定点間の距離) である。これら 2 つの雑音の寄与を同時に低減することはできず、それらの下限値は以下で与えられる。

$$\sqrt{S_{\text{QN}}(f)} \geq \theta_{\text{SQL}} \quad (3.40)$$

3.5.3 Phase-III TOBA の先行研究

2018 年から現在に渡り Phase-III TOBA の開発が進められている。2024 年までに、高精度な光学系や低機会損失なサスペンションファイバー、極低温で懸架系を動作させる冷却系、地面振動を防振する能動防振系などの要素開発が行われた。さらに、2024 年にこれらの要素技術を統合して、Phase-III TOBA の完成に向けた実験系を開発し、常温での動作を確認した。以下では、これらの先行研究について詳しく述べる。

光学系

2024 年に、極低温で高精度に動作するモノリシック干渉計の開発が行われた [21, 53]。ここでは、シリコン製試験マスをシリコン製の光学ベンチに固定し、同様に光学ベンチに接着されたシリコン製光学部品からなるモノリシック干渉計により、光学系の雑音を測定した。12 K において 2 つの Fabry-Pérot 共振器は安定に動作し、0.1 Hz において $3.6 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ の感度を実現した。この感度は鉛直方向の地面振動雑音によって制限されており、鉛直方向の防振機構の必要性が明らかになった。

サスペンションファイバー

直径 1 mm のサファイアファイバーを用いて、ねじれモードの Q 値が測定された。測定された最大値は、室温で 1.31 Hz において 1.3×10^5 であった [48]。4 K において 10^8 という目標値達成に向けて、低温での測定が進められている。

低温懸架系

2020 年に極低温でのねじれ振り子の動作実証が行われた [18]。図 3.15 にその感度曲線を示す。試験マスは 10 日間で 6.1 K まで冷却され、光てこを用いて 0.1 Hz において $8.5 \times 10^{-7} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ の感度を達成した。この感度はビームジッター雑音によって制限されており、ファイバーカプラを用いた光の入射と光学ベンチの防振の必要性が明らかになった。

達成された温度は目標の 4 K よりもわずかに高かったが、主な原因は、真空槽のフランジと第 2 シールドの間を接続する電線によって第 2 シールドが加熱されたこと、およびヒートリンクの熱伝導率が予想よりも 30%–50% 低かったことであった。

能動防振系

2019 年に能動防振系のプロトタイプの開発および性能評価が行われた [21, 49]。鉛直方向の振動は 0.7 Hz 付近において 10^{-3} 倍に、水平方向の振動は 1.7 Hz 付近において 3^{-2} 倍に低減された。

しかし、この値は要求値を満足しておらず、2 つの原因が考えられている。1 つ目は、0.5 Hz 以下の周波数帯において、傾き方向と水平方向のカップリング [54] により水平方向の信号が汚され、制御に不安定性をもたらした、というものである。2 つ目の原因は、防振系を支持するフレームの寄生共振により制御ゲインを上げられず、十分な防振比を得られなかった、というものである。

レーザー干渉計をセンサーに用いたねじれ振り子

2024 年に、光学系と懸架系を統合した実験系の開発が行われた [22]。図 3.15 にその感度曲線を示す。ここでは、シリコン製試験マスを導入して極低温で運転することを見据えて設計した実験系の動作を、アルミ製試験マスを用いて常温で実証した。また、懸架系の設計は、低温懸架系の実験で問題になったビームジッター雑音を低減する構成であった。レーザー干渉計による制御は実現せず、補助センサーである光てこによって信号取得を行い、0.1 Hz において $3 \times 10^{-7} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ の感度を達成した。

レーザー干渉計での制御には Fabry-Pérot 共振器のロックが必要であり、これが実現しなかった原因としては、試験マスの roll モードなど他の自由度のカップリング、制御系の自由度の不足などが考えられる。この実験セットアップは、第 4 章で詳しく説明する。

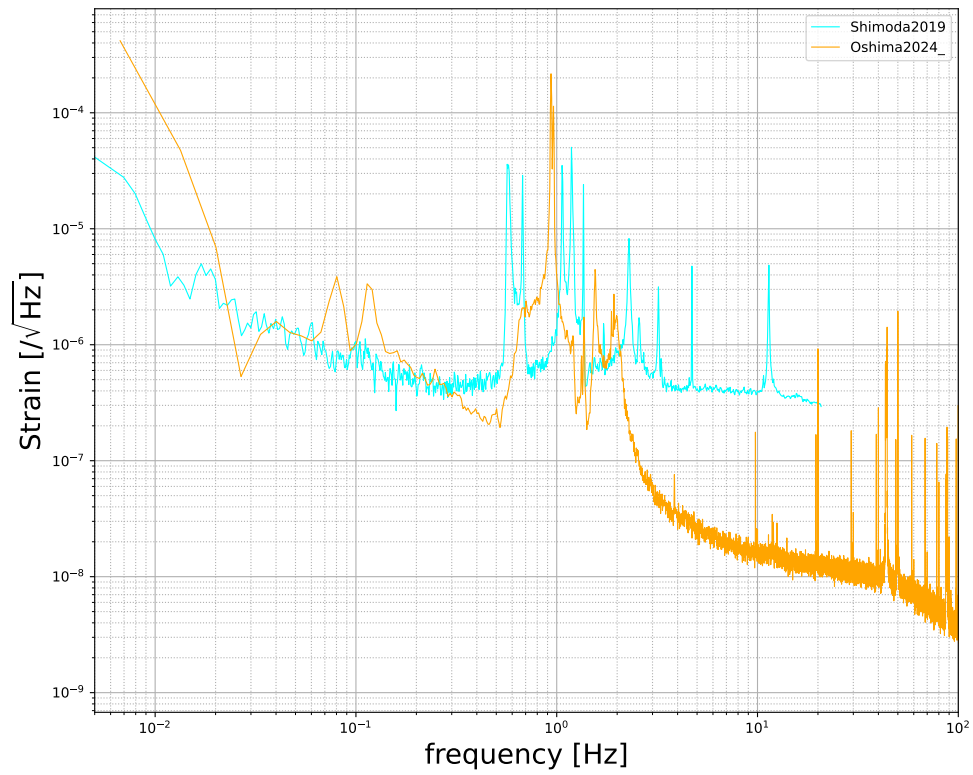


図 3.15: Phase-III TOBA の感度曲線 [18, 22]。水色の線が低温懸架系実験の感度、橙色の線がレーザー干渉計をセンサーに用いたねじれ振り子実験の感度を表す。

4

実験装置

本研究は、3.5.3 のレーザー干渉計を用いたねじれ振り子における実験装置を引き継ぎ、光共振器による試験マス制御と信号取得を目指すものである。本章で、その構成について述べる。

本実験のセットアップの概観を図 4.1 に示す。懸架系と測定用光学系は真空槽内に設置され、レーザー光は真空槽外のレーザー光源から光ファイバーを通して真空槽内の光学ベンチに導入される。真空槽内の写真を、図 4.2 に示す。以下、本実験装置の光学系と懸架系、センサーとアクチュエーター、制御系、および設計感度について詳しく説明する。

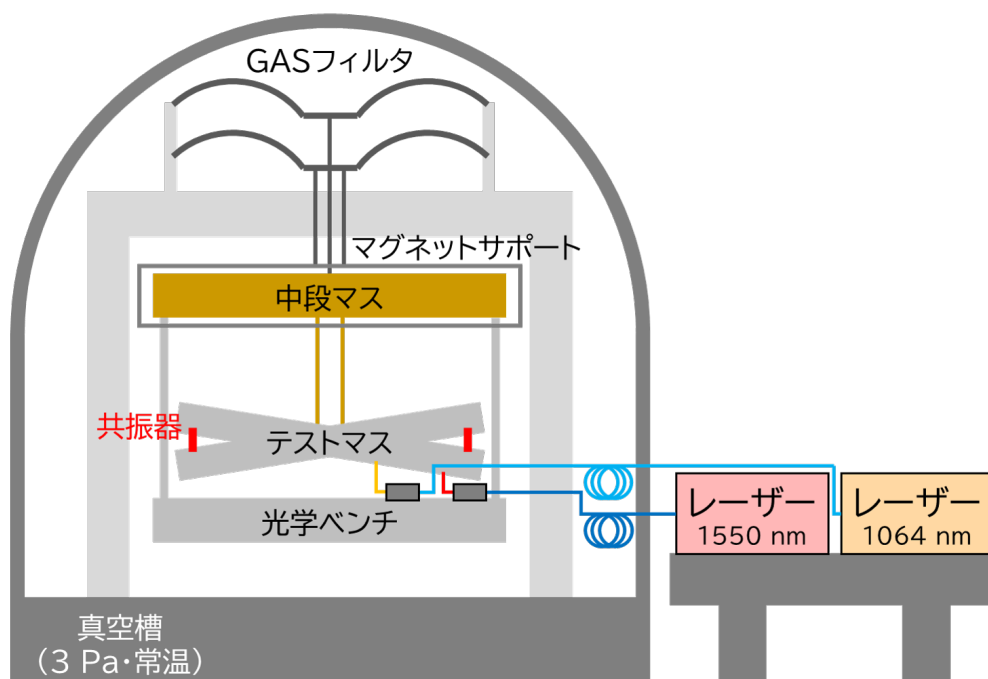


図 4.1: レーザー干渉計を用いたねじれ振り子の実験装置の概観 [22]。

4.1 光学系

光学系は、試験マスのねじれ回転運動を読み取るために用いられる。2つの Fabry-Pérot 共振器からなる差動 Fabry-Pérot 共振器を用いて、試験マス間の運動を計測する構成となっている。

4.1.1 入射光学系

真空槽外の入射光学系の概略図を図 4.3 に示す。波長 1550 nm、出力 40 mW のファイバーレーザー光源は、Fabry-Pérot 共振器に使用される。レーザー光は、光源への戻り光を防ぐためのファイバーアイソレーター、位相変調をかけるためのファイバー EOM、そして EOM によって生じる残留振幅変調（通常 RAM と呼ばれる）を抑制するためのファイバー偏光子を通過する。その後、ファイバーフィードスルーを介して真空槽内へと導入される。

波長 1064 nm、出力 500 mW の空間光レーザー光源は、光てこに使用される。レーザーの偏光軸は、1/4 波長

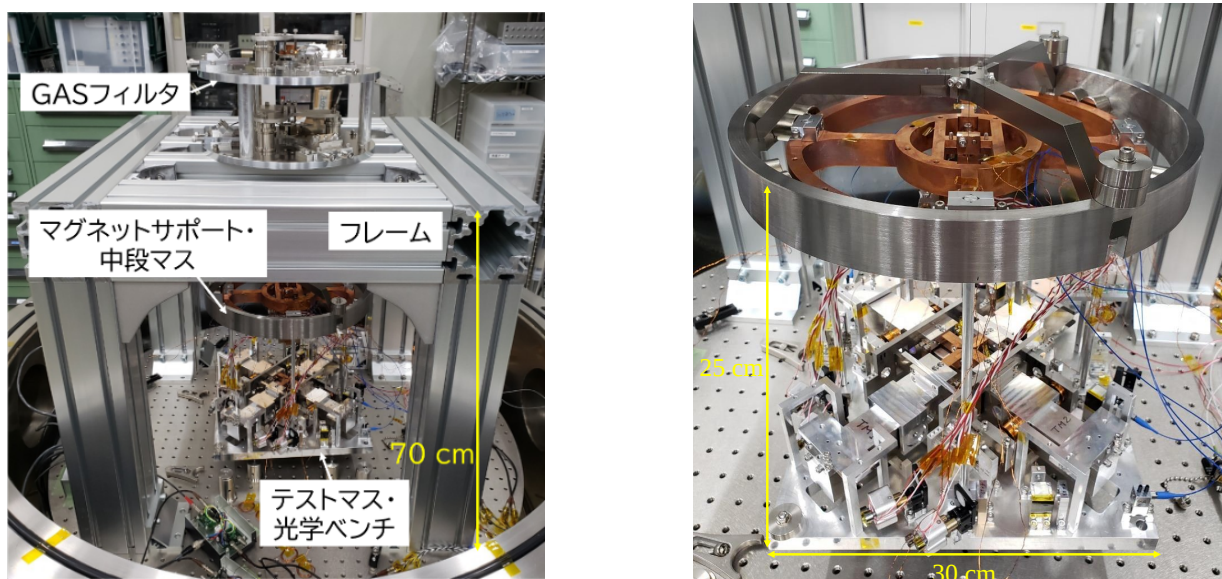


図 4.2: 実験装置全体の写真 [22]。左: GAS フィルターを保持するフレームを含めた実験系全体の写真。右: 試験マス、光学ベンチ、中段マス、ダンピングマグネットサポートの写真。

板 (QWP) および 1/2 波長板 (HWP) を介してファラデーアイソレーターに合わせられ、戻り光を防ぐためにファラデーアイソレーターを通過する。2 枚のレンズはビーム径をコリメーターにモードマッチさせるために使用され、HWP は光ファイバーに対して偏光軸を s 偏光に合わせる。ND フィルターを用いて光強度を 20 mW まで減少させ、光はコリメーターを介して光ファイバーに導入される。コリメーターの前にある 2 枚のミラーは、アライメント用のステアリングミラーである。1550 nm のレーザービームと同様に、1064 nm のビームもファイバーフィードスルーを介して真空槽内へと導入される。

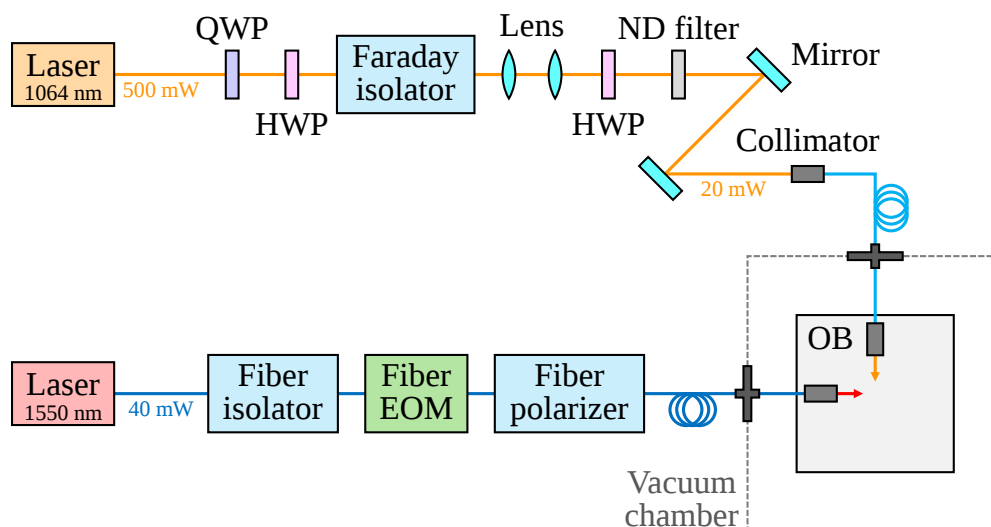


図 4.3: 入射光学系の概略図 [22]。

4.1.2 光学ベンチ上の光学系

真空槽内で、試験マスの回転計測に用いる光学素子は、光学ベンチと呼ばれるプレート上に配置される。図 4.4 に、光学ベンチ上の光学系の概略図を示す。それぞれ長さ 300 mm の 2 つの試験マスが、直交して配置されている。試験マス 1 と試験マス 2 の両方には、対称性を高めるためにそれぞれ 2 つの羽状の部品が備わっている。試験マス 1 の羽には 2 枚のフロント鏡、試験マス 2 の側面には 2 枚のエンド鏡が取り付けられており、試験マス 1

と試験マス 2 の間に 2 つの Fabry-Pérot 共振器を形成している。フロント鏡側から見て、左側の共振器を共振器 1、右側を共振器 2 と呼ぶ。周波数雑音の寄与を抑制するため、共振器長は可能な限り短く、2 つの共振器間の距離は可能な限り長く設定されている。エンド鏡の曲率は、並進地面振動雑音のカップリングを低減するため、また将来的に試験マスの表面を研磨して直接コーティングすることを想定して、無限大 (平面鏡) となっている。コイルは共振器と同様の構成でマウントされており、試験マス 1 と試験マス 2 の間に 2 組の coil-coil アクチュエータを形成している (対称性のために、さらに 2 組の coil-coil アクチュエータが反対側に配置されている)。coil-coil アクチュエータの詳細は、4.3.2 節で述べる。2 つの試験マスの間に共振器とアクチュエータを形成することで、光学ベンチの振動がノイズとして寄与するのを防いでいる。さらに、補助センサーとして光てこが配置されている。光てこ 1 は光学ベンチと試験マス 1 の相対回転を検出し、光てこ 2 は光学ベンチと試験マス 2 の相対回転を検出する。

レーザー光はファイバーフィードスルーを介して真空槽内に導入され、50:50 のファイバーカプラーによってそれぞれ 2 つずつに分割される。分離されたレーザービームは、コリメーターから空間光として出射される。光学ベンチ上には計 4 つのコリメーターが配置されている (1550 nm 用に 2 つ、1064 nm 用に 2 つ)。

1550 nm のレーザー光はともに、Fabry-Pérot 共振器用の 2 枚のモードマッチ用レンズを通過し、ピエゾドライブモーターを備えた 2 枚のステアリング鏡によってアライメントされ、共振器に注入される。フロント鏡側には反射光を検出するためにビームスプリッター (BS) とフォトダイオード (PD) が配置され、エンド鏡側には試験マス 2 の穴を通過した透過光を得るために PD が配置されている。

1064 nm のレーザー光はそれぞれ、ビームスプリッターを通過した後、試験マス 1 または試験マス 2 の羽に取り付けられた鏡に当たり、反射してビームスプリッターに戻る。その後、ステアリングミラーによって調整され、4 分割フォトダイオード (QPD) に入射する。なお、図 4.4 における、BS の未使用ポートにおけるレーザービームはダンプされている。

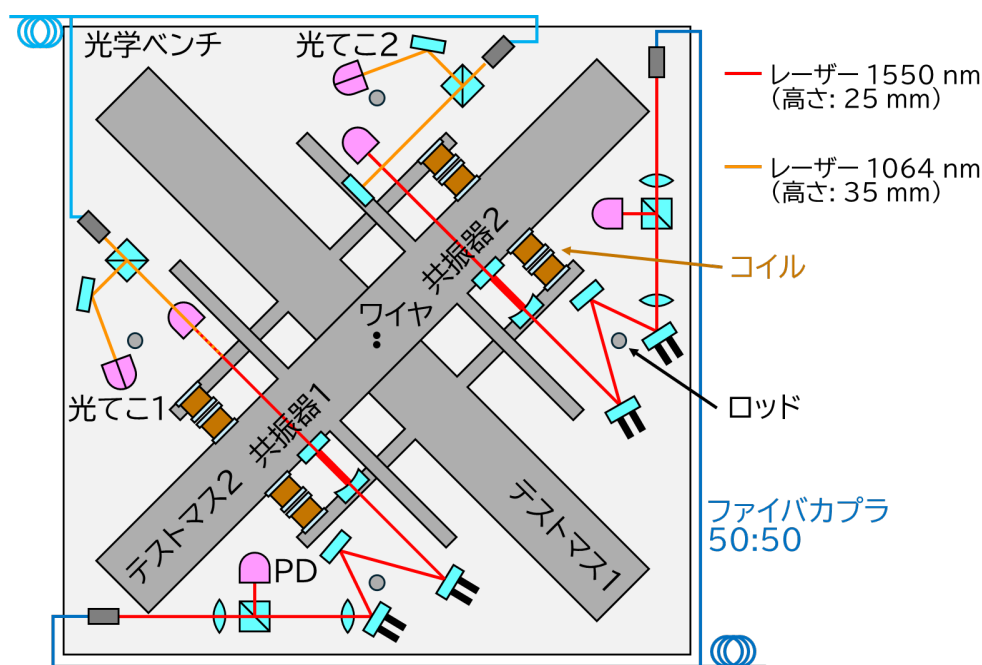


図 4.4: 光学ベンチ上の光学系を真上から見た図 [22]。鏡やレンズ、BS などの光学素子は水色で、PD と QPD はピンク色で描かれている。

4.1.3 光学系のパラメーターと実測値

Fabry-Pérot 共振器のパラメーターと実測された性能は、表 4.1 のようであった。共振器のフィネスは設計値より低い値となっているが、設計感度に対する散射雑音の要求を踏まえるとこれは十分な値である。

表 4.1: Fabry-Pérot 共振器のパラメーターと実測値 [22]。

パラメーター	値
共振器長	23 mm
FSR	6.5 GHz
フロント鏡の曲率	100 mm
エンド鏡の曲率	∞ (平面鏡)
フロント鏡の反射率	99%
エンド鏡の反射率	99.5%
フィネスの設計値	417
共振器 1 のフィネスの実測値	328 ± 27
共振器 2 のフィネスの実測値	257 ± 19

4.2 懸架系

図 4.5 に懸架系の概略図を示す。懸架系は、図 4.5(a) のように、2つのチェーン; 試験マスと光学ベンチを含むメインチェーンと、ダンピングマグネットサポートを懸架する補助チェーンで構成される。これらのチェーンは上部の高さの異なる2点から懸架され、ともに縦防振のための Geometric anti-spring(GAS) フィルターを懸架点に備えている。

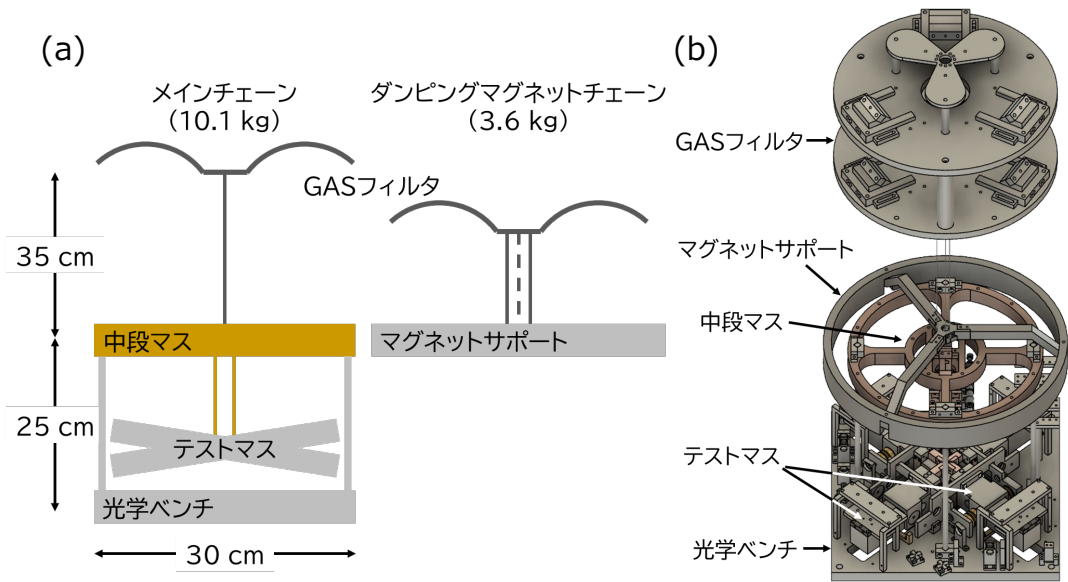


図 4.5: 懸架系の概観 [22]: (a) 2つのチェーンからなる懸架系の概略図 (左: メインチェーン、右: ダンピングマグネットチェーン)。 (b) 懸架系の 3D CAD モデル。

4.2.1 メインチェーン

メインチェーンは、中段マスが GAS フィルターから一本のワイヤーで懸架され、中段マスから 2 つの試験マスがそれぞれ 1 本のワイヤーで独立に懸架される、2 段振り子の形状となっている。光学ベンチは、中段マスから直径 7 mm のロッド 4 本を用いて保持される。これは、光学ベンチが中段マスと一体となって動くことで、試験マスと光学ベンチの相対的な動きを抑え、ビームジッター雑音を低減するための設計となっている。

4.2.2 補助チェーン

補助チェーンは、メインチェーンのものとは異なる GAS フィルターから 3 本のワイヤーでダンピングマグネットサポートが懸架される、1 段振り子の形状となっている。ダンピングマグネットサポートは、中段マスの運動を渦電流ダンピングによって抑制するための磁石を保持するリング状の部品である。ダンピングマグネットサポートと中段マスは同じ高さになるように調整されており、ダンピングマグネットサポートは中段マスを取り囲むように設置される。ダンピングマグネットサポートが懸架されていることにより、磁石が地面振動から防振され、渦電流ダンピングを介して地面振動雑音を導入することを防いでいる。

4.2.3 回転ステージ

懸架系をリリースし観測運転する際、試験マスは所定の回転角度にあることが期待されるが、懸架ワイヤーの剛性により回転方向の平衡位置が変動することが想定される。この DC 的回転を補償するために、図 4.6 に示すように、2 つの回転ステージが中段マス下部に配置されている。試験マスの上段クランプは 2 本の懸架ワイヤー間の距離を正確に保って中段マスにクランプし、下段クランプはワイヤーを回転ステージにクランプしている。試験マスの回転運動と並進運動の共振周波数を決定する実行的な懸架ワイヤーの長さは、下段クランプ以下のワイヤーの長さとなる。

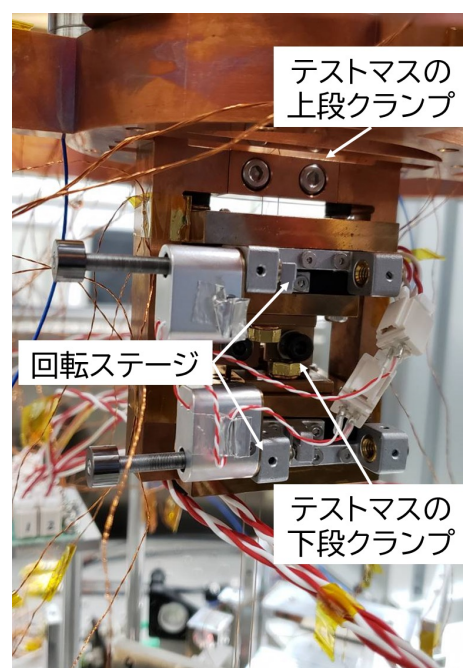
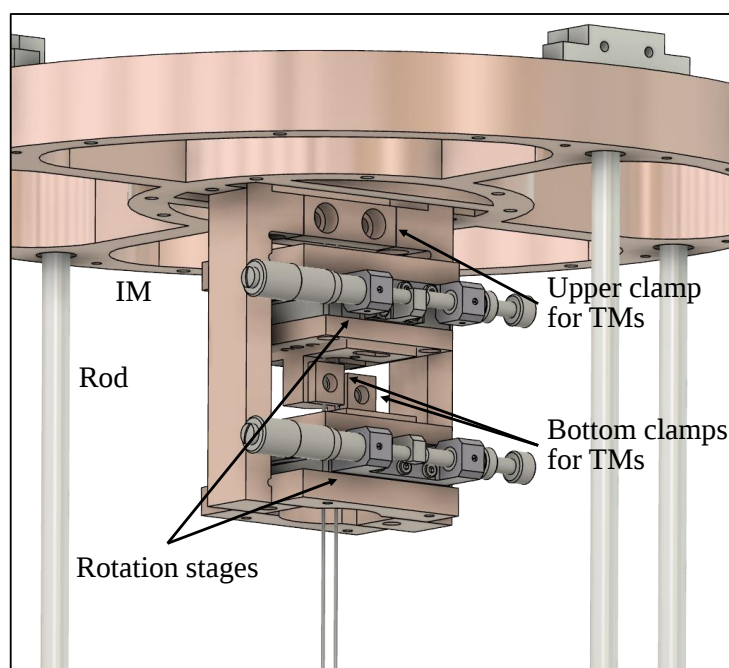


図 4.6: 回転ステージ付近の拡大図 [22]。左: 3D CAD モデル。右: 写真。

4.2.4 懸架系のパラメーターと実測値

懸架系の設計パラメーターは、表 4.2 にまとめられる。また、CAD シミュレーションによる各モードの共振周波数とその実測値、および Yaw モードの Q 値は、表 4.3, 表 4.4 に示すようであった。Yaw モードの共振周波数が設計値より高い値となっている原因は、コイルのケーブルによる復元力などが考えられる。また Q 値が設計値より低い原因は、中段マスのダンピングによるもの、コイルのケーブルなどによる損失などが考えられる。これらは、観測帯域の広帯域化と熱雑音の観点から、改善する必要がある。また、その他のモードの共振周波数の設計値との差異は、CAD シミュレーションでは考慮しなかった付着部品による影響だと考えられる。

4.3 センサーとアクチュエーター

レーザー干渉計を用いてねじれ振り子を制御するには、センサーとして振り子の動作を読み取る干渉計と、振り子の動作および干渉計をアクチュエートするアクチュエーターが必要である。本実験系におけるセンサーとアクチュエーターの構成について述べる。

4.3.1 センサー

本実験系では、図 4.4 のように、2 つの Fabry-Pérot 共振器と補助センサーの光てこを用いて試験マスの運動を読み取る。

Fabry-Pérot 共振器

Fabry-Pérot 共振器とは、向かい合った反射率の高い鏡の間で光を往復させることで信号を増幅する機構である。Fabry-Pérot 共振器を共振状態に制御し共振器長変動の信号を読み取ることで、試験マスの運動を検出することができる。本実験では、共振器を制御する際に完全な共振点から少しずらした点に制御するサイドロックという手法を用いる。これにより、共振器の透過光量が、制御点周りで共振器長変動に線形に応答する。このセンサー効率¹⁾は、共振器を制御した際の開ループ伝達関数測定から求められる。理想的には、キャビティスキャンの信号から制御点での傾きを求めることでセンサー効率が求まるが、実際にはアラインメントの変化に起因する共振ピーク値の変動により、制御点での傾きも変動することに注意が必要である。本実験系において測定したセンサー効率については、6.2.2 節で述べる。

光てこ

光てことは、対象物の傾きをビームスポットの位置の変化として測定する機構である。ビームスポットの検出には、受光面が 4 分割された 4 分割フォトディテクター (Quadrant Photodetector, QPD) という、ビームスポットの位置変化がわかる光検出器を用いる。対象物から QPD までの距離を d 、対象物の回転角度を θ とすると、QPD 上でビームスポットは $\delta x = d\theta$ だけ変化する。したがって、事前にビームスポットの変化 δx に対する QPD の応答が分かっているならば、そこから元の回転角度 θ を求めることができる。光てこの、対象物の回転角度 θ に対するセンサー効率 S_{oplev} は、

$$S_{\text{oplev}} = P_{\text{QPD}} \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{w_{\text{QPD}}} \quad (4.1)$$

である。ただし、 P_{QPD} と w_{QPD} はそれぞれ、QPD におけるレーザーパワーとビーム径である。計測によって求めた光てこ 1 と 2 のセンサー効率はそれぞれ、

$$S_{\text{oplev1}} = 557 \text{ V/rad} \quad (4.2)$$

$$S_{\text{oplev2}} = 301 \text{ V/rad} \quad (4.3)$$

であった。

4.3.2 アクチュエーター

共振器の制御において、エラー信号を共振器にフィードバックするアクチュエーターとして、試験マスの運動をアクチュエートする coil-coil アクチュエーターと、入射光のレーザー周波数をアクチュエートする周波数アクチュエーターを用いる。

coil-coil アクチュエーター

coil-coil アクチュエーターは、2つの向かい合ったコイルから成る、コイルに流す交流電流による磁氣的相互作用を用いたアクチュエータである。図 4.7 のように、向かい合ったコイルのペアに、制御帯域より十分高いドライヴ周波数 f_d を持った交流電流を流すことを考える。コイル 1 に $I_1 = i_{e1}e^{i\omega_d t}$ 、コイル 2 に $I_2 = i_{e2}e^{i\omega_d t + \phi}$ の電流をそれぞれ流すと、2つのコイルに蓄えられるエネルギーの時間平均は

$$\bar{T} = \frac{1}{2}L_1|I_1|^2 + \frac{1}{2}L_2|I_2|^2 + \frac{1}{2}M \operatorname{Re}[I_1^2 + I_2^2] \quad (4.4)$$

$$= \frac{L_1}{2}i_{e1}^2 + \frac{L_2}{2}i_{e2}^2 + Mi_{e1}i_{e2} \cos \phi \quad (4.5)$$

となる。ただし、 $L_k (k=1,2)$ はコイル k の自己インダクタンス、 M は2つのコイル間の相互インダクタンスである。これより、このアクチュエーターが与える力は、

$$F = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial x} i_{e1}i_{e2} \cos \phi \quad (4.6)$$

と書ける。従って、 $i_k (k=1,2)$ または位相差 ϕ を変調することで、これに応じた引力または斥力がコイル間に働くことがわかる。

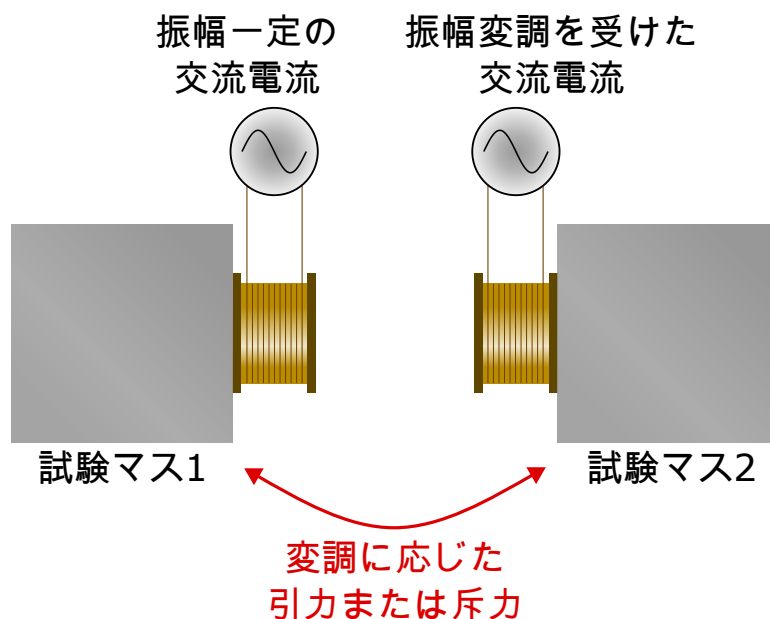


図 4.7: coil-coil アクチュエーターの構成と動作。

本実験では、図 4.4 のように2つの試験マス間に向かい合って配置された2対のコイルのペアを用いて、試験マス間の運動をアクチュエートし、共振器の制御を行う。coil-coil アクチュエーターの制御は CDS を用いて行っており、その位相遅れにより制御帯域の上限は 50 Hz 程度に制限される。

補助センサーである光てこの信号を用いて試験マスの相対ねじれ回転運動を制御し、その開ループ伝達関数から coil-coil アクチュエーターのアクチュエーター効率を測定した。この制御の開ループ伝達関数は、

$$G_{OL,oplev} = S_{oplev} F_{oplev} A_{coil} H_{TM,yaw} \quad (4.7)$$

と表される。ここで、試験マス間の相対ねじれ回転に対する光てこのセンサー効率は $2S_{oplev1}$ である。また、位相補償フィルターの伝達関数と、コイルに働く力から試験マス間の相対ねじれ回転への応答関数はそれぞれ、

$$F_{oplev} = 150 \times \frac{1 + i(f/0.5 \text{ Hz})}{a + i(f/20 \text{ Hz})} \quad (4.8)$$

$$H_{TM,yaw} = \frac{D_{coil}}{4\pi^2 I_Y} \frac{1}{f_0^2 + i f_0 f / Q_{yaw} - f^2} \quad (4.9)$$

である。ただし、表 4.2 から $I_Y = 0.010 \text{ kgm}^2$ であり、coil-coil アクチュエーター間の距離は $D_{coil} = 150 \text{ mm}$ である。また、6.1 節に後述するように、試験マスのねじれ回転モードの共振周波数 $f_0 = 0.6 \text{ Hz}$ 、Q 値 $Q_{yaw} = 10$ と、表 4.3 の値から変更されている。

図 4.8 は、測定した開ループ伝達関数を示している。青の実線は、coil-coil アクチュエーターの効率 A_{coil} をフィッティングパラメーターとしたフィッティング曲線である。フィッティングから、

$$A_{coil} = (9.1 \pm 0.3) \times 10^{-6} \text{ m/V} \quad (4.10)$$

と求められた。

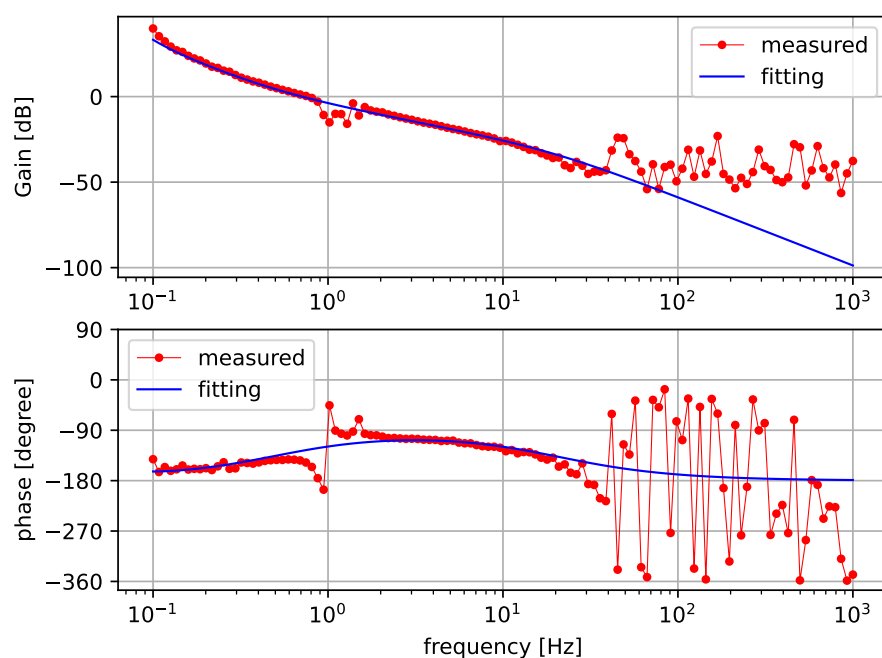


図 4.8: 光てこによる試験マスのねじれ回転運動制御の開ループ伝達関数。赤色の線が実測値を、青色の線がフィッティング曲線を示している。

周波数アクチュエーター

周波数アクチュエーターは、レーザー光源内の共振器と、その結晶に取り付けられたピエゾ素子から成る。ピエゾ素子に加えられた信号により光源内の共振器長が変動し、これによって光源から出射されるレーザー光の周波数が変動する。周波数アクチュエーターは応答が速く位相遅れが小さいため、高周波数帯での制御に強みがある。

4.4 制御系

フィードバック制御を行う際にフィルターが必要になる。本実験では、速い制御が必要になるレーザー周波数制御に対してはアナログ回路を組み合わせ、多くのチャンネルやフィルター設計の高い自由度が必要になる試験マスの動作制御に対してはデジタルシステムである LIGO CDS(図 4.9) を用いてフィルターを設計した。

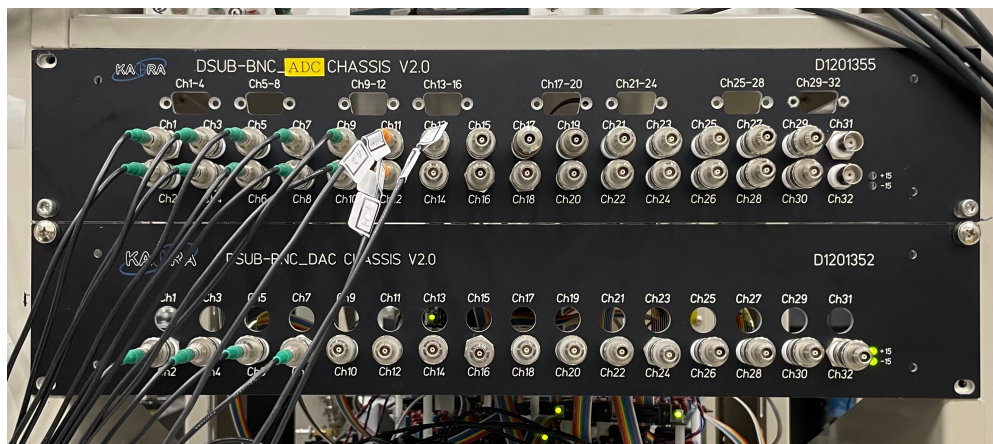


図 4.9: 試験マスの動作制御に用いた LIGO CDS の入出力インターフェース。

4.5 設計感度と雑音源

本実験系の設計感度を図 4.10 に示す。設計感度は 0.1 Hz で $6.6 \times 10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、 0.5 Hz で $4.6 \times 10^{-11} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ となっている。 0.35 Hz 以下の周波数帯では懸架ワイヤの熱雑音が感度を制限しており、 0.35 Hz 以上の周波数帯では並進地面振動雑音が支配的になる。この際に用いたパラメーターを表 4.5 に示す。以下に、各雑音の寄与を述べる。

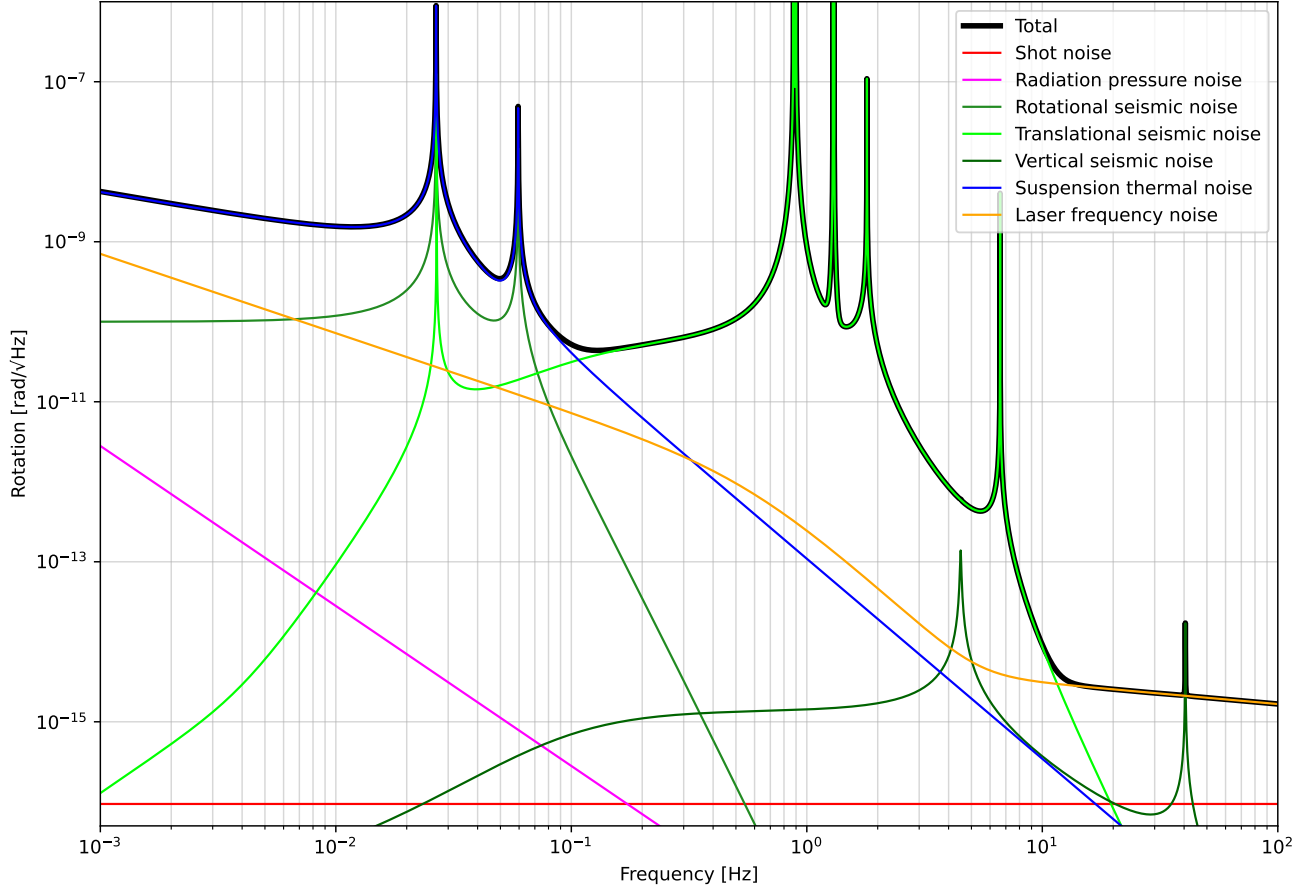


図 4.10: 本実験系の設計感度。黒色の線が各雑音を合計した設計感度を、他の色の線が各雑音の寄与を示す。

懸架系の熱雑音

試験マスとその懸架ワイヤーのパラメーターは表 4.5 に示される。これより、

$$\kappa = 3.3 \times 10^{-4} \text{ N m/rad}, \quad (4.11)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = 28.7 \text{ mHz}. \quad (4.12)$$

となり、式 (3.29) から、試験マスの懸架熱雑音は、

$$\sqrt{S_{\text{th,sus,TM}}(f)} \simeq 2.5 \times 10^{-11} \left(\frac{T}{300 \text{ K}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\phi_{\text{wire}}}{1 \times 10^{-3}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{f}{0.1 \text{ Hz}} \right)^{-\frac{5}{2}} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}. \quad (4.13)$$

となる。

光の量子雑音

表 4.5 の光学系パラメーターを仮定すると、散射雑音と輻射圧雑音はそれぞれ式 (3.38) と式 (3.39) より

$$\sqrt{S_{\text{shot}}(f)} \simeq 9.4 \times 10^{-17} \left(\frac{P_0}{1 \text{ mW}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\mathcal{F}}{300} \right)^{-1} \left(\frac{D}{110 \text{ mm}} \right)^{-1} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.14)$$

$$\sqrt{S_{\text{RP}}(f)} \simeq 2.8 \times 10^{-16} \left(\frac{P_0}{1 \text{ mW}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\mathcal{F}}{300} \right) \left(\frac{D}{110 \text{ mm}} \right) \left(\frac{f}{0.1 \text{ Hz}} \right)^{-2} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.15)$$

となる。これらの雑音の寄与は他の雑音源と比べ十分小さく、無視できる。

回転地面振動雑音

試験マスは2段振り子として懸架されており、懸架点の回転運動から試験マスの回転運動への伝達関数は、各パラメーターを式 (3.24) に代入すると、0.1 Hz 以上の周波数帯において

$$H_{\text{rot}}(f) \simeq 1.4 \times 10^{-2} \left\{ \frac{f}{0.1 \text{ Hz}} \right\}^{-4} \quad (4.16)$$

となる。回転地面振動を

$$\sqrt{S_{\text{g,rot}}(f)} = \frac{1^{-10} \text{ radrtHz}}{1 + \{f/0.1 \text{ Hz}^2\}} \quad (4.17)$$

と仮定すると

$$\sqrt{S_{\text{seis,rot}}(f)} \simeq 7.3 \times 10^{-13} \left\{ \frac{f}{0.1 \text{ Hz}} \right\}^{-4} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.18)$$

となる。

並進地面振動雑音

表 4.5 に示したように、試験マスの傾きを $\phi_R = \delta x/\delta z = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$, $\phi_P = \delta y/\delta z = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$ 、鏡の傾きを $\phi_{\text{mir}} = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$ まで抑制し、並進モードの同相雑音除去を $\text{CMRR} \simeq 0.02$ で行うことを目標とする。並進地面振動を

$$\sqrt{S_{\text{g,trans}}(f)} = \frac{10^{-5} \text{ radrtHz}}{1 + \{f/0.1 \text{ Hz}^2\}} \quad (4.19)$$

と仮定すると、式 (3.25)-式 (3.28) より、並進地面振動雑音は 0.1 Hz において $\sqrt{S_{\text{seis,trans}}(f)} \simeq 2.2 \times 10^{-11} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ となる。0.35 Hz 以上の周波数帯では、感度は並進地面振動雑音によって制限される。

鉛直地面振動雑音

表 4.5 に示したように、試験マスの傾きを $\phi_{\text{mir}} = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$ まで抑制し、GAS フィルターの共振周波数を 3 Hz として、並進モードの同相雑音除去を $\text{CMRR} \simeq 0.02$ で行うことを目標とする。鉛直地面振動を

$$\sqrt{S_{\text{g,trans}}(f)} = \frac{10^{-5} \text{ mrtHz}}{1 + \{f/0.1 \text{ Hz}^2\}} \quad (4.20)$$

と仮定すると、鉛直地面振動雑音は 0.1 Hz において $\sqrt{S_{\text{seis,vert}}(f)} \simeq 7.0 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ となる。

レーザー周波数雑音

Fabry-Pérot 共振器において、入射光の周波数変動は原理的に共振基調変動と区別できないため、入射レーザー光の周波数揺らぎが雑音となる。差動 Fabry-Pérot 共振器を用いて試験マス間の相対ねじれ回転を計測する場合、入射光の周波数揺らぎ $\delta\nu$ の回転信号へのカップリングは

$$\frac{\delta\theta}{\delta\nu} = \frac{l_{\text{cav}}}{D\nu_0} \quad (4.21)$$

となる。ただし、 l_{cav} , D , ν_0 はそれぞれ、共振器長、共振器間の距離、入射光の周波数である。共通の光源から光を分離して2つの共振器に入射する場合、周波数雑音は同相雑音除去によって低減され、周波数雑音は、CMRR を C_{CMRR} として

$$\sqrt{S_{\text{freq}}(f)} = \frac{l_{\text{cav}}}{D\nu_0} C_{\text{CMRR}} \sqrt{S_{\nu}(f)} \quad (4.22)$$

となる。ただし、 $\sqrt{S_\nu(f)}$ はレーザー光源の周波数雑音である。表 4.5 のパラメーター $l_{\text{cav}} = 23 \text{ mm}$, $D = 110 \text{ mm}$, $\nu_0 = c/\lambda = 193 \text{ THz}$, $C_{\text{CMRR}} = 0.02$ を式 (4.22) に代入すると、周波数雑音は 0.1 Hz において

$$\sqrt{S_{\text{freq}}(f)} \simeq 7.2 \times 10^{-12} \left(\frac{C_{\text{CMRR}}}{0.02} \right) \left(\frac{\sqrt{S_\nu(f)}}{3.3 \times 10^5 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}} \right) \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}. \quad (4.23)$$

となる。

表 4.2: 懸架系の設計パラメーター [22]。

パラメーター	値
試験マス	
材質	アルミニウム
質量 (試験マスのみ)	0.63 kg
質量 (装着部品を含めた値)	1.17 kg
Yaw モードの慣性モーメント	$5.45 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Pitch モードの慣性モーメント	$9.62 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$
Roll モードの慣性モーメント	$5.45 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
懸架ワイヤーと重心の距離	27 mm
懸架ワイヤーの材質	ベリリウム銅
懸架ワイヤーのヤング率	132 GPa
懸架ワイヤーのポアソン比	0.30
懸架ワイヤーの長さ と 直径	122 mm, 0.3 mm
光学ベンチ	
材質	アルミニウム
質量	2.4 kg
懸架ロッドの材質	アルミニウム
懸架ロッドの長さ と 直径	235 mm, 7 mm
中段マス	
材質	銅
質量	2.5 kg
Yaw モードの慣性モーメント	$2.23 \times 10^{-2} \text{ kg m}^2$
懸架ワイヤーの材質	タングステン
懸架ワイヤーのヤング率	411 GPa
懸架ワイヤーのポアソン比	0.28
懸架ワイヤーの長さ と 直径	320 mm, 0.4 mm
ダンピングマグネットサポート	
材質	磁性ステンレス鋼
質量	2.9 kg
懸架ワイヤーの材質	タングステン
懸架ワイヤーの長さ と 直径	190 mm, 0.2 mm

表 4.3: Yaw モードの共振周波数と Q 値 [22]。

物理量	設計値	試験マス 1	試験マス 2
$1 \times 10^5 \text{ Pa}$ での共振周波数	28.7 mHz	$117.9 \pm 0.1 \text{ mHz}$	$117.9 \pm 0.1 \text{ mHz}$
$1 \times 10^5 \text{ Pa}$ での Q 値	1×10^3	55.2 ± 0.4	39.8 ± 0.2
3.5 Pa での共振周波数	28.7 mHz	$117.1 \pm 0.1 \text{ mHz}$	$117.3 \pm 0.1 \text{ mHz}$
3.5 Pa での Q 値	1×10^3	66.8 ± 1.5	46.5 ± 0.3

表 4.4: 他のモードの共振周波数 [22]。

モード	設計値	試験マス 1	試験マス 2
(均一な質量分布を仮定)			
並進	1.29 Hz	1.33 Hz	1.38 Hz
鉛直	40.69 Hz	41.0 Hz	40.8 Hz
Pitch	6.62 Hz	3.91 Hz	3.89 Hz
Roll	0.878 Hz	0.969 Hz	0.938 Hz

表 4.5: 本実験系の設計パラメーター [22]。

パラメーター	値
光学系	
レーザー波長	1550 nm
レーザーパワー	1 mW
Fabry-Pérot 共振器のフィネス	300
Fabry-Pérot 共振器の共振器長	23 mm
Fabry-Pérot 共振器間の距離	110 mm
レーザー周波数雑音の CMRR	0.02
懸架系	
試験マスの慣性モーメント	0.010 kg m ²
試験マスの懸架ワイヤーの長さ	122 mm
試験マスの懸架ワイヤーの直径	0.3 mm
試験マスの懸架ワイヤーの loss angle	1×10^{-3}
試験マスのねじれ回転の共振周波数	28.7 mHz
中段マスの慣性モーメント	0.022 kg m ²
中段マスの懸架ワイヤーの長さ	320 mm
中段マスの懸架ワイヤーの直径	0.4 mm
中段マスの懸架ワイヤーの loss angle	1×10^{-3}
中段マスのねじれ回転の共振周波数	37.9 mHz
試験マスの傾き (ミスアライン) 角度	1×10^{-4} rad
共振器鏡の傾き (ミスアライン) 角度	1×10^{-4} rad
並進運動の CMRR	0.02
GAS フィルターの共振周波数	3 Hz
温度	300 K

5

レーザー干渉計による ねじれ振り子の動作制御

本章では、ねじれ振り子の運動をレーザー干渉計によって制御する手法を示す。まずレーザー干渉計でねじれ振り子の運動を検出する原理を説明し、続いて共振器を制御する手法、共振器ロックへの引き込みについて述べる。

5.1 差動 Fabry-Pérot 共振器によるねじれ振り子の運動検出

図 5.1 の通り、Phase-III TOBA の構成のように、2 つの試験マスの中で 2 つの Fabry-Pérot 共振器が組まれた系を考える。試験マスのねじれ回転角度は十分小さく、共振器軸は不変であるものとみなす。

第 2 章に述べたように、重力波はねじれ振り子のねじれ回転運動を引き起こすため、重力波を観測する上でこのねじれ回転の運動を検出することが重要である。2 つの試験マスが相対的に θ だけねじれ回転したとき、共振器 1 と共振器 2 の共振器長はそれぞれ、試験マスの重心と鏡の距離を d として初期状態での共振器長 L_0 から $d \sin \theta$ だけ伸び縮みする。相対ねじれ回転角度 θ が十分小さく θ の 2 次以降の寄与を無視出来るとすると、共振器長はそれぞれ $\pm d\theta$ だけ変化するため、差動 Fabry-Pérot 共振器の共振器長変動は試験マス間の相対ねじれ回転角度に線形に依存する。

さらに、他に共振器長を変動させる運動として、ねじれ振り子の並進運動がある。これは、試験マスの重心が水平面内で移動する運動である。このうち、2 つの試験マスの相対運動が共振器軸と並行なモードが、共振器長を変動させる。2 つの試験マスの相対位置が δ だけ変動したとき、共振器長もともに L_0 から δ だけ変動する。

以上より、試験マス間の相対ねじれ回転角度が十分小さい場合、試験マスの相対ねじれ回転は差動に、相対並進運動は同相に差動 Fabry-Pérot 共振器の共振器長を変動させ、共振器長変動は

$$\begin{cases} L_1 = L_0 + d\theta + \delta \\ L_2 = L_0 - d\theta + \delta \end{cases} \quad (5.1)$$

となる。

L_0 : 初期状態での共振器長

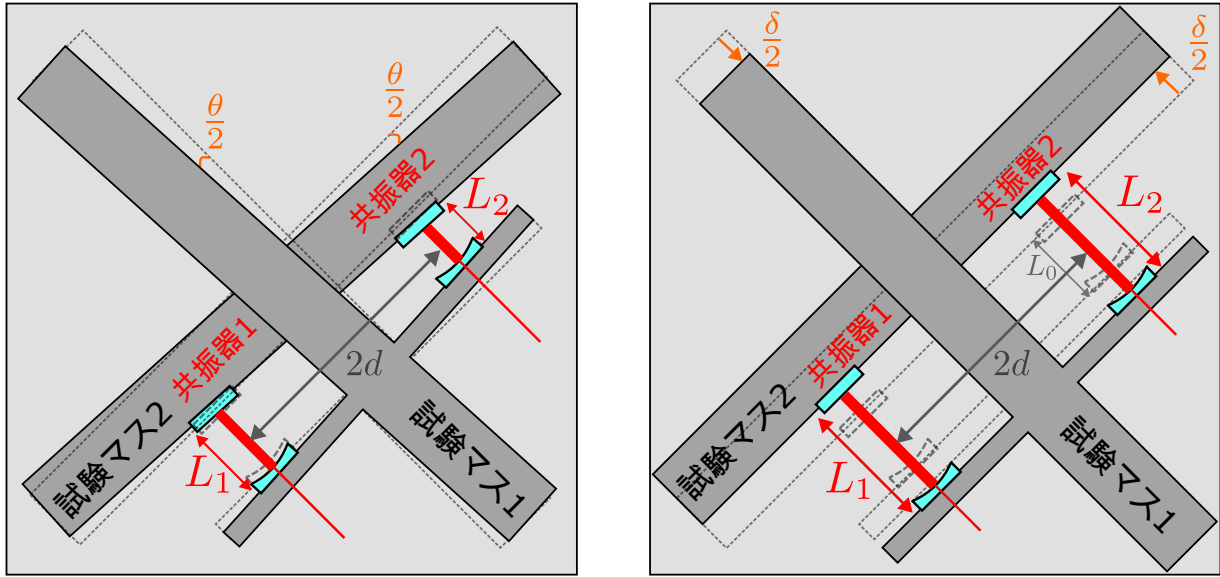


図 5.1: ねじれ振り子の運動による共振器長変動。左: ねじれ振り子の差動ねじれ回転運動による共振器長変動。右: ねじれ振り子の並進運動による共振器長変動。

5.2 差動 Fabry-Pérot 共振器の共振制御

差動 Fabry-Pérot 共振器を制御する際には、2つの共振器の同相成分と差動成分に分けて制御を行う。

5.2.1 エラー信号の取得

2つの共振器の透過光量の信号に制御点での透過光量のオフセットを加えることで、それぞれの共振器長変動の制御点周りで線形なエラー信号を取得できる。これらの共振器長変動の信号を重みをつけて足し引きすることで差動成分と同相成分に再編し、それぞれの成分の制御点からの変位を表す線形なエラー信号を取得する。特に、2つの共振器が完全に対称な理想的な状況では、それらを相互に引くことで差動成分のエラー信号を、足し合わせることで同相成分のエラー信号を得ることができる。

2つの共振器のセンサー効率がともに S_{cavity} であるとする、試験マス間の差動ねじれ回転と相対並進運動に対する差動 Fabry-Pérot 共振器のセンサー効率は、

$$S_{\text{yaw}} = 2dS_{\text{cavity}} \quad (5.2)$$

$$S_{\text{trans}} = 2S_{\text{cavity}} \quad (5.3)$$

となる。ただし、それぞれの効率の単位は、V/rad, V/m となっている。これ以降、2つの共振器の差動成分の信号は試験マス間の相対ねじれ回転角度 [rad] に、同相成分の信号は試験マス間の共振器長方向の相対位置変動 [m] に換算して考えるものとする。

5.2.2 アクチュエーターの構成

差動 Fabry-Pérot 共振器の制御では、4.3.2 節に述べたアクチュエーターを、適切に差動成分と同相成分の制御に使い分ける。以下で、本制御におけるその構成を説明する。

2つの coil-coil アクチュエーターは、図 5.2 のように、各コイルにドライブ周波数 1 kHz の交流電流を流し、各ペアの片方に流す電流の振幅を変調することで、試験マス間の相対運動をアクチュエートする。この際、それぞれのコイルのペアに inputs する信号の重みを調整することで、2 対のコイルのペアが試験マスを逆相に揺らし試験マスの回転運動をアクチュエートするモードと、同相に揺らし試験マスの並進運動をアクチュエートするモードに分離する^{*1}。5.1 節に述べたように、理想的には、試験マスの回転運動は共振器長の差動成分に、並進運動は同相成分にそれぞれ対応するので、coil-coil アクチュエーターの回転モードと並進モードは、それぞれ差動 Fabry-Pérot 共振器制御における差動成分と同相成分のアクチュエーターとして働く。一対のコイルペアによる coil-coil アクチュエーターのアクチュエーター効率が A_{coil} であるとする、coil-coil アクチュエーターの回転モードと並進モードのアクチュエーター効率は、

$$A_{\text{yaw}} = A_{\text{coil}} H_{\text{TM}} \quad (5.4)$$

$$A_{\text{trans}} = A_{\text{coil}} H_{\text{trans}} \quad (5.5)$$

となる。ただし H_{TM} と H_{trans} は振り子のねじれ回転運動と並進運動の応答関数であり、運動方程式

$$I_Y \ddot{\theta}_Y = -\kappa_{\text{yaw}} \theta_Y - \Gamma \dot{\theta}_Y + F_{\text{coil}} D_{\text{coil}} \quad (5.6)$$

$$m \ddot{x}_{\text{TM}} = -\kappa_{\text{trans}} x_{\text{TM}} - \Gamma_{\text{trans}} \dot{x}_{\text{TM}} + F_{\text{coil}} \quad (5.7)$$

から、それぞれ

$$H_{\text{TM}} = \frac{D_{\text{coil}}}{I_Y} \frac{1}{\omega_{\text{yaw}}^2 + i\omega_{\text{yaw}}\omega/Q_{\text{yaw}} - \omega^2} \quad (5.8)$$

$$H_{\text{trans}} = \frac{1}{m} \frac{1}{\omega_{\text{trans}}^2 + i\omega_{\text{trans}}\omega/Q_{\text{trans}} - \omega^2} \quad (5.9)$$

と求められる。ここで、 $\omega_{\text{yaw}} = 2\pi f_{\text{yaw}} = \sqrt{\frac{\kappa_{\text{yaw}}}{I_Y}}$ と $Q_{\text{yaw}} = \frac{I_{\text{yaw}}\omega_{\text{yaw}}}{\Gamma_{\text{yaw}}}$ 、 $\omega_{\text{trans}} = 2\pi f_{\text{trans}} = \sqrt{\frac{\kappa_{\text{trans}}}{m}}$ と

$Q_{\text{trans}} = \frac{m\omega_{\text{trans}}}{\Gamma_{\text{trans}}}$ はそれぞれ、試験マスのねじれ回転運動と並進運動の共振周波数と Q 値であり、 I_Y と m は試験マスのねじれ回転運動の慣性モーメントと質量である。また、 D_{coil} は試験マスの重心とコイルの距離である。図 5.3 にこの応答を示す。coil-coil アクチュエーターの制御は CDS を用いて行っており、その位相遅れにより制御帯域の上限は 50 Hz 程度に制限される。

^{*1} 2つの coil-coil アクチュエーターが完全に対称な理想的な状況では、2つの coil-coil アクチュエーターに差動に入力すると回転モードの、同相に入力すると並進モードのアクチュエーターとなる。図 5.2 はこのような状況を描いている。

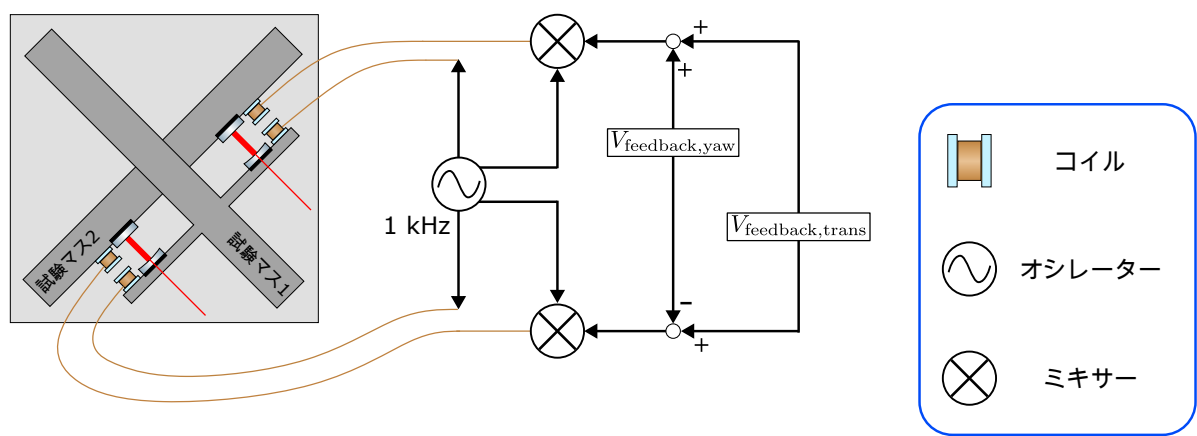


図 5.2: 本実験における coil-coil アクチュエーターの構成と動作。ここでは、2 つの coil-coil アクチュエーターが完全に対称である場合を示している。

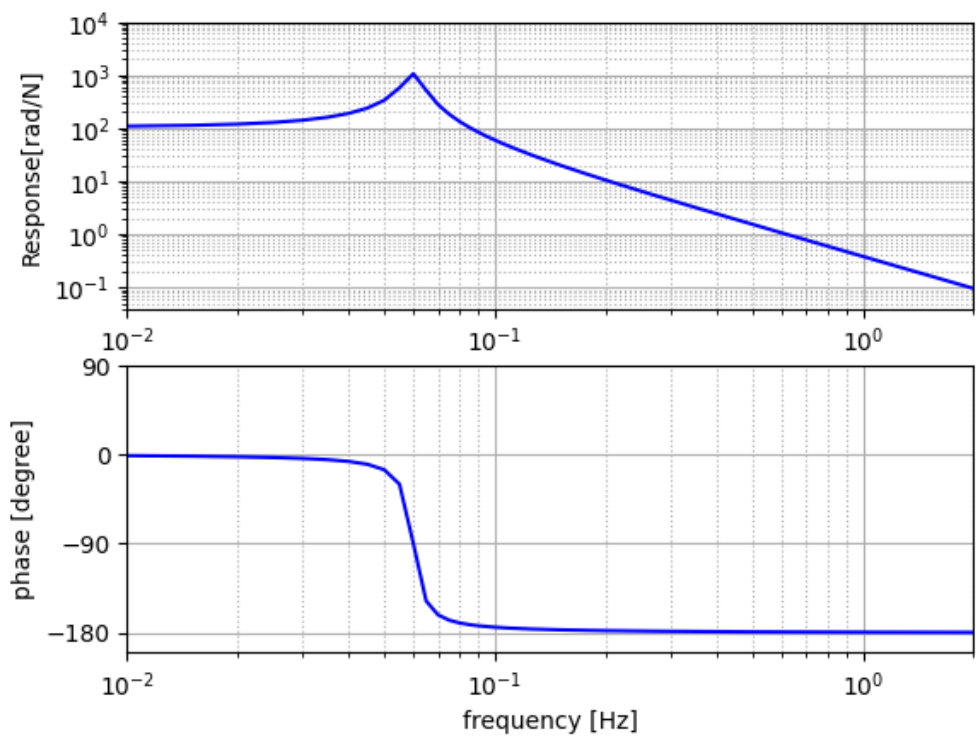


図 5.3: 試験マスの Yaw モードの coil-coil アクチュエーターに対する応答。

周波数アクチュエーターは、共振器に入射するレーザー光の周波数をアクチュエートする。入射光の周波数変動は 2 つの共振器に対し対等であるため、周波数アクチュエーターは同相成分のアクチュエーターとして働くことになる。周波数アクチュエーターは応答が速く位相遅れが小さいため、高周波数帯での制御に強みがある。

5.2.3 2 つの共振器の同時共振制御手法

取得されたエラー信号はそれぞれ制御フィルターを通った後、差動信号は coil-coil アクチュエーターの回転モードに、同相信号はレーザー光源の周波数アクチュエータと coil-coil アクチュエーターの並進モードにフィードバックされる。この制御系の概観は、図 5.4 のようになっている。この制御によって試験マス間の差動ねじれ

回転角度と相対位置が一定に保たれるため、差動成分と同相成分のエラー信号、つまり 2 つの共振器の透過光量の差と和がともに一定となり、2 つの共振器の共振状態が維持される。

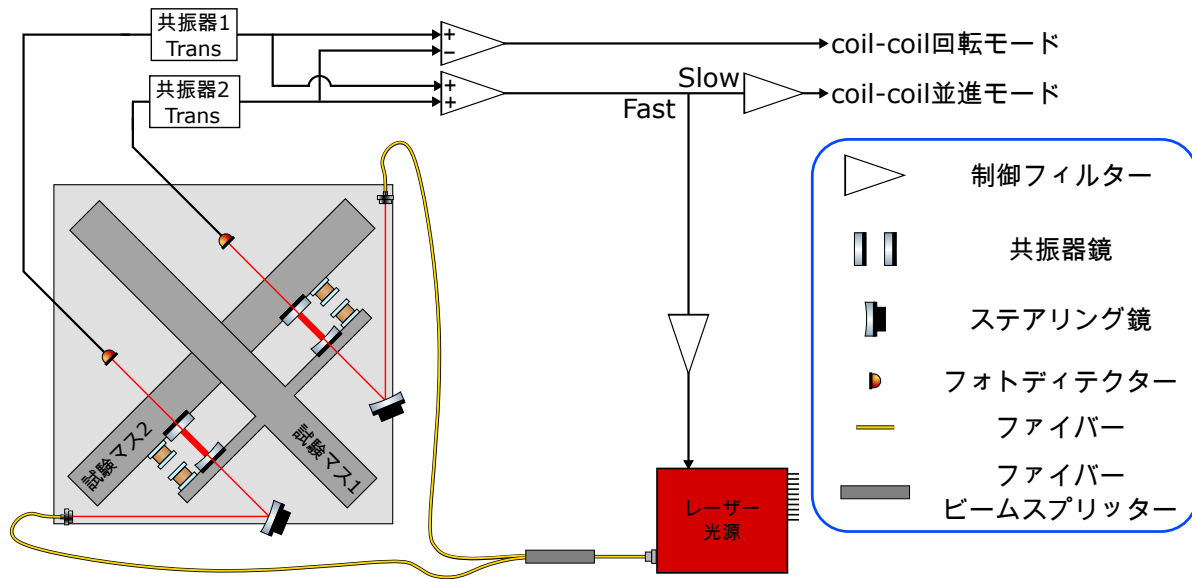


図 5.4: 差動 Fabry-Pérot 共振器制御の概観。

差動成分と同相成分の制御のブロック図は、図 5.5 のようになる。各センサーとアクチュエーターの効率は、ここまで述べて通りである。

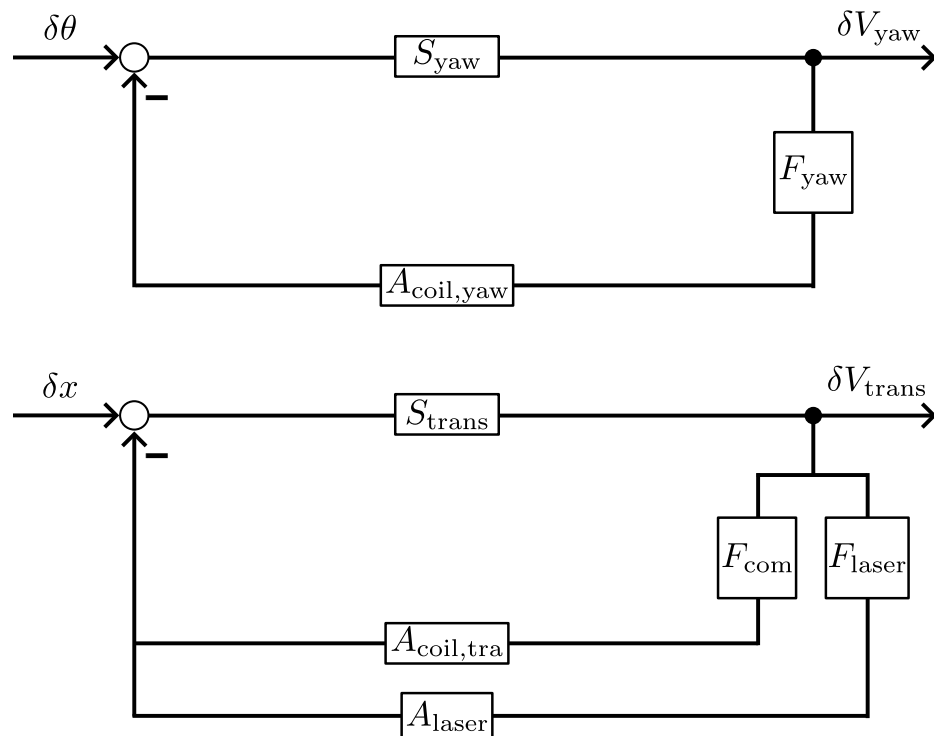


図 5.5: 差動 Fabry-Pérot 共振器制御のブロック図。上: 差動成分の制御のブロック図。下: 同相成分の制御のブロック図。

差動成分の制御において、図 5.3 のように、試験マスの Yaw モードの coil-coil アクチュエーターに対する効率は、共振周波数より高周波側の帯域で位相が 180° 回転している。差動成分の制御はこのままでは制御の安定性条件を満たさないため、位相補償フィルター F_{yaw} を図 5.6 のように、

$$F_{\text{yaw}} = \frac{1 + i(f/5)}{1 + i(f/150)} \quad (5.10)$$

として、5 Hz–150 Hz の帯域で位相を補償することで、UGF 付近での位相余裕を持たせている。

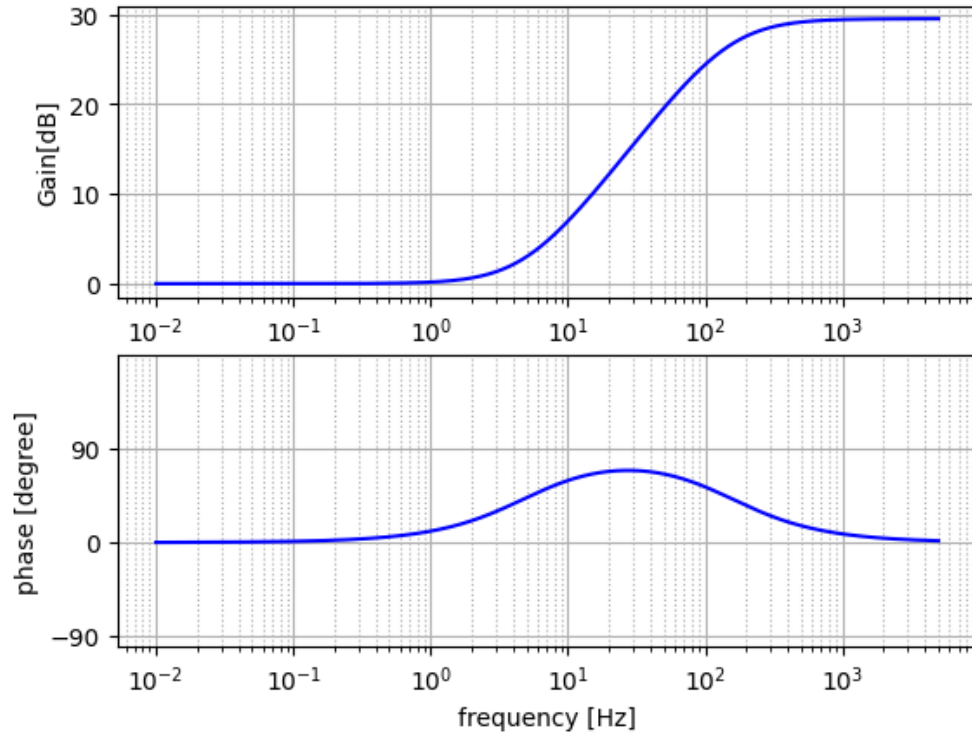


図 5.6: 差動成分の制御に用いる位相補償フィルター。

同相成分の制御においては、高周波数帯では周波数アクチュエーターが担当するため、UGF 付近では周波数アクチュエーターによる制御が支配的であり、coil-coil アクチュエーターによる制御に位相補償は必要ない。周波数アクチュエーターは 200 Hz 付近にポールを持つが、これだけでは回路などの位相遅れにより UGF での位相が回転してしまうので、適切にローパスフィルターを加え UGF を調整する。本実験では図 5.7 に示すように、

$$F_{\text{laser}} = 47 \frac{1 + i(f/241)}{1 + i(f/5)} \quad (5.11)$$

として、5 Hz–241 Hz の帯域でローパスフィルターを働かせている。

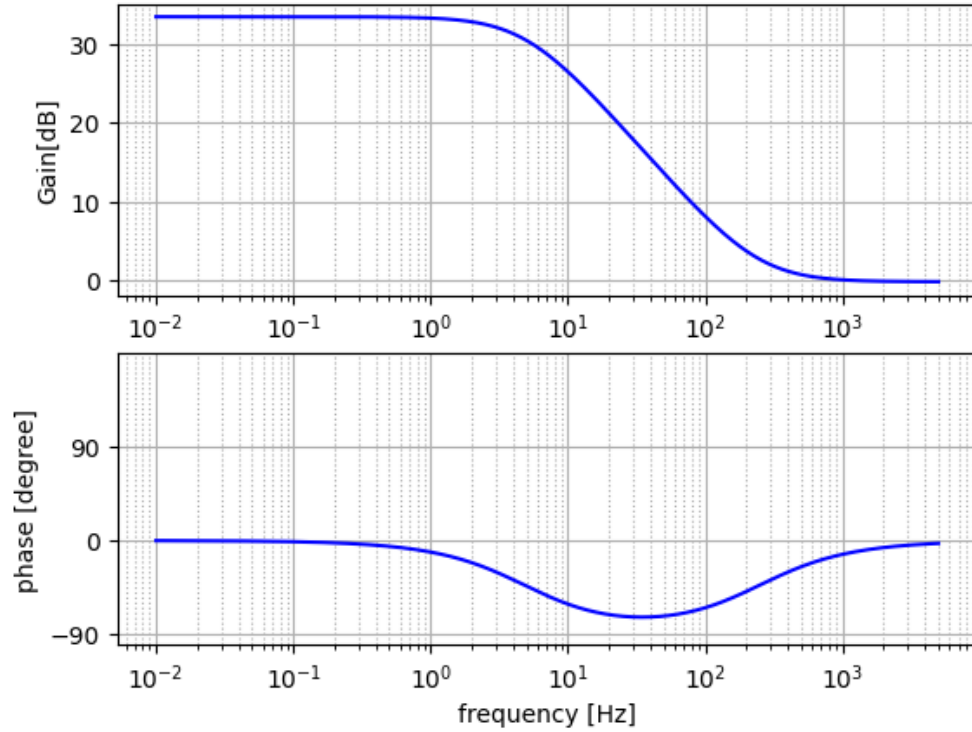


図 5.7: レーザー周波数の制御に用いるフィルター。

また、UGF 付近で振り子の応答関数の位相補償を考える必要はないが、周波数アクチュエーターと coil-coil アクチュエーターの制御ゲインがクロスオーバーする周波数で制御が不安定になる可能性がある。これを補償するために、位相補償フィルター F_{trans} を

$$F_{\text{trans}} = \frac{1 + i(f/10)}{1 + i(f/100)} \quad (5.12)$$

として、10 Hz–100 Hz の帯域で位相を補償する。

ただし、式 (5.10)、式 (5.12) のフィルターは DC ゲインを 1 としており、実際の制御ではこの位相補償フィルターに加えて、定数倍をかけるフィルターを用いて制御ゲインを向上する。

5.2.4 入力換算変位への変換

制御をかけた状態で感度を計測するには、制御ループ内の信号から入力換算の変位への変換を行う必要がある。今回は残留変動信号 (エラー信号) を用いて変換を行った。変換は次の式によって行う。

$$\delta\theta = \frac{1 + G_{\text{OL,yaw}}}{S_{\text{yaw}}} \delta V_{\text{yaw}} \quad (5.13)$$

$$\delta x = \frac{1 + G_{\text{OL,trans}} + G_{\text{OL,laser}}}{S_{\text{trans}}} \delta V_{\text{trans}} \quad (5.14)$$

5.3 差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込み

本実験において、Fabry-Pérot 共振器は、共振器の透過信号を元に制御される。しかし、共振状態付近の制御レンジを外れてしまうと線形な信号が取れず、制御を維持することができない。Fabry-Pérot 共振器を構成する鏡は、中段マスから懸架された試験マスに取り付けられているため、非制御時には入射光学系に対して大きく揺れている。このため、非制御時には、共振器が頻繁に共振状態を通過するのが観測される。

共振制御状態での観測を行うには、非制御状態からアクチュエーター制御を用いて共振状態に移行する必要がある。この過程を共振状態への引き込みと呼ぶが、Fabry-Pérot 共振器の信号の線形レンジが狭いことや、アクチュエーターの力が制限されていることなどから、これは容易ではない。また、正しく制御がなされておらず共振器が制御レンジ外にある時に無闇に制御ループを閉じると、試験マスに余計な力を与えて大きく揺らしてしまうこともあるため、適切な手順を踏んで少ない試行回数で共振状態に引き込むことが求められる [56]。

ここでは、非制御状態から観測可能な共振状態に引き込む手法について説明する。

5.3.1 差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込み手法

差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込みは、周波数アクチュエーターと coil-coil アクチュエーターを使い段階的に行われる。これは、周波数アクチュエーターによる同相成分の制御ループを閉じ同相成分を制御レンジ内に抑える段階、coil-coil アクチュエーターの並進モードによる同相成分の制御ループを閉じ同相成分をより安定化する段階、coil-coil アクチュエーターの回転モードによる差動成分の制御ループを閉じ完全な差動 Fabry-Pérot 共振器の制御を獲得する段階、オフセット値を調整し観測可能な制御状態を獲得する段階、の 4 つの段階に分けられる。図 5.8 は引き込みの際の 2 つの共振器の透過光量と同相・差動成分のエラー信号の時系列での振る舞いであり、黄色の領域は引き込みを始める前の非制御状態を、橙色、緑色、青色、ピンク色の領域がそれぞれ引き込みの各段階を、紫色の領域が観測可能な制御状態を表している。以下に、各段階に分けて共振状態への引き込み手法を詳しく説明する。

周波数アクチュエーターによる同相成分制御

4.3.2 に述べたように、周波数アクチュエーターの応答速度は速く、制御帯域を高周波数帯まで広げることが可能である。このため、本実験では、共振状態への引き込みの最初の段階として、周波数アクチュエーターを用いる。図 5.5 下の制御系において、周波数アクチュエーターを用いた制御ループを閉じることで、差動 Fabry-Pérot 共振器の同相成分を制御レンジ内に留めることができる。この段階では低周波数帯での制御ゲインが十分ではなく、図 5.8 の橙色の領域のように、制御が不安定である。このとき、同相成分の信号は試験マスの並進運動の共振周波数での揺れが支配的である。

ここで、オフセットを共振ピークでの値の半値以上に設定していた場合、2 つの共振器の共振器長が同時に制御レンジ内にあるという条件でしか制御点が存在せず、共振への引き込みがなかなか行われないうちに注意が必要である。このため、共振状態への引き込みは、オフセットを十分小さくして行う。

coil-coil アクチュエーターによる同相成分制御

図 5.5 下の制御系において、coil-coil アクチュエーターを用いた制御ループを閉じ、同相成分の制御をより安定化する。低周波数帯でより大きな制御ゲインを持つ coil-coil アクチュエーターでの制御を行うことで、試験マスの並進モードの振動が抑えられ、同相成分の制御がより安定なものになる。このとき、同相成分の信号は制御点である 0 付近に抑えられ、非制御状態である差動成分の信号は振動しているため、図 5.8 の緑色の領域のように、2 つの共振器の透過光量の信号は一方が 0 でもう一方がオフセットの 2 倍の大きさになっている。

coil-coil アクチュエーターによる差動成分制御

図 5.5 上の制御系の制御ループを閉じる。これにより差動成分の信号が制御点である 0 付近に抑えられ、図 5.8 の青色の領域のように、2 つの共振器の透過光量がともにオフセット程度の大きさとなる。これで、差動 Fabry-Pérot 共振器の完全な共振状態が得られたと言える。

オフセット調整

ここで、オフセットを目標の値に設定する。これにより、高感度な観測が可能な制御状態が得られる。

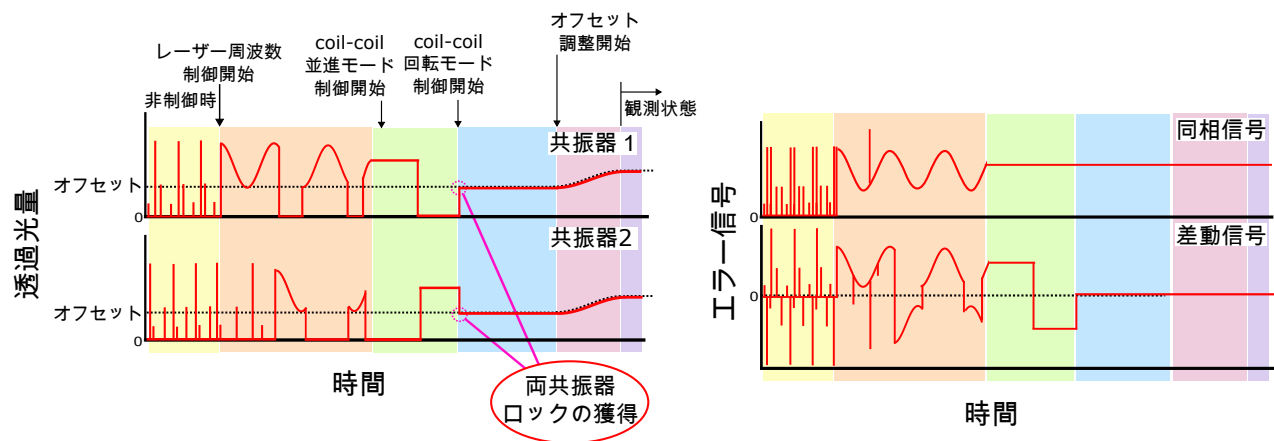


図 5.8: 差動 Fabry-Pérot 共振器の共振状態への引き込みの概念図。左: 2 つの共振器の透過光量の振る舞い。右: 同相・差動成分の振る舞い。

6

実験結果と考察

6.1 懸架系の改良

3.5.3 のレーザー干渉計を用いたねじれ振り子の項目と 4 で述べたように、本実験系での先行研究において、Yaw モードの共振周波数が高く Q 値が低いこと、Roll モードのカップリングが大きいことなどの懸架系に関する問題があった。本研究では、Fabry-Pérot 共振器のロックに向けてこれらの改良を行なった。いかにその方法を述べる。

6.1.1 Yaw モードの共振周波数低下

4 に述べたように、共振周波数の上昇の原因として、コイルケーブルによる復元力が考えられる。これを低減するために、図 6.1 に示すように、コイルから直接中段マス付近で束ねられていたケーブルを、試験マスのクランプ点付近に集めてから中段マス付近を通る構成に変更した。これによって、表 6.1 に示すように、共振周波数の低下と Q 値の向上が見られた。なおこれらの値は、試験マスの Yaw モードの運動を coil-coil アクチュエーターによって励起し、図 6.2 に示すように光てこで測定したリングダウンの信号をフィッティングすることで求めた。

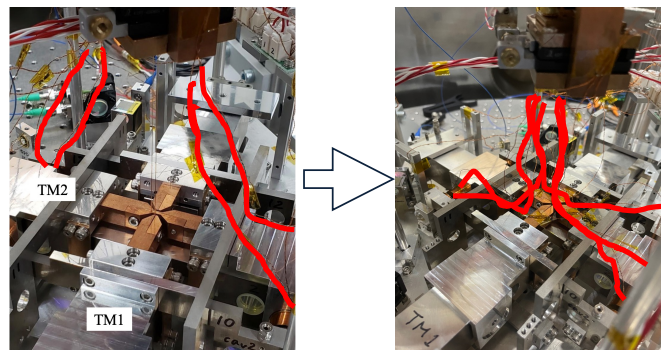


図 6.1: コイルケーブルの配置の拡大図。ケーブルを赤い線でハイライトしている。左: 改良前。コイルから出たケーブルが直接中段マスへ向かっている。右: 改良後。ケーブルが試験マス中央のクランプ点付近を経由し中段マスへ向かっている。

表 6.1: ケーブル改良前後の Yaw モードの共振周波数と Q 値 [22]。ともに 1×10^5 Pa での測定値を示す。

物理量	設計値	試験マス 1	試験マス 2
先行研究での共振周波数	28.7 mHz	117.1 ± 0.1 mHz	117.3 ± 0.1 mHz
先行研究での Q 値	1×10^3	66.8 ± 1.5	46.5 ± 0.3
改良後の共振周波数	28.7 mHz	48.3 ± 0.1 mHz	48.3 ± 0.1 mHz
改良後の Q 値	1×10^3	125.9 ± 0.1	127.0 ± 0.1

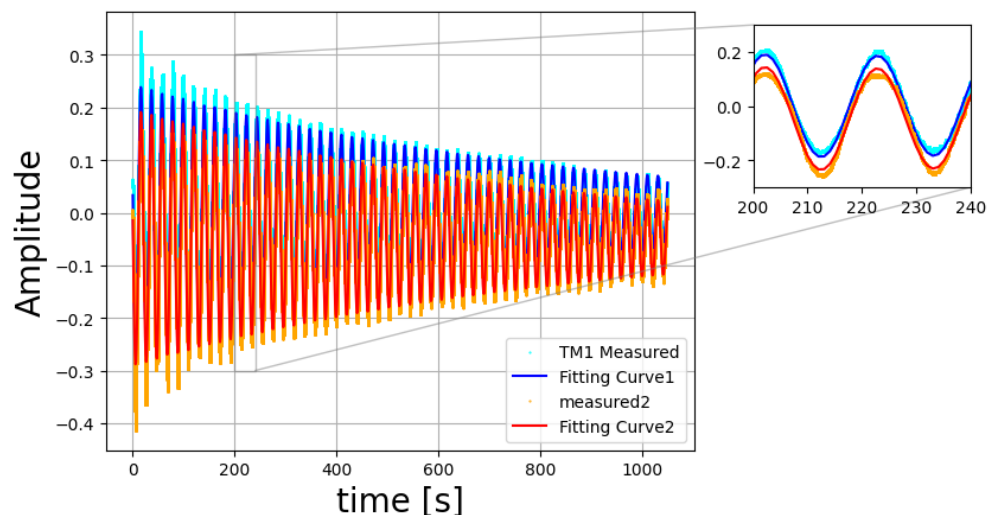


図 6.2: ケーブル改良後の試験マスの Yaw モードのリングダウン測定。水色と橙色の線がそれぞれ試験マス 1 と 2 の実測を、青色と赤色の線がそれぞれのフィッティング曲線を示している。

6.1.2 Roll モードの振動の抑制

3.5.3 に述べたように、Roll モードの共振の Yaw モードへのカップリングが問題となっていた。Roll 共振を抑制しこれを改善するために、試験マス両端の下に永久磁石を設置し、渦電流ダンピングにより共振ピークの抑制を行った。その結果、図 6.3 に示すように、Roll の共振ピークが抑制され、Yaw モードへのカップリングも減少した。

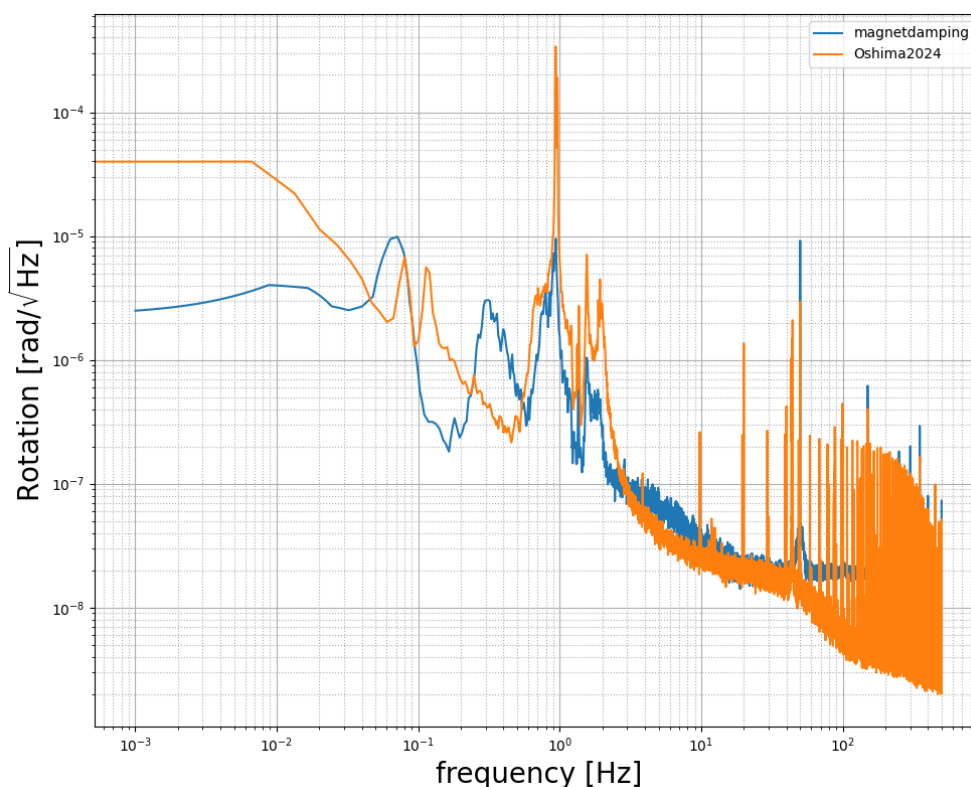


図 6.3: 試験マスの渦電流ダンピングによる効果。ダンピングをしない場合 ([22]) とダンピングをした場合の、光てこの回転角度測定スペクトルを示している。1 Hz 付近や 1.5 Hz 付近の、Roll モードや並進モードの共振ピークが抑制されていることが分かる。

また同時に、表 6.2 と図 6.4 に示すように、Yaw モードの共振ピークもダンピングによって抑制され、減衰時間が減少した。このため、このダンピングには、試験マスリリース後や制御喪失後の振動の減衰を早め、実験作業をより効率的にするという意味合いもある。一方でこの Q 値の低下は熱雑音の悪化を招くため、将来的には渦電流ダンピングを用いない Roll カップリングの低減手法が求められる。

表 6.2: 渦電流ダンピング下での Yaw モードの共振周波数と Q 値。

物理量	設計値	試験マス 1	試験マス 2
ダンピング下の共振周波数	28.7 mHz	70.4 ± 0.3 mHz	62.4 ± 0.1 mHz
ダンピング下の Q 値	1 × 10 ³	6.2 ± 0.3	6.8 ± 0.4

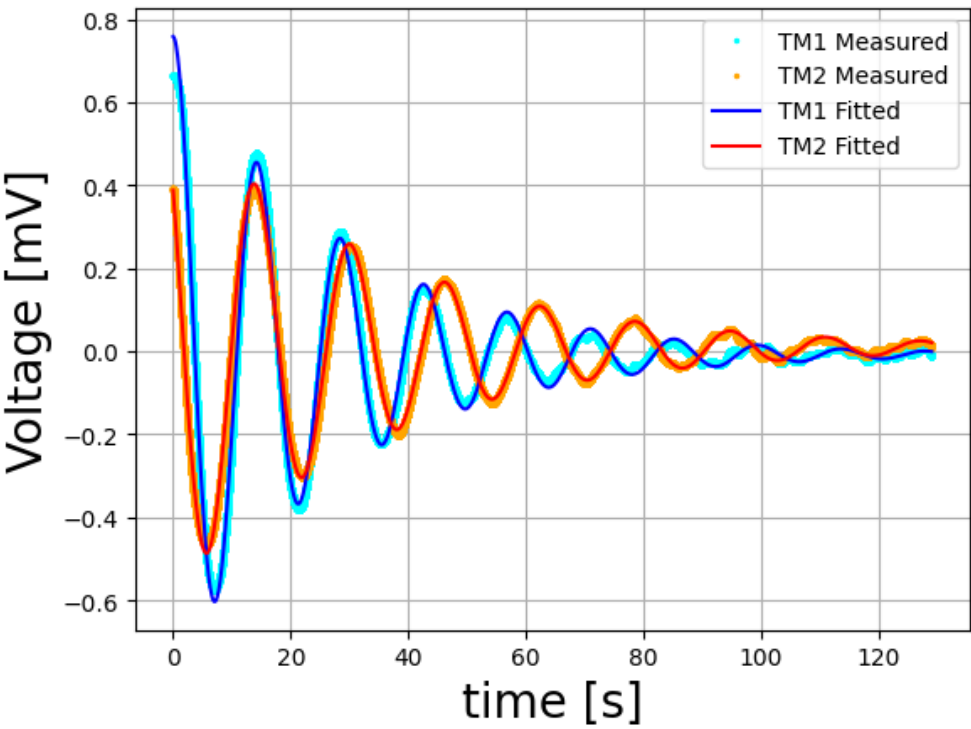


図 6.4: 渦電流ダンピング下での、試験マスの Yaw モードのリングダウン測定。水色と橙色の線がそれぞれ試験マス 1 と 2 の実測を、青色と赤色の線がそれぞれのフィッティング曲線を示している。

6.2 差動 Fabry-Pérot 共振器の制御

6.2.1 共振器制御と回転計測

第 5 章の手法を用いて共振器制御を行った。共振状態への引き込みの際の時系列信号を図 6.5 に示す。共振ピークの値は 250 mV であり、オフセットを 100 mV 程度に設定して測定することを目指した。

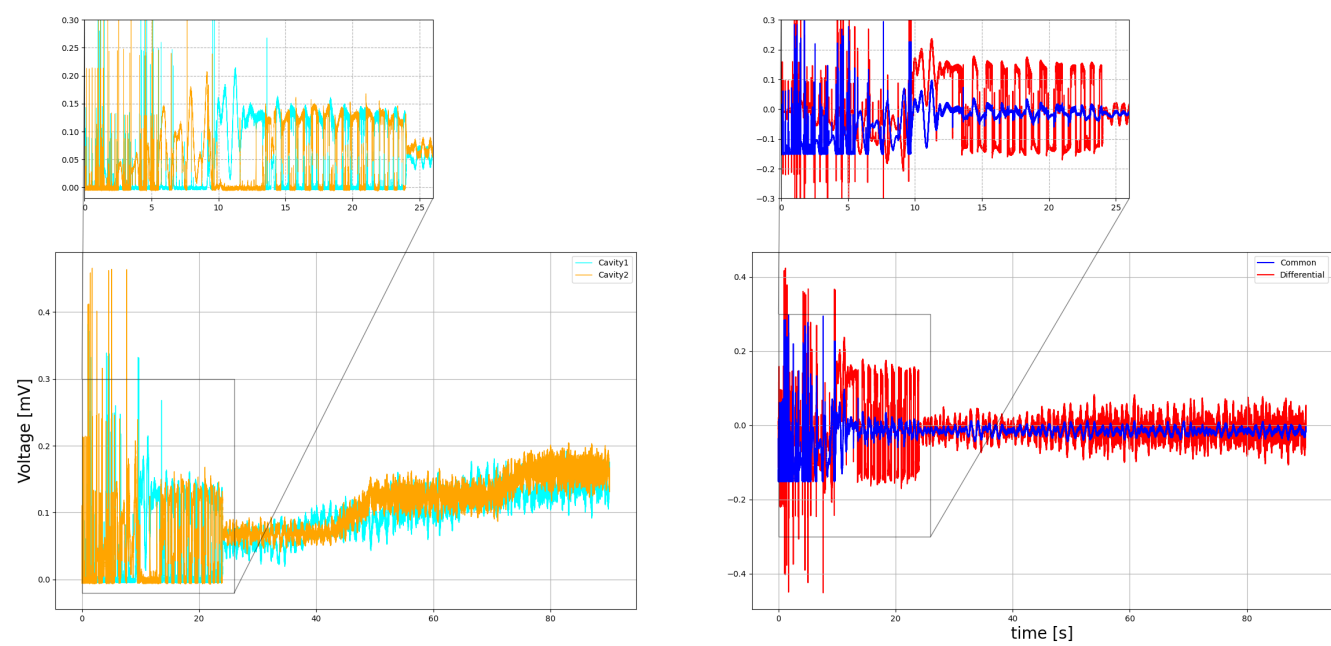


図 6.5: 共振引き込みの様子。上: 共振引き込み時における各共振器の時系列信号。下: 共振引き込み時における同相・差動成分の時系列信号。2 秒付近においてレーザー周波数アクチュエーターを用いた同相制御が閉じられて共振状態への引き込みが始まり、12 秒付近において coil-coil アクチュエーターを用いた同相成分制御が閉じられたことで同相成分が安定化される。さらに、23 秒付近において差動成分制御が閉じられたことで 2 つの共振器が共に共振状態となり、その後オフセットをより共振に近い状態へと調整している。

また、実際に制御を行う上で、UGF より高周波側の特定の周波数において、発振が見られることがあった。これは制御を不安定にする要因となりうるので、CDS 上でノッチフィルターとローパスフィルターを作成し挿入した。このため、実際の各制御フィルターは図 6.6 のようになっている。

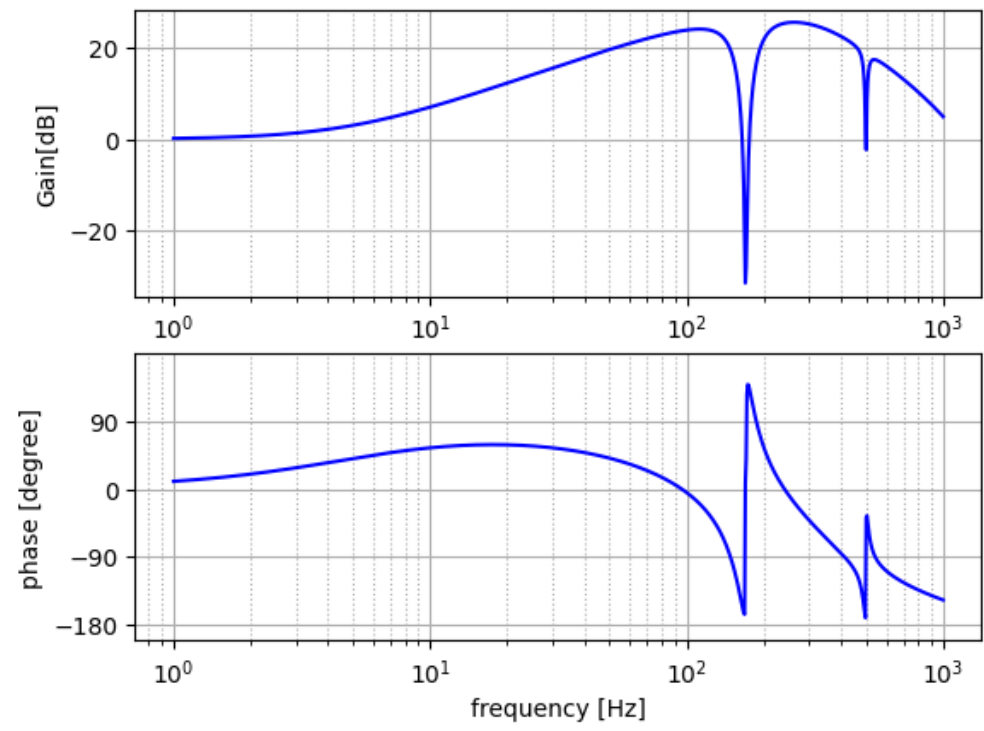


図 6.6: 差動モードの制御に用いたフィルター。高周波数帯での発進を防ぐため、ノッチやローパスフィルターが加えられている。

6.2.2 制御系の評価

5.2.4 に述べたように、差動 Fabry-Pérot 共振器の制御における信号から入力換算の相対ねじれ回転角度を求めるには、制御系に含まれる各センサーとアクチュエーターの効率の値が必要になる。4.3.2 に述べたように、coil-coil アクチュエーターの効率は光てこでの制御から測定済みであるため、ここでは差動 Fabry-Pérot 共振器の効率について述べる。

差動 Fabry-Pérot 共振器の制御における開ループ伝達関数を測定することにより、センサー効率を見積もった。測定した開ループ伝達関数を図 6.7 に示す。青の実線は、Fabry-Pérot 共振器のセンサー効率 S_{cavity} をフィッティングパラメーターとしたフィッティング曲線である。フィッティングから、

$$S_{\text{cavity}} = (3.5 \pm 0.3) \times 10^8 \text{ V/m} \quad (6.1)$$

と求められた。これを式 (5.2) に代入すると、

$$S_{\text{yaw}} = (3.9 \pm 3) \times 10^7 \text{ V/rad} \quad (6.2)$$

となる。

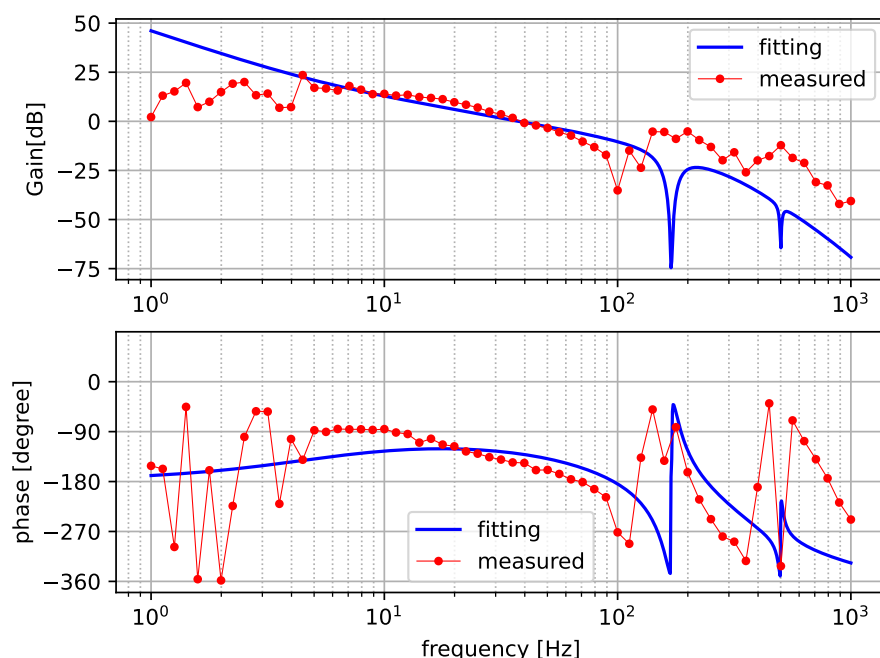


図 6.7: 差動モードの開ループ伝達関数。赤色の線が実測値を、青色の線がフィッティング曲線を示している。

また、図 6.7 から、差動成分の制御の UGF は 40 Hz 付近であり、位相余裕は 45° 程度であることがわかる。

6.3 測定結果

共振器制御によるねじれ回転角の測定結果を、図 6.8 に示す。これは、5.2.4 のように、差動成分のエラー信号から試験マスの入力換算差動回転角度を求めたものである。0.1 Hz において、 3×10^{-8} rtHz の回転角感度を達成した。

センサーが光てこから光共振器を含んだレーザー干渉計に変わったことにより、光てこのセンサー雑音で感度が制限されていた 4 Hz 以上の周波数帯で、感度が 4 桁以上向上している。さらに、このセンサーの変更によって並進地面振動のカップリングが低減し、4 Hz 以下の周波数帯でも感度が 2 桁程度向上している。

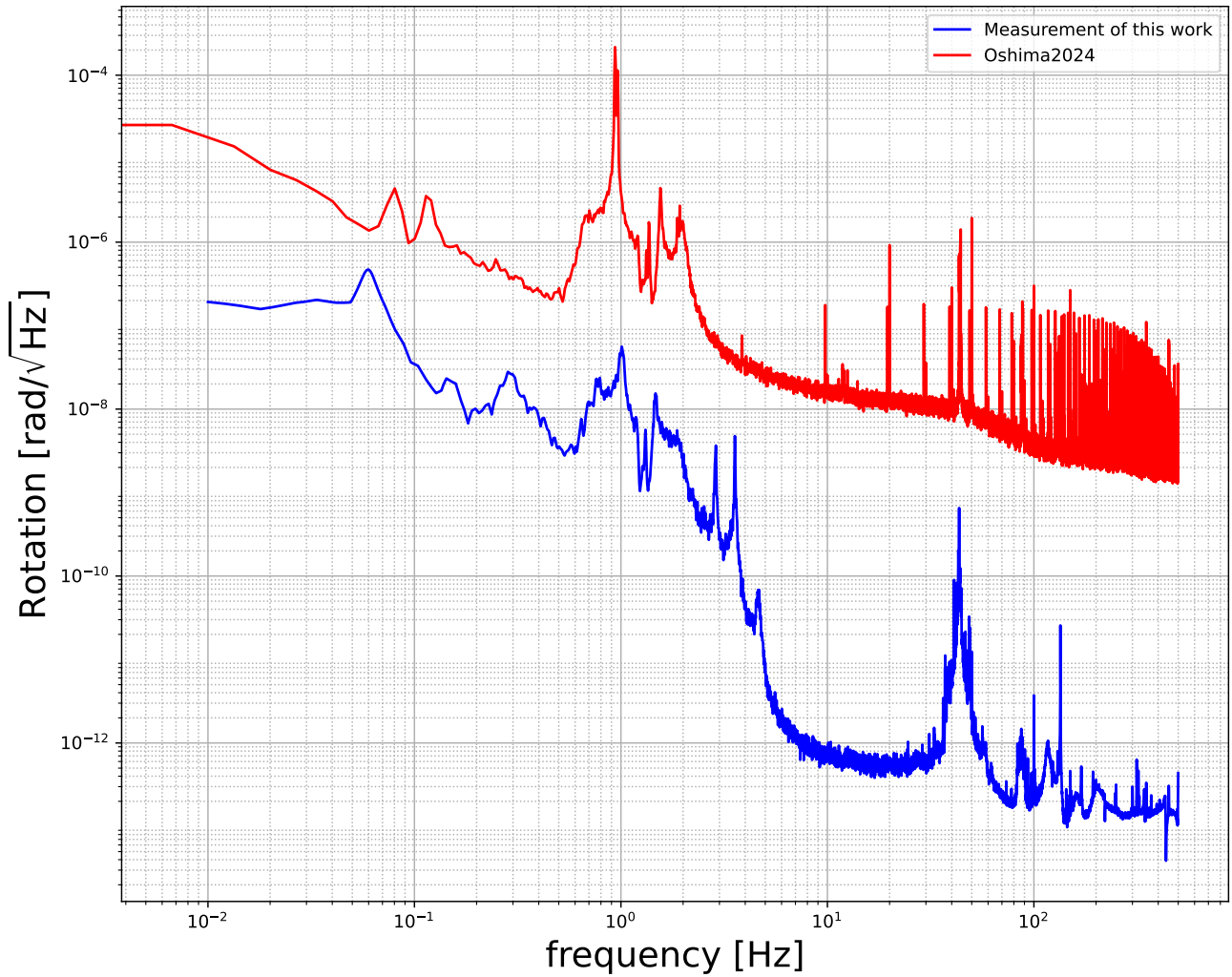


図 6.8: ねじれ回転角度への感度。青色の線が本研究での感度を、赤色の線が先行研究での感度 [22] を示している。

図 6.9 に重力波振幅への感度曲線を示す。これは、図 6.8 のねじれ回転角感度を、式 (3.23) に本実験でのパラメーターを代入した応答関数で除したものである。全帯域で、本実験系での先行研究や低温ねじれ振り子実験の感度を上回っている。一方 0.1 Hz においては Phase-I TOBA の感度に届いておらず、0.1 Hz における世界最高感度の重力波望遠鏡となるには、さらなる感度の向上が求められる。

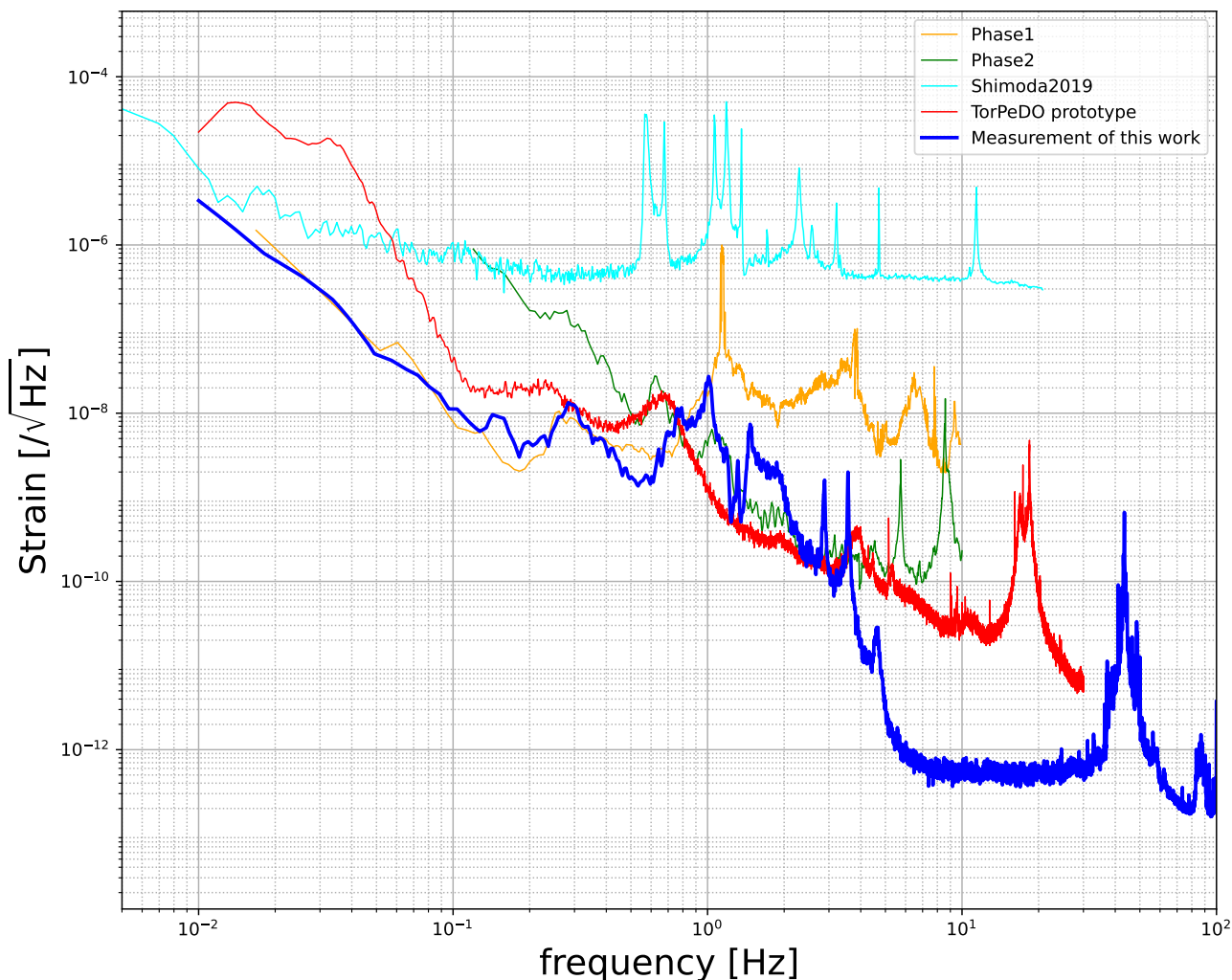


図 6.9: 重力波振幅感度。青色の線が本研究での感度を示している。また、橙色、緑色、水色の線が TOBA の先行研究での感度 [18, 42, 43] を、赤色の線が TorPeDO Prototype [41] の感度を示している。

6.4 考察

6.4.1 キャリブレーションの不定性

5.2.4, 6.2.2 のように回転角度へのキャリブレーションを行ったが、このキャリブレーションに用いた光共振器のセンサー効率の実測値が、理論値と一致しないという問題があった。ここで、理論値とは、非制御状態での振り子の振動による共振器スキャンにおいて、共振ピークをローレンチアンでフィッティングし、動作点における透過光信号の傾きを求めた値である。この理論値は 1×10^8 と、実測値より 3.5 倍程度小さい値であった。原則的に引き込みを行う際は事前にアラインメント調整を行っているため、共振器スキャンの際はアラインメントが最適であると考えられ、制御中にオプティカルゲインおよびセンサー効率が上昇することは考えづらい。このため、今回のセンサー効率推定あるいは共振器スキャンのフィッティングの際に、何かしらの誤りがあったと予想される。キャリブレーションファクターの誤りや制御回路のインピーダンス不整合、PD 回路の特性による共振器スキャン信号の歪みなどが原因の候補として挙げられるが、特定には至っていない。

6.4.2 雑音源の考察

現状の感度を制限する雑音源について考察を行った。図 6.10 に示すように、感度は広い帯域でデジタルシステムの雑音と並進地面振動雑音によって制限されていることがわかる。

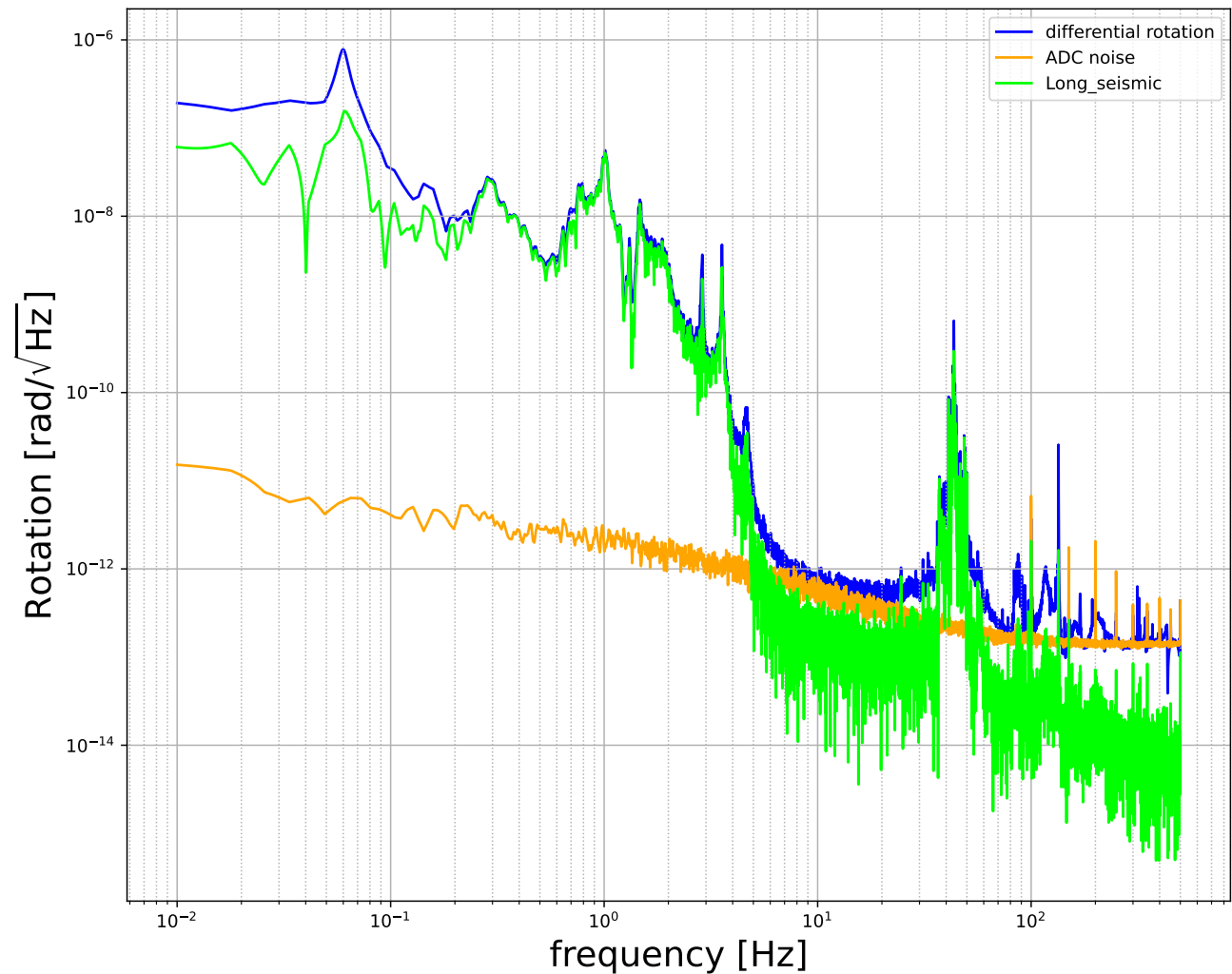


図 6.10: 回転角感度と各雑音源の寄与。青色の線が本研究での感度を、橙色の線がデジタルシステムの雑音の寄与を、緑色の線が並進地面振動雑音の寄与を示している。

デジタルシステムの雑音

信号取得および制御に利用した CDS の ADC 雑音を、CDS への入力がある場合の CDS 内の信号のスペクトルを計測することで求めた。相対ねじれ回転角度換算の ADC 雑音を、図 6.11 に示す。5 Hz 以上のノイズフロアが、ADC 雑音によって制限されていることがわかる。

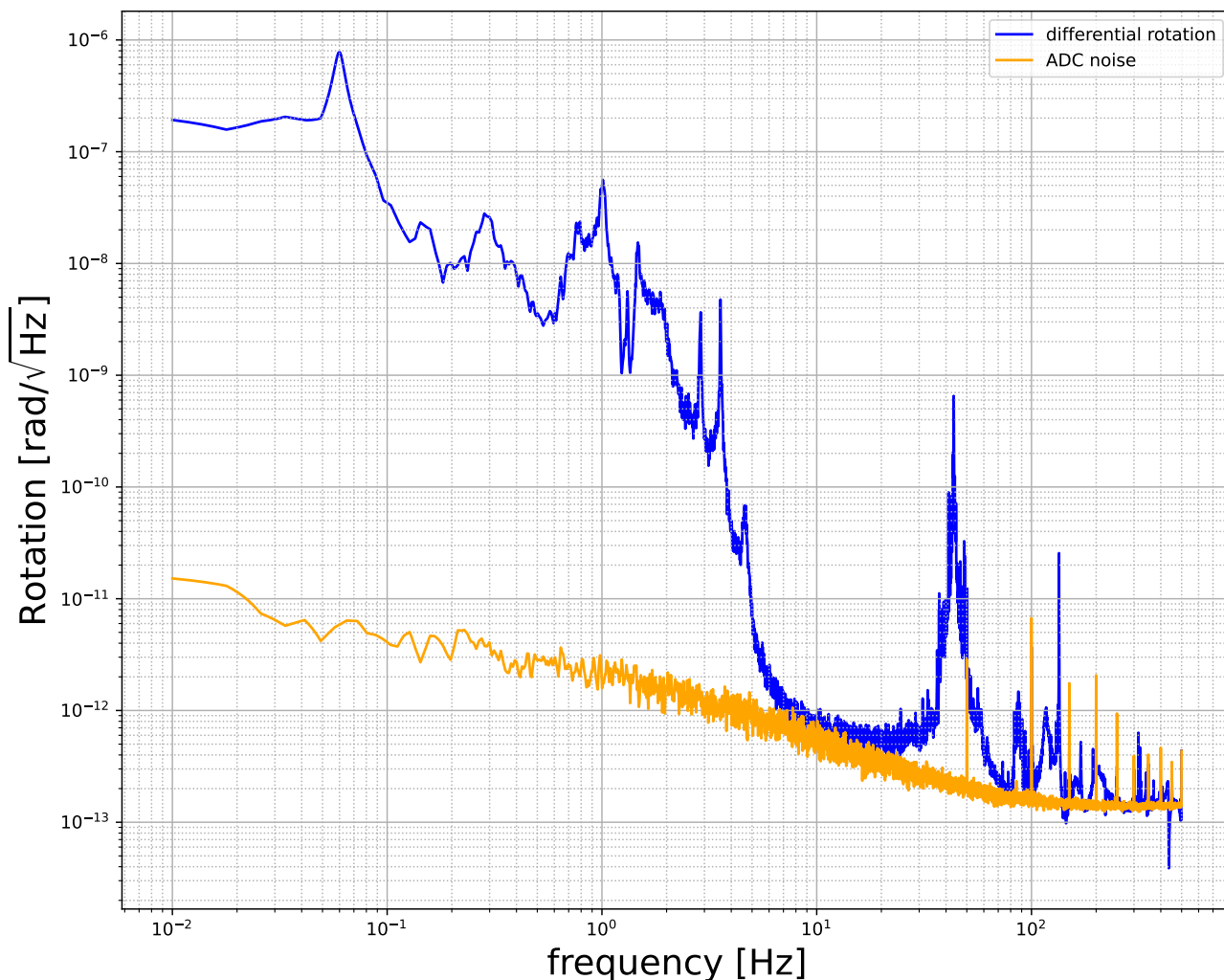


図 6.11: CDS の ADC 雑音。青色の線が差動ねじれ回転角感度を、橙色の線が ADC 雑音を示している。

低減のためには、共振器への入射光量を上げるなどして干渉計の感度を上げることや、信号が CDS に入る前にプリアンプで増幅することなどが求められる。

地面振動雑音

相対ねじれ回転角への地面振動雑音の寄与を、真空槽の台に配置した地震計で測定した地面振動とのコヒーレンスを取ることで見積もった。各方向の地面振動と相対ねじれ回転角とのコヒーレンスを図 6.12 に示す。コヒーレンスから、0.2 Hz–4 Hz までの広い帯域で、Long 方向の地面振動雑音の寄与が支配的であったことがわかる。これは特に、試験マス 1 の Pitch 方向および試験マス 2 の Roll 方向の傾きにカップルする雑音である。さらに、3 Hz 付近では Trans 並進方向との、5 Hz 付近と 40 Hz 付近では鉛直方向とのコヒーレンスが高くなっていることから、これらの地面振動からの寄与があったことがわかる。今回は、最も支配的であった Long 方向からの並進地面振動カップリングを、地震計の信号から回転角信号への伝達関数を地震計の信号にかけることで求めた。これにより求めた Long 方向の並進地面振動雑音の寄与を図 6.13 に示す。これらの並進地面振動雑音は、試験マスの傾きを調整することでカップリングを低減することができる [18]。

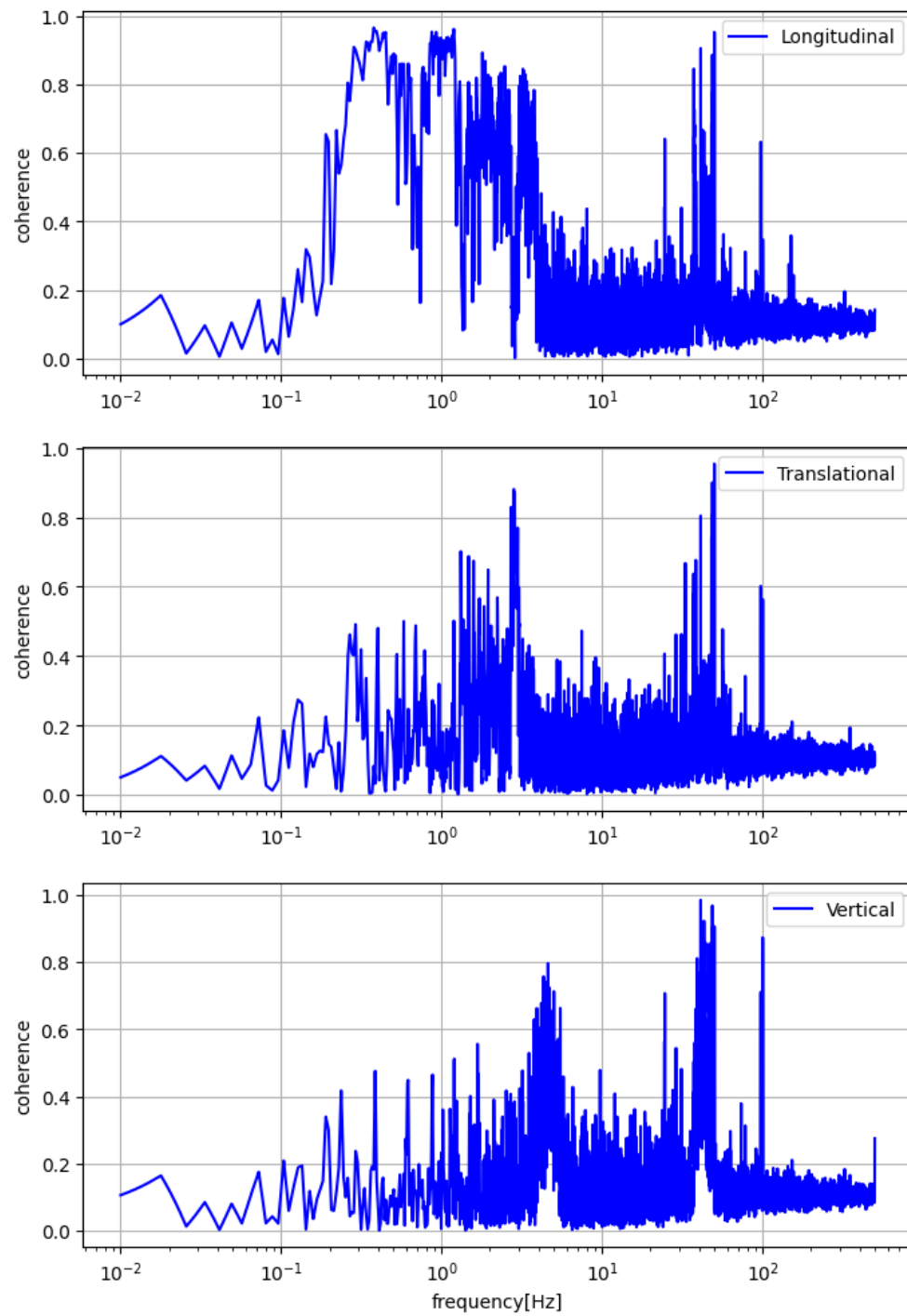


図 6.12: 相対ねじれ回転角と並進地面振動とのコヒーレンス。上: 並進 Long 方向の地面振動とのコヒーレンス。中央: 並進 Trans 方向の地面振動とのコヒーレンス。下: 鉛直方向の地面振動とのコヒーレンス。

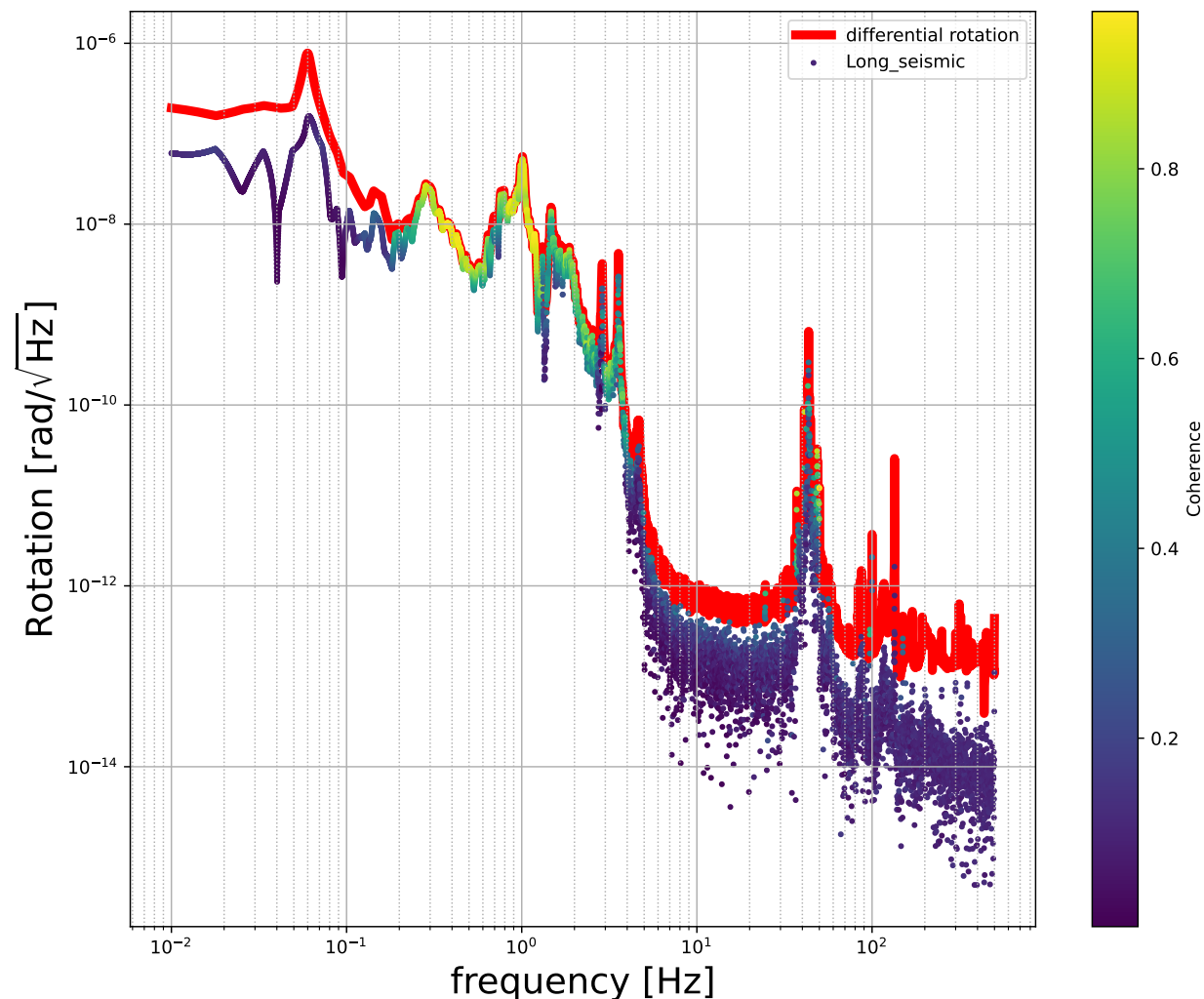


図 6.13: Long 方向の並進地面振動雑音。赤色の線が差動ねじれ回転角感度を、黄-紫色の点が Long 方向の並進地面振動雑音を示している。ただし、各点の色は、地震計信号と回転角信号のコヒーレンスを表している。

同相信号とのカップリング

同相・差動信号の分離が十分ではないために、実際には試験マスの差動回転が生じていないにも関わらず、Long 並進方向の振動を回転信号として読み取ってしまう場合がある。この可能性を考慮するため、図 6.14 に示すように、差動信号と同相信号のコヒーレンスを測定した。図 6.14 のように、0.2 Hz–5 Hz の広い帯域において、同相・差動信号間でのコヒーレンスが見られることがわかる。これより、信号の分離が十分に行われておらず、同相信号からのカップリングがあったことが予想される。特に、Long 並進地面振動とのコヒーレンスが見られた帯域において同相信号とのコヒーレンスも高い値となっているため、実際には並進地面振動カップリングではなく、同相信号からのカップリングが支配的である可能性も示唆される。信号の分離は、センサーのインプットマトリクスを調整し、センサーバランスを最適化することによって行うことができる。

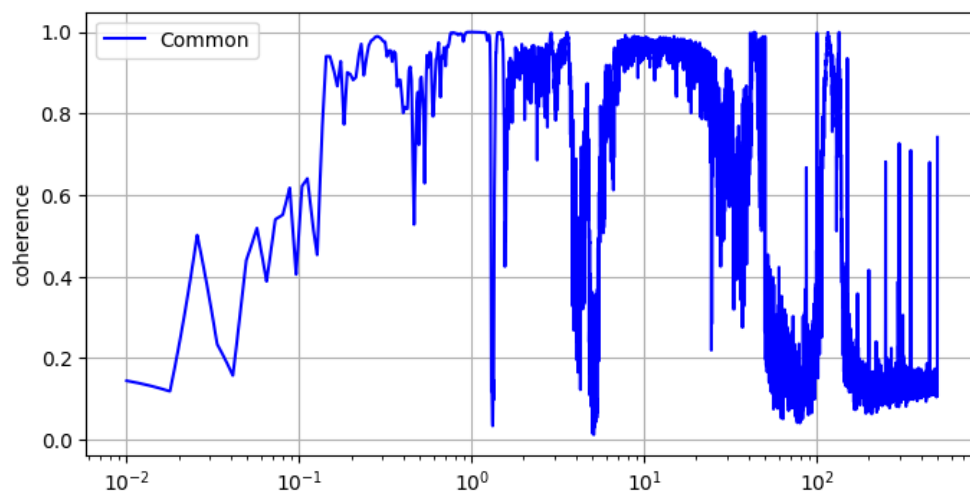


図 6.14: 相対ねじれ回転角と同相信号とのコヒーレンス。

この章では、本研究で得られた成果と今後の展望を述べる。

7.1 本研究の成果

本研究では、ねじれ振り子型重力波望遠鏡 TOBA をレーザー干渉計での制御によって動作させ、信号を取得した。

これによって、TOBA において初めて Fabry-Pérot 共振器を用いた制御を実現し、同じ実験装置を用いた先行研究から、4 Hz 以下の周波数帯では約 2 桁、4 Hz 以上の周波数帯では 4 桁以上感度を向上した。さらに、現在の感度を制限している雑音源とその低減方法について考察を行い、さらなる感度向上および Phase-III TOBA の完成に向けた道筋を示した。

7.2 Phase-III TOBA の設計感度実現に向けた展望

Phase-III TOBA の設計感度実現に向け、今後必要となる改善について述べる。

7.2.1 本実験装置での展望

本研究において、感度を推定する上で、キャリブレーションの不定性が大きな問題となった。今後は、レーザー周波数アクチュエーターへのインジェクションなどを用いて、光てこに頼らず直接センサーやアクチュエーターの効率を測定する方法の利用が求められる。さらに、感度向上に向けて、デジタルシステムの雑音や並進地面振動雑音の低減、および同相信号との分離が求められる。本実験系においては、CDS の前での信号増幅によるデジタルシステムの雑音の低減、およびセンサーバランスの調整による同相信号カップリングの低減を行う予定である。

7.2.2 新たな懸架系の構築

本実験系では、ねじれの共振周波数が設計値より高い、という問題に加え、回転ステージが試験マスの DC 回転を補償しきれないなどオペレーション上の問題もあった。これらの問題を改善した新たな懸架系を設計し、懸架点にアクチュエーターを備えたクライオスタットに構築する予定である。この系において、懸架点への加振などを通して試験マスの傾き調整を行い、並進地面振動雑音を低減して熱雑音レベルの感度への到達を目指す。

7.2.3 懸架系の冷却、要素技術の導入

7.2.2 において感度を制限した熱雑音を、懸架系を冷却することによって低減する。さらに、別グループで開発が進められている、低機械損失懸架ファイバーや能動防振系を導入することで、Phase-III TOBA の設計感度を実現する。

参考文献

第 1 章 はじめに

- [1] A. Einstein, Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, **1**, 688–696 (1916).
Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.
- [2] A. Einstein, Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, **1**, 154–167 (1918).
Über Gravitationswellen.
- [3] R. A. Hulse and J. H. Taylor, The Astrophysical Journal, **195**, L51–L53 (1975).
Discovery of a pulsar in a binary system.
- [4] J. H. Taylor and J. M. Weisberg, The Astrophysical Journal, **253**, 908–920 (1982).
A new test of general relativity: Gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16.
- [5] J. Aasi *et al.*, Classical and Quantum Gravity, **32**, 074001 (2015).
Advanced LIGO.
- [6] B. P. Abbott *et al.*, Physical Review Letters, **116**, 061102 (2016).
Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger.
- [7] F. Acernese *et al.*, Classical and Quantum Gravity, **32**, 024001 (2015).
Advanced Virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector.
- [8] H. Grote, Classical and Quantum Gravity, **29**, 124007 (2012).
Detector configuration of KAGRA—the Japanese cryogenic gravitational-wave detector.
- [9] K. Somiya *et al.*, Classical and Quantum Gravity, **27**, 084003 (2010).
The GEO 600 status.
- [10] Y. Aso *et al.*, Physical Review D, **88**, 043007 (2013).
Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector.
- [11] A. G. Abac *et al.*, [arXiv:2508.18082v2](https://arxiv.org/abs/2508.18082v2) [gr-qc] (2025).
GWTC-4.0: Updating the Gravitational-Wave Transient Catalog with Observations from the First Part of the Fourth LIGO-Virgo-KAGRA Observing Run.
- [12] B. S. Sathyaprakash and B. F. Schutz, Living Reviews in Relativity, **12** (2009).
Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves.
- [13] N. Yunes and X. Siemens, Living Reviews in Relativity, **16** (2013).
Gravitational-wave tests of general relativity with ground-based detectors and pulsar-timing arrays.
- [14] B. P. Abbott *et al.*, Physical Review Letters, **116**, 221101 (2016).
Tests of General Relativity with GW150914.
- [15] K. Danzmann *et al.*, Classical and Quantum Gravity, **13**, A247–A250 (1996).
LISA: laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements.
- [16] S. Kawamura *et al.*, Classical and Quantum Gravity **23**, S125–S131 (2006).
The Japanese space gravitational wave antenna - DECIGO.
- [17] M. Ando *et al.*, Physical Review Letters, **105**, 161101 (2010).
Torsion-Bar Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observations.
- [18] T. Shimoda, Doctoral Thesis, University of Tokyo (2019).

- Cryogenic Torsion Pendulum for Observing Low-frequency Gravity Gradient Fluctuation.*
http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/shimoda_d.pdf
- [19] A. Shoda, *et al.*, Physical Review D, **89**, 027101 (2014).
Search for a stochastic gravitational-wave background using a pair of torsion-bar antennas.
- [20] Y. Kuwahara, *et al.*, Physical Review D, **94**, 042003 (2016).
Search for a stochastic gravitational wave background at 1–5 Hz with a torsion-bar antenna.
- [21] S. Takano, *et al.*, Galaxies, **12**, 78 (2024).
TORSION-Bar Antenna: A Ground-Based Detector for Low-Frequency Gravity Gradient Measurement.
- [22] Y. Oshima, Doctoral Thesis, University of Tokyo (2024).
Torsion Pendulum with Interferometric Readout for Low-Frequency Gravity Gradient Observation.
https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/oshima_d.pdf
- 第 2 章 重力波とその検出**
- [23] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編著, 『重力波をとらえる』, 京都大学学術出版会 (1998).
- [24] M. Maggiore, *Gravitational Waves. Vol.1, Theory and Experiments*, Oxford Univ. Press (2008).
- [25] J. D. Creighton and W. G. Anderson, *Gravitational-Wave Physics and Astronomy*, John Wiley & Sons (2012).
- [26] B. P. Abbott *et al.*, Physical Review Letters, **119**, 161101 (2017).
GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral.
- [27] R. Abbott *et al.*, The Astrophysical Journal Letters, **915**, L5 (2021).
Observation of Gravitational Waves from Two Neutron Star-- Black Hole Coalescences.
- [28] C. Hann *et al.*, [arXiv:0801.4297v2](https://arxiv.org/abs/0801.4297v2) [gr-qc] (2008).
Method to estimate ISCO and ring-down frequencies in binary systems and consequences for gravitational wave data analysis.
- [29] *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, Gallery.*
<https://www.ligo.caltech.edu/gallery>
- [30] E. Müller *et al.*, The Astrophysical Journal, **603**, 221 (2004).
Toward Gravitational Wave Signals from Realistic Core-Collapse Supernova Models.
- [31] C. D. Ott *et al.*, Physical Review Letters, **96**, 201102 (2006).
A New Mechanism for Gravitational-Wave Emission in Core-Collapse Supernovae.
- [32] C. D. Ott, Classical and Quantum Gravity, **26**, 063001 (2009).
The gravitational-wave signature of core-collapse supernovae.
- [33] J. Weber, Physical Review Letters, **20**, 1307 (1968).
Gravitational-Wave-Detector Events.
- [34] A. Sesana *et al.*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **390**, 192–209 (1968).
The stochastic gravitational-wave background from massive black hole binary systems: implications for observations with Pulsar Timing Arrays.
- [35] K. S. Thorne and V. B. Braginsky, The Astrophysical Journal, **204**, L1–L6 (1975).
Gravitational-wave bursts from the nuclei of distant galaxies and quasars: Proposal for detection using Doppler tracking of interplanetary spacecraft.

第 3 章 ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA

- [36] R. Abbott *et al.*, Physical Review Letters, **125**, 101102 (2020).

- GW190521: A Binary Black Hole Merger with a Total Mass of $150 M_{\odot}$.*
- [37] M. C. Miller and D. P. Hamilton, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **330**, 232–240 (2002).
Production of intermediate-mass black holes in globular clusters.
- [38] M. C. Miller and E. J. M. Colbert, International Journal of Modern Physics D, **13**, 1–64 (2004).
Intermediate-mass black holes.
- [39] J. Harms *et al.*, Physical Review D, **88**, 122003 (2013).
Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors.
- [40] K. Juhel *et al.*, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, **123**, 889–901 (2018).
Earthquake Early Warning Using Future Generation Gravity Strainmeters.
- [41] S. S. Y. Chua *et al.*, Applied Physics Letters, **122**, 201102 (2023).
The torsion pendulum dual oscillator for low-frequency Newtonian noise detection.
- [42] K. Ishidoshiro *et al.*, Physical Review Letters, **106**, 161101 (2011).
Upper Limit on Gravitational Wave Backgrounds at 0.2 Hz with a Torsion-Bar Antenna.
- [43] A. Shoda, Doctoral Thesis, University of Tokyo (2014).
Development of a High-Angular-Resolution Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observation.
https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/shoda/Thesis_shoda.pdf
- [44] A. Shoda *et al.*, Physical Review D, **95**, 082004 (2017).
Ground-based low-frequency gravitational-wave detector with multiple outputs.
- [45] H. J. Kimble *et al.*, Physical Review D, **65**, 022002 (2001).
Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and/or output optics.
- [46] 下田智文, 修士論文, 東京大学 (2017).
「ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための地面振動雑音低減法の研究」
https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/shimoda_m.pdf
- [47] T. Shimoda *et al.*, Physical Review D, **97**, 104003 (2018).
Seismic cross-coupling noise in torsion pendulums.
- [48] Ching Pin Ooi, Master Thesis, University of Tokyo (2018).
Mechanical Loss of Crystal Fibres for Torsion Pendulum Experiments.
https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/ooi_m.pdf
- [49] 高野哲, 修士論文, 東京大学 (2018).
「ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための能動防振系の開発」
http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/takano_m.pdf
- [50] 宮崎祐樹, 修士論文, 東京大学 (2019).
「ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための高感度角度センサの開発」
http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/miyazaki_m.pdf
- [51] H. B. Callen and T. A. Welton, Physical Review, **83**, 34 (1951).
Irreversibility and Generalized Noise.
- [52] T. Shimoda, Ando Lab Seminar, University of Tokyo (2017).
Improved wave front sensor using a Gouy phase compensation cavity.
https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/shimoda/presentation/rinko171222_shimoda.pdf
- [53] S. Takano, Doctoral Thesis, University of Tokyo (2024).

Cryogenic Monolithic Interferometer for Low-frequency Gravitational Wave Observation. https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/takano_d.pdf

- [54] F. Matichard and M. Evans, Bulletin of the Seismological Society of America, **105**, 497–510 (2015).
Review: Tilt-Free Low-Noise Seismometry.

- [55] 山元一広, 修士論文, 東京大学 (1996).
「TAMA300 の Suspension system および鏡の熱雑音の推定」
http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/yamamoto_m.pdf

第 5 章 レーザー干渉計によるねじれ振り子の動作制御

- [56] 和泉究, 修士論文, 東京大学 (2009).
「レーザー干渉計型重力波検出器のための Fabry-Perot 共振器の共振引き込み研究」

第 6 章 実験結果

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの人にお世話になりました。ここに深い感謝の意を示します。

指導教員の安東正樹教授には、安東研究室での研究を進める上で多大なるサポートをいただきました。本研究の重力波望遠鏡 TOBA は氏が提案したものであり、非常に興味深く取り組みがいのあるテーマを提供していただきました。また、国内外の学会での多数の発表機会を与えていただき、良い経験を得ることができました。実験が行き詰まった際には、豊富な経験と知識からの確かなアドバイスをしていただきました。私の思考が至らず要領を得ない議論をしてしまうこともありましたが、状況を整理し筋道を立てて問題を解決することの重要性を繰り返し説いていただいたおかげで、本研究に着手した頃には無理難題に思えたことにも解決策を見出せるようになりました。重力波実験の研究を行う上でこの上なく良い環境を与えてくださり、心から感謝しております。

安東研究室助教の小森健太郎氏には、実験の相談に何度も乗っていただきました。私が毎日のように基礎的な質問を投げかけても、嫌な顔ひとつせず丁寧に説明してくださったおかげで、分かることやできることが少しずつ増えて行きました。また、進学直後の私に教育的なテーマとして B-L ダークマター探索実験を割り当てていただいたり、氏に同行して KAGRA でコミッショニング作業を行う機会をいただいたりと、勉強の機会と研究へのモチベーションも多々与えていただきました。多岐に渡る自らの研究を進めつつ、面倒見よく学生の相談や議論に乗る氏の姿は、研究面のみならず人格の面においても私の憧れです。また、周囲に数少ないプロ野球ファン同士としての雑談も楽しかったです。

安東研究室特任研究員の杉本良介氏には、研究を進める上で多くの助言をいただきました。装置や回路の製作に関する豊富な知識を活かして快く手助けをしてくださったおかげで、実験の基礎知識が身につけて行きました。また、私が個人的な興味から KAGRA や DECIGO の光学系の構成について尋ねたときも、何度も丁寧に説明をしてくださり、干渉計への理解が深まりました。氏のここぞという場面での力の入れ方には目を見張るものがあり、私も感化されて頑張れた、という面もありました。

安東研究室卒業生で、現 AEI 研究員の高野哲氏には、海外からにも関わらず多くのサポートをいただきました。TOBA 開発に携わる後輩として気にかけていただき、何度もオンラインで議論していただきました。TOBA について右も左もわかっていない私の素朴な疑問にも真剣に向き合ってくださり、何度も議論を重ねたおかげで、TOBA への理解が深まって行きました。氏のサポートなしでは、本研究は成し得なかったでしょう。また、氏が帰国した年末には、対面で実験を見ていただき多くの議論を交わしました。氏の実験の際の動きや議論の整理の方法から、問題を細分化し一つずつ解決していくことの重要性を学びました。年の瀬の実験室での、氏と杉本氏による暗算での位相補償回路の設計という離れ技は忘れられません。

安東研究室卒業生の大島由佳氏には、在学中はもちろん、卒業し就職した後にも何度も助言をいただきました。本研究は氏の博士論文を引き継いだものであり、氏の研究なしには成立しませんでした。氏のおかげで、修士課程から TOBA のコミッショニングというやりがいのあるテーマに取り組めたことに感謝します。自分が設計に関わっていない系を扱うのは難しさもありましたが、卒業前の丁寧な説明に加え、卒業後にも度々質問に答えていただけたおかげで、本研究を成し遂げることができました。また、氏は自身の博士論文執筆に忙しいときにも、私の実験系の設計や申請書の添削に時間を割いてくださりました。氏の申請書の添削は非常に丁寧で、申請書を書く上で重要な点を多く学びました。

宇宙線研究所助教の横澤孝章氏には、TOBA コラボレーターとして大きなサポートをいただきました。特に、本研究におけるデジタルシステムの構築は大部分が氏によるものです。1 日でデジタルシステムの大半を構築し終えてしまう氏の手際の良さに感銘を受けました。また、氏は本研究の進捗を逐一把握していないにも関わらず、本郷に来るたびに議論の中から現状を把握し、的確な指摘を投げかけてくれます。氏との議論の中で私の理解がまとまっていくことも多く、氏の実験での働き以上に多くの助けをいただきました。

国立天文台助教の鷺見貴生氏にも、コラボレーターとしてサポートをいただきました。本郷に来てくださった際には回路の修理を手伝っていただき、またニュートニアンノイズについての議論もしていただきました。

本修士論文の副査である和泉究氏には、多くの質問や助言をいただきました。氏の豊富な経験と知識による指摘は的確で、今後の実験の方針を立てる上で非常に参考になりました。修士論文のとても細かいところまで読み込んでいただき、深い議論ができたことに感謝いたします。

同じく副査である三代木伸二氏には、干渉計や制御への豊富な知識をもとに多くの質問をいただきました。有意義な議論ができたことに感謝いたします。

他の安東研究室のメンバーおよび卒業生、道村研究室のメンバーにも深く感謝いたします。

安東研究室博士3年の小野將矢氏には、海外で実験を行う姿に刺激を受けました。また、一時帰国された際には、私の留学先の候補について相談に乗っていただきました。

安東研究室博士2年の瀧寺陽太氏には、最も学年の近い先輩として様々な面でお世話になりました。特に、進学当初に勉強すべきものについて資料をいただいたり、機器の使い方を丁寧に教えていただくと気にかけていただきました。氏は、黙々と実験を行って研究を進めており、その勤勉さを私も見習いたいと思います。

安東研究室修士2年の山口由貴氏には、同期としてお世話になりました。趣味の日本酒の話などができて楽しかったです。

安東研究室修士1年の轟優里氏は、私と同じ TOBA 開発に携わる頼もしい後輩です。懸架ワイヤーの測定を精力的に行っており、同じテーマに携わる私も刺激を受けました。氏の今後の実験成果に期待しています。

安東研究室修士1年の亀田峻氏は、研究以外にも様々な分野に携わっており、広い視野をくれる存在です。氏の元気な関西弁は、関西出身の私にとってとても心地よく、研究室の雰囲気をも明るくしてくれるように感じます。

安東研究室卒業生で、現国立天文台特任研究員の藤本拓希氏は、優れた理論計算の能力と卓越した干渉計の知識を持っています。氏は度々干渉計について説明をしてくださり、私の理解度に応じて適切な内容を話題にし、時には宿題を出すことで、私の干渉計への理解を深めてくださりました。氏との議論を通して、私は干渉計の面白さに気づくことができました。私の安東研究室への在籍が大島氏、藤本氏の両氏と1年だけでも重なっていたことが、この上ない幸運だったと感じます。

元安東研究室特任研究員で、現東京科学大特任助教の王浩宇氏には、私の拙い英語にも優しく対応していただきました。氏の英語はとても聞き取りやすく、苦手な英語での会話も楽しめました。

ビッグバン宇宙センター准教授の道村唯太氏には、セミナーや発表練習でお世話になりました。氏の知識の幅はとても広く、解析や理論分野の研究者とも対等に議論する姿を尊敬しています。

道村研究室修士1年の本庄海築氏には、セミナーや発表練習でお世話になりました。氏の出身地が私の学部時代と近いこともあり、話していて楽しかったです。

大阪公立大学教授の神田展行氏は、私が修士1年の頃に KAGRA student workshop を開催してくださりました。これを通して、重力波に携わる学生間の繋がりが格段に増え、学会等で気軽に議論や進捗報告ができるようになりました。学会等で議論した他研究室所属の方々、および彼らと触れ合う機会をくださった神田氏に深く感謝します。

理学系研究科試作室の大塚茂巳氏、下澤東吾氏には、多くの部品を製作していただきました。私の都合で短い納期での製作をお願いしてしまうこともありましたが、素早く対応してくださりありがとうございました。

物理事務分室の田中京子氏には、物品購入や学会参加の手続きで大変お世話になりました。手続きのミスや期限間際の依頼など多大なるご迷惑をおかけしましたが、優しく対応していただきありがとうございました。

最後に、様々な面で私を支え応援してくださった家族と友人に感謝します。