修士論文

ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための 地面振動雑音低減法の研究

東京大学 大学院理学系研究科物理学専攻 安東研究室下田智文

2017年1月5日 提出 2017年1月24日 改訂

目 次

第1章	はじめに	6
第2章	重力波とその検出	8
2.1	重力波の性質	8
	2.1.1 Einstein 方程式の線形近似	8
	2.1.2 重力波の伝播	9
	2.1.3 質点に対する影響	10
	2.1.4 重力波の放射	10
2.2	重力波源....................................	11
2.3	重力波の検出	12
第3章	ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA	14
3.1	原理	14
	3.1.1 重力波に対するねじれ振り子の応答	14
	3.1.2 マイケルソン干渉計	17
	3.1.3 通常の地上レーザー干渉型との比較	18
3.2	観測対象	20
	3.2.1 ブラックホール連星合体	20
	3.2.2 背景重力波振幅への制限	20
	3.2.3 Newtonian Noise	21
	3.2.4 重力場変動を用いた地震速報	21
3.3	TOBA 目標感度	22
3.4	先行研究	22
	3.4.1 Phase-I TOBA	22
	3.4.2 Phase-II TOBA	23
3.5	Phase-III TOBA	25
	3.5.1 目標感度	25
	3.5.2 基本構成	26
	3.5.3 開発内容	26
	3.5.4 他の雑音源	29
	355 デザイン感度	31

第4章 4.1 4.2	地面振動雑音回転地面振動雑音回転地面振動からのカップリング雑音4.2.1 カップリング経路4.2.2 カップリング経路 1: 重心-懸架点ズレ4.2.3 カップリング経路 2: 試験マス両端の鏡面の傾き4.2.4 カップリング経路 3: ビームスポットの高さズレ4.2.5 カップリング雑音の低減	34 37 38 39 44 48 50
第5章	カップリング雑音低減実験	54
5.1 5.2 5.3	構成 5.1.1 試験マス 5.1.2 光学系ベンチ 5.1.3 2 段ねじれ振り子懸架系 5.1.4 ヘキサポッドステージ 5.1.5 デジタルシステム Yaw 回転の制御 伝達関数の計測	54 54 55 61 63 67 67 70
第6章	実験結果	72
6.1	カップリング伝達関数の計測	72
6.2	カップリングの低減	74
	6.2.1 カウンターウェイトによる低減	74
	6.2.2 アクチュエートによる低減	77
6.3	感度の向上	79
	6.3.1 他の雑音の寄与	80
第 7 章 7.1 7.2	まとめと今後の展望 実験結果のまとめ	86 86 87
補遺 A	フィードバック制御	90
補遺 B	電気回路	94
補遺 C	非線形カップリング	98
補遺 D	鉛直振動から回転への伝達	100
参考文献	**	104

記号・略語一覧

G 万有引力定数

c 光速

kBボルツマン定数ず重力加速度

M 質量

I 慣性モーメント

 $H_{\alpha \to \beta}$ 地面振動の α 成分からマスの β 成分への伝達関数

添字 T,L,V,P,R,Y それぞれ座標の Trans,Long,Vert,Pitch,Roll,Yaw を表す。座標の定義は本文参照

GW Gravitational Wave

BH Black Hole

IMBH Intermediate Massive Black Hole

SMBH Supermassive Black Hole

LIGO Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory

LISA Laser Interferometer Space Antenna

DECIGO DECi-hertz Interfetometer Gravitational Wave Observatory

TOBA TOrsion-Bar Antenna TM Test Mass(試験マス)

OB Optical Bench(光学系ベンチ)
IM Intermediate Mass(中段マス)
DM Damping Mass(ダンピングマス)

MI Michelson Interferometer

PD Photo Detector PS Photo Sensor TF Transfer Function

OLTF Open-Loop Transfer Function

UGF Unity Gain Frequency

第1章 はじめに

重力波は時空の歪みが光速で伝播する現象である。その存在は一般相対性理論における Einstein 方程式の波動解として 1916 年に A. Einstein 自身によって予言された [1]。高い透過力を持ち電磁波では見えない天体や初期宇宙の観測が可能になると予想されていたが、振幅が極めて微小であるため検出は難しいと考えられていた。しかし 1970 年代、J. H. Taylor らによる連星パルサー PSR1913+16 の公転周期の変化の観測から重力波の存在は間接的に証明され [2]、2015 年 9 月 14 日には、アメリカのレーザー干渉型重力波望遠鏡 LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) によって初の直接検出が達成された [3]。続いて同年 12 月 26 日にもう一例の検出も報告されている [4]。観測されたのはブラックホール連星合体であり、波形の解析からブラックホールの質量や距離などが特定され、さらに強い重力場中での一般相対論の検証も行われた。重力波による新しい天文学が開拓されたのである。現在 LIGO は検出器の感度向上へ向けた改良を行っており、今後の観測でさらに検出数・精度が向上することが期待される。他にも欧州の Virgo・日本の KAGRA・インドの LIGO-India など世界各地で同様の検出器の建設が進んでいる。これらを用いた今後の観測によって検出数・精度ともに向上し、本格的な重力波天文学が可能になると期待されている。

感度向上と同時に観測周波数帯の拡大も進められている。電磁波天文学と同様に観測周波数帯 の拡大によってより多くの現象を観測することができるためである。例えば 0.1Hz 以下の低周波 数帯では超大質量ブラックホール $(\mathrm{SMBH}; > 10^8 M_{\odot})$ 連星や中間質量ブラックホール $(\mathrm{IMBH};$ $>10^3 M_{\odot})$ 連星の合体やインフレーション期起源の背景重力波などの重力波源が存在すると考 えられている。これらにより銀河中心の超大質量ブラックホールの形成過程に知見を得られるほ か、ごく初期の宇宙を直接探査できる可能性があり、科学的な意義も非常に大きい。このようなモ チベーションに基づき、宇宙空間にレーザー干渉計を展開し $0.03 \mathrm{mHz}$ - $0.1 \mathrm{Hz}$ の重力波観測を行う LISA(Laser Interferometer Space Antenna)[5] や、0.1Hz-10Hz の観測を目指す DECIGO(DECihertz Interfetometer Gravitational Wave Observatory)[6] といった計画が進められている。地球 上では地面振動の防振が難しいため通常のレーザー干渉型検出器では 1Hz 以下での観測が難しい が、宇宙空間ではその影響から逃れることができるためである。既に LISA の前哨衛星である LISA Pathfinder が打ち上げられ、LISA に必要となる技術の多くについて実証に成功している [7]。LISA 本体も 2030 年台の打ち上げを目指して開発が進められており、DECIGO も追っての観測開始を目 指している。これらが実現すれば重力波天文学が更に進展することは間違いない。しかし宇宙空間 での観測は多大な時間とコストを必要とする上に、打ち上げ後に装置の調整や改良を行うことがで きないという欠点もある。

そこで地上でも低周波数帯 (0.1-10 Hz) の重力波観測を試みようと提案された方法の一つがねじれ型重力波望遠鏡 $TOBA(TOrsion-Bar\ Antenna)$ である [8]。通常の振り子よりも共振周波数の低

いねじれ振り子の回転モードを用いることで、地面振動から孤立した自由質点に近い状態を低周波数帯でも実現することが可能になり、低周波重力波に対して感度を持つことができる。既に複数のプロトタイプが製作されており [9][20]、重力波振幅への制限を設けることに成功している。現在はさらなる感度向上のための開発が進められている。

TOBA の感度向上において、中でも重要な開発項目の一つが地面振動雑音の低減手法である。低周波重力波に対して感度を持つためにはねじれ回転モードを地面振動の影響から十分孤立させることが不可欠であり、特に並進地面振動による影響を除くことが大きな課題となっている。並進振動の回転モードへの影響はねじれ振り子特有の問題であり、先行研究も少なく低減方法が確立されていない。その他にも、振り子に働く外力雑音や回転を検出するセンサの雑音、熱振動による雑音なども感度向上を妨げている要因であるため、これら雑音を低減する技術開発も行わなければならない。

今回、我々は TOBA の感度向上へ向け特に地面振動雑音の低減手法の開発を行った。並進地面振動がねじれ回転信号に伝達される雑音はカップリング雑音と呼ばれ、装置の様々な非対称性によって生じる。これまでカップリングが生じる経路については詳しく調べられてこなかったが、本論文では試験マスなどによって導入されるカップリングの経路を系統的にまとめた。そこからカップリングを特徴づけるパラメータを特定し、試験マスの傾きの調整などによってカップリングを低減する手法を考案した。さらに実験によってこれらの計算の正当性と低減手法の有効性を実証した。

本論文では、まず第 2章で重力波の基本的な性質や波源、検出器について紹介する。続く第 3章でねじれ型重力波望遠鏡 TOBA について説明し、現在進められている Phase-III TOBA 計画について説明する。第 4章で試験マスのカップリング経路をまとめ、それらの低減手法についても述べる。第 5章では低減実証実験のセットアップと実験手法について説明する。最後に第 6章で実験結果を示し、第 7章でそれらの結果のまとめと今後の展望を記す。

第2章 重力波とその検出

重力波は時空の歪みが光速で伝播する現象である。一般相対性理論における Einstein 方程式を線形近似した場合の波動解として導かれる。本章では、Einstein 方程式の線形化から重力波の性質を簡単に示した後、予測されている主な重力波源と現在の検出法について述べる。計算の詳細は[10] などを参照。

2.1 重力波の性質

2.1.1 Einstein 方程式の線形近似

一般相対性理論によれば、時空間内の 2 点 $x_\mu, x_\mu + dx_\mu$ の世界間隔 ds は、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を用いて

$$(ds)^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} \tag{2.1}$$

と表される。 $g_{\mu\nu}$ は Einstein 方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{2.2}$$

に従い決定される。方程式 (2.2) は左辺のリッチテンソル $R_{\mu\nu}$, リッチスカラー $R\equiv R^{\mu}_{\ \mu}$ が時空の性質を表しており、左辺のエネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ が時空間内の物質・エネルギーを表している。

一般に Einstein 方程式 (2.2) を解くのは容易ではないが、重力場が弱い場合には平坦な時空からの 摂動を考えて線形化することで近似的に解くことができる。いま、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を Minkowski 時空 $\eta_{\mu\nu}$ とそこからの微小なズレ $h_{\mu\nu}$ の和として、

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \qquad (|h| \ll 1)$$
 (2.3)

と置く。 $h_{\mu\nu}$ を更に $\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h^{\alpha}{}_{\alpha} (\text{trace-reversed metric})$ に変換し Lorentz ゲージ $\bar{h}^{\mu\alpha}{}_{,\alpha} = 0$ の条件を課すことで、式 (2.2) は h の 1 次までのオーダーで

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2.4}$$

と波動方程式の形に近似される。 $\Box = -\frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} + \triangle$ はダランベルシアンである。ミンコフスキー時空からの揺らぎが波動的性質を持つことがわかる。

2.1.2 重力波の伝播

真空中の重力波の伝播は式 (2.4) で $T_{\mu\nu}=0$ とした方程式を考えることで求められる。解は明らかに平面波

$$\bar{h}_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}) \tag{2.5}$$

の形で表すことができ、 $h_{\mu\nu}$ の対称性と Lorentz ゲージ条件、波動方程式から係数 $a_{\mu\nu}$ および波数 ベクトル k_{α} は

$$a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu} \quad , \quad a^{\mu\alpha}k_{\alpha} = 0 \quad , \quad k_{\alpha}k^{\alpha} = 0 \tag{2.6}$$

を満たす。さらに座標のとり方の任意性を除くため Transverse Traceless gauge(TT gauge) 条件

$$h_{\mu 0} = 0 \tag{2.7}$$

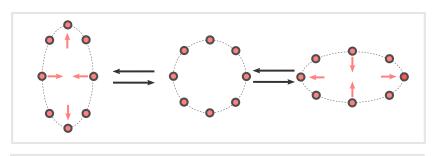
$$\partial^{\alpha} h_{\mu\alpha} = 0 \tag{2.8}$$

$$h^{\alpha}{}_{\alpha} = 0 \tag{2.9}$$

を課すことで $a_{\mu\nu}$ は次の形に表すことが出来る。

$$a_{\mu\nu} = a^{\text{(TT)}}{}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{+} & h_{\times} & 0 \\ 0 & h_{\times} & -h_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 (2.10)

 $a_{\mu\nu}$ には 2 つの自由度 h_+,h_\times が残っており、これは重力波の偏光に対応する。それぞれ + モードと \times モードと呼ばれ、図 2.1 のように質点群を一方向に引き伸ばし他方向に押し縮めるような潮汐力を与える。+ モードと \times モードは方向が 45 °回転した関係にある。



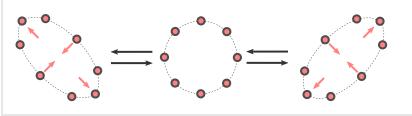


図 2.1: 重力波の偏光モード

2.1.3 質点に対する影響

時空間内の近接した 2 点 x^{μ} , x^{μ} + ξ^{μ} に質点が置かれているとし、そこに重力波が入射する場合を考える。まず 2 つの質点それぞれの測地線方程式

$$\frac{d^2x^{\mu}}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta}(x)\frac{dx^{\alpha}}{d\tau}\frac{dx^{\beta}}{d\tau} = 0$$
 (2.11)

$$\frac{d^2(x^{\mu} + \xi^{\mu})}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta}(x + \xi) \frac{d(x^{\alpha} + \xi^{\alpha})}{d\tau} \frac{d(x^{\beta} + \xi^{\beta})}{d\tau} = 0$$
 (2.12)

の差を考えることで、2点間の差 ξ に対する式(測地線偏差の方程式)が導かれる。

$$\frac{d^2 \xi^{\mu}}{d\tau^2} + R^{\mu}{}_{\alpha\beta\gamma} \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \xi^{\beta} \frac{dx^{\gamma}}{d\tau} = 0 \tag{2.13}$$

 $R^{\mu}{}_{\alpha\beta\gamma}$ はリーマンテンソルである。時空の歪み $h_{\mu\nu}$ の 1 次までの寄与を残すと、 $d au\sim dt, \frac{dx^{\mu}}{d au}\sim (c,0,0,0)$ と近似してよい。またリーマンテンソル $R^{\mu}{}_{0\beta0}$ はゲージを変えても不変であるから、TT ゲージ条件のもとで求めた (2.10) を用いて計算すればよく、

$$\frac{\partial^2 \xi^{\mu}}{\partial t^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h^{(\text{TT})\mu}{\beta}}{\partial t^2} \xi^{\beta} = 0 \tag{2.14}$$

$$\ddot{\xi}^{\mu} = \frac{1}{2}\ddot{h}^{(TT)\mu}{}_{\beta}\xi^{\beta} \tag{2.15}$$

となる。2点間の相対座標によって決まる方向に潮汐力が働くことが分かる。

例として $\xi=(x,y,0)$ の 2 つの質点に+z 方向から入射する重力波を考えると、+ モード (h_+) の寄与は次のようになる。

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}\ddot{h}_{+}x$$
 , $\ddot{y} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_{+}y$ (2.16)

x 方向に引き伸ばし y 方向に押し縮める、又はその逆であることが分かる。 \times モード (h_{\times}) の寄与は、

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}\ddot{h}_{\times}y$$
 , $\ddot{y} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_{\times}x$ (2.17)

よって

$$\ddot{x} + \ddot{y} = \frac{1}{2}\ddot{h}_{\times}(x+y)$$
 , $\ddot{x} - \ddot{y} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_{\times}(x-y)$ (2.18)

(x+y) 方向 (x 軸から+45 °回転した方向) に引き伸ばし (x-y) 方向 (x 軸から-45 °回転した方向) に押し縮める、又はその逆であることが分かる。確かに図 2.1 のように働くことが確認される。

2.1.4 重力波の放射

重力波の放射を求めるには式 (2.4) の右辺を考える必要がある。波源から十分遠方での観測を考えるとき、波源が重力波の波長に比べ十分に小さいことを仮定すると、

$$h^{\text{(TT)}}_{ij}(t, \boldsymbol{x}) \simeq \frac{2G}{c^4 r} \frac{\partial^2}{\partial t^2} Q_{ij}(t - r/c)$$
 (2.19)

ただし、r は観測点から波源までの距離であり、 Q_{ij} は次で与えられる波源の四重極モーメントである。

$$Q_{ij} = \int \rho(x^i x^j - \frac{1}{3} \delta_{ij} r^2) d^3 x$$
 (2.20)

双極子放射が主要な電磁波と異なり、重力波の放出には四重極モーメントが重要となる。

2.2 重力波源

現在想定されている重力波源のうち主要なものを幾つか紹介する。

コンパクト連星合体

ブラックホールや中性子星といったコンパクトな天体からなる連星系は軌道運動によって重力波を放出する。重力波の放出に伴いエネルギーを失うため軌道は徐々に収縮しやがて合体する。このとき重力波の波形は軌道半径の変化に従って周波数・振幅が増大していくチャープ波形となり、連星が合体し終えたところで重力波の放射も止まっていく。波形の理論予測が可能であるため、観測との比較により連星の質量・スピンなどさまざまな情報を知ることが出来る。波形から中性子星の状態方程式に制限をつけたり一般相対性理論の検証に用いたりすることが可能であり、サイエンスへの応用も幅広い。

LIGO によって検出が成されたのもこのコンパクト連星による重力波であった。検出されたのはいずれもブラックホール連星であり、既に波形を用いた一般相対論の検証などが行われた。そう遠くないうちに中性子星連星なども検出されると期待されている。

超新星爆発

超新星爆発は激しい質量の移動を伴うため重力波源の候補として期待されている。完全に球対称な爆発では重力波の放射はないが、自転などによる重力崩壊の非対称性があると重力波が放出される。系が複雑であるため波形の予測は難しいが、1kHz 付近の高周波数帯でバースト的に放射されると考えられている。電磁波では見えない超新星爆発内部の情報を重力波観測により抽出できる可能性があり、爆発のメカニズム解明に貢献できることなどが期待されている。

背景重力波

初期宇宙の量子ゆらぎに起因する重力波や、白色矮星連星など分離できない天体からの寄与の重ね合わせが背景重力波として存在している。特に初期宇宙由来の重力波は、ビッグバン直後のごく初期の時代を直接観測することが出来る唯一の方法であり、宇宙論的に大きな意義を持つ観測対象である。残念ながら現在達成されている検出器の感度よりも数桁小さいことが予想されているため、検出にはまだ時を要する。LISA や DECIGO など宇宙空間での低周波数帯の観測により背景重力波を捉えることが計画されており、現在技術開発が進められている。

パルサー

高速回転するパルサーに僅かな凹凸などが存在し完全な軸対称ではない場合、パルサーの回転周 波数で重力波が放射される。回転に伴う周波数の変化は小さく、連続波に近い重力波を放出すると 考えられている。

2.3 重力波の検出

本節では重力波の検出方法について主なものを幾つか紹介する。

レーザー干渉型検出器

LIGO, Virgo, KAGRA などで採用されている現在主流の検出手法であり、重力波による試験マス(鏡)の位置変動をレーザー干渉計で検出するものである。基本形はマイケルソン干渉計であるが、実際には応答を上げるため両腕はファブリペロー共振器になっており、干渉計内のレーザー光強度を上げるためのパワーリサイクリング鏡や、重力波に対する応答帯域を広げるためのシグナルリサイクリング鏡などが組み合わせられている。地面振動による鏡の振動を抑えるために鏡を多段振り子で懸架して防振が行われている。また音や対流の影響を除くために装置全体は真空槽に入れられており、他にも様々な雑音低減の工夫がなされている。

通常の地上レーザー干渉型検出器の感度は $10 {
m Hz}$ - $10 {
m kHz}$ に制限されており、低周波数側は地面振動雑音、高周波数側はレーザー光の量子性に起因する量子雑音、でリミットされている。低周波側は通常の振り子では共振周波数 ($\sim 1 {
m Hz}$) 以下での防振効果が得られないためであり、高周波側は光の量子雑音が周波数に比例して増大していくためである。

共振型検出器

共振型検出器は重力波によるマスの共振モードの励起を捉えるものである。最初に製作された重力波検出器である。原理的にモードの共振周波数付近の狭帯域でしか感度を持たないため、コンパクト連星合体などの波形の観測はできないが、連続重力波の観測に用いることが出来る。

ドップラートラッキング

ドップラートラッキングとは、地球とスペースクラフトを試験マスとして、その間を往復する電波のドップラーシフトによって重力波を検出する方法である。非常に長い基線長 $(1-10\mathrm{AU})$ のため、 $\mu\mathrm{Hz}\sim\mathrm{mHz}$ 帯の重力波に感度を持つことができる。探査機 Cassini などを用いた探査が行われ、背景重力波振幅に制限をつけることに成功している。

パルサータイミング

パルサータイミングとは、パルサーからのパルスの到着時間の重力波によるズレを探査する方法であり、 $1 n Hz \sim 1 \mu Hz$ の非常に低周波数帯の観測が可能である。複数のパルサーを用いることで感度を向上させることができる。

第3章 ねじれ型重力波望遠鏡TOBA

ねじれ型重力波検出器 TOBA(TOrsion-Bar Antenna) は、ねじれ振り子の回転を用いて重力波を捉える装置である。通常のレーザー干渉型検出器では鏡は振り子で懸架されており、その共振周波数 (~1Hz) 以下では地面振動に対し防振効果が得られない上に、重力波に対する応答も低下するため 1 Hz 以下の低周波数帯の観測は難しい。一方でねじれ振り子は共振周波数を数 mHz 程度まで小さくすることが容易であり、0.1Hz ~ 1 Hz 付近の低周波数帯での観測が可能になる。衛星を用いた宇宙空間での観測に対して、地上に建設できることによるコストの低さや修理・アップグレードが容易であるといったメリットもある。基本的な設計が 2010 年に提案された後、現在までに複数台のプロトタイプが製作され、現在も開発が進められている。

ねじれ型重力波望遠鏡の基本的な構成は、水平に懸架された棒状の試験マスとその回転を読み取る光学系からなる。読み取り光学系にはレーザー干渉計を用いるため、これもレーザー干渉型検出器の一種である。

本章では、まず TOBA の基本的な原理について述べ、これまでの先行研究を紹介する。続いて 感度向上を大きく妨げている雑音の一つである地面振動雑音について詳しく述べ、その後他の雑音 についても簡単に紹介する。

3.1 原理

ねじれ振り子を用いた重力波検出の原理について述べる。まず重力波の影響下での運動方程式を考えることで、重力波により試験マスが回転することを確認し、その後その回転を検出するマイケルソン干渉計の原理についても簡単に述べる。

3.1.1 重力波に対するねじれ振り子の応答

水平面内 (xy 平面とする) に懸架された試験マスの鉛直軸周りの回転 (Yaw 回転) に関する運動方程式は、

$$I_{Y}\ddot{\theta}_{Y}(t) + \Gamma \dot{\theta}_{Y}(t) + \kappa_{Y}\theta_{Y}(t) = N_{\text{ext}}(t)$$
(3.1)

と表される。ここで $\theta_Y(t)$ はねじれ回転角、 I_Y は Yaw 方向の慣性モーメント、 Γ は散逸、 κ_Y はワイヤの復元力によるバネ定数、 $N_{\rm ext}(t)$ は外力によるトルクである。

いま鉛直方向から到来する重力波を考える。重力波は図3.1 のように試験マスに潮汐力として働くため試験マスは回転するが、この応答を計算したい。重力波による外力トルクは式(2.15) を用いて計算される。ここで、重力波の波長は試験マスに対して十分長いとして h^{ij} の空間依存性は無

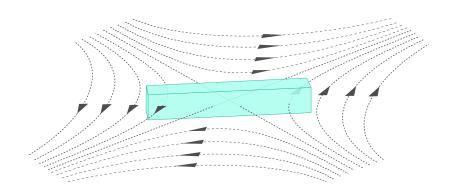


図 3.1: 重力波による潮汐力

視するとする。重心から見て位置 ξ^μ にある微小領域の単位質量あたりに働く力が (2.15) であるから、原点を基準としてこの ξ^μ まわりの微小領域 dV がもつエネルギーは、

$$dU = -\int_0^{\xi} \frac{\rho dV}{2} \ddot{h}_{ij}^{(TT)} \xi_j' d\xi_i'$$
(3.2)

これを試験マス全体にわたって積分すれば全エネルギー

$$U = -\int_{\text{TM}} \int_0^{\xi} \frac{\rho dV}{2} \ddot{h}_{ij}^{(\text{TT})} \xi^{j'} d\xi^{i'} = -\frac{1}{4} \ddot{h}_{ij}^{(\text{TT})} \int_{\text{TM}} \rho \xi^i \xi^j dV$$
 (3.3)

を得る。試験マス位置を鉛直軸周りに微小回転させたときのエネルギーの変化率がトルクであるから、上式より計算すると

$$N_{\rm GW} = -\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij}^{\rm (TT)} q^{ij} \tag{3.4}$$

の形に表せる。ここで q^{ij} は動的四重極モーメントと呼ばれ一般のモードについて次の形で与えられる。

$$q^{ij} = \int \rho(\xi^i w^j + \xi^j w^i - \frac{2}{3} \delta^{ij} \xi^k w_k) dV$$
(3.5)

 w^i はモード関数と呼ばれ、考えているモードについてマスの各点がどのように動くかを表したものである。鉛直軸周り回転については、

$$w^{i} = (-y, x, 0) \tag{3.6}$$

となるため、具体的には

$$q^{11} = -q^{22} = -\int \rho(2xy)dV \equiv q_{+}$$
 (3.7)

$$q^{12} = q^{21} = \int \rho(x^2 - y^2)dV \equiv q_{\times}$$
 (3.8)

である。

以上をまとめると、重力波のもとでの試験マスの運動方程式は

$$I_{Y}\ddot{\theta_{Y}}(t) + \Gamma\dot{\theta_{Y}}(t) + \kappa_{Y}\theta_{Y}(t) = \frac{1}{4}\ddot{h}_{ij}^{(TT)}q^{ij} = \frac{1}{2}\left(\ddot{h}_{+}^{(TT)}q_{+} + \ddot{h}_{\times}^{(TT)}q_{\times}\right)$$
(3.9)

両辺フーリエ変換して、各偏光の重力波から試験マス回転角への伝達関数を求めると、

$$\tilde{H}_{\text{GW}\to\text{Y}}(\omega) \equiv \frac{\tilde{\theta}(\omega)}{\tilde{h}_{\alpha}(\omega)} = \frac{q_{\alpha}}{2I_{\text{Y}}} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\omega\omega_0/Q - \omega_0^2}$$
(3.10)

となる。ただし、添字 α は重力波の偏光 $(+, \times)$ を表し、

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{\kappa_{\rm Y}}{I_{\rm Y}}} \quad , \quad Q \equiv \frac{\omega_0 I_{\rm Y}}{\Gamma}$$
 (3.11)

はそれぞれ振り子の共振角周波数と Q 値 (Quality factor) である。グラフにすると図 3.2 のように なる。

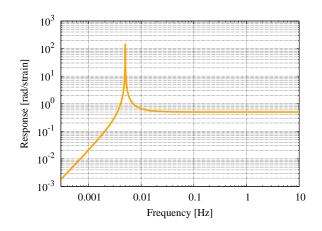


図 3.2: 重力波に対する試験マス回転角の応答(例) 試験マスの共振周波数 5mHz で、直方体形状 (30cm×4cm×4cm) の場合

重力波によって励起される回転は、共振周波数よりも高周波側では $q_lpha/I_{
m Y}$ で決まる一定値をと り、共振周波数よりも低周波側では周波数の2乗に比例して減衰していく。共振周波数よりも高周 波数帯では試験マスは回転モードについてワイヤによる束縛から開放された自由質点に近い振る舞 いをするが、低周波側ほど地面に強く束縛されるためである。従って試験マスを自由質点として応 答させ重力波の観測を行うためには、観測周波数よりも共振周波数の低いモードを用いる必要があ る。低い共振周波数を持つねじれ振り子が 0.1Hz 付近の観測において通常の振り子を用いるに比べ 優れている理由の一つである。

ここでx軸方向に長い直方体状の試験マスを考えると、

$$q_{+} = 0 (3.12)$$

$$q_{\times} \simeq \int \rho x^2 dV \tag{3.13}$$

$$q_{\times} \simeq \int \rho x^2 dV$$
 (3.13)
 $I_{Y} \simeq \int \rho x^2 dV$ (3.14)

となり試験マスは \times モードの重力波にのみ応答する。これは図 2.1 からも理解できる。また、 \times モードに対する応答はほとんど試験マスのサイズに依らず 1/2 であることが分かる。

3.1.2 マイケルソン干渉計

試験マスの回転の検出にはマイケルソン干渉計が用いられる。マイケルソン干渉計の基本形は、図 3.3 左のように入射レーザーをビームスプリッターで 2 つの腕に分け、それぞれ腕の先の鏡で反射して戻ってきた光を再びビームスプリッターで足し合わせ干渉させるものである。干渉したレーザーの光量は 2 つの反射光の位相差で決まるため、 2 つの腕の長さの差を信号として検出することができる。TOBA においては図 3.3 右のような構成で試験マス両端の差動変位を読み取ることで回転を検出する。

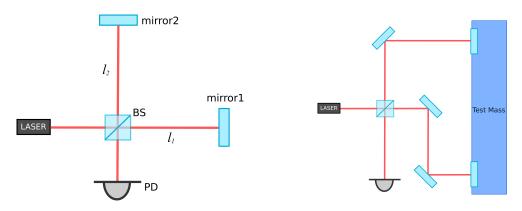


図 3.3: マイケルソン干渉計 基本形 (左) と TOBA での構成 (右)

入射レーザー光の電場を $E_0e^{i\Omega t}$ とし、ビームスプリッターで再び足し合わされたときの各腕の反射光の電場振幅を E_1,E_2 とする。理想的な場合には $E_1=E_2=E_0/2$ であるが、ビームスプリッターの反射/透過や両腕の鏡の反射率などに非対称性があると成り立たない。腕の往復によって各反射光には位相差 $\phi=4\pi l_{1,2}/\lambda$ がつくため、干渉光は、

$$E_{\text{out}} = E_{1}e^{i\left(\Omega t - \frac{4\pi l_{1}}{\lambda}\right)} - E_{2}e^{i\left(\Omega t - \frac{4\pi l_{2}}{\lambda}\right)}$$

$$= e^{i\left(\Omega t - \frac{2\pi (l_{1} + l_{2})}{\lambda}\right)} \left\{ (E_{1} - E_{2})\cos\frac{2\pi (l_{1} - l_{2})}{\lambda} - i(E_{1} + E_{2})\sin\frac{2\pi (l_{1} - l_{2})}{\lambda} \right\} (3.15)$$

$$P_{\text{out}} = |E_{\text{out}}|^{2} = E_{1}^{2} + E_{2}^{2} + 2E_{1}E_{2}\cos\frac{4\pi (l_{1} - l_{2})}{\lambda}$$

$$= \frac{P_{\text{max}} + P_{\text{min}}}{2} - \frac{P_{\text{max}} - P_{\text{min}}}{2}\cos\frac{4\pi (l_{1} - l_{2})}{\lambda}$$
(3.16)

となる。 $P_{\max}=(E_1+E_2)^2, P_{\min}=(E_1-E_2)^2$ は干渉光の最大光量と最小光量である。対称性がよく理想的な場合には $P_{\min}=0$ となり、位相差によっては干渉光は完全に打ち消し合う。このような干渉計の明瞭度を表す指標として、次のように定義される Visibility(又は Contrast) がよく用いられる。

$$C \equiv \frac{P_{\text{max}} - P_{\text{min}}}{P_{\text{max}} + P_{\text{min}}} \tag{3.17}$$

式 (3.16) から分かるように、干渉光量は腕の長さの差 $l\equiv l_1-l_2$ に伴って余弦的に変化する。従って l が波長の半分以上動いてしまうと、光量のみから移動量を推定することができなくなり、変位センサとして用いることができない。そのため通常重力波検出器では、フィードバック制御 (補遺参照) によって鏡の動きを波長の数分の 1 以下に抑制した状態で計測を行う。この状態では干渉計は鏡の変位に対して線形応答するセンサとなり、もとの鏡の変動量についてはフィードバック信号などから見積もることができる。

制御の方法は様々であるが、最も簡単なのは変位に対する干渉光量変化が最大となる $\cos(4\pi l/\lambda)=0$ の位置に保つ方法である (図 3.4)。 この位置をミッドフリンジ (mid fringe) と呼び、このときの干渉計の感度は、

$$\frac{dP}{dl}\Big|_{\cos(4\pi l/\lambda)=0} = \frac{2\pi(P_{\text{max}} - P_{\text{min}})}{\lambda}$$
 (3.18)

と表される。ミッドフリンジへの制御は、PD の信号にオフセットを加えてミッドフリンジを中心とした線形信号をつくり、フィードバックすることで容易に行うことができる。一方で、ミッドフリンジでは入射光量の変化と鏡の変位を区別できないという欠点がある。そのためレーザー光の強度雑音の影響を受けやすく感度が制限されてしまうため、実際の検出器ではダークフリンジ (dark fringe) への制御を行うことがほとんどである。ダークフリンジとは、干渉光量が最小となる $\cos(4\pi l/\lambda)=1$ の位置に保つ方法である(図 3.4)。そのままではダークフリンジ周りで干渉光量は鏡の変位に対して線形に変化しないが、入射光に電気光学変調器 (Electro Optic Modulator; EOM) などで変調をかけることで線形な信号を作ることができ、制御が可能となる [11]。

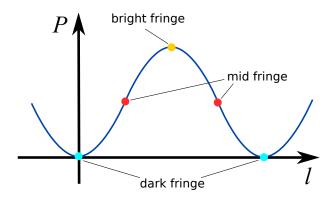


図 3.4: 干渉光の光量

3.1.3 通常の地上レーザー干渉型との比較

LIGO などの通常の地上レーザー干渉型検出器と TOBA の基本構成を比較すると図 3.5 のようになる。LIGO では鏡が共振周波数 1Hz 程度の振り子で懸架されており、干渉計によってその並進を読み取ることで重力波を検出する。従って観測できる周波数帯も共振周波数より十分高い 10Hz

以上からとなる。一方で TOBA では 2 つの鏡をつなぎ一体のねじれ振り子とすることで共振周波数を低くし、0.1Hz 付近の低周波数帯でも原理的には観測可能な構成になっている。

LIGO 等ではそれぞれの鏡を独立に設置することが出来るため干渉計基線長を数 km スケールまで長くすることが出来るが、TOBA は鏡が一体に繋がっている必要があるため現実的には 10m 程度のスケールが限界である。重力波に対する感度は概ね装置のスケールに比例するため、TOBA では LIGO 等に比べ感度は悪くなるというデメリットがある。それぞれのデザイン感度曲線を描くと図 3.6 のようになる。

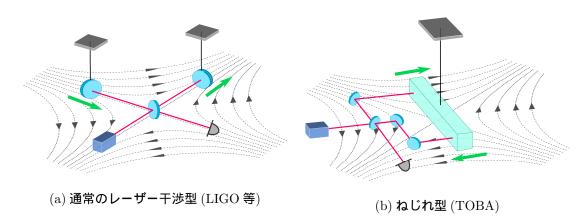


図 3.5: LIGO と TOBA の構成比較

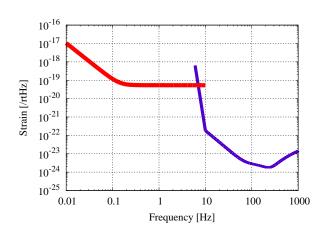


図 3.6: TOBA と LIGO の感度比較 赤線が TOBA 目標感度、紫線が LIGO のデザイン感度

まとめると、TOBA は LIGO 等に比べ低感度ではあるが、地上での観測周波数帯を低周波側まで拡張することが可能な検出器という位置づけにある。

3.2 観測対象

前述の通り TOBA はねじれ振り子の共振周波数の低さを利用し、0.1-10Hz の低周波数帯の重力 場変動を観測することができる。これにより主に想定されてるサイエンスの対象は次の4つである。

- ブラックホール連星合体
- 背景重力波振幅への制限
- Newtonian noise(重力勾配維音, Gravity Gradient Noise)
- 重力場変動を用いた地震速報

1 つ目・2 つ目のように重力波検出器としてだけでなく、3 つ目・4 つ目のように重力偏差計として 用いることによるサイエンスも可能である。

3.2.1 ブラックホール連星合体

コンパクト連星合体は主要な重力波源の一つであるが、質量が大きくなるほど低周波数帯で合体するため、LIGO などの観測では質量が $10^3 M_{\odot}$ を超えるようなブラックホールの観測は困難である。このような中間質量ブラックホール (Intermediate Massive Black Hole; IMBH) と呼ばれる質量 $10^3 M_{\odot} \sim 10^5 M_{\odot}$ のブラックホール連星合体を観測するには $0.1 \rm Hz$ 付近での観測が必要であり、そのため TOBA の主要な観測対象の一つとして想定されている。

IMBH 同士の合体は、銀河中心の超巨大ブラックホール (Super Massive Black Hole; SMBH) の形成過程として考えられているものの一つである。従って観測により IMBH 合体頻度などを見積もることができれば SMBH の形成過程に関する知見を得ることができ、天文学的に意義が大きい。また IMBH の存在自体も X 線強度の振動周期から間接的に質量が推定された例 [12] などがあるだけであり、重力波観測でより直接的に存在を示すことも重要である。

また質量が $10^2 M_{\odot}$ 以下の恒星質量ブラックホール連星からの重力波についても、合体前のインスパイラル波形の観測が可能である。合体時の周波数は $10 {\rm Hz}$ 以上であり LIGO 等の観測周波数帯にあるため、 ${
m TOBA}$ によるインスパイラル波形の観測から合体する時間を予測し共同観測に役立てるなどの用途もある。

3.2.2 背景重力波振幅への制限

既に述べたように初期宇宙の量子揺らぎに起因する重力波や、分離できない多数の天文学的起源の重力波などの重ね合わせが背景重力波として存在している。ランダム波形であるため連星合体のように波形を予測することはできないが、等方・無偏光・定常的・ガウス分布、などを仮定することでスペクトルは推測することができる。[13] によると、背景重力波の片側パワースペクトル密度 $G_{\mathrm{GW}}(f)$ は、

$$G_{\rm GW}(f) = \frac{3H_0^2}{4\pi} f^{-3} \Omega_{\rm GW}(f)$$
 (3.19)

となる。ただし H_0 はハッブル定数で、 $\Omega_{\mathrm{GW}}(f)$ は次で定義される重力波のエネルギー密度を表すパラメータである。

$$\Omega_{\rm GW}(f) \equiv \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\rm GW}}{d\ln f} \tag{3.20}$$

 $ho_c=2c^2H_0^2/8\pi G$ は宇宙の臨界密度、 $ho_{\rm GW}$ は背景重力波のエネルギー密度である。式から分かるように背景重力波の振幅換算のスペクトル $\sqrt{G_{\rm GW}(f)}$ は周波数の-3/2 乗に比例するため、低周波数帯での観測が有利となる。背景重力波は電磁波では観測できないごく初期宇宙の情報を含んでいるため、直接検出または観測的な制限を設けることは宇宙論的に大きな意義を持つ。

インフレーションモデルを用いた計算により予測されるエネルギー密度はおよそ $\Omega_{\rm GW}\sim 10^{-15}$ である [14]。従って $0.1{\rm Hz}$ 付近の背景重力波スペクトルは振幅換算では $\sqrt{G_{\rm GW}(f)}\sim 10^{-24}/\sqrt{{\rm Hz}}$ 程度であると予想される。

背景重力波信号は検出器の雑音と区別がつかないため、直接検出には複数台の検出器の間の相関をとる必要がある。ただし単一の検出器でも、少なくとも背景重力波振幅は検出器感度よりは小さいことから上限値を設定することは可能である。

3.2.3 Newtonian Noise

Newtonian noise(または Gravity Gradient Noise, 重力勾配雑音) とは、地面や大気の振動によって試験マスに働く Newton 重力が変動する雑音である [15]。重力波のような波動的振る舞いはないが試験マスに与える影響は見分けがつかないため重力波検出器での雑音になりうる。Einstein Telescope(ET) のような将来計画では低周波の感度を制限する可能性があると見積もられており、周囲環境のモニタによって Newtonian noise を打ち消す研究が進められている。

Newtonian noise は大きな周波数依存性を持ち、周波数の- $3\sim$ -5 乗に比例すると予想されている。つまり低周波数帯では雑音が大きくなり、J. Harms 氏らの計算によれば大気の揺らぎ由来の Newtonian noise が重力波振幅換算で $10^{-15}/\sqrt{\text{Hz}}$ 近くになると見込まれている [16]。

重力波観測という面では Newtonian noise は雑音でしかないが、雑音の性質を調べることを目的とすれば TOBA による Newtonian noise の"直接検出"が出来るとも言える。 TOBA で低周波数帯の Newtonian noise を直接計測しその性質の理解が進み、Newtonian noise 低減手法の実証なども行うことができれば、将来の重力波検出器の感度向上に貢献できる可能性がある。

3.2.4 重力場変動を用いた地震速報

地震発生時の地面の運動や密度変化によって周囲の重力場は変化する。この変化を重力波検出器で捉えることができれば地震速報への応用が可能になる。従来の地震速報はP 波 $(6 \mathrm{km/s})$ とS 波 $(4 \mathrm{km/s})$ の速度差を利用して速報を行っていたが、重力場の変動は光速で伝わるためより素早く速報を出すことが出来る。

地震発生時の重力場の変動はすでに計算されている [17]。 $0.1 \rm Hz$ で重力波振幅に対し $h\sim 1\times 10^{-15}/\sqrt{\rm Hz}$ の感度を持っていれば、M6.0 以上の大地震について震源から $100 \rm km$ 程度離れた位置 からでも検出が可能であると見積もられている。

3.3 TOBA 目標感度

 $10\mathrm{m}$ スケールのねじれ振り子を構成すれば原理的には重力波振幅換算感度 $h\sim 1\times 10^{-19}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ が実現可能であり [8]、これが TOBA 開発の一応の最終目標として設定されている。この感度を用いれば IMBH 連星合体について 1-10 Gpc の距離まで観測が可能となる (図 3.7)。宇宙論的な N 体シミュレーションによって見積もられた IMBH の合体頻度 [18] に基づくと、およそ 1 年に 1 イベント程度の検出が見込まれる。また 2015 年に LIGO によって検出された $30M_{\odot}$ の恒星質量 BH 連星については、図より $\mathrm{SNR}\sim 5$ での観測レンジを外挿すると約 $30\mathrm{Mpc}$ であるから、これと LIGO による観測から推定されたイベントレート ($\sim 50\mathrm{Gpc}^{-3}\mathrm{yr}^{-1}$)[19] を用いて計算すると 10^{-3} イベント/年となる。

背景重力波のエネルギー密度については既に述べたように $\sim 10^{-24}/\sqrt{\rm Hz}$ 程度であると予想されるため直接検出は難しいと思われるが、1 年間の観測により $0.1{\rm Hz}$ 付近で $\Omega_{\rm GW} < 10^{-7}$ の制限をつけることが可能であり、ビッグバン原子核合成から間接的に付けられている上限値を越える制限をつけることができる [8]。

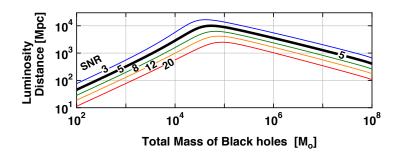


図 3.7: IMBH 観測可能距離 [8]

3.4 先行研究

最終目標感度の実現へ向けて、TOBA はこれまで段階的に幾つかのプロトタイプが開発されてきた。ここではそのうち主な2つを紹介する。まず最初に製作された Phase-I TOBA では原理実証が行われ、続いて製作された PhaseII TOBA では懸架系等に改良が加えられた。

3.4.1 Phase-I TOBA

Phase-I TOBA は最初に製作されたプロトタイプであり、超伝導磁気浮上により懸架されている [21]。セットアップは図 3.8 に示すとおりで、真空槽上部にパルスチューブ冷凍機で冷却された超 伝導体があり、試験マスに取り付けられたネオジム磁石をピン止め効果により保持する。これにより回転方向の復元力を小さくすることができ、Yaw 回転の共振周波数は 5mHz 程度であった。試

験マスはアルミの棒に鏡を取り付けたもので、腕の長さは $20 \mathrm{cm}$ である。回転は真空槽に固定されたマイケルソン干渉計によって読み取られる。

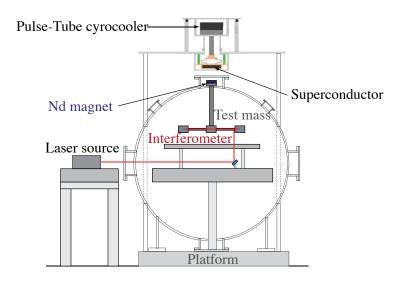


図 3.8: Phase-I TOBA セットアップ

このプロトタイプにより TOBA の原理実証と $0.1 \rm Hz$ 帯での重力波の初観測が行われた。実現された感度と各雑音の寄与を計算したものが図 3.9 であり、 $0.1 \rm Hz$ 付近での感度は $h\sim 10^{-8}/\sqrt{\rm Hz}$ であった。この感度を用いた観測により、 $0.2 \rm Hz$ 帯の背景重力波振幅のエネルギー密度に対し、 $\Omega_{\rm GW}(f)<4.3\times10^{17}$ の制限をつけることに成功した [9][21]。

このときの感度は、0.1Hz 以下の低周波側では環境磁場の変動が試験マスにトルクを与える雑音 (磁場雑音)、0.1Hz 以上の高周波側は並進地面振動からのカップリング雑音でリミットされていた。磁場雑音の導入源は磁気浮上などのために試験マスに固定されていた磁石であり、試験マスの磁気モーメントを低減する必要があることが明らかになった。またカップリング雑音は試験マス両端の鏡が平行でないことによるものであり、鏡面の平行度を上げる改良も必要となることが分かった。

3.4.2 Phase-II TOBA

Phase-II TOBA は Phase-I から構成を大幅に変更したプロトタイプである。超伝導磁気浮上のための磁石が磁場雑音の大きな導入源となっていたことを受けワイヤ懸架へ変更された。その他にも Yaw 以外の回転を読み取る Multi-Output 構成による角度分解能の向上、アクティブ防振システムの導入、などの改良が行われた [20]。

Phase-II の構成を図 3.10 に示す。図のように 2 本の直交する試験マスがタングステンワイヤを用いた 2 段ねじれ振り子で懸架されており、懸架点にはアクティブ防振ステージが導入されている。光学系ベンチも同様に懸架され、試験マスの回転はベンチ上のファイバーマイケルソン干渉計で読み取られ、Yaw 回転以外の回転も読み取ることができる構成になっている。

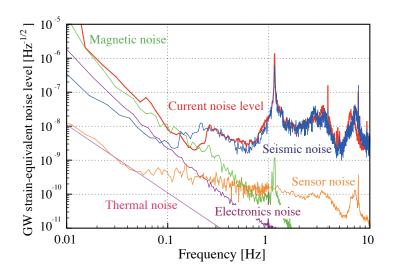


図 3.9: Phase-I TOBA 感度

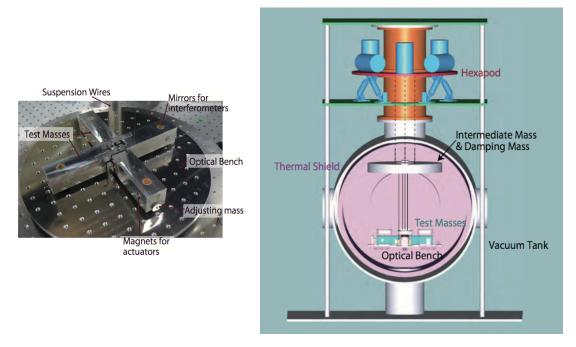


図 3.10: Phase-II TOBA セットアップ 試験マス (左) と全体図 (右)

これにより到達された感度が図 3.11 である。高周波側での感度が大きく向上し $3-8{\rm Hz}$ で $h\sim 10^{-10}/\sqrt{{\rm Hz}}$ の感度が実現された。この感度を用いた観測により、中間質量ブラックホール連星合体頻度や背景重力波振幅への制限が付けられた [20][22]。

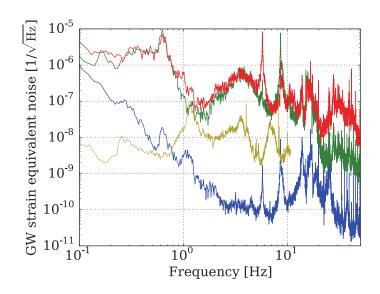


図 3.11: Phase-II TOBA 感度 青線が Yaw 回転方向の感度、赤線と緑線が他方向の感度、黄線は Phase-I の感度である

Phase-II の感度はほぼ全周波数帯で干渉計の位相雑音によってリミットされていた。1-10Hz では地面振動雑音もほぼ同じレベルで寄与していた。ファイバービームスプリッターの振動によって位相雑音が導入されたものと考えられており、雑音低減には光学系の振動を抑える必要があることが分かった。

3.5 Phase-III TOBA

過去のプロトタイプ開発によって主要な雑音源が明らかにされたことを受け、次なる開発段階として小型スケール (~30cm) での高感度化を目指す Phase-III TOBA 計画が進められている。まずは小型での雑音低減実証を行い、将来の大型化による最終目標感度達成の足がかりとすることが目的である。開発の流れを図 3.12 にまとめる。

3.5.1 目標感度

雑音低減の目標は大型化すれば最終目標感度が達成できるレベルまで抑えることである。具体的には $30\mathrm{cm}$ スケールの試験マスを用いて感度 $h\sim1\times10^{-15}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ を $0.1\mathrm{Hz}$ で実現することが目標



図 3.12: TOBA 開発の流れ

となる。試験マス回転角に換算すると $\delta \theta \sim 5 \times 10^{-16} {
m rad}/\sqrt{
m Hz}$ 、トルク換算は慣性モーメントにもよるがおよそ $\delta N \sim 1 \times 10^{-17} {
m N}/\sqrt{
m Hz}$ である。

目標感度が達成されれば次のような科学的成果を挙げることも期待できる。

- 中間質量ブラックホール連星合体: D < 0.1Mpc(天の川銀河とその近傍領域)
- 背景重力波振幅への制限: Ω_{GW} < 10¹
- Newtonian noise(重力勾配雑音, Gravity Gradient Noise):直接計測の実現
- 重力場変動を用いた地震速報: M6.0 の地震について距離 100km 程度まで

重力波の観測レンジは近傍に限られているが、Newtonian noise の直接計測や地震速報は十分に実現が期待できる対象である。

3.5.2 基本構成

図 3.13 が現在計画されている Phase-III TOBA の懸架系の構成である。3 段ねじれ振り子による受動防振系とヘキサポッドによる能動防振系で構成され、受動防振系は全体が真空槽に入れられる。防振系の最下段には、重力波に感度を持つ試験マス (Test Mass) と、その回転を読み取る光学系の乗った光学系ベンチ (Optical Bench) が同じ中段マスから懸架される。懸架系の構成は Phase-II と類似しているが、マイケルソン干渉計がファイバー干渉計から空間光を用いる光学系に変更される。他にも感度向上のために、次の小節で述べるように使用するアクチュエータや懸架ワイヤの材質などに変更が加えられる。

3.5.3 開発内容

Phase-III TOBA 目標感度実現のための主な開発項目について述べる。TOBA もレーザー干渉型検出器の一種であるため他のレーザー干渉型検出器で問題となる雑音はほぼ全て問題となるが、

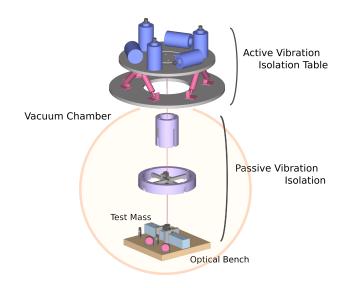


図 3.13: Phase-III TOBA 懸架系構成 (計画)

プロトタイプの感度を制限していた地面振動雑音・磁場雑音・光学系の振動と、以下で述べる懸架 ワイヤの熱雑音の4つはTOBAにとって特に対策が必要な雑音である。それぞれの雑音の内容を 以下で簡単に述べる。

中でも地面振動雑音にはねじれ振り子特有の雑音が含まれており、他の雑音のように他の重力波 検出器開発で行われた内容の応用だけでは低減することができない。低減手法の確立は TOBA に とって不可欠な研究であり、本論文の主題でもある。

地面振動雑音

Phase-I の高周波での感度が並進地面振動雑音からのカップリングで制限されていたように、地面振動は TOBA の主要な雑音源のひとつである。地面振動雑音は回転地面振動雑音と並進振動からのカップリング雑音に分けられるが、回転地面振動は、多段ねじれ振り子を用いた防振で比較的容易に低減を行うことが出来る。通常のレーザー干渉型検出器でも多段振り子を用いた防振が行われており、同様のことをねじれ振り子で行えばよい。

より問題となるなのは並進地面振動が試験マスの回転信号に伝達されるカップリング雑音である。カップリング雑音については未だ雑音の素性が完全には明らかにされていない。Phase-I で問題になっていたような鏡の平行度によるものだけでなく、他にも様々なカップリング経路が存在するが全ては特定されていないためである。従ってまずはカップリング経路を特定する必要があり、それぞれに応じたカップリング低減の対策を講じなければならない。これらの詳細は後の章で述べる。並進地面振動は0.1 Hz で約 $5 \times 10^{-6} m/\sqrt{Hz}$ であるため、並進から回転への伝達を $10^{-10} rad/m$ まで抑えることが要求値となる。

上記の要求値の実現が難しくカップリング率の低減だけでは不十分の場合には、並進地面振動の防振も行う。通常の振り子で 0.1Hz での並進の防振を行うには数 100m 以上のワイヤ長が必要とな

り現実的ではないので、ヘキサポッドステージを用いた能動防振などの開発を行うことになる。

磁場雑音

Phase-I の感度が磁場雑音で制限されていたように、試験マスが磁気モーメント μ を持っていると外部磁場 B からトルク

$$N = \mu \times B \tag{3.21}$$

を受け、外部磁場の変動がトルク雑音となる。外部磁場の変動は我々の実験環境 (東京大学理学部 1 号館地下) では $0.1 \rm Hz$ でおよそ $\delta B \simeq 1 \times 10^{-8} \rm T/\sqrt{Hz}$ と計測されている [23]。 したがってトルクの要求値から磁気モーメントへの要求値が

$$\mu < 2 \times 10^{-10} \,\mathrm{A \cdot m^2} \tag{3.22}$$

となる。Phase-I のように大きな磁石を取り付けることはできないことが分かる。

試験マスが磁気モーメントを持つ要因には、試験マスの位置制御に用いるアクチュエータの磁石や、基材の残留磁化などがある。アクチュエータについては取り付ける磁石の大きさをかなり小さくするか、磁石を用いないアクチュエータを用いる必要がある。TOBAでは向かい合わせたコイル同士の相互作用を用いるコイルーコイルアクチュエータの使用が計画されている。コイルーコイルアクチュエータではコイルに交流電流を流すため、磁気モーメントはその駆動周波数(~10kHz)で変動する。従って磁場雑音は駆動周波数付近の磁場変動がダウンコンバートされたものが寄与するが、高周波数帯での磁場は低周波に比べて変動が小さく磁気シールドも容易になることが期待されるため磁場雑音が低減できる。既にアクチュエータとして使用できることは確認されており[24]、現在は雑音に関する考察が進められている[25]。基材の残留磁化については未だ詳しい検討は行われておらず、今後の課題の一つである。基材の材質や試験マス製作過程、消磁方法などについて考える必要がある。

光学素子の振動

TOBA では光学系ベンチ上に固定された光学素子によって試験マスの回転を読み取るため、光学素子の振動が読み取りの雑音となる。通常の方法ではミラーマウント等を用いて光学素子を土台に固定するが、この方法ではマウントの振動が大きく目標感度の達成は難しい。そこで Phase-III では、土台にミラーを直接接着することで固定するモノリシック光学系の開発を行う。モノリシック光学系は LIGO や LISA pathfinder でも用いられている実績がある。 TOBA においては光学素子の振動による干渉計の変位信号を要求値である $5\times 10^{-16} \mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ まで抑える必要があり、この要求値へ向けて開発が進められている。開発状況は [25] で詳しく述べられている。

懸架ワイヤの熱雑音

試験マスは懸架ワイヤを通して熱浴に接しているため熱振動による雑音が起こる。熱雑音は揺動 散逸定理 [26] により計算される。揺動散逸定理とは揺動 (熱振動) と系の散逸を結びつけた理論で あり、これによると熱振動の片側パワースペクトル密度 $G_{\theta}(f)$ は、

$$\sqrt{G_{\theta}(f)} = \sqrt{-\frac{4k_{\rm B}T}{2\pi f}} \operatorname{Im} \left[\frac{\tilde{\theta}}{\tilde{N}} \right] = \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{2\pi^3 I f}} \frac{\phi f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + \phi^2 f_0^2}$$
(3.23)

で与えられる。T は温度、I は慣性モーメント、 f_0 は回転の共振周波数である。散逸は structure damping を仮定しバネ定数を $\kappa(1+i\phi)$ として散逸の効果を ϕ で表した。 ϕ は loss angle と呼ばれる量であり、Q 値と $Q=1/\phi$ の関係にある。共振周波数より高周波数帯では、

$$\sqrt{G_{\theta}(f)} \simeq \sqrt{\frac{k_{\rm B}T\phi f_0^2}{2\pi^3 I f^5}} \tag{3.24}$$

と表される。熱雑音低減のためには、(1) 散逸 ϕ の小さい (Q 値の高い) ワイヤを用いる、(2) 低温化する、(3) 共振周波数 f_0 を小さくする、(4) 慣性モーメント I を大きくする、などの方法がある。慣性モーメントと共振周波数はねじれ振り子のスケールで概ね決まってしまい、Phase-III のように $30\mathrm{cm}$ スケールでは $I\sim0.1\mathrm{kg\cdot m^2}$ 、 $f_0\sim5\mathrm{mHz}$ 程度となる。このとき loss angle と温度の積に対して要求値が課され、これをそれぞれの要求値に分けると、

$$\phi < 1 \times 10^{-8}$$
 , $T < 4K$ (3.25)

となる。

懸架ワイヤとしてよく用いられるタングステンではせいぜい $\phi\sim 1/3000$ 程度なので使うことはできない。適切なワイヤの材質を探す必要があるが、候補としては、板バネ形状の場合に低温で小さな散逸 $(\phi\sim 10^{-6\sim-7})$ を持つことが確認されているシリコンなどがある [27]。ワイヤ形状にしたときねじれ方向に対しどの程度の散逸が実現されるかは実験により確かめる必要がある。低温化に関しては液体ヘリウムを用いて $4{\rm K}$ 程度まで冷却を行う事が原理的には可能である。ただし $30{\rm cm}$ スケールの ${\rm TOBA}$ に関して冷却を行うには技術的な難しさがあるため、冷却系の設計が課題となる。

3.5.4 他の雑音源

上に挙げた4つの雑音に外にも、干渉計にとって一般に気をつけるべき雑音が存在する。以下に それらを簡単に紹介する。

量子雑音

量子雑音とは光の量子性に起因する雑音であり、干渉計の感度を原理的に制限する雑音の一つである。直感的には、レーザーの光子数 N がランダムな揺らぎ \sqrt{N} を伴うことによるものと理解できる。より厳密にはマイケルソン干渉計の検出器側から入射してくる真空場の揺らぎを考える必要があり、入射レーザー光とビームスプリッターの位置で足し合わされることによって電場が揺らぐことによる。

量子雑音には二種類ある。光子数の揺らぎにより検出器で検出される光量が揺らぐ散射雑音 (Shot noise) と、懸架された鏡に衝突する光子数が揺らぐことで輻射圧が揺らぎ鏡を揺らす輻射圧雑音 (Radiation Pressure noise) の2つである。それぞれ式で表すと、

$$\delta\theta_{\rm Shot} = \frac{1}{2L_{\rm mir}} \sqrt{\frac{\hbar c\lambda}{\pi P_0}}$$

$$\delta\theta_{\rm RP} = \frac{2L_{\rm mir}}{I\omega^2} \sqrt{\frac{\pi\hbar P_0}{c\lambda}}$$
(3.26)

$$\delta\theta_{\rm RP} = \frac{2L_{\rm mir}}{I\omega^2} \sqrt{\frac{\pi\hbar P_0}{c\lambda}} \tag{3.27}$$

となる。 $L_{
m mir}$ はビームスポット間距離、I は慣性モーメント、 P_0 はレーザー光強度である。これ らは入射レーザー光のパワーを変化させると一方は減るが他方は増えるというトレードオフの関係 にあり、マスの慣性モーメント (並進の計測であれば質量) で決まる限界を超えることは通常の計 測ではできない。この限界のことを標準量子限界 (Standard Quantum Limit; SQL) と呼び、あら ゆる重力波検出器の通常の測定限界となる。

$$\delta\theta_{\rm SQL} = \sqrt{\frac{2\hbar}{I\omega^2}} \tag{3.28}$$

 SQL を下げるには質量又は慣性モーメントを大きくする必要がある。 Phase -III TOBA の目標感 度 $h\sim 10^{-15}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ は、 $30\mathrm{cm}$ スケールの試験マスで到達できる SQL のレベルである。

SQL は原理的に超えることができないわけではなく、スクイーズされた電磁場を用いることで量 子非破壊測定を行い、量子雑音を低減する手法も提案されている [29]。既に LIGO などで一部実証 にも成功しており[30]、今後の検出器ではこの手法を用いた感度向上も行われていく計画である。

他の熱雑音

Phase-III TOBA の開発項目で懸架ワイヤの熱雑音には言及したが、重力波検出器で問題となる 熱雑音には他にも様々な種類がある。熱雑音の原因となる箇所は以下に挙げるように複数ある。

- コーティング
- 試験マスの基材
- 残留気体分子熱雑音

更にコーティングの熱雑音については、材質中の分子がランダムに運動することで反射面が揺ら ぐ Brownian noise[31] と、温度の変化に従って材質が膨張し反射面が動く thermoelastic noise[32]、 温度の変化に伴い材質の屈折率が変化し光路長が揺らぐ thermo-refractive noise[33] の 3 種類に分 けられる。基材の熱雑音についても Brownian noise, thermoelastic noise に分けられる。これらは 懸架系の熱雑音と同様、それぞれコーティングと基材の散逸 ϕ と温度 T がパラメータとなり、低 温化を行うととも散逸の小さい材質を用いる必要がある。

残留気体分子熱雑音は周囲の気体分子が試験マスに衝突することによる雑音である。散逸は試験 マス側面積・気圧に比例する形で与えられるため [34]、雑音低減のためには試験マスの側面積を小 さくし、周囲を高真空に保つことが必要である。

レーザー強度雑音・周波数 (位相) 雑音

干渉計ではレーザー光を基準として試験マスの変位を読み取るため、強度や周波数の変動はセンサの雑音となる。

レーザー光強度雑音はダークフリンジに制御することで大きく抑えられるが、実際には完全なダーク (PD への入射光量が 0) にはならず、制御の残留変動によって PD へ多少の入射があることなどによって強度変動の影響を受ける。そのためフィードバック制御による光源の強度安定化も必要である。

周波数雑音はマイケルソン干渉計の両腕の長さが完全に等しい場合には打ち消し合うが、現実には多少の非対称性があるため問題となる。腕の長さの差を Δl とすると、周波数 ν_0 が揺らぎ $\delta \nu$ を持っているとき、等価な基線長変動 は $\delta l = \Delta l (\delta \nu / \nu_0)$ である。従って腕の長さの対称性を上げることで雑音は減らすことができるが、一方でダークフリンジロックの場合、制御信号が Δl に比例するため完全に一致させることはできない。そのため周波数の安定化を行うことも必須である。

回路の雑音

実際の装置では様々な電子回路が用いられ、この回路が持つ雑音にも注意する必要がある。例えば光検出器回路の雑音は信号検出におけるセンサ雑音となり、またアクチュエータ回路の雑音はアクチュエータを介してトルク雑音となる。原理的な雑音ではないものの無視はできないため、十分に雑音の小さい回路を用いる必要がある。回路の雑音が低減できない場合には、センサ雑音については干渉計の入射光量を増やしたり腕に共振器を用いるなどしてセンサ感度を上げ、S/N を向上させるなどの対策が必要となる。アクチュエータについては、アクチュエータ効率を下げて回路雑音によるトルクを小さくするなどの対策を行わなければならない。もしくはフィルタにより観測周波数帯だけアクチュエータ効率を小さくするなどの工夫も可能である。

3.5.5 デザイン感度

以上の雑音対策をまとめ、最終的に目指す Phase-III TOBA のデザイン感度を図 3.14 に示す。 Phase-III の構成はまだ全ては厳密に決まっていないため暫定的なパラメータの一例を用いて計算した。パラメータの一部は図中に示してあるが、試験マスについては慣性モーメント $0.1 {\rm kg \cdot m^2}$ 、 $Y_{\rm aw}$ 共振周波数 $5 {\rm mHz}$ 、側面積 $20 {\rm cm^2}$ 、懸架ワイヤの Q 値は 10^8 、を仮定した。また干渉計のレーザー波長は $1550 {\rm nm}$ 、強度は $10 {\rm W}$ とした。周囲の環境については、並進地面振動が $5 \times 10^{-5} {\rm m/\sqrt{Hz}}$ $@0.1 {\rm Hz}$ 、回転地面振動が $5 \times 10^{-10} {\rm rad/\sqrt{Hz}}$ $@0.1 {\rm Hz}$ 、磁場変動がコイル-コイル アクチュエータの駆動周波数付近の $10 {\rm kHz}$ で $1 \times 10^{-12} {\rm T/\sqrt{Hz}}$ 、とした。並進からのカップリングは $0.1 {\rm Hz}$ で $10^{-10} {\rm rad/m}$ が実現されていると仮定した。周囲の温度は $4 {\rm K}$ の低温、気圧は $10^{-8} {\rm Pa}$ の高真空を仮定した。

ただし並進からのカップリング雑音については次の章で述べるように各所の非対称性の組み合わせによって変化するため、図 3.14 に示したものはあくまでも一例である。

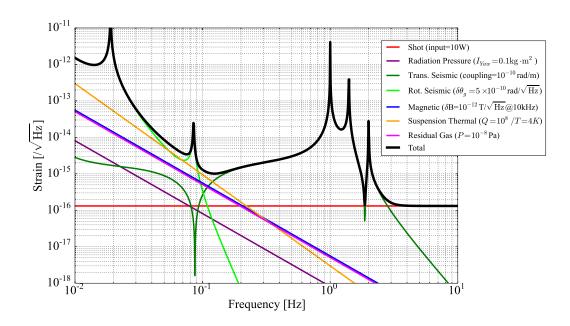


図 3.14: Phase-III TOBA デザイン感度 並進からのカップリング雑音には不定性があるため示してあるのは一例である

第4章 地面振動雑音

本章では Phase-III TOBA の目標感度 $h\sim 1\times 10^{-15}/\sqrt{\rm Hz}$ のために地面振動雑音をいかに低減するかを述べる。まず 4.1 節で回転地面振動の防振方法を説明し、次の 4.2 節で並進地面振動からのカップリング雑音についてその経路と対策方法をまとめる。

4.1 回転地面振動雑音

回転地面振動雑音とは、地面の回転が振り子を通して伝達され試験マスが回転するものである。回転方向の地面振動は並進振動に比べ小さいためその性質は詳しくはわかっていないが、[28] で用いられている値を採用するとおよそ $\delta\theta\simeq 10^{-9}{
m rad}/\sqrt{{
m Hz}}$ 程度と見積もられる。従って目標感度達成のためにはこれを 6 桁近く低減する必要がある。これから述べるように、回転地面振動は多段ねじれ振り子を用いた防振によって低減される。

まずねじれ振り子による防振の原理を見るため、一段ねじれ振り子の運動方程式を考える。

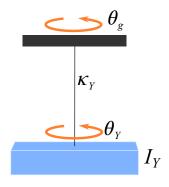


図 4.1: ねじれ振り子による防振

回転振動する地面から懸架された試験マスの鉛直軸まわりの回転に関する運動方程式は、

$$I_{Y}\ddot{\theta_{Y}}(t) = -\Gamma\dot{\theta_{Y}}(t) - \kappa_{Y}(\theta_{Y}(t) - \theta_{g}(t)) \tag{4.1}$$

と表される。 θ_Y が試験マスの回転角、 θ_g が地面の回転角で、 I_Y は Yaw 方向の慣性モーメント、 Γ は散逸、 κ_Y はワイヤの復元力によるバネ定数、である。これをフーリエ変換し、地面の回転から

試験マスの回転への伝達関数を求めると、

$$\tilde{H}_{Y \to Y}(\omega) \equiv \frac{\tilde{\theta}_{Y}(\omega)}{\tilde{\theta}_{g}(\omega)} = \frac{1}{1 + i\frac{\omega}{\omega_{0}Q} - (\frac{\omega}{\omega_{0}})^{2}}$$
(4.2)

$$\simeq \begin{cases} 1 & (\omega \ll \omega_0) \\ -\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 & (\omega \gg \omega_0) \end{cases}$$
 (4.3)

ここで、

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{\kappa_{\rm Y}}{I_{\rm Y}}} \quad , \quad Q \equiv \frac{I_{\rm Y}}{\omega_0 \Gamma}$$
 (4.4)

はそれぞれ振り子の共振角周波数と Q 値 (Quality factor) である。式 (4.3) をグラフに表すと図 4.2 のようになる。式とグラフから分かるように、共振周波数より低周波数側では地面の回転がそのまま試験マスの回転に伝達されるが、共振周波数より高周波側では周波数の二乗に反比例して振動が防振される。TOBA では共振周波数が $f_0 \equiv \omega_0/2\pi \simeq 5 \mathrm{mHz}$ 程度に設定されるため、一段振り子では観測対象とする $0.1 \mathrm{Hz}$ 帯で約 1/400 の防振比が得られる。

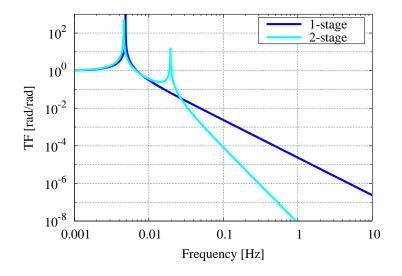


図 4.2: 回転地面振動の防振 青線は共振周波数 5 mHz の 1 段ねじれ振り子、水色線は 2 段ねじれ振り子で同相・差動モードの共振周波数がで 20 mHz, 4.6 mHz の場合

振り子の段数を増やすことでより高い防振比を得ることができる。二段振り子の場合、中段マスの慣性モーメントと回転角を I_1, θ_1 、そこから懸架される試験マスの慣性モーメントと回転角を I_2, θ_2 とし、地面から中段マスを懸架するワイヤのバネ定数を κ_1 、中段マスから試験マスを懸架するワイヤのバネ定数を κ_2 とすると、運動方程式は次のように表される。

$$I_1\ddot{\theta}_1 = -\Gamma_1\dot{\theta}_1 - \kappa_1(\theta_1 - \theta_g) + \kappa_2(\theta_2 - \theta_1) \tag{4.5}$$

$$I_2\ddot{\theta}_2 = -\Gamma_2\dot{\theta}_2 - \kappa_2(\theta_2 - \theta_1) \tag{4.6}$$

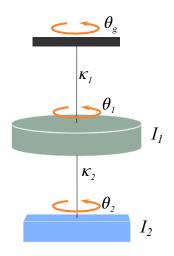


図 4.3: 2 段ねじれ振り子の防振

これをフーリエ変換して整理すると、

$$\begin{pmatrix} 1 + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} + i\frac{\Gamma_1}{\kappa_1}\omega - \frac{I_1}{\kappa_1}\omega^2 & -\frac{\kappa_2}{\kappa_1} \\ -1 & 1 + i\frac{\Gamma_2}{\kappa_2}\omega - \frac{I_2}{\kappa_2}\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_1 \\ \tilde{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tilde{\theta}_g$$
(4.7)

となり、地面から試験マスへの伝達関数が

$$\tilde{H}_{\mathrm{Y}\to\mathrm{Y}} \equiv \frac{\tilde{\theta}_2}{\tilde{\theta}_g} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} + i\frac{\Gamma_1}{\kappa_1}\omega - \frac{I_1}{\kappa_1}\omega^2\right)\left(1 + i\frac{\Gamma_2}{\kappa_2}\omega - \frac{I_2}{\kappa_2}\omega^2\right) - \frac{\kappa_2}{\kappa_1}}$$
(4.8)

と求められる。上式の分母を整理することで、

$$\tilde{H}_{\mathrm{Y}\to\mathrm{Y}} = \frac{1}{\left(1 + i\frac{\omega}{Q_c\omega_c} - (\frac{\omega}{\omega_c})^2\right)\left(1 + i\frac{\omega}{Q_d\omega_d} - (\frac{\omega}{\omega_d})^2\right)} \tag{4.9}$$

の形になおすことができる。添字 c,d はそれぞれ同相モード (common mode) と差動モード (differential mode) を表しており、それぞれ中段マスと試験マスが同方向に回転する固有モードと、逆方向に回転する固有モードである。2 つのモードの共振周波数より十分に高周波では、伝達関数は

$$\tilde{H}_{\mathrm{Y}\to\mathrm{Y}} \simeq \frac{\omega_{\mathrm{c}}^2 \omega_{\mathrm{d}}^2}{\omega^4} = \frac{\kappa_1}{I_1} \frac{\kappa_2}{I_2} \omega^{-4} \tag{4.10}$$

となり、周波数の4乗に反比例して防振される事がわかる(図 4.2)。

一般に振り子の段数が
の多段振り子の防振比は、各モードの共振周波数より十分高周波では、

$$\tilde{H}_{Y \to Y} \propto \omega^{-2n}$$
 (4.11)

となる。振り子の段数を増やせば高い防振比を得ることができる。

防振に加えて、試験マスと光学系ベンチをともに同じ中段マスから懸架することで相対回転を抑えればさらに雑音を低減することができる。この手法を同相雑音除去といい、それぞれのマスの回転に対する相対回転の比を同相雑音除去比 (Common Mode Rejection Ratio; CMRR) と呼ぶ。地面から試験マス・光学系ベンチへの伝達関数を $\tilde{H}_{Y \to Y(TM)}, \tilde{H}_{Y \to Y(OB)}$ とすると、具体的には次の式で定義される。

$$CMRR \equiv 2 \left| \frac{\tilde{H}_{Y \to Y(TM)} - \tilde{H}_{Y \to Y(OB)}}{\tilde{H}_{Y \to Y(TM)} + \tilde{H}_{Y \to Y(OB)}} \right|$$
(4.12)

2 つの伝達関数の形が近いほど同相雑音除去比は小さくすることができる。従って共振周波数と Q 値の差に依存し、特に共振ピークから離れた周波数帯では共振周波数の差が重要になる。上で求めた伝達関数 (4.3) を用いて具体的に計算すると、共振周波数よりも高周波数帯では、

$$CMRR \simeq 2 \frac{|f_{Y(TM)}^2 - f_{Y(OB)}^2|}{f_{Y(TM)}^2 + f_{Y(OB)}^2}$$
(4.13)

 $f_{Y(TM)}, f_{Y(OB)}$ はそれぞれ試験マスと光学系ベンチの Yaw 共振周波数である。2 つの周波数がある程度近いとし、 $f_{Y(TM)}=f_{Y(OB)}+\Delta f$ とおくと、

$$CMRR \simeq 2 \frac{\Delta f}{f_{Y(TM)}} \tag{4.14}$$

となる。従って例えば同相雑音除去比 0.01 を実現するためには。共振周波数を 0.5%の差で一致させる必要がある。

Phase-III TOBA では 3 段ねじれ振り子による防振に加え、試験マスと光学系ベンチの共振周波数を合わせ 1/100 の同相雑音除去を行うことで、目標とする防振比 10^{-6} を実現する計画である (図 4.4)。前述の通り共振周波数を 0.5% の精度で合わせる必要があり、そのためには慣性モーメントを 1% の精度で合わせなければならない。これは質量を 10g 程度の精度で調整すれば実現可能であるため、技術的には十分可能である。

4.2 並進地面振動からのカップリング雑音

ねじれ型重力波望遠鏡では試験マスの鉛直軸周りの回転を読み取ることで重力波を捉えるので、理想的には並進地面振動による運動は重力波検出における雑音にはならない。しかし現実的には実験装置の様々な非対称性により、鉛直軸周り回転以外の自由度の運動が、回転を読み取るマイケルソン干渉計の基線長変動を引き起こす。このことによる雑音を並進地面振動カップリング雑音と呼ぶ。我々の実験環境で計測された並進地面振動は $0.1 \rm Hz$ で $3 \times 10^{-6} \rm m/\sqrt{Hz}$ 程度であったため、Phase-III の目標感度 $h \sim 10^{-15}/\sqrt{\rm Hz}$ のためにはカップリング率を $10^{-10} \rm rad/m$ 程度まで抑える必要がある。

ねじれ型重力波望遠鏡においてはこのカップリング雑音が主要な雑音源のひとつとなり感度向上を大きく妨げているため、優先的に対策が必要な雑音のひとつである。防振は出来るが原理的に完全には除去できない回転地面振動に対して、カップリング雑音は経路となる非対称性を取り除けば理想的には完全に除くことが出来る。以下でカップリングが起こる経路となる非対称性をまとめ、

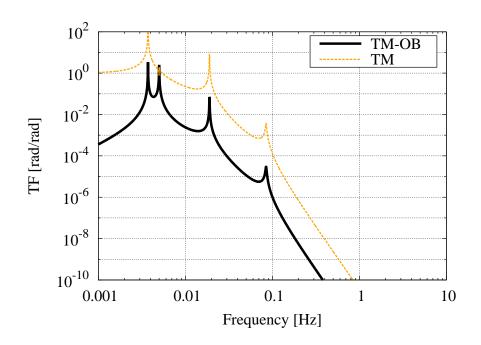


図 4.4: Phase-III TOBA 回転地面振動の防振比(設計) 黒線が試験マスと光学系ベンチの相対回転、橙点線がそれぞれのマスへの伝達関数である。同相雑音除去比 1/100 を仮定した

それぞれのカップリング伝達関数を示す。その後、並進地面振動の方向によって寄与を分け、各方向のカップリング雑音についての対策方法を議論する。

以下では基本的に Phase-III TOBA を想定し、図 4.5 に示すような構成でのカップリングを考える。棒状の試験マスと光学系ベンチがともに地面から懸架され、光学系ベンチ上に構成されたマイケルソン干渉計で試験マス両端に位置する鏡面の差動を読み取る構成である。異なる構成ではカップリングの経路も異なりうるが、通常のねじれ振り子の多くには以下と同様の議論が適用できる。また実際の Phase-III TOBA では中段マスを挟んだ多段振り子構成にするが、以下で求める伝達関数に、地面から中段マス下部への伝達関数を乗ずることで拡張は容易である。

座標系は特に断りがない限り慣性系に固定された座標系を考え、1 軸は重力の方向に沿って取る。 並進・回転の名称と正の向きは図 4.5 の通りとする。

4.2.1 カップリング経路

カップリングの経路として主なものを以下に挙げる

- 1. 重心-懸架点のズレ/質量分布の非対称性(慣性主軸の傾き)
- 2. 試験マス両端の鏡面の傾き

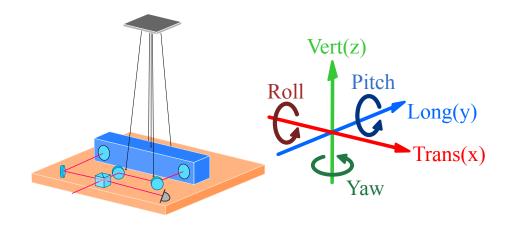


図 4.5: 懸架系モデルと座標系

3. 干渉計のビームスポットの高さズレ

各経路の詳細については続く小節でそれぞれ述べる。経路 1 は試験マス・光学系ベンチが実際に Yaw 方向に回転するものであり、残りの経路 2,3 はマス自体の Yaw 回転はないが干渉計の基線長変動が引き起こされるものである。経路 1 に関しては、地面振動のうち水平 2 自由度 (Long, Trans 方向) の成分によって引き起こされる。また経路 2 と関連するのは試験マス・光学系ベンチの Trans 並進、Vert 並進、Pitch 回転の 3 自由度であり、経路 3 と関連するのは Roll 回転である。

4.2.2 カップリング経路1: 重心-懸架点ズレ

理想的には試験マスの懸架点は重心の真上 (慣性主軸上) に来ることが望ましいが、実際は装置の製作精度により多少のズレが生じカップリング雑音の経路となる。直感的には、地面振動によるワイヤの張力が重心から水平にズレた位置に加わる事によって Yaw 方向のトルクが生じる、と理解できる。以下ではより厳密に考えるために、懸架点が重心の真上にない場合の運動方程式を考え、並進地面振動から Yaw 回転への伝達関数を考える。簡単のため散逸は無視する。

カップリング伝達関数 (Long 並進地面振動)

まず試験マス単体のカップリングを考える。光学系ベンチのカップリング伝達関数も導出方法は全く同じである。図 4.6 のように試験マスの懸架点が、重心から試験マスに沿った Trans 方向、Vert 方向の軸に沿って Δx , Δz だけズレた点にあるとする。重力によって試験マスが Pitch 方向に φ_P だけ傾き、このとき Long 方向の地面振動によってカップリングが引き起こされる。

傾いた試験マスの慣性モーメントテンソルは、

$$I = R_{\rm P}(\varphi_{\rm P}) \begin{pmatrix} I_{\rm R} & 0 & 0 \\ 0 & I_{\rm P} & 0 \\ 0 & 0 & I_{\rm Y} \end{pmatrix} R_{\rm P}^{-1}(\varphi_{\rm P}) \simeq \begin{pmatrix} I_{\rm R} & 0 & -\varphi_{\rm P}(I_{\rm Y} - I_{\rm R}) \\ 0 & I_{\rm P} & 0 \\ -\varphi_{\rm P}(I_{\rm Y} - I_{\rm R}) & 0 & I_{\rm Y} \end{pmatrix}$$
(4.15)

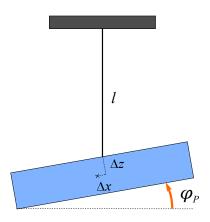


図 4.6: 重心と懸架点のズレ

であるから、 Long 方向の運動 (Long 並進 y_{L} , Roll 回転 $\theta_{\operatorname{R}}$, Yaw 回転 $\theta_{\operatorname{Y}}$) に関する系の $\operatorname{Lagrangian}$ は、

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{y}_{L}^{2} + \frac{1}{2}I_{R}\dot{\theta}_{R}^{2} + \frac{1}{2}I_{Y}\dot{\theta}_{Y}^{2} + \varphi_{P}(I_{R} - I_{Y})\dot{\theta}_{R}\dot{\theta}_{Y} - mgz_{CM} - \frac{1}{2}\kappa_{Y}\theta_{Y}^{2}$$
(4.16)

となる。 z_{CM} は試験マス重心の Vert 座標で、幾何学的な関係から次のように書ける。

$$z_{\text{CM}} = \frac{1}{2l} \left\{ y_{\text{L}} - y_g - (\Delta z + \varphi_{\text{P}} \Delta x) \theta_{\text{R}} + (\Delta x - \varphi_{\text{P}} \Delta z) \theta_{\text{Y}} \right\}^2 + \frac{1}{2} (\Delta z + \varphi_{\text{P}} \Delta x) \theta_{\text{R}}^2 - (\Delta x - \varphi_{\text{P}} \Delta z) \theta_{\text{R}} \theta_{\text{Y}}$$

$$(4.17)$$

これらを用いて $y_{\rm L}, \theta_{\rm R}, \theta_{\rm Y}$ に関する Euler-Lagrange 方程式を立て、フーリエ変換して整理すると、

$$\begin{pmatrix}
1 - \frac{l}{g}\omega^{2} & \Delta z + \varphi_{P}\Delta x & \Delta x - \varphi_{P}\Delta z \\
m(\Delta x - \varphi_{P}\Delta z)\omega^{2} & -mg(\Delta x - \varphi_{P}\Delta z) + \varphi_{P}(I_{Y} - I_{R})\omega^{2} & \kappa_{Y} - I_{Y}\omega^{2} \\
m(\Delta z + \varphi_{P}\Delta x)\omega^{2} & -mg(\Delta z + \varphi_{P}\Delta x) + I_{R}\omega^{2} & mg(\Delta x - \varphi_{P}\Delta z) - \varphi_{P}(I_{Y} - I_{R})\omega^{2}
\end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix}
\tilde{y}_{L} \\
\tilde{\theta}_{R} \\
\tilde{\theta}_{Y}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
1 \\
0 \\
0
\end{pmatrix}
\tilde{y}_{g}$$
(4.18)

となる。左辺の行列をMとすると、カップリング伝達関数 $ilde{H}_{\mathsf{L} o \mathsf{Y}}$ は、

$$\tilde{H}_{L\to Y}(\omega) \equiv \frac{\tilde{\theta}_{Y}}{\tilde{y}_{g}} = (M^{-1})_{31} = \frac{M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31}}{\det M}
= \frac{m(I_{R}\Delta x - \varphi_{P}I_{Y}\Delta z)\omega^{4}}{\det M}$$
(4.19)

であり、 $\det M$ は式 (4.18) より、

$$\det M \simeq \left(\kappa_{\rm Y} - I_{\rm Y}\omega^2\right) \left(1 - \frac{l + \Delta z}{g}\omega^2\right) \left(mg\Delta z - I_{\rm R}\omega^2\right) \tag{4.20}$$

と計算される。ただし、 $\Delta x \ll \Delta z, \varphi_P \ll 1, \Delta z \ll l$ として微小項は無視した。従って、

$$\begin{split} \tilde{H}_{\text{L}\to\text{Y}}(\omega) &= \frac{m(I_{\text{R}}\Delta x - \varphi_{\text{P}}I_{\text{Y}}\Delta z)\omega^{4}}{\left(\kappa_{\text{Y}} - I_{\text{Y}}\omega^{2}\right)\left(1 - \frac{l + \Delta z}{g}\omega^{2}\right)\left(mg\Delta z - I_{\text{R}}\omega^{2}\right)} \\ &= \frac{\left(\frac{I_{\text{R}}}{I_{\text{Y}}}\frac{\Delta x}{\Delta z} - \varphi_{\text{P}}\right)\frac{\omega^{4}}{g\omega_{\text{Y}}^{2}}}{\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{\text{Y}}^{2}}\right)\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{\text{L}}^{2}}\right)\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{\text{R}}^{2}}\right)} \\ \omega_{\text{L}} &\equiv \sqrt{\frac{g}{l + \Delta z}}, \quad \omega_{\text{R}} \equiv \sqrt{\frac{mg\Delta z}{I_{\text{P}}}}, \quad \omega_{\text{Y}} \equiv \sqrt{\frac{\kappa_{\text{Y}}}{I_{\text{V}}}} \end{split} \tag{4.22}$$

と導かれる。 $\Delta x/I_{\rm Y}$ に比例する第一項は試験マスに沿った ${
m Yaw}$ 方向のトルクによる回転を表している。 $\Delta z/I_{
m R}$ に比例する第二項は試験マスに沿った ${
m Roll}$ 回転の寄与である。これら 2 方向の回転の和として試験マスはある軸の周りに回転し、その回転軸が水平方向からズレている分だけ地面に対して ${
m Yaw}$ 回転成分を持つ、と解釈することができる。回転軸が水平方向と一致していれば ${
m Yaw}$ 回転成分は持たないことから、回転軸の傾き $\varphi_{
m P}$ は式 (4.21) の係数より、

$$\varphi_{\rm P}' = \varphi_{\rm P} - \frac{I_{\rm R}}{I_{\rm Y}} \frac{\Delta x}{\Delta z} \tag{4.23}$$

である。TOBA で用いるような Trans 方向に長い棒状試験マスの場合には $I_Y\gg I_R$ が成り立ち、また傾きは $\varphi_P\simeq \Delta x/\Delta z$ となるため通常は第 1 項が支配的となり $\varphi_P'\simeq \varphi_P$ である。

カップリング伝達関数は Long 並進、Roll 回転、Yaw 回転の共振周波数にピークをもち、一例をグラフに表すと図 4.7 のようになる。

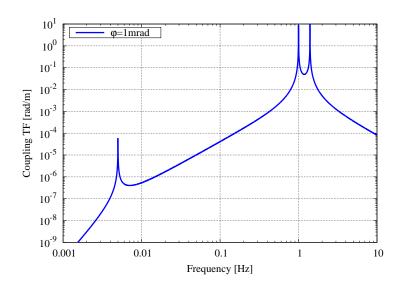


図 4.7: 重心-懸架点のズレによるカップリング伝達関数の一例 共振周波数が Yaw:5mHz, Long:1Hz, Roll:1.4Hz で、回転軸の傾きが 1mrad の場合

上の計算では懸架点と重心の水平位置がズレており、それによって試験マスが傾いているという状況を考え伝達関数を求めたが、式 (4.21) は懸架点のズレ Δx が 0 であっても傾き φ が 0 でなければカップリングが存在することを示している。ここで傾き φ とは厳密にはマスの慣性主軸方向の傾きであり、一般には懸架点のズレとは独立に考える必要がある。例えば質量分布が対称的でない場合などには、重心が懸架点の真下にあっても慣性主軸が水平方向からズレ $\varphi \neq 0$ という状況が起こり、カップリングが導入されてしまうので注意しなければならない。慣性モーメントテンソルが、

$$I = \begin{pmatrix} I_{R} & -\Delta I_{3} & -\Delta I_{2} \\ -\Delta I_{3} & I_{P} & -\Delta I_{1} \\ -\Delta I_{2} & -\Delta I_{1} & I_{Y} \end{pmatrix}$$

$$(4.24)$$

で表されるような場合、式 (4.15) と比較すれば、慣性主軸の傾きは

$$\varphi_{\mathbf{R}} = \frac{\Delta I_1}{I_{\mathbf{Y}} - I_{\mathbf{P}}} \quad , \quad \varphi_{\mathbf{P}} = \frac{\Delta I_2}{I_{\mathbf{Y}} - I_{\mathbf{R}}} \quad , \quad \varphi_{\mathbf{Y}} = \frac{\Delta I_3}{I_{\mathbf{P}} - I_{\mathbf{R}}}$$
(4.25)

となる。ただし添字 R,P,Y は Roll,Pitch,Yaw 方向を表しており、 φ は 1 より十分小さいと仮定した。光学系ベンチなど、多数の光学素子が載せられるマスの場合にはこの傾きが十分小さくなるよう質量分布にも留意する必要がある。

低減方法

カップリング低減のためには、伝達関数の係数である回転軸の傾き φ_P' を小さくすることが必要であり、具体的には次に挙げるような方法が考えられる。

- 1. カウンターウェイトによる重心位置の調整
- 2. 質量分布の調整
- 3. アクチュエートによる傾きの調整

1 は Δx を調整することで φ もそれに比例して調整され、式 (4.21) の第一項・第二項をともに小さくする方法である。2,3 は φ を調整するもので、式 (4.21) のうち主要な第二項を低減し、かつ第一項と第二項を打ち消させることでカップリングを低減する方法である。通常想定されるのは方法 1 であり最もシンプルではあるが、マスに対して非接触のまま調整することが難しく、計測と調整を繰り返す度に装置を止めなければならないというデメリットがある。このデメリットについては 方法 2 も同様である。これに対し 3 の方法では、試験マスに非接触のままアクチュエートが可能であるため手間が軽減されるという利点がある。またアクチュエートを制御ループに組み込むこともでき、例えば特定の周波数で加振するなどしてカップリング率をリアルタイムに計測しアクチュエータにフィードバックすれば、カップリングが極小となる位置に制御することができる可能性もある。

要求值

Phase-III TOBA では各共振周波数が $f_{\rm T}\equiv\omega_{\rm T}/2\pi\sim1{\rm Hz}, f_{\rm R}\equiv\omega_{\rm R}/2\pi\sim1{\rm Hz}, f_{\rm Y}\equiv\omega_{\rm Y}/2\pi\sim0.01{\rm Hz}$ であり、ターゲットとする $0.1{\rm Hz}$ では $f_{\rm Y}\ll f\ll f_{\rm T}, f_{\rm R}$ が成り立つ。従って式 (4.21) は $0.1{\rm Hz}$ 付近において

$$\tilde{H}_{\text{L}\to Y} \simeq \left(\varphi_{\text{P}} - \frac{I_{\text{R}}}{I_{\text{Y}}} \frac{\Delta x}{\Delta z}\right) \frac{\omega^2}{g}$$
 (4.26)

と近似できるので、カップリングの要求値 $| ilde{H}| < 10^{-10} \mathrm{rad/m}(@0.1 \mathrm{Hz})$ から課される要求値は、

$$\left| \varphi_{\rm P} - \frac{I_{\rm R}}{I_{\rm Y}} \frac{\Delta x}{\Delta z} \right| < \frac{9.8 [{\rm m/s^2}]}{(2\pi \times 0.1 [{\rm Hz}])^2} \times 10^{-10} [{\rm rad/m}] \simeq 2.5 \times 10^{-9} [{\rm rad}]$$
 (4.27)

となる。傾きを直接調整して低減を行う場合には上式の第一項のみを変化させるため、上の値 $(2.5\mathrm{nrad})$ が調整精度への要求値となる。重心位置調整による低減を行う場合には上式の 2 つの項の和に要求値が課されるが、棒状試験マスでは $I_{\mathrm{Y}}\gg I_{\mathrm{R}}$ であるから第一項 $\varphi_{\mathrm{P}}\simeq\Delta x/\Delta z$ の寄与が主であり、 $\Delta x<(2.5\times10^{-9})\times\Delta z$ が要求値となる。

地面振動の影響下では、Pitch 回転の揺れは RMS $\sim 60\mu rad$ 程度である。平均位置が上の要求値程度の精度で合わせられていても、要求精度に対して変動が大きすぎると非線形な効果によりカップリング雑音が導入されてしまう。詳細な計算は補遺に記した。従ってフィードバック制御による傾き変動の抑制も必要であり、その要求値は、大まかには変動の RMS が上の要求精度と同程度であれば十分であると見積もられる。

これまでの解析は光学系ベンチについても成り立つため、光学系ベンチの Yaw 回転を抑えるには (4.27) と同様の要求値が課される。しかし試験マスと光学系ベンチに対して回転はコヒーレントに伝達されるため、相対回転に対しては同相雑音除去が効く。それぞれの伝達関数は 0.1Hz 付近では式 (4.26) で近似されるため、それぞれの回転軸の傾き φ_P' が近いほど相対回転は小さくなる。このためそれぞれのマスが要求値 (4.27) を満たしていなくとも、相対回転がカップリングの要求値を満たすことは可能である。従って課される要求値も異なり、それぞれのマスの絶対傾きに対してではなく、2 つのマスの相対傾きと平均の絶対傾きに対する要求値を考えるのが良い。

2 つの傾きを $arphi_{\mathrm{P(TM)}} = \bar{\varphi}_{\mathrm{P}} + \frac{1}{2}\Delta \varphi_{\mathrm{P}}$, $\varphi'_{\mathrm{P(OB)}} = \bar{\varphi}_{\mathrm{P}} - \frac{1}{2}\Delta \varphi_{\mathrm{P}}$ とおき、式 (4.21) を傾きとそれ以外に分けて $\tilde{H}_{\mathrm{L} \to \mathrm{Y}} = \varphi'_{\mathrm{P}} \tilde{H}_{0}$ とおくと、相対回転への伝達関数が

$$\tilde{H}_{\text{L}\to\text{Y}(\text{TM-OB})} = \bar{\varphi}_{\text{P}} \left(\tilde{H}_{0(\text{TM})} - \tilde{H}_{0(\text{OB})} \right) + \frac{1}{2} \Delta \varphi_{\text{P}} \left(\tilde{H}_{0(\text{TM})} + \tilde{H}_{0(\text{OB})} \right)$$
(4.28)

となる。上式の 2 つの項がともにカップリングの要求値 $|\tilde{H}| < 10^{-10} \mathrm{rad/m}(@0.1 \mathrm{Hz})$ を満たすという要求から、相対傾き $\Delta \varphi_{\mathrm{P}}$ と平均傾き $\bar{\varphi}_{\mathrm{P}}$ への要求値が課される。このとき特に第一項は試験マスと光学系ベンチの共振周波数に依存し、Yaw 回転の共振周波数が近いほど伝達関数の形が近くなり同相雑音除去が効くため要求値は緩和される。回転地面振動の防振に関して同相雑音除去比1/100 という設計をしているため、これが実現されている場合を想定すると、

$$|\Delta\varphi_{\rm P}| < 2.5 \times 10^{-9} [\rm rad] \tag{4.29}$$

$$|\bar{\varphi}_{\rm P}| < 1.0 \times 10^{-4} [{\rm rad}]$$
 (4.30)

が要求値となる。試験マスの Yaw 回転,Long 並進,Roll 回転の共振周波数を 5mHz,1Hz,1.4Hz、光学系ベンチの共振周波数を 5.02mHz,1Hz,2Hz、として計算した。相対傾きに関しては (4.27) と同様の要求値となるが、水平方向からの絶対傾きに関しては同相雑音除去によって緩和されている。ただしこれは Yaw 回転の同相雑音除去比にも依存することには注意する必要がある。

Trans 並進地面振動

同様の議論は Trans 方向からのカップリングにも適用できるが、以下で見るように形状によってカップリングの大きさは Long 方向と Trans 方向で異なる。

カップリング伝達関数は式 (4.21) の Long と Trans、Roll と Pitch を入れ替えて、

$$\tilde{H}_{\mathrm{T}\to\mathrm{Y}}(\omega) = \frac{\left(\frac{I_{\mathrm{P}}}{I_{\mathrm{Y}}}\frac{\Delta y}{\Delta z} - \varphi_{\mathrm{R}}\right)\frac{\omega^{4}}{g\omega_{\mathrm{Y}}^{2}}}{\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{\mathrm{Y}}^{2}}\right)\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{\mathrm{T}}^{2}}\right)\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{\mathrm{P}}^{2}}\right)}$$
(4.31)

$$\omega_{\rm T} \equiv \sqrt{\frac{g}{l + \Delta z}}, \quad \omega_{\rm P} \equiv \sqrt{\frac{mg\Delta z}{I_{\rm P}}}, \quad \omega_{\rm Y} \equiv \sqrt{\frac{\kappa_{\rm Y}}{I_{\rm Y}}}$$
(4.32)

と表される。 Δy が Long 方向の重心と懸架点のズレである。 Long 方向と同様に回転軸の傾き $arphi_{\mathrm{R}}$ は、

$$\varphi_{\rm R}' = \varphi_{\rm R} - \frac{I_{\rm P}}{I_{\rm V}} \frac{\Delta y}{\Delta z} \tag{4.33}$$

である。

Phase-III TOBA では Trans 方向に長い棒状の試験マスを用いるため、 $I_{\rm Y} \simeq I_{\rm P}$ が成り立つ。また試験マスの傾きに関して、ワイヤの弾性による復元力が重力より十分小さい場合には $\varphi_{\rm R} \simeq \Delta y/\Delta z$ である。これらを考慮すると回転軸の傾き (4.33) の第 1 項と第 2 項はほぼ打ち消し合い、Long 方向に比べカップリングは小さくなる。これは Trans 方向の軸まわりの対称性が良いためである。

しかし光学系ベンチの寄与もあるためカップリング低減のために課される要求値は Long 方向と同じであり、

$$|\Delta\varphi_{\rm R}| < 2.5 \times 10^{-9} [\rm rad] \tag{4.34}$$

$$|\bar{\varphi}_{R}| < 1.0 \times 10^{-4} [rad]$$
 (4.35)

である。Long 地面振動からのカップリングの場合と同様に、フィードバック制御により傾き変動の RMS を上の要求値近くまで抑制する必要がある。

4.2.3 カップリング経路 2: 試験マス両端の鏡面の傾き

試験マスの回転をマイケルソン干渉計で読み取るとき、棒状マスの両端に設置された鏡面をエンドミラーとして用いる (図 4.5)。並進地面振動による試験マス・光学系ベンチの運動のため干渉計のビームスポットは鏡面に沿って移動する。このとき鏡面が傾いているとビームスポットの移動

に伴う基線長変動が起こり、2 つのビームスポットでの基線長変動の差は回転信号として検出され カップリング雑音となる。

ビームスポットの移動によるカップリングに寄与する自由度と関係する鏡面の傾き方向を図 4.8 に示す。Trans 並進、Vert 並進では 2 つのビームスポットが同方向に動くため、両端の鏡面の相対的な傾きによりカップリングが起こる。Pitch 回転では 2 つのビームスポットが逆方向に動くため、重力方向に対する鏡面の同相方向の傾き (両端の鏡の傾きの平均値) がカップリングに寄与する。

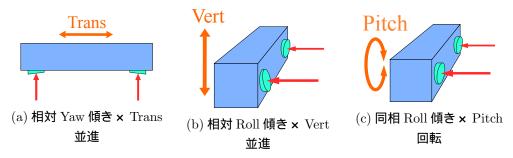


図 4.8: 鏡面の傾きによるカップリング

カップリング伝達関数はそれぞれ試験マスと光学系ベンチの相対 Trans 並進、相対 Vert 並進、相対 Pitch 回転、に比例する形になる。以下でその具体的な表式を計算する。

相対 Yaw 傾き x Trans 並進

2 つのビームスポットの Trans 方向の移動量は、試験マスと光学系ベンチの相対 Trans 並進量と一致する。 Trans 方向の地面振動から各マスの Trans 並進への伝達関数を $\tilde{H}_{T \to T(TM,OB)}$ とし、鏡面の Yaw 方向の相対的な傾きを φ_{Yd} とすると、地面振動から Yaw 回転信号へのカップリング伝達関数 \tilde{H}_c は、

$$\tilde{H}_{\rm c} = \varphi_{\rm Yd} \frac{\tilde{H}_{\rm T \to T(TM)} - \tilde{H}_{\rm T \to T(OB)}}{L_{\rm mir}}$$
(4.36)

と表される。 $L_{
m mir}$ は両端の鏡間の距離である。

 $ilde{H}_{ ext{T} o ext{T}(ext{TM}, ext{OB})}$ の具体的な表式は運動方程式を解くことで得られる。

図 4.9 に示す構成において Trans 並進、Pitch 回転に関する系の Lagrangian は次のようになる。

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{x}_{T}^{2} + \frac{1}{2}I_{P}\dot{\theta}_{P}^{2} - mg\left(\frac{\Delta z}{2}\theta_{P}^{2} + \frac{1}{2l}(x_{T} - \Delta z\theta_{P} - x_{g})^{2}\right)$$
(4.37)

m が質量、 $I_{\rm P}$ が慣性モーメントである。 $x_{\rm T}, \theta_{\rm P}$ に関する Euler-Lagrange 方程式を立て、フーリエ 変換して整理すると、

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{l}{g}\omega^{2} & -\Delta z \\ 1 & -(l + \Delta z) + \frac{lI_{\rm P}}{mg\Delta z}\omega^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_{\rm T} \\ \tilde{\theta}_{\rm P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tilde{x}_{g}$$
 (4.38)

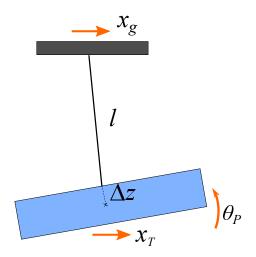


図 4.9: Trans 並進の伝達関数

これを解いて、

$$\tilde{H}_{T\to T} \equiv \frac{\tilde{x}_T}{\tilde{x}_g} = \frac{1 - \frac{I_P}{mg\Delta z}\omega^2}{\left(1 - \frac{l}{g}\omega^2\right)\left(1 + \frac{\Delta z}{l} - \frac{I_P}{mg\Delta z}\omega^2\right) - \frac{\Delta z}{l}} \simeq \frac{1}{1 - \frac{l + \Delta z}{g}\omega^2}$$
(4.39)

また、Pitch 回転への伝達関数は

$$\tilde{H}_{T\to P} \equiv \frac{\tilde{\theta}_{P}}{\tilde{x}_{g}} = \frac{\frac{1}{g}\omega^{2}}{\left(1 - \frac{l}{g}\omega^{2}\right)\left(1 + \frac{\Delta z}{l} - \frac{I_{P}}{mg\Delta z}\omega^{2}\right) - \frac{\Delta z}{l}}$$

$$\simeq \frac{\frac{1}{g}\omega^{2}}{\left(1 - \frac{l + \Delta z}{g}\omega^{2}\right)\left(1 - \frac{I_{P}}{mg\Delta z}\omega^{2}\right)}$$
(4.40)

となる。

試験マス・光学系ベンチそれぞれのパラメータを用いて伝達関数を求め、その差を取ることで相対 Trans 並進への伝達を求めることができる。ここで回転地面振動の防振と同様に並進についても同相雑音除去を考えることができる。式 (4.39) より同相雑音除去比を計算すると、

$$CMRR \simeq \frac{\left(\frac{1}{\omega_{T(TM)}^{2}} - \frac{1}{\omega_{T(OB)}^{2}}\right)\omega^{2}}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_{T(TM)}^{2}} + \frac{1}{\omega_{T(OB)}^{2}}\right)\omega^{2}}$$
(4.41)

共振周波数よりも低周波数帯では、

$$CMRR \simeq \left(\frac{1}{\omega_{T(TM)}^{2}} - \frac{1}{\omega_{T(OR)}^{2}}\right)\omega^{2}$$
(4.42)

ただし、

$$\omega_{\text{T(TM)}} \equiv \sqrt{\frac{g}{l_{\text{TM}} + \Delta z_{\text{TM}}}} \quad , \quad \omega_{\text{T(OB)}} \equiv \sqrt{\frac{g}{l_{\text{OB}} + \Delta z_{\text{OB}}}}$$
(4.43)

となる。CMRR は試験マスと光学系ベンチの並進の共振角周波数の2乗の差に比例しており、2つのマスの重心の高さを合わせ共振周波数を近づけるほど同相雑音除去が効くことが分かる。

カップリングの低減方法には次の3つが考えられる。

- 1. 鏡面の傾きの低減
- 2. 並進の同相雑音除去比の向上
- 3. 鏡間距離 L_{\min} を大きくする

3 に関しては、装置のスケールの制限から調整できる範囲は限られている。そのため L_{\min} は固定 (Phase-III TOBA では $20 \sim 30 \text{cm}$) とし、以下では方法 1.2 についてのみ考えるものとする。

鏡面の傾きを十分に低減するためには、試験マスの側面を研磨・コーティングすることにより鏡面とする方法が考えられる。研磨の精度を $\lambda/10 \simeq 0.15 \mu m$ 程度とすると、長さ 20 cm の試験マスでは鏡面の傾きは概ね、

$$\varphi_{\rm Yd} \sim \frac{0.15\mu\rm m}{L_{\rm min}} \simeq 8 \times 10^{-7} [\rm rad]$$
 (4.44)

程度となる。厳密には研磨された鏡面形状の空間周波数を考慮する必要があるが、上では研磨の精度は空間周波数の低い成分でリミットされていると仮定した。

上記の鏡面精度が達成されているとして、共振周波数が $1 {
m Hz}$ 程度 $(l+\Delta z \simeq 25 {
m cm})$ 付近にあるると仮定すると、同相雑音除去比への要求値は、式 (4.36) とカップリングへの要求値 $|\tilde{H}_{\rm c}|<10^{-10} {
m rad/m}(@0.1 {
m Hz})$ より、

CMRR
$$< \frac{10^{-10} [\text{rad/m}] \times 0.2 [\text{m}]}{8 \times 10^{-7} [\text{rad}]} \simeq 2.5 \times 10^{-5}$$
 (4.45)

となる。式 (4.42) より計算すると、要求値を実現するためには $l+\Delta z$ を約 $1 \mathrm{mm}$ の精度で一致させる必要がある。装置の製作精度を $0.1 \mathrm{mm}$ 程度と見積もるとこれは実現可能な値であり、カップリング雑音の低減は試験マスの研磨と並進振動の同相雑音除去によって可能であると見積もられる。

相対 Roll 傾き× Vert 並進

鉛直並進からのカップリングは基本的に Trans 並進からのカップリングと同じである。鉛直地面振動からマスの Vert 並進への伝達関数を $\tilde{H}_{V \to V(TM,OB)}$ とし、鏡面の Roll 方向の相対的な傾きを φ_{Rd} とすると、地面振動から Yaw 回転信号へのカップリング伝達関数 \tilde{H}_c は式 (4.36) と同様に、

$$\tilde{H}_{\rm c} = \varphi_{\rm Rd} \frac{\tilde{H}_{\rm V \to V(TM)} - \tilde{H}_{\rm V \to V(OB)}}{L_{\rm mir}}$$
(4.46)

となる。

低減方法も Trans 並進と同じであり、試験マスの研磨と並進振動の同相雑音除去によって可能である。ただし鉛直並進は通常、水平並進よりも共振周波数が高く、式 (4.42) より明らかなように低

周波数帯での同相雑音除去を容易に行うことができる。鉛直方向の共振周波数はワイヤの伸びによるバネkとマスの質量mで決まり、

$$f_{\rm V} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad k = \frac{\pi E d^2}{4l}$$
 (4.47)

となる。 $\rm E$ はワイヤ材質のヤング率, $\rm d$ はワイヤの直径, $\rm l$ はワイヤの長さである。 $\rm Phase-III\ TOBA$ では $f_{\rm V(TM)}\sim 30{\rm Hz}$, $f_{\rm V(OB)}\sim 20{\rm Hz}$ であり、同相雑音除去比は 1.4×10^{-5} 程度となる。 $\rm Trans$ 並進 と同じ同相雑音除去比 2.5×10^{-5} が実現されるためには質量が 30%の精度で設計値に一致していればよく、十分に実現可能である。従って鏡面の研磨精度が $\rm Yaw$ 方向 (4.44) と同程度になっていれば、カップリングの要求値 $|\tilde{H}_{\rm c}|< 10^{-10}{\rm rad/m}(@0.1{\rm Hz})$ が満たされることが分かる。

同相 Roll 傾き× Pitch 回転

Pitch 回転によるカップリングは他の 2 つの経路と似ているが、両端のビームスポットが逆方向に動くためにやや性質が異なる。鏡面の鉛直方向からの同相傾きを φ_{Rc} とすると、カップリング伝達関数は、上で求めた Trans 並進地面振動から Pitch 回転への伝達関数 (4.40) を用いて、

$$\tilde{H}_{c} = \varphi_{Rc}(\tilde{H}_{T \to P(TM)} - \tilde{H}_{T \to P(OB)}) \tag{4.48}$$

となる。

他の 2 つの経路と同様に、傾き $\varphi_{\rm Rc}$ を減らすことでカップリングは低減される。ただしここで $\varphi_{\rm Rc}$ は他の経路とは異なり、重力方向を基準とした平均の傾きであるから、試験マス自体の傾きを 変化させることによって調整が可能である。

同相雑音除去によってもカップリングは低減されるが、 $Phase-III\ TOBA$ では試験マスの Pitch 共振周波数が 0.3Hz 付近という低周波にあるため、0.1Hz 帯での同相雑音除去比はあまり小さくなく 0.1 程度である。

共振周波数よりも低周波での伝達関数 $\tilde{H}_{T o P}$ は、式 (4.40) より、

$$\tilde{H}_{\mathrm{T}\to\mathrm{P}} \simeq \frac{1}{q}\omega^2 \tag{4.49}$$

従って CMRR= 0.1 とした場合の傾き調整精度への要求値は、

$$\varphi_{\text{Rc}} < \frac{1}{0.1} \frac{9.8[\text{m/s}^2]}{(2\pi \times 0.1[\text{Hz}])^2} \times 10^{-10} [\text{rad/m}] \simeq 25 [\text{nrad}]$$
(4.50)

となる。同相雑音除去比の分だけ緩和されているが 4.2.2 節で課された要求値と類似しており、同様にフィードバック制御による傾き変動の抑制も必要である。

4.2.4 カップリング経路3:ビームスポットの高さズレ

図 4.5 に示したように、干渉計のレーザー光は試験マス両端の 2 点で反射される。このときこの 2 つのビームスポットの高さがズレていると、Yaw 回転だけでなく Roll 回転による基線長変動が

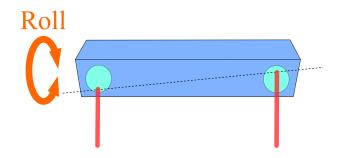


図 4.10: ビームスポット高さズレ

引き起こされ雑音となる。原理は図 4.10 に示すように、試験マスと光学系ベンチが相対 Roll 回転をすると 2 つのビームスポットで鏡面が逆方向に動くというものである。ビームスポットの高さの差を h_{BS} とすると、基線長の差動は $h_{BS} imes (\theta_{R(OB)} - \theta_{R(TM)})$ であるから、これに等価な Yaw 回転信号へのカップリング伝達関数は、

$$\tilde{H}_{\rm c} = -h_{\rm BS} \frac{\tilde{H}_{\rm L \to R(TM)} - \tilde{H}_{\rm L \to R(OB)}}{L_{\rm mir}} = -\varphi_{\rm BS} \left(\tilde{H}_{\rm L \to R(TM)} - \tilde{H}_{\rm L \to R(OB)} \right)$$
(4.51)

と表される。 $\varphi_{\rm BS}\equiv h_{\rm BS}/L_{\rm mir}$ は 2 つのビームスポットを結んだ軸の水平からの傾きを表している。 伝達関数 $\tilde{H}_{\rm L\to R}$ は Trans 地面振動から Pitch 回転への伝達関数 (4.40) と同様に、

$$\tilde{H}_{L\to R} \equiv \frac{\tilde{\theta}_{R}}{\tilde{y}_{g}} = \frac{\frac{1}{g}\omega^{2}}{\left(1 - \frac{l}{g}\omega^{2}\right)\left(1 + \frac{\Delta z}{l} - \frac{I_{R}}{mg\Delta z}\omega^{2}\right) - \frac{\Delta z}{l}}$$

$$\simeq \frac{\frac{1}{g}\omega^{2}}{\left(1 - \frac{l + \Delta z}{g}\omega^{2}\right)\left(1 - \frac{I_{R}}{mg\Delta z}\omega^{2}\right)}$$
(4.52)

である。

カップリング伝達関数 (4.51) は前節で求めたものと同じ形をしているため、低減方法もほぼ同じである。

- 1. ビームスポットの傾き φ_{BS} の調整
- 2. Roll 回転の同相雑音除去

Phase-III TOBA では、Roll の共振周波数は試験マスが $1.4 {\rm Hz}$, 光学系ベンチが $2 {\rm Hz}$ 付近であるため、 $0.1 {\rm Hz}$ での同相雑音除去比は 3×10^{-3} 程度となる。従って傾き $\varphi_{\rm BS}$ への要求値は、

$$\varphi_{\rm BS} < 0.8[\mu {\rm rad}] \tag{4.53}$$

となる。

4.2.5 カップリング雑音の低減

前節までに各カップリング経路の低減方法をそれぞれ求め、調整すべきパラメータは主に、何らかの傾き (回転軸, ビームスポット,...)、鏡面精度、同相雑音除去比、の 3 種であることが明らかになった。そして、傾きに関してはカウンターウェイト又はアクチュエート、鏡面精度に関しては試験マス側面の研磨・コーティング、同相雑音除去比に関しては懸架ワイヤの長さ等の調節、によって調整を行うことができる。傾きに関しては上でも述べたように、アクチュエートを用いれば制御によりカップリングを極小に保つことができる可能性もある。各方向のカップリング経路と低減方法をまとめると表 4.1 のようになり、Long,Trans,Vert 方向のカップリング伝達関数は、式 (4.21) と (4.51)、(4.31) と (4.36) と (4.48)、(4.46) の和として次のようになる。

$$\tilde{H}_{c(\text{Long})} = \tilde{H}_{\text{L}\to\text{Y(TM)}} - \tilde{H}_{\text{L}\to\text{Y(OB)}} - \varphi_{\text{BS}} \left(\tilde{H}_{\text{L}\to\text{R(TM)}} - \tilde{H}_{\text{L}\to\text{R(OB)}} \right)$$
(4.54)

$$\begin{split} \tilde{H}_{c(\text{Trans})} &= \tilde{H}_{\text{T} \to \text{Y(TM)}} - \tilde{H}_{\text{T} \to \text{Y(OB)}} + \frac{\varphi_{\text{Yd}}}{L_{\text{mir}}} \left(\tilde{H}_{\text{T} \to \text{T(TM)}} - \tilde{H}_{\text{T} \to \text{T(OB)}} \right) \\ &+ \varphi_{\text{Rc}} \left(\tilde{H}_{\text{T} \to \text{P(TM)}} - \tilde{H}_{\text{T} \to \text{P(OB)}} \right) \end{split} \tag{4.55}$$

$$\tilde{H}_{c(\text{Vert})} = \frac{\varphi_{\text{Rd}}}{L_{\text{mir}}} \left(\tilde{H}_{\text{V} \to \text{V(TM)}} - \tilde{H}_{\text{V} \to \text{V(OB)}} \right)$$
(4.56)

表 4.1: カップリング経路まとめ

地面振動	関連するカップリング経路	調整するパラメータ	要求精度
Long	重心-懸架点ズレ (Trans 方向)	回転軸 Pitch 傾き $arphi'_{\operatorname{P}}$	相対:2.5×10 ⁻⁹ rad
			絶対:1×10 ⁻⁴ rad
	ビームスポット高さズレ	ビームスポット傾き $arphi_{ ext{BS}}$	$8 \times 10^{-7} \text{ rad}$
Trans	重心-懸架点ズレ (Long 方向)	回転軸 Roll 傾き $arphi_{ ext{R}}'$	相対:2.5×10 ⁻⁹ rad
			絶対:1×10 ⁻⁴ rad
	鏡面傾き (相対 Yaw 方向)	鏡面精度	$8 \times 10^{-7} \text{ rad}$
		同相雑音除去比 (Trans 並進)	2.5×10^{-5}
	鏡面傾き (同相 Roll 方向)	試験マス Roll 傾き $arphi_{ m R}$	$2.5 \times 10^{-8} \text{ rad}$
Vert	鏡面傾き (相対 Yaw 方向)	鏡面精度	$8 \times 10^{-7} \text{ rad}$
		同相雑音除去比 (Vert 並進)	2.5×10^{-5}

より厳密には Vert 振動から Pitch,Roll 回転への伝達を通したカップリングなども存在するが、Vert 振動から Pitch,Roll 回転への伝達自体が非対称性によって導入されるものであり、Long,Trans 並進からの伝達に比べ非対称性のオーダー分だけ小さい。そのためこれらは非対称性の 2 次で寄与するカップリングであり、表に挙げた経路に比べ寄与は十分小さいとして無視する。詳しい計算は補遺に記してある。

鏡面精度は製作時の精度で決まり、傾きと同相雑音除去比は装置の組み立て後に計測・調整を行う必要がある。しかし、傾きについては直接計測することが難しい。カップリングから要求される精度 $2.5\times10^{-9}\mathrm{rad}$ に対して水準器等による計測では $10^{-5}\mathrm{rad}$ 程度が計測精度の限界であり、また試験マスに大きな水準器を取り付けることは熱雑音等の悪化を招きかねず望ましくないためである。従って直接計測ではなくカップリング伝達関数の計測から推定することが必要となる。

カップリング伝達関数から傾きを推定するには、Long, Trans の 2 方向の伝達関数を計測し、それぞれ上に挙げた経路ごとの寄与に分離しなければならない。しかし、重心-懸架点ズレによるカップリングの伝達関数と Pitch, Roll 回転の伝達関数は関数形が似ており区別がつきにくいため注意が必要である。例えば Long 方向について式 (4.21) より \tilde{H}_{Loy} は、

$$\tilde{H}_{L\to Y} = -\varphi_P' \frac{\frac{\omega^2}{\omega_Y^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_Y^2}} \tilde{H}_{L\to R}$$
(4.57)

となり、Yaw 回転の共振周波数よりも高周波数帯では $\tilde{H}_{L o Y} \simeq \varphi_P' \tilde{H}_{L o R}$ である。従って (4.54) は次のようになる。

$$\tilde{H}_{c(\text{Long})} \simeq \left(\varphi'_{\text{P(TM)}} - \varphi_{\text{BS}}\right) \tilde{H}_{\text{L} \to \text{R(TM)}} - \left(\varphi'_{\text{P(OB)}} - \varphi_{\text{BS}}\right) \tilde{H}_{\text{L} \to \text{R(OB)}}$$
(4.58)

式から分かるように、伝達関数から推定できるのは試験マス・光学系ベンチの回転軸とビームスポットの相対傾き $\varphi_P' - \varphi_{BS}$ であり、それぞれの水平方向からの絶対傾きを知ることは難しい。相対傾きを合わせるだけでも大きく低減することは可能であるが、要求値まで低減するには絶対傾きの調整も必要である。Yaw 回転の共振周波数付近まで伝達関数を計測すればこれらを分離することができるが、通常、低周波数帯は外力雑音によって感度がリミットされており地面振動からの伝達関数を計測することが難しい。

そこで最終的にすべての傾きを水平方向に合わせるまでの手順として、まず相対傾きを合わせることで低減を行う。伝達関数の計測から相対傾きを求め、 $\varphi_P'\simeq \varphi_{\rm BS}$ と調整すると、このときカップリング伝達関数は (4.54) と (4.57) より、

$$\tilde{H}_{c(\text{Long})} = \varphi'_{P(\text{TM})} \left(\tilde{H}_{L \to Y(\text{TM})} - \tilde{H}_{L \to R(\text{TM})} \right) - \varphi'_{P(\text{OB})} \left(\tilde{H}_{L \to Y(\text{OB})} - \tilde{H}_{L \to R(\text{OB})} \right)
= -\varphi_{\text{BS}} \left(\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{Y(\text{TM})}^2}} \tilde{H}_{L \to R(\text{TM})} - \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{Y(\text{OB})}^2}} \tilde{H}_{L \to R(\text{OB})} \right)$$
(4.59)

となる。この状態でのカップリングの比例係数から絶対傾き $\varphi_{\rm BS}$ を知ることができるため、これに応じて全体の傾きをシフトさせれば全ての傾きを合わせることができる。以上の流れをグラフに表すと図 4.11 のようになる。無調整時の伝達関数 (黒線) から相対傾きを合わせると青線のようになり、更に絶対傾きを合わせることで全体が低減され水色線になる。

Trans 方向からのカップリングに関しても状況は似ており、重心 - 懸架点ズレと鏡面の同相 Roll 傾きによるカップリング (式 (4.55) の第 1・3 項) は高周波数帯での区別がつきにくい。

$$\tilde{H}_{c(\text{Trans})} \simeq \left(\varphi'_{\text{R(TM)}} + \varphi_{\text{Rc}}\right) \tilde{H}_{\text{T} \to \text{P(TM)}} - \left(\varphi'_{\text{R(OB)}} + \varphi_{\text{Rc}}\right) \tilde{H}_{\text{T} \to \text{P(OB)}} + \frac{\varphi_{\text{Yd}}}{L_{\text{mir}}} \left(\tilde{H}_{\text{T} \to \text{T(TM)}} - \tilde{H}_{\text{T} \to \text{T(OB)}}\right)$$

$$(4.60)$$

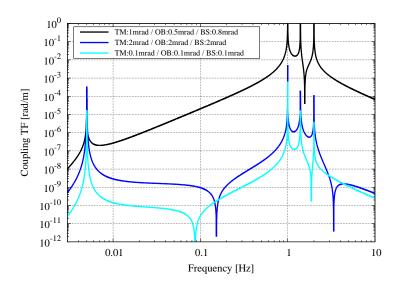


図 4.11: Long 方向のカップリング低減の流れ 無調整時 (黒線) から相対傾きを合わせ (青線)、さらに絶対傾きも合わせる (水色線)

そのため同様にまず試験マス・光学系ベンチの回転軸と鏡面の相対傾きを合わせ、その後絶対傾きを合わせることによって低減を行う。鏡面の Yaw 方向の傾きによるカップリング (式 (4.55) の 第 2 項) は伝達関数の形が異なるため、他の 2 つとは独立に調整を行う必要がある。

第5章 カップリング雑音低減実験

前章で述べように地面振動雑音、特に並進地面振動から回転信号へのカップリング雑音は、ねじれ型重力波検出器の感度向上において最も妨げとなる雑音のひとつである。その低減方法を確立することはねじれ型重力波望遠鏡を開発する上で必要不可欠であるだけでなく、ねじれ振り子を用いる他の実験にも応用が可能であり非常に意義が大きい。

本実験の目的は並進地面振動からのカップリング伝達関数を計測、理論と比較し、さらに第3章で述べた方法での低減を実証することである。今回我々はカップリング経路のうち一部について、 考案された低減方法の実証実験を行った。本章では実験のセットアップと内容について説明する。

5.1 構成

本実験の全体構成は図 5.1,5.2 のとおりである。Phase-III TOBA をやや小型化・簡略化し、懸架系は中段マス (Intermediate mass) 1 つとそこから吊るされた試験マス (Test mass)・光学系ベンチ (Optical Bench) から成る 2 段ねじれ振り子になっている。試験マスには Phase-III で予定されているよりも小さい長さ 20cm のものを用いた。中段マスは磁石によってダンピングされており、磁石を取り付けたダンピングマスもまた懸架されている。試験マスの回転を読み取る光学系や、位置を制御するためのアクチュエータなどは全て光学系ベンチに設置されている。振り子全体は、ヘキサポッドステージの上段から吊るされており、ヘキサポッドステージの下段は真空槽 (地面) に固定されている。ステージ上段には地震計 (L4-C) が設置されており、懸架点の振動を計測できるようになっている。また空気の対流や音響による雑音、気体分子衝突雑音などの影響を除くために振り子は真空槽に入れられている。本実験では真空度 10Pa 前後で計測を行った。干渉計に用いるレーザー光は真空槽外部の光源から光ファイバーを通して内部に導入され、ファイバー先端が光学系ベンチに固定されている。真空槽と光学系ベンチをつなぐ光ファイバーには、振動の伝達を小さくするために被覆がなく細いベアファイバを用いている。

干渉計及びその他センサの信号は全て AD 変換 (Analog to Digital Conversion) されデジタルシステムで取得される。制御のためのフィルタリングなどはデジタルシステム上で行われ、DA 変換 (Digital to Analog Conversion) された後フィードバックに用いられる。

5.1.1 試験マス

本実験で用いた試験マスは、Fused Silica 製の $20\mathrm{cm} \times 3\mathrm{cm} \times 3\mathrm{cm}$ 角柱である。前章で述べたように鏡面の傾きによるカップリングを抑えるため、側面が 10 の精度で研磨・コーティングさ

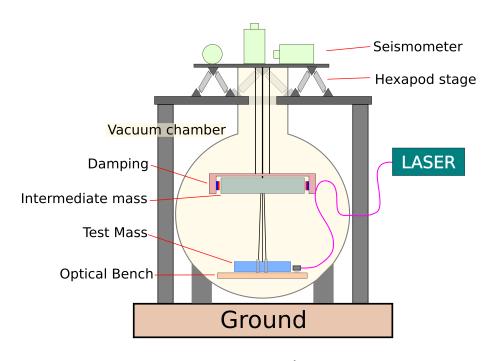


図 5.1: 実験セットアップ全体概要

れこれを反射面として用いる。反射面の形状は計測されていないが、空間周波数の低い成分が主要であると仮定すると、両端での反射面の相対傾きはおよそ 10^{-6} rad 程度である。写真を図 5.3 に示す (アクチュエータ用のコイルが取り付けられている)。

試験マスの両端には重心位置を調整するためのカウンターウェイトが取り付けられる。また試験マスの帯電による静電気力をシールドするために、レーザー光の反射位置を除いた試験マス表面、及び周囲の絶縁体の表面はアルミニウム箔で覆われている(図 5.4)。静電気力により試験マスが周囲の物体に引き寄せられ、干渉計の動作が不安定になることを防ぐためである。今後は金コーティングなどに改良する予定である。

5.1.2 光学系ベンチ

光学系ベンチは、 $30 \text{cm} \times 30 \text{cm} \times 1 \text{cm}$ のアルミ板を基板として、光学素子・光検出器 (Photo Detector; PD)・コイル・フォトセンサ等が固定されている。これらは全て試験マスの運動を読み取るためのものであり、Yaw 回転を読み取るマイケルソン干渉計、その他自由度の運動を読み取るフォトセンサ、試験マスの位置を制御するためのコイル-コイルアクチュエータ、として使用される。写真を図 5.5 に示す。

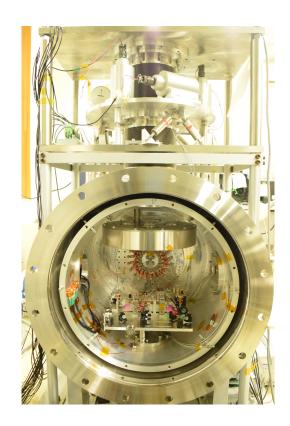


図 5.2: 実験セットアップ全体図

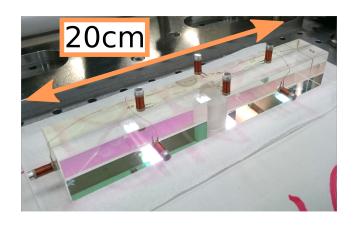


図 5.3: Fused Silica 製 試験マス

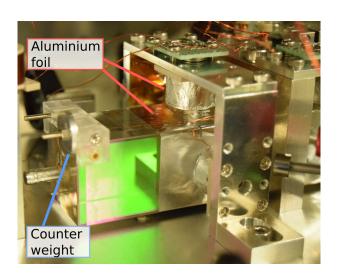


図 5.4: 試験マス 静電シールド

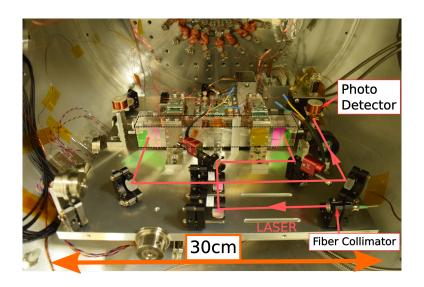


図 5.5: 光学系ベンチ

マイケルソン干渉計

本実験の主要センサであるマイケルソン干渉計は、図 5.6 のように構成されている。光ファイバーを通して導入されたレーザー光がファイバーコリメータ (Fiber Collimator) で空間光に変換されて入射し、試験マスの両端で反射され、PD 上で干渉し電圧信号として検出される。

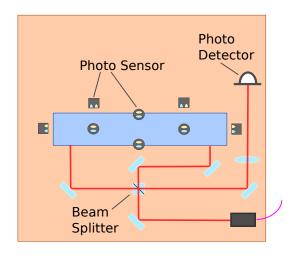


図 5.6: マイケルソン干渉計模式図とフォトセンサ配置

使用した光源は ThorLabs 社製のファイバレーザー S3FC1550 である。波長は 1550nm であり、干渉計への入射光量は 0.7mW とした。PD の素子には浜松ホトニクス製 G10899-005K を使用し、これに電圧変換回路を組み合わせて用いた (回路図は補遺を参照)。

本実験では強度雑音等の影響は問題にしないため、干渉計はミッドフリンジに制御して動作させた。このときの PD 出力信号はおよそ最大値 $V_{max}=2.14V$ 、最小値 $V_{min}=0.61V$ であったので、試験マス両端の差動変位に対する感度は (3.18) より、

$$S_{\rm MI} = \frac{2\pi (V_{max} - V_{min})}{\lambda} = 6.2 \times 10^6 [{\rm V/m}]$$
 (5.1)

m Yaw 回転角に対する感度は、2つのビームスポット間の距離を $L_{
m mir}$ として、

$$S_{\text{MI}} = \frac{2\pi (V_{max} - V_{min})L_{\text{mir}}}{\lambda} = 1.1 \times 10^{6} [\text{V/rad}]$$
 (5.2)

程度である。

フォトセンサ

フォトセンサとは、発光ダイオード (LED) と光検出器 (PD) を組み合わせたもので、対象物との距離を計測するセンサである。計測の原理を図 5.7 に示す。LED から出た光が計測対象物表面で反射され PD に入るが、対象物との距離に応じて PD に入る光量が変化するため、PD の出力値から距離を求めることができるというものである。回路図は補遺を参照。今回は直径 5mm のアル

ミ板を試験マス側に取り付けフォトセンサの反射板として用いた。マイクロメータでフォトセンサを移動させることで位置の変動に対する出力電圧の変化を測定した結果が図 5.7 であり、今回は約 1-1.5mm の距離で使用するため、感度は約 2V/mm である。

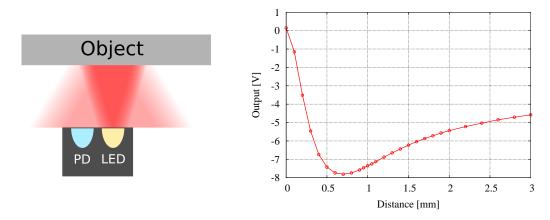


図 5.7: フォトセンサ模式図 (左) と応答 (右)

本セットアップでは図 5.6 のように配置された合計 8 個のフォトセンサを用いて、試験マスと光学系ベンチ間の 6 自由度の運動を計測できるようになっている。

フォトセンサの用途は大きく3つあり、まず1つ目は試験マスと光学系ベンチの相対傾きをモニタすることでカップリング低減に用いることである。試験マスの上側に取り付けられた4つのフォトセンサは、2つペアでPitch 回転とRoll 回転方向の動きをモニタできるようになっている。2つ目の用途は、干渉計による制御の補助として用いることである。自由に振動している試験マスをいきなり干渉計による制御で波長の数分の1まで回転を抑えることは難しいため、まずフォトセンサを用いた制御で波長の数倍程度まで回転を抑えてから干渉計での制御に切り替える、ということを行う。3つ目の用途は、Yaw 回転以外の共振による揺れをアクティブダンピングによって抑制することである。アクティブダンピングとは、制御と同様にフォトセンサで読み取った変位をアクチュエータにフィードバックすることで共振を抑えるものである。試験マスや光学系ベンチ上には磁場雑音の観点から磁石を取り付けダンピングすることが望ましくないためアクティブなダンピングを行う。実際には試験マスのRoll回転に対し弱いアクティブダンピングを行った。

コイル-コイル アクチュエータ

試験マスの位置を制御するためには、非接触で力を加えることのできるアクチュエータが必要である。本実験では磁場雑音の導入を減らすために磁石を用いるアクチュエータは使用せず、コイル-コイル アクチュエータ [24] を用いた。コイル-コイル アクチュエータは試験マスに取り付けショートさせた 2 つのコイルと、それを挟む 2 つのコイルで構成される (図 5.8)。試験マスを挟む 2 つのコイルに交流電流を流すことで試験マス上のコイルに誘導電流が流れ、この誘導電流と外部コイルの電流が作る磁場との相互作用により力が加わるというものである。外側 2 つのコイルに流れる電

流の振幅又は位相に差をつけることにより力が発生し、式で表すと

$$F = M \frac{dM}{dx} \frac{\omega_{\rm d}}{R_0^2 + \omega_{\rm d}^2 L_0^2} \left(\omega_{\rm d} L_0 (i_1^2 - i_2^2) + 2R_0 i_1 i_2 \sin \varphi \right)$$
 (5.3)

のようになる。 R_0,L_0 が試験マスに取り付けたコイルの抵抗と自己インダクタンス、M が向き合ったコイル間の相互インダクタンス、 $i_1,i_2,\omega_{
m d},\varphi$ が外側のコイルに流す電流の振幅・各周波数・位相差である。第一項が振幅差による力、第二項が位相差による力を表す。

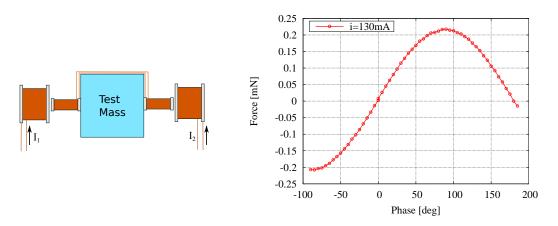


図 5.8: コイル-コイル アクチュエータ模式図 (左) と駆動力 (右)

今回は線形性が良い位相差による駆動方法を用いた。電流振幅は $65 \mathrm{mA}$ 、駆動周波数は $5.2 \mathrm{kHz}$ とした。シンセサイザ (NF Electronic Instruments 製 multifunction synthesizer 1940) から正弦 波 $\sin \omega_{\mathrm{d}} t$ と余弦波 $\cos \omega_{\mathrm{d}} t$ を出力し、これとデジタルシステムからの制御信号 $\sin \varphi, \cos \varphi$ を用いて $\sin (\omega_{\mathrm{d}} t + \varphi)$ を出力する位相変調を行う。使用した回路は補遺に示した。このとき電子秤を用いて 駆動力を計測した結果が図 5.8 である (計測時の電流振幅は $130 \mathrm{mA}$)。実際にはこの半分の電流振幅で用いたため、アクチュエータ効率は図 5.8 の 1/4 で $50 \mu \mathrm{N}/\sin \varphi$ である。使用したコイルは、試験マスに取り付けたものが $R_0 = 24 \Omega, L_0 = 0.88 \mathrm{mH}$ 、外側のコイルが $R = 90 \Omega, L = 31 \mathrm{mH}$ である。試験マス側のコイルは直径 $5 \mathrm{mm}$ であり、外側のコイル (内径 $7 \mathrm{mm}/$ 外径 $20 \mathrm{mm}$) と入れ子にした状態で使用している。このとき相互インダクタンスとその勾配は $M = 1.1 \mathrm{mH}$ と $\frac{dM}{dx} = 0.12 \mathrm{H}/\mathrm{m}$ であった。また外側のコイルには静電容量 $34 \mathrm{nF}$ のコンデンサが直列に接続されている。これはコイルの自己インダクタンスとの打ち消しによって駆動周波数でのインピーダンスを下げ、電流を流しやすくするためである。

コイル-コイル アクチュエータは比較的強い駆動力を得られる一方で、外部磁場変動による雑音 対策を行いやすいという利点がある。通常用いられるコイル-マグネット アクチュエータでは、試験マス側に磁石を取り付けて駆動するため前章で述べたように外部磁場変動に比例したトルクを受け雑音となる。一方でコイル-コイル アクチュエータでは、試験マス上のコイルには交流の誘導電流が流れているため、磁気モーメントは交流周波数 f_a で変化する。そのため試験マスが受けるトルクは、外部磁場の周波数 f_a 付近の変動成分をダウンコンバートしたものとなる。通常、環境磁場の変動は高周波数帯ほど小さくなっており、また磁気シールドの効果も得やすい。従って駆動電

流の周波数を高く設定することで、磁場雑音の低減を比較的容易に行うことができる。

アクチュエータは図 5.9 のように配置されており、Yaw 回転のほか、Long 並進・Pitch 回転・Roll 回転方向に力を与えられる。

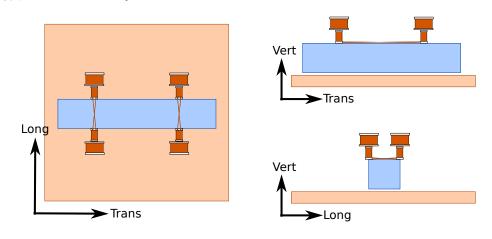


図 5.9: アクチュエータ配置

5.1.3 2 段ねじれ振り子懸架系

懸架系構成の詳細を以下にまとめる。懸架されているマスのパラメータは次の表 5.1 の通り。試験マスには基材にコイル等が固定されており、その位置精度が ± 0.5 mm,質量精度が ± 0.1 g 程度であるとして誤差を示した。光学系ベンチについても多くの光学素子や回路などが固定されておりその合計を示してある。特に回路について質量を精密に計測していなかったため ± 10 g 程度の不定性があり、それによる慣性モーメントの計算誤差を表中に示した。中段マス・ダンピングマスについては設計値を示した。

また懸架ワイヤにはタングステンワイヤを用いており、それぞれの径と長さ・懸架位置は続く図 5.10 の通りである。試験マスの懸架ワイヤと干渉しないように光学系ベンチは 2 本のワイヤで懸架されており、回転方向の共振周波数を低くするために 2 本の間隔は可能な限り狭くしてある。

図 5.10 は設計値であり、実際のパラメータは組み立ての精度により数%程度ズレている可能性がある。

これらのパラメータから固有モードの共振周波数を求めることができる。固有モードに関しては系全体の運動方程式を考えた上で各モードへ分解する必要があり、計算が複雑になるためここでは省略する。しかし試験マスに関しては他のマスに比べて質量が小さいため試験マス単体に関して求めた共振周波数で近似でき、例えば、 E, ν はワイヤのヤング率 $(411\mathrm{GPa})$ とポアソン比 (0.28),d は

表 5.1: 懸架マス詳細 (設計値)

	形状		直方体 (20cm×3cm×3cm)	
	材質		熔融石英 (Fused Silica)	
= 計除 ファ	質量	$M_{ m (TM)}$	$0.412 \pm 0.001 \text{ [kg]}$	
試験マス	慣性モーメント	(Yaw) $I_{Y(TM)}$	$(1.4408 \pm 0.0027) \times 10^{-3} \text{ [kg·m}^2]$	
		(Roll) $I_{\text{R(TM)}}$	$(6.50 \pm 0.02) \times 10^{-5} \text{ [kg·m}^2\text{]}$	
		(Pitch) $I_{\mathrm{P(TM)}}$	$(1.4447 \pm 0.0028) \times 10^{-3} \text{ [kg·m}^2]$	
	形状		直方体+素子多数	
	材質		アルミニウム + 他	
光学系ベンチ	質量	$M_{ m (OB)}$	$3.77 \pm 0.01 \text{ [kg]}$	
ルチボベング		(Yaw) $I_{Y(OB)}$	$(6.27 \pm 0.01) \times 10^{-2} \text{ [kg·m}^2]$	
	慣性モーメント	(Roll) $I_{\text{R(OB)}}$	$(3.05 \pm 0.01) \times 10^{-2} \text{ [kg·m}^2]$	
		(Pitch) $I_{\rm P(OB)}$	$(3.48 \pm 0.01) \times 10^{-2} \text{ [kg·m}^2]$	
	形状		リング (内径 25cm/外径 30cm/厚み 5cm)	
	材質	É	アルミニウム	
中段マス	質量	$M_{ m (IM)}$	3.2 [kg]	
T+X \ A	慣性モーメント	(Yaw) $I_{\text{Y(IM)}}$	$0.056 \; [\mathrm{kg \cdot m^2}]$	
		(Roll) $I_{ m R(IM)}$	$0.028 \; [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2]$	
		(Pitch) $I_{\mathrm{P(IM)}}$	$0.028 \; [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2]$	
	形丬	犬	リング (内径 31.6cm/外径 35cm/厚み 6cm)	
	材質		ステンレス	
 ダンピングマス	質量	$M_{ m (DM)}$	11.4 [kg]	
,,,,,,	慣性モーメント	(Yaw) $I_{\text{Y(DM)}}$	$0.281 \; [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2]$	
		(Roll) $I_{ m R(DM)}$	$0.146 \; [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2]$	
		(Pitch) $I_{\mathrm{P(DM)}}$	$0.146 \; [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2]$	

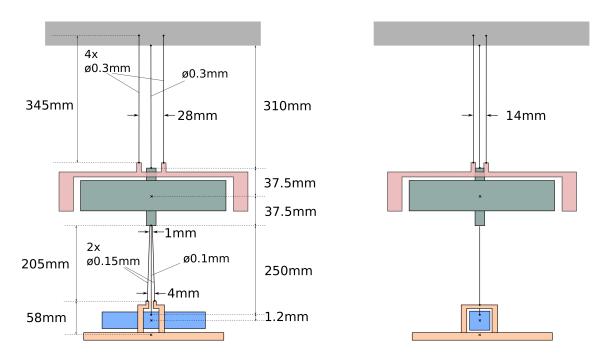


図 5.10: 懸架系詳細 (設計値)

ワイヤ径,l はワイヤ長, Δz は重心からの懸架点高さ、として、

$$f_{\text{Yaw}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi E d^4}{64l(1+\nu)I_{\text{Y}}}} \simeq 1.1 \times 10^{-2} [\text{Hz}]$$
 (5.4)

$$f_{\rm Roll} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mg\Delta z}{I_{\rm R}}} \simeq 1.4[{\rm Hz}]$$
 (5.5)

$$f_{\rm Pitch} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mg\Delta z}{I_{\rm P}}} \simeq 0.3 [{\rm Hz}]$$
 (5.6)

$$f_{\text{Long,Trans}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l + \Delta z}} \simeq 1.0[\text{Hz}]$$
 (5.7)

(5.8)

である。

5.1.4 ヘキサポッドステージ

へキサポッドステージとは、図 5.11 のように 6 本のアクチュエータで支えられたステージのことである。各アクチュエータの伸縮によってステージを 6 自由度全ての方向に動かすことができる。本実験で用いたヘキサポッドステージは、正田氏によって能動防振ステージ AVIT(Active Vibration Isolation Table) として開発されたものである。ステージ上段に設置された地震計によって振動を計測し、アクチュエータにフィードバックすることによって振動を抑制する防振装置であ

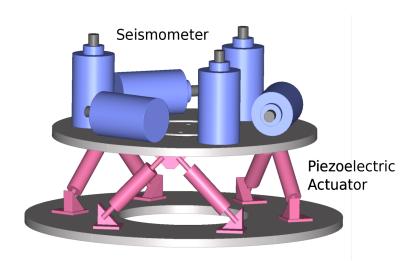


図 5.11: ヘキサポッドステージ

る。振り子を用いた受動防振より低周波数帯での防振が実現できる可能性を持っており、Phase-II TOBA において 1Hz 付近の地面振動防振に用いられた。Phase-III TOBA でも同様に低周波防振 のために用いられる予定である。

ただし本実験ではこの AVIT を防振装置としてではなく、伝達関数計測のための加振装置として 用いた。使用したアクチュエータは PI 社製のピエゾアクチュエータ P-844K069 であり、入力電圧 レンジ 0-100V で可動レンジは $45\mu m$ である。

地震計

ステージ上段で懸架点の振動を計測するため、水平・鉛直方向にそれぞれ3つずつ地震計が設置 されている。地震計には Sercel 社製の L4-C seismometer を用いた。これはバネで懸架された磁石 とそれを囲むコイルから構成されており、磁石とコイルの相対運動により発生する誘導起電力を信 号として検出するものである (図 5.12)。

筐体が地面に固定されているとして地面振動のもとでの磁石の運動方程式から、磁石-筐体間の 相対運動への伝達を考えると、磁石の質量をm、バネ定数をk、ダンピング係数を Γ として、

$$m\ddot{x}_{\text{mag}} = -k(x_{\text{mag}} - x_q) - \Gamma(\dot{x}_{\text{mag}} - \dot{x}_q)$$

$$(5.9)$$

$$m\ddot{x}_{\text{mag}} = -k(x_{\text{mag}} - x_g) - \Gamma(\dot{x}_{\text{mag}} - \dot{x}_g)$$

$$\tilde{H} \equiv \frac{\tilde{x}_{\text{mag}} - \tilde{x}_g}{\tilde{x}_g} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{Q} - \omega^2}$$
(5.9)

 $\omega_0=\sqrt{rac{k}{m}},Q=rac{m\omega_0}{\Gamma}$ は共振角周波数と ${
m Q}$ 値である。共振周波数より高周波数帯では磁石が防振さ れ静止しているとみなせるため、地面の運動が相対運動に等しくなり振動を検出できる。誘導起 電力は磁石とコイル (筐体) の相対速度に比例するので、高周波数帯での感度を $S_0[{
m V/(m/s)}]$ とす

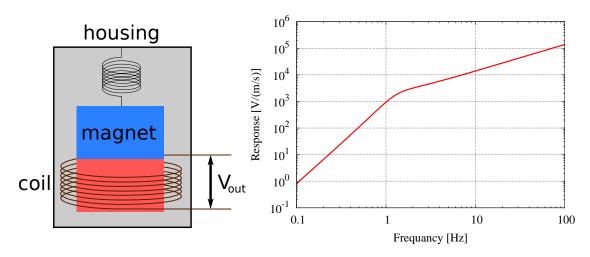


図 5.12: 地震計 L4-C 模式図 (左) と応答 (右)

ると、

$$\tilde{V}_{\text{out}} = i\omega S_0 \tilde{H} \tilde{x}_g = S_0 \frac{i\omega^3}{\omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{Q} - \omega^2} \tilde{x}_g$$
(5.11)

と表され、地震計の周波数応答をグラフにすると図 5.12 右のようになる。今回用いた L4-C のパラメータは、 $S_0=220 {
m V/(m/s)}, \omega_0\simeq 2\pi\times 1.3 {
m rad/sec}, Q\simeq 1.0$ である。

またジオフォン単体では信号が小さいため、330倍のゲインを持つ増幅回路を併せて使用した。

地震計及びピエゾアクチュエータは次の図 5.13 のように配置されている。

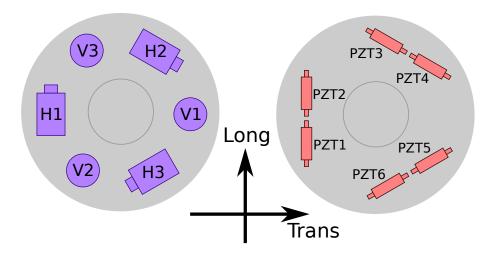


図 5.13: 地震計・ピエゾアクチュエータ配置

地震計信号を各自由度 (Long, Trans, ...) に分離したり、各自由度の加振信号を各アクチュエータ

の伸縮量に変換するには、それぞれ次のように適切な行列演算を行う必要がある。地震計信号は、

$$\begin{pmatrix}
S_{\text{Trans}} \\
S_{\text{Long}} \\
S_{\text{Vert}} \\
S_{\text{Roll}} \\
S_{\text{Pitch}} \\
S_{\text{Yaw}}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\
0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\
\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
S_{\text{H1}} \\
S_{\text{H2}} \\
S_{\text{H3}} \\
S_{\text{V1}} \\
S_{\text{V2}} \\
S_{\text{V3}}
\end{pmatrix} (5.12)$$

アクチュエータの伸縮量は、

$$\begin{pmatrix} \Delta_{\text{PZT1}} \\ \Delta_{\text{PZT2}} \\ \Delta_{\text{PZT3}} \\ \Delta_{\text{PZT4}} \\ \Delta_{\text{PZT5}} \\ \Delta_{\text{PZT6}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{\text{Trans}} \\ \Delta_{\text{Long}} \\ \Delta_{\text{Vert}} \\ \Delta_{\text{Roll}} \\ \Delta_{\text{Pitch}} \\ \Delta_{\text{Yaw}} \end{pmatrix}$$
(5.13)

という行列を用いた。

地震計によって計測された懸架点の振動スペクトルは図 5.14 の通りである。地面振動そのものではなく櫓の上で計測したものであり、櫓の共振ピークが $10{\rm Hz}$ 前後に見えている。また、約 $0.1{\rm Hz}$ 以下は増幅回路の雑音でリミットされている。

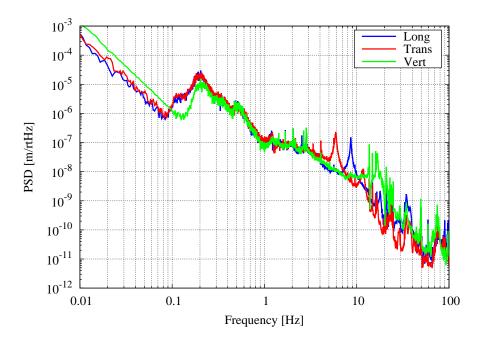


図 5.14: 懸架点の振動スペクトル

5.1.5 デジタルシステム

本実験で用いたデジタル信号取得システムは KAGRA 等で用いられているものと同じシステムである。データの記録、フィルタ、演算などは全てこのデジタルシステム上で行われる。オシロスコープとしてデータをモニタする他、スペクトルや伝達関数の解析などを行うことができる。

データはサンプリング周波数 $4 \mathrm{kHz}$ で AD 変換されてデジタルシステム上に取り込まれ、システム上で演算された後 DA 変換され出力される。AD 変換は $\pm 20 \mathrm{V}$ を 16 ビットに変換するため変換効率は $2^{16}/40=1.64\times10^3\mathrm{count/V}$ であり、DA 変換は 16 ビットを $\pm 5 \mathrm{V}$ に変換するため効率は $10/2^{16}=1.53\times10^{-4}\mathrm{V/count}$ である。エイリアシングを防ぐために AD 変換の前と DA 変換の後には、アンチエイリアシングとアンチイメージングフィルタがそれぞれ挟まれている。それぞれカットオフ周波数 $10 \mathrm{kHz}$ の 3 次ローパスフィルタである。

5.2 Yaw 回転の制御

制御の一般論については補遺で述べるとして、ここでは試験マスの Yaw 回転の制御ループについて記す。本実験の制御ループは以下の図 5.15 の通り。

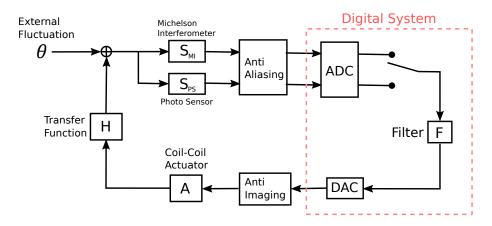


図 5.15: 制御のブロックダイアグラム

干渉計とフォトセンサの感度 $S_{\text{MI}}, S_{\text{PS}}$ 、 $\operatorname{AD/DA}$ 変換効率及びアンチエイリアシング/アンチイメージングフィルタ、アクチュエータ効率 A については本章で既に述べたとおりである。

H はアクチュエータに加えた力から試験マスの回転角への伝達関数であり、運動方程式

$$I_{\mathbf{Y}}\ddot{\theta}_{\mathbf{Y}} = -\kappa_{\mathbf{Y}}\theta_{\mathbf{Y}} + FL_{\text{act}} \tag{5.14}$$

から

$$H = \frac{\tilde{\theta}_{\rm Y}}{\tilde{F}} = \frac{L_{\rm act}}{\kappa_{\rm Y} - I_{\rm Y}\omega^2} \tag{5.15}$$

と求まる。H は Yaw 回転の共振周波数より高周波で位相が 180 度回転しており、補遺で述べるようにこのままでは制御の安定条件を満たさない。これを補うため、位相補償フィルタ F を

$$F = \frac{(i\omega + 0.628) \times 5 \times 10^6}{(i\omega + 1256)(i\omega + 2513)} \times 8.1 \times 10^3$$
(5.16)

として、0.1-100Hz 帯で位相を 45 度以上補償することで UGF 付近の位相余裕をもたせている (図 5.16)。

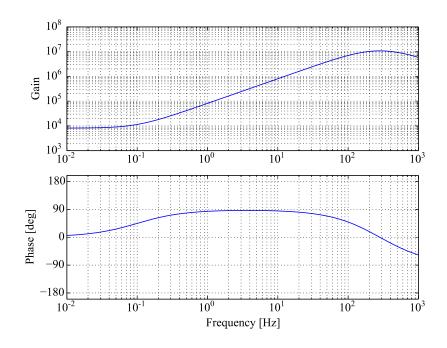


図 5.16: 位相補償フィルタ

干渉計制御時の実際のオープンループ伝達関数を計測した結果は図 5.17 の通りである。計測は補遺で述べるように制御ループへの信号注入によって行った。理論線について全体のゲインはフィッティングにより調整した。UGF は約 50Hz、位相余裕は約 46 度であり、制御の安定条件を満たしていることが分かる。

もとの変位への変換

制御した状態で伝達関数や感度を計測するには、制御ループ内の信号から元の変位 (回転角) への変換を行う必要がある。今回は残留変動信号 (エラー信号) を用いて変換を行った。補遺で述べるように変換は次の式によって行う。

$$\theta_0 = \frac{1+G}{S_{\rm MI}} s_{\rm err} \tag{5.17}$$

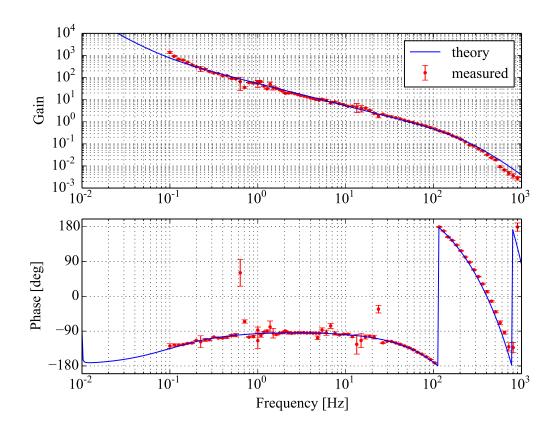


図 5.17: オープンループ伝達関数 (干渉計制御)

 θ_0 がもとの回転角、 $s_{\rm err}$ がエラー信号である。オープンループ伝達関数 G は図 5.17 に示した計測結果を用い、干渉計感度 $S_{\rm MI}$ については制御をかける直前のフリンジ幅から式 (3.18) を用いて計算した。

 $S_{
m MI}$ のおおよその値は既に示したが、実際のフリンジ幅には 20 ~ 30% の揺らぎがあったため、同程度のキャリブレーション誤差が存在する。制御中の干渉計感度の変化は $S_{
m MI}$ と G 両方を変化させるため、制御帯域内 $(f < f_{
m UGF})$ ではキャリブレーションに殆ど影響は与えない。しかし $S_{
m MI}$ の計測とG の計測との間の変化は系統誤差として残るため、今回の計測時にも最大 30%程度の系統誤差がある可能性がある。

5.3 伝達関数の計測

カップリング伝達関数は、地震計の信号から干渉計の出力信号への伝達関数を計測することで求める。干渉系信号はカップリング雑音以外が主要となっている場合も多いため、ヘキサポッドステージで懸架点を加振することでカップリング雑音を増大させた上で計測を行う。干渉系信号が地面振動からのカップリングででリミットされている場合には加振せずともパワースペクトルの比から伝達関数を求めることができるので、地震計信号と干渉系信号の間のコヒーレンスが十分に高い場合にはこの方法も用いることがある。

伝達関数の計測は方向ごとに行うため、加振する際は加振方向の分離を行う必要がある。例えば Long 方向に加振する際にその 0.1 倍だけ Trans 方向にも加振されていたとすると、計測したい Long 方向の伝達関数 $\tilde{H}_{c(\text{Long})}$ に $0.1 \times \tilde{H}_{c(\text{Trans})}$ が混入して計測されてしまうことになる。特に各方向の共振ピーク付近では混入が起こりやすいため気をつけなければならない。今回の計測時には光学系ベンチが真空槽に対してねじれており、そのねじれ角の不定性のため、加振方向は最大で10%程度互いに混入している可能性がある。

第6章 実験結果

カップリング伝達関数の計測と低減を行った結果を以下に示す。

計測された伝達関数は力学計算から求めた理論と比較し、以下のようにそれぞれの寄与に分解した。

$$\tilde{H}_{c(\text{Long})} = C_{\text{TM(L)}} \tilde{H}_{\text{L}\to \text{R(TM)}} + C_{\text{OB(L)}} \tilde{H}_{\text{L}\to \text{R(OB)}}$$

$$(6.1)$$

$$\tilde{H}_{c(\text{Trans})} = C_{\text{TM}(\text{T})}\tilde{H}_{\text{T}\to\text{P}(\text{TM})} + C_{\text{OB}(\text{T})}\tilde{H}_{\text{T}\to\text{P}(\text{OB})} + \frac{\varphi_{\text{Yd}}}{L_{\text{mir}}} \left(\tilde{H}_{\text{T}\to\text{T}(\text{TM})} - \tilde{H}_{\text{T}\to\text{T}(\text{OB})} \right)$$
(6.2)

式 (4.58)(4.60) と比較すると分かるように、係数 $C_{\rm TM,OB(L)}$ はビームスポット傾きからの試験マス・光学系ベンチ回転軸の Pitch 傾き、 $C_{\rm TM,OB(T)}$ はマスの Roll 傾きと鏡面の傾きの和を表している。上記以外の非対称性に起因するカップリングはここでは考慮に入れていない。 $\tilde{H}_{\rm L\to R}, \tilde{H}_{\rm T\to P}$ には力学計算で求めた伝達関数を用いた。計算の際のパラメータは、計測された伝達関数と共振ピークの位置がなるべく合うように表 5.1 のパラメータを微調整して用いた。

低減に関しては、カウンターウェイトを追加する方法とアクチュエートする方法を行った。特にアクチュエートによる低減は新しい方法であり調整の手間の面でも優れているため手法の実証が重要である。

6.1 カップリング伝達関数の計測

まず Long, Trans 方向についてそれぞれ伝達関数を計測した結果が次の図 6.1 と図 6.2 である。点がそれぞれの測定値であり、各点の誤差は地震計信号と干渉系信号の間のコヒーレンスから計算した統計誤差である。力学計算で求めた理論線を黒線で示した。また Trans 方向の伝達関数には鏡面の傾きによるカップリングの寄与を橙点線で示した。鏡面精度は研磨した試験マスを用いることで 10^{-6} rad が実現されていると仮定した。図の通り他のカップリングの寄与よりも十分に小さいことが予想されるため、今回の計測に影響は与えないと仮定して以下では Pitch 回転の項 (式 (6.2) 第1,2 項) のみを考えて分解した。

計測された伝達関数は一部周波数帯を除き概ね理論線と同様の振る舞いを示しており、カップリングの主要な寄与は式 (6.1)(6.2) のモデルで説明できている。一部周波数帯で理論線との不一致がある要因としては、理論線の計算に用いたパラメータ (ワイヤ長さ, 重心位置, など) にズレがあり理論線がズレている可能性や、伝達関数の計測時に加振方向のカップリングの以外の寄与が混入している可能性、考慮されていないカップリングの寄与がある可能性などがある。Long,Trans 方向とも 2Hz 付近で共振ピークの位置がズレているのは理論線のパラメータのズレによるものと思われる。また、Trans 方向のカップリング伝達関数の 1.4Hz 付近に理論線にはないピークが現れてい

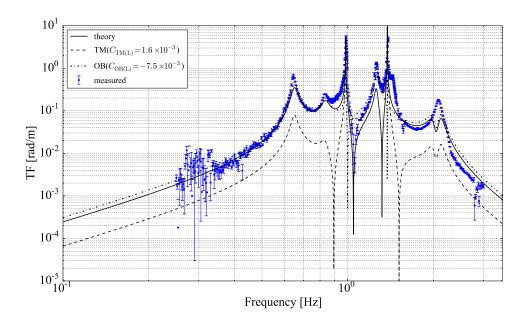


図 6.1: カップリング伝達関数 (Long)

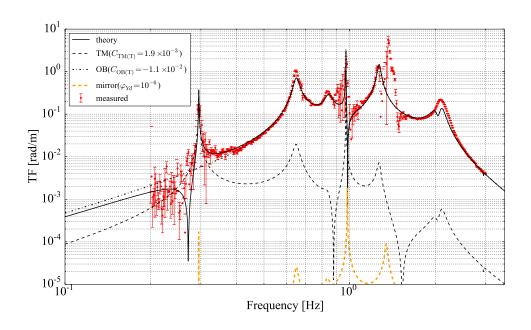


図 6.2: カップリング伝達関数 (Trans)

る。この周波数は試験マス Roll 回転の共振周波数であり、質量分布の非対称性により Pitch 回転と Roll 回転がカップルしあい、Trans 加振による Roll 回転の励起が起こっている可能性がある。考慮されていないカップリングの寄与については、以下で行う低減実験の結果によって判断することができる。傾きに比例して低減されない成分があれば、今回考慮している式 (6.1)(6.2) 以外の寄与であると考えられる。

図中にも示されているように計測された伝達関数からフィッティングにより推定した係数は表 6.1 のようになった。ただし理論線と計測値は必ずしも全周波数帯で一致していないため、周波数帯をいくつかに区切ってフィットした場合の結果のばらつきを誤差として示した。

方向	係数	フィット結果
Long	$C_{ m TM(L)}($ 試験マス Pitch $)$	$(1.6^{+4.0}_{-0.6}) \times 10^{-3}$
	$C_{\mathrm{OB(T)}}$ (光学系ベンチ Pitch)	$(7.5 \pm 2.3) \times 10^{-3}$
Trans	$C_{ ext{TM}(ext{L})}$ (試験マス $ ext{Roll}$)	$(1.9 \pm 0.1) \times 10^{-3}$
	$C_{ ext{OB(T)}}$ (光学系ベンチ $ ext{Roll}$)	$(1.14 \pm 0.05) \times 10^{-2}$

表 6.1: カップリング伝達関数の係数

既に述べたように係数は Pitch,Roll 方向の傾きを表している。ただしいずれも水平を基準とした 絶対傾きではなくビームスポット傾き・鏡面傾きを基準とした相対傾きである。

Long, Trans ともに光学系ベンチの寄与が支配的になっていた。これは光学系ベンチの質量分布の非対称性が大きく、慣性主軸が大きく傾いているためと考えられる。そのため Long 方向については試験マスのフィット結果が大きくばらついていた。一方で Trans 方向については 0.3Hz の試験マス Pitch 共振ピークによって試験マスの寄与を分離することができたため、フィット結果のばらつきは Long 方向に比べ小さい。

6.2 カップリングの低減

6.2.1 カウンターウェイトによる低減

 $\sim 10 \mathrm{mrad}$ の傾きはアクチュエートでは補償できないため、まずはカウンターウェイトによる低減を行った。試験マスはカウンターウェイトで重心水平位置を変え、マスの傾きを調整した。一方で光学系ベンチについては重心の水平位置は大きく変えず主に質量分布を変えることで、慣性主軸の傾きを調整した。約 $10 \mathrm{mrad}$ も外形の傾きを変えると試験マスと衝突するなど構造上の問題があるためである。また Pitch 方向については土台に固定された干渉計のビームスポットとの相対傾きを変える必要があることも理由である。追加すべきカウンターウェイトは計算により求めることができるが、実際には何度かの微調整を繰り返した。

まず試験マスについて、取り付けるウェイトの質量・位置と外形の傾きの変化量は次の式で表さ

れる。

$$\Delta \varphi_{\rm P} = \frac{m}{M_{\rm TM}} \frac{x}{h} \quad , \quad \Delta \varphi_{\rm R} = \frac{m}{M_{\rm TM}} \frac{y}{h} \tag{6.3}$$

m,x,y が取り付けるカウンターウェイトの質量と位置、 $M_{\rm TM}$ が試験マス質量 $(412\pm1{
m g})$ 、h が重心からみた懸架点の高さ $(1.2\pm0.1{
m mm})$ である。また、カウンターウェイトによって質量分布が変化することによる慣性主軸方向の変化が次の式で表される。

$$\Delta \varphi_{\rm PA(P)} = \frac{mxz}{I_{\rm Y} - I_{\rm R}} \quad , \quad \Delta \varphi_{\rm PA(R)} = \frac{myz}{I_{\rm Y} - I_{\rm P}} \eqno(6.4)$$

 I_Y , I_R , I_P はそれぞれ Yaw,Roll,Pitch 方向の慣性モーメントであり、値は表 5.1 に示した通りである。Long 方向のカップリング係数は試験マスとビームスポットの相対傾きに等しく、今回の調整でビームスポットは変化しないため係数の変化は試験マスの傾き変化に等しい。ここで試験マスの傾き変化とは外形の傾き変化と慣性主軸方向の変化の和である。一方、Trans 方向のカップリング係数は試験マスと鏡面の傾きの和であり、鏡面は試験マスとともに変化するため、外形の変化に対して係数は 2 倍変化する。さらに慣性主軸方向の変化の寄与も加算される。以上をまとめると、

$$\Delta C_{\text{TM(L)}} = \Delta \varphi_{\text{P}} + \Delta \varphi_{\text{PA(P)}} \quad , \quad \Delta C_{\text{TM(T)}} = 2\Delta \varphi_{\text{R}} + \Delta \varphi_{\text{PA(R)}}$$
 (6.5)

となる。

試験マスに取り付けたカウンターウェイトは位置 (105mm,10mm,17.5mm) に 34.1g、位置 (-100mm,10mm,17.5mm) に 30.5mg であった。位置精度はウェイトを取り付ける治具の工作精度等を考慮すると $\pm 0.5\text{mm}$ であり、質量は電子天秤で計測した精度が $\pm 0.2\text{mg}$ であった。これらより期待される調整量を式 (6.5) から計算すると、

$$\Delta C_{\text{TM(L)}} = (-0.71 \pm 0.07) \times 10^{-3} \quad , \quad \Delta C_{\text{TM(T)}} = (0.1 \pm 1.4) \times 10^{-3}$$
 (6.6)

となる。Trans 方向の計算値の誤差が大きいのは、表 5.1 に示したように試験マスの Yaw 方向と Pitch 方向の慣性モーメントがほぼ等しく、その差 I_Y-I_P に 100%近い誤差があるため慣性主軸変化量に大きな不定性があるためである。

また、光学系ベンチについては複数のウェイトを移動・追加したため詳細は省略するが、最終的な質量分布から式 (6.4) により期待される係数の調整量を計算すると、

$$\Delta C_{\rm OB(L)} = -\Delta \varphi_{\rm PA(P)} = (8.9 \pm 0.2) \times 10^{-3}$$
, $\Delta C_{\rm OB(T)} = -\Delta \varphi_{\rm PA(R)} = (10.8 \pm 0.3) \times 10^{-3}$ (6.7)

であった。誤差については、追加した質量の $1{
m g}$ 以下の差を無視していたため質量精度が $\pm 1{
m g}$ 、水平方向にカウンターウェイト位置の調整精度が $\pm 2{
m mm}$ 、として計算した。

これらの追加を行った後に計測したカップリング伝達関数は図 6.3 と図 6.4 のようになった。質量分布の調整によってカップリング伝達関数の低減に成功していることが見て取れる。最初の計測と比較すると試験マスの寄与は Long 方向で 1/3 倍、Trans 方向で 1/2 倍、光学系ベンチの寄与は、Long 方向で 1/50 倍、Trans 方向で 1/60 倍まで低減されていた。

低減後の Long 方向の伝達関数は 1Hz 以下で理論線とのズレが大きくなっており、式 (6.1) で考慮していない寄与が存在している可能性がある。

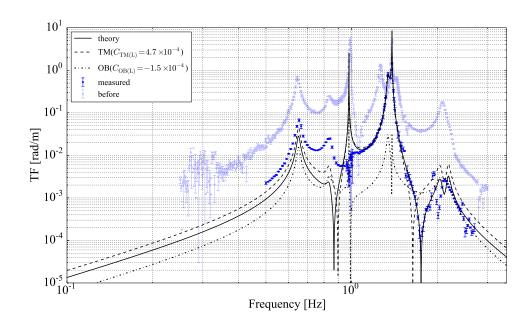


図 6.3: カップリングの低減 (Long) 薄青点が低減前

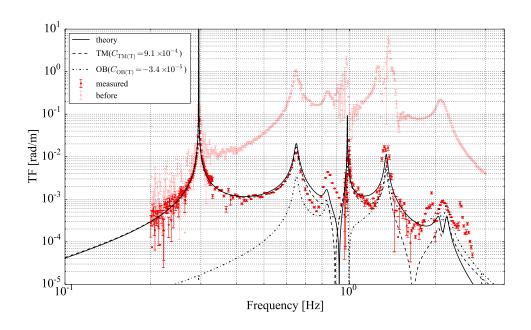


図 6.4: カップリングの低減 (Trans) 薄赤点が低減前

理論線から推定した傾きを図中に示してあるが、これらは ${\rm Long}$ 方向については 1.2- $1.8{\rm Hz}$ を用いたフィッティングにより求めた。試験マス ${\rm Roll}$ 回転の共振周波数付近であり、他の寄与が混入しにくいと期待されるためである。 ${\rm Trans}$ 方向については、試験マスの寄与の係数は試験マス ${\rm Pitch}$ 共振周波数付近の 0.2- $0.5{\rm Hz}$ 、光学系ベンチの寄与の係数はその他の 0.4- $3{\rm Hz}$ を用いてフィットした。それぞれの係数をまとめると表 6.2 となる。

方向	係数	フィット結果	調整前 (表 6.1) からの変化量
Long	$C_{ ext{TM}(L)}$ (試験マス Pitch)	$(4.73 \pm 0.02) \times 10^{-4}$	$(-1.1^{+4.0}_{-0.6}) \times 10^{-3}$
Long	$C_{\mathrm{OB(L)}}$ (光学系ベンチ Pitch)	$(-1.49 \pm 0.02) \times 10^{-4}$	$(7.4 \pm 2.3) \times 10^{-3}$
Trans	$C_{ ext{TM}(ext{T})}$ (試験マス $ ext{Roll}$)	$(9.09 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	$(-1.0 \pm 0.1) \times 10^{-3}$
Trans	$C_{ ext{OB(T)}}$ (光学系ベンチ $ ext{Roll}$)	$(-3.4 \pm 2.2) \times 10^{-5}$	$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-2}$

表 6.2: カップリング伝達関数の係数 (カウンターウェイトによる低減後)

表中に示された係数の変化量と、(6.6),(6.7) に示した調整量を比較すると、いずれも誤差の範囲で一致していた。理論と矛盾しない低減が行えたと言える。ただし既に述べたように、 $C_{\text{TM}(L)}$ については低減前のフィッティングの誤差が大きく、 $C_{\text{TM}(T)}$ については調整量の計算の誤差が大きいため、これらについてはより精密な検証が必要である。

6.2.2 アクチュエートによる低減

カウンターウェイトでの調整により試験マスの Pitch 傾きがアクチュエータで補償できる範囲まで低減されたため、次は試験マスの傾きをアクチュエートで調整することで、Long 方向のカップリングを低減する実験を行った。

傾きを変化させたときのカップリング伝達関数の変化は図 6.5 のようになった。それぞれ点が測定された伝達関数で、実線が Roll の共振周波数付近 1.2-1.8Hz を用いてフィットされた理論線である。

図 6.3 の結果と同様に、高周波側では理論線とよく一致していた。特に Roll 共振周波数付近では理論線をほぼ再現しており、傾きの調整によって周波数によっては 1/30 程度の低減に成功した。図中に黒点線で示したように光学系ベンチからのカップリングがあるため、試験マスの調整だけではこれ以上の低減は行えない。

低周波側では一致が悪く、伝達関数の形だけでなく傾きに対する変化の仕方も異なる。既に述べたがこの周波数帯では今回考慮していないカップリングの寄与が現れていると考えられる。最初の計測時には試験マス・光学系ベンチの回転の寄与が支配的で見えなかったが、それらが低減されるにつれて現れてきた寄与である。今回はまだ解析されていなかった中段マスやダンピングの非対称性に起因するカップリングが見えている可能性などがあり、さらに解析をすすめる必要がある。

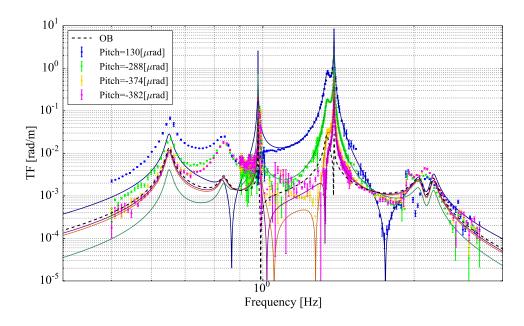


図 6.5: Pitch 傾きアクチュエートによるカップリングの低減 (Long) 点が各計測点、実線がそれぞれをフィットした結果であり、色の違いは傾きの違いを表す。また黒点線は光学系ベンチの寄与を示している

6.3 感度の向上 第 6 章 実験結果

またそれぞれの計測からフィッティングにより求めたカップリング伝達関数の係数が次の表 6.3 である。図 6.5 に示した結果から更に傾きをずらして計測した結果を数点加えた。カップリング係数の誤差にはフィッティング誤差を示した。

Pitch [μ rad]	$C_{ m TM(L)}$	$C_{ m OB(L)}$
130 ± 7	$(4.73 \pm 0.02) \times 10^{-4}$	$(-1.49 \pm 0.02) \times 10^{-4}$
-288 ± 7	$(1.226 \pm 0.001) \times 10^{-4}$	$(-1.502 \pm 0.007) \times 10^{-4}$
-374 ± 7	$(0.318 \pm 0.001) \times 10^{-4}$	$(-1.305 \pm 0.006) \times 10^{-4}$
-382 ± 7	$(0.1917 \pm 0.0007) \times 10^{-4}$	$(-1.308 \pm 0.006) \times 10^{-4}$
-418 ± 7	$(-0.1199 \pm 0.0005) \times 10^{-4}$	$(-1.309 \pm 0.004) \times 10^{-4}$
-454 ± 7	$(-0.4275 \pm 0.0008) \times 10^{-4}$	$(-1.173 \pm 0.005) \times 10^{-4}$
-554 ± 7	$(-1.288 \pm 0.002) \times 10^{-4}$	$(-1.354 \pm 0.006) \times 10^{-4}$

表 6.3: カップリング伝達関数の係数

各点の傾きは Pitch 回転を読み取るフォトセンサの出力から求めた。傾きの誤差は測定中の傾きのふらつきの大きさから求めた。センサ感度は反射板とフォトセンサ間の距離や横ずれによって変化するため、事前にキャリブレーションした感度からずれる可能性がある。そのためカップリング伝達関数の計測時と同様の状態でキャリブレーションを行うために、地面振動から Pitch 回転への伝達関数によってキャリブレーションを行った。伝達関数は試験マスの Pitch 共振周波数 (0.3Hz)以下で $H_{\text{T}\to\text{P}}\simeq\omega^2/g$ となりマスのパラメータに依らず、共振周波数付近では共振周波数のみが伝達関数の形を決めるパラメータとなる。従って共振周波数前後の 0.25-0.4Hz で計測された Pitch 回転への伝達関数を理論値と比較し、共振周波数とセンサ感度をパラメータとしてフィッティングを行った。その結果事前のキャリブレーション結果と $(44\pm1)\%$ のズレがあったので、これを補正して試験マスの傾きを計算した。

この表よりカップリング係数 $C_{ ext{TM}(L)}$ の傾き $\varphi_{ ext{P(TM)}}$ に対する依存性をプロットすると図 6.6 のようになった。青線は依存性を直線フィットしたものである。数式で表すと、

$$C_{\text{TM(L)}} = (0.89 \pm 0.01) \times \varphi_{\text{P(TM)}} + (3.62 \pm 0.05) \times 10^{-4}$$
 (6.8)

であった。式中の誤差はフィッテイング誤差を示してある。理論上はカップリング係数が傾きそのものを表しているため比例係数は1になるはずである。フィット結果はこれと11%の差で一致しており、5.2節で述べた回転角のキャリブレーション誤差の範囲で一致している。従ってアクチュエートによる低減法に関しても理論と矛盾のない低減が行えていることが確認された。

6.3 感度の向上

カップリング雑音の低減を行った結果得られた感度を図 6.7 に示す。黒線で示されているのが今回の感度であり、 $1{\rm Hz}$ で $1\times10^{-9}/\sqrt{{\rm Hz}}$ 、 $0.1{\rm Hz}$ で $3\times10^{-8}/\sqrt{{\rm Hz}}$ の感度が実現された。構成が異

6.3 感度の向上 第6章 実験結果

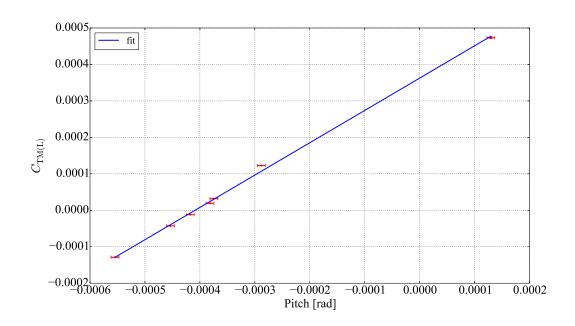


図 6.6: カップリング伝達関数係数の変化 (Long)

なるため単純な比較はできないが、Phase-II に比べ 0.5Hz 付近の感度は 3 倍近く上回っている。

また今回低減を行ったカップリングの寄与を青線・赤線で示した。計測されたカップリング伝達関数のフィッティングで得られた伝達関数に、計測された地面振動のスペクトルを乗ずることで見積もっている。いくつかのピークを除きカップリング雑音は感度を制限しておらず、他の雑音よりも小さく抑えられている。目標とする $0.1 {
m Hz}$ でのカップリングの寄与は約 $10^{-10}/\sqrt{{
m Hz}}$ 以下であったと見積もられる。

6.3.1 他の雑音の寄与

カップリング雑音以外の寄与を計算した結果を図 6.8 に示す。

0.5Hz 以下の低周波側の感度はほぼアクチュエータ回路の雑音で制限されていた。3Hz 以上の高周波側のフラットな部分についてはレーザー強度雑音や ADC 回路の雑音に近いが感度はこれらの雑音よりやや大きく、ここで計算していない別の雑音の寄与もあると考えられる。10-20Hz 付近のピークは鉛直方向振動の共振周波数であり、今回の実験では計測に至らなかったが鉛直振動からのカップリングであると考えられる。

6.3 感度の向上 第 6 章 実験結果

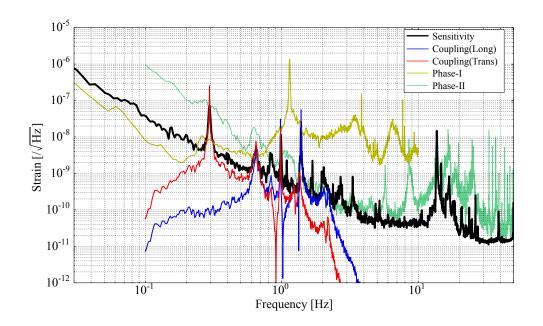


図 6.7: 重力波に対する感度曲線 黒線が今回達成された感度。青線と赤線が今回低減を行った Roll,Pitch 回転によるカップリング雑音である。また比較のために Phase-I と Phase-II の感度を黄線と緑線で示した

アクチュエータ回路の雑音

3.5.4 節で簡単に述べたが、アクチュエータに用いる回路の雑音はアクチュエータを介してトルク雑音となる。今回の場合、コイル-コイル アクチュエータのために用いた位相変調回路・コイルドライバ (電流供給回路)・シンセサイザのほか、DA 変換の際の雑音がトルク雑音に寄与する。シンセサイザの寄与は計算されていないが、他の雑音に関して寄与を計算すると図 6.9 の通りであった。位相変調回路の雑音が支配的であったことが分かる。これは回路のうち乗算を行う IC の雑音の寄与がほとんどであった。コイル-コイル アクチュエータに特有の雑音であり、回路の改良などが必要である。

磁場雑音

第 3 章で説明したようにコイル-コイル アクチュエータではコイルに流す交流電流の周波数付近の磁場変動がダウンコンバートされ $0.1 \rm Hz$ 付近のトルク雑音になる。本実験での交流電流の周波数は $5.2 \rm kHz$ である。 $5.2 \rm kHz$ 付近での磁場変動の計測データは無かったため、 $500 \rm Hz$ 付近の計測値を外挿して見積もりに用いた。 $500 \rm Hz$ 付近での計測値は概ねフラットに $1 \times 10^{-11} \rm T/\sqrt{Hz}$ であった (図 6.10)。ただしこれは計測器の雑音でリミットされていた可能性があるため上限値として用いる。これを外挿して $5.2 \rm kHz$ 付近でも同程度の上限値を仮定することで雑音の見積もりを行った

6.3 感度の向上 第 6 章 実験結果

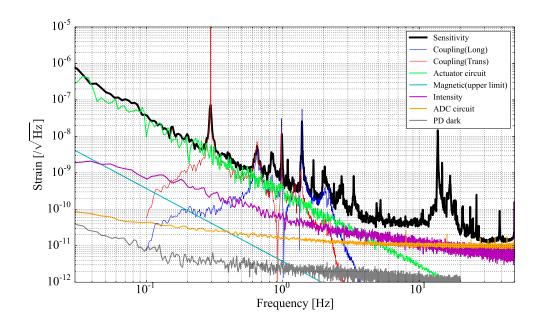


図 6.8: 各雑音の寄与 黒線・青線・赤線は図 6.7 と同様。緑線がアクチュエータ回路の雑音、水色線が磁場雑音 (上限値)、紫線が強度雑音、橙線が AD 変換の雑音 (Anti-Aliasing filter の雑音含む)、灰色線が光検出器回路の雑音、の寄与をそれぞれ表している

結果が図 6.8 の青線である。現在の感度よりも 2 桁近く下回っており、実際の磁場変動はこれよりも小さいと期待できるため、感度には寄与していないと考えられる。

レーザー強度雑音

レーザー強度雑音は、真空槽内に導入されたレーザー光をレンズで集光し PD に入射した際の、PD 出力電圧の変動スペクトルから求めた。計測は 100Pa 前後の真空下で行った。高周波側では感度の約3倍下にあったため現在の感度をリミットしてはいない。それでも近いうちに対策が必要となるが、ダークフリンジ制御への変更で大幅な低減が期待できる。

ADC の雑音

ADC の雑音はデジタルシステムへの入力が 0(入力端子を GND と短絡) の場合のデジタルシステム内の信号のスペクトルを計測することで求めた。ADC の前に挟まれる Anti-Aliasing フィルタの雑音やアナログ-デジタル変換の際の量子化による雑音などの寄与の合計である。特に 30 Hz 以上では感度の約 1.5 倍下にあり高周波側での主要な雑音源の一つとなっていた。低減のためには干渉計への入射光量を増やすなどして干渉計の感度を上げる必要がある。

6.3 感度の向上 第6章 実験結果

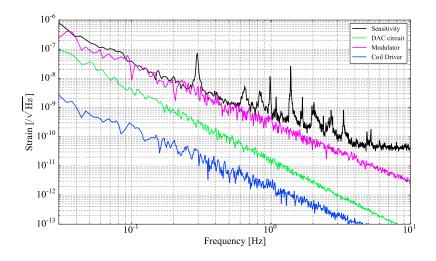


図 6.9: アクチュエータ回路のトルク雑音 緑線が DA 変換の雑音 (Anti-Imaging filter の雑音含む)、ピンク線が位相変調回路の雑音、青線がコイルドライバの雑音の寄与をそれぞれ表している

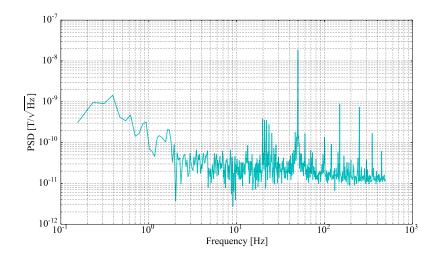


図 6.10: 磁場変動スペクトル 高周波側は測定器の雑音で制限されている可能性がある

6.3 感度の向上 第 6 章 実験結果

光検出器回路の雑音

灰色で示されている PD 回路の雑音は、PD に光を入射しない状態での出力電圧のスペクトルから求めた。フォトダイオードの暗電流や電圧変換のためのオペアンプの雑音などの寄与の合計である。感度曲線を 2 桁以上下回っており寄与は十分小さいことが分かる。

第7章 まとめと今後の展望

本論文ではねじれ型重力波望遠鏡 TOBA の感度向上のために、地面振動雑音、特に並進からのカップリング雑音の低減方法の研究を行った。まず試験マスと光学系ベンチに関するカップリング経路をまとめ、それぞれについて調整すべきパラメータとその要求値を求めた (表 4.1)。調整すべきパラメータは各所の傾きと鏡面精度と同相雑音除去比の 3 種類で与えられた。実験では 2 段ねじれ振り子を構成してカップリング伝達関数の計測を行い、計測された伝達関数から傾きを推定しそれに応じた調整でカップリングを低減する、という一通りの流れを実証することに成功した。さらにカップリングの低減に伴う TOBA の感度向上も確認した。以下実験結果のまとめと今後の展望について述べる。

7.1 実験結果のまとめ

本実験で行ったことは主に、地面振動からのカップリング伝達関数の評価とその低減方法の実証の2点である。以下にそれぞれの内容をまとめる。

伝達関数の評価

カップリング伝達関数の計測を行い、試験マス・光学系ベンチの Pitch,Roll 回転の伝達関数に傾きを乗じた形へ分解した。

$$\tilde{H}_{c(\text{Long})} = C_{\text{TM}(\text{L})} \tilde{H}_{\text{L} \to \text{R}(\text{TM})} + C_{\text{OB}(\text{L})} \tilde{H}_{\text{L} \to \text{R}(\text{OB})}$$
(7.1)

$$\tilde{H}_{c(\text{Trans})} = C_{\text{TM}(\text{T})}\tilde{H}_{\text{T}\to\text{P}(\text{TM})} + C_{\text{OB}(\text{T})}\tilde{H}_{\text{T}\to\text{P}(\text{OB})}$$
(7.2)

上式によって計測値と概ね一致する伝達関数を再現することができたため、カップリングの主要な 寄与はこの形でよく説明できることが確認された。従って上式の係数から傾きの推定も行うことが できた。

ただし理論とのずれもあり、特に主要な寄与の低減を行った後には Long 方向の 1Hz 以下や Trans 方向の 2Hz 以上で不一致が大きくなっていた。ここでは考慮していなかった別経路のカップリングが存在している可能性がある。

カップリングの低減の実証

本実験では次の3つの方法で低減の実証を行った。得られた低減率も併せて示す。

- 1. カウンターウェイトによる光学系ベンチの慣性主軸方向の調整: 1/60(Long)、1/300(Trans)
- 2. カウンターウェイトによる試験マスの傾き調整:1/4(Long)、1/3(Trans)
- 3. アクチュエートによる試験マスの傾き調整: 1/30(Long)

いずれの調整でも低減が行えることが実証された。調整値から求められるカップリング低減の理論値と実際のカップリング係数の変化を比較すると、いずれも誤差の範囲で一致することも確認された。ただしフィッティングの誤差や理論値の不定性が大きいため十分な精度での比較ができていないものもあり、これらは今後詳細に調べる必要がある。また、3の方法についても低周波側では理論との一致が悪く、別経路のカップリングの存在を支持する結果となった。

今回達成されたカップリング率は計測結果から外挿すると 0.1Hz で

- $|\tilde{H}_{c(\text{Long})}| = 4 \times 10^{-5} [\text{rad/m}]$
- $|\tilde{H}_{c(\text{Trans})}| = 4 \times 10^{-6} [\text{rad/m}]$

であった。

感度の向上

カップリング雑音の低減により 0.5-1Hz 付近の一部で感度 $h\sim 1.3\times 10^{-9}/\sqrt{\rm Hz}$ が達成された。カップリング雑音の寄与は共振ピーク付近以外では感度を制限しておらず、0.1Hz では約 $10^{-10}/\sqrt{\rm Hz}$ 以下にまで抑えられていた。

カップリング雑音以外の寄与の計算も行い、0.5Hz 以下の低周波数帯ではコイル-コイル アクチュエータの位相変調回路による雑音がほぼ感度を制限していることが分かった。高周波側の雑音源は完全には特定できなかったが、レーザー強度雑音や ADC の雑音が大きく寄与していることが分かった。他にも鉛直振動からのカップリング雑音の寄与もあると考えられる。

7.2 今後の展望

カップリングの主要な寄与は概ね理論通り説明でき、さらに概ね理論通りの低減も行うことができた。本実験の目的であったカップリング雑音低減の一部実証には成功したと言える。

今後は実際に Phase-III TOBA の目標値 10⁻¹⁰ rad/m まで 5-6 桁の低減を進めていかなければならない。そのためにまず行うべきは、一部周波数帯でカップリング伝達関数が理論と一致しなかった原因の特定と、傾き調整精度の向上の 2 つである。前者については、今回は多段ねじれ振り子の最下段 (試験マスと光学系ベンチ) によって起こるカップリングのみを考え、散逸は無視して計算したがそれでは不十分だった可能性がある。既に挙げたように中段マスやダンピングの非対称性による寄与なども考えなければならない。傾き調整精度に関しては、特に光学系ベンチの調整機構を改良する必要がある。最終的な調整は試験マスも光学系ベンチもアクチュエータによって行うが、質量が大きく懸架点も高い光学系ベンチは試験マスに比べアクチュエータで調整できる範囲が小

さい。アクチュエータの調整範囲に収めるためにはまずカウンターウェイトによる調整が必要であり、そのとき要求される精度はアクチュエート力を $10\mu N$ とすると約 $2\times 10^{-7} {
m rad}$ である。この値は $10{
m g}$ のマスを $0.01{
m mm}$ 精度で位置調整できれば実現可能である。今回の実験ではカウンターウェイトの質量を離散的に調整していたため精度が悪かったが、今後はマイクロメータなどでカウンターウェイトの位置を調整するよう改良すれば上の値が十分実現可能である。

低減が進めば第 4 章で述べたように試験マスの傾き変動による非線形な効果が現れると予想されるため、さらに次のステップとして制御による傾き変動の抑制を行う必要がある。制御の際はフィードバック力が Yaw 方向に漏れ出し感度を悪化させることがないように、十分な自由度分離が必要である。この点が実現できれば傾き由来のカップリングは理論上目標値 $10^{-10} {
m rad/m}$ まで抑えることが可能となる。

また今回の雑音計算で、それぞれの雑音が感度にどの程度寄与しているかが明らかになった。 Phase-III の目標感度 $10^{-15}/\sqrt{\rm Hz}$ $@0.1{\rm Hz}$ に到達するにはこれらの雑音を全て低減していく必要がある。

最も主要だったアクチュエータ回路の雑音は、回路の雑音とアクチュエータ効率に比例するためこれらを小さくすることによって低減される。回路の雑音は乗算 IC の雑音が大きいためこれを低雑音のもので置き換えることができれば低減できる。アクチュエータ効率については、現在の制御にはアクチュエータが出せる力の 1/20 程度しか使用していないため、ギリギリまでアクチュエータ効率を小さくすれば 1/20 倍の雑音低減は容易に行える。これだけでも 0.1Hz の感度は向上し Phase-I TOBA の感度は更新できると期待される。さらに低減するには試験マスに働く外乱を抑え必要なアクチュエート力を小さくすればよい。試験マスの主要な外乱はカップリング雑音であるため、カップリング雑音を要求値まで低減しそれに応じて効率を下げていけば 5-6 桁程度の低減が見込まれ、目標感度近くまでアクチュエータの雑音は低減できると期待される。低減の不足分はアクティブダンピングにより外乱の RMS を低減するなどを行う必要がある。

磁場雑音もアクチュエータ効率が下がればコイルに流れる電流が小さくなり同時に低減される。強度雑音に関しては、既に述べたようにダークフリンジ制御への変更と強度安定化によって低減できる。ダークフリンジ制御時は制御点からの残留変動が強度変動とカップルして雑音となるが、本実験で残留変動は入射光量の 0.1%まで抑えられていたため、単純に見積もってダークフリンジ制御への変更で 3 桁の低減が期待できる。不足分は強度安定化を行う必要があるが、その際の要求値は相対強度雑音 (強度の平均値に対する変動の比) で $1 \times 10^{-6}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である。

また ADC の雑音や PD の雑音については、干渉計の光量を上げセンサ感度を向上させることで低減される。今回の入射光量は $0.7\mathrm{mW}$ であったが最終的には $10\mathrm{W}$ まで増やす計画であり、4 桁以上の改善が見込まれる。ADC 雑音はこれだけではやや不十分であるが、PD とデジタルシステムの間にホワイトニングフィルタを導入し $0.1\mathrm{Hz}$ 付近のゲインを 20 倍ほど上げれば目標値まで低減される。

ここに挙げたような内容が全て実現されればこれらの雑音は目標感度レベルまで低減することが 出来る。ただしこれらの具体的な方策や技術的課題については今後詳細に検討していかなければな らない。

補遺 A フィードバック制御

本実験の各所で言及しているフィードバック制御についてまとめる。フィードバック制御とは何らかの物理量を一定に保つために、物理量の変動をモニタしそれを打ち消すように負帰還をする手法である。例えばマイケルソン干渉計を線形動作させるために鏡の位置変動を波長の半分以下に抑制する場合などに用いられる。

A.1 原理

フィードバック制御は一般に図 A.1 のように制御対象の物理量 x_0 をセンサー S でモニタし、その出力がフィルタ F を通して物理量を制御するアクチュエータ A に負帰還される。アクチュエータから物理量への伝達関数 H を介して物理量の変動が制御され、残留変動 x が小さく保たれる。

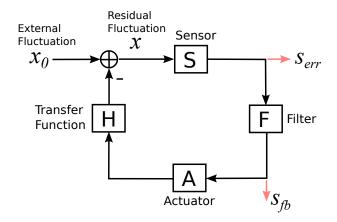


図 A.1: フィードバック制御のブロックダイアグラム

これを式で表すと次のようになる。

$$x = x_0 - HAFSx \tag{A.1}$$

$$x = \frac{x_0}{1+G} \tag{A.2}$$

ここでループ上の全てのゲインを乗じた $G \equiv SFAH$ をオープンループ伝達関数と呼ぶ。残留変動x は元の外乱 x_0 に比べ 1/(1+G) 倍に抑制される事がわかる。

重力波などの外乱の元の大きさを見積もるためには、残留変動 x の計測信号から元の変動 x_0 を復元する必要がある。残留信号をセンサで検出した信号 $s_{\rm err}($ エラー信号) から見積もる場合には

$$s_{\text{err}} = Sx = \frac{S}{1+G}x_0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1+G}{S}s_{\text{err}}$$
 (A.3)

アクチュエータに負帰還する信号 s_{fb} (フィードバック信号) から見積もる場合には

$$s_{\text{fb}} = Sx = \frac{SF}{1+G}x_0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1+G}{SF}s_{\text{fb}}$$
 (A.4)

とすればよい。理想的には同じだがフィルタによって加わる雑音の寄与が異なる。

A.2 安定性

制御による残留変動はオープンループ伝達関数 G によって決まるが、G のゲインと位相によっては逆に外乱を増幅してしまい制御が不安定になる場合がある。例えばある周波数で $G\simeq -1$ となるとその周波数では $1/(1+G)\to\infty$ となってしまう。

一般に制御が安定であるかどうかはナイキスト線図 (Nyquist diagram) によって判別することができる (ナイキストの安定判別法)。ナイキスト線図とは G を周波数範囲 $[0,\infty]$ について複素平面上にプロットしたものである。

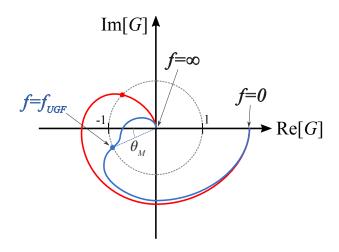


図 A.2: ナイキスト線図 青線は安定、赤線は不安定な制御

図 A.2 のように通常、f=0 から $f=\infty$ にかけて時計回りに回るような軌跡をとる。このとき、複素平面上の (-1,0) 点周りを時計回りに囲む場合 (赤線) は不安定、(-1,0) 周りを反時計回りに通りこの点を囲まない場合 (青線) は安定になるというのがナイキストの安定判別法である。

|G|=1 となる周波数を $\mathrm{UGF}(\mathrm{Unity\ Gain\ Frequeny})$ と呼び、 $\mathrm{UGF\ }$ での- $180\mathrm{deg\ }$ からの位相のズレ θ_{M} を位相余裕と呼ぶ。経験的には位相余裕が $30\text{-}45\mathrm{deg\ }$ 以上ある場合に制御は十分安定になると言われている。

A.3 オープンループ伝達関数の測定

制御の安定性を確認したり外乱の見積もりを行うためには制御のオープンループ伝達関数を知ることが必要である。オープンループ伝達関数は次のような方法で計測することができる。

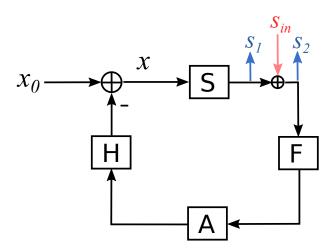


図 A.3: オープンループ伝達関数の測定

図 A.3 のように、ループの途中で信号 $s_{\rm in}$ を注入し、その前後での信号 s_1, s_2 を計測する。信号の注入箇所はループ内のどこでも良い。このときループ内の信号は、

$$x = x_0 - HAF(Sx + s_{\rm in}) \tag{A.5}$$

$$x = \frac{x_0 - HAFs_{\text{in}}}{1 + G}x_0 \tag{A.6}$$

従って、

$$s_1 = Sx = \frac{Sx_0 - Gs_{\text{in}}}{1 + G}$$
 (A.7)

$$s_2 = s_1 + s_{\rm in} = \frac{Sx_0 + s_{\rm in}}{1 + G}$$
 (A.8)

となるので、注入した信号 $s_{\rm in}$ が外乱による信号 Sx_0 より十分大きければ、 s_1 と s_2 の比を取ることで、

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{Sx_0 - Gs_{\text{in}}}{Sx_0 + s_{\text{in}}} \simeq -G \tag{A.9}$$

となりオープンループ伝達関数を計測することができる。直感的には、信号 s_2 がループを 1 周して -G が掛かったものが s_1 になる、と理解できる。

補遺 B 電気回路

本実験で使用した電気回路のうち主要なものを示す。

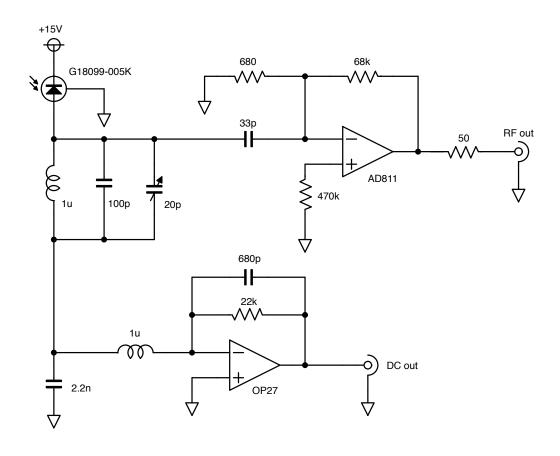


図 B.1: 光検出器回路 ダークフリンジロックにも使えるよう共振型 RFPD となっているが、今回 はミッドフリンジロックのため DC 出力のみを用いた

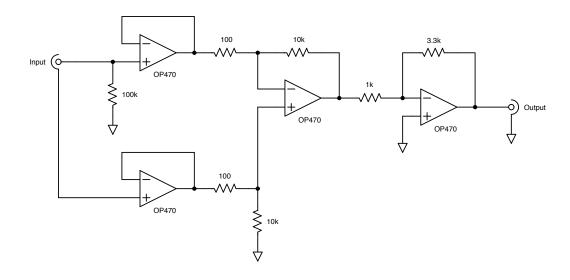


図 B.2: 地震計増幅回路 地震計 L4-C の出力増幅回路。差動入力となっておりゲインは 330~倍である

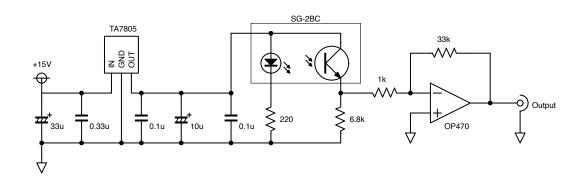


図 B.3: フォトセンサ LED を点灯させる部分と、フォトトランジスタで検出した電流信号を電圧変換する部分からなる。LED とフォトトランジスタは一体型の素子 SG-2BC を用いている

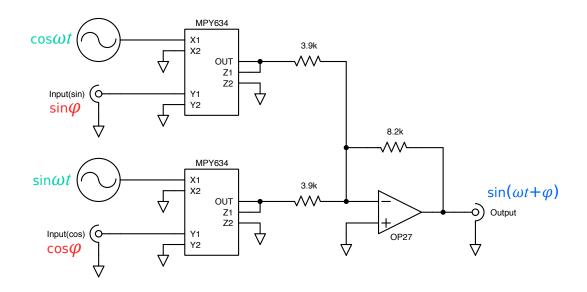


図 B.4: コイル-コイル アクチュエータ用位相変調回路 乗算回路 MPY634 を用いてシンセサイザ からの $\sin\omega t,\cos\omega t$ 入力と制御信号 $\sin\varphi$ と $\cos\varphi$ に加法定理と同じ演算を行い、 $\sin(\omega t + \varphi)$ を出力 する

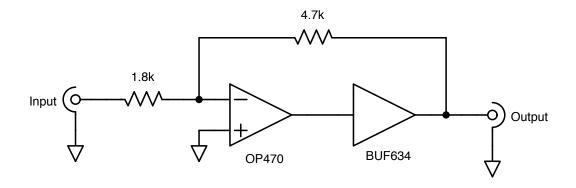


図 B.5: コイルドライバ 電流バッファBUF634 によりコイルに十分な電流を供給するための回路

補遺 C 非線形カップリング

第4章で示したカップリング経路のいくつかは試験マス等の傾きに比例する形で与えられたが、4.2.2 節でも言及したように傾きは地面振動によって変化し、それによって非線形なカップリングが導入される。これは懸架点のズレや慣性主軸の傾きがなく完全に対象な構成でも存在するカップリングである。ここではその寄与の見積もりを行う。

以下では、4.2.2 節の運動方程式で定数として扱った傾き $\varphi_{\rm P}$ を時間変化する回転角 $\theta_{\rm P}(t)$ で置き換えて、運動方程式を解き直すということを行う。簡単のため重心-懸架点の水平ズレ $\Delta x, \Delta y$ は 0 であるとし、散逸の項は陽には示さないものとする。ラグランジアンを改めて書き直すと次のようになる。

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{y}_{L}^{2} + \frac{1}{2}I_{R}\dot{\theta}_{R}^{2} + \frac{1}{2}I_{Y}\dot{\theta}_{Y}^{2} - \theta_{P}(t)(I_{Y} - I_{R})\dot{\theta}_{R}\dot{\theta}_{Y} - mgz_{CM} - \frac{1}{2}\kappa_{Y}\theta_{Y}^{2}$$
 (C.1)

$$z_{\text{CM}} = \frac{1}{2I} \left\{ y_{\text{L}} - y_g - \Delta z \theta_{\text{R}} - \theta_{\text{P}}(t) \Delta z \theta_{\text{Y}} \right\}^2 + \frac{1}{2} \Delta z \theta_{\text{R}}^2 + \theta_{\text{P}}(t) \Delta z \theta_{\text{R}} \theta_{\text{Y}}$$
 (C.2)

立式が暗に示しているように Long 地面振動 y_g の寄与をまず考える。従って系の自由度としては試験マスの Long 並進 y_L ,Roll 回転 θ_R ,Yaw 回転 θ_Y を考え、Pitch 回転角 θ_P は外部からのパラメータとして与える。各自由度について運動方程式を求めると、

$$m\ddot{y_{\rm L}} = -\frac{mg}{I}(y_{\rm L} - y_g - \Delta z\theta_{\rm R} - \Delta z\theta_{\rm P}\theta_{\rm Y})$$
 (C.3)

$$I_{R}\ddot{\theta}_{R} - (I_{Y} - I_{R})(\dot{\theta}_{P}\dot{\theta}_{Y} + \theta_{P}\ddot{\theta}_{Y}) = -m\Delta z\ddot{y}_{L} - mg\Delta z\theta_{R} - mg\Delta z\theta_{P}\theta_{Y}$$
(C.4)

$$I_{Y}\ddot{\theta}_{Y} - (I_{Y} - I_{R})(\dot{\theta}_{P}\dot{\theta}_{R} + \theta_{P}\ddot{\theta}_{R}) = -m\Delta z\theta_{P}\ddot{y}_{L} - mg\Delta z\theta_{P}\theta_{R} - \kappa_{Y}\theta_{Y}$$
(C.5)

ここで簡単のため、Long 並進と Roll 回転に関しては非線形カップリングの影響を無視するものとする。式の上では (C.3)(C.4) における $\theta_P\theta_Y$ およびその微分の項を無視するということであり、 θ_Y は y_L , θ_R に比べ傾きのオーダー $(\sim 10^{-4})$ だけ小さいことからこの仮定は妥当である。このときの地面振動から Long 並進,Roll 回転への伝達関数は第 4 章で求めた (4.39)(4.40) と同様になる。

従って地面振動スペクトルと伝達関数から $y_{\rm L}$, $\theta_{\rm R}$, $\theta_{\rm P}$ が計算できるため、式 $({\rm C.5})$ から Yaw 回転のパワースペクトル密度を計算することが出来る。まず Yaw 回転のフーリエスペクトルは式 $({\rm C.5})$ をフーリエ変換することで、

$$\tilde{\theta}_{Y} = \frac{1}{\kappa_{Y} - I_{Y}\omega^{2}} \times \mathcal{F} \left[(I_{Y} - I_{R})(\dot{\theta}_{P}\dot{\theta}_{R} + \theta_{P}\ddot{\theta}_{R}) - m\Delta z(\theta_{P}\ddot{y}_{L}) - mg\Delta z(\theta_{P}\theta_{R}) \right]$$
(C.6)

積のフーリエ変換は各フーリエスペクトルの畳込み積分に等しいので (e.g. $\mathcal{F}[\theta_{
m P}\theta_{
m R}]= ilde{ heta}_{
m P}* ilde{ heta}_{
m R}$)、

$$\tilde{\theta}_{\rm Y} = \frac{1}{\kappa_{\rm Y} - I_{\rm Y} \omega^2} \left\{ - (I_{\rm Y} - I_{\rm R}) \left(\omega \tilde{\theta}_{\rm P} * \omega \tilde{\theta}_{\rm R} + \tilde{\theta}_{\rm P} * \omega^2 \tilde{\theta}_{\rm R} \right) + m \Delta z \left(\tilde{\theta}_{\rm P} * \omega^2 \tilde{y}_{\rm L} \right) - mg \Delta z \left(\tilde{\theta}_{\rm P} * \tilde{\theta}_{\rm R} \right) \right\}$$
(C.7)

となる。* は畳み込み積分を表す。

 ${
m Trans}$ 地面振動の寄与も同様に求めることができる。上式で ${
m Long}$ と ${
m Trans}$ 、 ${
m Roll}$ と ${
m Pitch}$ を入れ替えれば良い。ただし並進と回転の正の向きの位置関係が異なるため、符号が逆になることに注意しなければならない。従って ${
m Long}$, ${
m Trans}$ 方向の寄与を合わせると、

$$\tilde{\theta}_{\rm Y} = \frac{1}{\kappa_{\rm Y} - I_{\rm Y}\omega^2} \left\{ -(I_{\rm Y} - I_{\rm R}) \left(\omega \tilde{\theta}_{\rm P} * \omega \tilde{\theta}_{\rm R} + \tilde{\theta}_{\rm P} * \omega^2 \tilde{\theta}_{\rm R} \right) + m\Delta z \left(\tilde{\theta}_{\rm P} * \omega^2 \tilde{y}_{\rm L} \right) + (I_{\rm Y} - I_{\rm P}) \left(\omega \tilde{\theta}_{\rm R} * \omega \tilde{\theta}_{\rm P} + \tilde{\theta}_{\rm R} * \omega^2 \tilde{\theta}_{\rm P} \right) - m\Delta z \left(\tilde{\theta}_{\rm R} * \omega^2 \tilde{x}_{\rm T} \right) \right\}$$
(C.8)

これをパワースペクトル密度に変換すれば感度への寄与を計算することが出来る。

理論計算結果を確認するため、SimMechanics を用いたシミュレーション結果との比較を行う。SimMechanics とは MATLAB の力学シミュレーションツールであり、振り子のモデルを構築し地面振動を加えることで振り子の運動をシミュレーションすることができる。1 段ねじれ振り子のモデルを用い、実際に計測された地面振動データを使用してシミュレーションを行った結果と、式(C.8) を用いて計算した結果を比較した結果、図 C.1 のようになった。上の導出では散逸は無視したが、ここのシミュレーションと理論計算では各共振の Q 値が 1000 となるよう散逸を加えて計算した。両者の結果はよく一致しており、上記の理論計算はほぼ正しいことが確認できる。畳み込み積分により並進・回転の共振周波数の差の周波数にピークが現れているが、いずれもシミュレーションと計算結果で一致している。

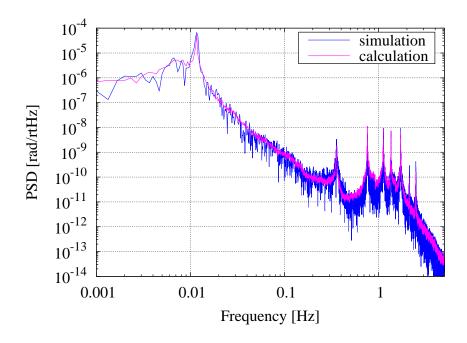


図 C.1: 非線形カップリングの寄与 青線が SimMechanics によるシミュレーション結果、ピンク線が本章で求めた式を用いた計算結果 (10 回平均)。いずれも各共振の Q 値は 1000 とした

補遺 D 鉛直振動から回転への伝達

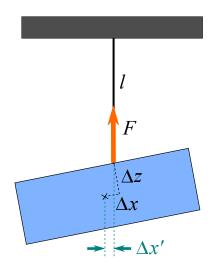


図 D.1: 鉛直振動から回転への伝達

まず Vert 地面振動から試験マス Vert 並進への伝達関数は、次の運動方程式から計算される。

$$m\ddot{z} = -k(z - z_g) \tag{D.1}$$

ここで m,k はそれぞれ試験マスの質量と、ワイヤの伸びに関するバネ定数である。水平並進と同様に、共振周波数にピークを持ちそれより高周波では防振されるような伝達関数となる。

$$\tilde{H}_{\mathrm{V}\to\mathrm{V}} \equiv \frac{\tilde{z}}{\tilde{z}_q} = \frac{{\omega_{\mathrm{V}}}^2}{{\omega_{\mathrm{V}}}^2 - {\omega}^2} \tag{D.2}$$

 ${
m Vert}$ 振動の共振角周波数 $\omega_{
m V}$ は式 (4.47) で表され、今回の実験で用いた試験マスではおよそ $2\pi \times 20{
m Hz}$ である。

試験マスと地面の相対 Vert 並進がワイヤの伸びであり、試験マス懸架点には伸びに比例した力が働く。式で表すと、

$$\tilde{F} = k \left(\tilde{z}_g - \tilde{z} \right) = k \left(1 - \tilde{H}_{V \to V} \right) \tilde{z}_g = k \frac{\omega_V^2}{\omega_V^2 - \omega^2} \tilde{z}_g \tag{D.3}$$

このとき重心が懸架点の真下からずれていると、上式の力がトルクとして働き、マスの回転に伝達される。例えば重心が懸架点から Trans 方向に $\Delta x'$ ズレているとすると Pitch 方向のトルクが働き、

$$\tilde{N}_{\rm P} = \Delta x' k \left(1 - \tilde{H}_{\rm V \to V} \right) \tilde{z}_g \tag{D.4}$$

である。トルクから試験マスの回転への伝達関数は、運動方程式

$$I_{\rm P}\ddot{\theta}_{\rm P} = -mg\Delta z\theta_{\rm P} + N_{\rm P} \tag{D.5}$$

より、

$$\tilde{H}_{\rm N\to P} \equiv \frac{\tilde{\theta}_{\rm P}}{\tilde{N}_{\rm P}} = \frac{1}{I_{\rm P}} \frac{1}{\omega_{\rm P}^2 - \omega^2} \tag{D.6}$$

であるから、以上をまとめて Vert 地面振動から Pitch 回転への伝達関数は、

$$\tilde{H}_{V\to P} \equiv \frac{\tilde{\theta}_P}{\tilde{z}_a} = \frac{\Delta x'k}{I_P} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2} \frac{\omega^2}{\omega_V^2 - \omega^2}$$
(D.7)

となる。

試験マスは重心が懸架点の真下に近づくように傾くため、 $\Delta x'$ は非常に小さな値となる。図 D.1 のように、重心と懸架点が試験マスに沿って $\Delta x, \Delta z$ だけズレている場合、重力により傾く力とワイヤの曲げ方向の弾性による復元力のつりあいから計算すれば、

$$\Delta x' \simeq \frac{\kappa_{\rm P}}{mg\Delta z} \Delta x$$
 (D.8)

となる。ここで $\kappa_{\rm P}$ はワイヤの曲げのバネ定数(次元 $[{
m Nm/rad}]$)である。 $\kappa_{\rm P}$ はねじれ方向のばね定数と同程度のオーダーであると考えると、直径 $0.1{
m mm}$ 長さ $20{
m cm}$ のタングステンワイヤの場合には $\kappa_{\rm P}\sim 10^{-5}{
m Nm/rad}$ である。従って今回の実験セットアップのパラメータの場合、 $\Delta x'\simeq 0.003\Delta x$ となる。

以上から、式 (D.7) の伝達関数を計算しプロットすると図 D.2 のようになる。 $\Delta x=3\mu m$ を仮定した。 Trans 地面振動から Pitch 回転への伝達関数 (青線) と比較して、 Vert 地面振動からの伝達関数 (ピンク線) は数桁小さいことが分かる。従って確かに、 Vert 振動から Pitch 回転への伝達は、通常の Trans 並進からの伝達に比べて無視できることが確かめられた。

以上の計算は今回の実験で用いたセットアップのパラメータを用いたが、Phase-III TOBA でもオーダーは同程度であると考えられるため、いずれにせよ問題ない。

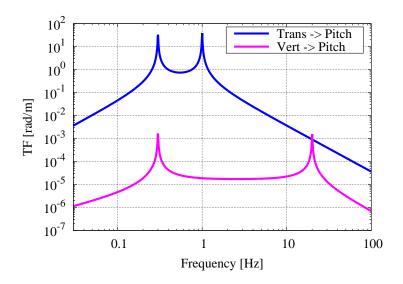


図 D.2: Vert 振動から Pitch 回転への伝達関数 (ピンク線) 懸架点のズレは $\Delta x=3\mu\mathrm{m}$ を仮定した。 Trans 地面振動からの伝達関数 (青線) に比べ十分小さく無視できることが分かる

参考文献

- [1] A. Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie," Annalen der Physik, 49 (1916)
- [2] J.H. Taylor and J.M.Weisberg, "Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+16," Astrophys. J, 345, 434 (1989)
- [3] B.P. Abbott, et al., "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger," *Phys. Rev. Lett.*, 116, 061102 (2016)
- [4] B.P. Abbott, et al., "GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence," *Phys. Rev. Lett.*, 116, 241103 (2016)
- [5] K. Danzmann and the LISA study team, "LISA: laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements," Class. Quantum Grav., 13, 247 (1996)
- [6] S. Kawamura, et al., "The Japanese space gravitational wave antenna: DECIGO," Class. Quantum Grav., 28, 094011 (2011)
- [7] M. Armano, et al., "Sub-Femto-g Free Fall for Space-Based Gravitational Wave Observatories: LISA Pathfinder Results," *Phys. Rev. Lett.*, 116, 231101 (2016)
- [8] M. Ando, et al., "Torsion-Bar Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observations," *Phys. Rev. Lett.*, 105, 161102 (2010)
- [9] K. Ishidoshiro, et al., "Upper Limit on Gravitational Wave Backgrounds at 0.2 Hz with a Torsion- Bar Antenna," *Phys. Rev. Lett.*, 106, 161102 (2011)
- [10] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編, 「重力波をとらえる」, 京都大学学術出版会, (1998)
- [11] E.D. Black and R.N. Gutenkunst, Am. J. Phys., 71, 365 (2003)
- [12] D.R. Pasham, et al., "A 400-solar-mass black hole in the galaxy M82," Nature, 513, 74, (2014)
- [13] B. Allen and J.D.Romano, "Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Signal processing strategies and sensitivities," *Phys. Rev. D*, 59,102001, (1999)
- [14] T.L. Smith, et al., "Direct detection of the inflationary gravitational-wave background," Phys. Rev. D, 73, 023504, (2006)

- [15] P.R. Saulson, "Terrestrial gravitational noise on a gravitational wave antenna," Phys. Rev. D, 30, 732, (1984)
- [16] J. Harms, et al., "Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors," Phys. Rev. D, 88, 122003, (2013)
- [17] J. Harms, et al., "Transient gravity perturbations induced by earthquake rupture," Geophys. J. Int., 201, 1416, (2015)
- [18] M. Micic, et al., "Supermassive black hole growth and merger rates from cosmological N-body simulations," MNRAS, 380, 1533, (2007)
- [19] B.P. Abbott, et al., "Binary Black Hole Mergers in the First Advanced LIGO Observing Run," Phys. Rev. X, 6, 041015 (2016)
- [20] A. Shoda, "Development of a High-Angular-Resolution Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observation", PhD thesis, University of Tokyo (2015)
- [21] K. Ishidoshiro, "Search for low-frequency gravitational waves using a superconducting magnetically-levitated torsion antenna", PhD thesis, University of Tokyo (2009)
- [22] Y. Kuwahara, et al., "Search for a stochastic gravitational wave background at 1-5 Hz with a torsion-bar antenna," *Phys. Rev. D*, 94, 042003, (2016)
- [23] K. Okada, "低周波重力波探査のための超伝導磁気浮上型ねじれ振り子の研究," Master thesis, University of Tokyo (2009)
- [24] A. Shoda, "ねじれ型重力波検出器 TOBA の開発 及び背景重力波探査", Master thesis, University of Tokyo (2011)
- [25] N. Aritomi, "ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のためのモノリシック干渉計の開発," Master thesis, University of Tokyo (2016)
- [26] H.B. Callen and T.A. Welton, "Irreversibility and Generalized Noise," Phys. Rev., 83, 34, (1951)
- [27] S. Reid, et al., "Mechanical dissipation in silicon flexures," Phys. lett. A, 351, 205, (2006)
- [28] T. Yoda, "TAMA の懸架装置の開発", Master thesis, University of Tokyo (2001)
- [29] H.J. Kimble, et al., "Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and/or output optics," *Phys. Rev. D*, 65, 022002, (2001)
- [30] J. Aasi, et al., "Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light," *Nature Photonics*, 7, 613, (2013)

- [31] P.R. Saulson, "Thermal noise in mechanical experiments," Phys. Rev. D, 42, 2437, (1990)
- [32] V.B. Braginsky, et al., "Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae," *Phys. Lett. A*, 264, 1, (1999)
- [33] V.B. Braginsky, et al., "Thermo-refractive noise in gravitational wave antennae," *Phys. Lett.* A, 271, 303, (2000)
- [34] P.R. Saulson, "Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors," World Scientific (1994)

謝辞

本論文の執筆にあたって多くの方に支えていただきましたことを感謝します。

指導教員の安東正樹准教授には大学院に入学してから多くの面でサポートして頂きました。本実験のテーマを与えていただいただけでなく、実験に必要な物品についても購入を快諾していただきました。また海外での研究結果の発表機会も何度も与えていただき、とても良い経験を得ることができました。実験は基本的に私の自由にさせて頂きましたが、行き詰まったり分からないことがあった際には多くのアドバイスをしていただきました。研究者としての姿勢について学ぶことも多くありました。

国立天文台の正田亜八香氏には TOBA 実験の先輩として、様々な疑問に答えていただきました。 また本実験でも重要な位置を占めるデジタルシステムやヘキサポッドステージなどは氏が設計・製作・調整を行ったものを引き継いで使用しており、これがなければ本実験は完成することはありませんでした。

東京大学物理学科の大塚茂巳氏をはじめ試作室の方々には、実験装置の部品のほとんどを製作していただきました。大型の部品から小型の部品、特殊な形状の部品までいつも素早く製作して頂いたおかげで、実験を滞りなく進めることができました。

安東研究室修士 2 年の有冨尚紀氏には共に TOBA 実験を進める中で多くの議論を交わしました。 実験中に発生した疑問について最も気軽に相談できる相手であり、氏との議論で理解が深まったことは何度もありました。干渉計に対する理解も私の数歩先を行っており、負けまいという対抗心が研究の大きなモチベーションとなっていました。

安東研究室助教の道村唯太氏には実験の基礎技術に関して多くの相談に乗っていただきました。 思いもしなかった鋭い指摘を受けることも多く、そのたびに研究が洗練されていきました。また 本実験に限らず多くの研究の話も聞かせていただき、氏の知識の豊富さにはいつも驚嘆していま した。

安東研究室ポスドクの牛場崇文氏には、実験の進め方やセットアップについて色々と助けていただきました。特に電気回路に関して氏に助けられたことは多く、回路の動作がおかしいときに相談するといつも一瞬で解決していました。また論理的に実験の進め方を考えることの大切さも改めて教えて頂きました。

安東研究室博士1年の桑原祐也氏には普段から様々なことを相談に乗っていただきました。各方面に知識が深く、他の重力波実験の情報から伝達関数の誤差計算まで多くのことを教えていただきました。解析のコードを提供していただいたこともあり、本実験の解析でもそれを参考にして行った箇所がいくつもあります。

安東研究室博士1年の小森健太郎氏には実験セットアップや雑音計算について色々と議論していただきました。私の拙い質問にもいつも答えていただき、非常にありがたい存在でした。また次々

と進捗を生み出していた氏のことはいつも尊敬していました。

安東研究室修士1年の武田紘樹氏、和田祥太郎氏、黄靖斌氏も頼りになる後輩でした。和田氏には回路製作の訓練と称してTOBAで使うホワイトニングフィルタを私の代わりに作ってもらったりしました。武田氏は特に理論に関する理解が深く、先輩として恥ずかしくなることが何度もありました。黄靖斌氏には英語のネイティブスピーカーとしているいろと教えてもらいました。

宇宙線研究所の川村静児教授には、修士1年次に開催されていた基礎レクチャーで重力波検出器の基礎を多く教えて頂きました。防振や干渉計、制御、雑音などに関する知識の基礎はこのレクチャーで身につけたものであり、現在でも大いに役立っています。また修士論文の審査でも鋭い指摘をいただき、考察が不足していた点を補うことができました。

東京大学大学院理学系研究科の浅井祥仁教授には、修士論文の審査で多くの指摘をして頂きました。解析や議論の甘かった点を指導していただいたことで修士論文をより良いものににすることができました。また重力波分野以外の視点からの指摘も頂き、普段あまり考えていない点にはっと気付かされることもありました。

東京大学事務の庭田まゆ子氏、伊藤彩美氏には、研究に関する事務手続きの面で大変お世話になりました。手続きに追われず研究に集中できたのは両氏のおかげです。

最後に、研究以外の面で私を大いに支えてくれた家族や身近な人に深い感謝の意を表して謝辞を 締めたいと思います。