

修士論文

サブミリメートル領域での重力法則の検証による余剰次元探査

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
坪野研究室 柴田和憲

2013 年 1 月 7 日提出

要旨

共振型振動子に対してその共振周波数にロックした変調重力場を印加し、振動子の励起の大きさから重力逆二乗則の検証を行った。本研究では世界初のヌル実験を行い、図1の薄い赤線より上の領域を95%信頼度で排除することを目標とした。結果として、重力ポテンシャルを

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{GM}{r} \left(1 + \alpha \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \right)$$

と置いたとき、本研究によって図の赤線上側の領域は95%の信頼度で排除された。これは $\lambda \sim 10^{-2}$ において先行研究[3]と同等の精度である。今後、変調重力場源と振動子間の距離を変えながら測定を行うことで図1の点線より上の領域、薄い赤色で塗りつぶされた領域まで排除領域を広げることができるものと推測される。

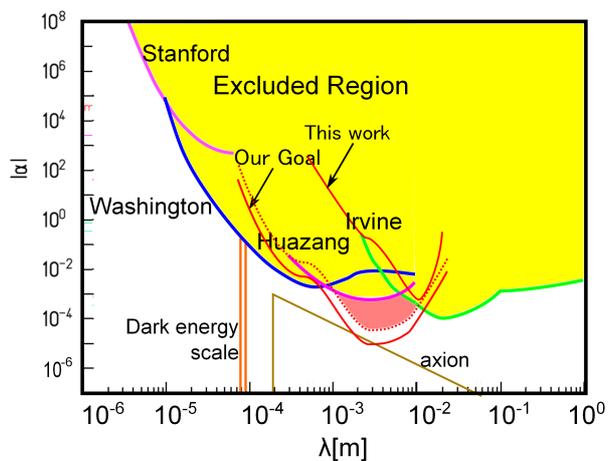


図1 本研究の結果。濃い赤線より上側の領域は95%信頼度で排除された。

目次

要旨	2
記号・略号一覧	9
第 1 章 背景	11
1.1 余剰次元と重力逆二乗則の破れ	11
1.2 重力法則の検証による余剰次元探査	13
第 2 章 今回の検証方法	14
2.1 共振型振動子を用いた検証方法	15
2.2 零点法	15
第 3 章 実験装置	18
3.1 共振型振動子	18
3.2 アトラクタ	22
3.3 防振装置	22
3.4 回転機構	22
3.5 周波数安定化フィルタ	24
3.6 cold damping	29
3.7 信号処理	30
第 4 章 測定結果、解析	32
4.1 測定結果	33
4.2 $\alpha - \lambda$ 図への制限	34
第 5 章 考察	37
5.1 振動子の熱雑音	37
5.2 回路系の雑音	37
5.3 系統誤差について	37
5.4 アトラクタの回転による振動	41
5.5 慣性モーメントについて	41
第 6 章 今後の展望	42

目次	5
第7章 結論	43
補遺 A. 各種固有モードの計算	45
補遺 B. 振動子の熱雑音	48
補遺 C. アラン分散	49
補遺 D. 電気力学系の結合	50
補遺 E. cold damping/cold resistor	51
補遺 F. 電気回路類	53
参考文献	59
謝辞	60

目次

1	本研究の結果。濃い赤線より上側の領域は 95% 信頼度で排除された。	2
1.1	4 つの相互作用	11
1.2	プレーンと開弦、閉弦。グラヴィトン (閉弦) はこの空間を自由に伝播できる。	12
1.3	$\alpha - \lambda$ 図。塗りつぶされた領域が先行研究で 95% C.L. で排除されている [3][4][5]。	13
2.1	本研究の目標。赤く塗りつぶされた領域を新しく排除することを目標とする。	14
2.2	本実験で用いた共振型振動子	15
2.3	本実験で用いた重力源	15
2.4	零点法の系	16
3.1	共振型振動子	18
3.2	本研究で用いた振動子の寸法	20
3.3	製作された振動子の写真	20
3.4	共振型振動子の主な固有モード (固有周波数はソフトウェア COMSOL ver. 4.3 による計算値)	21
3.5	本研究で用いたアトラクタの寸法	22
3.6	製作されたアトラクタの写真 (上半分)	22
3.7	回転機構および防振装置	23
3.8	モーター : アトラクタ回転比の較正	23
3.9	PLL 制御のダイアグラム	25
3.10	モーターの伝達関数の測定方法	26
3.11	モーターの伝達関数	27
3.12	実際用いた PLL 制御の構成	28
3.13	PLL 制御の結果得られた周波数安定度	28
3.14	Cold damping の構成	29
3.15	信号処理のダイアグラム	30
3.16	前置増幅器の伝達関数	31
3.17	バンドパスフィルタの伝達関数	31
4.1	実験全体の構成	32
4.2	$\Delta = 10$ mm での実験結果	33
4.3	アンテナ-アトラクタ間の距離 10 mm で行った実験のヒストグラム (ガウス分布)	34
4.4	アンテナ-アトラクタ間の距離 10 mm で行った実験のヒストグラム (振幅の絶対値の二乗)	35

4.5	本研究の解析結果	36
5.1	回路類による入力換算雑音 (振幅換算)	38
5.2	組み上げられたアトラクタ。上下の円盤の間に 200 ~ 300 μm の隙間がある	39
5.3	慣性モーメントの較正方法。アトラクタを 12 回対称な missing mass をもったものに変えて 行う。	41
6.1	距離を変えながら測定を繰り返し、今回と同様のデータを取得できた場合、赤色の破線まで制 限を強くすることができると予測される (薄い赤色の線が図 2.1 で示した本研究の最終目標)。	42
7.1	本研究の結果。赤線より上側の領域は 95% 信頼度で排除された。	43
7.2	共振型振動子の主な固有モード (固有周波数はソフトウェア COMSOL ver. 4.3 による計算 値)(再掲図 3.4)	47
7.3	Cold resistor の構成	52
7.4	前置増幅器の回路図	53
7.5	バンドパスフィルタの回路図	54
7.6	PLL 制御全体の構成 (再掲図 3.12)	55
7.7	ドライバ回路	56
7.8	位相検出器	57
7.9	2f ノッチフィルタ	57
7.10	リードラグフィルタ	58
7.11	フォトインタラプタ	58

表目次

5.1	工作精度起因の系統誤差の見積もり	39
7.1	アラン分散の定義	49

記号・略号一覧

記号

N	自然数の集合
i	虚数単位
c	光速 $c = 299792458$ m/s
\hbar	プランク定数 $\hbar =$
k_B	ボルツマン定数 $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ Joule/K
G	万有引力定数 $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Newton/kg m ²
R	量子重力理論における余剰次元コンパクト化の最大のスケール
ρ_{Al}	Al5056 の密度 $\rho_{Al} = 2.64 \times 10^3$ kg/m ³
ρ_{sap}	サファイア (Al ₂ O ₃) の密度 $\rho_{sap} = 3.86 \times 10^3$ kg/m ³
ρ_{SUS}	SUS316 の密度 $\rho_{SUS} = 7.98 \times 10^3$ kg/m ³
ω_0	振動子の共振周波数
ω_{rot}	変調重力場源の回転周波数
ω_{ref}	変調重力場源の回転制御の参照周波数

第 1 章

背景

この章では本研究の理論的な背景である 4 つの相互作用の統一とそこから来る余剰次元の導入について簡単に述べたのち、本研究を含む重力逆二乗則の検証実験の、重力法則の検証として以外の物理的意味合いについて述べる。

1.1 余剰次元と重力逆二乗則の破れ

現在物理学において相互作用は電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用、重力相互作用の 4 つであるとされている。このうち電磁相互作用と弱い相互作用については、1961 年のワインバーグ・サラム理論 (Wienberg-Salam Theory, WS theory) によって統一的な枠組が構築され、これに強い相互作用も含めて統一する理論である大統一理論 (Grand Unification Theory, GUT) の完成に向けた取り組みが現在なされている。これらの理論で各種相互作用はゲージボソンを用いて記述されているが、重力相互作用はこれらの理論の範疇ではない。

ここで、重力理論について見てみると、重力相互作用の理論は 1917 年のアインシュタインによる一般相対性理論の中で時空の幾何学としてまとめられた。

しかし一般相対性理論は他の 3 つの相互作用を取り扱うものでない。また、この理論は非常に高エネルギーな系および非常にミクロな系において有効ではない可能性が指摘されている。

ワインバーグ・サラム理論、大統一理論の流れと反対に、一般相対性理論から出発して他の相互作用も記述できる理論を構築しようという試みは行われてきている。ここで、単純に一般相対性理論を量子化する (時空の量子化) と、他の相互作用同様ゲージ理論の枠組みで考えることができることは示されているものの、場の量子論でいうところの 2 次の紫外発散が起こる。その後、この問題を解決する理論の候補として超弦理論が考え出された。この中で重力相互作用に対応するゲージボソンはグラヴィトンであるとされ、閉じたひもとして記述されている。また、この理論は開いたひもとして他のボソン、フェルミオンを記述できているため、現在

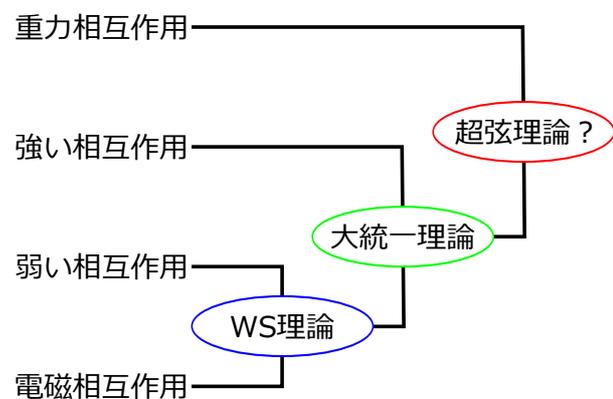


図 1.1 4 つの相互作用

究極の理論と呼ばれることもある。

超弦理論において、粒子はひもの固有振動を用いて記述する理論である。また、この理論のもう一つの特徴として、時空間は通常の 4 次元座標 $(x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, x, y, z)$ 以外にも複数の座標 $x_\mu (\mu = 4, \dots, N)$ (余剰次元座標) を用いて表されているという仮定がある。ここで、粒子の状態を表すひもには開いたひも (開弦) と閉じたひも (閉弦) の 2 種類がある。グラヴィトン以外の素粒子はブレーンに両端を束縛された開弦として記述されているのに対し、グラヴィトンは閉弦として記述される。開弦はその両端がブレーンに拘束されていることにより、余剰次元内を伝播できないが、閉弦にはその拘束条件がないため、余剰次元空間内および異なるブレーン間において伝播が許される。これは余剰次元を重力相互作用が伝播することを意味する [2] (対して電磁相互作用をはじめとする他の相互作用は、対応するボソンが余剰次元空間を移動できないことから、相互作用の染み出しは存在しない)。

この重力相互作用の余剰次元空間への染み出しがあるとき、電磁場でいうところのガウスの法則が重力相互作用においては成り立たず、重力ポテンシャルの形は古典力学でよく知られているニュートン型

$$\phi(\mathbf{r}) = -G \frac{M}{r} \quad (1.1)$$

からズレることになる。

ただし、超弦理論では余剰次元座標に対してコンパクト化という概念があり、ある微小距離 R 以下ではこのズレが非常に小さくなり現実的には観測できないとされている。 R はひも理論などにおける余剰次元のコンパクト化の最大のスケールから定まるとされている。現在までの高エネルギー実験結果と無矛盾であるという要請から、ブレーンの厚さについては 10^{-19} m 以下と制限がつけられているが、余剰次元の大きさはこの実験結果から制限を受けない。ただし、多くのモデルではこのコンパクト化の最大のスケールはプランク・スケール ($R = \sqrt{G\hbar/c^3} \sim 1.6 \times 10^{-35}$ m) 程度であると考えられている。

余剰次元の大きさがプランク・スケールと比べて非常に大きいと仮定しても観測結果とは矛盾しないため、中には $R = 10^{-4} \sim 10^{-3}$ m のサブミリメートル領域にこのコンパクト化のスケールがあり、重力の逆二乗則の破れはサブミリメートル領域において観測可能であるとするモデルもある [1][2]。

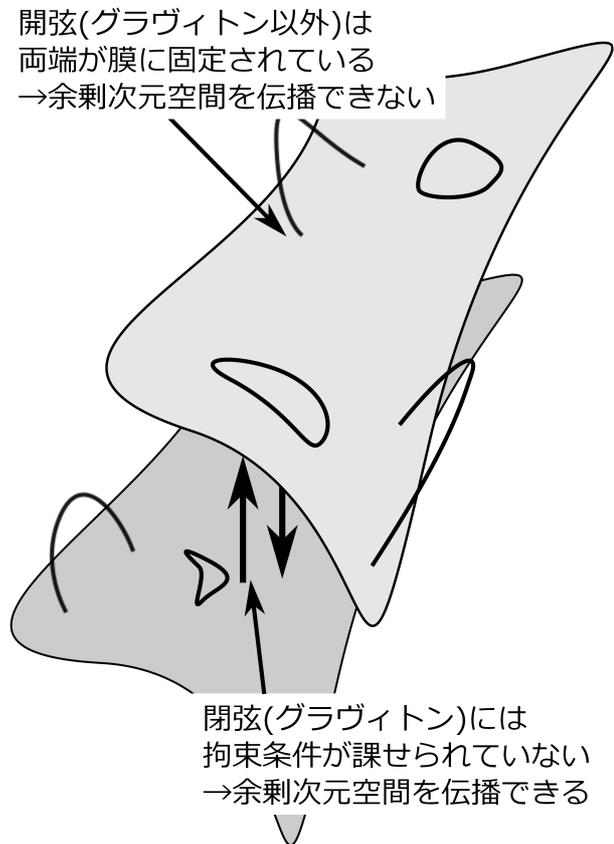


図 1.2 ブレーンと開弦、閉弦。グラヴィトン (閉弦) はこの空間を自由に伝播できる。

1.2 重力法則の検証による余剰次元探査

前節のように、余剰次元の存在を 10^{-4} m といった比較的マクロな領域に仮定して理論を構成してもこれまでの観測と矛盾はしない [2]。そこで逆に、重力の逆二乗則をサブミリメートル領域で検証することによって、余剰次元を仮定するこれらのモデルに対して制限を付けることが考えられる。そして、この余剰次元の効果を検証する実験は重力相互作用以外の相互作用を通しては不可能である。こうした理由から、 10^{-2} m 以下の近距離領域における重力の逆二乗則の検証実験は余剰次元空間の大きさに対して制限を与えることのできる唯一の実験である。

この種の実験は 20 年以上にわたって行われてきており、検証方法は

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{GM}{r} \left(1 + \alpha \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \right) \quad (1.2)$$

$$\alpha : \text{破れのエネルギースケールを表すパラメータ}, \quad (1.3)$$

$$\lambda : \text{破れの距離スケールを表すパラメータ} \quad (1.4)$$

という形に、2 つのパラメータ α, λ を用いて重力ポテンシャルを通常のニュートン型からのズレを素粒子間の相互作用でよく知られる湯川型において、実験値からこれら 2 つのパラメータに制限を付けるという形で行われてきた。

現在までに 95% confidence level で排除された $\alpha - \lambda$ の領域は図 1.3 の通り。今回狙う $\lambda = 10^{-4} \sim 10^{-2}$ m の領域では Washington、Irvine、Huazang の 3 チームがすでに $\alpha = 10^{-3} \sim 10^{-2}$ の精度で検証を行っている [3][4][5]。

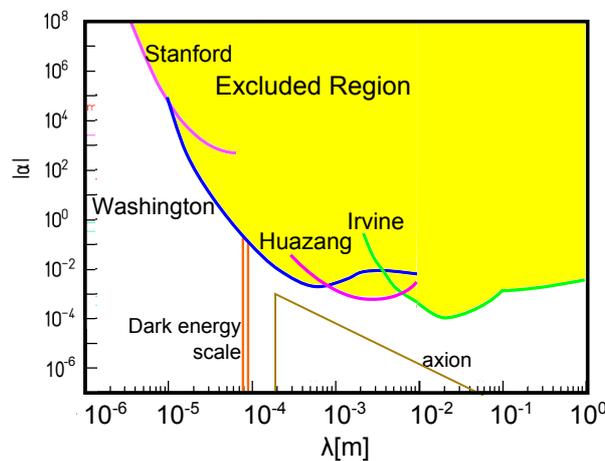


図 1.3 $\alpha - \lambda$ 図。塗りつぶされた領域が先行研究で 95% C.L. で排除されている [3][4][5]。

第2章

今回の検証方法

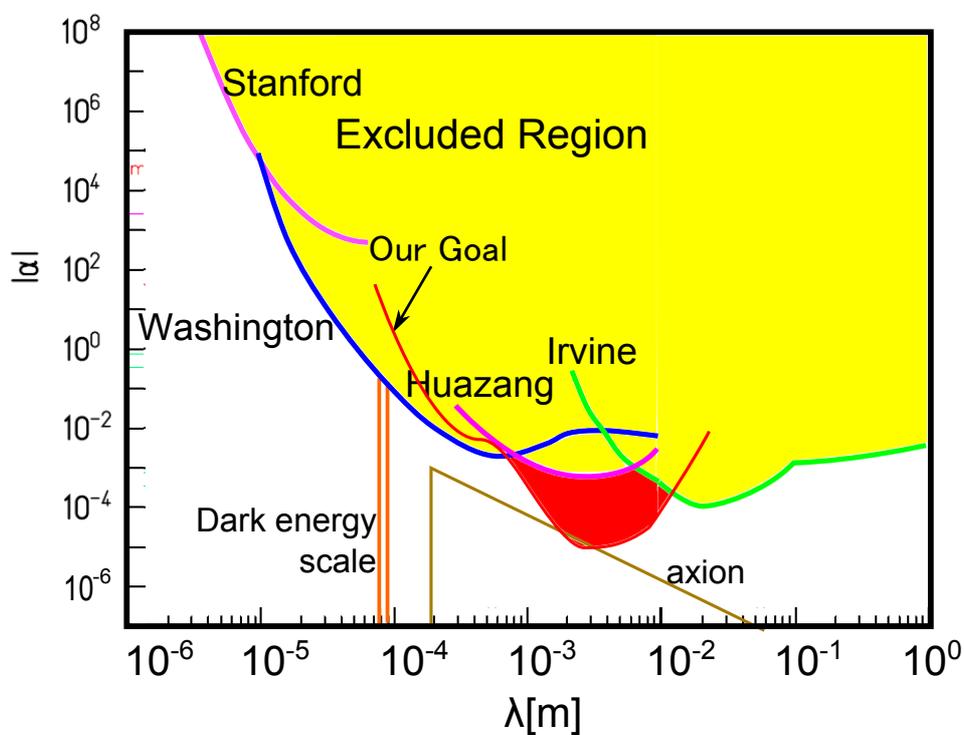


図 2.1 本研究の目標。赤く塗りつぶされた領域を新しく排除することを目標とする。

本研究では、 $\alpha - \lambda$ 図において図 2.1 の赤く塗りつぶされた領域を新しく排除することを目標とした。今回排除される領域は、ダークマターの候補とされる未発見の素粒子・アクシオンに関する理論によって非零の (α, λ) の値が予言されている領域を含むので、アクシオンに関する理論への制限もつけられるものと期待できる。

重力場の検出器として共振型振動子という振動子を用いた。共振周波数と同調させた変調重力場をこの振動子に印加し、そのときの振動子の励起の強さから重力の逆二乗則の検証を行う。以下、この章では今回の検証方法の原理について述べる。

また、今回は検証に用いる変調重力場を発生させるソース・マス (以下、重力源、あるいはアトラクタと呼

ぶ)として、ヌルになるソース・マスを用いたので、その原理および利点についても述べる。

2.1 共振型振動子を用いた検証方法

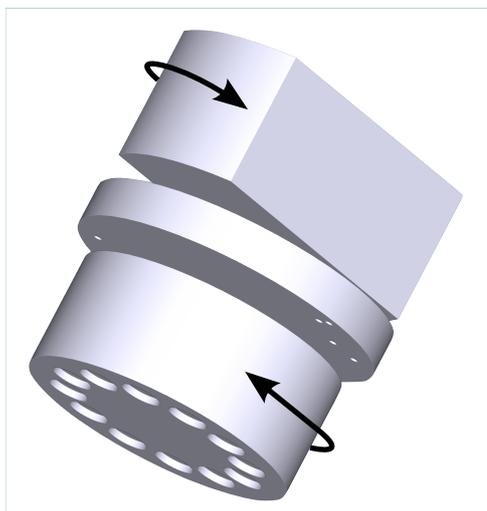


図 2.2 本実験で用いた共振型振動子

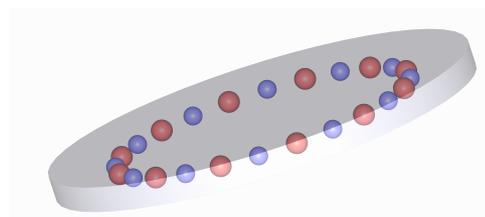


図 2.3 本実験で用いた重力源

今回は図 2.2 のようなアンテナを用いた検証を行う。この振動子は矢印で示された固有モード (周波数 $f_0 = 18.45$ Hz) を持つ。この振動子の共振周波数と同調させた変調重力場を印加したとき、振動子の励起の振幅がどの程度の有為性でゼロであると言えるかを考えることによって逆二乗則の破れを検証する。

今回の検証において変調重力場は図 2.3 の重力源 (以下、アトラクタとよぶ) を用いて生成する。このアトラクタは SUS316 の円盤に大小それぞれ 12 個の球状の穴を空け、その大きな方にサファイア (Al_2O_3) のペアリング球を埋め込むことによって製作されている。こうすることで、大きな穴の方は密度 $\rho_{\text{sap}} - \rho_{\text{SUS}}$ 、小さな穴のほうは密度 $-\rho_{\text{SUS}}$ の (負の密度をもった) 重力源としてはたらく。

このアトラクタを回転させることにより発生させた変調重力場を用いて振動子を励起し、そこから重力の逆二乗則の検証を行うのだが、今回は次節に述べるように振動子の重力信号が、逆二乗則に従うとすればゼロとなるようにアトラクタ設計した。

2.2 零点法

まず、零点法の説明に入る前に、密度 ρ 、半径 r の球体が原点 $O(0, 0, 0)$ に置かれた場合を考える。重力の逆二乗則が正しいと仮定すると、この球体のつくる点 $P(\mathbf{r})$ での重力のニュートン型ポテンシャルによる項 ϕ_N は

$$\phi_N(\mathbf{r}) = -G \int d^3r' \frac{\rho}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = -G \frac{M}{r}, \quad M = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho \quad (2.1)$$

となり、密度 (半径) が異なっても質量 M が同じならばポテンシャルは等しくなる。

対して、湯川型においた逆二乗則からのズレのポテンシャルによる球体の重力場 ϕ_Y は

$$\phi_Y(\mathbf{r}) = -G \int d^3r' \frac{\rho}{|r-r'|} \exp\left(-\frac{|r-r'|}{\lambda}\right) \quad (2.2)$$

$$= -G \frac{M}{r} e^{-r/\lambda} F(a/\lambda), \quad (2.3)$$

$$F(x) = 3 \frac{x \cosh x - \sinh x}{x^3} \quad (2.4)$$

と形状因子 F を用いて表されるため、質量が同じでも密度 (半径) が異なればポテンシャルは変化する。

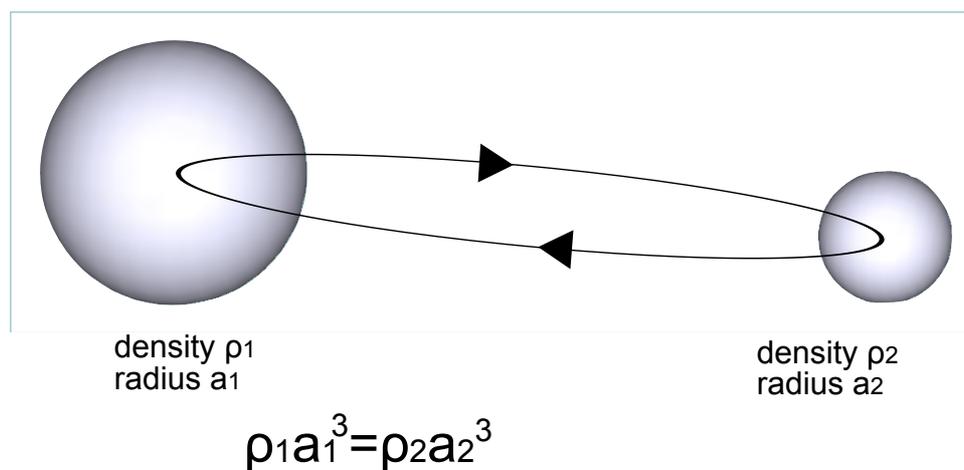


図 2.4 零点法の系

ここで、密度は異なるが質量は等しい 2 つの球からなる図 2.4 のような系を考える。重力の逆二乗則が正しいと仮定すると、式 (2.1) より球体の作る重力場はその質量にのみ依存し、密度 (半径) には依らないため、図 2.4 の系の重力場は回転軸 n に関して 2 回対称である。そのためこの軸を中心として角周波数 ω で回転させても変調重力場の回転周波数の奇数倍波成分はゼロとなる。

これに対して、球体の作る湯川型ポテンシャルは形状因子 F を用いて表され、質量が同じでも密度 (半径) が異なればポテンシャルは変化するので、図 2.4 の系がなす重力場は 2 回対称にならず、回転周波数の奇数倍波成分はゼロとならない。

よって、この系を回転させたときの変調重力場の奇数倍波成分が観測されれば、それは直ちに逆二乗則の破れを意味する。このように零となる観測量に対してどの程度の有意性で零であるかを検証する実験をヌル実験 (零点法) と呼ぶ。

本研究では図 2.3 のような大小それぞれ 12 個ずつのソース・マスの埋め込まれたアトラクタを変調重力場のソースとして用いた。ここで、大小のソース・マスは前節で述べたとおりそれぞれ密度が $\rho_{sap} - \rho_{sus}$ 、 $-\rho_{sus}$ の重力源としてはたらくが、重力源としての実効的な質量 $4/3\pi(\rho_{sap} - \rho_{sus})R_1^3$ と $-4/3\pi\rho_{sus}R_2^3$ が等しくなるように半径を選んだ。このとき、このアトラクタは回転に対して 12 回対称であるが、逆二乗則が正しいとしたときの重力場は 24 回対称になる。したがって、このアトラクタを回転させたときの変調重力場の 12 倍波成分は逆二乗則が正しいければゼロになるから、これを検波することで直接パラメータ α, λ に制限を付けることができる [7]。このような実験はヌル実験と呼ばれ、装置の製作精度などによる系統誤差が効きにくいという利点がある。現在までのところヌル実験による重力法則の検証は行われてこなかったが、今回は世

界初のヌル実験による重力法則の検証を行う。これにより、本研究では図 2.1 の赤く塗られた領域を新たに排除できると期待される。

第3章

実験装置

今回の実験装置は振動子、アトラクタと、アトラクタの回転を安定化させる PLL 制御ループ、そして実際に得られた振動子の励起を読み取って処理する信号処理系の主に 4 つに大別される。本章ではそのそれぞれについて触れる。

3.1 共振型振動子

共振型振動子の形状は表 3.1 の通り。各自由度のカップリングがないと仮定したとき、この振動子の捻れモードの固有周波数 f_0 は

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi\mu(b/2)^4}{2hI}} \quad (3.1)$$

で表される。ここで、 I は慣性モーメント

$$I = \rho a^4 t \left[\theta + \frac{1}{3} \cos \theta \sin \theta (1 + 2 \sin^2 \theta) \right] \quad (3.2)$$

μ は Lamé 定数 (詳しくは補遺 A)。本実験では Al 合金 (Al5056) を振動子の材質として用いた。この金属においては $\mu = 2.61 \times 10^{10}$ Pa である。

この振動子に共振周波数と同調させたトルク $N e^{i\omega_0 t}$ が印加されたとき、振動子の励起 (捻れ角) を $A e^{i\omega_0 t}$ とおくと、散逸とトルクが一致するという条件から

$$I \frac{\omega_0}{Q} \frac{\partial}{\partial t} A e^{i\omega_0 t} = N e^{i\omega_0 t} \quad (3.3)$$

$$|aA| = -\frac{Qa}{I\omega_0^2} |N| \quad (3.4)$$

という振幅の重力信号が得られる。熱雑音に検証の精度がリミットされるとき、補遺 B に述べたように、熱雑音の揺動力のパワースペクトル密度は $\omega_0 T/Q$ に比例するから、この雑音との x についての S/N 比を考えた場合、

$$S/N \propto \sqrt{\frac{1}{\omega_0}} \sqrt{\frac{Q}{T}} \quad (3.5)$$

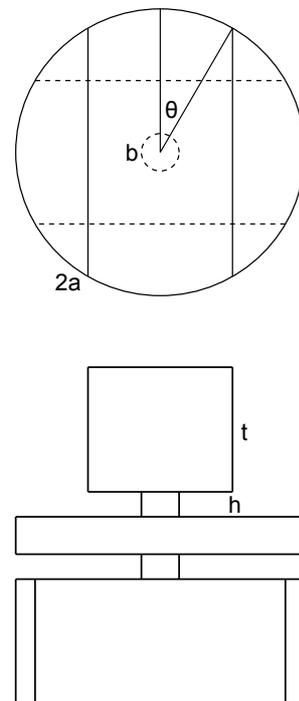


図 3.1 共振型振動子

と、 Q に比例し、 $\sqrt{\omega_0}$ に反比例する。そこで今回は Al5056 というアルミニウム合金 (内部損失の少ないことで知られており、この金属で作られた共振型振動子は重力波検出器として 1960 年代用いられていた [6]) と同時に、測定帯域を低周波にすることによって S/N 比の向上を試みるべく、 f_0 が約 20 Hz になるように設計した。加えて、振動子下部が円柱から 12 個の円柱を削り貫いた形状にした。こうすることによって質量が欠損している部位 (missing-mass と呼ぶ) が変調重力場と相互作用することにより、単純な共振型振動子 (図 3.1) より強い重力信号を得ることができる。そのうえで円柱の高さを変え、上下の部分で慣性モーメントが等しくなるように設計する。そうして設計した振動子の形状および写真が図 3.2、図 3.3 である。捻れモードおよびその他主なモードの共振周波数 (計算値) は図 3.4 のとおりである。振動子の共振幅 $\delta f = 2f_0/Q < 10$ mHz と比べて十分に他のモードの周波数は離れており、今回の測定で他のモードが邪魔になることはないと考えられる。本研究で用いる捻れモードは共振周波数が

$$f_0 = 18.9454 \text{ Hz} \quad (3.6)$$

と計算されるが、これはあくまで計算値である。実際には μ の誤差や製作誤差によって共振周波数は大きく変化する。ロックイン検波の参照信号や PLL 制御の参照信号の周波数は、共振周波数の実測値から求めたものを用いた (共振周波数および Q 値の実測は後述)。

振動子の機械的な励起は静電型トランスデューサによって電気信号に変換される。トランスデューサは振動子の側面に平行に極板を設け、バイアス電圧を振動子に印加することで構成される。振動子-極板間距離を d とすると、振動子が θ だけ触れたとき、振動子の軸から極板の中心までの距離を L 、バイアス電圧を V とし、トランスデューサから得られる電気信号の大きさは

$$\frac{L\theta}{d}V \quad (3.7)$$

で近似される。そこで、トランスデューサとは反対側にもう一枚の極板を設置し、それに信号発生器から正弦波信号を入力して振動子の励起を行い、実際の共振周波数および Q 値の測定を行った。その結果、

$$\omega_0 = 2\pi \times 18.450 \text{ Hz}, \quad (3.8)$$

$$Q = 3 \times 10^4 \quad (3.9)$$

であった。振動子の共振周波数は、経年劣化による首の微弱な曲り、および温度変化による弾性定数の変化によって、共振幅と比べて大きく変化する。そのため、本測定を行う前に毎回共振周波数を測定した。

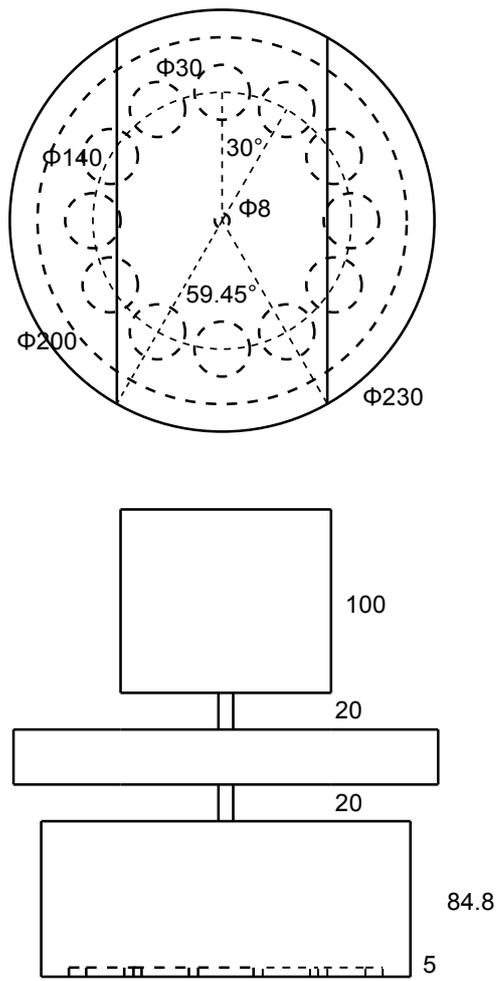


図 3.2 本研究で用いた振動子の寸法



図 3.3 製作された振動子の写真

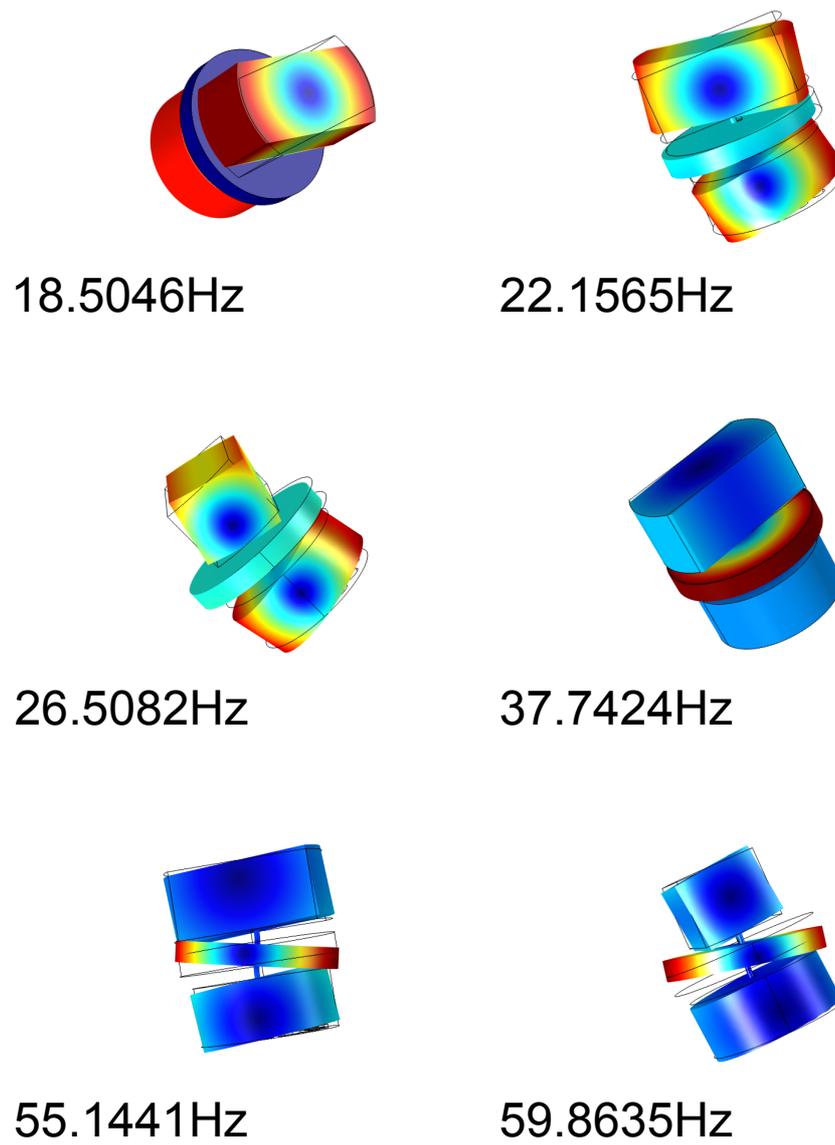


図 3.4 共振型振動子の主な固有モード (固有周波数はソフトウェア COMSOL ver. 4.3 による計算値)

3.2 アトラクタ

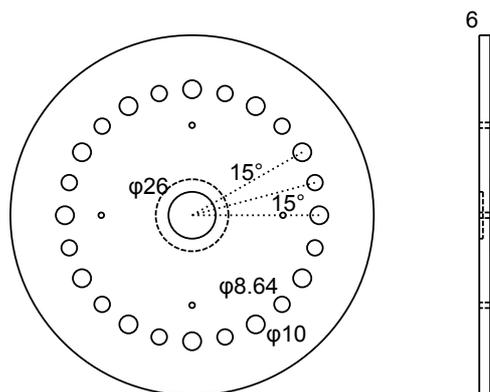


図 3.5 本研究で用いたアトラクタの寸法



図 3.6 製作されたアトラクタの写真 (上半分)

アトラクタの形状は図 3.5 の通り。SUS316 の板に直径 10 mm と 8.64 mm の半球状の窪みが互い違いに 12 回対称に刻んである。このうち直径 10 mm の穴にはサファイア (Al₂O₃) のベアリング球を埋め込む (直径 8.64 mm の穴のほうには何も埋め込まない)。このとき、SUS316 の密度を ρ_{SUS} 、サファイアの密度を ρ_{sapphire} とすると、大きい側の穴 (半径 R_1) は密度 $-(\rho_{\text{SUS}} - \rho_{\text{sapphire}})$ 、小さい側の穴 (半径 R_2) は密度 $-\rho_{\text{SUS}}$ の重力場のソース・マスとして働く。これらのソース・マス質量 $-(\rho_{\text{SUS}} - \rho_{\text{sapphire}})\frac{4}{3}\pi R_1^3$, $-\rho_{\text{SUS}}\frac{4}{3}\pi R_2^3$ が等しくなるように設計した。

3.3 防振装置

検出したい振動子の励起は 10^{-13} m 以下である。それに対し、地面振動は振動子の共振周波数近辺で 10^{-9} m/ $\sqrt{\text{Hz}}$ 程度であり [16]、さらに真空ポンプの振動が約 30 Hz (ロータリーポンプ) および約 400 Hz (ターボポンプ) にある (これらは音として聞こえる程度に大きい)。そこで、きちんと防振装置を設計し、振動子がこれらの外乱によって励起されないようにしなければならない。そこで今回は 4 本のバネからなる二段振り子および厚さ 5mm のゴム板を用いて防振を行うことにした。防振性能は 20 Hz 付近での減衰比は -100 dB 程度となるように設計した。実際の機械振動の混入の評価は 6.2 節で述べる。

3.4 回転機構

アトラクタの回転には DC サーボ・モーターを利用した。この種のモーターは非制御で回転させたときの回転周波数揺らぎの高周波成分が小さく、回転制御を施しやすいことで知られている。ただし、このモーターは磁性体を用いているため、磁性体の回転運動に起因する電磁場を発生し、直接アトラクタをドライブしてしまうと重力信号の観測の際には大きな雑音として問題となる。そこで図 3.7 のような回転機構でドライブするようにし、ドライブの滑車の半径比は 7:99 に設計することで、モーターの回転由来の電磁波（モーターの回転周波数およびその倍波成分をもつ）の影響をなるべく抑えるようにする。

ただし、実際の装置においてモーター：アトラクタの回転比が本当に 7:99 であるかを確認する必要がある。そこで、アトラクタに銅板を一枚接着し、フォトインタラプタと組み合わせてアトラクタに 1 回転 1 パルスのエンコーダを作成した。また、モーターには 1 回転 500 パルスのエンコーダが取り付けられている。この状態でモーターを回転させ、モーターおよびアトラクタのエンコーダそれぞれの周波数を計測してキャリブレーションを行った。

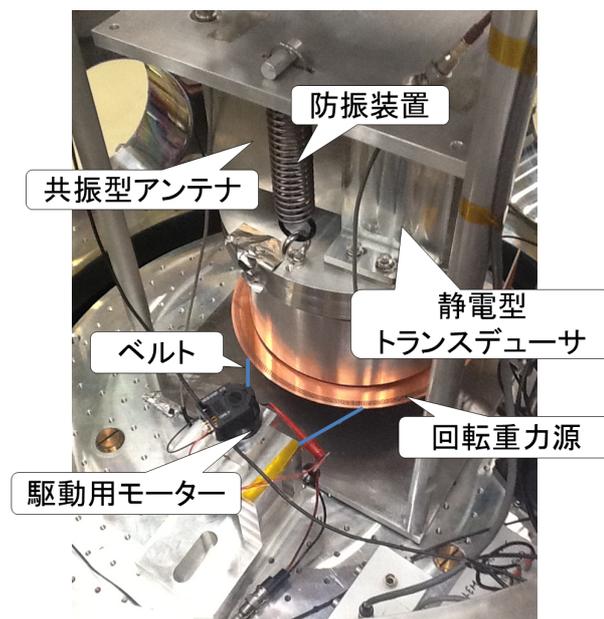


図 3.7 回転機構および防振装置

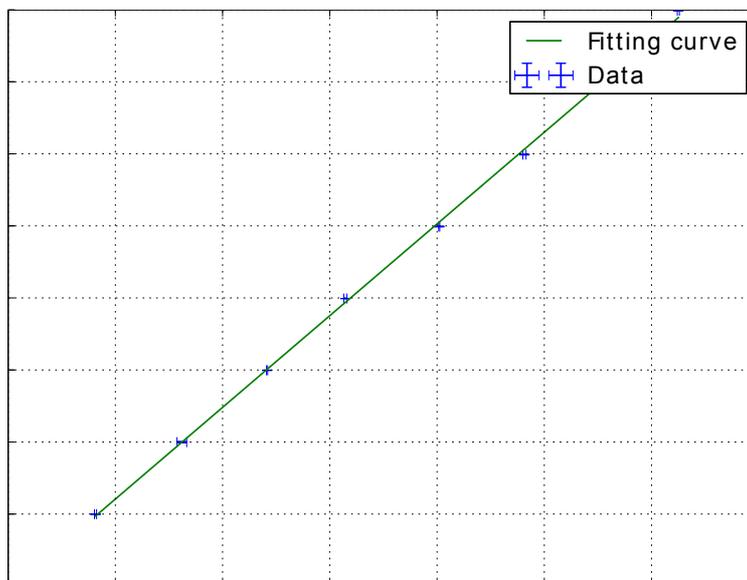


図 3.8 モーター：アトラクタ回転比の較正

結果は図 3.8 のとおり。モーターのエンコーダ出力の周波数とアトラクタのフォトインタラプタの出力の周波数の間には

$$\frac{\omega_{\text{enc}}}{\omega_{\text{PI}}} = (6.6293 \pm 0.0002) \times 10^3 \equiv C \quad (3.10)$$

の関係が成り立つことがわかる。したがって、振動子の共振周波数 ω_0 が実測されたとき、アトラクタの回転周波数は $\omega_0/12$ にロックするべきであることから、モーターはエンコーダ出力の周波数は

$$\omega_{\text{enc}} = C \frac{\omega_0}{12} = 6.6293 \times 10^3 \frac{\omega_0}{12} \quad (3.11)$$

にロックされるべきである。

このキャリブレーションの精度は振動子の共振幅およびアトラクタの回転制御の精度に比べて十分に高い必要がある。次節の「周波数安定化フィルタ」に述べる結果を見る限り、後者に関しては問題ない。対して、振動子の Q 値との兼ね合いは $Q > 10^4$ であることから満たせていないとわかる。ただし、今回は次々節に述べる cold damping というスキームによって Q 値を下げたため、結果的にこのキャリブレーションに対する要求も緩和し満たすことに成功している。

3.5 周波数安定化フィルタ

本研究で用いる振動子の Q 値は非常に高い (10^4 以上) ため、変調重力場の周波数を高い精度で安定化し、その狭い共振幅に対して十分に収める必要がある。そこで、アトラクタをドライブするモーターの周波数制御を考えた。この周波数制御には PLL 制御と呼ばれる手法を用いた。この手法により、 $\delta\omega/\omega \ll 1/Q$ という非常に安定な変調重力場を得ることを目標とした。PLL 制御のダイアグラムは図 3.9 のようになっている。シンセサイザから出された参照信号 (周波数 $\omega_{\text{ref}} = 500 \times 113/7 \times \omega_0/12$ 、周波数相対安定度は 10^{-8} 程度。目標値に比べて十分に安定である) とエンコーダ出力の位相差が一定となるようにロックすることで周波数制御を行う。位相比較器 (phase comparator) は掛け算回路であり、シンセサイザから得た参照信号 (正弦波) とエンコーダの出力信号 (矩形波、1 回転 500 パルス、周波数 $500\omega_{\text{rot}}$) の 2 つを掛け合わせ

$$\cos \omega_{\text{ref}} t \cos(500\omega_{\text{rot}} t + \phi) = \frac{1}{2} (\cos((500\omega_{\text{rot}} - \omega_{\text{ref}})t + \phi) + \cos((500\omega_{\text{rot}} + \omega_{\text{ref}})t + \phi)) \quad (3.12)$$

を出力する。これをローパスフィルタに通したのち、モーターのドライバにフィードバックし、 $\phi = \pi/2$ となるように制御を行うことで周波数の安定化を行う。

この制御に要求される周波数安定度は、回転周波数を ω 、その揺らぎを $\delta\omega$ として、回転周波数の揺らぎがアンテナの帯域に十分抑えられているという条件から、

$$\frac{\delta\omega}{\omega} \ll \frac{2}{Q} \quad (3.13)$$

となる。

実際の周波数安定度の評価は修正 Allan 分散 (補遺 B.)

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\omega}(t+\tau) - \bar{\omega}(t))^2 \rangle \quad (3.14)$$

によって行った。変調重力場の一周期の間位相が π 回転し、励起を打ち消さないという条件から、周波数安定度に対する要求値を

$$\frac{\sigma_y(\tau = 1/f_0)}{f_0} \ll \frac{2}{Q} \quad (3.15)$$

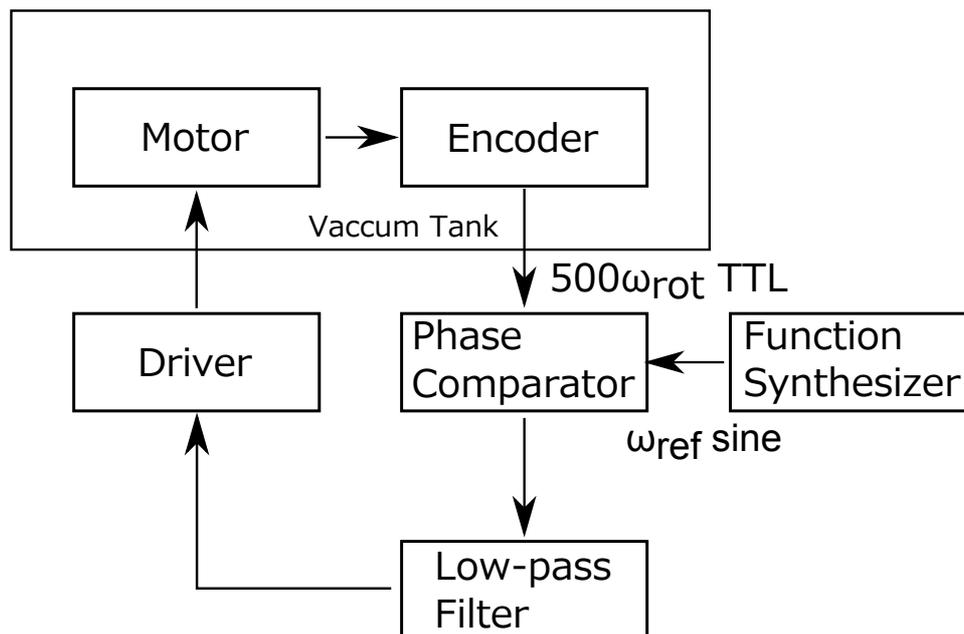


図 3.9 PLL 制御のダイアグラム

と定めた。アラン分散は周波数安定度評価において一般的に用いられているものであり、また、制御対象の周波数揺らぎの特徴を評価することが容易であることも特長である。

3.5.1 モーターの伝達関数の測定

本研究において、アトラクタの回転には DC サーボモーターを用いた。この DC サーボモーターに対して安定な制御フィルタを設計するため、回転周波数 $\omega_{enc} = C\omega_0/12 = 12.41$ kHz で回転させるドライブ電圧 V に対して、周波数 ω の信号 $ve^{i\omega t}$ を外乱として印加したとき、どれだけ位相が遅れた応答をするかを図 3.10 のダイアグラムで実測した。測定結果は図 3.11 のとおり。

3.5.2 PLL 制御フィルタの設計 (今後の課題)

前節の結果を踏まえて PLL 制御のフィルタ回路の時定数を最適化することによって、制御帯域をより広くとることができる。図 3.11 に対して、位相遅れの傾向から 1 kHz 付近で伝達関数を

$$A(i\omega) = \frac{1}{(1 + i\omega/\omega_{c1})(1 + i\omega/\omega_{c2})} \quad (3.16)$$

とモデリングし、フィッティングを施すと、

$$f_{c1} = \frac{\omega_{c1}}{2\pi} = 5 \text{ kHz}, \quad (3.17)$$

$$f_{c2} = \frac{\omega_{c2}}{2\pi} = 13 \text{ kHz} \quad (3.18)$$

となる。PLL 制御自体が位相差 -90 deg にロックするものであるから、制御の帯域 (モーターの伝達関数および制御フィルタの位相回転が 180 度になる周波数から求まる) はモーターの位相が -90 度回転するところま

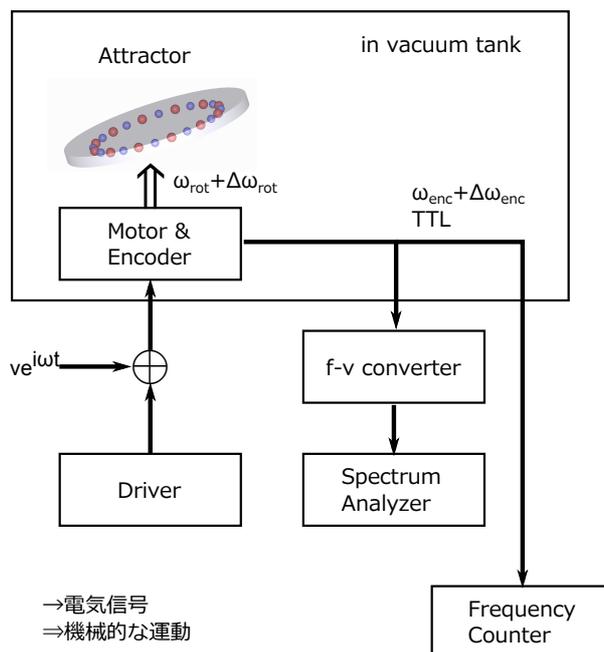


図 3.10 モーターの伝達関数の測定方法

でとなる。図 3.11 からわかるように、今回のモーターは 1 kHz 以上での位相回転が激しいので、その位相を制御フィルタのローパスフィルタの部分にリードラグフィルタに置換して引き戻すことで、制御の広帯域化を図ることが可能である。また、ラウス・フルヒルツの安定条件より、ゲインが 0 dB となる周波数での位相遅れは 180 deg を下回る必要がある。以上二つの要求からリードラグフィルタの 3 つの時定数を定め、フィルタ回路を設計した。実際に用いた PLL 制御のダイアグラムは図 3.12 である。

実際に測定中の周波数を観測を周波数カウンタでモニタリングし、修正アラン分散を求めると図 3.13 のとおり。

$$\left. \frac{\sigma(\tau)}{f_{enc}} \right|_{\tau = \frac{1}{f_0/12}} = 2 \times 10^{-4} \tag{3.19}$$

となる。これは式 (3.13) の条件を十分に満たしていると言えないが、図 3.11 の > 1 kHz での位相遅れは激しく、これ以上の広帯域化による周波数安定化は困難であると判断した。そこで、今回は次節に述べる手法によって式 (3.13) の条件を緩和することでこの困難を克服した。

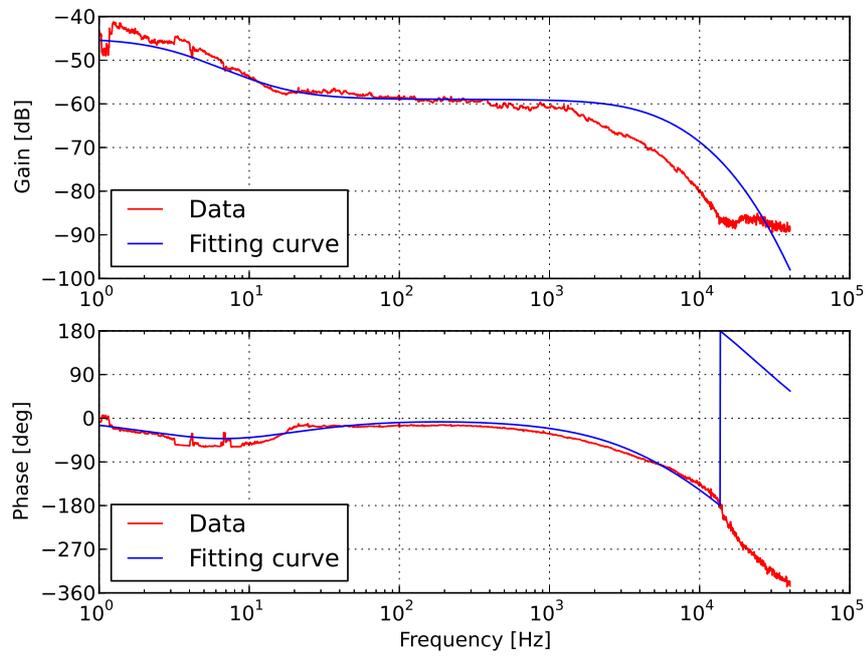


図 3.11 モーターの伝達関数

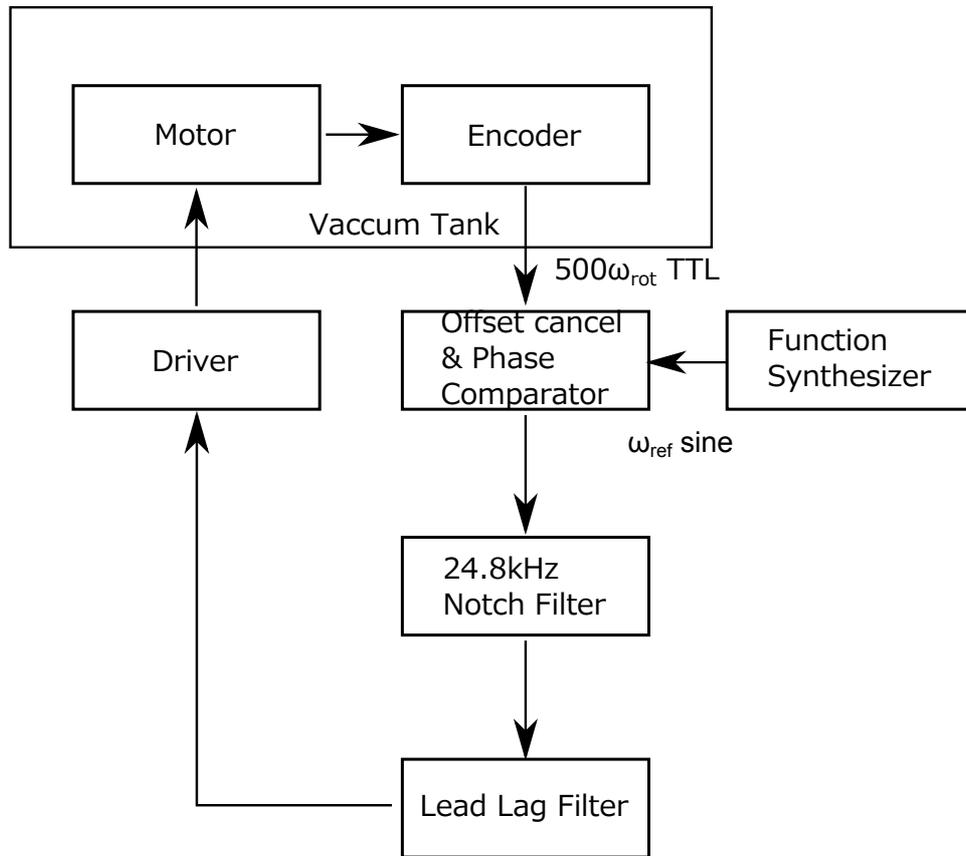


図 3.12 実際用いた PLL 制御の構成

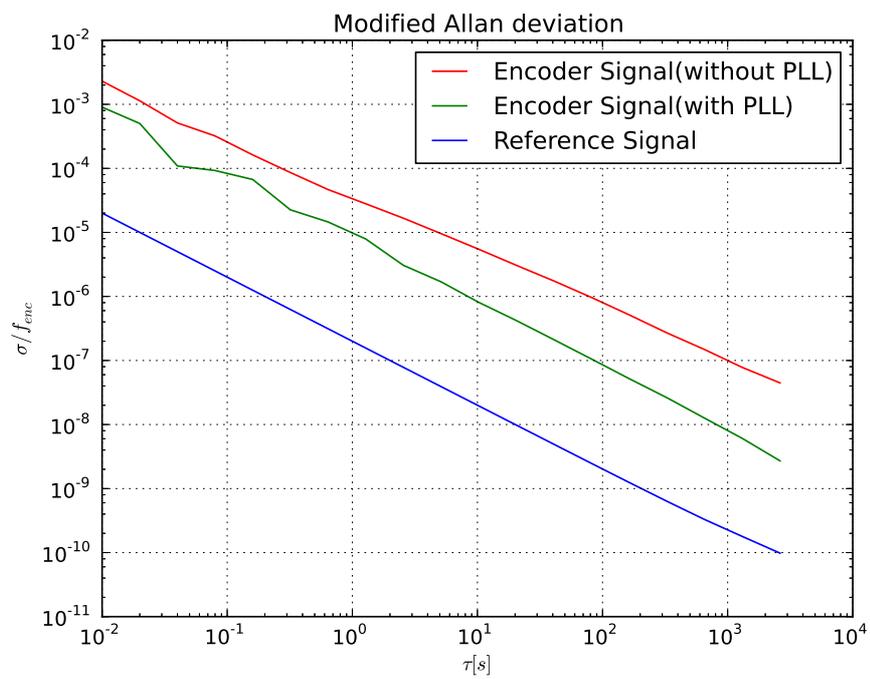


図 3.13 PLL 制御の結果得られた周波数安定度

3.6 cold damping

前節で述べた PLL 制御によって変調重力場の周波数安定化に取り組んだが、振動子の Q 値は非常に大きい (すなわち帯域は非常に狭い) ため、要求される周波数安定度は非常に厳しいものとなる。要求される条件は式 (3.13) のとおりであるが、振動子の Q 値は $Q > 10^4$ と非常に大きいのでこの要求を十分に満たすことは容易ではない。実際に、前節の PLL 制御によって $\sigma/f_{\text{enc}} \sim 2 \times 10^{-4}$ 程度までは達成されたが、式 (3.13) を満たすためにはさらに 10 倍程度の安定度が必要となる。これは非常に厳しい条件なので、今回は cold damping と呼ばれる手法によって S/N 比を悪化させることなく PLL 制御への条件を緩和することを考えた。

振動子の節で述べたように、熱雑音によって逆二乗則の検証精度が制限されるとき、S/N 比は $\sqrt{Q/T}$ に比例する (詳しくは補遺 B)。よって、仮に Q 値を下げたとしても温度 T も同じく下げ、

$$\frac{Q'}{T'} = \frac{Q}{T} \quad (3.20)$$

を満たすようにすれば、S/N 比を悪化させることなく Q 値を下げるができる。これが本節に述べる cold damping の発想である。実際の構成は図 3.14 のとおりである。このように、前置増幅器の入力負荷抵抗を

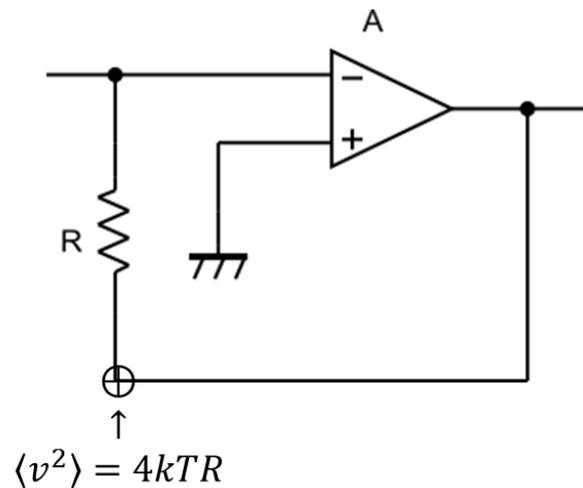


図 3.14 Cold damping の構成

フィードバックの負帰還抵抗として用いることによって cold damping は構成される。このとき増幅器の利得を A とすると、入力インピーダンスは通常の構成 (図 3.14 のスイッチがオフの状態) と比べて $1/(1+A)$ となるため、 Q 値は低下する (入力負荷抵抗に流れる電流が増え、Joule 熱としての散逸が増える)。また、抵抗の抵抗両端の電位差を v とし、点 P での電位は $v/(1+A)$ となるので、通常の構成と比べて入力換算雑音は $1/(1+A)^2$ 倍される。同時に、入力のインピーダンスは $R/(1+A)$ となる。抵抗の熱雑音は抵抗値を R 、温度を T とし $\langle v^2 \rangle = 4kTR\Delta f$ であらわされるから、温度は実効的に $1/(1+A)$ 倍される。今回 cold damp によって Q を 1×10^3 まで下げた。このとき式 (3.13) は

$$\frac{\delta\omega}{\omega} \ll 2 \times 10^{-3} \quad (3.21)$$

である。これは前節の結果 (3.19) で十分に満たされているので、本測定に支障はないと結論付けられる。

3.7 信号処理

アトラクタの回転によって得られた信号は非常に微弱である。本研究の検証精度が熱雑音によって完全に制限されるとき、測定対象となる信号は約 10^{-13} m 程度であると予測される。そこで、本研究では低雑音の前置増幅器 (Gain 約 450) でまず信号を増幅したのち、band pass filter によって振動子の共振周波数付近の成分のみをさらに増幅し (中心周波数 19 Hz、Q 値 10、Gain 約 50)、得られた信号をさらにロックイン検波する (図 3.15)。詳細な回路図は補遺 B にまとめた。ロックインアンプの参照信号の発生器は PLL 制御に用いた周波数カウンタから取得した 10 MHz の発振信号と同期することでオフセットの影響をなくしている。

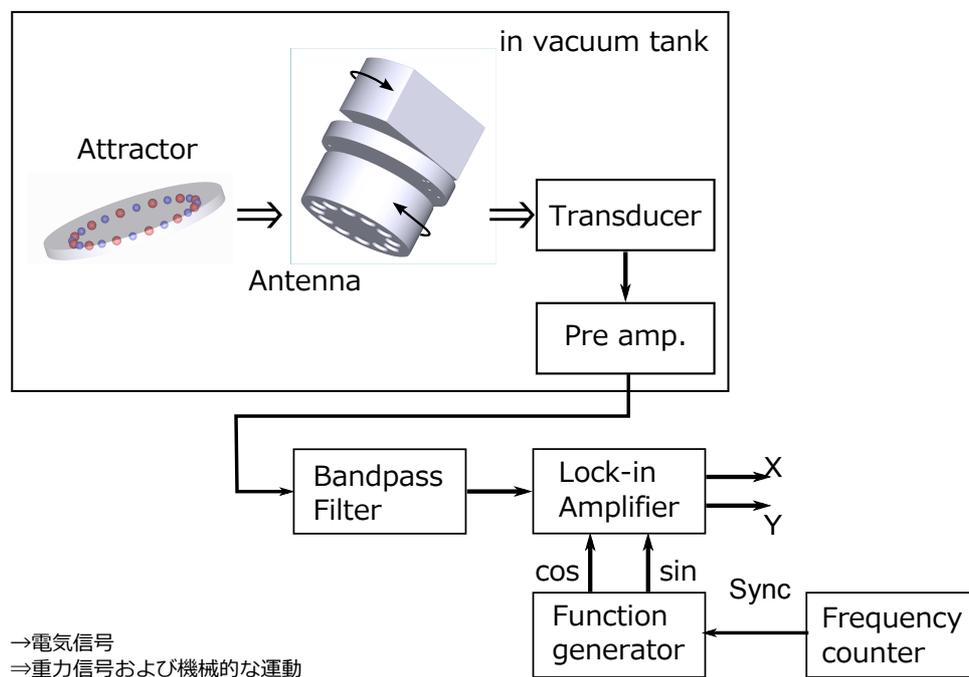


図 3.15 信号処理のダイアグラム

得られた信号は振動子の共振周波数で振動する速い成分と、周波数 $\omega_0/2Q$ 程度のゆっくりと変化する振幅の成分に

$$\text{Signal} = X(t) \cos \omega_0 t + Y(t) \sin \omega_0 t \quad (3.22)$$

と分解できる。ロックイン検波することによりこのゆっくり変動する成分のみを信号として取り出すことができる。

前置増幅器およびバンドパスフィルタの伝達関数の測定結果は図 3.16 および 3.17 のとおり。

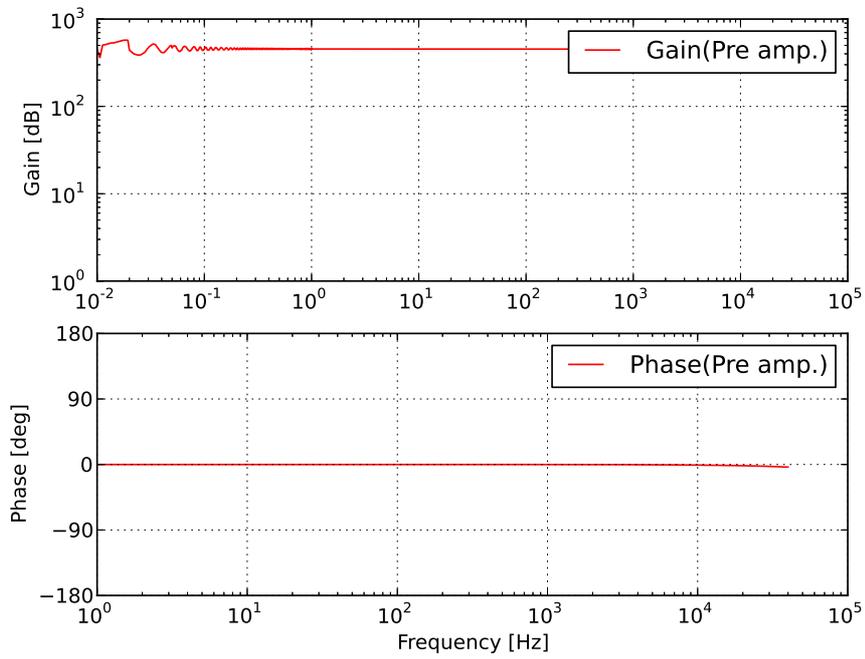


図 3.16 前置増幅器の伝達関数

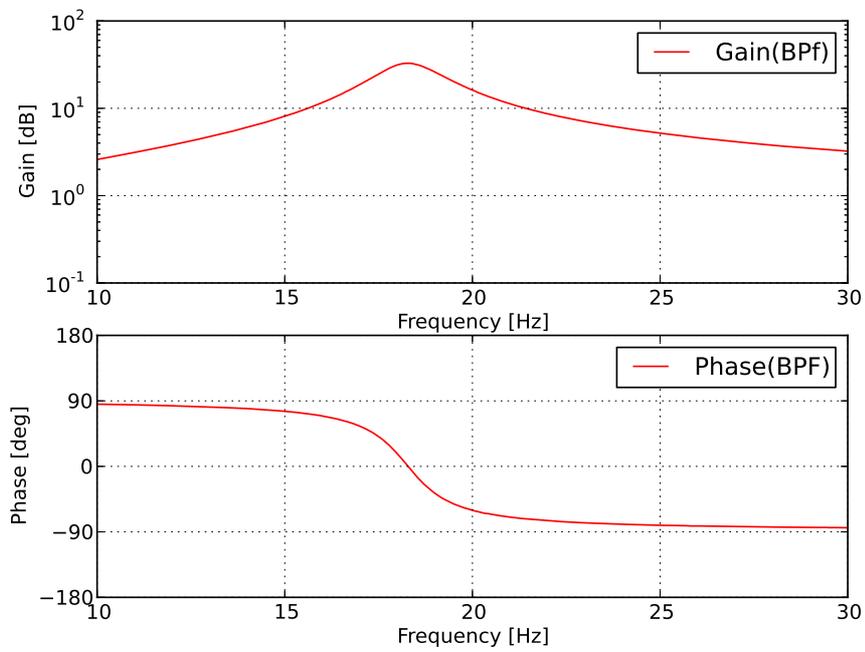


図 3.17 バンドパスフィルタの伝達関数

第4章

測定結果、解析

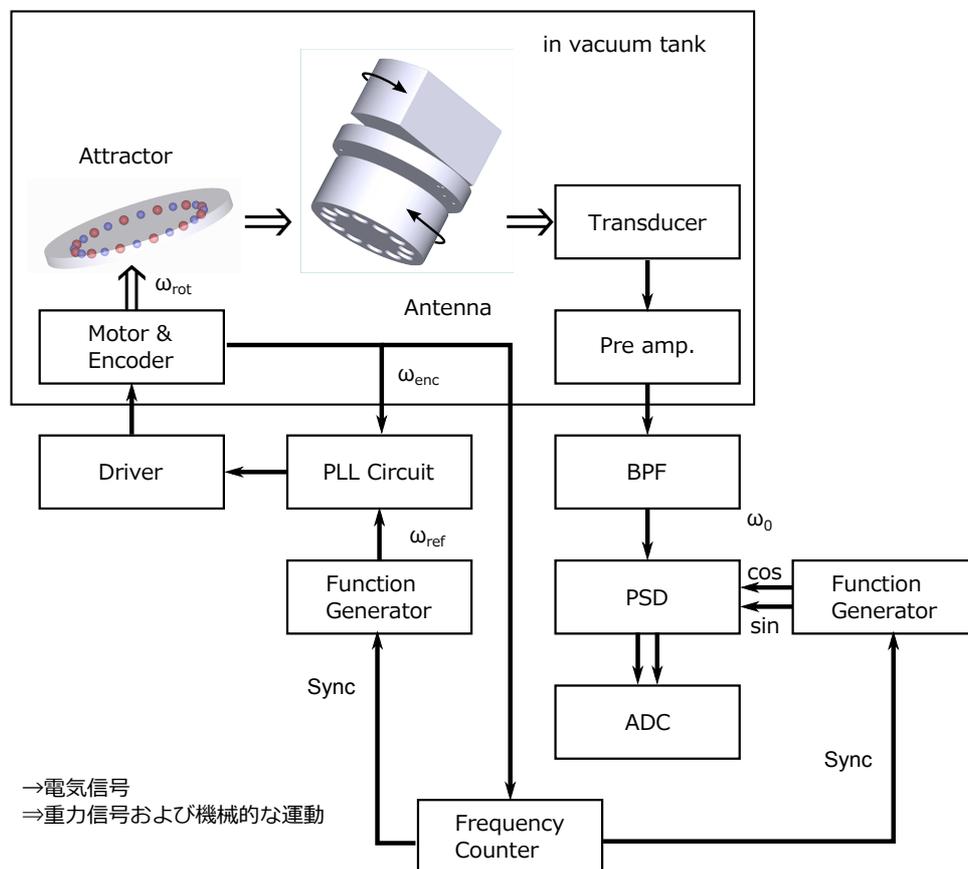


図 4.1 実験全体の構成

前章で紹介した装置を図 4.1 のように組み上げてヌル測定を行った。アトラクタと呼ばれる重力源を回転させることで生じさせた変調重力場を共振型振動子で検出して、静電型トランスデューサによって電気信号に変換したのち、増幅器、フィルタ回路および 2 位相ロックインアンプで共振周波成分のみを抽出してコンピュータ内に取り込む。

振動子に印加する変調重力場の周波数は、アトラクタを回転するモーターに取り付けた光学式エンコーダの

出力から読み取られ、これを PLL 制御と呼ばれる手法によってファンクションジェネレータから出力された正弦波を基準周波数として安定化する。

また、使用する信号発生器はすべて同じトリガ信号 (周波数カウンタの 10 MHz の発振信号) を用いて同期した。これにより異なる信号発生器間の周波数のオフセットを除去する。

本研究で、最終的にはアンテナ-アトラクタ間の距離 Δ を変えながら重力信号の取得を行いたいと考えている。現在までに $\Delta = 10 \text{ mm}$ についてデータの取得が行われている。

このデータから得られた $\alpha - \lambda$ 図について 95% upper confidence level で制限をつけた。

4.1 測定結果

4.1.1 アンテナ-アトラクタ間の距離 10 mm のとき

アンテナ-アトラクタ間の距離が 10 mm、測定時間 2 日間で測定を行った。これは振動子の熱雑音を考えたときの自己相関関数が $\exp(-t/\tau) = \exp(-\omega t/2Q)$ の形をしていることを鑑みた場合、十分な数だけ独立なサンプルを得るには十分である。振動子の運動

$$x(t) = X(t) \cos \omega_0 t + Y(t) \sin \omega_0 t \quad (4.1)$$

として、ロックインして得られたデータの \cos 成分 X 、 \sin 成分 Y をプロットすると図 4.2 のとおり。

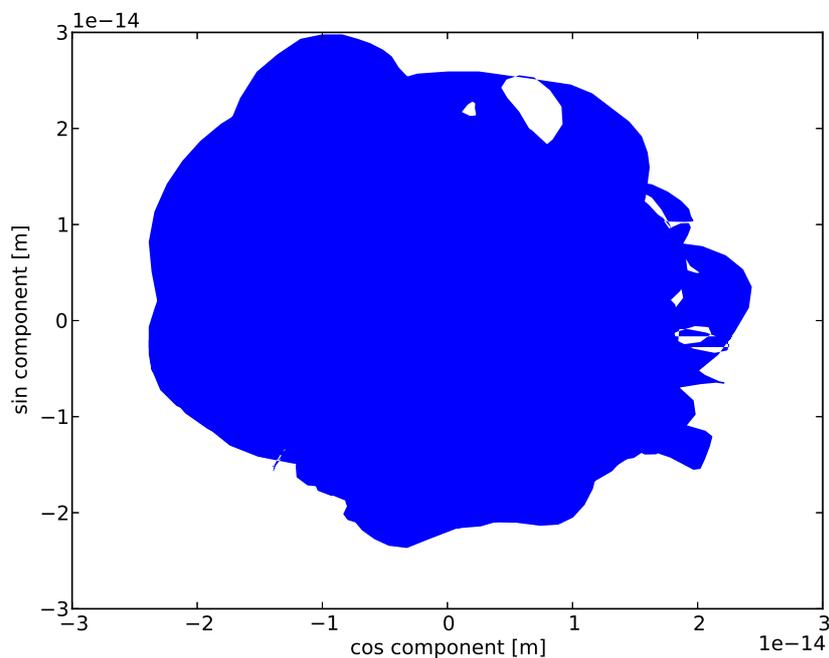


図 4.2 $\Delta = 10 \text{ mm}$ での実験結果

このデータに対して \cos 成分 X 、 \sin 成分 Y の平均値および標準偏差を求めると

$$\bar{X} = -1.87 \times 10^{-15} \text{ m}, \quad (4.2)$$

$$\sqrt{\overline{X^2}} = 2.08 \times 10^{-14} \text{ m}, \quad (4.3)$$

$$\bar{Y} = -2.17 \times 10^{-16} \text{ m}, \quad (4.4)$$

$$\sqrt{\overline{Y^2}} = 2.03 \times 10^{-14} \text{ m} \quad (4.5)$$

(この標準偏差は cold damp 後において予測される振動子の熱雑音の 1.9 倍の大きさである)。
これについてヒストグラムを描き、ガウシアンでフィッティングすると図 4.3、4.4 となる。

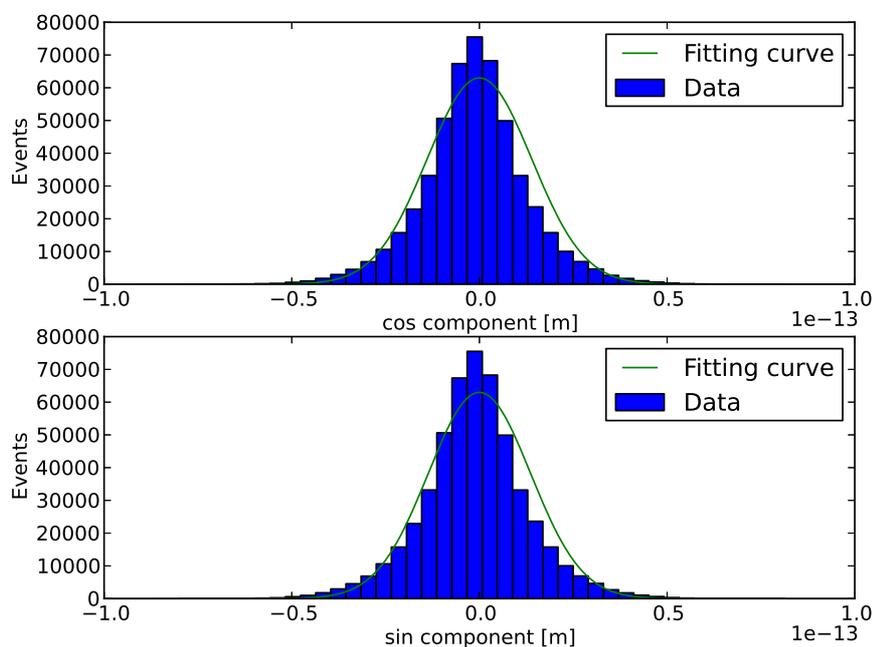


図 4.3 アンテナ-アトラクタ間の距離 10 mm で行った実験のヒストグラム (ガウス分布)

4.2 $\alpha - \lambda$ 図への制限

$\alpha - \lambda$ 図の 95% upper confidence level での上限値は、以下の手順で求められる：

1. λ を固定した上でトルクの角周波数 ω_0 成分

$$T_z = \frac{1}{2\pi/\omega_0} \int dt \exp(i\omega_0 t) \int d^3r \mathbf{r} \times \nabla \phi_Y(t, \mathbf{r}) \quad (4.6)$$

$$(4.7)$$

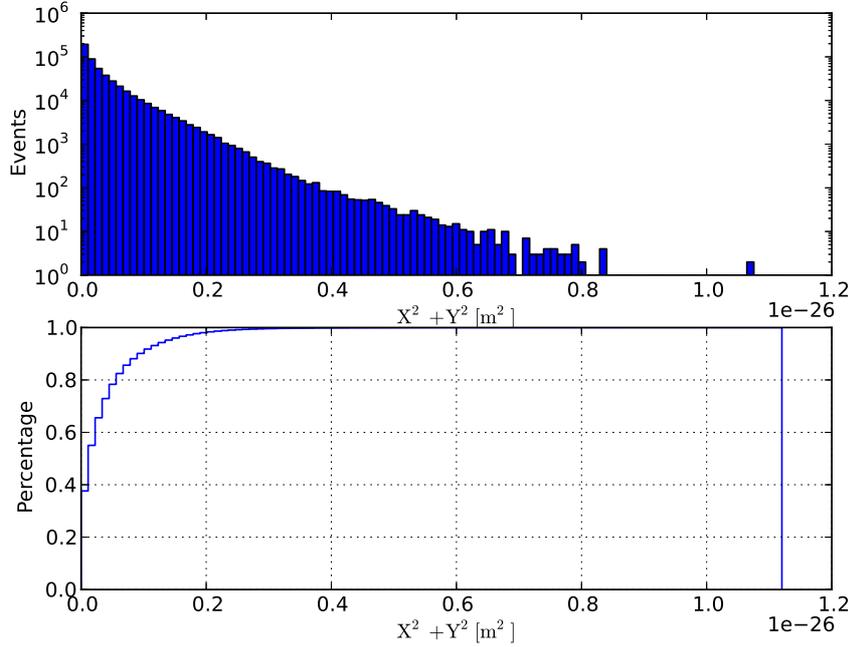


図 4.4 アンテナ-アトラクタ間の距離 10 mm で行った実験のヒストグラム (振幅の絶対値の二乗)

の積分項を計算する。 $V(t)$ は時刻 t におけるアトラクタ内のソース・マスの位置である。球体の重力場の湯川項成分は式 (2.4) のように

$$\phi_Y(\mathbf{r}) = -G \frac{M}{r} e^{-r/\lambda} F(a/\lambda), \quad (4.8)$$

$$F(x) = 3 \frac{x \cosh x - \sinh x}{x^3} \quad (4.9)$$

とあらわされるから、

$$T_z = \frac{1}{2\pi/\omega_0} \int dt \exp(i\omega_0 t) \int d^3r \mathbf{r} \times \nabla \phi_Y(t, \mathbf{r}) \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} &= -G\alpha \int_{V_0} \rho_{A1} \mathbf{r} \times \nabla \left[\sum_{m=0}^{11} \frac{M}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_m(t)|} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_m(t)|}{\lambda}\right) F(R_1/\lambda) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=0}^{11} \frac{M}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}''_m(t)|} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}''_m(t)|}{\lambda}\right) F(R_2/\lambda) \right] \quad (4.11) \end{aligned}$$

となる。 $\mathbf{r}'_m(t)$, R_1 ($m = 0, \dots, 11$) は密度の小さい方のソース・マスでの座標および半径、 $\mathbf{r}''_m(t)$, R_2 ($m = 0, \dots, 11$) は密度の大きい方のソース・マスでの座標および半径である。

2. 実験データから得られる振幅 X に対して

$$\sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{Q}{I\omega_0^2} T_z = \text{const.} \times \alpha \quad (4.12)$$

が成り立つので、これを用いて振幅からトルクへの変換を行う。

3. $|\alpha|^2$ のヒストグラム $n(|\alpha|^2)$ を用いて

$$\int_{\alpha_0^2}^{\infty} n(|\alpha|^2) d|\alpha|^2 = 0.05 \tag{4.13}$$

により、95% C.L. での $|\alpha|^2$ の制限が得られる。最後に混合をとって $|\alpha|$ の 95% upper confidence level での制限値を得る。

ただし、今回は $\Delta = 10 \text{ mm}$ のデータのみである。この場合解析の手順を簡略化できて、まず振幅の二乗 $r^2 = X^2 + Y^2$ のヒストグラムから

$$\int_{R^2}^{\infty} n(r^2) dr^2 = 0.05 \tag{4.14}$$

となる R^2 を求める (図 4.4 の下段の累積分布関数が 95% となる点 $x^2 + y^2 = 1.2 \times 10^{-27} \text{ m}^2$)。これが式 (4.13) を満たす α と一対一に対応する R^2 である。また、信号 $x^2 + y^2$ はパラメータ $|\alpha|^2$ に比例するから、上で求めた R^2 に対応する $|\alpha|^2$ が 95% upper confidence level での制限値となる。比例係数 $x^2 + y^2 / |\alpha|^2$ は式 (4.11) の積分項から求まる。最後に根号をとって $|\alpha|$ の制限値とする。

こうしてつけられた本研究による $\alpha - \lambda$ 図での排除領域は図 4.5 のとおり。2 つの赤線の一方より上であれば 95% C. L. で排除されている。 $\lambda \sim 10^{-2} \text{ m}$ 付近で先行研究 [3] と同等の精度となっている。Irvine の結果 [3] 含め、先行研究 [3]、[4]、[5] のいずれも排除領域の曲線の具体的な値を読み取ることは困難である (文献から有効数字 2 ケタ以上で読み取ることは不可能)。そのため、今回の結果で実際によって新しく排除された領域があるとは言い切れない。

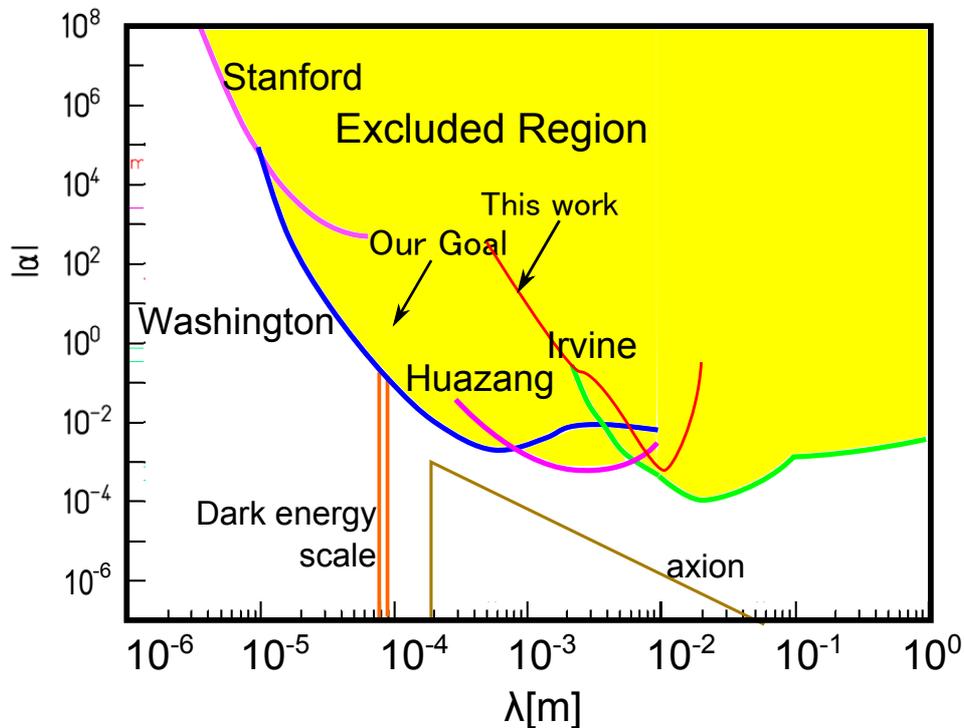


図 4.5 本研究の解析結果

第5章

考察

本章では前章の今回の検証結果を受けて、今回の測定結果において何が検証の精度をリミットしているのかを考察し、今後の課題および見通しについて述べる。

5.1 振動子の熱雑音

振動子の熱雑音の大きさは

$$\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{m\omega_0^2} \quad (5.1)$$

であらわされる。今回の振動子について、アトラクタの回転を止め、実測すると $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = 1 \times 10^{-14}$ m であった。

5.2 回路系の雑音

また、雑音で検証精度が制限される恐れがないことを確認するために、これら回路類の雑音を実際に測定し、それを振動子の変位に換算したものが図 5.1 である。振動子の振幅として表記した場合、入力換算雑音は 10^{-14} m 程度である。

5.3 系統誤差について

本研究において主な系統誤差として考えられるものは、

- 工作精度起因のもの (アトラクタの穴やベアリング球の形状誤差)
- アンテナおよびアトラクタの相対位置のズレによるもの

があるが、3.3.1 小節の計算結果より、本実験において系統誤差による重力信号の大きさはいずれも熱雑音の 100 分の 1 以下と十分に小さいと推測される。

ソース・マスの質量の誤差は、 R_1, R_2 の誤差によって決まっており、今回は R_1, R_2 の誤差がそれぞれ $\pm 30 \mu\text{m}$ となっている。このとき、ソース・マスの質量が一致しないことによる重力信号の大きさを見積もると、次の小節に述べるように、重力信号の大きさは熱雑音の大きさの 1/100 程度であり、この製作誤差であればソース・マスの質量の不一致によって逆二乗則の検証精度が制限されることはない。

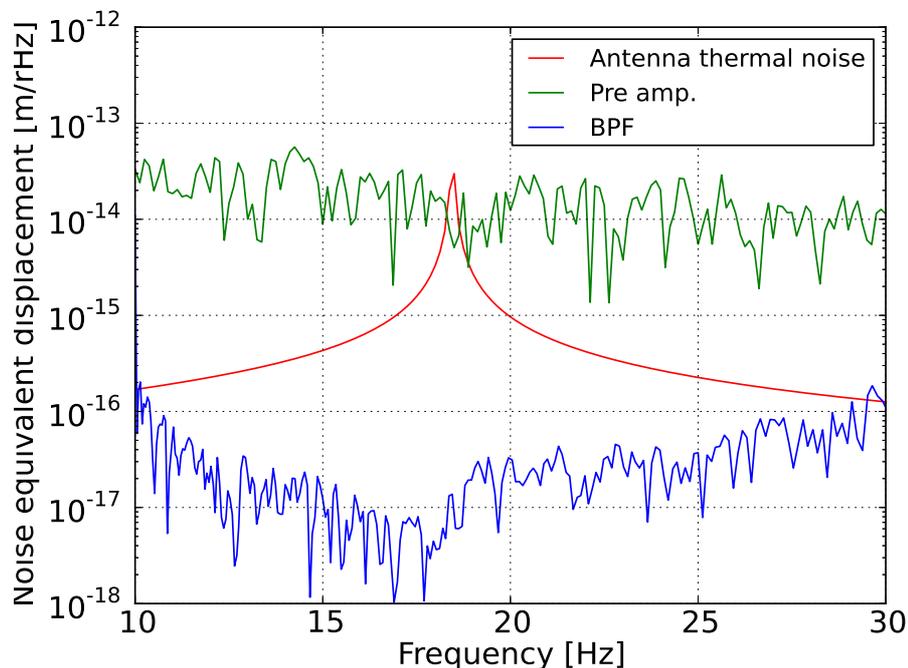


図 5.1 回路類による入力換算雑音 (振幅換算)

5.3.1 ソース・マスの形状誤差

系統誤差は工作精度や相対位置のズレがなかったとした場合のマスとの差分を数値積分することで見積もることができる。

ある一つのソース・マスの形状に誤差があった時にそのニュートン重力場の 12 倍波成分として共振型振動子には重力信号として現れる。12 倍波成分というのは回転周波数成分に対しておおよそ $1/12! \sim 2 \times 10^{-9}$ 程度の大きさである。このことから、ランダムに形状が揺らぐことによる影響は小さく、問題となるのはソース・マスの形状が設計されたものから一様にズレている場合 (12 回対称なズレ方) であることがわかる。

ベアリング球の半径が $\delta R > 0$ だけ一様にずれている場合について計算することによって系統誤差を over estimate する。実際のアトラクタと理想的なアトラクタの差分を考えると、密度 $\rho_{\text{sap}} - \rho_{\text{SUS}}$ で内径 R 、外径 $R + \delta R$ の球殻である。このとき、逆二乗則のもとでもこの球殻が作る重力場は 24 回対称でないので、重力信号はゼロでなくなる。この信号の大きさは

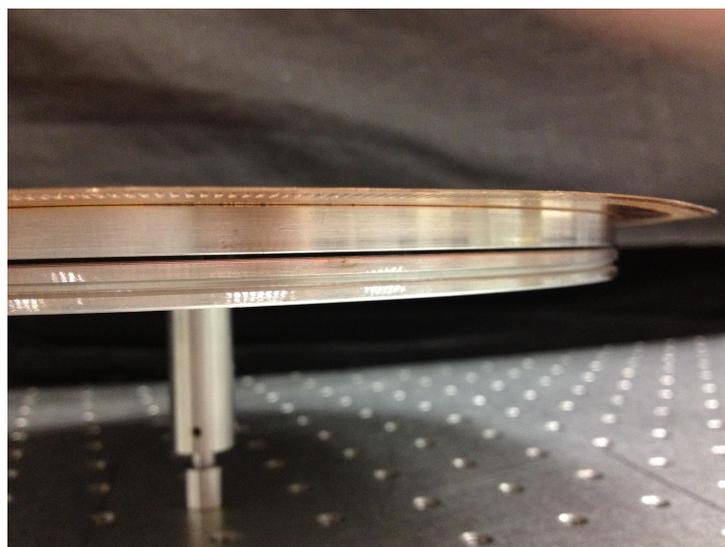
$$\frac{Q}{I\omega_0^2} \int_V d^3r \mathbf{r} \times \nabla \phi(\mathbf{r}) \quad (5.2)$$

において ϕ をニュートン型において、領域 V を前述の 12 個の球殻として積分することによって見積もることができる。これにベアリング球の公差 $\delta R = 5 \mu\text{m}$ 、アトラクタに空けられた穴の大きさの公差 $\delta R_1 = 30 \mu\text{m}$ 、 $\delta R_2 = 30 \mu\text{m}$ を適用し計算した結果、いずれも 10^{-14} m より小さかった。いずれも熱雑音によって発生される信号の大きさと比べて十分に小さいことがわかる。cold resistor で Q が変化すると、その際には Q に比例してこれらの振幅も変化する。

系統誤差の種類	公差	振動子の励起/熱雑音による励起
ベアリング球の半径 δR	$5 \mu\text{m}$	$O(1/100)$
アトラクタの穴の半径 (大) δR_1	$30 \mu\text{m}$	$O(1/10)$
アトラクタの穴の半径 (小) δR_2	$30 \mu\text{m}$	$O(1/100)$

表 5.1 工作精度起因の系統誤差の見積もり

さらに、実際に組み上げられたアトラクタには図 5.2 のような隙間が存在する。本実験におけるその大きさを計測すると $\Delta = 350 \mu\text{m}$ であった。このとき、実際のアトラクタと理想的なアトラクタの差分を考えると、密度 $-(RMSUS - \rho_{\text{sap}})$ で半径 R_1 、高さ Δ の円筒および密度 ρ_{SUS} で半径 R_2 、高さ Δ の円筒で近似される。このソース・マスが回転した時の変調重力場 (これは逆二乗則に従う場合でもゼロでない) による振動子の励起の大きさは式 (5.2) において積分領域 V をこのソース・マスで置換することにより求まり、その大きさは振動子の熱雑音と比をとって $1/100$ であった。これもまた熱雑音起因の信号と比べれば十分に小さいものと思われる。

図 5.2 組み上げられたアトラクタ。上下の円盤の間に $200 \sim 300 \mu\text{m}$ の隙間がある

ただし、今回行ったこの考察において、実際に組み上げられたソース・マスの重心が設計からズレているとしたときの効果について考慮されていない部分が一部存在する。この系統誤差は、ステンレスの円盤を最初に削り貫いたときにその窪みの中心が円盤の表面からズレていることから生じる。実際に今回見つけた図 5.2 の隙間はこの誤差から生じたものと思われる。この誤差があるとき、信号は先ほどのとおり熱雑音の $1/100$ 程度で問題ないと思われるが、解析の段階で用いた式 (4.11) のソース・マス-アンテナ間の距離が変化することになるので、同じ実験結果を得た場合でも $|\alpha|$ に対する制限値は変化しうる。

この影響について考えてみると、アトラクタに今回のような隙間が δ だけあるとき、アンテナ-ソース・マス間の距離は δ だけ変化しうる。今回の実験結果については $\delta = 350 \mu\text{m}$ とアンテナ-アトラクタ間の距離 10 mm に対して 3% 程度と十分小さいであるため、排除領域を区切る曲線はほとんど移動しないものと思わ

れる。ただし、今後アンテナ-アトラクタ間の距離を近づけていくと δ の影響は大きくなるものと思われるため、このソース・マスの重心位置の製作誤差がどの程度大きいかを実際に計測して見積もる必要がある。この見積もりは今後ハイトゲージを用いて基準球を穴に入れた際にどの程度の高さのところに球の上端がくるかを測定することによって行う予定である。

5.4 アトラクタの回転による振動

今回得られた信号の分散は熱雑音および回路の雑音 (cold damping 後は熱雑音と同程度の雑音源となっている) から予測されるものより約 3.65 倍大きく、これにより今回の検証の精度はリミットされている。これは何が原因であろうか。

今回はこの信号の予想よりも大きな分散はアトラクタの回転による振動の混入が疑われると考えた。そこで、その振動による励起を行うためにダミー・マス (ソース・マスは存在しないが質量、慣性モーメントがほぼ等しい) をアトラクタの代わりに本測定と同じ条件で回転させ、その結果を見ることによってどの程度アトラクタの回転による機械的な振動の混入があるかを見積もる計画を立てている。

5.5 慣性モーメントについて

今回の解析においては振動子の上段下段それぞれの慣性モーメントを

$$I = \rho a^4 t \left[\theta + \frac{1}{3} \cos \theta \sin \theta (1 + 2 \sin^2 \theta) \right] \quad (5.3)$$

から計算して求めているが、実際には振動子の首が少し曲がり、それによって慣性モーメントが若干計算値からずれている可能性を本研究では排除できていない。そこで、この較正について考える必要があり、それが今後の課題として残っている。

これは、逆二乗則の元でも信号の検出限界と比べて十分に大きな重力信号を得られる図 5.3 のようなアトラクタを回転させたときに実際に得られる信号を観測することによって行う計画である。得られた信号とトルクとの関係

$$\sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{Q}{I\omega_0^2} T_z \quad (5.4)$$

から較正を行うことができると考えられる。ただし、較正を精度よく行うためには機械的な振動による振動子の励起を十分に減衰させる必要がある。

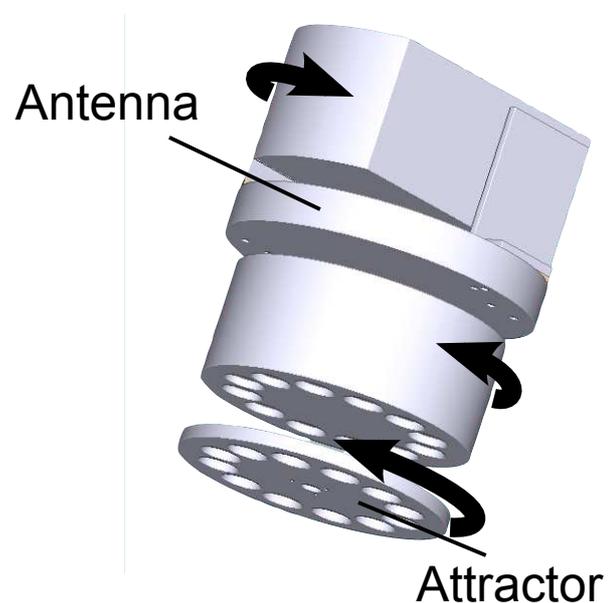


図 5.3 慣性モーメントの較正方法。アトラクタを 12 回対称な missing mass をもったものに変えて行う。

第6章

今後の展望

今回、きちんと測定できたのは $\Delta = 10 \text{ mm}$ のデータだけであった。今後の見通しとして、アンテナ-アトラクタ間の距離を変えながら測定することを考えている。

検証の精度が最も良い λ での領域はミッシング・マス-ソース・マス間の距離と同程度の領域なので、距離を近づけながら測定を繰り返すと効率よく検証できている λ の範囲を広げることができる。また、重力信号は湯川型ポテンシャルでもおおよそ $1/r^2$ に比例するので、ミッシング・マス-ソース・マス間の距離が小さいほど S/N はよくなる。

仮に逆二乗則の破れ信号が距離 Δ にほぼ依存せず (熱雑音や電気系の雑音はこれにあたる)、測定結果が今回とほぼ同じであったとすると、図 6.1 の赤色の破線より上の領域が排除されるものと考えられる。

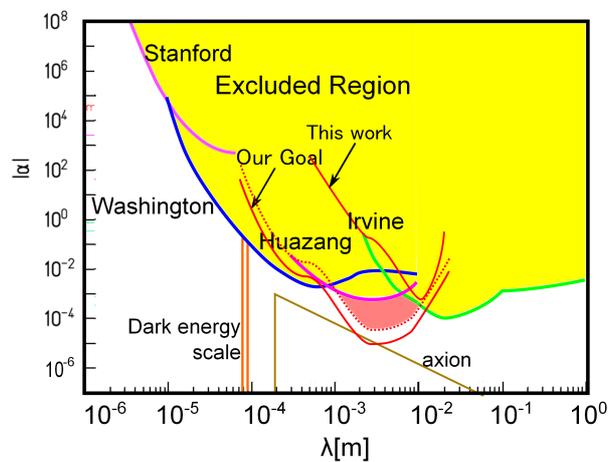


図 6.1 距離を変えながら測定を繰り返し、今回と同様のデータを取得できた場合、赤色の破線まで制限を強くできると予測される (薄い赤色の線が図 2.1 で示した本研究の最終目標)。

第7章

結論

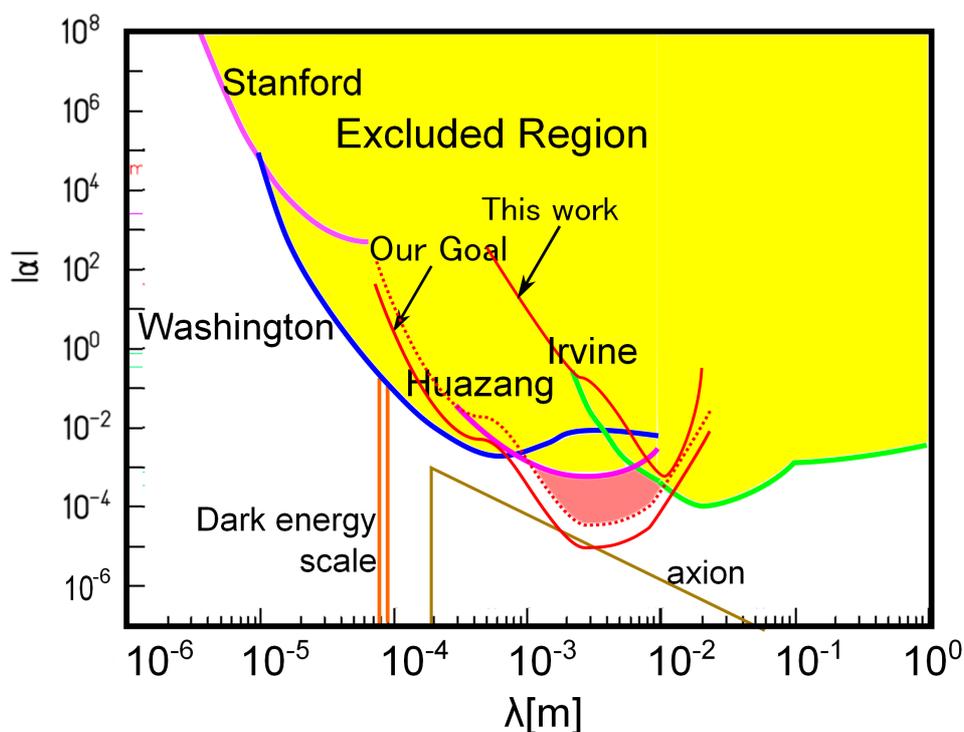


図 7.1 本研究の結果。赤線より上側の領域は 95% 信頼度で排除された。

以上の結果から、前章における議論から、重力ポテンシャルを

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{GM}{r} \left(1 + \alpha \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \right) \quad (7.1)$$

とおいたとき、2つのパラメータ $\alpha - \lambda$ の空間で図 7.1 の赤色の曲線より上の領域は本研究により排除されたと結論付ける。うち、アトラクタの振動への対策を施したのちの測定であるアンテナ-アトラクタ間の距離を 10 mm だけ離れたときのデータからは $\lambda \sim 10^{-2}$ m においては先行研究 [3] と同程度の精度で検証することに成功しており、この条件でアトラクタ-アンテナ間の距離をさらに近づけていけばさらに精度よく、より小さい λ の領域 ($\lambda \geq 0.1$ mm) に排除領域を広げていけるものと推測される。

先行文献の図を見る限りでは読み取り誤差が非常に大きく、実際に新たに排除された領域が存在するとは断定できない。ただし、今回と同様の測定を、アンテナ-アトラクタ間の距離を変えながら繰り返し、信号が今回と同様の大きさであったとすると図 7.1 の破線より上の領域は排除できるものと見込まれる。

なお、本研究において前章にも述べたように検証の精度はアトラクタの回転による振動の混入によって、振動子が熱雑音と同程度励起されているものと推測される(ダミー・マスの回転による振動子の励起によって検証する必要がある)ため、現状では振動子の冷却による熱雑音の抑制は効果が薄いと思われる。

補遺 A. 各種固有モードの計算

弾性体の弾性係数としてヤング率 E および Lamé の第二定数を μ とする。半径 r 、高さ h の円筒の上下の面のうち片方を θ だけ捻ったときの応力は

$$-\frac{\pi\mu r^4}{h}\theta \quad (7.2)$$

としてあらわされる。

したがって第 4 章の図 3.1 の振動子について、各自由度のカップリングがないと仮定したとき、上下中央のマスが剛体として振る舞い、それらをつないでいる細い首の部分が弾性体として振る舞うようなモードの固有周波数およびモードの形状は、上下中央のマスの z 軸方向の変位を z_1, z_2, z_3 、 z 軸周りの回転角を $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 、上下中央のマスの質量を M_1, M_2, M_3 、慣性モーメントを I_1, I_2, I_3 とおけば、 z_1, z_2, z_3 については

$$M_1\ddot{z}_1 = -\frac{\pi Er^2}{h}(z_1 - z_2) \quad (7.3)$$

$$M_2\ddot{z}_2 = -\frac{\pi Er^2}{h}(z_2 - z_1) - \frac{\pi Er^2}{h}(z_2 - z_3) \quad (7.4)$$

$$M_3\ddot{z}_3 = -\frac{\pi Er^2}{h}(z_3 - z_2) \quad (7.5)$$

、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ については

$$I_1\ddot{\theta}_1 = -\frac{\pi\mu b^4}{h}(\theta_1 - \theta_2) \quad (7.6)$$

$$I_2\ddot{\theta}_2 = -\frac{\pi\mu b^4}{h}(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\pi\mu r^4}{h}(\theta_2 - \theta_3) \quad (7.7)$$

$$I_3\ddot{\theta}_3 = -\frac{\pi\mu b^4}{h}(\theta_3 - \theta_2) \quad (7.8)$$

の固有値および固有ベクトルとして求められる。 $M_1 = M_3 = M, I_1 = I_3 \equiv I$ となるとき、($M_2 = N, I_2 = J$ とおく)

$$M\ddot{z}_1 = -\frac{\pi Er^2}{h}(z_1 - z_2) \quad (7.9)$$

$$N\ddot{z}_2 = -\frac{\pi Er^2}{h}(z_2 - z_1) - \frac{\pi Er^2}{h}(z_2 - z_3) \quad (7.10)$$

$$M\ddot{z}_3 = -\frac{\pi Er^2}{h}(z_3 - z_2) \quad (7.11)$$

および

$$I\ddot{\theta}_1 = -\frac{\pi\mu b^4}{h}(\theta_1 - \theta_2) \quad (7.12)$$

$$J\ddot{\theta}_2 = -\frac{\pi\mu b^4}{h}(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\pi\mu r^4}{h}(\theta_2 - \theta_3) \quad (7.13)$$

$$I\ddot{\theta}_3 = -\frac{\pi\mu b^4}{h}(\theta_3 - \theta_2) \quad (7.14)$$

となる。この系の固有モードおよび周波数は特性方程式

$$\begin{pmatrix} \omega^2 - \frac{\pi Eb^2}{Mh} & \frac{\pi Eb^2}{Mh} & 0 \\ \frac{\pi Eb^2}{Nh} & \omega^2 - 2\frac{\pi Eb^2}{Nh} & \frac{\pi Eb^2}{Nh} \\ 0 & \frac{\pi Eb^2}{Mh} & \omega^2 - \frac{\pi Eb^2}{Mh} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (7.15)$$

および

$$\begin{pmatrix} \omega^2 - \frac{\pi\mu b^4}{Ih} & \frac{\pi\mu b^4}{Ih} & 0 \\ \frac{\pi\mu b^4}{Jh} & \omega^2 - 2\frac{\pi\mu b^4}{Jh} & \frac{\pi\mu b^4}{Jh} \\ 0 & -\frac{\pi\mu b^4}{Ih} & -I\omega^2 - \frac{\pi\mu b^4}{Ih} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (7.16)$$

の固有値、固有ベクトルとして、 $\omega = 0$ でないものを考えることにより求まる。 (z_1, z_2, z_3) については

$$\text{固有周波数} \sqrt{\frac{\pi Eb^2}{Mh}} \quad \text{固有ベクトル} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

$$\text{固有周波数} \sqrt{\frac{\pi Eb^2}{h} \left(\frac{1}{M} + \frac{2}{N} \right)} \quad \text{固有ベクトル} \frac{1}{\sqrt{2 + (2M/N)^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2M}{N} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.18)$$

$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ については

$$\text{固有周波数} \sqrt{\frac{\pi\mu b^4}{Ih}} \quad \text{固有ベクトル} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (7.19)$$

$$\text{固有周波数} \sqrt{\frac{\pi\mu b^4}{h} \left(\frac{1}{I} + \frac{2}{J} \right)} \quad \text{固有ベクトル} \frac{1}{\sqrt{2 + (2I/J)^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2I}{J} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.20)$$

と求まる。このうち式 (7.19) が今回用いたモードである。実際のアンテナに対して (実際のアンテナは下段のマス形状を工夫してあるため、上式とは完全には一致しない (特に z 方向に伸縮するモード) これらのモードを描画させたのが図 7.2 のとおり。

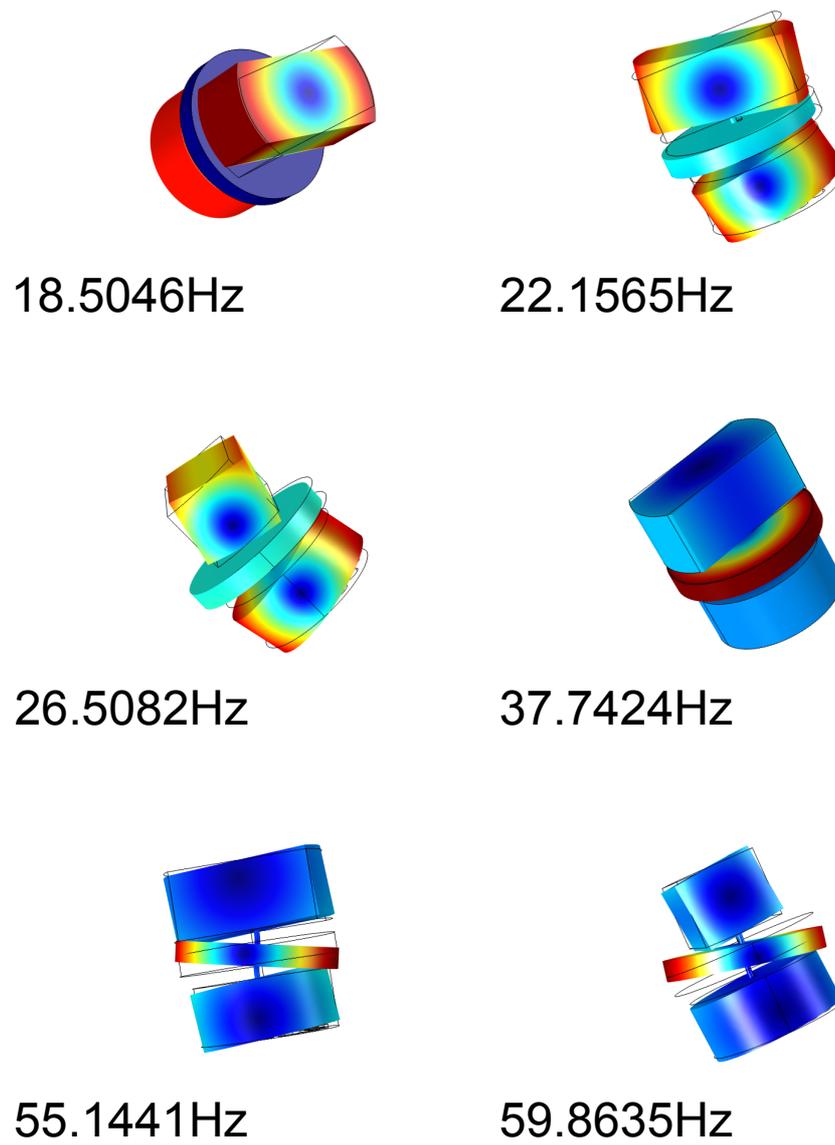


図 7.2 共振型振動子の主な固有モード (固有周波数はソフトウェア COMSOL ver. 4.3 による計算値)(再掲図 3.4)

補遺 B. 振動子の熱雑音

今回用いた共振型振動子の運動は、一次元の調和振動子の方程式

$$2I \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2I\omega_0^2\theta = lF(t) \quad (7.21)$$

であらわされる。これをフーリエ変換し、散逸項を加えると

$$-2I\omega^2\tilde{\theta} + 2I\omega_0^2(1 + i\phi(\omega))\tilde{\theta} = l\tilde{F} \quad (7.22)$$

となる。変位 $x = l\theta$ に対する換算質量を $m = 2I/l^2$ と置いて、 $\tilde{F} \rightarrow \tilde{x}$ の伝達関数は

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}}{\tilde{F}} = \frac{1}{-m\omega^2 + m\omega_0^2(1 + i\phi(\omega))} \quad (7.23)$$

で定義される。揺動散逸定理により、振動子の熱雑音に対応する力のパワースペクトル密度 $G(\omega)$ は

$$G(\omega) = 4k_B T \Re \left(\frac{1}{iH(\omega)} \right) \quad (7.24)$$

$$= 4k_B T \frac{m\omega_0^2}{\omega} \phi(\omega) \quad (7.25)$$

となる。ここで、主なダンピングの種類は

$$\text{viscous damping} \quad \phi(\omega) = \frac{\omega}{\omega_0 Q} \quad (7.26)$$

$$\text{structure damping} \quad \phi(\omega) = \frac{1}{Q} \quad (7.27)$$

であるが、どちらの場合も $G(\omega) \propto \sqrt{T/Q}$ となる。今、viscous damping を考えると

$$G(\omega) = \frac{4k_B T m \omega_0}{Q} \quad (7.28)$$

である。変調重力場は Q や T には依存しないので、本論で述べたように、 x について S/N 比は $1/\sqrt{\omega}$ および $\sqrt{Q/T}$ に比例する。

補遺 C. アラン分散

アラン分散はレーザーやクロック開発など周波数安定化を伴う分野でよく安定度の指標として用いられる。その定義はいくつかあり、表 7.1 のとおり。

略称	名前	定義
AVAR	アラン分散	$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\omega(t+\tau) - \omega(t))^2 \rangle$
MVAR	修正アラン分散	$\sigma_M^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\omega}(t+\tau) - \bar{\omega}(t))^2 \rangle$
TVAR	Time variance	$\sigma_{tv}^2(\tau) = \frac{\tau^2}{3} \sigma_M^2(\tau)$

表 7.1 アラン分散の定義

今回は修正アラン分散

$$\sigma_M^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\omega}(t+\tau) - \bar{\omega}(t))^2 \rangle \quad (7.29)$$

による評価を行った。ゲートタイム τ_0 で測定した実際の周波数カウンタの読みを $\omega_i (i = 0, 1, \dots, N-1)$ とすると、これらはそれぞれ $[i * \tau_0 : (i+1)\tau_0]$ の平均周波数である。また、 $\sigma^2(\tau)$ に対して $\bar{\omega}(t)$ は

$$\bar{\omega}(t) = \int_t^{t+\tau} \omega(t') dt' \quad (7.30)$$

で定義され、周波数カウンタの読みに対しては近似的に

$$\bar{\omega}(t) = \frac{1}{m} \sum_{j=i}^{i+m} \omega_j \quad (7.31)$$

となるから、 $\tau = m\tau_0 (m \in \mathbf{N})$ での修正アラン分散は

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{N-2m-1} \sum_{i=0}^{N-2m} \left(\frac{1}{m} \sum_{j=i}^{i+m} \omega_{j+m} - \frac{1}{m} \sum_{k=i}^{i+m} \omega_k \right)^2 \quad (7.32)$$

となる。

補遺 D. 電気力学系の結合

補遺 B に述べたように、今回の振動子は調和振動子型の運動方程式に従うが、実際にはその運動を読み取るために静電型トランスデューサを取り付けているため、力学系と電気系の結合が起こる。

このとき、力学系の方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m \frac{\omega_0}{Q_m} \frac{dx}{dt} + m \omega_0^2 x - Eq = F(t) \quad (7.33)$$

と電気系の方程式

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q - Ex = 0 \quad (7.34)$$

の両方を考える必要がある。ここで、 E はトランスデューサの電界、 q は極板に蓄えられている電荷、 R は電気系の入力負荷である。このとき、結合系の Q 値 Q は

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_e}, \quad (7.35)$$

$$\frac{1}{Q_e} = \beta \frac{\omega_0 CR}{1 + (\omega_0 CR)^2}, \quad (7.36)$$

$$\beta = \frac{CE^2}{m\omega_0^2} \quad (7.37)$$

と変化する。 Q_e は電気系の Q 値、 β は力学系と電気系の結合定数と呼ばれる。 $\omega_0 CR \gg 1$ のとき

$$Q = \frac{Q_m}{1 + Q_m/Q_e} \quad (7.38)$$

$$\sim \frac{Q_m}{1 + Q_m \frac{E^2}{m\omega_0^3 R}} \quad (7.39)$$

であることから、 R を小さくと Q が下がることがわかる [10]。

補遺 E. cold damping/cold resister

補遺 B より、本研究において x について S/N 比は $\sqrt{Q/T}$ に比例する。したがって、 Q を下げても Q/T が一定であれば S/N は変化しない。これが cold damping の発想である。

電気力学結合系において、あるひとつのモードの温度 T が従う方程式は、熱浴 (他の多数ある力学系のモード) の温度 T_m および電気系の温度 T_e を用いた熱拡散方程式

$$k_B \frac{dT}{dt} = -\frac{\omega_0}{Q_m}(T - T_m) - \frac{\omega_0}{Q_e}(T - T_e) \quad (7.40)$$

であらわされる。ここで、電気系の温度 T_e は、電気系の熱雑音のスペクトル密度 G を用いて $G = 4k_B T R$ から

$$T_e = \frac{G}{4k_B R} \quad (7.41)$$

で定義される。熱平衡状態 $dT/dt = 0$ では

$$T \left(\frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_e} \right) = \frac{T_m}{Q_m} + \frac{T_e}{Q_e} \quad (7.42)$$

補遺 E の結果を用いて

$$\frac{T}{Q} = \frac{T_m}{Q_m} + \frac{T_e}{Q_e} \quad (7.43)$$

と電気力学結合系でのあるひとつの力学モードの実効的な温度 T は変化することがわかる。ここで、電気系の温度が $T_e \simeq 0$ とできれば、

$$\frac{T}{Q} \simeq \frac{T_m}{Q_m} \quad (7.44)$$

となる。よって、たとえば補遺 D で述べたように入力負荷 R を下げることで Q を下げても、 T_e が十分に小さければ S/N 比は変化しないことがわかる。これが cold damping である。実際に [14] の実験で cold damping の可能性は実証されている。

T_e の低下は入力負荷の抵抗を冷却することで勿論実現されるが、実際に冷却せずとも図 7.3 のように入力負荷を前置増幅器の帰還抵抗として用いることで実効的に $T_e \simeq 0$ の状況を実現できることが知られている [15]。

抵抗 R の熱雑音の大きさ (両端に生じる起電力の分散) はナイキストの公式から

$$\langle v^2 \rangle = 4k_B T R \quad (7.45)$$

である。図 7.3 において、入力に電圧 v を印加したとき、この回路に流れる電流 I は

$$I = \frac{(1+A)v}{R} = \frac{v}{R/(1+A)} \quad (7.46)$$

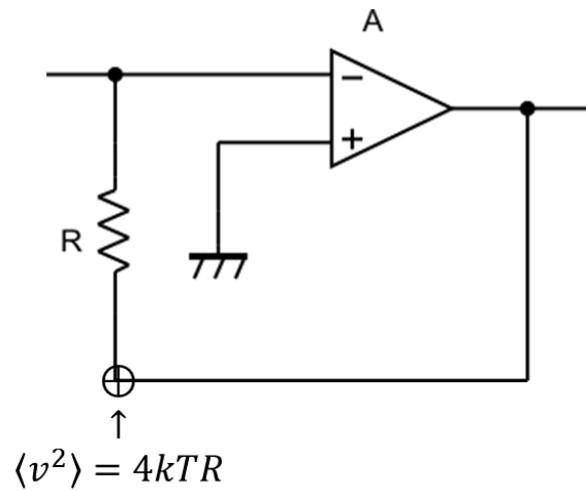


図 7.3 Cold resistor の構成

である。すなわち入力端から見た抵抗値 R' は

$$R' = \frac{R}{1+A} \quad (7.47)$$

と $1/(1+A)$ 倍される。また、抵抗 R の両端に式 (7.45) の熱雑音が発生したとき、入力端で見た熱雑音を $\langle u^2 \rangle$ とすると

$$-A\sqrt{\langle u^2 \rangle} - \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{4k_B T R} \quad (7.48)$$

より、

$$\langle u^2 \rangle = \left(\frac{1}{1+A} \right)^2 4k_B T R \quad (7.49)$$

と、こちらは $(1/(1+A))^2$ 倍される。入力端から見た抵抗値は $1/(1+A)$ 倍されるので、実効的な温度 (入力端から見た電気系の温度) は

$$T' = \frac{T}{1+A} \quad (7.50)$$

となる。すなわち、フィードバックの帰還抵抗として入力負荷を用いることで電気系の温度を下げる事が可能となる。

補遺 F. 電気回路類

信号処理に用いた回路の詳細

図 7.4(前置増幅器) と図 7.5(band-pass filter) のとおり。

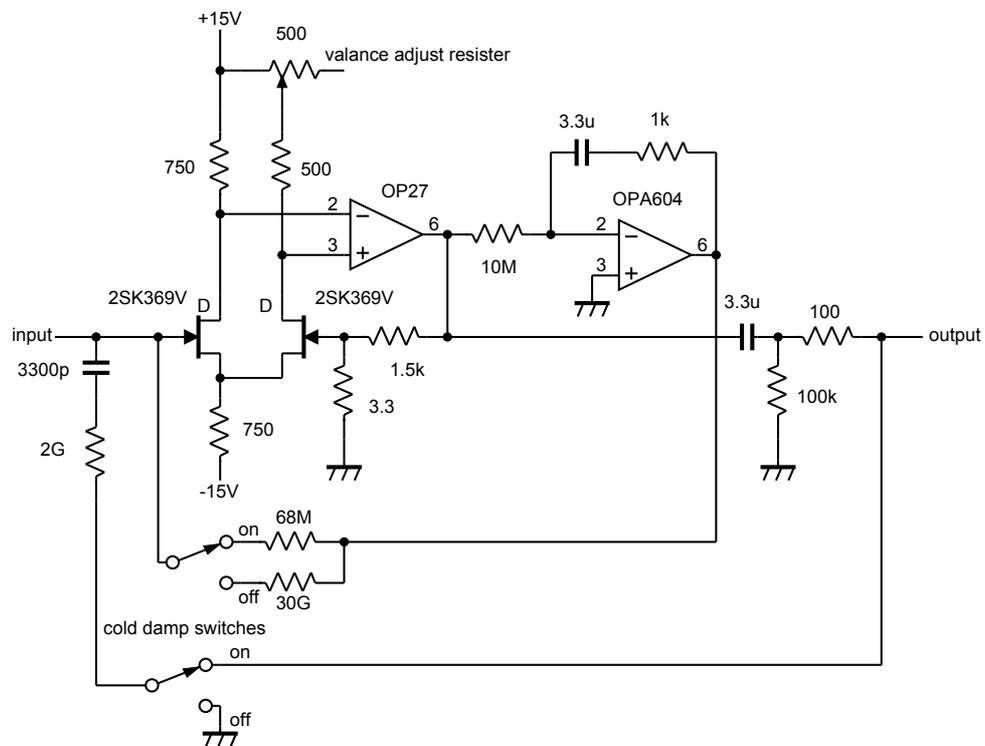


図 7.4 前置増幅器の回路図

可変抵抗の値は、cold damp のスイッチを切ったうえで input-GND をショートさせたときに出力が 0 V になるように調整する (左右の FET のバランス調整)。

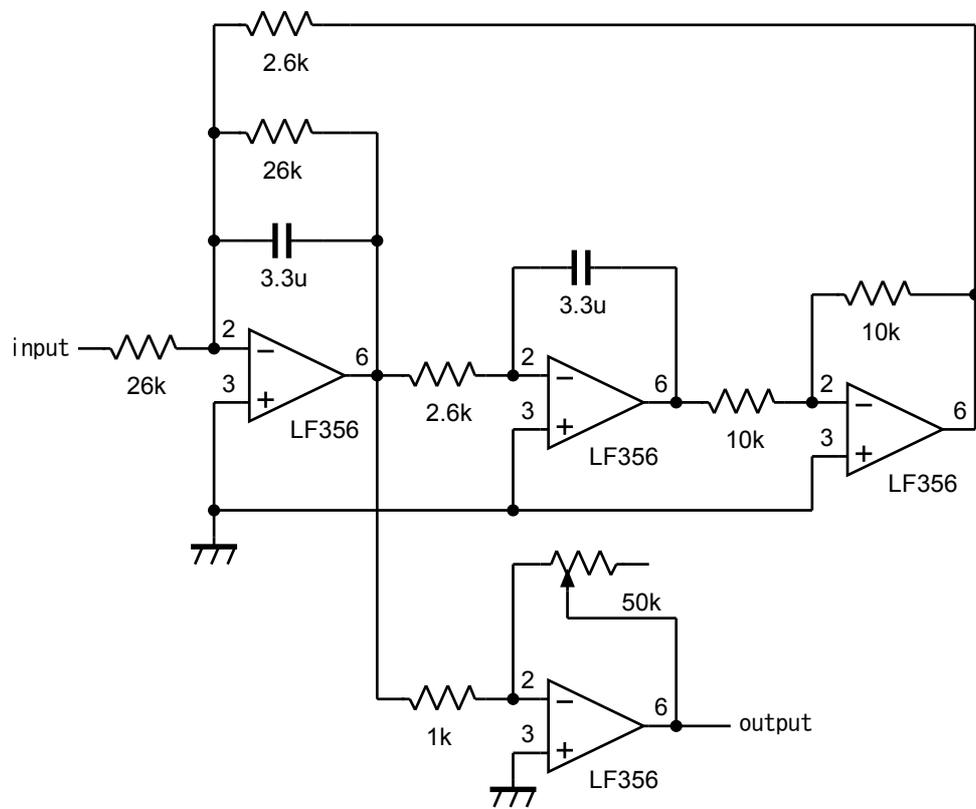


図 7.5 バンドパスフィルタの回路図

回転制御に用いた回路の詳細

まず PLL 全体の構成図を再掲しておく。

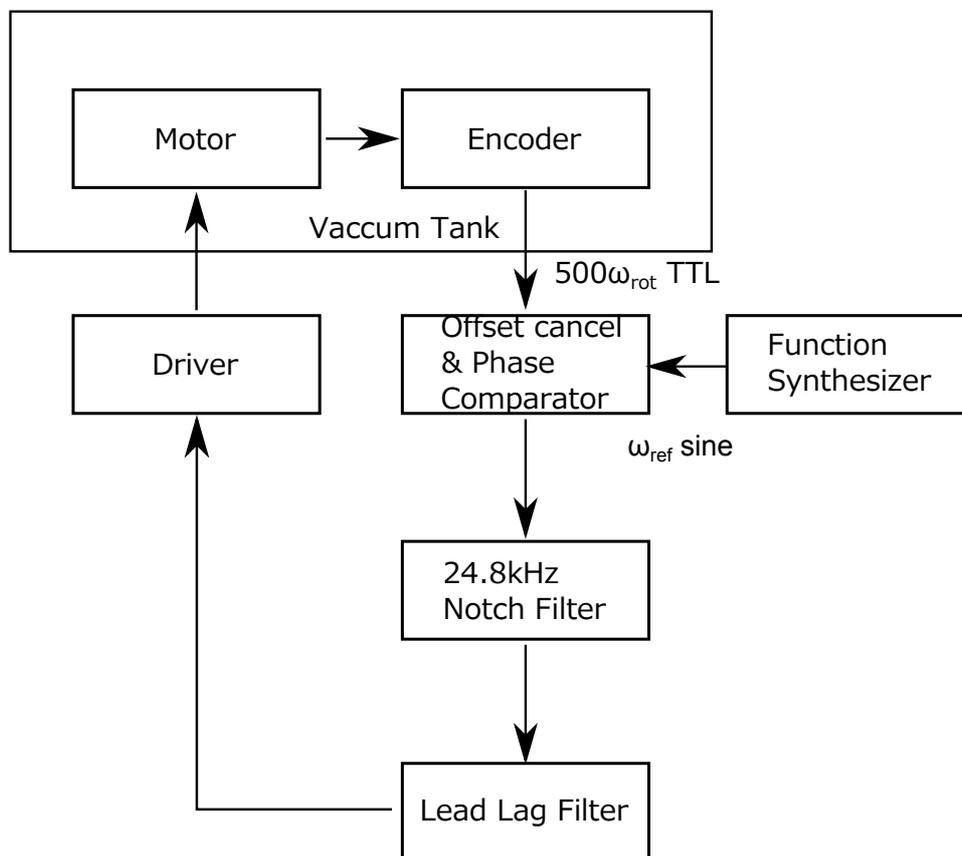


図 7.6 PLL 制御全体の構成 (再掲図 3.12)

図 3.12 の通りに以下の図 7.7 ~ 7.10 の回路を接続し、周波数制御を行う。モーターのエンコーダから得られる信号は TTL(+0V/+1.2V の方形波) なので、このまま位相検出器で掛け算を行ってしまうと位相検出器の出力が

$$\cos(\omega_{\text{ref}}t) \left[V_{\text{Offset}} + 1.2 \left(\cos(\omega_{\text{enc}}t + \phi) + \frac{1}{3} \cos(3\omega_{\text{enc}}t + \phi) + \dots \right) \right] \quad (7.51)$$

となり、 $V_{\text{Offset}} \cos(\omega_{\text{ref}}t)$ の項が制御の邪魔になってしまう ($\omega_{\text{enc}} = \omega_{\text{ref}}$ だとしても出力が零にならない)。そこで、位相検出器の X2 端子に適切な ($V_{X1} - V_{X2}$ の DC 成分が零となる) DC 電圧を印加し、このオフセットを取り除く。オフセットの値は前もって実測しておく ($V_{X1} - V_{X2}$ をオシロスコープで見る)。また、式 (7.51) を見ればわかるとおり、仮に $\omega_{\text{enc}} = \omega_{\text{ref}}$ であっても位相検出器の出力には $\cos(\omega_{\text{ref}}t)$ と TTL 信号の高調波成分の積から得られる ω_{ref} の偶数倍波成分が残る。そこで、この偶数倍波成分の中でも最も大きい $2\omega_{\text{ref}}$ 成分に対しノッチ・フィルタを設けることで、この成分のフィードバックを抑えることにした。最後にリード・ラグ・フィルタについては、本文中で述べたようにモーターの伝達関数の測定結果から適切な時定数を見積もり、それを元にフィードバックのゲインがなるべく高くなるように (できる限り高周波の周波数揺らぎまで抑

え込めるように) 作成した。最終段のゲインは発振しない範囲でできる限り大きくする (UGF をできる限り大きくとる)

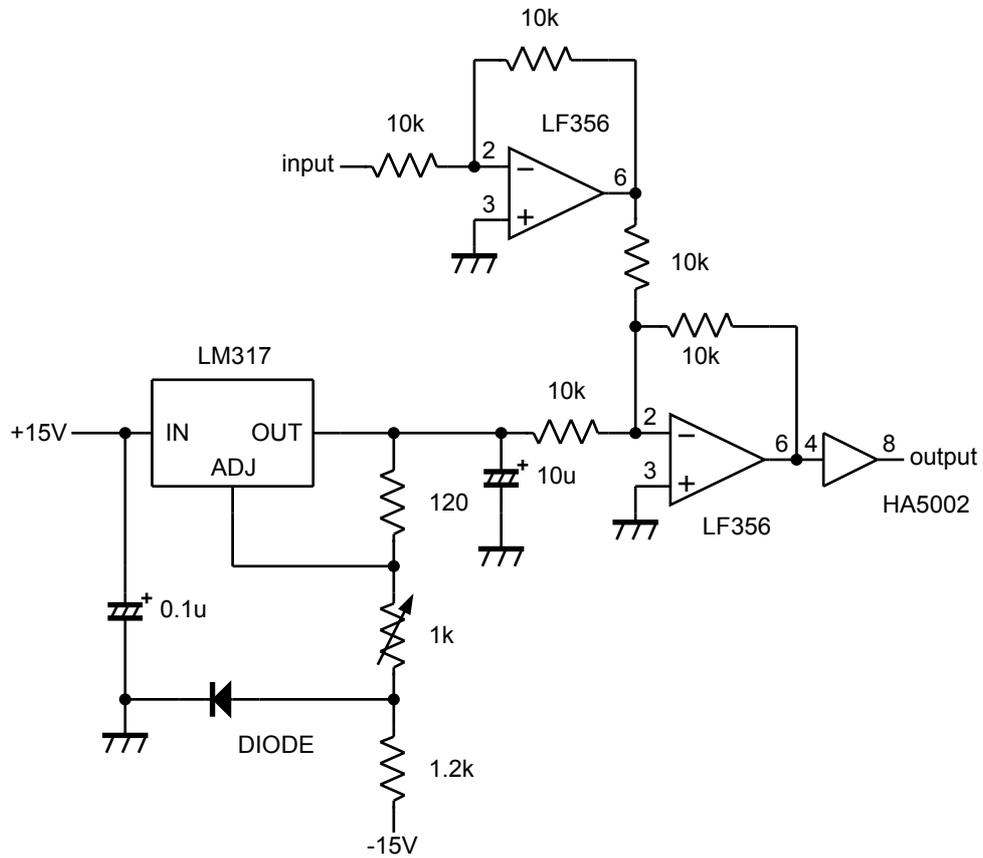


図 7.7 ドライバ回路

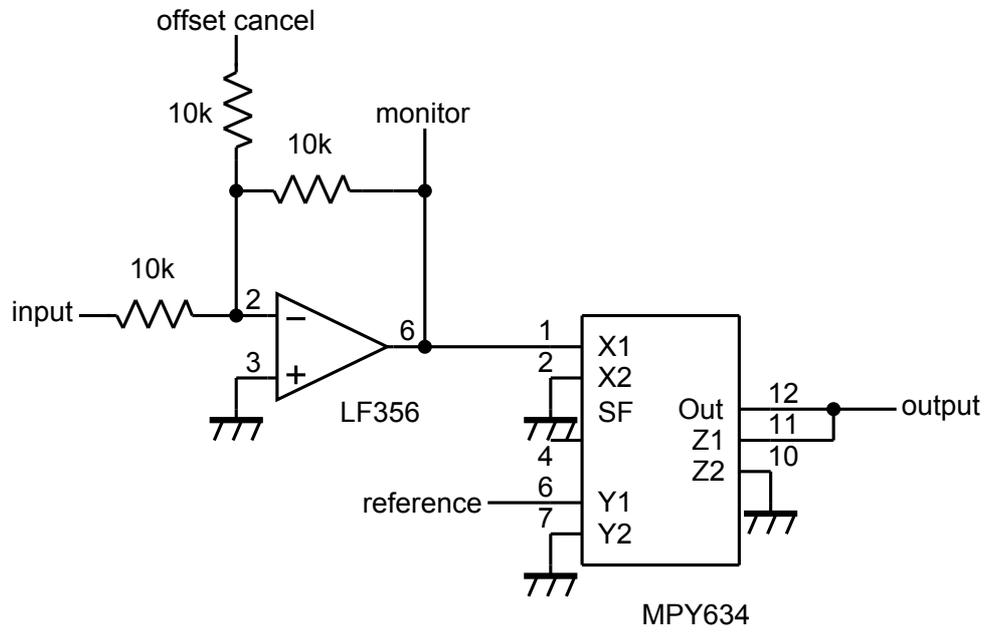


図 7.8 位相検出器

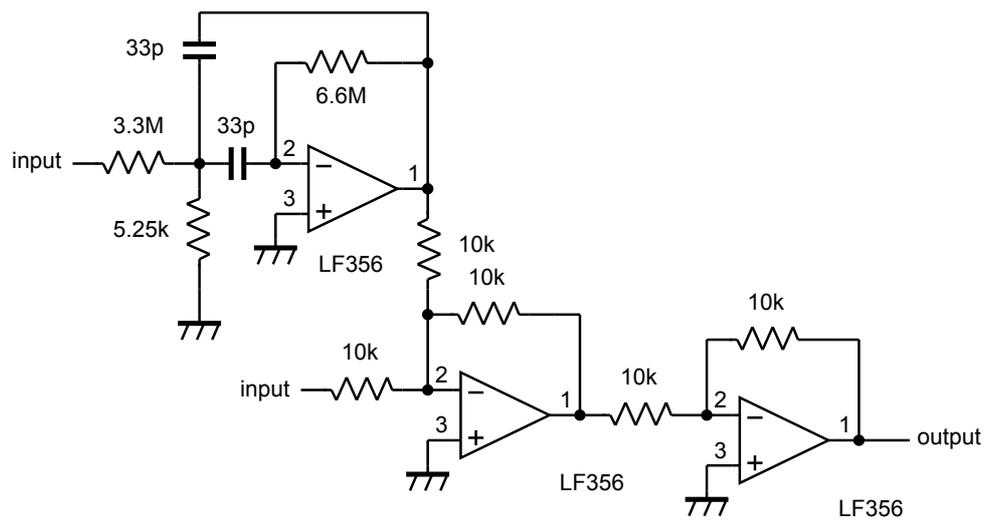


図 7.9 2f ノッチフィルタ

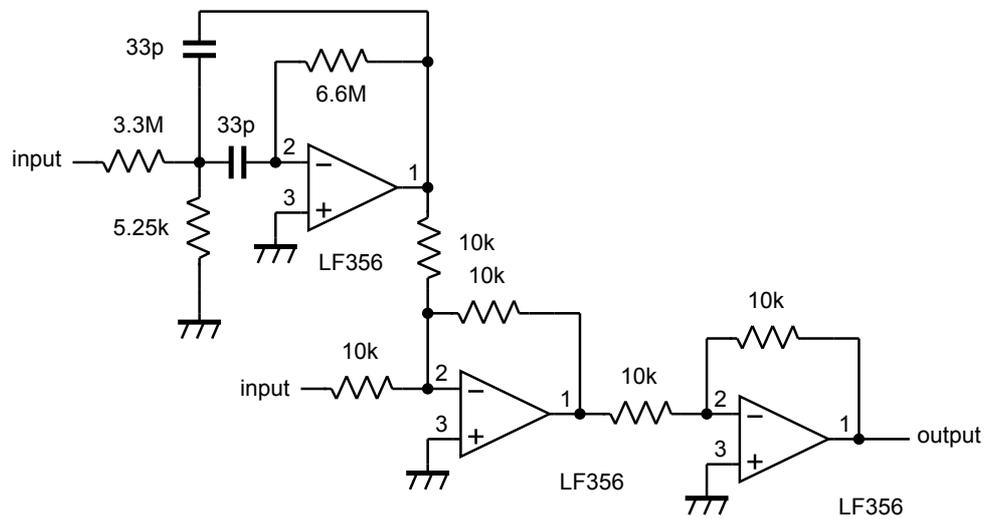


図 7.10 リードラグフィルタ

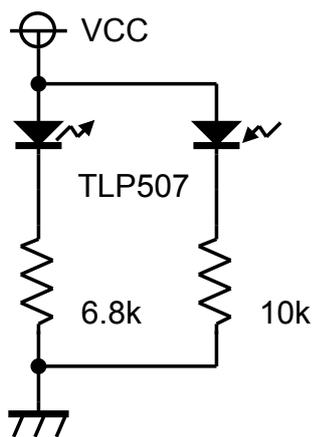


図 7.11 フォトインタラプタ

参考文献

- [1] E. G. Adelberger, et al., Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **53**, 77 (2003)
- [2] 前田恵一「重力理論講義 相対性理論と時空物理学の進展」サイエンス社 (2008)
- [3] J. K. Hoskins, et al., Phys. Rev. D **32**, 12 (1985)
- [4] D. J. Kapner, et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 021101 (2007)
- [5] S. Q. Yang, et al., Phys. Rev. Lett. **108**, 081101 (2012)
- [6] S. Kimura, T. Suzuki and H. Hirakawa, "Low Frequency Antenna for Gravitational Radiation", Phys. Lett. 81A (1981) **5**.
- [7] N. Mio and H. Hirakawa, Journal of the Physical Society of Japan **55**(1986)
- [8] K. Kuroda and N. Mio, Phys. Rev. D **42**, 12 (1990)
- [9] 赤坂展昌「零点法を用いた重力の逆二乗則の検証」平川研究室修士論文 (1987)
- [10] 坪野公夫、安藤正樹、麻生洋一「ブラウン運動」物理学実験 II テキスト (2002)
- [11] 岡村迪夫「定本 OP アンプ回路の設計 再現性を重視した設計の基礎から応用まで」CQ 出版 (1990)
- [12] 角田秀夫「PLL の基本と応用」東京電機大学出版局 (1978)
- [13] 柳沢健「PLL(位相同期ループ) の応用回路」総合電子出版社 (1977)
- [14] H. Hirakawa, S. Hiramatsu and Y. Ogawa, Phys. Lett. **63A**, 3(1977)
- [15] K. Oide, Y. Ogawa and H. Hirakawa, Japan Journal of Applied Physics **17**, 2 (1978)
- [16] 中村卓史、三尾典克、大橋正健「重力波をとらえる」京都大学学術出版会 (1998)
- [17] B. Abbott, et al., LIGO Scientific Collaboration, Phys. Rev. D**69**, 122004, 2004
- [18] Bruce Allen, GRASP users manual version 1.8.4(1999)

謝辞

多くの方々からご助力いただけなければ、本実験をここにまとめることはできなかったのは間違いありません。ここにお世話になった多くの方々に深い感謝の意を表します。

指導教員である坪野公夫教授には、この実験を全面的にバックアップしていただき、cold damping/cold resistor のアイデアをはじめ、さまざまな助言をいただきました。学部4年生の頃から今日まで、幾度となく相談に乗っていただき、また、実験をやる上で新たに必要なものが出ると、常に快く購入を許可していただき、本当に恵まれた研究の環境をいただきました。先生のご指導のもとで本論文を書くことができたことを誇りに思い、心から感謝いたします。

東京大学理学系研究科の牧島一夫教授、東京大学宇宙線研究所の黒田和明教授には、今回、本修士論文の審査を行ってくださいました。お忙しい中お時間をいただき、大変感謝いたします。

坪野研究室の助教である麻生洋一氏にも、学部4年生の頃から実験の指導をしていただきました。機械系の設計からソフトウェアについてまで、あらゆる実験技術を氏から学ばせていただきました。どんな些細な質問やトラブルに対しても、いつもの確でわかりやすいアドバイスをいただき、また、物理学会などの発表がある度に発表練習で丁寧にご指導いただき、感謝しつくせない思いです。

高エネルギー加速器研究機構の平松成範名誉教授には、PLL 制御についてのご講義をはじめ、回路設計についてさまざまなアドバイスをいただきました。また実験室でよく声をかけていただきました。実験中、電子回路でのトラブルがあればいつでも質問できる環境にあったというのは非常に心強かったです。

東京大学大学院工学系研究科博士研究員の大前宣昭氏からは、お忙しい中いくつもの鋭く的確なご指摘をいただきました。本研究の危うい点について氏からのご指摘がなければ、本研究の結果に至るまでに今回の何倍もの時間と無駄な労力を割いてしまう恐れがあった場面がいくつもありました。そのことを考えると、氏からのご指摘を頂けたことは幸運であったと思います。

坪野研究室 OB の穀山渉氏には氏の在学当時、本研究の関連論文を含む多くの論文を紹介していただいた上、氏の博士論文執筆の合間を縫って夜遅くに書類のチェックに至るまで、大変お世話になりました。

博士課程の岡田健志氏からは本研究の理論的側面に関して非常に参考になる文献を紹介していただきました。同じく博士課程の松本伸之氏、正田亜八香氏からは解析手法について詳しい文献の紹介を含む鋭いご指摘と丁寧な解説をいただきました。本研究と同様実験装置において回転のためにモータを用いていた道村唯太氏ともモータの選定や制御についての情報交換の機会を持つことができ、本研究の解析について課題を指摘していただけたのはありがたかったです。

修士課程の牛場崇文氏には、学部4年生時から共同実験者として本研究で PLL 制御の面で尽力いただき、制御の安定化についてご教示いただけました。また、実験の細かいところについて二人で議論できたのは大きかったと思います。

東京大学大学院理学系研究科の八幡和志氏には、回路の雑音対策からはんだ付けに至るまで実験の実践的な

部分で何回もお世話になりました。

東京大学大学院理学系研究科の大塚茂巳氏、南条良勝氏をはじめとする試作室の方々には、本研究始動当初から実験に必要な部品の試作をしていただきました。その製作スピードの速さは驚くべきもので、実験の遅延が生じることはありませんでした。今回、加工が非常に難しい形状の共振型振動子の製作に取り組んでいただいたのもちろんのこと、私の設計が至らないばかりに生じた回転機構の再設計では細かい設計の値に至るまでチェックしてくだり、この丁寧なご指導がなければ今回の結果には至らなかったであろうと確信しています。本当にありがとうございました。

また、坪野研究室秘書の工藤伯子氏、東京大学大学院理学系研究科物理学専攻事務室の上田美樹氏、伊藤彩美氏には、物品購入や学会発表の事務手続の際に何度もお世話になりました。このご助力があったからこそ、こうした事務手続の負担を最低限に抑えることができ、本研究に専念できる環境があったのだと思います。

最後に、私の研究を誰よりも応援し、何度心が折れそうになっても支えてくれた私の両親、友人に感謝します。この支えがなければ本研究の完成はなかったものと確信しています。

ここに挙げた方々以外にも、本当に多くの方々のお世話になりました。すべての皆様に心から感謝いたします。ありがとうございました。