

修士論文

空間の等方性検証実験

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻

学籍番号 86083

関谷 淳

2000年1月11日

2000年2月8日改訂

はじめに

つい 100 年程前、空間は光を伝達する媒質「エーテル」で満たされていると考えられていた。すると、光が普通に考えられる波動ならば、光源と共に運動する系から見た光速には方向依存性があるはずである。そこで Michelson と Morley は光干渉計を利用して、絶対静止系に対して動いている系内での、光速の方向依存性の測定を試みたが、結果は逆に光速の不変性を結論づけるものであった [1]。一方 Einstein は、この光速不変性を原理として、特殊相対性理論を構築した [2]。のちに行われたさまざまな実験を通してこの光速不変性は検証され、光速不変性とそれを基礎にする特殊相対性理論は、現在の物理学の根底をなす非常に重要な理論となっている。

光速不変性に関する実験は、光源速度の変化に対する光速の依存性を測定するものと、光源速度ベクトルからの角度に対する光速の依存性、すなわち空間の異方性を測定するものに分けられる。過去に行われた後者に関する実験のうち、最も高精度のものは 1979 年に Brillet と Hall によってなされた [3]。彼らの得た結果は、直行する 2 方向の Robertson 計量¹[4] g_1 g_2 の比、あるいは光速 $c_{\perp}$ $c_{\parallel}$ の比にして、 $\frac{g_2}{g_1} = \frac{c_{\parallel}}{c_{\perp}} = 1 \pm 10^{-15}$ であった。

基礎理論は常に最高の技術をもって検証されていることが肝要である。Brillet-Hall の実験から 20 年を経て、実験技術は大きく進歩しており、今またあらためて実験をすることには大きな意義がある。そこで我々は、空間の等方性を検証する実験を行うことにした。Brillet-Hall の実験精度を 1 桁更新する、 10^{-16} の精度の検証を目指す。

本実験の基本原理は、Brillet-Hall のものと同じであり、以下のようにになっている。光共振器を長さの基準とし、これにレーザ光を共振させる。共振器の長さが高安定ならば、共振器に共振する光の周波数は光速のみを正確に反映して変化する。そこで、光を共振させた共振器を様々な方向を向くように回転させて、共振周波数の変化を観測すれば、光速の変化が分かる。ただし、光の周波数をそのまま高分解能で観測することはできないため、他の周波数参照となる高安定レーザ光を用いたヘテロダイン検波によって、共振周波数変化の高分解能測定を行う。

Brillet-Hall の実験から 1 桁の精度向上のため、以下に挙げる特徴的な 3 つの雑音抑制機構を導入する。

共振器のスペーサとして、ある温度で線膨張率が 0 になる特殊ガラスを採用し、共振器温度をその温度に能動的に制御する。これにより、温度変化に伴う共振器長変化を抑制する。

また、水平面に対する共振器の傾きを、油を参照面とする光てこを用いた高感度傾斜計を用いて検出し、積層圧電アクチュエータによって制御する。これにより、傾きの変化に伴う共振器の重力による変形を抑制する。

共振器は、光源などの光学系とともに回転させる。その際、 $\pm 180^\circ$ の範囲を離散的に回転させ、観測は静止中に行う。これにより、回転速度の変化に伴う共振器長の変化、Doppler 効果などの周波数変動要因を抑制する。

本実験は、1998 年度初頭から装置開発研究が開始された。現在、大半の要素機構は実用の目処が立ち、それらを実験システムに実装して性能評価と改良を進めている。また、残るそれ以外の機構の開発も並行して行っている。

本論文の構成は以下のとおりである。

¹第 1.2 節参照

まず第 1 章では、空間の等方性検証の理論的背景、評価方法を解説した後、過去の代表的な実験である Michelson-Morley の実験と Brillet-Hall の実験を評価する。

第 2 章では、空間の等方性検証実験のうち、今回の実験のようなレーザを用いるタイプの原理を議論する。また、本実験で感度を制限するであろう雑音について考察し、その許容できる上限値を求める。

第 3 章では、今回の実験装置について詳述する。装置全体を目的に応じていくつかの部分に分け、各部の構成、機能、目標達成の方法などを論ずる。

第 4 章では、これまでの装置開発経過を述べる。特に今年度の開発成果を、実験結果を中心に報告する。

第 5 章で本論文のまとめと、今後の開発課題を述べる。

なお、補遺では本実験に関わる基礎技術を解説する。

目次

はじめに	2
目次	4
第 1 章 特殊相対論の検証理論と過去の実験	7
1.1 前提となる議論	7
1.1.1 特殊相対性理論とその拡張理論	7
1.1.2 前提条件	8
1.1.3 時計の同期	9
1.2 Robertson の理論	10
1.2.1 絶対静止系に対して並進運動している系の計量	10
1.2.2 Robertson の理論による S 系での光速	11
1.2.3 Robertson 計量と座標変換パラメタの関係	11
1.3 Mansouri and Sexl の理論	16
1.3.1 M-S 理論での座標変換	16
1.3.2 時計の同期と時計合わせのパラメタ ϵ	17
1.3.3 M-S 理論による S 系での光速	20
1.4 Robertson 理論と M-S 理論の関係	21
1.5 等方性検証のための指標と、関連する観測量	22
1.5.1 Michelson 干渉計を用いる場合	22
1.5.2 光共振器を用いる場合	23
1.5.3 各理論のパラメタによる異方性の指標の表記	25
1.6 過去の検証実験	25
1.6.1 Michelson-Morley の実験 (1887)	26
1.6.2 Brillet-Hall の実験 (1979)	26
第 2 章 空間の等方性検証実験の原理	27
2.1 等方性検証実験の原理	27
2.1.1 素朴な方法—理想的な装置が得られる場合—	27
2.1.2 実際の実験方法への一歩—波長の安定化—	28
2.1.3 現実的な実験方法—ヘテロダイン検波	28
2.2 本実験の装置構成	29
2.2.1 実験システム設計概念	29
2.2.2 本実験の装置構成概要	30
2.3 雑音	31
2.3.1 雑音の種類と抑制目標	31
2.3.2 共振器長変化と周波数変化	33
2.3.3 温度変化による共振器長変化	34

2.3.4	傾き変化による共振器長変化	35
2.3.5	共振器の回転	36
第3章	本実験システムの構成	37
3.1	本実験装置の概要	37
3.2	実験装置の詳細	40
3.2.1	レーザ周波数安定化光学系	40
3.2.2	ビート周波数取得光学系	47
3.2.3	共振器回転機構	47
3.2.4	共振器温度制御機構	48
3.2.5	傾き制御機構	50
3.2.6	真空機構	52
第4章	等方性検証実験装置の開発	53
4.1	実験システム開発の流れ	53
4.2	昨年度の成果	54
4.2.1	共振状態へのレーザの制御 (大気圧下)	54
4.2.2	共振器温度制御	54
4.2.3	傾き検出器	54
4.3	今年度の開発成果	54
4.3.1	共振ロック状態の安定化	54
4.3.2	真空中での共振ロック	55
4.3.3	真空中での共振器温度制御過渡特性の改善	55
4.3.4	ビート周波数取得系の構築	56
4.3.5	ビート周波数観測による実験システムの評価	56
4.4	本章のまとめ	65
第5章	まとめ	66
補遺 A	Michelson 干渉計	68
A.1	装置構成	68
A.2	得られる観測量	69
A.2.1	腕の長さのみが変動する場合	69
A.2.2	光の波長のみが変動する場合	69
補遺 B	Fabry-Perot 共振器の基礎	72
B.1	共振器の固有モード	72
B.2	共振器の透過率、反射率	72
B.3	透過光でみた共振状態、縦モード間隔、フィネス	74
補遺 C	Pound-Drever-Hall 法による誤差信号の取得	77
C.1	概要	77
C.2	位相変調	77
C.3	Fabry-Perot 共振器からの反射光	78
C.4	光検出器による観測	79
C.5	復調	79
C.6	復調した信号の振る舞い—制御に用いることができるか?	80

C.6.1 共振点での信号	80
C.6.2 ω の変化に対する応答	80
補遺 D 光学系の設計	83
D.1 ビームプロファイル測定	83
D.1.1 楕円 Gaussian 光	83
D.1.2 ナイフエッジ法によるビームプロファイル測定	84
D.2 モードマッチング	85
補遺 E PID 制御の基礎	87
E.1 P 制御	87
E.2 PI 制御	87
E.3 PID 制御	88
補遺 F 実験で用いる電子回路	89
F.1 レーザ周波数制御用	89
F.2 共振器温度制御用	92
F.3 傾き検出用	93
参考文献	94
索引	95
謝辞	101

第1章

特殊相対論の検証理論と過去の実験

特殊相対性理論の正当性を定量的に評価するためには、特殊相対性理論が仮定するよりも広い条件を原理とした理論、すなわち拡張された理論が必要である。これまで、W. F. Edwards [5]、H. P. Robertson [4]、R. Mansouri and R. U. Sexl [6, 7, 8] らが、それぞれ特殊相対性理論の検証理論を提案している [9]。ここでは、近年の検証実験の評価時に採用されている、Robertson の理論、および Mansouri and Sexl (以下、M-S) の理論¹に基づいて、まず θ 方向の光速 $c(\theta)$ の表式を求める。続いて空間の等方性の評価には $c(\theta)$ を用いた指標を採用できることを示し、過去の検証実験をこの指標で評価する。

1.1 前提となる議論

1.1.1 特殊相対性理論とその拡張理論

特殊相対性理論は、重要な 2 つの原理

光速不変の原理 光の速度は光源の速さにも向きにもよらず、一定である。

特殊相対性原理 全ての慣性系は同等である。

を元にして構築されている。特殊相対性理論の検証では、これらを前提としない理論を構築して、これらを検証する指標をつくる。その指標を実験によって測定し、これらの原理の妥当性を確認することになる。

これまでに発表された、異なる慣性系間の座標変換理論 [2][4][5][6, 7, 8] を整理すると、以下のようになる。

Einstein の特殊相対性理論

光速は、どの慣性系でも光源の速さ、伝播の向きによらず、常に一定。

Robertson の理論

絶対静止系 Σ では、光速は光源の速さ、伝播の向きによらず、常に一定。他の慣性系 S では、光速は光源の速さに依存するが、往路と復路の片道速度は等しい。

$$c(\theta + \pi) = c(\theta)$$

¹Zhang は、Mansouri and Sexl の理論は拡張しすぎて実験的には意味がない、としている [9]

ただし、直行する 2 方向の光の往復速度 $\bar{c}$ は必ずしも等しくはない。

$$\bar{c}(\theta) \neq \bar{c}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

ここで、光の往復速度 $\bar{c}$ とは、光が 2 点間の往復にかかる時間 $\bar{t}$ で 2 点間の往復距離 $2l$ を割ったものである。

Edwards の理論

絶対静止系 Σ では、光速は光源の速さ、伝播の向きによらず、常に一定。他の慣性系 S では、光速は光源の速さに依存し、往路と復路の片道速度は必ずしも等しくはない。

$$c(\theta) \neq c(\theta + \pi)$$

ただし、光の往復速度 $\bar{c}$ は、直行する 2 方向で等しい。

$$\bar{c}(\theta) = \bar{c}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

Mansouri-Sexl の理論

絶対静止系 Σ では、光速は光源の速さ、伝播の向きによらず、常に一定。他の慣性系 S では、光速は光源の速さ、伝播の向きに依存する。往路と復路の片道速度は必ずしも等しくはない。

$$c(\theta) \neq c(\theta + \pi)$$

また、直行する 2 方向の光の往復速度 $\bar{c}$ も必ずしも等しくはない。

$$\bar{c}(\theta) \neq \bar{c}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

本実験では、空間の等方性、すなわち光速が向きに依存しないことを検証する。したがって、上記の理論のうち、Robertson の理論もしくは Mansouri-Sexl の理論を用いてその指標をつくる。

1.1.2 前提条件

CMB(Cosmic Microwave Background) の観測により、宇宙には絶対静止系が存在する可能性がある。そこで、

仮定 宇宙には絶対静止系 $\Sigma(T, X, Y, Z)$ が存在する。

とする。

そこでは、光速不変の原理

仮定 Σ 系では、光速は光源の速さによらず、伝播の向きにもよらない定数である。

が成り立つものとする。

このとき、

定義 $S(t, x, y, z)$ 系: x 軸が Σ 系の X 軸と平行で向きが等しく、原点が Σ 系の原点から見て X 軸方向に $v(\ll c)$ で動く座標系。 Σ 系の原点と S 系の原点が重なるときに、それぞれの原点の時計を 0 に合わせる。

とする。

このような条件の下で、 S における光速を、方向に依存する形式 $c(\theta)$ として定式化する。その後、さまざまな方向での光速を測定して、光速が方向に依存しないこと、すなわち光速の等方性²、を検証する。

1.1.3 時計の同期

ある慣性系内の離れた 2 つの点に、同じリズムで誤差無く時を刻む理想的な時計があるとする。これらの間で「時計合わせ」をして、その 2 点に共通な時刻を定義したい。これは、19 世紀後半になってようやく単なる技術的な問題ではなく、物理的に本質的な問題であることが理解された。

次節以後でも適宜同じ議論を繰り返すが、各理論の説明の前にここで取り上げておく。

Newton の絶対時間

Newton 力学では、時刻とはあらゆる慣性系で共通に流れるものであった。よって、2 点間の時計合わせは単なる技術的な問題であり、物理的に議論すべき問題ではなかった。

Einstein の同期法

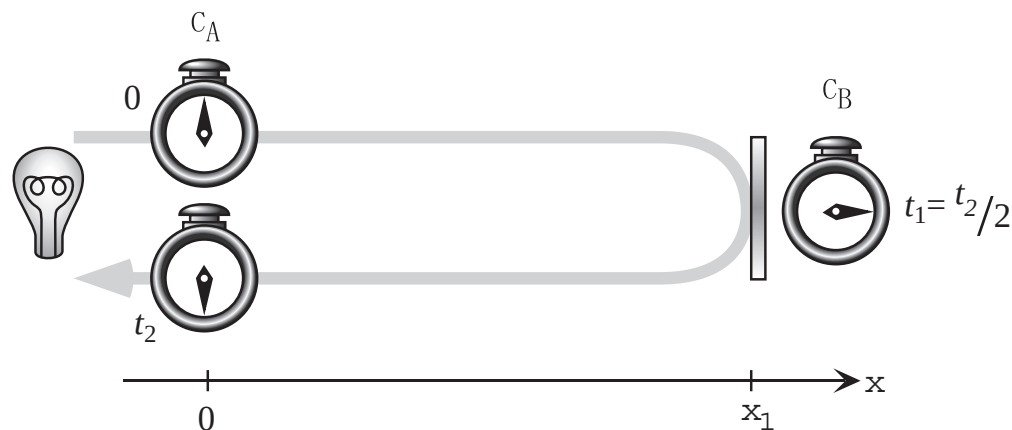


図 1.1: Einstein の同期法

2 点の時計を合わせるためには、それらの間に何らかの情報のやりとりが必要である。Einstein の同期法では、光によって情報を送受信する。ここで、

仮定 S 系で、ある 2 点間を光が往復するとき、往路と復路で所要時間は変わらない

とする。

S 系の x 軸上の異なる 2 点 A ($x = 0$ つまり S 系の原点)、 B ($x = x_1$) にそれぞれテンポの等しい時計 C_A 、 C_B があるとする。 S 系の原点は、 Σ 系の原点に対して X 方向に速度 v で移動しており、 S 系の原点にある時計 C_A は、 Σ 系の原点にある時計と重なるときに、同じ時刻 $t = T = 0$ を指すように合わせてある (1.1.2 項 前提条件より)。このとき、 C_A と C_B を同期させる方法を以下に示す。

² 「光速の等方性」と「空間の等方性」は同じ意味で用いられる。

C_A の時計の読みが $t = 0$ のとき、光を B に向けて発射する。B には鏡を置き、光を反射して A に打ち返す。A に戻ってきた時刻を t_2 とすると、光が B に着いた時刻を t_1 (まだ決められていない) は、上記の仮定により、

$$t_1 = \frac{t_2}{2} \quad (1.1)$$

である。そこでこの関係から、2つの時計を合わせることができる。

Slow clock transport 法

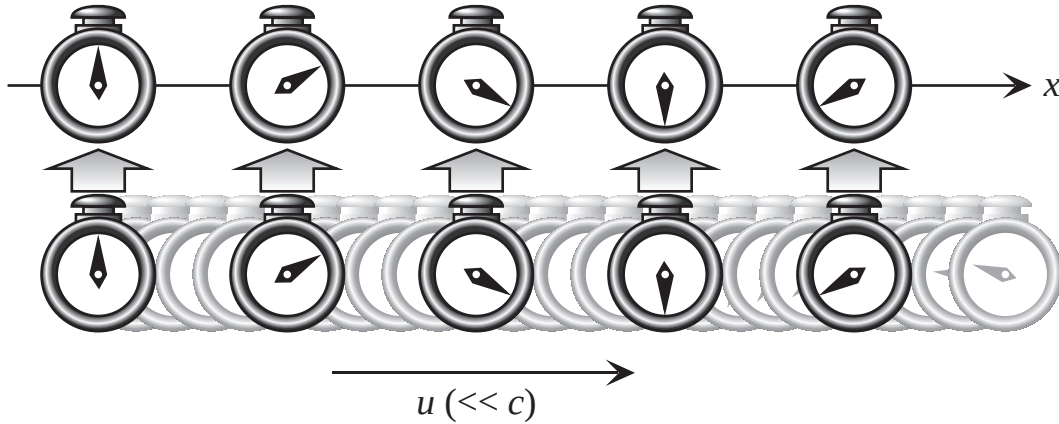


図 1.2: slow clock transport 法

Einstein の方法とは異なる時計の同期法として、Mansouri と Sexl は論文 [6] の中で、基準時計を系の速度 v に比して非常に遅い速度 u で移動させるという、slow clock transport 法を挙げている³。

S 系の x 軸上に、同一のテンポで時を刻む時計が多数並んでいるとする。 $x = 0$ と $X = 0$ が重なるときに、両系の原点の時計を 0 に合わせてある (1.1.2 項 前提条件 より)。このとき、S 系に対してゆっくりした速度 u で x 軸上を動く時計を、時計合わせの基準として使う。

基準時計に貼り付いた系を $S'(t', x', y', z')$ とし、基準時計の位置を S' 系の原点とする。このとき、次の重要な仮定をする。

仮定 $\frac{u}{c} \ll 1$ であるため、 t' と t とのずれは微少であり、これを無視して $t' = t$ とする。

これにより、 x 軸上の各時計を、基準時計がその前を通り過ぎた瞬間に指している時刻に合わせていくことで、時計合わせをすることができる。

1.2 Robertson の理論

1.2.1 絶対静止系に対して並進運動している系の計量

Robertson は、特殊相対論の検証のための指標として、絶対静止系に対して並進運動している系の計量を用いることを提案した [4]。

1.1.2 節で等方な絶対静止系と仮定した Σ 系における世界間隔 dS^2 は、

$$dS^2 = -c^2 dT^2 + dX^2 + dY^2 + dZ^2 \quad (1.2)$$

³Zhang[9] は、この方法は不適当である、としている。

と書ける。このとき、 X 軸に平行に速さ v で動く慣性系 S における世界間隔 ds^2 を、計量 $g_0 g_1 g_2$ を用いて、

$$ds^2 = -g_0^2 c^2 dt^2 + g_1^2 dx^2 + g_2^2 (dy^2 + dz^2) \quad (1.3)$$

のように定義する⁴。

この定義では、 dy と dz に同じ計量が用いられている。すなわち、

仮定 慣性系の並進運動方向と垂直な面内では、光速は等方的である
が導入されている。

1.2.2 Robertson の理論による S 系での光速

(1.3) 式で $ds = 0$ とすることにより、 S 系では光は

$$g_0^2 c^2 dt^2 = g_1^2 dx^2 + g_2^2 (dy^2 + dz^2) \quad (1.4)$$

に従って進むことが分かる。これより、 S 系の x 軸から θ 傾いた方向の光の速さを求める。

θ 方向の微小長さ dl は、 $dx dy dz$ と、

$$\begin{aligned} dx &= dl \cos \theta \\ dy^2 + dz^2 &= (dl \sin \theta)^2 \end{aligned}$$

という関係にある。そこで、これを(1.4)に代入すると、

$$\begin{aligned} c^2 g_0^2 dt^2 &= g_1^2 dl^2 \cos^2 \theta + g_2^2 dl^2 \sin^2 \theta \\ &= dl^2 (g_1^2 \cos^2 \theta + g_2^2 \sin^2 \theta) \end{aligned}$$

である。よって、Robertson の理論による S 系での光速 c_R は⁵、

$$c_R(\theta) \equiv \sqrt{\frac{dl^2}{dt^2}} = c \frac{g_0}{\sqrt{g_1^2 \cos^2 \theta + g_2^2 \sin^2 \theta}} \quad (1.5)$$

となる。

この式を見ると、 $c(\theta + \pi) = c(\theta)$ となっている。すなわち、世界間隔を(1.3)のようにおいた時点で、

仮定 光速は、往路と復路で等しい

が暗黙裡になされていたことになる。

式(1.5)において、 $\frac{g_1}{g_0} = 0.9$ 、 $\frac{g_2}{g_0} = 1.1$ としたときの、方向による光速の変化は、図 1.3 のようになる。光速が往路と復路で等しいこと、最大値と最小値の間は 90° の開きがあることが分かる。

1.2.3 Robertson 計量と座標変換パラメタの関係

今後の議論には不要だが、Robertson 計量の意味を理解するために、本項では Robertson 計量と座標変換の式のパラメタとの関係を考察する。

⁴この定義の計量の 2 乗が、通常用いられている計量に相当することに注意

⁵添え字の R は、Robertson の R

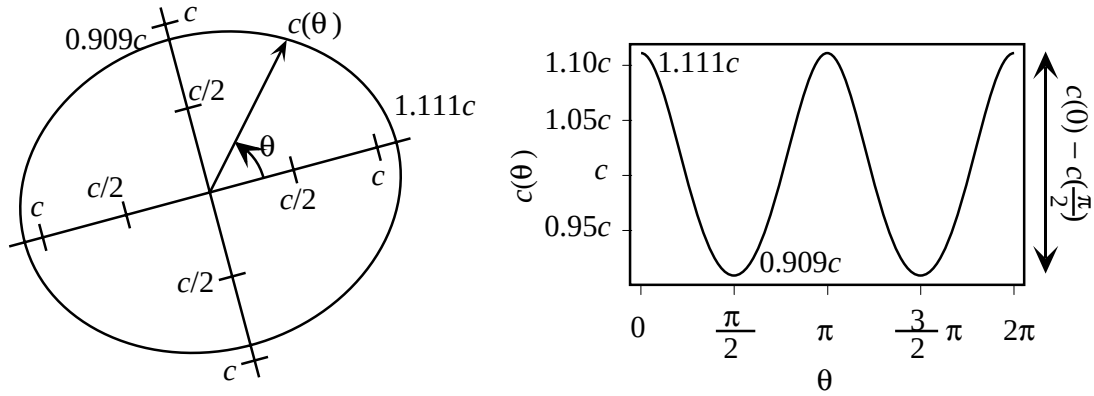


図 1.3: $\frac{g_1}{g_0} = 0.9$, $\frac{g_2}{g_0} = 1.1$ としたときの光速。左の図は、横軸の右方向を系の運動 $\vec{v}$ の方向としたもの。右の図は、角度変化に伴う光速変化を、 Σ 系の光速 c のまわりでプロットしたもの。

$\Sigma(T, X, Y, Z) \rightarrow S(t, x, y, z)$ の座標変換が、

$$\begin{aligned} ct &= a_R cT + e_R X + e_{R2} Y + e_{R3} Z \\ x &= b_{R0} cT + b_R X + b_{R2} Y + b_{R3} Z \\ y &= d_{R0} cT + d_{R1} X + d_R Y + d_{R3} Z \\ z &= h_{R0} cT + h_{R1} X + h_{R2} Y + h_R Z \end{aligned}$$

のような線形変換で表せるものとする。1.1.2 項の前提条件を採用することで、これらの式は以下のように簡略化される。

$$\begin{aligned} ct &= a_R(v) cT + e_R(v) X + e_{R2} Y + e_{R3} Z \\ x &= b_R(v) \cdot (X - vT) \\ y &= d_R(v) Y \\ z &= d_R(v) Z \end{aligned} \tag{1.6}$$

とおく。ここで、

$$\begin{aligned} a_R(v) &: \text{時間の進み方の変化} \\ b_R(v) &: v \text{ 方向の座標の間隔の変化} \\ d_R(v) &: v \text{ 方向以外の座標の間隔の変化} \end{aligned}$$

のパラメタであり、理論的に決定される。例えば、Einstein の特殊相対性原理を採用すれば、

$$\begin{aligned} a_R(v) &= b_R(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ d_R(v) &= 1 \end{aligned}$$

となる。一方、

$$e_R, e_{R2}, e_{R3} : S \text{ 内の } (x, y, z) \text{ にある時計の合わせ方}$$

のパラメタである。これはすぐ下で述べるように、 S 系の時計合わせの方法によって a_R , b_R , d_R の関数として与えられる。

以下ではまず e_R を a_R , b_R , d_R の関数として表し、次いでこれら 3 つのパラメタを Robertson 計量で表記する。

時計の同期パラメタ e の表式 –Einstein の同期法による–

e_R を他のパラメタで表すことを考えよう。上述の通り、Robertson の理論では光速が往路と復路で等しいことが仮定されている (1.2.2 項) ので、ここでは系内の時計を合わせる方法として、1.1.3 項で説明した Einstein の同期法を採用する。まず、 x 軸方向の時計合わせを行う。S 系で原点から x 軸の正の方向に光を発射する事象を $S(0, 0, 0, 0)$ 、 $x = x_1$ に置いた鏡でその光が反射される事象を $(t_1, x_1, 0, 0)$ 、原点に光が戻ってくる事象を $(t_2, 0, 0, 0)$ とし、それぞれの事象に対応する Σ 系の事象を、 $\Sigma(0, 0, 0, 0)$ $(T_1, X_1, 0, 0)$ $(T_2, X_2, 0, 0)$ とする⁶。

S 系における光の伝播の仮定 (往路と復路で光速は等しい) より、

$$t_1 - 0 = t_2 - t_1 \quad \Leftrightarrow \quad 2t_1 = t_2 \quad (1.7)$$

である。一方、 Σ 系での光の伝播を考えると、往路では

$$X_1 - 0 = c \cdot (T_1 - 0) \quad \Leftrightarrow \quad X_1 = c T_1 \quad (1.8)$$

であり、復路では

$$-(X_2 - X_1) = c \cdot (T_2 - T_1) \quad (1.9)$$

である。

ここで、S 系と Σ 系の対応する事象間の関係を考える。座標変換の式から、鏡で光を打ち返す事象について

$$ct_1 = a_R c T_1 + e_R X_1 \quad (1.10a)$$

$$x_1 = b_R \cdot (X_1 - v T_1) \quad (1.10b)$$

であり、原点に光が戻る事象について

$$ct_2 = a_R c T_2 + e_R X_2 \quad (1.11a)$$

$$0 = b_R \cdot (X_2 - v T_2) \quad \Leftrightarrow \quad X_2 = v T_2 \quad (1.11b)$$

である。これらの式より、 e_R の表式を求める。(1.7) (1.10a) (1.11a) (1.8) (1.11b) より、 X_1 T_1 を T_2 で表すと、

$$X_1 = \frac{a_R c + e_R v}{2(a_R + e_R)} T_2 \quad (1.12)$$

$$T_1 = \frac{a_R + e_R \frac{v}{c}}{2(a_R + e_R)} T_2 \quad (1.13)$$

である。これより、(1.11b) (1.12) (1.13) を(1.9) に代入して整理すると、

$$e_R(v) = -\frac{v}{c} a_R \quad (1.14)$$

となる。

次に、 y 軸方向の時計合わせを行う。 x 軸方向の時と同様、S 系で原点から y 軸の正の方向に光を発射する事象を $S(0, 0, 0, 0)$ 、 $y = y_1$ に置いた鏡でその光が反射される事象を $(t_1, 0, y_1, 0)$ 、原点に光が戻ってくる事象を $(t_2, 0, 0, 0)$ とし、それぞれの事象に対応する Σ 系の事象を、 $\Sigma(0, 0, 0, 0)$ $(T_1, X_1, Y_1, 0)$ $(T_2, X_2, 0, 0)$ とする。

S 系における光の伝播の仮定 (往路と復路で光速は等しい) より、

$$t_1 - 0 = t_2 - t_1 \quad \Leftrightarrow \quad 2t_1 = t_2 \quad (1.15)$$

⁶光を発射する事象は、 $S(0, 0, 0, 0)$ である。1.1.2 項前提条件より、このとき Σ 系でも $\Sigma(0, 0, 0, 0)$ である。

である。一方、 Σ 系での光の伝播を考えると、往路では

$$\sqrt{(X_1 - 0)^2 + (Y_1 - 0)^2} = c \cdot (T_1 - 0) \quad \Leftrightarrow \quad X_1^2 + Y_1^2 = c^2 T_1^2 \quad (1.16)$$

であり、復路では

$$-\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (0 - Y_1)^2} = c \cdot \sqrt{T_2 - T_1} \quad (1.17)$$

である。

ここで、S 系と Σ 系の対応する事象間の関係を考える。座標変換の式から、鏡で光を打ち返す事象について

$$ct_1 = a_R c T_1 + e_R X_1 + e_{R2} Y_1 \quad (1.18a)$$

$$0 = b_R \cdot (X_1 - v T_1) \quad \Leftrightarrow \quad X_1 = v T_1 \quad (1.18b)$$

であり、原点に光が戻る事象について

$$ct_2 = a_R c T_2 + e_R X_2 \quad (1.19a)$$

$$0 = b_R \cdot (X_2 - v T_2) \quad \Leftrightarrow \quad X_2 = v T_2 \quad (1.19b)$$

である。(1.18b) と (1.16)、および(1.18b) (1.19b) と(1.17) より、 T_2 を T_1 で表すと、

$$T_2 = 2T_1 \quad (1.20)$$

となり、これを (1.19b) に入れれば

$$X_2 = 2vT_1 \quad (1.21)$$

である。(1.15) (1.20) (1.21) と(1.19a) より

$$2ct_1 = 2a_R c T_1 + 2e_R v T_1 \quad (1.22)$$

であり、(1.18b) と (1.18a) より

$$ct_1 = a_R c T_1 + e_R v T_1 + e_2 Y_1 \quad (1.23)$$

であるから、両式を比較すると、

$$e_{R2} = 0 \quad (1.24)$$

となる。

同様にして、

$$e_{R3} = 0 \quad (1.25)$$

である。

Robertson の理論による座標変換の時計合わせパラメタ

$$e \equiv e_R(v) = -\frac{v}{c} a_R \quad e_2 \equiv e_{R2} = 0 \quad e_3 \equiv e_{R3} = 0$$

座標変換パラメタと計量の関係

では次に a_R b_R d_R と g_i の関係を考えよう。

S 系における光の伝播は(1.4) で表され、このとき x 軸と角度 θ をなす方向の光の速度は(1.5) と表せる。

一方、 Σ 系における光の伝播は、(1.2) より、

$$c^2 dT^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 \quad (1.26)$$

である。

座標変換の式(1.6) に Einstein の同期法を用いた e の表式 (1.14) (1.24) (1.25) を適用した以下の式

$$\begin{aligned} ct &= a_R(v) \cdot \left(cT - \frac{v}{c} X \right) \\ x &= b_R(v) \cdot (X - vT) \\ y &= d_R(v) Y \\ z &= d_R(v) Z \end{aligned} \quad (1.27)$$

を S 系における光の伝播の式(1.4) に代入すると

$$\begin{aligned} &g_0^2 a_R^2 \cdot \left(c^2 dT^2 - 2v dT dX + \frac{v^2}{c^2} dX^2 \right) \\ &= g_1^2 b_R^2 \cdot (dX^2 - 2v dX dT + v^2 dT^2) + g_2^2 d_R^2 dY^2 + g_2^2 d_R^2 dZ^2 \\ \Leftrightarrow &\left(g_0^2 a_R^2 + g_1^2 b_R^2 \frac{v^2}{c^2} \right) c^2 dT^2 \\ &= \left(g_1^2 b_R^2 - g_0^2 a_R^2 \frac{v^2}{c^2} \right) dX^2 + g_2^2 d_R^2 dY^2 + g_2^2 d_R^2 dZ^2 + 2v (g_0^2 a_R^2 - g_1^2 b_R^2) dX dT \end{aligned} \quad (1.28)$$

となり、 Σ 系における光の伝播の式に変換されたはずである。そこで、(1.26) と(1.28) を比較すると

$$g_0^2 a_R^2 - g_1^2 b_R^2 \frac{v^2}{c^2} = 1 \quad (1.29)$$

$$g_2^2 d_R^2 = 1 \quad (1.30)$$

$$g_0^2 a_R^2 - g_1^2 b_R^2 = 0 \quad \leftrightarrow \quad g_0^2 a_R^2 = g_1^2 b_R^2 \quad (1.31)$$

である。よって (1.29) と (1.31) より、

$$g_1^2 b_R^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = 1$$

$$\therefore \boxed{\begin{aligned} g_0 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{a_R} \equiv \gamma \frac{1}{a_R} \\ g_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{b_R} \equiv \gamma \frac{1}{b_R} \end{aligned}} \quad (1.32)$$

であり、(1.30) より、

$$\boxed{g_2 = \frac{1}{d_R}} \quad (1.33)$$

となる。ただし

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.34)$$

である。

1.3 Mansouri and Sexl の理論

Mansouri と Sexl は、特殊相対論の検証のため、光速に関する仮定を極力省いた 2 つの慣性系間の座標変換理論を発表した [6, 7, 8]。本節ではその理論を説明する。

1.3.1 M-S 理論での座標変換

$\Sigma(T, X, Y, Z)$ と $S(t, x, y, z)$ の間の座標変換が、次のような線形変換で表されるものとする⁷。

$$\begin{aligned} ct &= a_{\text{MS}}cT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \\ x &= b_{\text{MS}0}cT + b_{\text{MS}}X + b_{\text{MS}2}Y + b_{\text{MS}3}Z \\ y &= d_{\text{MS}0}cT + d_{\text{MS}1}X + d_{\text{MS}}Y + d_{\text{MS}3}Z \\ z &= h_{\text{MS}0}cT + h_{\text{MS}1}X + h_{\text{MS}2}Y + h_{\text{MS}3}Z \end{aligned}$$

1.1.2 項の前提条件を採用することで、これらの式は以下のように簡略化される。

$$ct = a_{\text{MS}}(v)cT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \quad (1.35a)$$

$$x = b_{\text{MS}}(v) \cdot (X - vT) \quad (1.35b)$$

$$y = d_{\text{MS}}(v)Y \quad (1.35c)$$

$$z = d_{\text{MS}}(v)Z \quad (1.35d)$$

このとき光速に関する仮定は未だ何らなされていないことに注意する⁸。ここで、

$a_{\text{MS}}(v)$: 時間の進み方の変化

$b_{\text{MS}}(v)$: v 方向の座標の間隔の変化

$d_{\text{MS}}(v)$: v 方向以外の座標の間隔の変化

のパラメタであり、理論的に決定される。例えば、Einstein の特殊相対性原理を採用すれば、

$$\begin{aligned} a_{\text{MS}}(v) &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ b_{\text{MS}}(v) &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ d_{\text{MS}}(v) &= 1 \end{aligned} \quad (1.36)$$

⁷通常用いられる式とは異なり、第 1 式の右辺に S 系の座標が入っている。このような表式を採用している理由は私には分からない。なお、これを標準的な表記に直すと、(1.63) 式のようなになる。

⁸Robertson 理論では、(1.3) 式のように計量を設定した時点で、光速の往復不変性が暗黙裡に仮定されていた。

となる。一方、

$$\epsilon, \epsilon_2, \epsilon_3 : S \text{ 内の } (x, y, z) \text{ にある時計の合わせ方}$$

のパラメタであり、これは S 系の時計合わせの方法によって、 $a_{MS} b_{MS} d_{MS}$ の関数として与えられる。例えば、時計合わせの方法として次項で述べるように Einstein の同期法 (1.1.3 項参照) を採用し、Einstein の特殊相対性原理を用いて $a_{MS} b_{MS} d_{MS}$ を上記(1.36) のように決めるならば、

$$\epsilon = -v \quad (1.37)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0 \quad (1.38)$$

となる。

1.3.2 時計の同期と時計合わせのパラメタ ϵ

相対性原理などの、系の物理的特徴の仮定とは全く独立に、時計合わせの方法を決めることができる。これによって、座標変換のパラメタのうち $\epsilon, \epsilon_2, \epsilon_3$ が、 $a_{MS} b_{MS} d_{MS}$ の関数として表記される。ここでは、1.1.3 項に挙げた Einstein の方法と slow clock transport 法の 2 つを考える。なお、Einstein の方法では、光速に関する制約が加わることに留意したい。

Einstein の同期法

1.1.3 項にあるように、この同期法では

仮定 S 系で、ある 2 点間を光が往復するとき、往路と復路で所要時間は変わらない

とする。

まず、 x 軸方向の時計合わせを行う。 S 系で原点から y 軸の正の方向に光を発射する事象を $S(0, 0, 0, 0)$ 、 $x = x_1$ に置いた鏡でその光が反射される事象を $(t_1, x_1, 0, 0)$ 、原点に光が戻ってくる事象を $(t_2, 0, 0, 0)$ とし、それぞれの事象に対応する Σ 系の事象を、 $\Sigma(0, 0, 0, 0)$ ($T_1, X_1, 0, 0$) ($T_2, X_2, 0, 0$) とする⁹。

S 系における光の伝播の仮定 (往路と復路で光速は等しい) より、

$$t_1 - 0 = t_2 - t_1 \quad \Leftrightarrow \quad t_1 = \frac{t_2}{2} \quad (1.39)$$

である。一方、 Σ 系での光の伝播を考えると、往路では

$$X_1 - 0 = c \cdot (T_1 - 0) \quad \Leftrightarrow \quad X_1 = c T_1 \quad (1.40)$$

であり、復路では

$$-(X_2 - X_1) = c \cdot (T_2 - T_1) \quad (1.41)$$

である。

このときの ϵ を求めるため、 S 系と Σ 系の対応する事象間の関係を考える。座標変換の式から、鏡で光を打ち返す事象について

$$c t_1 = a_{MS}(v) c T_1 + \epsilon x_1 \quad (1.42a)$$

$$x_1 = b_{MS}(v) \cdot (X_1 - v T_1) \quad (1.42b)$$

⁹光を発射する事象は、 $S(0, 0, 0, 0)$ である。1.1.2 項前提条件より、このとき Σ 系でも $\Sigma(0, 0, 0, 0)$ である。

であり、原点に光が戻る事象について

$$c t_2 = a_{\text{MS}}(v) c T_2 + \epsilon x_2 = a_{\text{MS}}(v) T_2 \quad (x_2 = 0) \quad (1.43a)$$

$$x_2 = 0 = b_{\text{MS}}(v) \cdot (X_2 - v T_2) \Leftrightarrow X_2 = v T_2 \quad (1.43b)$$

である。これらの式より、 ϵ_E の表式を求める。(1.39) (1.42a) (1.42b) (1.43a) より、

$$\frac{1}{2} a_{\text{MS}}(v) T_2 = a_{\text{MS}}(v) T_1 + \epsilon b_{\text{MS}}(v) \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right) T_1 \quad (1.44)$$

である。また、(1.43b) (1.40) と (1.41) より、

$$v T_2 - c T_1 = -c T_2 + c T_1 \Leftrightarrow T_2 = \frac{2 T_1}{1 + \frac{v}{c}} \quad (1.45)$$

である。これと、(1.44) より、

$$\frac{a(v)}{a_{\text{MS}} + \frac{v}{c}} = a_{\text{MS}}(v) + \epsilon b_{\text{MS}}(v) \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$\therefore \epsilon \equiv \epsilon_E = - \frac{\frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \cdot \frac{a_{\text{MS}}(v)}{b_{\text{MS}}(v)} \quad (1.46)$$

を得る¹⁰。つまり、Einstein の同期法を用いたときの時計合わせのパラメタ ϵ_E は、系の性質を仮定することで理論的に決まるパラメタ $a_{\text{MS}}(v)$ $b_{\text{MS}}(v)$ によって書くことができる。

なお、1.2.3 項と同様の議論により、

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0 \quad (1.47)$$

であることが分かる。

Slow clock transport 法

次に、1.1.3 項で挙げた、slow clock transport 法による時計合わせをする場合を考える。

時計合わせ用の基準時計の座標を x_{clock} とすると、

$$x_{\text{clock}} = ut \quad (1.48)$$

である。これを、座標変換の式(1.35b)に代入して、 $\frac{u}{c}$ の 2 次以上の項を無視すると、 Σ 系からみた基準時計の座標 X_{clock} と速度 w_{clock} は、

$$\begin{aligned} X_{\text{clock}} &= T \cdot \left[\frac{a_{\text{MS}} u}{b_{\text{MS}} \cdot \left(1 - \epsilon \frac{u}{c}\right)} + v \right] \\ &\simeq T \cdot \left[\frac{a_{\text{MS}}}{b_{\text{MS}}} \cdot u \cdot \left(1 + \epsilon \frac{u}{c}\right) + v \right] \\ &\simeq T \cdot \left(\frac{a_{\text{MS}}}{b_{\text{MS}}} \cdot u + v \right) \equiv w_{\text{clock}} T \end{aligned} \quad (1.49)$$

$$\therefore w_{\text{clock}} = \frac{a_{\text{MS}}}{b_{\text{MS}}} \cdot u + v \quad (\Sigma \text{系における、基準時計の速度}^{11}) \quad (1.50)$$

となる。

¹⁰ 添え字の E は Einstein の E

¹¹ この具体的な表式は、ここでは実は不要。

さて、基準時計に貼り付いた系 S' を考える。時計は、 S' 系の原点にあるとする。(1.35a) より

$$c t'_{\text{clock}} = c t'|_{x'=0} = a_{\text{MS}}(w) c T \quad (1.51)$$

である。

ここで、重要な仮定をする。

仮定 $\frac{u}{c} \ll 1$ であるため、 t' と t とのずれは微少であり、これを無視して $t = t'$ とすることが出来る。

これにより、(1.35a) (1.35b) において、(1.51) 式を用いて $t = t' = a_{\text{MS}}(w) T$ とする、つまり x 軸上のそれぞれの時計を、基準時計がその前を通った瞬間に指していた時刻に合わせると、

$$a_{\text{MS}}(w) T = a_{\text{MS}}(v) T + \epsilon(v) \frac{x}{c} \quad (1.52)$$

$$x = b_{\text{MS}}(v) \cdot (X - vT) \quad (1.53)$$

(1.49) を(1.53) に代入して、

$$\begin{aligned} x_{\text{clock}} &= b_{\text{MS}}(v) \cdot (wT - vT) \\ &= b_{\text{MS}}(v) \cdot (w - v) T \\ &= b_{\text{MS}}(v) \cdot \frac{a_{\text{MS}}(v)}{b_{\text{MS}}(v)} \cdot u T \\ &= u a_{\text{MS}}(v) T \end{aligned} \quad (1.54)$$

(1.52) の x に、(1.54) の x_{clock} を代入すると、

$$\begin{aligned} a_{\text{MS}}(w) c T &= a_{\text{MS}}(v) c T + \epsilon(v) b_{\text{MS}}(v) \cdot (w - v) T \\ \Leftrightarrow \epsilon(v) &= \frac{a_{\text{MS}}(w) - a_{\text{MS}}(v)}{w - v} \cdot \frac{c}{b_{\text{MS}}(v)} \end{aligned}$$

$$\therefore \epsilon \equiv \epsilon_T = \frac{c}{b_{\text{MS}}(v)} \cdot \frac{da_{\text{MS}}(v)}{dv} \quad (1.55)$$

となる¹²。

なお、ここでも

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0 \quad (1.56)$$

であるが、煩雑になるので導出は省略する。

2つの同期法の関係

上に挙げた2つの同期法が同値になるのは、

$$a_{\text{MS}}(v) = \frac{1}{b_{\text{MS}}(v)} = \alpha \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\alpha \text{ は定数}) \quad (1.57)$$

のときのみであることが、 $\epsilon_E = \epsilon_T$ とおくことにより簡単に示せる。すなわち、M-S 理論において、Einstein の同期法と slow clock transport 同期法が同値になるのは、特殊相対性原理 (第 1.1.1 項 (p7) 参照) を導入した場合のみである。

¹²添え字の T は transport の T

1.3.3 M-S 理論による S 系での光速

S 系で、 xy 平面内を x 軸から角度 θ の方向に光が飛んでいるとすると、

$$\begin{aligned}x &= c(\theta) t \cos \theta \\y &= c(\theta) t \sin \theta \\z &= 0\end{aligned}$$

である。これを(1.35)に代入し、 T 、 X 、 Y 、 Z について解き、その結果を Σ 系での光の伝播を表す式

$$cT^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \quad (1.58)$$

に代入すると、S における θ 方向の光速の表式を得る (長い式であるため、ここでは省く)。

ここで、 a_{MS} b_{MS} d_{MS} について、

要請 1 v の向きによらず、大きさのみに依存 $\Leftrightarrow v$ の偶関数

要請 2 $v \rightarrow 0$ で、 $(T, X, Y, Z) \rightarrow (t, x, y, z) \Leftrightarrow \lim_{v \rightarrow 0} (a_{\text{MS}}, b_{\text{MS}}, d_{\text{MS}}) = (1, 1, 1)$

とすると、

$$\begin{aligned}a_{\text{MS}}(v) &= 1 + \alpha \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^2 + O\left(\left(\frac{v}{c}\right)^4\right) \\b_{\text{MS}}(v) &= 1 + \beta \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^2 + O\left(\left(\frac{v}{c}\right)^4\right) \\d_{\text{MS}}(v) &= 1 + \delta \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^2 + O\left(\left(\frac{v}{c}\right)^4\right)\end{aligned} \quad (1.59)$$

と展開できる。

Einstein の同期法の場合

ϵ_{E} の式(1.46) を、S における θ 方向の光速の式に代入すると、Einstein の同期法を用いた M-S 理論の光速 $c_{\text{MS E}}(\theta)$ は¹³、

$$c_{\text{MS E}}(\theta) = c \cdot \frac{b_{\text{MS}}}{a_{\text{MS}}} \cdot \frac{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}{\sqrt{\cos^2 \theta + \left(\frac{b_{\text{MS}}}{d_{\text{MS}}}\right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \sin^2 \theta}} \quad (1.60)$$

である。Einstein の同期法で時計合わせをしたため、 $c(\theta + \pi) = c(\theta)$ となっている。

$\frac{v}{c}$ で展開するために、これに(1.59)を代入すると、

$$c_{\text{MS E}}(\theta) = c \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{2} + \delta - \beta\right) \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin^2 \theta - (1 + \alpha - \beta) \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right] \quad (1.61)$$

となる。Einstein の同期法で時計合わせをしたため、 $\frac{v}{c}$ の 1 次の項は存在しない、すなわち v の向きによらない式となっている。

(1.61) の右辺第 2 項は、角度 θ に対する、光速の依存性を表す。そこで、 $\frac{1}{2} + \delta - \beta$ が **M-S 理論において空間の異方性を表すパラメタ**となる。なお、右辺第 3 項は、系の絶対静止系に対する速度に対する、光速の依存性を表す¹⁴。

特に特殊相対性理論の場合は、S 系においても光速不変の原理が成り立つから、各パラメタは $\beta - \delta = \frac{1}{2}$ 、 $\beta - \alpha = 1$ となるはずである。

¹³添え字の E は Einstein の E

¹⁴これを検証する実験として、Kennedy-Thorndike タイプの実験がある。[10][11]

Slow clock transport 同期法の場合

(1.55) と (1.59) を S における θ 方向の光速の式に代入すると、slow clock transport 法を用いた M-S 理論の光速 $c_{\text{MS T}}$ は、

$$c_{\text{MS T}}(\theta) = c \cdot \left[1 - \frac{v}{c} \cdot (1 + 2\alpha) \cos \theta + O\left(\left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \right] \quad (1.62)$$

となる¹⁵。この時計合わせ法を用いると、 $\alpha \neq -\frac{1}{2}$ ならば、 $c(\theta + \pi) \neq c(\theta)$ 、つまり、光速が往路と復路で異なる可能性が考えられることになる¹⁶。

1.4 Robertson 理論と M-S 理論の関係

Robertson の理論と、M-S 理論に Einstein の同期法を適用したものとは、同値のはずである。そこで Robertson の計量 g_0, g_1, g_2 と、M-S 理論において Einstein の同期法を用いた場合のパラメータ $a_{\text{MS}}, b_{\text{MS}}, d_{\text{MS}}$ との関係を求める。

M-S 理論の座標変換の式(1.35)を、通常用いるような $(cT, X, Y, Z) \rightarrow (ct, x, y, z)$ という変換の式に変形すると、

$$\begin{aligned} ct &= \left(a_{\text{MS}} - \epsilon b_{\text{MS}} \frac{v}{c} \right) cT + \epsilon_T b_{\text{MS}} X + \epsilon_2 d_{\text{MS}} Y + \epsilon_3 d_{\text{MS}} Z \\ x &= b_{\text{MS}} \left(X - \frac{v}{c} cT \right) \\ y &= d_{\text{MS}} Y \\ z &= d_{\text{MS}} Z \end{aligned} \quad (1.63)$$

となる。ここで、Robertson の理論では、光速が往路と復路で変わらないことを暗黙の裡に仮定している (11 ページ) ので、条件を合わせるために、 ϵ には Einstein の同期法を用いた場合の表式(1.46) (1.47) を採用すると、(1.63) は、

$$\begin{aligned} ct &= a_{\text{MS}} \gamma^2 \cdot \left(cT + \frac{v}{c} X \right) \\ x &= b_{\text{MS}} \left(X - \frac{v}{c} cT \right) \\ y &= d_{\text{MS}} Y \\ z &= d_{\text{MS}} Z \end{aligned} \quad (1.64)$$

となる。ただし、

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (1.65)$$

である。通常用いられる変換式(1.27)と比較すると、

$$\begin{aligned} a_{\text{MS}} \gamma^2 &= a_{\text{R}} \\ b_{\text{MS}} &= b_{\text{R}} \\ d_{\text{MS}} &= d_{\text{R}} \end{aligned} \quad (1.66)$$

¹⁵(1.59) を代入する前の式、すなわち $a_{\text{MS}}, b_{\text{MS}}, d_{\text{MS}}$ で光速を表した式は、複雑なのでここには掲載しない。

¹⁶Zhang[9] は、光速が往復で異なることは実験的には観測不可能であると主張している。

となる。これを (1.32) (1.33) に代入すると、M-S 理論において Einstein の同期法を採用した場合のパラメタ a_{MS} b_{MS} d_{MS} と Robertson の計量 g_0 g_1 g_2 との関係が

$$\begin{aligned} g_0 &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{a_{\text{MS}}} \\ g_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{b_{\text{MS}}} \\ g_2 &= \frac{1}{d_{\text{MS}}} \end{aligned} \quad (1.67)$$

であることが分かる。

1.5 等方性検証のための指標と、関連する観測量

光速の等方性検証のためには、光速の変化を敏感に反映する実験装置が必要である。よく利用されるのは、一定距離の 2 点間を光が往復する時間を、光の干渉を用いて測定する方法である。ここでは、Michelson 干渉計を用いる実験と、光共振器を用いる実験の 2 例について、絶対静止系に対する装置の速度 $\vec{v}$ の方向からの角度が 0 rad と $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ の 2 方向の光速の差を $\frac{\pi}{2}$ 方向の光速 $c(\frac{\pi}{2})$ で規格化した値

$$\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} \quad (1.68)$$

を等方性検証のための指標として採用できることを示し、これと観測量との関係を示す。さらにこの指標と Robertson 計量および M-S 理論パラメタとの関係を示す。

1.5.1 Michelson 干渉計を用いる場合

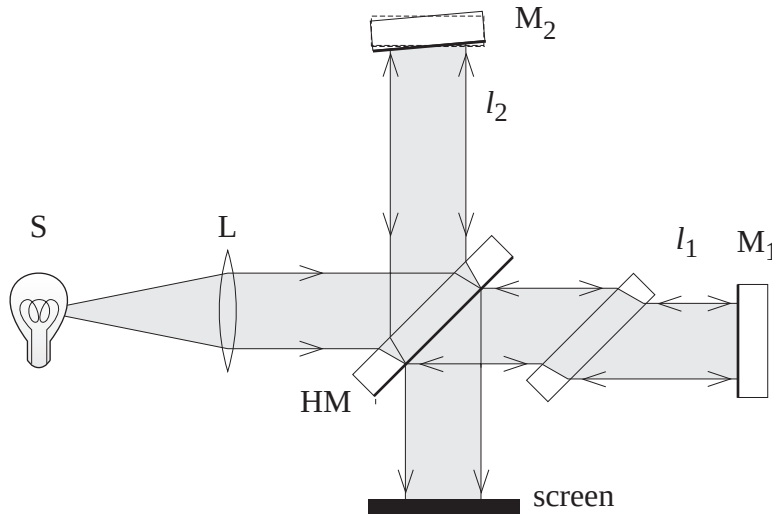


図 1.4: Michelson 干渉計

Michelson 干渉計は、直交する 2 つの腕を通して結合した光の干渉縞から、2 つの腕の光路差を、それぞれの腕に入っている光の波長の数の差として測定する装置である¹⁷。

¹⁷ 詳しくは補遺 A 参照。

直交する 2 本の腕の長さがそれぞれ l_1, l_2 であるような Michelson 干渉計を考える。それぞれの方向の光の波長を、 λ_1, λ_2 とする。

このとき、直交する 2 本の光路には、それぞれ $\frac{2l_1}{\lambda_1}$ 個、 $\frac{2l_2}{\lambda_2}$ 個の波が含まれていることになる。図 1.4 のように、 M_2 を紙面に垂直な軸のまわりにごくわずかに傾けておくと、2 本の腕から来た光の間の位相差に、スクリーン上で紙面方向の変化が生じる。位相差 2π の位置には明縞ができ、 π の位置には暗縞ができる。そこである方向 θ に装置を向けて干渉縞を観測してから、全体を $\pm 90^\circ$ だけ回転させて同様の観測をする¹⁸。この間、直交する 2 本の腕の方向の波長に変化があれば干渉縞の位置が移動する。この位置のずれを、干渉縞の間隔で規格化する¹⁹。これにより直交する 2 方向に含まれる波長数の差の変化を得ることができる。 $\pm 90^\circ$ の回転の間の干渉縞のずれの最大値が、「直交する 2 方向の光速の差の最大値」に対応することになる。

干渉縞のずれた本数 Δn [単位：波長] が最大になったときの回転角を θ としたとき、

$$\Delta n = \left| \frac{2l_2}{\lambda(\theta + \frac{\pi}{2})} - \frac{2l_1}{\lambda(\theta)} \right| \quad (1.69)$$

である。 $l_1 = l_2 \equiv l$ ならば、両辺を $2l$ で割り、 $\lambda(\theta)$ をかけて、

$$\begin{aligned} \frac{\lambda(\theta)}{2l} \Delta n &= \left| \frac{\lambda(\theta)}{\lambda(\theta + \frac{\pi}{2})} - 1 \right| \\ &= \left| \frac{f\lambda(\theta)}{f\lambda(\theta + \frac{\pi}{2})} - 1 \right| \\ &= \left| \frac{c(\theta)}{c(\theta + \frac{\pi}{2})} - 1 \right| \end{aligned}$$

である。ここで、Robertson 理論での光速の式(1.5) および M-S 理論での光速の式(1.60) より、いずれの理論においてもこの値が最大になるのは $\theta = 0$ のときである²⁰。以上より、光速の**異方性の指標**²¹として、

$$\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} = \frac{\lambda(0)}{2l} \Delta n \quad (1.70)$$

を採用することができる。

なお現実の実験では、式(1.70)の右辺の $\lambda(0)$ を正確に知ることはできないが、ある近似的な波長 λ_{typ} を用いても、異方性の指標の精度に影響はない²²。そこで、実際には

$$\boxed{\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c_{\text{typ}}} = \frac{\lambda_{\text{typ}}}{2l} \Delta n} \quad (1.71)$$

を、異方性の指標として用いることになる。

1.5.2 光共振器を用いる場合

²³実験系 S の、絶対静止系 Σ に対する運動方向から角度 θ だけ傾いて設置されている長さ l の光共振器に、速度 $c(\theta)$ の光が共振するときの共振周波数 $f(\theta)$ は、

$$f_{\text{reso}}(\theta) = \frac{nc(\theta)}{2l} \quad (n \text{ は自然数}) \quad (1.72)$$

¹⁸我々は時刻の定義をするために光速が往復で等値であることを仮定しなければならないため、 $\pm 90^\circ$ の回転ですべての方向を測定できる。

¹⁹この計算は、直交する 2 方向の光路長差の回転による変化を、光の波長によって規格化することに相当する。

²⁰2 つの理論は光速の往復不変性を仮定すれば同値なのだから、同じことを予言するのは当然である。

²¹「等方性の検証」とは、「異方性の測定」をしてそれが 0 であることを示すことである。

²²左辺を見ると、 $c(0) - c(\frac{\pi}{2})$ 、すなわち直交する 2 方向の光速の差に比例している。これは「0 であってほしい量」であるから、左辺の精度は右辺の最上桁が小数点以下何桁であるかというところで判断される。すなわち、オーダーが重要なのであって、右辺の量のファクターを高精度で知っている必要はない。

²³詳しくは第 2 章を参照。

である。光共振器の向き θ を変化させていくと、光速 $c(\theta)$ の変化に伴って共振周波数が変化する。光共振器を半回転²⁴する間の共振周波数の最大変化量 $f_{\text{p-p}}$ は、

$$\begin{aligned} f_{\text{p-p}} &= (f_{\text{max}} - f_{\text{min}}) \\ &= \frac{n}{2l} \cdot (c_{\text{max}} - c_{\text{min}}) \end{aligned} \quad (1.73)$$

である。 $c(\theta)$ に関して、Robertson の理論の表式(1.5) でも、M-S 理論の表式(1.60) でも、

$$\begin{cases} c(\theta)_{\text{max}} = c(0) \\ c(\theta)_{\text{min}} = c(\frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} c(\theta)_{\text{max}} = c(\frac{\pi}{2}) \\ c(\theta)_{\text{min}} = c(0) \end{cases} \quad (1.74)$$

であるから、

$$f_{\text{p-p}} = \frac{n}{2l} |c(0) - c(\frac{\pi}{2})| \quad (1.75)$$

である。これを、 $f(\frac{\pi}{2})$ で規格化すると、(1.72) より、

$$\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} = \frac{f_{\text{p-p}}}{f(\frac{\pi}{2})} \quad (1.76)$$

となる。

すなわち、共振器を $\vec{v}$ の方向から回転させるときの共振周波数変化の全幅が、空間の等方性検証に必要な値である。図 1.3 から分かるように、光速が最大になる方向と最小になる方向の角度差は 90° であり、角度 0 でどちらかの値をとるのだが、実験系では角度 0 の方向が分からないため、適当に回転させることになる。すると、最大値と最小値を確実に含めるには、 180° の回転が必要になる。よって、**共振器を $\vec{v}$ に対して周波数 f_{rot} で回転させたときの、周波数 $2f$ の共振周波数変化²⁵の peak-to-peak 振幅が、空間の等方性を観測によって検証するときの指標となる。**

なお、実際の観測に際しては、ある安定な周波数 f_{ref} である参照信号とのビートをとって、周波数カウンタで観測可能な周波数へとダウンコンバートした周波数 $|f_{\text{reso}} - f_{\text{ref}}|$ を取得することになる。観測できるビート周波数の最大変化量 $f_{\text{beat p-p}}$ は、

$$\begin{aligned} f_{\text{beat p-p}} &= |[f(0) - f_{\text{ref}}] - [f(\frac{\pi}{2}) - f_{\text{ref}}]| \\ &= |f(0) - f(\frac{\pi}{2})| \end{aligned} \quad (1.77)$$

であり、回転する共振器の共振周波数の最大変化量、すなわち等方性の指標の式(1.76)の分子と一致する。しかし、(1.76)の分母の $f(\frac{\pi}{2})$ は、それが共振周波数の最大値に対応するのか、最小値に対応するのか分からない(式(1.74)) ことと、参照周波数 f_{ref} の値を知ることができないことの2つの理由により、観測値から求めることはできない。ただし、絶対静止系における真空の光速 c と、使用している光の「典型的な」波長 λ_{typ} から求められる典型的な周波数 $f_{\text{typ}} = \frac{c}{\lambda_{\text{typ}}}$ を用いても、等方性の指標の精度には影響しない²⁶。よって、観測値から得られる**異方性の指標**としては、

$$\boxed{\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} \simeq \frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c_{\text{typ}}} = \frac{f_{\text{beat p-p}}}{f_{\text{typ}}}} \quad (1.78)$$

を用いることになる。

²⁴我々は光速が往復で等しいという仮定の下で時計合わせをし、実験を行うため、半回転で全方向の光速を測定できる。

²⁵我々は光速が往路と復路で等しいという仮定の下で実験を行うため、半回転で全方向の光速を測定できる。よって共振器の 360° 回転は、光速の測定 2 周分に相当する。

²⁶23 ページの注と同様、重要なのは分子と分母のオーダーの差であって、分子と分母のファクターは重要ではない。

1.5.3 各理論のパラメタによる異方性の指標の表記

Michelson 干渉計を用いる場合、光共振器を用いる場合ともに、異方性の指標として

$$\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})}$$

を採用した。これを、Robertson 理論および M-S 理論のパラメタを用いて表記することを考える。

Robertson の計量による表記

(1.68) に、Robertson の計量を用いた $c(\theta)$ の式(1.5)を代入すると、 $c_R(0) = c \cdot \frac{g_0}{g_1}$ 、 $c_R(\frac{\pi}{2}) = c \cdot \frac{g_0}{g_2}$ より、

$$\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} = \left| \frac{g_2}{g_1} - 1 \right| \quad (1.79)$$

である²⁷。

M-S パラメタによる表記

(1.68) に、M-S の理論で Einstein の同期法を用いたときの $c(\theta)$ の式(1.60)を代入すると (あるいは、(1.79)に(1.67)を代入すると)、

$$\frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} = \left| \frac{b_{MS}}{d_{MS}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - 1 \right| \quad (1.80)$$

である。また、ここに b_{MS} 、 d_{MS} の展開式(1.59)を代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{|c(0) - c(\frac{\pi}{2})|}{c(\frac{\pi}{2})} &\simeq \left| \frac{1 + \beta \cdot (\frac{v}{c})^2}{1 + \delta \cdot (\frac{v}{c})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - 1 \right| \\ &\simeq \left| \left(1 + \beta \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \cdot \left(1 - \delta \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) - 1 \right| \\ &\simeq \left| \frac{1}{2} + (\delta - \beta) \right| \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^2 \end{aligned} \quad (1.81)$$

となる。右辺の係数 $\frac{1}{2} + \delta - \beta$ は、M-S 理論における光速の展開式(1.61)に現れており、M-S 理論ではこの係数を異方性の指標としている [8]²⁸。

1.6 過去の検証実験

これまでに行われた空間の等方性検証実験のうち、最初のものである Michelson-Morley の実験 [1] と、最高精度のものである Brillet-Hall の実験の結果を述べる²⁹。

²⁷Brillet と Hall は異方性の指標として、右辺の計量を用いた表式を採用している [3]。光速を用いた表式と全く等しいので、どちらを採用するかは好みの問題であると私は考える。

²⁸このとき、実験結果からこれを求めるためには v を知らなくてはならない。Mansouri と Sexl は CMB の当時の観測結果から $v = 300\text{km/s}$ を用いている。しかし左辺そのままの光速を用いた指標を採用したほうが余程理解が容易であるため、わざわざ M-S の指標を採用することの意義はないと私は考える。

²⁹なおここに挙げるタイプの実験の他に、特殊相対論の検証実験としては Kennedy-Thorndike タイプの実験 [10][11] がある。しかし、これは S の Σ に対する速度 $\vec{v}$ による、光速の変化を測定する実験であり、今回の実験とは目的が異なる。ただし、特殊相対論の検証という観点では、今回の実験とは互いに相補的な関係にあり、重要である。

1.6.1 Michelson-Morley の実験 (1887)

Michelson と Morley は、「エーテル」に対する地球の速度を測定する実験を、1887 年に行った [1]。この実験は、Michelson 干渉計を用いた実験 (本章第 1.5.1 項参照) であり、干渉計の腕の長さ $l = 11\text{m}$ 、用いた光の波長 $\lambda = 6 \times 10^{-7}\text{m}$ であった。実験の結果、回転に伴う干渉縞のずれは、実験誤差を考慮しても、

$$\Delta n < 0.005 \quad (1.82)$$

であった。これを式(1.71) に代入すれば、異方性の指標は

$$\left| \left| \frac{g_2}{g_1} \right| - 1 \right| \sim \left| \frac{c_{\parallel} - c_{\perp}}{c_{\text{typ}}} \right| = 1 \times 10^{-10} \quad (1.83)$$

であったことになる。

1.6.2 Brillet-Hall の実験 (1979)

Michelson-Morley の実験以後、「エーテルと地球の相対速度」を検出しようとするさまざまな実験がなされたが、遂に有効な結果を得ることはなく、これらの実験は、「光速の異方性を検出する実験」であると考えられるようになった。光干渉計を用いた実験のうち、光速の等方性を現在までで最も高精度に検証したのは、Brillet と Hall によって 1979 年に行われたものである [3]。これは光共振器を用いるタイプの実験 (第 1.5.2 項参照) であった。実験の結果、得られた異方性の指標は

$$\left| \left| \frac{g_2}{g_1} \right| - 1 \right| \sim \frac{c_{\parallel} - c_{\perp}}{c_{\text{typ}}} = (3 \pm 5) \times 10^{-15} \quad (1.84)$$

であった。

我々の開発している実験装置の原理 (第 2 章参照) は、この Brillet-Hall の実験のそれと同じである。Brillet-Hall の実験ではなされなかった雑音抑制機構 (温度安定化、離散的回転、傾き雑音の除去) を加え、またより高安定な共振器を採用することで、さらに高精度の検証を目指す。

第2章

空間の等方性検証実験の原理

本章ではまず空間の等方性検証実験の原理を説明する。さらにそれを満たすような実験システムの概要を説明し、雑音の見積もりをする。

2.1 等方性検証実験の原理

「光速の等方性の検証」とは、光速の異方性を測定して、その上限値を与えることである。したがって、光速自体を直接測定できるならば、最も簡潔に光速の等方性検証を行える。しかし、それは不可能であるから、光速に対応する何らかの物理量を測定することになる。このとき、光速と何らかの式で結びつく、長さの次元を持つ量と時間（もしくは周波数）の次元を持つ量が得られれば、光速を計算できる。ここでは、長さの量を定数とみなすことができ、周波数だけを測定して光速を得られる測定装置を考える。

2.1.1 素朴な方法—理想的な装置が得られる場合—

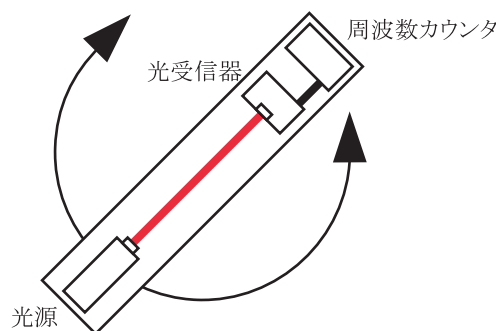


図 2.1: 理想的な装置が存在する場合の方法

発振波長 λ_{ideal} が超高安定な光源と、超広帯域 ($\sim$ 光源の発振周波数) $\cdot$ 超高分解能 ($\sim$ (発振周波数) $\times$ (目標感度)) の周波数測定装置があるならば、図 2.1 のように、方向を変化させながら周波数 f を測定して、 $c = f\lambda_{\text{ideal}}$ により、様々な方向の光速を得ることができる。

現実には、発振波長が超高安定な光源は存在しない。また、ここで要求されるような周波数測定装置も存在しない。したがって、この方法は実現できない。

2.1.2 実際の実験方法への一歩—波長の安定化—

光の発振波長を超高安定化することができれば、発振周波数が光速の変化だけを反映して変化ようになる。したがって周波数の測定が光速の測定に対応することになる。

その装置として、ここでは光共振器を用いる。光共振器の長さ l_{cav} とそれに共振する光の波長 λ_{reso} には、 n を整数として、

$$n\lambda_{\text{reso}} = 2l_{\text{cav}}$$

という関係が成り立つ。すなわち、共振状態では光の波長は光共振器の長さによって決定される。このとき、共振周波数 f_{reso} は、共振器内での光速を c_{cav} 、共振波長 λ_{reso} とすると、

$$f_{\text{reso}} = \frac{c_{\text{cav}}}{\lambda_{\text{reso}}} = \frac{nc_{\text{cav}}}{2l_{\text{cav}}}$$

という関係になる。光を共振器に共振させることは、発振周波数をこの共振周波数に合わせることに同値である。

したがって、光の周波数を共振器の共振周波数に常に一致させる（「光を共振器に周波数ロックする」という）ことができ、かつ共振器長を超高安定に保持することができれば、共振周波数が光の速さに 1:1 で対応することになる。つまり、

光の速度を測定する ⇔ 長さが超高安定な光共振器に周波数ロックした光の周波数を測定する

ということになる。よって、図 2.2 のような実験装置が考えられる。共振器の方向を変えて共振周波数を測定することにより、方向による光速の変化の有無を調べることができ、光速の等方性を検証することができる。

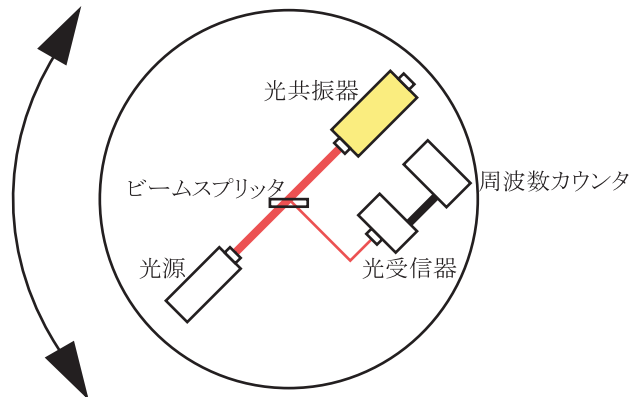


図 2.2: 等方性検証実験の最も単純な方法

しかしこれでは 2.1.1 項で述べた周波数測定に関する問題は解決されない。したがってこの方法は実際には不可能である。

2.1.3 現実的な実験方法—ヘテロダイン検波

いま測定しようとしているのは、方向による光速の変化という、存在しないと考えられている量である。図 2.2 の方法では、光の周波数の超広帯域・超高分解能測定をしなければならないが、実際にはその条件を満たす測定装置は現在存在しない。そのため図 2.2 の配置で空間の等方性を検証することは、現在のところ不可能である。

そこで、光の周波数を下げて観測を容易にするために、図 2.3 のように、ヘテロダイン検波（異なる 2 つの光の干渉光を観測すること）という技法を用いる。測定したい光（周波数 f ）と、周波

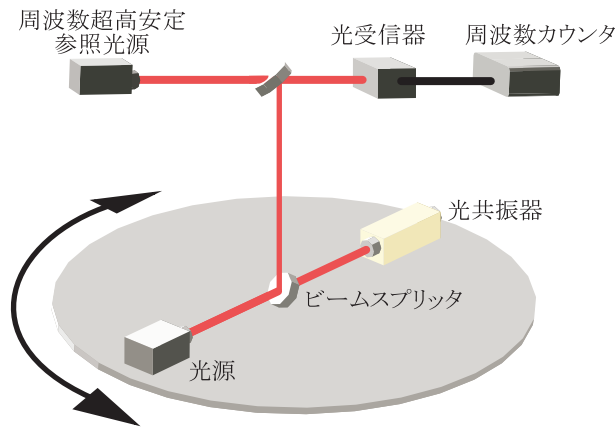


図 2.3: 等方性検証実験の概念図

数が高安定な参照光 (周波数 $f_0 = \text{Const.}$) とを干渉させると、周波数をダウンコンバートできる (観測周波数 $f_{\text{beat}} = f - f_0$)。このように2つの光のビートをとることで、観測する周波数を既存の周波数測定器による測定が可能な周波数帯域にする。周波数が低くなる一方、回転に伴う周波数変動 (これが測定したい物理量) は変化しない¹ので、分解能に対する要求が緩和される。こうして、回転に伴う周波数の変動を f の f_0 付近の変動として精度よく取り出すことができる。

干渉させると光速の絶対値を得ることはできなくなるが、方向に依存する光速の相対変化は観測可能であるため、光速の等方性検証をするには十分である。

ただし、参照光の周波数変動が、測定しようとする周波数変動より小さいことが、この測定法が成り立つ絶対条件であることに注意しなければならない。

2.2 本実験の装置構成

2.2.1 実験システム設計概念

前の2項の考察から、以下のような実験システムを考えることができる。

- 2つの異なる光を用いる。
- 一方の光の周波数を、長さ標準となる光共振器に対してロックする。
- もう一方の光を、周波数ダウンコンバートのための参照光として用いる。
- それぞれの光を取りだして干渉させて、ビート周波数を測定する。
- 長さ標準とする光共振器の回転に伴うビート周波数の変化から、光速の異方性の指標を得る。

このとき、実験装置は以下の条件を満たしていなければならない。

- 光速測定用光共振器 (長さの標準となる) の長さが高精度で一定であること。
- 測定光の周波数が高精度で光共振器の共振周波数にロックされること。
- 参照光の周波数が高精度 (光速測定光の周波数ロックの安定度と同等程度) で一定であること。

¹ただし参照光の安定度の範囲内において、である。

2.2.2 本実験の装置構成概要

上記の条件を実現する実験装置として、本実験では図 2.4 のような構成をとる。

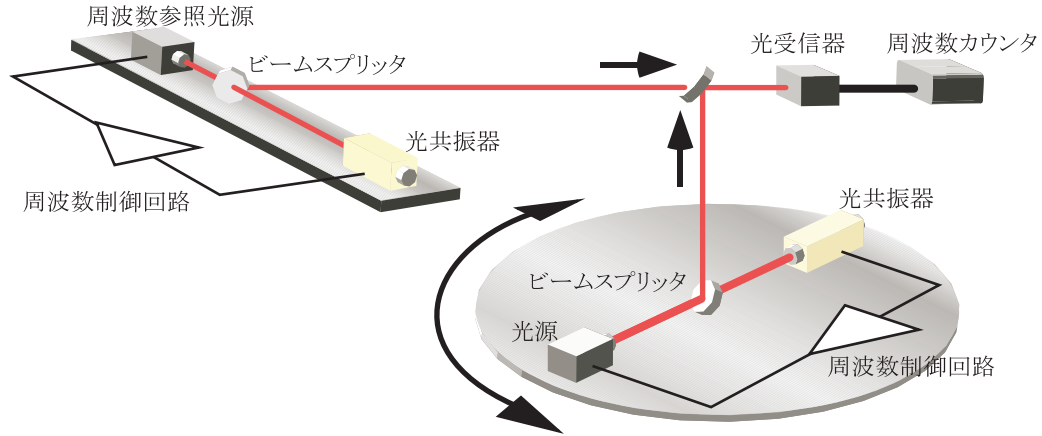


図 2.4: 本実験の装置構成概念図

Nd-YAG レーザーを、Fabry-Perot 共振器 (補遺 B 参照) に、Pound-Drever-Hall 法 (補遺 C 参照) によって周波数ロックする。共振器は、真空槽内に設置されることで空気揺らぎを除かれ、温度制御と傾き制御 (3.2.4 項、3.2.5 項において詳述) によって、長さを超高安定に保持される。共振器の共振周波数は $f_{\text{reso}} = \frac{c_{\text{cav}}}{\lambda_{\text{reso}}} = \frac{nc_{\text{cav}}}{2l_{\text{cav}}}$ であるから、長さが一定ならば、共振器に周波数ロックされたレーザの発振周波数は光速と 1:1 に対応することになる。また、共振器の向きを変えなければ、それに周波数ロックされたレーザは周波数の一定な周波数参照用レーザとして用いることができる。これらにより、同じ構成の装置 2 つで、光速のみを敏感に反映する光速反映用レーザと、超高安定な周波数参照用レーザが実現される。

ヘテロダイン検波 (第 2.1.3 項) をするため、それぞれのレーザ光の一部を、(反射量):(透過量) = 1:9 のビームスプリッタを用いて取り出し、これらを別のビームスプリッタによって結合し干渉させる。これによって、光の周波数を観測しやすい帯域まで落とすことができる。ビート光を光受信器 (photo receiver) を用いて検出し、受信器の出力信号周波数を周波数カウンタを用いて観測する。

光速反映用光共振器は、 $\pm 180^\circ$ の回転をする。これにより、すべての方向における光共振器の共振周波数測定、すなわちすべての方向の光速測定をすることができる²。

系の絶対静止系に対する速度 $\vec{v}$ の方向からの共振器の角度を θ 、 θ 方向の共振周波数を $f_{\text{reso}}(\theta)$ 、周波数参照用光共振器の向きを θ_0 とすると、観測されるビート周波数 $f_{\text{beat}}(\theta)$ は、

$$f_{\text{beat}}(\theta) = f_{\text{reso}}(\theta) - f_{\text{reso}}(\theta_0) \quad (2.1)$$

であるから、式(1.78)で定義された異方性の指標は、

$$\frac{g_2}{g_1} - 1 \sim \frac{f_{\text{beat}}(0) - f_{\text{beat}}(\frac{\pi}{2})}{f_{\text{typ}}} \quad (2.2)$$

で得ることができる。実際にはある瞬間の θ を知ることは不可能であるが、式(1.74)より、 $f_{\text{beat}}(0)$ 、 $f_{\text{beat}}(\frac{\pi}{2})$ は、共振器を回転するときのビート周波数の最大値、最小値のいずれかに対応することが分かる。すなわち、ビート周波数変動の Fourier 成分のうち、共振器の 180° 回転と同期するも

²光速は往路と復路で不変であるという仮定の下に構築された理論を用いて解析するため、本来は $\pm 90^\circ$ で必要十分である。

の peak-to-peak 振幅が、指標の分子に対応する。さらに分母の f_{typ} として、波長 1064nm の赤外線真空中での周波数を用いると、結局この実験では異方性の指標は

$$\left| \frac{g_2}{g_1} - 1 \right| = \frac{|f_{\text{beat}|_{\text{min}}} - f_{\text{beat}|_{\text{max}}}|}{f_{1064\text{nm}}} \quad (2.3)$$

で得られることが分かる。

2.3 雑音

2.3.1 雑音の種類と抑制目標

本実験での「雑音」とは、観測されるビート周波数の、空間の異方性以外の要因による変動である。前節で説明した実験システムでどのような雑音が起こりうるのか、またそれを防ぐには如何なる対策をすればよいかを考える。

雑音の種類

雑音には以下のようなものが考えられる。ただし、 f_{rot} とは、共振器の回転周波数 (1/360° 回転の時間) のことである。

雑音の種類	f_{rot} との関係
共振器長の変化による共振周波数変化 ・回転に伴う共振器の傾きの変化による、共振器長の伸縮 ・共振器の回転速度変化に伴う遠心力の変化による、共振器長の伸縮 ・共振器温度の変化による、共振器長の伸縮 ・共振器のスペーサ材料の経時変形による、共振器長の伸縮 ・共振器内部の空気揺らぎによる、実効的な共振器長の伸縮	f_{rot} 同期?
その他、共振器に関わる雑音 ・光軸と共振器の固有モード軸のミスアラインメントによる、TEM₀₀ モード以外の高次モードの混入に伴う周波数変化	同期?
制御の不具合による、レーザ発振周波数の共振周波数からのずれ ・周波数制御用光強度検出器の散射雑音による、制御信号の雑音 ・位相変調時にかかってしまう強度変調の大きさの揺らぎによる、制御信号のオフセット ・周波数制御用電子回路による、制御信号のオフセット	同期?
ビート周波数取得系の不具合 ・光学系の回転に伴うドップラー効果による、観測される周波数の変化 ・周波数読み取り機器の不具合による、観測される周波数の変化	同期?

上述の雑音のうち、共振器長の変化に伴う雑音は、本実験の原理上、光速の変化と区別をすることができない。そのため、測定に直接影響を及ぼす。また、前章で述べたように空間の等方性を検証するには共振器の 180° 回転に伴うビート周波数の変化を測定する。すなわち、ビート周波数変動のうち、共振器の 1/2 回転に同期する成分の中に、空間の異方性の情報がある。したがって、上記のそれぞれの雑音の Fourier 周波数 $2f_{\text{rot}}$ の成分が空間の異方性測定に影響を及ぼす。

Brillet-Hall の実験

本実験と同様のシステムで行われた Brillet-Hall の実験での測定環境を説明する。なお、共振器の回転周波数を f_{rot} とする。

装置全体は熱的に孤立した Al 製の真空槽に封入された。温度は ± 0.1 K で安定であった。真空度に関しては言及はない。

共振器の傾きを抑制する機構は導入されなかった。回転軸が鉛直軸に対して $\sim 10^{-6}$ rad 傾いていたため、周波数 f_{rot} 、200 Hz p-p の正弦的なビート周波数変動があった。

共振器は連続的に回転した。遠心力による共振器の変形で、ビート周波数は 10 kHz 低下した。

また、ビート周波数は一定速度 ~ -50 Hz/sec でドリフトした。これは共振器の変形によると思われる。

Brillet-Hall の実験結果が 10^{-15} に制限された要因は、

- 共振器の傾きの変化による、共振器長の伸縮
- 共振器の回転速度変化に伴う遠心力の変化による、共振器長の伸縮

の 2 つであったと報告されている [3]。

雑音抑制目標

本実験では Brillet-Hall より感度を 1 桁向上した 10^{-16} を目標とするため、これら 2 つの雑音のほか温度変化による共振器長の伸縮も十分考慮し、3 つの特徴的な雑音抑制機構

- 共振器温度制御機構
- 共振器傾き制御機構
- 離散的回転機構

を導入する³。

なお、共振器の 180° 回転に本質的に同期しない雑音については、 N 回のデータの蓄積によって雑音が $\frac{1}{\sqrt{N}}$ に低減され则认为られる。ここでは、10000 回のデータ蓄積によって雑音が $\frac{1}{100}$ になるとして、

$$\text{雑音抑制目標: } \frac{\delta x}{x} \lesssim 10^{-14}$$

として議論する。共振周波数 f_{reso} を、波長 1064 nm の赤外光の周波数 $f_{1064\text{nm}} \simeq 3.0 \times 10^{14}$ Hz で近似すると、この目標を達成する周波数変動は、

$$\text{周波数変動抑制目標: } \delta f_{\text{beat}} \lesssim 3 \text{ Hz}$$

である。

以下では、上述の雑音のうち、特に共振器長の変化による共振周波数変化の影響を考える⁴。

³詳細は第 3 参照

⁴その他は実験精度には影響しないと认为られる。詳しくは上田 [12] 補遺 C を参照のこと。

2.3.2 共振器長変化と周波数変化

共振周波数の変化

共振器長が l のとき、共振周波数は

$$f_{\text{reso}} = \frac{nc}{2l}$$

と表せる。 n は共振器の中に存在する共鳴の腹の数である。これを微分すると、長さの微小変動に伴う共振周波数変動の式

$$\delta f_{\text{reso}} = \frac{nc}{2} \cdot \frac{-1}{l^2} \delta l$$

$$\therefore \boxed{\delta f_{\text{reso}} = -f_{\text{reso}} \cdot \frac{\delta l}{l}} \quad (2.4)$$

を得る。

ビート周波数の変化

ビート周波数は、

$$\begin{aligned} f_{\text{beat}} &= |f_{\text{reso } 1} - f_{\text{reso } 2}| \\ &= \left| \frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right| \end{aligned}$$

であり、共振器長のみが $\delta l_{1,2}$ だけ変化したときのビート周波数は、

$$\begin{aligned} f_{\text{beat}} + \delta f_{\text{beat}} &= \left| \frac{n_1 c_2}{2l_1 \left(1 + \frac{\delta l_1}{l_1}\right)} - \frac{n_2 c_2}{2l_2 \left(1 + \frac{\delta l_2}{l_2}\right)} \right| \\ &\sim \left| \frac{n_1 c_2}{2l_1} \left(1 - \frac{\delta l_1}{l_1}\right) - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \left(1 - \frac{\delta l_2}{l_2}\right) \right| \\ &= \left| \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right) - \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1} \frac{\delta l_1}{l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \frac{\delta l_2}{l_2} \right) \right| \end{aligned} \quad (2.5)$$

である。

共振器長の変化量が2つの共振器で等しいとき このとき、

$$\delta l_1 = \delta l_2 \equiv \delta l$$

で、

$$\boxed{f_{\text{beat}} + \delta f_{\text{beat}} \sim \left| \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right) - \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1^2} - \frac{n_2 c_2}{2l_2^2} \right) \cdot \delta l \right|} \quad (2.6)$$

となる。2つの共振器長が同じ長さだけ変化しても、 $\frac{n_1 c_2}{2l_1^2} = \frac{n_2 c_2}{2l_2^2}$ でない限り相殺しないことが分かる。

共振器長の変化率が2つの共振器で等しいとき このとき、

$$\frac{\delta l_1}{l_1} = \frac{\delta l_2}{l_2} \equiv \frac{\delta l}{l}$$

で、

$$\begin{aligned}
 f_{\text{beat}} + \delta f_{\text{beat}} &\sim \left| \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right) - \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right) \cdot \frac{\delta l}{l} \right| \\
 &= \left| \left(\frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\delta l}{l} \right) \right| \\
 &= \left| \frac{n_1 c_2}{2l_1} - \frac{n_2 c_2}{2l_2} \right| \cdot \left(1 - \frac{\delta l}{l} \right) \\
 \therefore f_{\text{beat}} + \delta f_{\text{beat}} &= f_{\text{beat}} - f_{\text{beat}} \cdot \frac{\delta l}{l}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

となる。2つの共振器長が同率で変化しても、周波数変化は相殺されないことが分かる。

2.3.3 温度変化による共振器長変化

上述の共振器長変化が、温度変化によって生じる場合を考える。

T °Cにおける共振器の線膨張率を $\alpha(T)$ [1/K] とする。

$$\alpha(T) = \frac{1}{l_0} \frac{dl}{dT}$$

である。ただし、 l_0 は膨張率計算の基準となる長さである。この式より、

$$\frac{\delta l}{l_0} = \alpha(T) \delta T \tag{2.8}$$

となる。

共振器温度に対する要請

上式(2.8)より、雑音抑制目標を満たすためには、

$$\alpha(T) \delta T \lesssim 10^{-14} \tag{2.9}$$

でなくてはならないことが分かる。

本実験では、共振器材料としてオハラ社の特殊低膨張率ガラスである、ClearCeram® 55 もしくは ClearCeram® Z を用いる。これはある温度で線膨張率が0になるように調整されている(以後、「最適温度」と称する)⁵。特に ClearCeram 55 は最適温度が 25 °C 付近であるため、温度制御が容易であることから、本実験では、観測時には ClearCeram 55 を用いることにする⁶。

図 3.5(p46)によると、ClearCeram 55 の温度を最適温度から 0.1K の範囲に長期的に制御できるならば、共振器の線膨張率 α は、

$$\alpha(25 \pm 0.1 \text{ °C}) \sim 10^{-10} \text{ [1/K]}$$

となる。これより、温度変化は以下の条件を満たせば雑音抑制目標に達することになる。

温度制御に対する要請 共振器の膨張率が図 3.5 に従うならば、

長期変化 : $\delta T_{\text{long}} \lesssim 0.1 \text{ K}$

回転周期付近の変化: $\delta T \lesssim 10^{-4} \text{ K}$

⁵詳しいデータについては、第 3.2.1 項 (p45) 参照。

⁶予備実験期間中は、試験器として ClearCeram Z を使用する。

温度変化による周波数変化量

ここでは、 δT の温度変化に伴って具体的にどれほどの周波数変化が生じるか考える。

共振器の温度変化による共振周波数の⁷変化量 $\delta f_{\text{reso,thermal}}$ は、式(2.8) を(2.4) に代入して、

$$\delta f_{\text{reso,thermal}} = -f_{\text{reso}} \alpha(T) \delta T \quad (2.10)$$

となる。 f_{reso} の正しい値は不明であるが、近似的に $f_{\text{reso}} = f_{\text{typ}} = \frac{c}{\lambda}$ とし、 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、 $\lambda = 1064 \text{ nm}$ (Nd-YAG レーザの出力赤外光の典型的な波長) を用いると、 $f_{\text{reso}} \sim 3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ となり、

$$\boxed{\delta f_{\text{reso,thermal}} = -3 \times 10^{14} \alpha(T) \delta T \quad \text{Hz}} \quad (2.11)$$

である。

また、共振器温度変化によるビート周波数の変化量 $\delta f_{\text{beat,thermal}}$ は、

仮定 2つの共振器の温度 T 、温度変化量 δT は等しい

とすれば、式(2.7) を用いることができ、これに、式(2.8) を代入すれば、

$$\boxed{\delta f_{\text{beat,thermal}} \sim -f_{\text{beat}} \alpha(T) \delta T} \quad (2.12)$$

となる。

2.3.4 傾き変化による共振器長変化

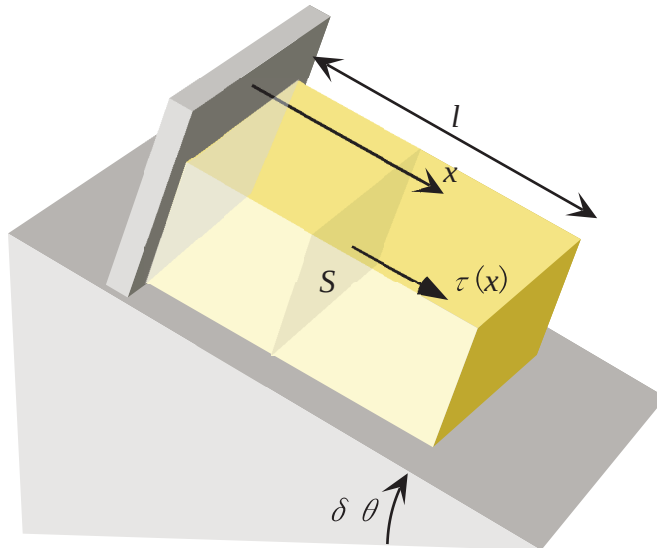


図 2.5: 共振器の傾き

共振器長変化が、傾き変化によって起こる場合を考える。図 2.5 のように、長さ l 、断面積 S 、密度 ρ の共振器が角度 $\delta\theta$ だけ傾いた台に載っているとすると、この状況を、上端が固定され、台と共振器との接触は滑らかであるとモデル化する。共振器の上端から x の距離の断面にかかる応力を $\tau(x)$ とすると、重力加速度を g として、

$$\tau(x) = \frac{\rho \cdot (l-x) S g \sin \delta\theta}{S} = \rho \cdot (l-x) g \sin \delta\theta \quad (2.13)$$

⁷ 「ビート周波数の」ではない。

である。

ここで、Young 率を E 、 x における長さのひずみ率を $e(x)$ とすると、

$$Ee(x) = \tau(x)$$

である。式(2.13)を代入して整理すると、

$$e(x) = \frac{\rho \cdot (l-x)g}{E} \sin \delta\theta$$

であるから、このときの伸び δl は、これを積分して、

$$\begin{aligned} \delta l &= \int_0^l e(x) dx \\ &= \frac{\rho l^2 g}{2E} \sin \delta\theta \end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{\begin{aligned} \frac{\delta l}{l} &\sim \frac{1}{2} \frac{\rho l g}{E} \delta\theta \\ &\text{ただし、}\delta\theta \ll 1 \end{aligned}} \quad (2.14)$$

となる。

共振器の傾きに対する要請

上式(2.14)より、雑音抑制目標 $\frac{\delta l}{l} \lesssim 10^{-14}$ を満たすためには、

$$\delta\theta \lesssim 2 \cdot \frac{E}{\rho l g} \times 10^{-14} \quad \text{rad}$$

でなくてはならない。それぞれのパラメタに表2.1の値を代入すれば、共振器の傾きは $\delta\theta \lesssim 5.4 \times 10^{-7}$ rad でなくてはならないことが分かる。

	値	備考
E	$7 \times 10^{10} \text{N/m}^2$	ガラスの典型値
ρ	$2.4 \times 10^3 \text{kg/m}^3$	ガラスの典型値
l	0.11m	第3.2.1項 (p45) 参照
g	9.8m/s^2	

表 2.1: 共振器の傾きの制限値の計算に用いたパラメタ

まとめると、以下ようになる。

傾き制御に対する要請: $\delta\theta \lesssim 5.4 \times 10^{-7} \text{ rad}$

2.3.5 共振器の回転

共振器の回転速度が変化すると、共振器にかかる遠心力が変化するため、共振器長が変化する⁸。そこで、本実験では共振器の回転を離散的に行い、静止時に測定する。これにより、回転速度変化に伴う共振器長変化をなくことができ、また Doppler シフトの影響も排除することができる。

⁸見積もりは、上田 [12] 補遺 C.1.2 参照

第3章

本実験システムの構成

この章では、本実験のセットアップについて説明する。前章で述べたような、光共振器を用いた実験装置を実際に構成するには、さまざまな工夫が必要になる。まず全体像を述べ、その後、装置をいくつかの構成部分に分けて説明する。

3.1 本実験装置の概要

実験装置は図 3.1、3.2 のような構成になっている。装置配置の点からは、大きく

- 光速反映レーザ部 (回転共振器部)
- 周波数参照用レーザ部 (静止共振器部)
- 光結合部 (ビート周波数取得部)

の3つの部分に分けることができる¹。このうち、光速反映レーザ部と周波数参照用レーザ部は、回転機構の有無以外は同一の装置である²。

一方、装置の機能の点からは、大きく2つに分類でき、それぞれ次に挙げるような部分から構成される。

- 等方性検証の中核部分
 - 光学系
 - * 光共振器によるレーザ周波数安定化光学系
 - ・ 光速反映用レーザ安定化光学系
 - ・ 周波数参照用レーザ安定化光学系
 - * ビート周波数取得系
 - 機械系
 - * 共振器回転機構
- 雑音抑制機構部分
 - 共振器温度制御機構

¹かつこ内は、上田 [12] での呼称である。

²Brillet-Hall の実験では、光速反映用レーザと周波数参照用レーザは異なっていた (光速反映用レーザは光共振器にロックした He-Ne レーザ、周波数参照用レーザはメタンの吸収線を用いて周波数を安定化した He-Ne レーザ)。

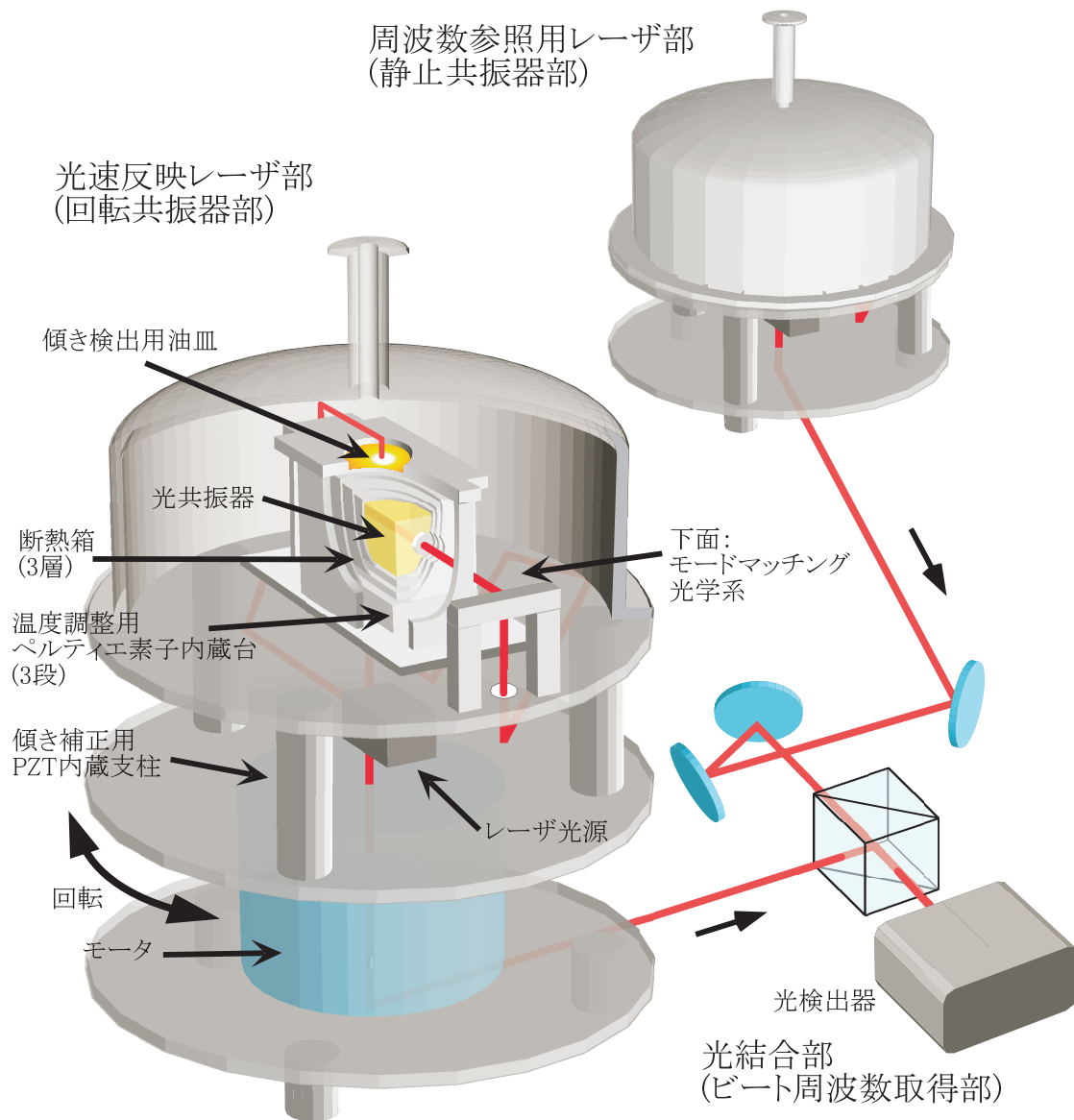


図 3.1: 本実験の装置構成

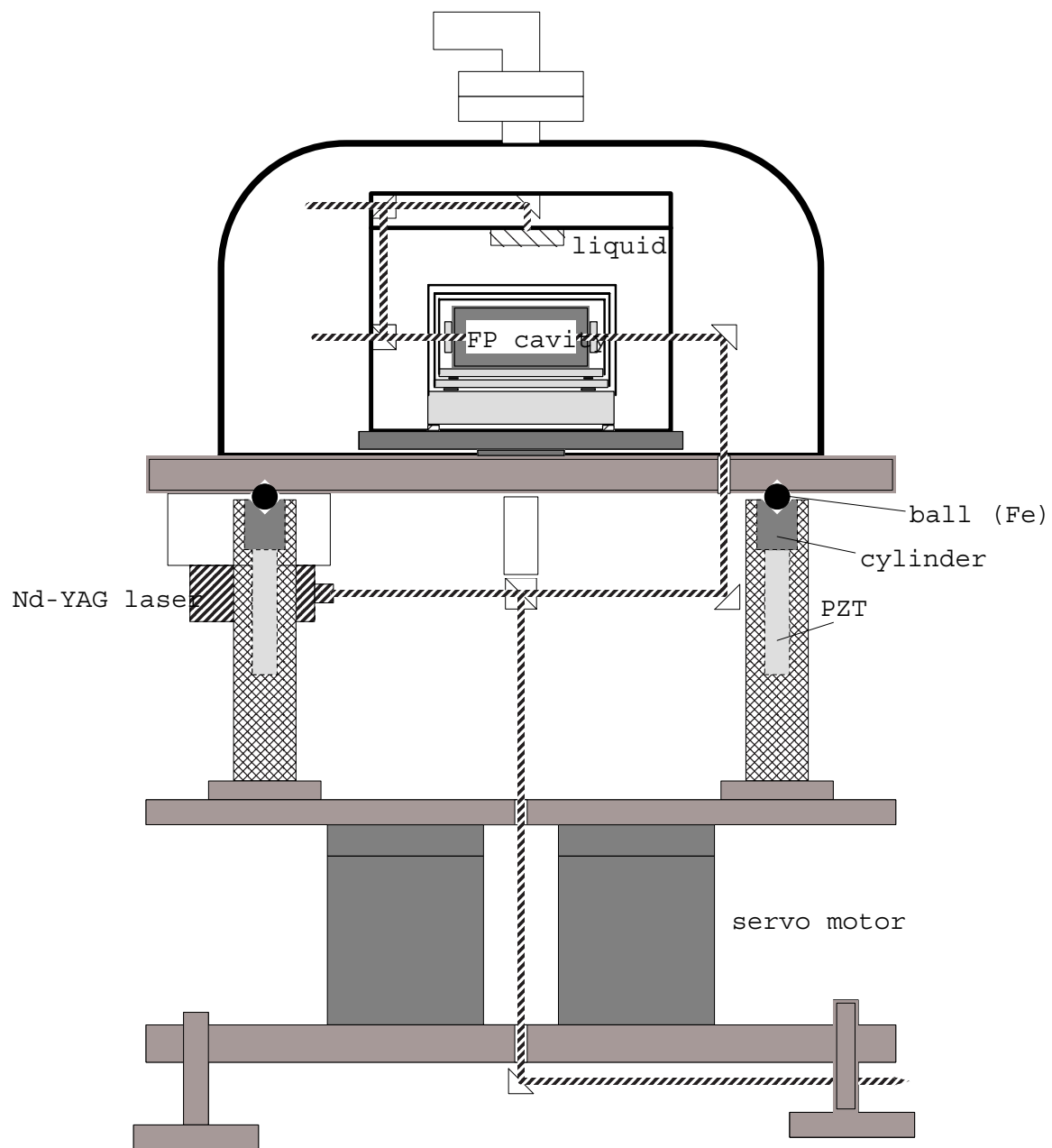


図 3.2: 回転共振器部の構造。静止共振器部は、これから回転装置を除いた構造になっている。

- － 傾き制御機構
- － 真空機構

それぞれを簡単に説明する。

実験装置の中核

光学系 式(1.79)に示された空間の異方性を特徴づける値を第2.2節(p29)に説明した実験システムによって測定するための、本質的な部分をなす。

光共振器によるレーザ周波数安定化光学系は、光速反映レーザ用と周波数参照レーザ用の2系統が独立に構成される。2系統の光学系は、レンズの焦点距離などの細かいパラメタ以外は基本的に全く同一である。2つの光学系を構成するすべての器具は、真空容器内部および容器の底板下面に設置される。

それぞれの周波数安定化光学系から、レーザ光の一部が取り出され、ビート周波数取得系に入る。そこでは、ビームスプリッタによって2つのレーザ光が結合され、その干渉光は光受信器によって検出される。その後、光受信器の出力は周波数カウンタに送られ、そこで2つのレーザのビート周波数が測定される。

共振器回転機構 光学系とともに実験原理上不可欠な部分である。コンピュータプログラムを用いて運動を制御することが可能な回転台を使用して、回転と静止を繰り返す。静止中に測定をすることで、回転による雑音を抑制する機能も併せ持つ。

雑音抑制機構

Brillet-Hallの実験[3]では、共振器周囲の真空化と、恒温槽による共振器温度の受動的安定化がなされていた³。本実験では、共振器を真空容器内に設置するほか、共振器の温度を能動的に制御することで更なる温度安定化を図る。さらに、Brillet-Hallの実験ではなされなかった傾き制御を導入して、実験精度の向上を図る。

温度制御は、白金薄膜抵抗を温度検出素子として使用し、コンピュータによるPID制御⁴により実現される。

傾き制御は、共振器の透過光を油に浮かせた鏡に反射させ、その反射光の位置変化を読み取る、つまり油面を参照用水平面として、それに対する共振器の傾きを光てこを用いて読み取ることで傾きを検出し、共振器台の柱に内蔵した積層圧電アクチュエータ (multilayer piezoelectric actuator : PZT と称する) により傾きを補正することで実現される。

共振器は密封容器内に設置され、容器内は油回転ポンプを用いて真空にされる。

3.2 実験装置の詳細

3.2.1 レーザ周波数安定化光学系

レーザ発振器の発振周波数を、Fabry-Perot 共振器の共振周波数にロックするために、図3.3、3.4のような光学系を構築する。

Fabry-Perot 共振器に光を共振させるためには、入射光の空間モードと共振器の固有モードを合わせなくてはならない⁵。具体的には、入射光のウェスト位置 z_0 、ウェスト半径 w_0 と共振器固有

³Brillet-Hallの実験における測定環境については、第2.3.1項参照。

⁴補遺E参照。

⁵補遺D参照

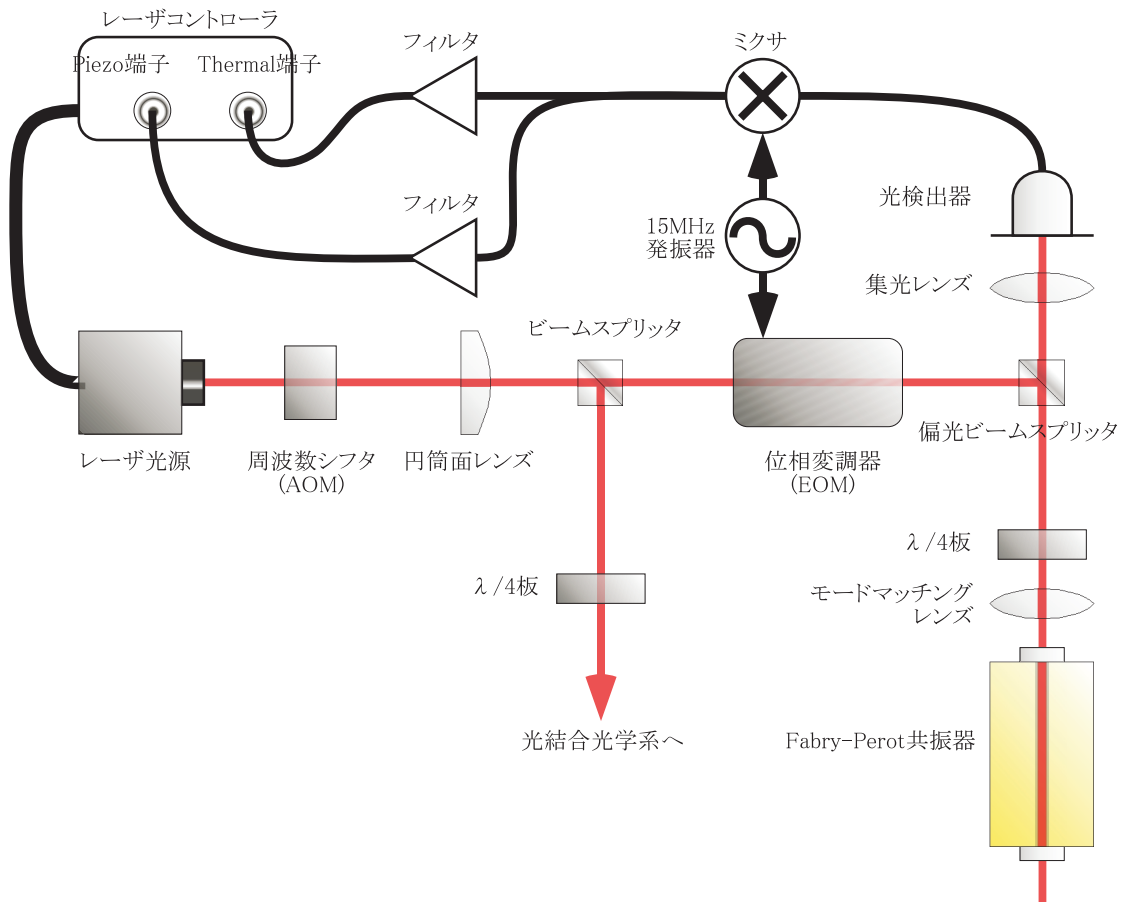


図 3.3: レーザ周波数安定化光学系

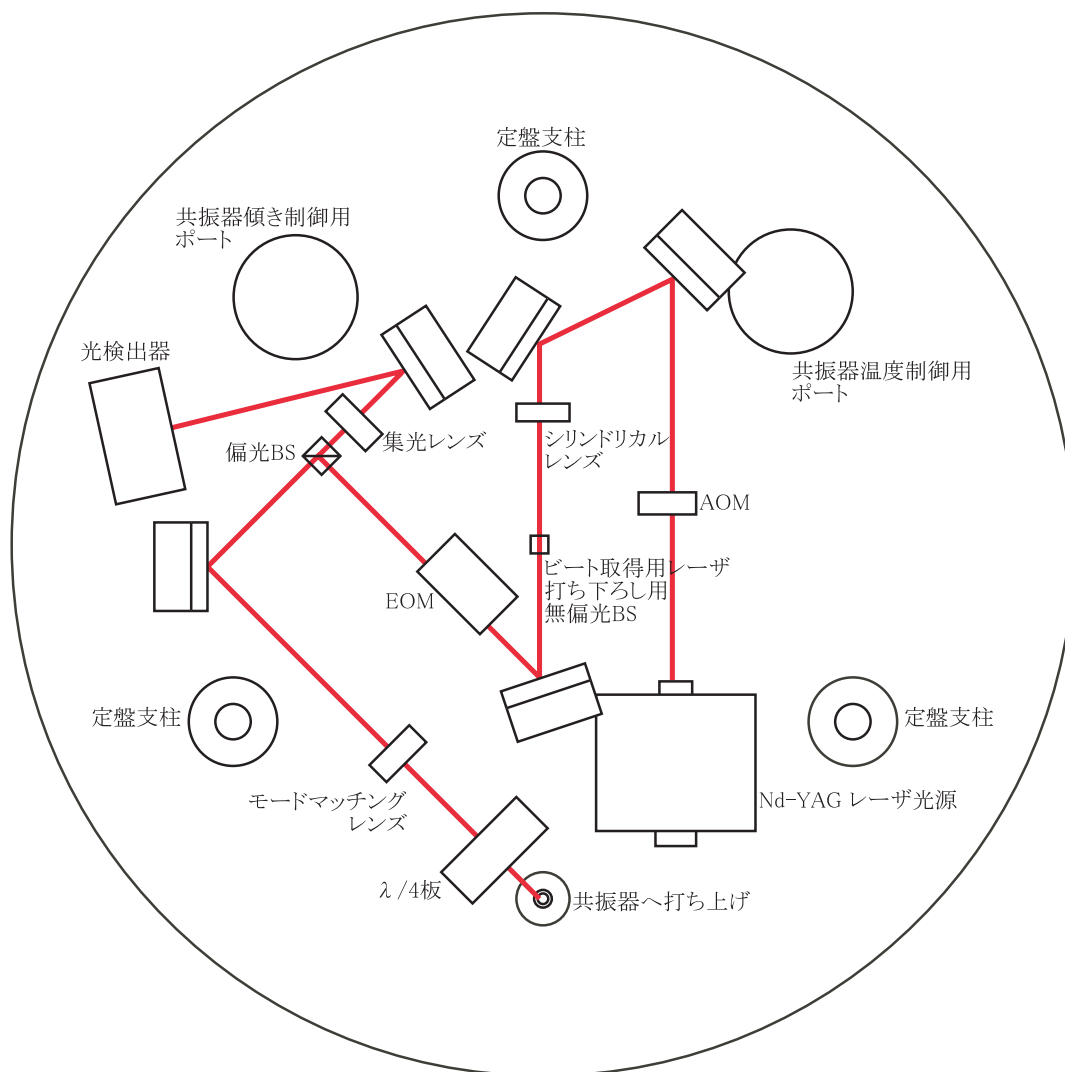


図 3.4: 実際のレーザー周波数安定化光学系配置

モードのウェスト位置 $z_{0\text{cav}}$ 、ウェスト半径 $w_{0\text{cav}}$ を合わせることが必要になる。これをモードマッチングという。そのため、モードマッチングレンズ (ここでは凸レンズ) を設置する⁶。また、レーザー光の断面は楕円状であり、これを円状に補正するために、円筒面レンズ⁷を用いる。

モードマッチングがなされたならば、次にレーザーの発振周波数を共振器の共振周波数に安定に制御する機構が必要である。これには、Pound-Drever-Hall 法 (C 参照) を用いる。その際に必要となるのが、光の位相変調器である。ここでは電気光学変調器 (electro-optic modulator : EOM) を用いる。

Pound-Drever-Hall 法を用いてレーザー周波数を安定化する場合、反射光のみを取り出す必要がある。そこで、Fabry-Perot 共振器の手前に $\frac{\lambda}{4}$ 板を置く。レーザーの発振偏光、位相変調器の入射光の偏光特性とも、直線偏光であるため、これにより共振器への入射時に直線偏光 から円偏光に変換され、さらに Fabry-Perot 共振器からの反射光が再び $\frac{\lambda}{4}$ 板を通ることで、元の光と 90° 回った直線偏光になる。これにより偏光ビームスプリッタ (Polarized Beam Splitter : PBS) を用いて反射光のみを取り出して、Pound-Drever-Hall 法による周波数安定化のために用いることができる。

出射レーザー光が再び光源に戻る (optical feedback) と、レーザーの挙動が不安定になる。上述の反射光取得法によりほとんど防げるが、確実にするために、光アイソレータの代用として光周波数シフタを用いる。ここでは音響光学変調器 (acousto-optic modulator : AOM) を使用する。

レーザー干渉用光学系に向けて光を取り出すために、反射率の低い無偏光ビームスプリッタ (Non-Polarized Beam Splitter : NPBS) を用いる。取り出した光は直線偏光であるため、2つのレーザーの偏光がちょうど 90° ずれた場合、干渉しなくなってしまう。これを防ぐために、NPBS の直後に $\frac{\lambda}{4}$ 板を置いて、円偏光 に変換する。

各構成部品は、以下のものを使用する。

レーザー光源

レーザー光源として、LIGHTWAVE 社の MISER (Monolithic Isolated Single-mode End-pumped Ring laser) を用いる。これは LD 励起 Nd-YAG レーザであり、発振光は TEM_{00} モード⁸の赤外光 (波長 1064nm) である。2 台のレーザーは、Model 120 4mW 出力の、シリアルナンバー 402 と 482 である。便宜上、本論文では #402 を用いた部分を No.1、#482 を用いた部分を No.2 と呼称する。2つのレーザー光のビームプロファイルは、表 3.1 に示す通りである⁹。

	No. 402		No. 482	
	ウェスト位置	ウェスト半径	ウェスト位置	ウェスト半径
xz 平面	400 mm	0.30 mm	-101.51 mm	0.52 mm
yz 平面	254 mm	0.29 mm	25.36 mm	0.40 mm

表 3.1: 使用するレーザーのビームプロファイル

出射光は直線偏光である。これは使用する EOM の偏光特性に合致し、また偏光ビームスプリッタを用いた反射光取り出しに利用することができる (後述)。

レーザー光源コントローラには、周波数調整用信号入力端子として “Piezo” 端子と “Thermal” 端子とがある。

Piezo 端子は微調用であり、レーザー発振器の YAG 結晶を積層圧電アクチュエータで変形させる

⁶ レンズの設置法などについては、補遺 D 参照。

⁷ cylindrical lens。 x 方向のみ、あるいは y 方向のみにレンズとしての効果をもつもの。

⁸ Transverse Electro Magnetic wave (横波電磁波)。00 モードとは、軸に垂直な断面の強度分布形状の一つである。

⁹ これはナイフエッジ法 (補遺 D 参照) により実測したデータである。

ことによって発振周波数を調整するものである。調整効率は

$$(\text{出力変化})/(\text{入力電圧}) \sim 1[\text{MHz/V}] \quad (3.1)$$

で、100[kHz] までの早い変化に応答することができるため、周波数ロック状態への引き込みと制御に用いる。ただし、ダイナミックレンジは広くなく、共振周波数の大きな変動に追随することはできない。

Thermal 端子は粗調用であり、レーザ発振器の YAG 結晶の温度を変化させることで発振周波数を調整するものである。調整効率は

$$(\text{出力変化})/(\text{入力電圧}) \sim 1.2[\text{GHz/V}] \quad (3.2)$$

で、ダイナミックレンジが広いと、共振器長が長期間で変動することによる共振周波数の大きな変化に追随させるために使用する。

周波数シフタ:音響光学変調器 (AOM)

周波数シフタには、Brimrose 社の音響光学変調器 IPF-80-20-1060、周波数ドライバには FFF-80-B1(2)-F1 を使用する。

レーザ光源から出た光が再び光源に戻る (optical feedback) と、光源の動作が不安定になるため、光アイソレータが必要である。本実験では、光学部品を設置する面積に限りがあるため、アイソレータの代わりに周波数シフタを使用する。これは音響光学効果による Bragg 回折に伴う周波数の変化を利用する素子である。変調周波数は 80MHz とする。ここでは 1 次回折光を使用するため、元の光との周波数のずれは 80MHz である。周波数がずれているので、光源に戻ってきても光源からの出射光と結合せず、動作を不安定にさせない。

無偏光ビームスプリッタ (NPBS)、 $\frac{\lambda}{4}$ 板

共振器の共振周波数に周波数ロックされたレーザ光の一部をヘテロダイン検波¹⁰用に取り出すため、(反射光):(透過光)=1:9 の無偏光ビームスプリッタ (Non-Polarized Beam Splitter:NPBS) を用いる。ただし取り出した光は直線偏光であるため、ビートを取るもう一系統の光と偏光が 90° ずれた場合、両者は干渉せず、ヘテロダイン検波ができなくなってしまう。そこで、取り出した光を円偏光にするために、 $\frac{\lambda}{4}$ 板を通過させる。

これら 2 つの部品は、回転部分から静止部分へと光を取り出すために用いるため、回転テーブルの中心に設置される。この際、レーザ光がテーブルの回転中心を正確に通って鉛直に打ち下ろされるように調整される。

位相変調器:電気光学変調器 (EOM)

光を共振器にロックするために、本実験では Pound-Drever-Hall 法 (C 参照) を用いる。この方法では、光に位相変調をかける必要がある。そのための装置として、New Focus 社の位相変調器 4003 を用いる。これは電気光学効果を利用した変調器で変調周波数は 15MHz とする。また、変調指数は印加電圧に応じて 0.1–0.3 rad/V で変化する。

この EOM は、縦偏光の入射光に対して最大の効果を持つ。そのため、レーザ光源の出射口の偏光板をそのように調整する必要がある。

¹⁰2.1.3 項参照。

$\frac{\lambda}{4}$ 板、偏光ビームスプリッタ (PBS)

Pound-Drever-Hall 法では、共振器の反射光のみを取り出す必要がある。また optical feedback を避けるために、反射光が光源側に戻らないようにしなければならない。そのため、ここでは $\frac{\lambda}{4}$ 板と偏光ビームスプリッタ (Polarized Beam Splitter : PBS) の組み合わせを用いる。PBS は、縦偏光のみを反射し、横偏光を透過する光学素子である。EOM の透過光は縦偏光なので、入射光は PBS で反射される。これは $\frac{\lambda}{4}$ 板を通して円偏光に変換され、光共振器へ入射する。光共振器からの反射光はもう一度 $\frac{\lambda}{4}$ 板を通ることで、元の入射光から 90° 回った横偏光になる。そのため、反射光はすべて PBS を透過する。これにより、反射光のみを取り出し、Pound-Drever-Hall 法に用いることができる。

モードマッチング用レンズ

自由空間を伝播するレーザー光は Gaussian モードで記述される。一方、Fabry-Perot 共振器の固有モードも Gaussian モードで記述され、光を光共振器にレーザを共振させるには、まずレーザの縦モードを共振器の固有縦モードに合わせる (モードマッチング) ことが必要である¹¹。そのときに、共振器の横モードと合致するレーザの横モードが共振状態になる。

ビームの縦モードの性質 (ビームプロファイル) は、ビームウェストの位置と半径という 2 つのパラメタで特徴づけられる。そこで実際にはレーザ光のそれらのパラメタを共振器の対応するパラメタに合わせることになる。

そのために、モードマッチング用レンズを使用する。また、レーザ光の進行方向 (z 方向) に垂直な 2 方向 ($x y$ 方向) のモードは通常ずれており、これをどちらかに揃えるために円筒面レンズ¹²も使用する。

光共振器

光共振器のスペーサとして、オハラ社製の ClearCeram[®] 55 もしくは ClearCeram[®] Z という、特殊なガラスを用いる。これらはガラスに他の材料を混入することで、ある温度で線膨張率が 0 となるように調整された低膨張率ガラスである¹³。実験の間、共振器温度をその付近に制御することで、温度変化に伴う周波数変化を最低限に抑制することができる。温度と相対熱膨張率の関係を図 3.5 に挙げる¹⁴。図から分かるように、特に ClearCeram 55 は線膨張率が 0 になる温度が室温付近であるため、最適温度への制御が容易である。そのため、ClearCeram 55 を共振器材料として採用する。ただし、予備実験期間中は、ダミーとして ClearCeram Z を用いる。

共振器の鏡は REO 社製である。共振器前部には径 1 インチの平面鏡、後部には径 1 インチ、曲率半径 500mm の凹面鏡を用いる。それぞれ、共振器スペーサに接着され、Fabry-Perot 共振器を構成する。

共振器の主な特性を、表 3.2 に挙げる。

なお、実際には共振器は温度制御機構と一体となった覆いの中に、図 3.7 のようにセットアップされる¹⁷。

¹¹補遺 D 参照。

¹²Cylindrical lens。 x 軸、 y 軸のいずれかのみモードに対してレンズとして機能するもの。もう一方のモードには、単なる透明なガラスでしかないので、直交する 2 方向のモードを揃えるために使用される

¹³この温度を「最適温度」と呼称する。p34 (2.3.3 項) 参照。

¹⁴これらの図は、ある温度における長さ l を基準とした相対熱膨張率であり、線膨張率はこれらの微分係数であることに注意。

¹⁵上田 [12] による。

¹⁶上田 [12] による。

¹⁷詳しくは 50 ページ参照

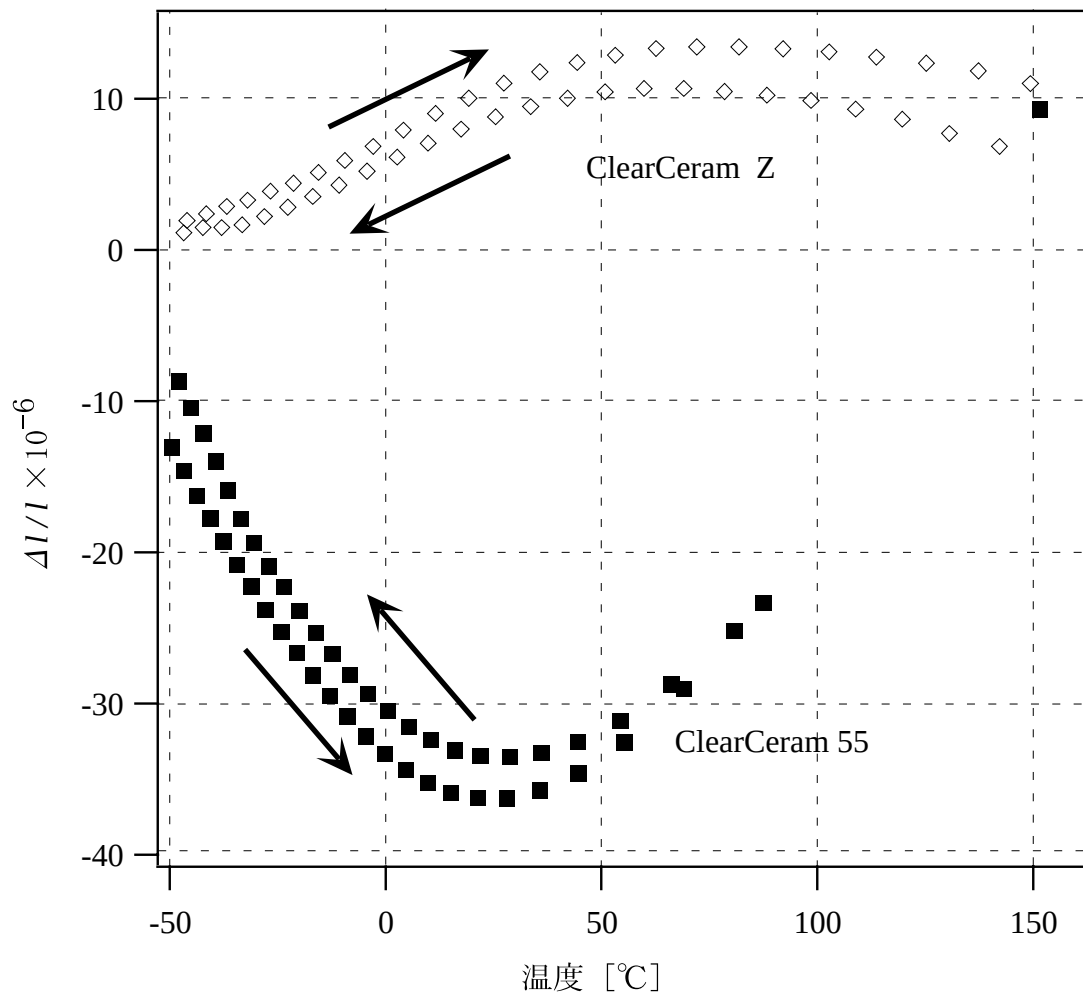


図 3.5: ClearCeram® の相対熱膨張率 (オハラ社による)。矢印は測定の時系列の向きを示す。線膨張率はこのデータの微分係数である。

スペーサ材料	ClearCeram 55 または ClearCeram Z
形状	直方体
長さ	110mm
幅、高さ	50mm
縦モード間隔	1.36GHz
鏡直径	1"
鏡反射率	0.999984
凹面鏡曲率半径	500mm
フィネス 公称	10^5
実測 ¹⁵	47600
共振ピーク半値全幅 公称	17kHz
実測 ¹⁶	29kHz

表 3.2: 共振器の特性

反射光受光器、反射光集光レンズ

共振器からの反射光は、PBS を透過して、図 F.1 のような受光器 (photo detector : PD) で受光される。受光器の受光素子には、浜松ホトニクス社の G3476-05 を用いる¹⁸。これは In-Ga-As 半導体を用いた赤外線用の photo diode であり、感度は 0.75 A/W @1064nm、受光面は $\phi 0.5\text{mm}$ 、遮断周波数は $f_c = 200\text{MHz}$ である。

受光器では、変調周波数 (15MHz) 付近の信号のみを取り出して、周波数制御回路へ出力する。

なお、photo diode の受光面が小さいため、集光レンズとして適当な凸レンズを用いてレーザ径を絞ってから受光させる。

周波数制御回路

まず、反射光受光器の出力 RF (Radio Frequency) 信号を復調して、Pound-Drever-Hall 法による誤差信号を得る。このため、RF 信号は図 F.4 の復調器に入力される。復調器の局所信号 (Local Oscillator : LO) 入力端子には、光の位相変調に用いた 15MHz の信号を図 F.2 の分配器で分岐して、図 F.3 の位相シフタを通してから入力する。位相シフタは、復調位相を調整して目的とする誤差信号を取得するために使用する。

復調後の信号は、図 F.5 のような適当なフィルタを通して、レーザの Piezo 端子と Thermal 端子に入力され、発信周波数を共振周波数にロック するために用いられる。

ロック状態への引き込みには、Piezo 端子による制御のみを用いる。引き込んだ後、長期間のロックのためにレーザ温度制御もなされる。

3.2.2 ビート周波数取得光学系

2 系統のレーザ系から NPBS で取り出された光は、それぞれ $\frac{\lambda}{4}$ 板で円偏光に直された後、ビート周波数取得光学系に入る。

2 つの光は、干渉用の NPBS 上で結合される。これには 2 つの光軸を正確に一致させる必要がある。そのため、一方の光路に、光軸を微調整して他方に合わせるための 2 枚の鏡を置く。

結合光を観測するための受光器 (photo receiver) として、photo diode と RF アンプが一体となった、New Focus 社の 1611-AC を用いる。受光面は $\phi = 0.1\text{mm}$ 、この photo receiver の -3dB 帯域幅は約 1.2 GHz である。受光面が小さいので、レンズを用いてレーザ径を絞ってから入射する。

Photo receiver の RF 出力信号は、周波数カウンタに送られ、ビート周波数を測定される。周波数カウンタは、Hewlett-Packard 社の 53181A + option 015 を用いる。測定帯域 0.1Hz から 225 MHz の channel 1 と、100 MHz から 1.5 GHz の channel 2 がある。

周波数カウンタの測定データは、パーソナルコンピュータにより GP-IB を介して取得される。GP-IB 制御のためのソフトウェアとして、Hewlett-Packard 社の HP VEE 4.0 を用いる。

3.2.3 共振器回転機構

向きによる光速の変化を測定するために、共振器を回転させる必要がある。

本実験では、回転台として THK 社の $\alpha 50$ を用いる。これには、以下に挙げるような特徴がある。

- 位置決め精度 30 秒
- 繰り返し位置決め精度 ± 2 秒

¹⁸ 上田 [12] とは異なる構成になっていることに注意。

- 面振れ 0.005mm
 - － 回転台寸法 310mm×310mm より、角度に換算して 16 μ rad。
- 両方向回転可能
- 回転軸周囲が中空構造
 - － レーザを回転軸上を打ち下ろすことができるため、ビート取得光学系に光を取り出すのが容易。光路を妨害しない限りにおいて、配線に利用することも可能。

この回転台を用いて、次のような回転機構を構築する。

共振器とともに、レーザ光源、共振制御用光学系などを、それらを設置する真空槽 (とそれに付随した構造物) **ごと回転**させる。これにより、回転に伴う光のミスアラインメントや、Doppler シフトなどをなくすることができる。また、共振制御光学系内での偏光が常に同じになり、セットアップが容易になる。

$\pm 180^\circ$ の正反回転をさせる。これにより、ケーブルの巻きつき等の問題を解決できる¹⁹。

高精度サーボモータにより、**回転は離散的にし、測定は静止時に行う**。これにより、遠心力による共振器の変形や、レーザ光経路での Doppler シフトなどによる雑音を防止することができる。

今回は、回転周期約 100 秒、静止点数約 40 点を予定している。各測定点では約 1 秒間静止して、ビート周波数を測定した後、次の測定点まで約 1 秒で回転する。

3.2.4 共振器温度制御機構

共振器の温度が変化すると、共振器が伸縮し、共振周波数が変化する。するとレーザ周波数が光速以外にも依存性を持ってしまい、本実験は成り立たなくなる。そのため、温度安定化機構が必要である。

Brillet-Hall の実験では、装置全体は恒温槽内に設置され、温度安定度は 0.2°C であった。第 2.3.3 項 (p34) より、我々の目標とする測定感度の実現には、温度の長期安定度を 0.1°C まで抑えることが必要である。

本実験では、共振器スペーサ材料として、室温付近で線膨張率が 0 となる、ClearCeram[®] を用いる²⁰。そこで、そのような最適温度を目標値として、共振器温度を能動的に制御する。

温度制御の方法

温度制御の概念図を、図 3.6 に示す。制御機構は、温度検出部、制御操作量計算部、温度調整部に分けて考えられる。

温度検出部 温度検出素子として、白金薄膜抵抗を用いる。これは抵抗値の温度依存性が高いため、定電流を流したときの両端の電位差を読むことで抵抗を計算でき、温度に関連する情報を取得することができる素子である。

素子の抵抗値は約 $1\text{k}\Omega$ 、温度依存性は $3850\text{ ppm}/^\circ\text{C}$ である。この抵抗に、図 F.6 にある 0.5mA 定電流源から電流を流す。素子の両端の電位差を、デジタルマルチメータ (Digital MultiMeter : DMM) で測定する。電位差の測定値を GP-IB を介して PC で取得し、温度を計算する。GP-IB による機器操作、および次に述べる制御計算のためのソフトウェアとして、Hewlett-Packard 社の HP VEE 4.0 を用いる。

¹⁹原理的には、 $\pm 90^\circ$ の回転で全ての方向の光速を測定することになるのだが、ここでは $\pm 180^\circ$ の回転をさせる。

²⁰3.2.1 項 (p45) 参照。

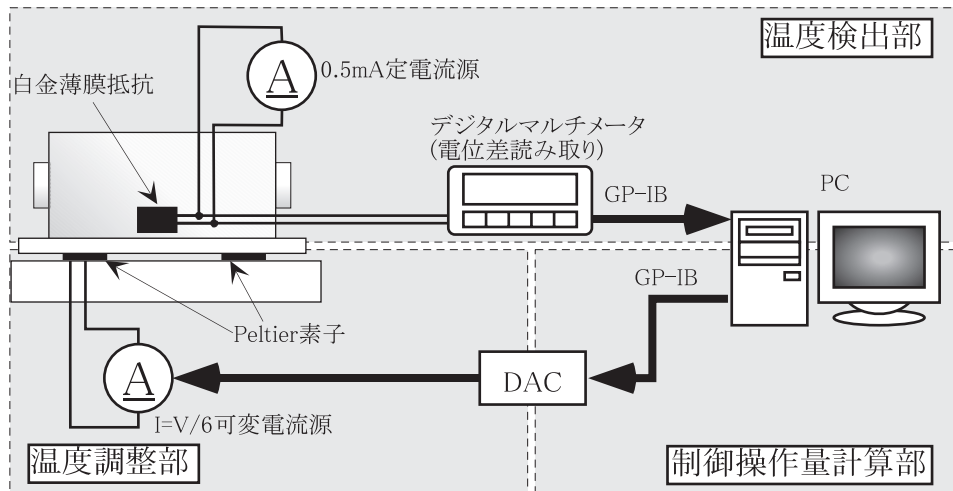


図 3.6: 温度制御機構の概念図

制御操作量計算部 温度計算の後、制御操作量を計算する。この温度制御機構では、PID 制御²¹を用いる。

式(E.3) より、サンプリング周期 T_s の PID 制御の操作量を決める。ここでの操作量は、Digital to Analog Converter (DAC) の出力電圧 V_{out} である。目標値 (設定温度) を x_{obj} 、 i 回目のサンプリング時における制御量 (ここでは温度) を x_i 、目標値からの偏差を Δx_i とすると、そのときの操作量 $V_{out i}$ は、

$$\Delta x_i = x_i - x_{obj} \quad (3.3)$$

$$V_{out i} = K \cdot \left[\Delta x_i + \frac{1}{T_I} \sum_k^i \Delta x_k \cdot T_s + T_D \frac{x_i - x_{i-1}}{T_s} \right] \quad (3.4)$$

であり、 K T_I T_D を調整して制御の過渡特性を決定する。

ただし本実験では、共振器の温度応答が非常に遅いため、第 4 章に述べるように、微分制御の操作量を隣り合うサンプル点の間で計算するのではなく、適当な n 個前の測定点との間の微分をとることにする。すなわち、PID 制御の操作量の計算式は

$$\Delta x_i = x_i - x_{obj} \quad (3.5)$$

$$V_{out i} = K \cdot \left[\Delta x_i + \frac{1}{T_I} \sum_k^i \Delta x_k \cdot T_s + T_D \frac{x_i - x_{i-n}}{nT_s} \right] \quad (3.6)$$

であり、 K T_I T_D のほか、 n も調整して制御の過渡特性を決定する。

計算された操作量は、GP-IB を介して DAC (Digital-to-Analog Converter) に送られる。

温度調整部 温度調整素子として、Peltier 素子 (ペルティエ素子) を用いる。Peltier 素子は、2 種類の導体をつなげて電流を流すと、ジュール熱以外の熱の出入りが生じる、という Peltier 効果を利用した素子である。したがって、電流の向き、大きさを調整することで、1 つの素子で共振器の加熱、冷却をすることができる。

ここで、DAC からの出力は電圧であるから、Peltier 素子で温度調整をするためには、電圧-電流変換回路が必要である。これには、図 F.7 の回路を用いる。

²¹ 補遺 E 参照。

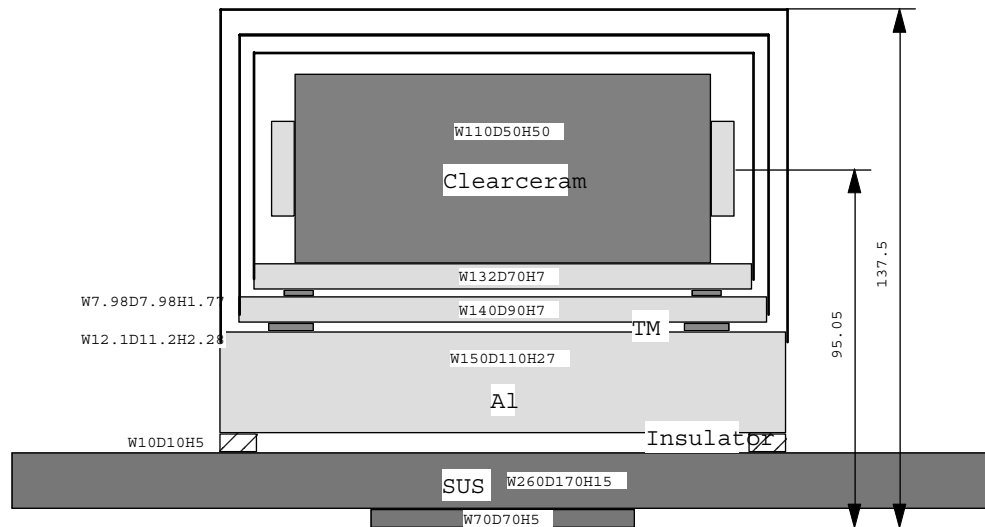


図 3.7: 共振器まわりのセットアップ。TM は Thermo-Module (ここでは Peltier 素子) である。

共振器まわりのセットアップ

共振器は 3 層の恒温箱の中に設置される。恒温箱に温度調整機構が取り付けられている。共振器まわりのセットアップは、図 3.7 のようになっている。共振器は 3 段の Al 製の台に乗っており、それぞれに Al 製ケースが被せられる。各ケースには、レーザ光を通すための $\phi 10\text{mm}$ 穴が 2 つと、汎用の $\phi 6\text{mm}$ 穴 4 つがある。最外層は断熱セラミックスの薄片に乗っている。この恒温箱は真空中に設置されるため、空気による温度変化は小さい。これらによって共振器を外部から熱的に孤立させている。

各 Al 台は、Peltier 素子によって結合されている。また温度検出素子は、共振器上面、共振器下側面、Al 台中段、Al 台下段、恒温箱設置台、の 5 か所に取り付けられ、それぞれ ch0、ch1、ch2、ch3、ch4 と呼ぶ。そのうち、制御点は共振器下側面 (ch1) と Al 台中段 (ch2) であり、他の計測点は参照用である。共振器下側面 (ch1) の温度は、Al 台上段と中段を接続している Peltier 素子で制御し、Al 台中段 (ch2) の温度は、中段と下段を接続している Peltier 素子で制御する。すなわち、共振器下側面の温度偏差を Al 台中段に押しつけ、さらに Al 台中段の温度偏差を Al 台下段に押しつけるようになっている。

3.2.5 傾き制御機構

共振器が水平面に対して傾いていると、回転に伴って重力のかかり方が変化して、長さ変動を生じてしまう。そこで、傾きを高感度で検出する装置、およびそれを補正する装置が必要となる。

傾き制御機構の概要を、図 3.8 に示す。大きく、傾き検出部と傾き補正部に分けて考えることができる。

傾き検出部

傾き検出は、光てこによって実現される。共振器の回転中心上に、傾きの参照となる液体を置く。液面は共振器の傾きによらず、常に重力の等ポテンシャル面である。この液面に光を当て、反射光を光位置センサで検出する。傾きがあれば、等ポテンシャル面はそのままであるのに対して周

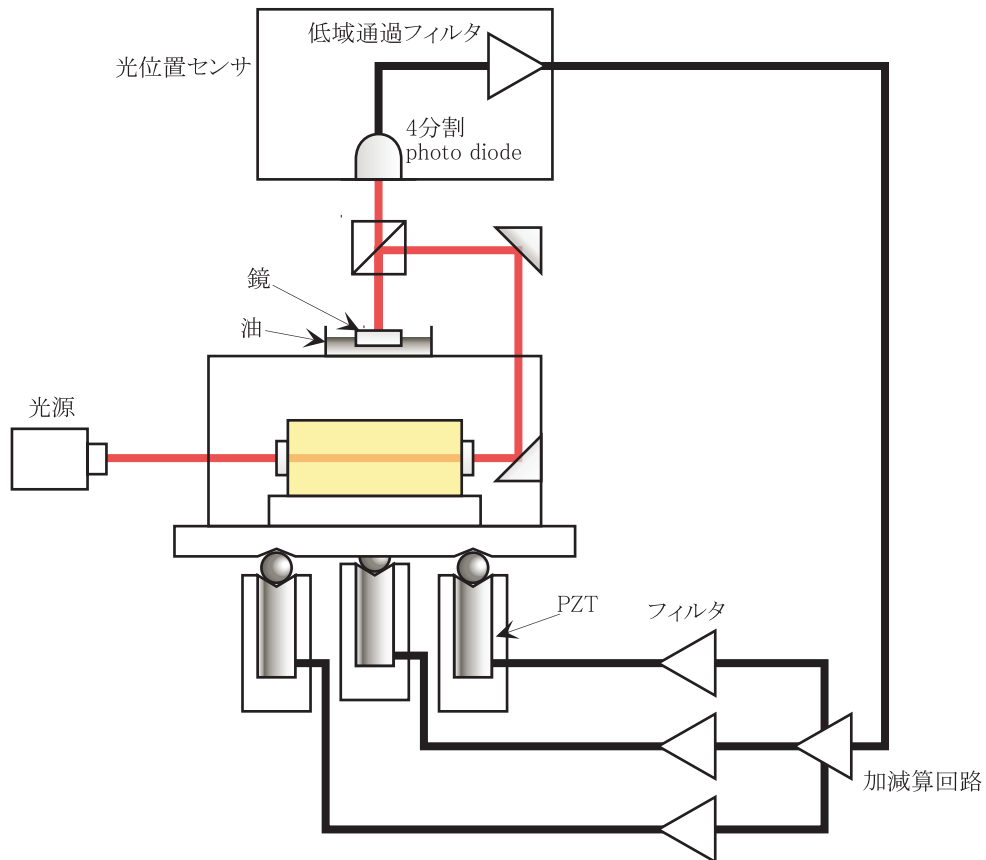


図 3.8: 傾き制御機構の概念図

囲の光学系は移動するため光の入射角が変化し、よって反射光のセンサ上での位置に変化が生じる。これを検出すれば、傾きを知ることができる。

本実験では、液面のままでは安定性に欠けるため、液面に浮かせた鏡を等ポテンシャル面参照として用いる。また、液体には真空用の油を使用する。

光位置センサの回路を、図 F.8 に挙げる。使用する photo diode は、EG&G 社の UV-140-BQ-4 で、変換効率は 0.2 A/W、受光面は 4 面 $\times 2.5\text{mm} \times 2.5\text{mm}$ である。各受光面からの信号を、低域通過フィルタ (Low Pass Filter : LPF) に通して高周波成分を除去する。遮断周波数は 10Hz である。これは、共振器を約 1 秒おきに回転させるため、1Hz より速い帯域まで制御する必要があることから設定している。ただし 10Hz より速い帯域の制御が本当に不要かどうかは定かでない。

LPF を通った 4 つのセンサからの信号を加減算して、傾きの信号を取得する。回路を、図 F.9 に示す。

傾き補正部

共振器の傾きを調整するのは、真空槽を支える 3 本の柱に組み込まれた積層圧電アクチュエータである。柱の構造は図 3.2 のようになっている。アクチュエータの長さ変化によって柱内部のシリンダが上下する。3 本の柱の長さをそれぞれ独立に変化させることで、傾きを補正できる。シリンダ上部と真空槽底面との間に直径 20mm の鉄球を挟むことで、滑らかに傾きが調整される。

このアクチュエータは、最大印加電圧 150V で長さが $68\mu\text{m}$ 変化する。柱の間隔は 0.3m であり、正三角形に配置されているから、これにより最大約 $200\mu\text{rad}$ の傾きを補正できる。

3.2.6 真空機構

大気中では、空気揺らぎにより共振器周波数が変動する。また、空気の熱伝導により、温度変化が生じやすい。これらを抑制するため、共振器の設置された定盤の上を真空にする。真空ポンプには油回転ポンプのみを用い、ピラニゲージにより真空度を測定する。常時真空ポンプを動作させて、約 1 Pa 程度の真空度を維持する。

第4章

等方性検証実験装置の開発

本実験装置の開発が始まったのは1998年度初頭であり、今年度末で2年が経過する。初めに装置開発の項目と、その流れについて説明する。次いで、昨年度の経過を簡単にまとめた後、今年度の開発成果について述べる。

4.1 実験システム開発の流れ

等方性の検証実験システムは、第3章に述べたような構成になっており、その開発項目は大まかには以下のように分類される。

- 実験装置の開発
 - － 実験の中核部
 - * 光学系
 - ・ 光共振器によるレーザ周波数安定化機構
 - ・ ビート周波数取得機構
 - * 機械系
 - ・ 共振器回転機構
 - － 雑音抑制機構
 - * 共振器温度制御機構
 - * 傾き制御機構
 - ・ 傾き検出器
 - ・ 傾き補正装置
- データ解析手法の開発

初めに各要素技術の開発を行い、実用の目処がついたものから順次実験システムにインストールし、性能評価と改良を重ねる。このようにして全ての要素のインストールと評価ができた後、長期測定を開始する。

現在、各要素機構の開発、および開発のできた要素のインストールと評価を並行して行っている段階である。次節以降で現在までの成果を説明する。

4.2 昨年度の成果

昨年度の開発成果については、上田 [12] に詳細に述べられているので、ここでは簡潔にまとめるに留める。

4.2.1 共振状態へのレーザの制御 (大気圧下)

レーザ制御用の基本的な光学系を設計し、実際の長期測定時と同じセットアップで、大気圧下でのロックに成功した。ロック状態の継続時間は、最長で 10 時間程度であった。ただし外乱に弱く、装置や電気回路の物理的振動、電気回路の配線への接触、室内の他の電気機器からの雑音などによって容易にロックが落ちてしまった。真空下での制御はできなかった。

4.2.2 共振器温度制御

温度制御装置を設計し、真空中である特定の温度に $\pm$ 数 mK 程度に制御することに成功した。共振器温度が一定になるまでに 4 時間ほどかかっていた。また、真空槽外部の温度変化によって、制御点である共振器下側面の温度は十分に安定だが、制御点ではない共振器上面の温度は 0.1 K 変動した。回転周期付近の時間では、約 10^{-4} K の安定度であった。

4.2.3 傾き検出器

基本設計をし、それが傾き検出器として機能することを確認した。これにより、傾き検出システムの基礎を確立できた。しかし本実験の要求感度を満たすまでには至らなかった。

4.3 今年度の開発成果

今年度は、下に挙げる成果を得た。

- 共振ロック状態の安定化
- 真空中での共振ロック
- 真空中での共振器温度制御過渡特性の改善
- ビート周波数取得系の構築

これらにより、次の評価をすることができた。

- ビート周波数観測による実験システムの評価

各項目の詳細を次項以降で述べる。

4.3.1 共振ロック状態の安定化

昨年度構築した共振ロック機構は、最長で 10 時間程度共振状態を維持できた。しかし雑音に対して非常に弱く、そのままでは検証実験での使用に耐えるものではなかった。

そこで、以下の改善を試みた。

- 反射光取得光検出器の photo diode を可視光用から赤外光用に換装

- 以前に使用していた光検出ダイオードは可視光用 (浜松ホトニクス S1223-01) であった。1064 nm の赤外光にも 0.3 A/W 程度の感度はあったが、感度の高い可視領域でより多くの信号を受けていたため、S/N 比が悪くなっていた。これを赤外光用 (浜松ホトニクス G3476-05) にした。これは可視領域には感度がなく、1064 nm の赤外光では 0.75 A/W である。これで目的の信号を S/N 比よく取り出せるようになった。

このほか、電気回路を新規に作成し、また光共振用光学系を再設計した。以上の結果、故意に装置に衝撃を加えたりしなければ、共振器の共振周波数がレーザ結晶温度調整によるレーザ発振周波数制御のダイナミックレンジを越えない限り、共振状態を維持できるようになった。

これにより、外乱に対する安定性を、等方性検証実験で使用するまでに向上することができた。

4.3.2 真空中での共振ロック

昨年度は真空中では光を共振器に共振させることができなかった。これは、共振用の光学系を真空槽底板の下面に設置しているために、真空槽上部の重量、および真空化によって、光が共振器に届かなくなるほどに底板が歪んでしまうことが原因であった。

この変形は避けられないものである。しかし、装置を組み上げる際に変形が生じる度にアラインメントを調整し直せば真空中でも共振させることができることが分かった。また、一度真空状態でアラインメントを合わせれば、その後底板への加重の変動があっても真空にすれば共振させることができること、すなわち加重の履歴に伴う装置の歪み方の変化は共振ロックができなくなるほど大きくはないことが分かった。

4.3.3 真空中での共振器温度制御過渡特性の改善

温度調整素子から共振器への熱伝達が遅いため、真空中での共振器温度制御時には非常に発振しやすい。昨年度は発振傾向を抑えることができず、安定化するのに 4 時間程度を要していた。

これは次の原因によると考えた。

積分制御が過大 制御量が 0 になるときの積分制御の操作量が、オフセットを打ち消すために必要な量より大きい場合、オーバーシュートを引き起こし、振動の原因となる。

微分制御が機能しない 測定間隔 5 秒の間では、共振器の温度は殆ど変化しないため、隣り合う測定点の間の微分では測定に伴う雑音だけを拾ってしまい、微分制御の本来の役割 (制御量の急激な変化を抑制する) を果たせない。

そこで、PID パラメタを設定し直して適切な積分制御操作量を得られるようにするとともに、微分制御の計算を 1 点前ではなく任意の n 点前の測定点との間で行えるように改良した。これにより、真空中で共振器下側面 (ch1) の温度を 1.5 時間程度で振動することなく安定化できるようになった。また、共振器台座中段 (ch2) は 30 分で安定化できた。図 4.1 にこれらの過渡特性を示す。このときの制御計算のパラメタは表 4.1 の通りである。

制御位置	K	T_I	T_D	n
共振器下側面 (ch1)	4.8	21600	600	36
台座中段 (ch2)	2.1	150	16	1

表 4.1: 真空中での共振器温度制御の PID パラメタ

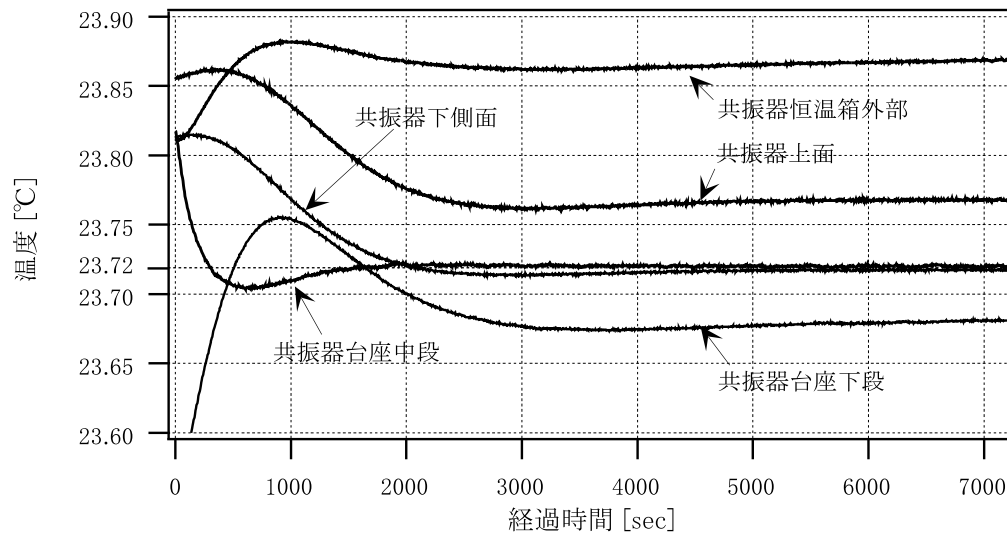


図 4.1: 共振器温度制御の過渡応答

また、目標温度に落ち着いた後の共振器下側面温度は、図 4.2 のような変動をしており、Fourier 解析をしてパワースペクトル密度 $[K/\sqrt{\text{Hz}}]$ をプロットすると図 4.3 のようになった。

共振器の回転周波数を $f_{\text{rot}} = 0.01 \text{ Hz}$ とするとき、 $2f_{\text{rot}} = 0.02 \text{ Hz}$ 付近の変動成分が異方性の測定に影響する。そこで、 0.02 Hz における変動成分を計算する。それには、パワースペクトル密度 $5 \times 10^{-3} \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}}$ に、観測時間 48 時間 $\leftrightarrow 172800 \text{ 秒}$ の逆数である、 $5.8 \times 10^{-6} \text{ Hz}$ の平方根をかけて¹、約 $1.2 \times 10^{-5} \text{ K}$ である。式(2.9)と比較すれば、温度制御に対する要請 $\alpha(T) \delta T \lesssim 10^{-14}$ は満たされていると言える。

4.3.4 ビート周波数取得系の構築

ビート周波数の観測のため、第 3 章に述べたビート周波数取得光学系と、観測システムを構築した。

4.3.5 ビート周波数観測による実験システムの評価

ビート周波数が観測できるようになったため、これを用いて実験システムの評価を行った。以下では、装置には傾き検出・制御機構、共振器回転機構は未導入であり、また共振器には試験用として ClearCeram Z 製のものを使用している。この共振器では、鏡をスペーサに接合する方法として optical contact をしておらず、鏡のまわりに樹脂を盛る方法を用いている²。

ビート周波数の変動—長期ドリフト

油回転ポンプを連続運転して共振器周囲を 1 Pa 程度の真空中に保った状態で共振器温度を 2 台とも 23.62°C に³安定化して、ビート周波数を 48 時間観測した。図 4.4 が観測結果である。また、図 4.5 がこのときの共振器の温度である。

¹ 本当は、ここで挙げたルートパワースペクトル密度を 2 乗して本来のパワースペクトル密度に戻し 0.02 Hz を中央にして幅 $5.8 \times 10^{-6} \text{ Hz}$ の範囲で積分した後、その平方根をとる。ここでは、 5.8×10^{-6} の範囲は十分に狭く、その区間のパワースペクトル密度の変化は十分小さいため、本文中に説明した方法で十分正しい値が得られる。

² ClearCeram 55 製のものには、optical contact によって接合してある。

³ この温度の値に積極的な意味はない。

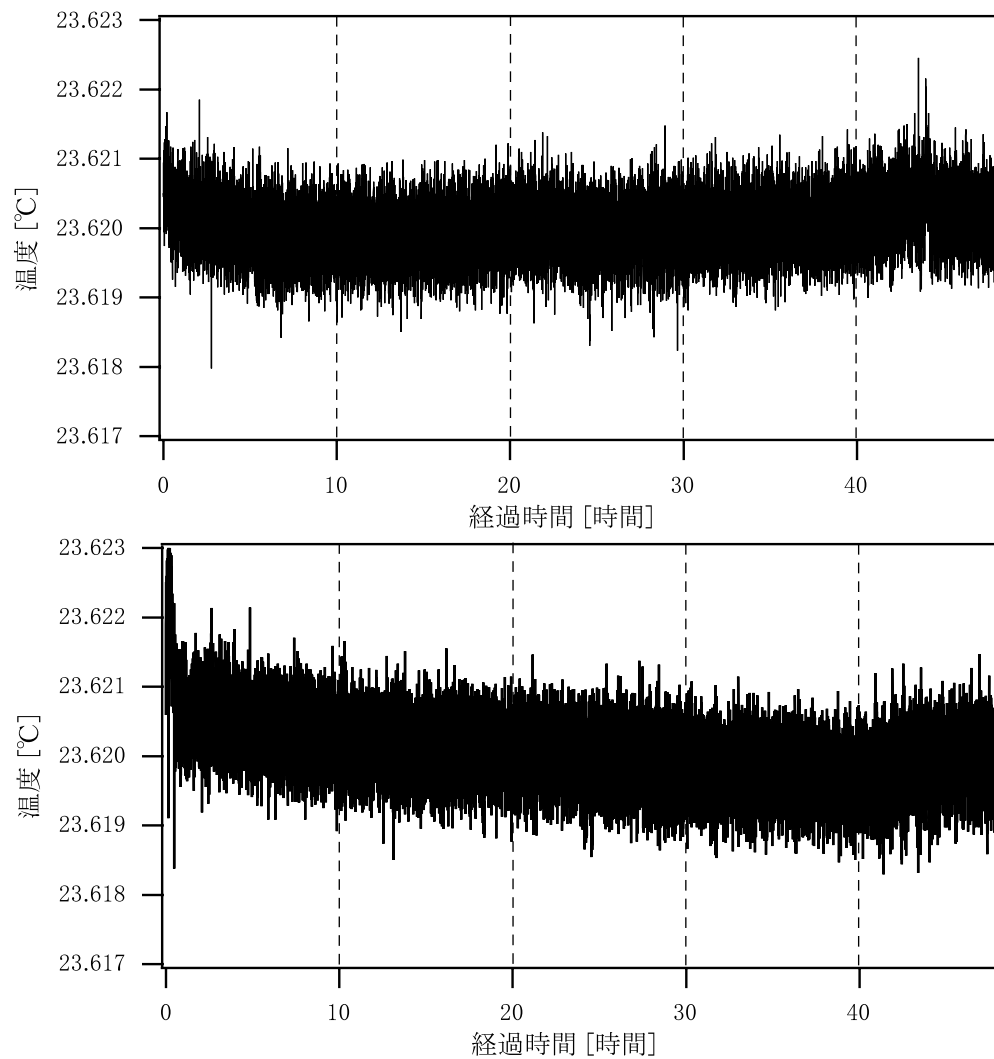


図 4.2: 制御時の共振器下側面温度。上から、共振器 No.1、No.2。

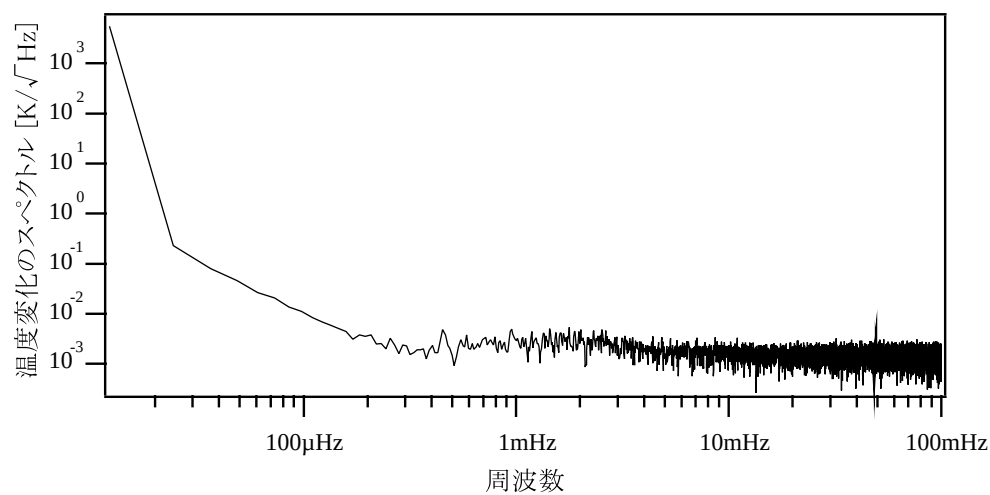


図 4.3: 制御時の共振器 No.1 下側面温度のパワースペクトル密度。共振器の他の部分も同様のスペクトルであった。

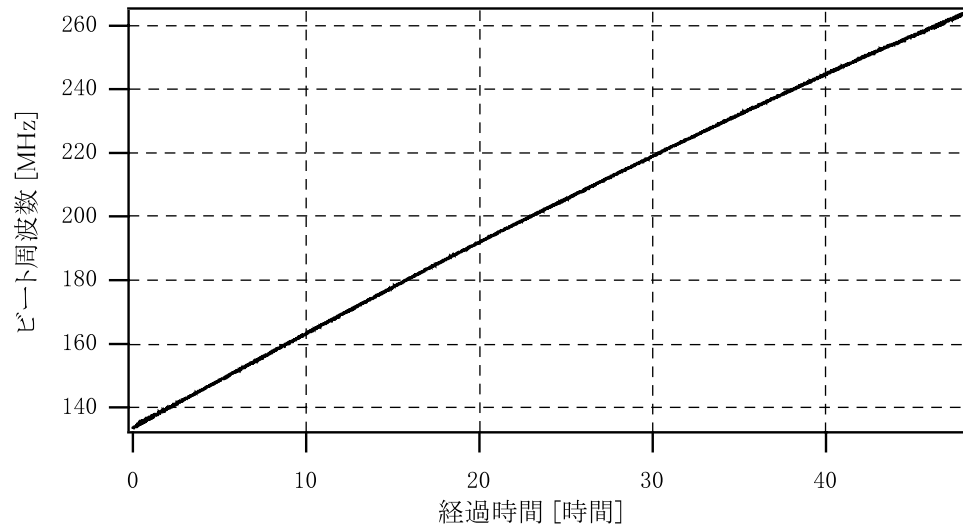


図 4.4: ビート周波数の 48 時間観測結果。2 次の多項式 $f = a + bt + dt^2$ でフィットした結果も表示しているが、重なっていて見分けられない。

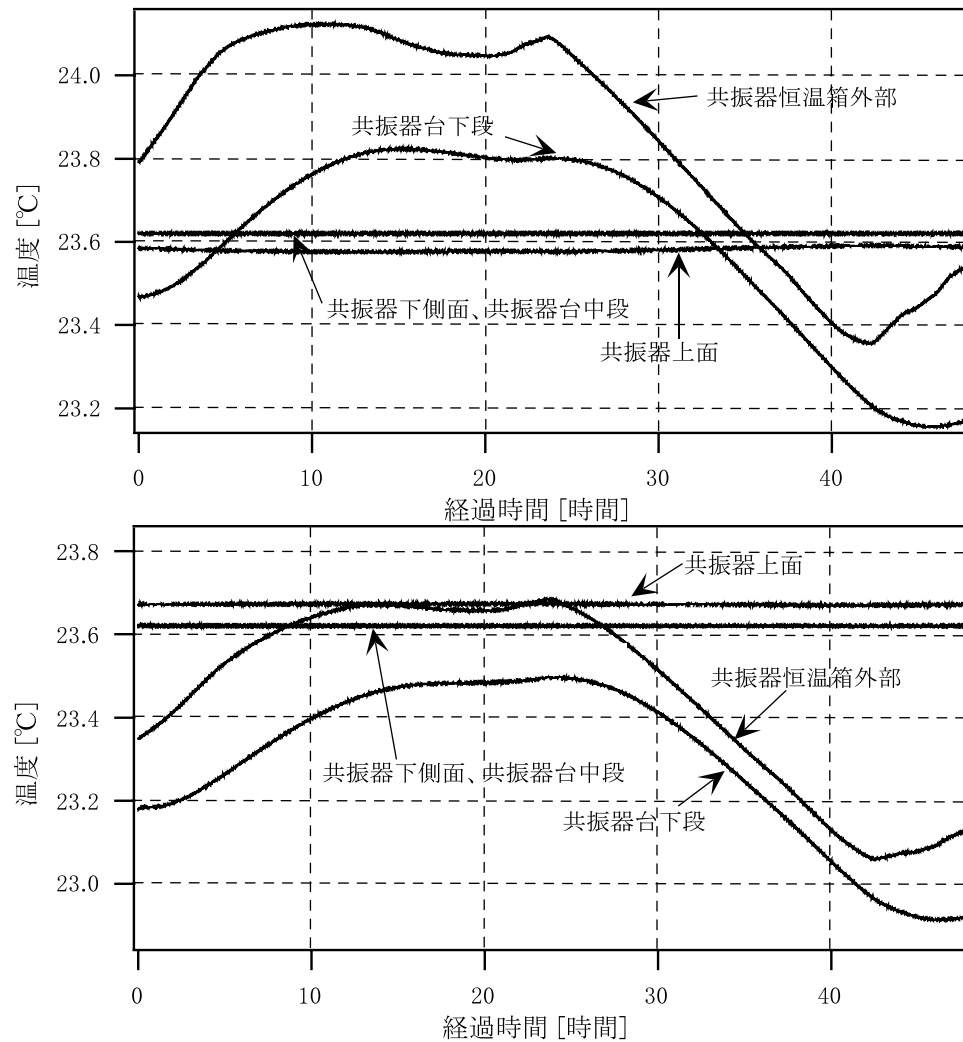


図 4.5: 共振器温度の 48 時間観測結果。上から、共振器 No.1、No.2。

ビート周波数にかなり大きいドリフトが存在している。この変動を 2 次多項式

$$f[\text{Hz}] = \alpha + \beta t[\text{sec}] + \gamma t^2 \quad (4.1)$$

でフィットすると、

$$f[\text{Hz}] = 133.38 \times 10^6 + 853.12 t - 0.00055851 t^2 \quad (4.2)$$

となり、変化率はここでは約 850 Hz/sec $\leftrightarrow$ 73.7 MHz/day であったことになる。

ビート周波数のこのようなドリフトは常に観測されている。ドリフト率は、図 4.6 から分かるように観測時によって異なり、さらに時間とともに低下しているように見える。ただし表中の各測定

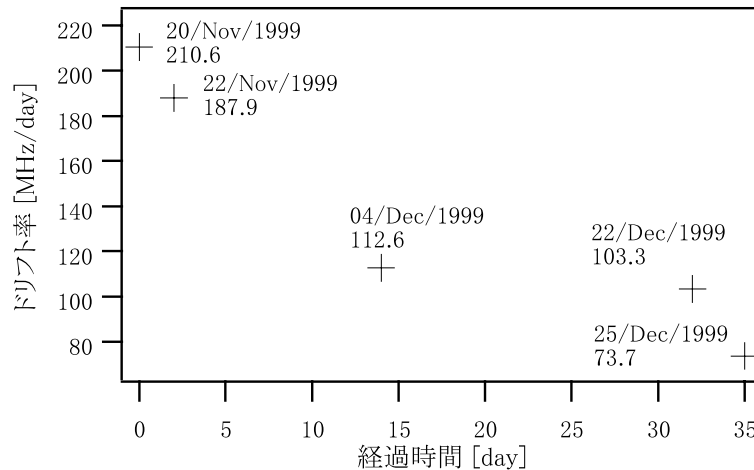


図 4.6: ビート周波数のドリフト速度

では、温度条件が異なる、連続して共振させているのではない、同一の共振次数ではない、など条件が異なっているため、これだけでドリフト率が低下傾向にあると判断することはできない。

ドリフト率が一定ならば、解析時にその影響を除去することができる。しかしこのように変動する場合、解析的にも取り除くのは難しい。

後に示す温度変化に対するビート周波数変化率の式(4.7)を用いてこれだけの周波数変動に必要な共振器温度変化を計算すると、1つの共振器の温度だけが変化したとしても $73.7 [\text{MHz}]/500[\text{MHz/K}] = 0.14 [\text{K}]$ である⁴。共振器温度にそのような変化は見られないから、このドリフトが温度変化に伴う共振器長の変化によるものとは考えられない。

したがってここで見られる周波数変動は温度以外の要因による共振器長の変化が原因であると考えられる。

Brillet-Hall の実験においても、ビート周波数の一定速度のドリフトは避けられず、変化率は-50 Hz/sec であった⁵。これは共振器の変形によると考えられた。ただし、Brillet-Hall の実験では周波数参照光は絶対安定化レーザであり、共振器長さのドリフト直接ビート周波数に影響するようになっていた。

本実験では2台のレーザはともに共振器によって周波数安定化されているため、2つの共振器長の同程度の変動はビートを観測する際にはほとんど相殺されてしまうはずである。2台の共振器が同率で長さ変化をしているとすると、式(2.7)により、もともとの共振器長と同程度かそれ以上の変化がなければこのドリフトを説明できないことが分かる。よって、一方の共振器長のみがドリフ

⁴2 つとも変化するならば、式(2.10) (2.12) より、 $0.14 \times \frac{f_{\text{reso}}}{f_{\text{beat}}} \sim 0.14 \times 10^6 \text{ K}$ となってしまう、とてもあり得ない数字になる。

⁵2.3.1 項参照。

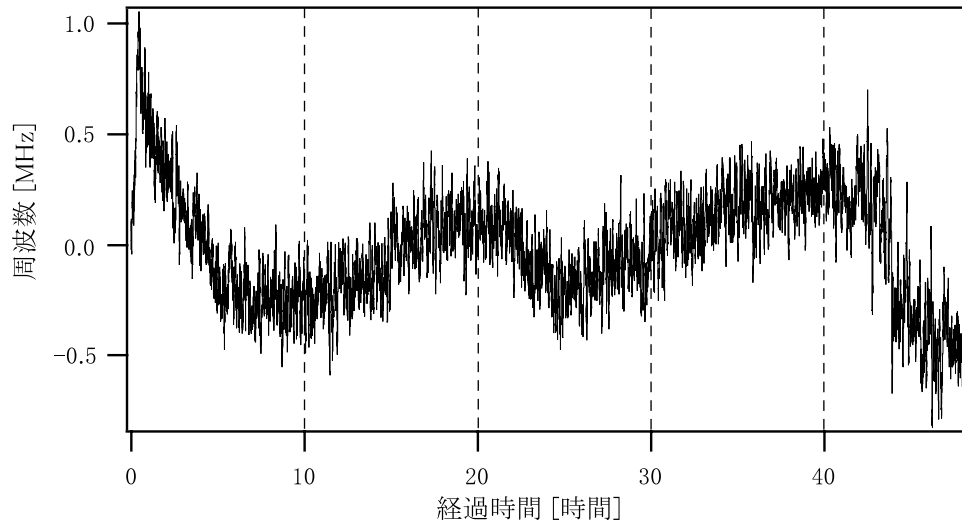


図 4.7: ドリフトを除いたビート周波数変化

トしているか、2つが互いに逆相でドリフト (片方が収縮、もう一方が膨張) していると考えなくてはならない。

そこで、一方の共振器長のみがドリフトしていると考えて、その大きさを見積もる。ここで考えるような 100MHz 程度の変動は、共振周波数 (2.9×10^{14} Hz) に比較して 6 桁も小さいので、式(2.4)が利用できる。これによると、

$$\begin{aligned}
 |\delta l| &= \frac{\delta f_{\text{reso}}}{f_{\text{reso}}} \cdot l \\
 &\sim \frac{850 \text{ Hz/sec}}{2.9 \times 10^{14} \text{ Hz}} \cdot 0.11 \text{ m} \\
 &= 0.322 \times 10^{-12} \text{ m/sec} \leftrightarrow 0.0279 \text{ } \mu\text{m/day} \leftrightarrow 10.1 \text{ } \mu\text{m/year}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

となる。

この程度の変動ならば、起こる可能性がないとは言い切れないであろう。このような長さ変動の原因としては、

- スペーサが自重によって変形した
- スペーサに鏡を貼り付けている接着剤⁶が、共振器内部に貯まったレーザの熱により変形した
- 鏡が徐々にずり落ちた

などを考えることができるが、現段階では特定することはできない。

ビート周波数の変動—ドリフトを除去した変化

上述のようなドリフトは本実験では無視すべきものであり、ビート周波数の安定度はこれを除去して考えなければならない。そのため、フィット結果 (式(4.2)) を観測値から引いてドリフトを除去したものを解析する。

図 4.7 が、ドリフトを除いたビート周波数変化である。また、このときの 2 つの共振器の上面温度の差を図 4.8 に、下側面温度の差を図 4.9 に示す。これによると、ビート周波数の約 20 時間周期の変化は、共振器上面温度差の変化に対応する傾向にある。

⁶試験用共振器では、鏡はスペーサに optical contact されておらず、鏡の周囲に樹脂を盛ることでスペーサに固定されている。

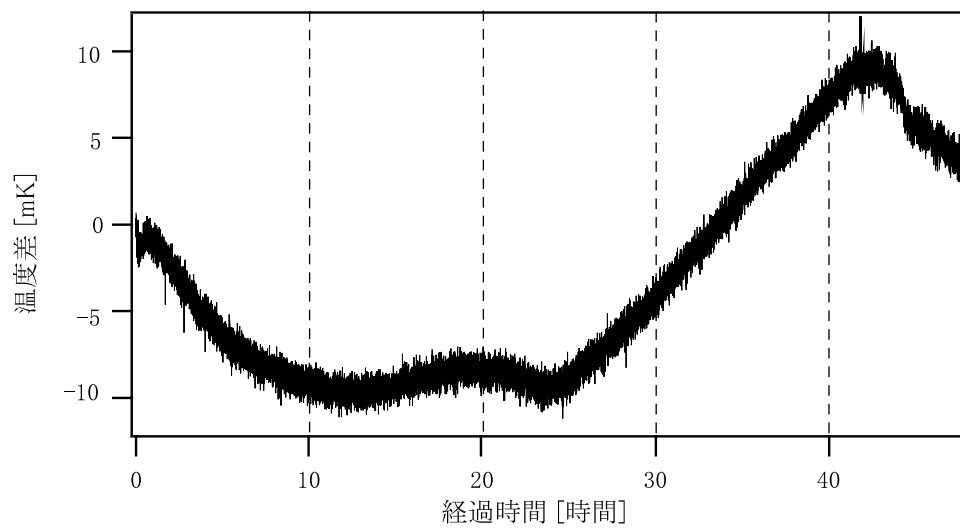


図 4.8: 2つの共振器の上面 (ch0) 温度の差

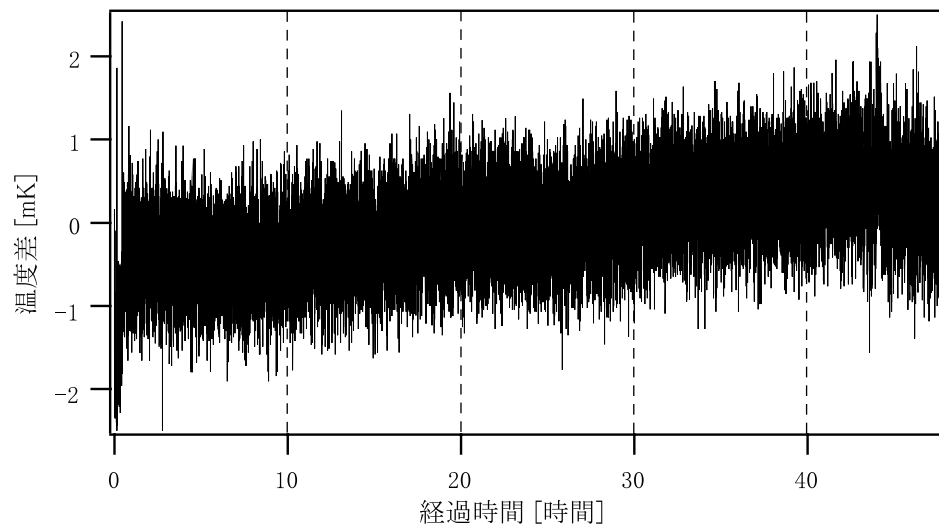


図 4.9: 2つの共振器の下側面 (ch1) 温度の差

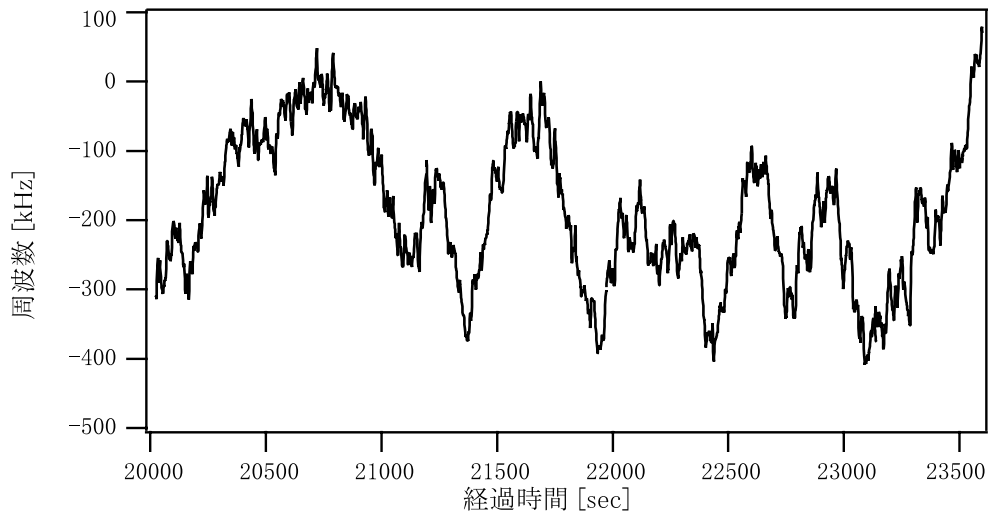


図 4.10: ドリフトを除いたビート周波数変化

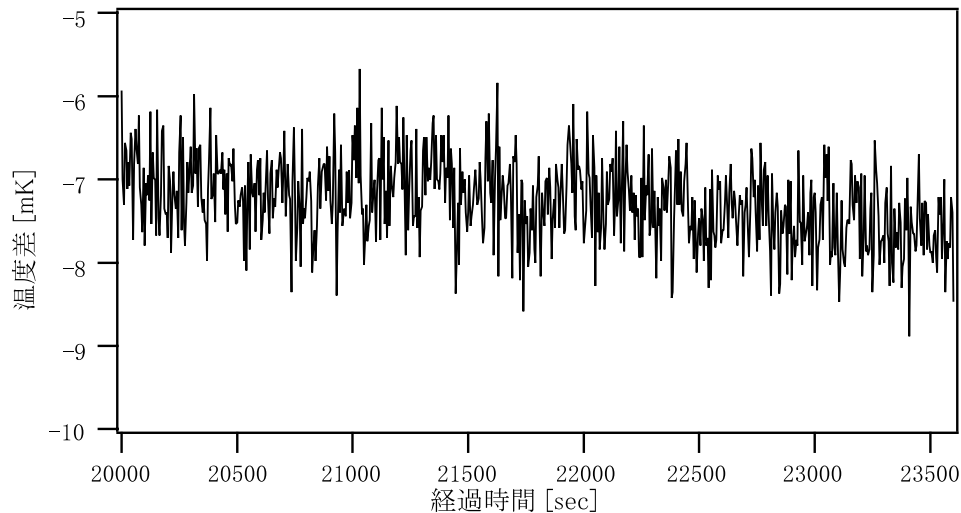


図 4.11: 2つの共振器の上面 (ch0) 温度の差

ここで、短期間でのビート周波数変動と、そのときの温度変化を調べる。図 4.10、4.11、4.12 が観測結果である。周期 ~ 500 sec、変動量 ~ 300 kHz p-p の周波数変動がある。共振器の共振ピークの線幅は 29 kHz であり⁷、ここで観測された周波数変動はそれよりも大きい。したがって、この変動要因として何らかの共振器長変化を考えなくてはならない。

これが一方の共振器の温度変化による長さ変動とすると、後に示す式(4.8)により、

$$\frac{300 \text{ kHz p-p}}{500 \text{ MHz/K}} = 0.6 \text{ mK p-p} \quad (4.4)$$

程度の温度変動に相当する。ただし、これは共振器の温度伝達関数を考慮していない。この程度の変動は現在のところ容易に生じうる。

このビート周波数の観測結果を Fourier 解析して、パワースペクトル密度をプロットすると、図 4.13 のようになる。観測周期 $2f_{\text{rot}} = 0.02$ Hz 付近の変動強度を計算すると、第 4.3.3 項と同様の計算により、 1.2×10^3 Hz、あるいはそれを $f_{\text{reso}} = 3.0 \times 10^{14}$ で規格化して、 4.0×10^{-10} となる。すなわち、現在の試験用セットアップでは目標感度までまだ 4 桁の開きがあることが分かる。

⁷表 3.2 参照。

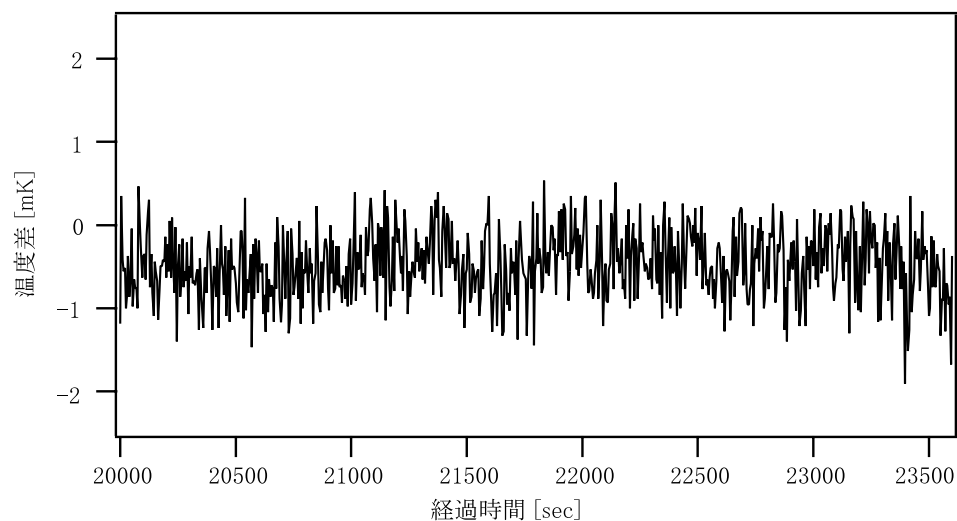


図 4.12: 2つの共振器の下側面 (ch1) 温度の差

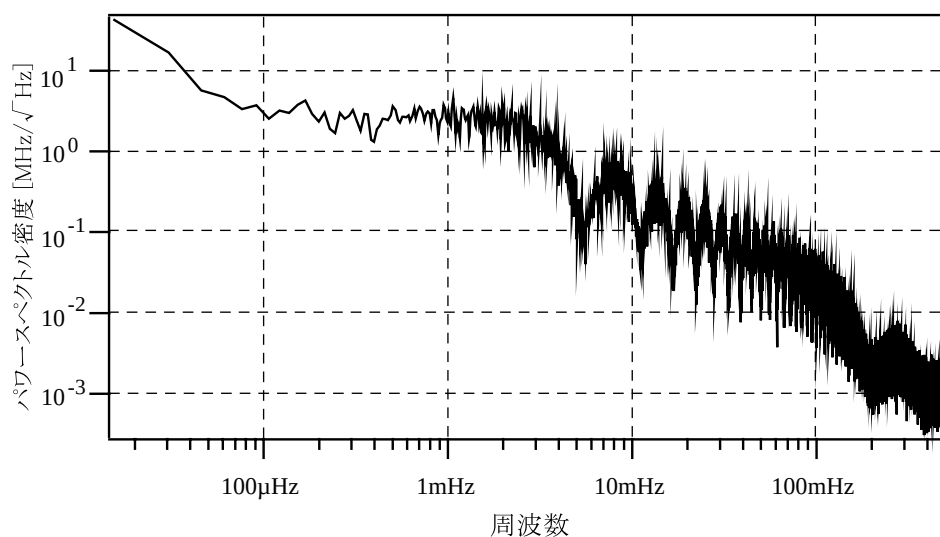


図 4.13: ビート周波数の48時間観測結果のパワースペクトル密度

ただし、共振器スペーサ材料に ClearCeram Z を使用しており、共振器温度は ClearCeram Z の最適温度に制御されているわけではないため、今後検証実験時と同じ構成にして確認していく必要がある。

ビート周波数の温度依存性評価

両方の共振器の温度を安定化した後、一方の設定温度のみを 0.1°C ずらして、1つの共振器の温度変化に伴うビート周波数の変化を観測した。

先に予想される変化率を述べよう。ClearCeram の相対熱膨張率の図 3.5 より、 23°C 付近での共振器 (ClearCeram Z 製の試験用共振器) の線膨張率 α_Z は

$$\alpha_Z = 1 \times 10^{-7} / \text{K} \quad (4.5)$$

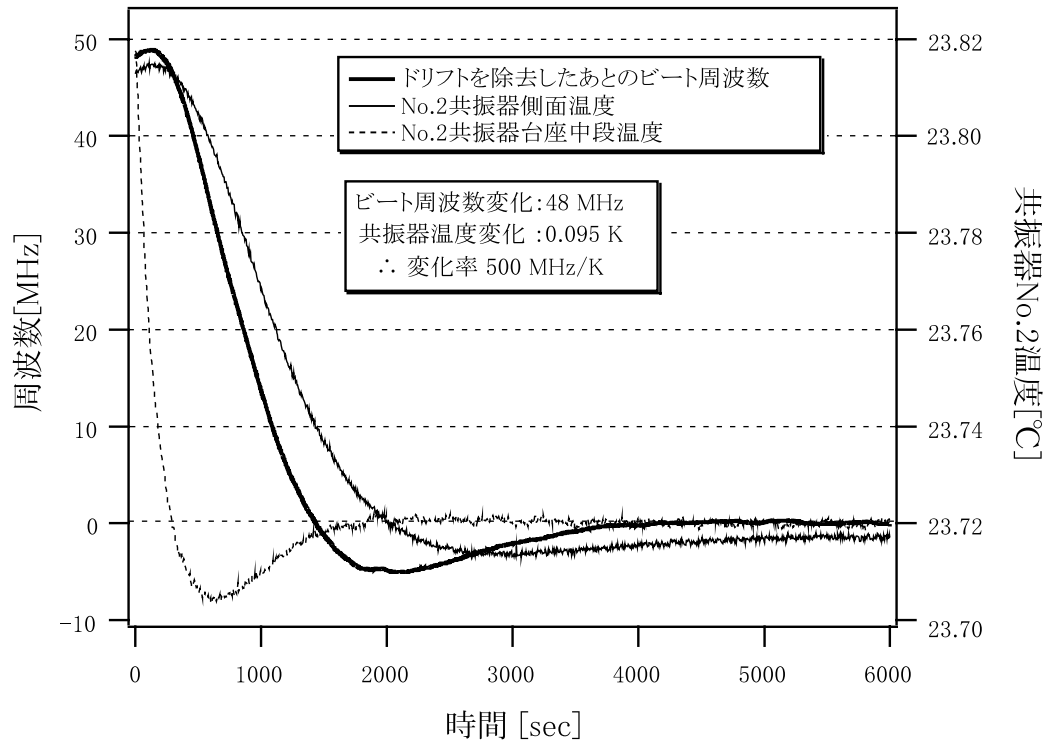


図 4.14: 共振器の温度変化に伴うビート周波数の変化。ただし直線的なドリフトを取り除いてある。共振器 No.1 は 23.72 °C、No.2 は 23.82 °C で安定しているときに、No.2 の設定温度を 23.72 °C に変更した。

である。式(2.11) より、このときの共振周波数の変化 δf_{reso} は、

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_{\text{reso}}}{\delta T} &= -1 \times 10^{-7} \cdot 3 \times 10^{14} \\ &= -3 \times 10^7 \text{ Hz/K} = -30 \text{ MHz/K} \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。もう一方の共振器の温度は変化しないから、ビート周波数の変化もこれと同じく、

$$\frac{\delta f_{\text{beat}}}{\delta T} = -30 \text{ MHz/K} \quad (4.7)$$

のはずである。

一方、4.3.5 項で述べたビート周波数の一様なドリフトを除いた後の測定結果を図 4.14 に示す。まず、ビート周波数は共振器の温度によく追従していることが分かる。このとき、共振器の温度変化約 0.1K に対して、ビート周波数は約 50MHz 変化した。これより、共振器の温度変化に対するビート周波数変化の割合は、

$$\frac{\Delta f_{\text{beat}}}{\Delta T_{\text{cav}}} \simeq 500 \text{ MHz/K} \quad (4.8)$$

であったことになる。これは ClearCeram Z のメーカーによる相対熱膨張率を基に計算した値(4.7)より、1 桁以上も大きい。このとき、対応する共振器長の変化量を求めると

$$\begin{aligned} \delta l &= -\frac{\delta f_{\text{reso}}}{f_{\text{reso}}} \cdot l \\ &\sim -\frac{500 \text{ MHz/K}}{3 \times 10^8 \text{ MHz}} \cdot 0.11 \text{ m} \\ &= 1.8 \times 10^{-7} \text{ m/K} \end{aligned} \quad (4.9)$$

となる。

このビート周波数変動が共振器スペーサである ClearCeram の温度変化による伸縮のみによって生じているとするならば、共振器の相対熱膨張率は式(2.11) より $1.7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ であることになる。メーカーのデータ $1 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ より 1 桁以上大きい値である。

ただし、温度変化にともなう共振器長の変化は、スペーサの伸縮のほかに、鏡をスペーサに取り付けている接着剤の伸縮によっても生じる可能性はある。

これまでの実験では、このようにビート周波数の温度依存性が大きいことの原因を突き止めることはできていない。今後、更に共振器温度とビート周波数の詳細な関係を調べる必要がある。

4.4 本章のまとめ

昨年度から引き続き空間の等方性検証のための実験システムの構築を進め、以下に挙げる成果を得た。

- 共振ロック状態の安定化
 - － 光学系、制御機構の改良によって、定盤を故意に揺らす、共振器長の変動によりレーザコントローラのダイナミックレンジを越えてしまう、などの相当の外乱がない限り共振ロック状態を保持できるようになった。これにより、長期観測の際にロックが外れる恐れがなくなった。
- 真空中での共振ロック
- 共振器温度制御応答の向上
 - － PID 制御機構の改善によって、温度制御時の発振を抑え、安定化までの時間を短縮した。また、安定後の 0.02 Hz での変動成分は、約 10^{-5} K であり、要請を満たしていることが分かった。
- ビート周波数取得系の構築
 - － ビート周波数取得のための光学系、および観測システムを構築した。PC によるビート周波数データ取得が可能となった。

これらにより、次のような評価を行った。

- ビート周波数観測による実験システムの評価
 - － ビート周波数の一方向へのドリフトが観測された。これは直線的であり、観測の際には常に生じた。原因の特定はできなかった。
 - － ドリフト分を除いたビート周波数の変動の、 0.02 Hz で変化する成分は、約 $1.2 \times 10^3 \text{ Hz}$ 、あるいは $f_{\text{reso}} = 3.0 \times 10^{14}$ で規格化して、 4.0×10^{-10} であった。共振器が ClearCeram Z のものであるから、この値だけで現状を評価することはできない。
 - － ビート周波数の温度に対する依存性は 500 MHz/K であった。これはメーカーによる共振器の熱膨張率から計算される値より 1 桁以上も大きい。本当に共振器スペーサの熱膨張率が高いのか、または共振器スペーサの長さ変化以外に共振周波数変動に寄与する原因があるのかは分からなかった。

第5章

まとめ

特殊相対性理論で仮定されている空間の等方性、すなわち光速の等方性を検証するために、2 台のレーザと光共振器を用いた光学的手法による、光速の方向依存性測定システムを開発している。

同種の実験による現在までの最高精度の結果は、Brillet-Hall の実験 [3] による、 $\frac{g_2}{g_1} = \frac{c_{\parallel}}{c_{\perp}} = 1 \pm 10^{-15}$ であり、本実験ではこの精度を 1 桁向上した、 $\frac{g_2}{g_1} = \frac{c_{\parallel}}{c_{\perp}} = 1 \pm 10^{-16}$ を目標とする。

実験システムの基本概念は、Brillet-Hall のものと同一であるが、1 桁の感度向上を図るため、本実験では以下の雑音抑制措置をとる。

温度変化抑制 共振器のスペーサとして、ある温度で線膨張率が 0 になる特殊ガラス ClearCeram 55 を採用する。温度調整器として Peltier 素子を用いて、その温度に共振器温度を PID 制御する。これにより、温度変化に伴う共振器長変化を抑制する。

傾き変化抑制 水平面に対する共振器の傾きを、油に浮かせた鏡を参照水平面とする光てこを用いた高感度傾斜計を用いて検出し、積層圧電アクチュエータによって制御する。これにより、傾きの変化に伴う共振器の重力による変形を抑制する。

回転に伴う雑音の抑制 動作をコンピュータプログラムにより制御できる回転台を用いて、共振器を光源などの光学系とともに回転させる。また、その際 $\pm 180^\circ$ の範囲を離散的に回転させ、観測は静止中に行う。これにより、回転速度の変化に伴う共振器長の変化、Doppler 効果などの周波数変動要因を抑制する。

装置開発は 1998 年度に開始された。昨年度は、基本設計をしたほか、

- 大気圧におけるレーザ周波数の共振器共振周波数への制御
- 真空における共振器温度の特定温度への制御
- 傾き検出機構の基礎性能評価

などがなされた。

今年度は、以下の開発を行った。

- レーザ周波数の共振ロック機構の安定化
 - － 装置に衝撃を加えるなどの相当の外乱がない限り共振状態を維持できるようになった。

- 真空中での共振ロック

- － 真空中でレーザ周波数を共振器の共振周波数にロックすることに成功した。

- 真空中での共振器温度制御過渡特性の向上

- － 温度制御の PID パラメタなどを改善して、温度制御開始時の発振を抑え、安定化までの時間を短縮した。観測周期 0.02 Hz での変動成分は約 10^{-5} K であった。

- ビート周波数取得系の構築

- － ビート周波数取得のための光学系、および観測システムを構築した。パーソナルコンピュータによるビート周波数データ取得が可能となった。

これらにより、ClearCeram Z をスペーサとした試験用共振器を用いて次の評価をすることができた。

- ビート周波数観測による実験システムの評価

- － ビート周波数の一方向ドリフトが観測された。いくつかの原因が考えられるが、特定はなされていない。
 - － 真空中、ドリフト分を除いたビート周波数の、0.02 Hz 付近の変動成分は、約 10^{-10} であることが分かった。ただし、共振器温度制御点は最適温度ではない。
 - － 共振器温度変化に対するビート周波数の依存性を測定した。メーカーによる共振器スペック値から計算される値より 1 桁以上大きいことが確認された。

上述の成果のほか、当研究室の大石によって、傾き検出器の開発実験が行われ、昨年度からの感度向上がなされた。また、同じく高森によって、共振器回転機構の開発が進められた。

等方性検証実験のためには、今後

- 傾き検出・制御機構、および共振器回転機構の開発と、測定システムへのインストール
- ClearCeram 55 を用いた共振器の最適温度調査
- ClearCeram 55 を用いた共振器のインストールと性能試験
- 長期観測・解析システムの開発

などが必要である。

補遺 A

Michelson 干渉計

Michelson 干渉計は、A.A.Michelson が Morley との実験より前に、光源のエーテルに対する速度の向きが光速に及ぼす影響を調べるために、開発したものである。相対論の解説書によくある説明では、Michelson-Morley の実験では干渉計全体を回転させてそのときの干渉縞の変化を見た、という。しかし、干渉縞の変化とは何か、またそもそもなぜ干渉光が「縞」として見えるのか、正しい説明をしているものはほとんど無く、Michelson 干渉計に対する正しい理解を得る機会があまりない。そこでここでは簡単にその原理を述べる。

A.1 装置構成

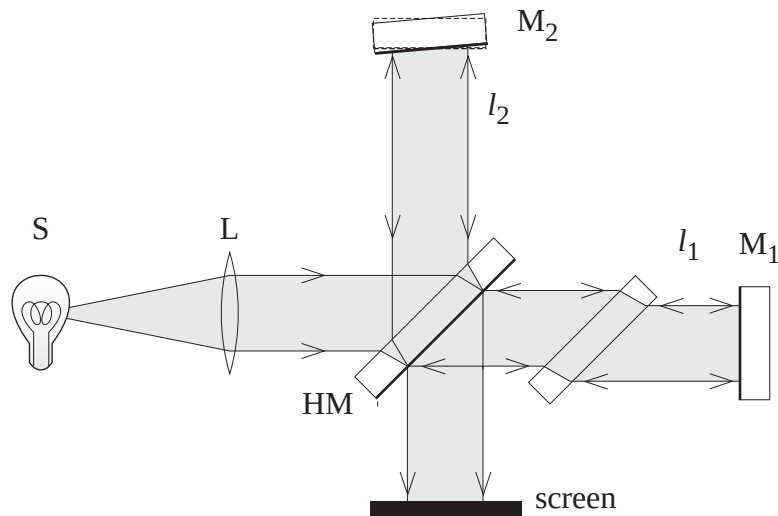


図 A.1: Michelson 干渉計

図 A.1 が、Michelson 干渉計の基本構成である。S は点光源であり、白色光か単色光を選択することができる。光源から出た光を、レンズ L を通すことで平行光にする。これは後ほどすだれ状の干渉縞を得るために必要な措置である。

平行光は半透鏡 HM によって 2 つに分けられる。HM は光源から遠い方の面で光を 2 つに分ける。光源からの光に平行な方向に 1、垂直な方向に 2 と番号をつける。分けられた光は、それぞれ HM から l_1 、 l_2 の距離にある鏡 M_1 、 M_2 によって打ち返されて、HM 上で再び結合する。なお、Michelson の実験では $l_1 = l_2$ であった。分割から再結合までの間、方向 2 の光は反射されたとき

と戻ってきたときの2回 HM のガラス内を通るのに対し、1 の光は全く通らないので、その違いを補正するために1の方にガラス板を入れる。結合した光は、干渉して、スクリーンに投影される。

HM で精確に 90° に分けられ、 M_1 、 M_2 でも精確に入射方向に反射されるならば、平行光の進行方向に垂直な断面ではどの部分も均一に $2 \cdot (l_1 - l_2)$ だけ光路差が生じるため、スクリーン上に干渉縞は出現しない。光路差が変動するに従って、全体の明るさが変化するだけである。ところが、いずれかの反射鏡にごくわずかの傾きが図 A.1 のように紙面に対して垂直な軸まわりに生じれば、スクリーン上で紙面方向に光路差の違いが生じることになり、傾きの軸に平行なすだれ状の明縞が、光路差 λ (腕長差 $\lambda/2$) 毎に見えるようになる。すなわち、すだれ状の干渉縞を得るためには、ミスアラインメントが不可欠である。

ただし、現実にはアラインメントを精確に合わせる方が困難であり、光学部品の設置後にミスアラインメントができるだけ小さくなるように合わせ込んで、干渉縞が適度に見えるようにすることになる。

なお、干渉計の腕の長さを精確に合わせる必要がある場合、あるいは各縞が光路差幾つに対応するのか知る必要がある場合、上記の方法だけではどの縞が光路差0に対応するのか判別できない。その場合は、光源に白色光と単色光の両方を用いる。まず光源を白色光にすると、白色光にはさまざまな波長の光が含まれるため、光路差0の明縞は白色縞になるのに対して、1次以上の干渉縞は虹色に広がって見える。これによって0次の干渉縞を探すことができる。その後単色光に変えて、詳細な観測をすればよい。すなわち、まず白色光を用いて0次の干渉縞が観測できるように干渉計の鏡の位置、角度を微調整した後、単色光にして光路の変動を観測するのである。

A.2 得られる観測量

A.2.1 腕の長さのみが変動する場合

干渉計の腕の長さの差 $\Delta l = l_1 - l_2$ に変動があると、光路長差が変動したことになり、それにしただがってスクリーン上で各次の干渉縞の存在する位置がずれる (図 A.2 参照)。干渉縞の1間隔が光路長差1波長分 (腕長差 $1/2$ 波長分) に相当するから、干渉縞の位置変化が縞間隔の何個分であるか測定すれば、何波長分の光路長差変化が生じたか知ることができる。

A.2.2 光の波長のみが変動する場合

光の波長に変動があると、2本の腕の内部に含まれる波長数の差が変動し、それにしただがってスクリーン状で各次の干渉縞の存在する位置がずれる (図 A.3 参照)。干渉縞の1間隔が腕の往復に含まれる波長数の差1つ分 (腕に含まれる波長数の差 $1/2$ 個分) に相当するから、干渉縞の位置変化が縞間隔の何個分であるか測定すれば、腕に含まれる波長数の差がいくつ変化したか知ることができる。

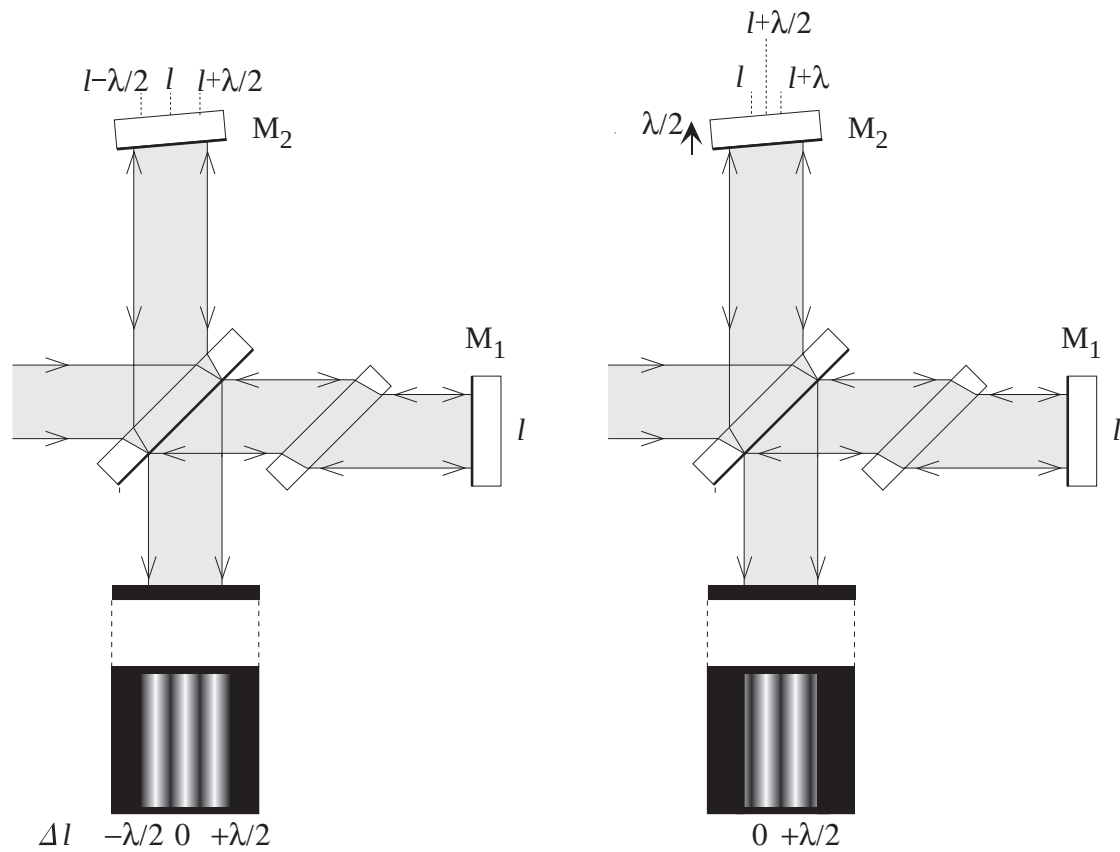


図 A.2: 腕の長さの差 Δl が 0 から $\frac{\lambda}{2}$ に変化したことによる干渉縞の位置変化

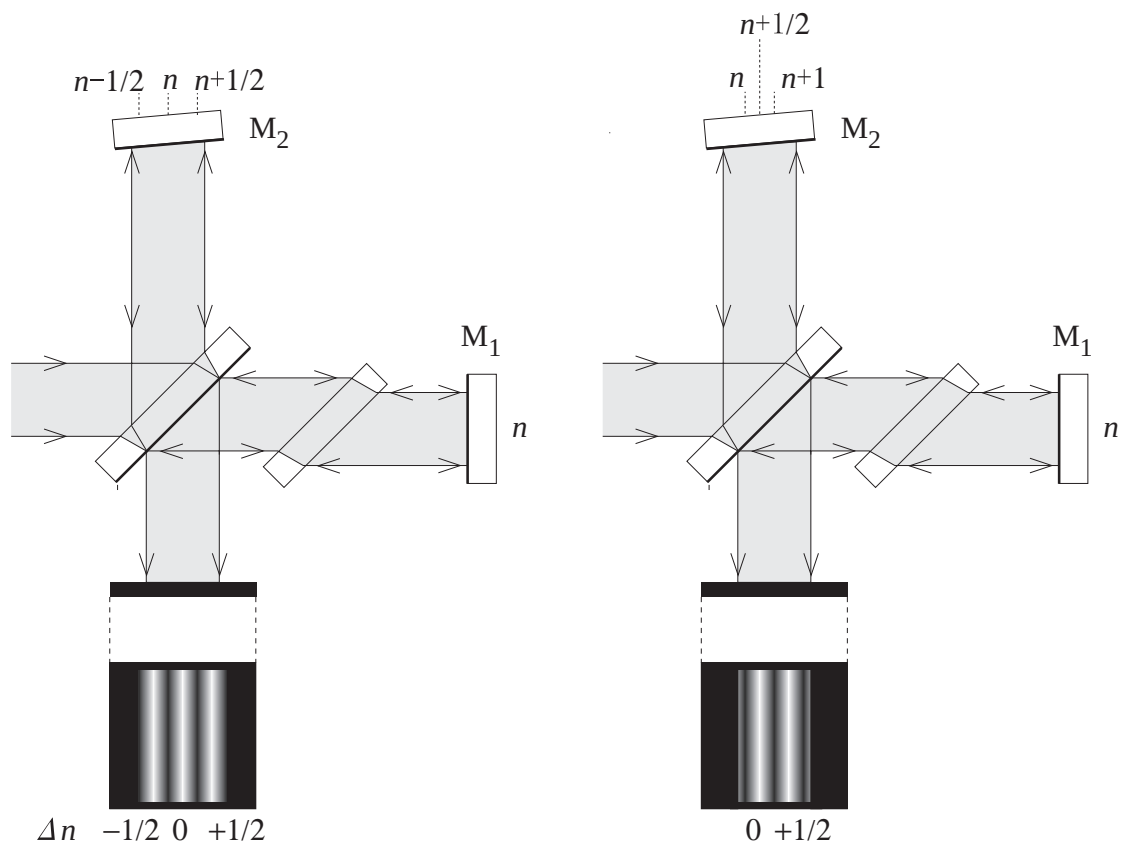


図 A.3: 腕に含まれる波長数の差が 0 から $\frac{1}{2}$ に変化したことによる干渉縞の位置変化

補遺B

Fabry-Perot 共振器の基礎

B.1 共振器の固有モード

Fabry-Perot 共振器に共振する光は、レーザと同じ空間的形状の共振モードを持っており、縦モードと横モードの2つに分けられる。光が共振状態にあるときに共振軸方向に入ることのできる $\frac{1}{2}$ 波長の数 n によって軸方向の強度分布が定まり、これを縦モードという。また、共振軸に垂直な断面の強度分布には無数の独立な形状があり、これを横モードという。

共振状態になる周波数は、ある一定間隔で存在する。そこで、この共振周波数間隔を、縦モード間隔という¹。

横モードのうち重要なものは、断面の等強度線が共振軸を中心とする同心円状で、光軸を中心に Gaussian 型の強度分布をもつ、TEM₀₀ モードという基本モードである。このとき、強度が中心軸上の e^{-2} になる位置までの軸からの距離としてモード半径を定義できる。ある共振器の TEM₀₀ モードは、モード半径の最小値であるウェスト半径と、その軸方向の位置であるウェスト位置という2つのパラメタによって特徴づけることができる。

B.2 共振器の透過率、反射率

単色波に対する関係を考えるので、

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega t} \quad (\text{B.1})$$

とおく。このとき、反射光電場 E_r および透過光電場 E_t がどうなるかをみたい。

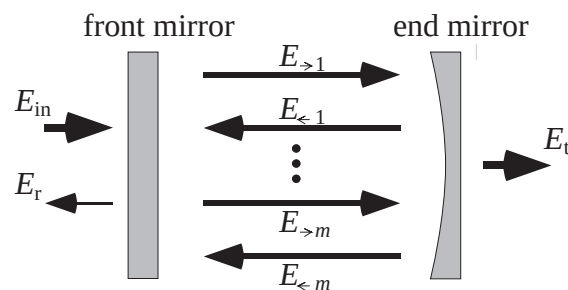


図 B.1: Fabry-Perot 共振器周囲の電場

¹後述 (p75)

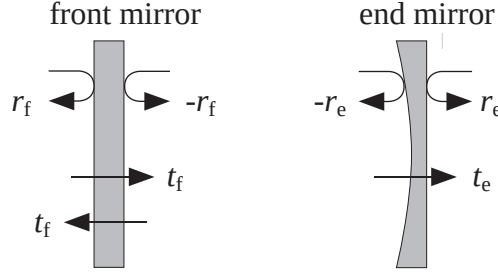


図 B.2: Fabry-Perot 共振器の鏡の反射率と透過率

$E_{\rightarrow m}$ を、 E_r と同じ時刻に $\rightarrow$ 方向に進行する、 m 往復目の凹面鏡位置の電場とする。 $E_{\leftarrow m}$ を、 E_r と同じ時刻に $\leftarrow$ 方向に進行する、 m 往復目の平面鏡位置の電場とする。共振器前部の平面鏡の反射率を r_f 、透過率を t_f 、また後部の凹面鏡の反射率、透過率をそれぞれ r_e 、 t_e とするとき、

$$E_{\rightarrow m} = E_{\text{in}} t_f \cdot (-r_f)^{m-1} \cdot (-r_e)^{m-1} \cdot e^{-i\omega \frac{(m-1)2l+l}{c}} \quad (\text{B.2})$$

$$E_{\leftarrow m} = E_{\text{in}} t_f \cdot (-r_e)^m \cdot (-r_f)^{m-1} \cdot e^{-i\omega \frac{m \cdot 2l}{c}} \quad (\text{B.3})$$

である。

これらそれぞれの $m = 1$ から ∞ までの和をとって、凹面鏡の位置で $\rightarrow$ 方向に進む光の電場、および平面鏡の位置で $\leftarrow$ 方向に進む光の電場を求めると、

$$\begin{aligned} E_{\rightarrow} &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\rightarrow m} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\text{in}} t_f \cdot (-r_f)^{m-1} \cdot (-r_e)^{m-1} \cdot e^{-i\omega \frac{(m-1)2l+l}{c}} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\text{in}} t_f \left(r_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}} \right)^{m-1} \cdot e^{-i\omega \frac{l}{c}} \\ &= E_{\text{in}} t_f \frac{1}{1 - r_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \cdot e^{-i\omega \frac{l}{c}} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} E_{\leftarrow} &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\leftarrow m} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\text{in}} t_f \cdot (-r_e)^m \cdot (-r_f)^{m-1} \cdot e^{-i\omega \frac{m \cdot 2l}{c}} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\text{in}} t_f \cdot (-r_e) \cdot (r_e r_f)^{m-1} e^{-i\omega \frac{2l}{c}} \cdot e^{-i\omega \frac{(m-1) \cdot 2l}{c}} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} E_{\text{in}} t_f \cdot (-r_e) \cdot e^{-i\omega \frac{2l}{c}} \cdot \left(r_e r_f e^{-i\omega \frac{2l}{c}} \right)^{m-1} \\ &= E_{\text{in}} \cdot t_f \cdot \frac{-r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

であるから、透過光、反射光は、

$$E_t = t_e \cdot E_{\rightarrow}$$

$$= \frac{t_e t_f e^{-i\omega \frac{l}{c}}}{1 - r_e r_f e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \cdot E_{\text{in}} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} E_r &= r_f E_{\text{in}} + t_f E_{\leftarrow} \\ &= r_f E_{\text{in}} - t_f \cdot \frac{t_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \cdot E_{\text{in}} \\ &= \frac{r_f - r_f^2 r_e - t_f^2 r_e e^{i\omega \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{i\omega \frac{2l}{c}}} \cdot E_{\text{in}} \\ &= \frac{r_f - r_e \cdot (r_f^2 + t_f^2) e^{-i\omega \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \cdot E_{\text{in}} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

となる。

これにより、Fabry-Perot 共振器の透過率 t_{FP} と反射率 r_{FP} が計算でき、

$$t_{\text{FP}}[\omega] = \frac{E_t}{E_{\text{in}}} = \frac{t_e t_f e^{-i\omega \frac{l}{c}}}{1 - r_e r_f e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \quad (\text{B.8})$$

$$r_{\text{FP}}[\omega] = \frac{r_f - r_e \cdot (r_f^2 + t_f^2) e^{-i\omega \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{-i\omega \frac{2l}{c}}} \quad (\text{B.9})$$

となる。

B.3 透過光でみた共振状態、縦モード間隔、フィネス

強度透過率 $\frac{I_t}{I_{\text{in}}}$ を考えてみよう。

$$\begin{aligned} \frac{I_t}{I_{\text{in}}} &= \left| \frac{E_t}{E_{\text{in}}} \right|^2 = \frac{t_e^2 t_f^2}{1 - r_e r_f e^{-i\omega \frac{2l}{c}} - r_e r_f e^{i\omega \frac{2l}{c}} + (r_e r_f)^2} \\ &= \frac{(t_e t_f)^2}{1 - 2r_e r_f + (r_e r_f)^2 + 2r_e r_f - 2r_e r_f \cos \frac{2\omega l}{c}} \\ &= \frac{(t_e t_f)^2}{(1 - 2r_e r_f)^2 + 2r_e r_f \cdot \sin^2 \frac{\omega l}{c}} \\ &= \left(\frac{t_e t_f}{1 - r_e r_f} \right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{4r_e r_f}{(1 - r_e r_f)^2} \sin^2 \frac{\omega l}{c}} \\ &= \left(\frac{t_e t_f}{1 - r_e r_f} \right)^2 \cdot \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\omega l}{c}} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$F \equiv \frac{4r_e r_f}{(1 - r_e r_f)^2} \quad (\text{B.11})$$

と書ける。この F の意味はすぐ後で考える。

(B.10) を、 ω についてプロットすると、図 B.3 のようになり、 $\sin \frac{\omega l}{c} = 0$ のとき、つまり

$$\omega = \frac{nc}{l} \pi \quad \text{or} \quad f = \frac{nc}{2l}$$

のとき、透過光強度が最大になる。

これは、光が共振器に共振しているということである。つまり、共振条件が

$$\omega = \frac{nc}{l} \pi \quad \text{or} \quad f = \frac{nc}{2l} \quad (\text{B.12})$$

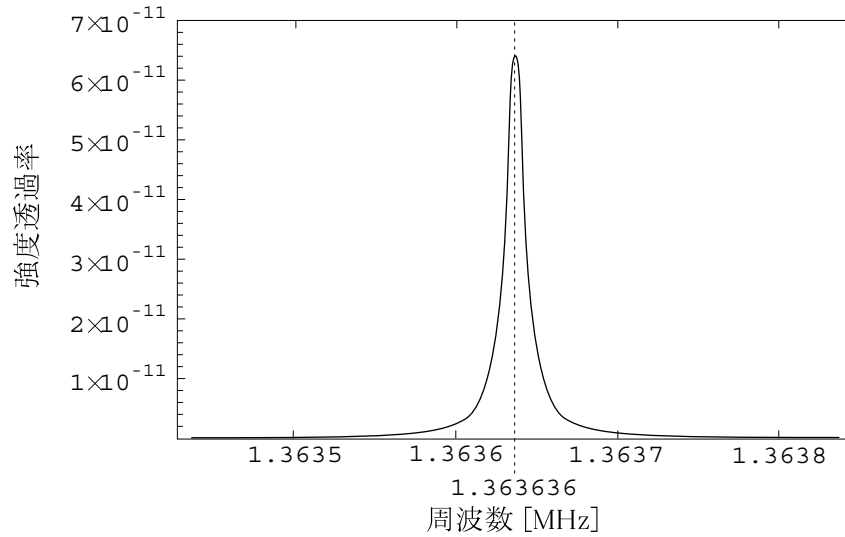


図 B.3: 入射光周波数 f に対する共振器の強度透過率。各パラメタには本実験の共振器のもの (第 3.2.1 項表 3.2) を用いた。ここでは $n = 1$ の共振ピーク周波数の $\pm 200\text{kHz}$ の範囲を図示してあるが、実際の光の波長は 1064nm 程度であるため、 n は 2.15×10^5 より大きい。

であるということになる。この条件は、

$$(\text{共振器長}) = \left(\frac{1}{2} \text{波長の整数倍} \right) \quad (\text{B.13})$$

という意味である。これより、光の角振動数の周期

$$\Delta\omega = \frac{c\pi}{l} \quad (\text{B.14})$$

ごとに共振器に共振することが分かる。そこで、この基本周期を縦モード間隔、あるいはフリースペクトラルレンジ (free spectral range : FSR) と呼ぶ。

$$\omega_{\text{FSR}} = \frac{c\pi}{l} \quad (\text{B.15})$$

$$f_{\text{FSR}} = \frac{\omega_{\text{FSR}}}{2\pi} = \frac{c}{2l} \quad (\text{B.16})$$

ここで、 t_{FP} のプロットにおける各ピークの半値全幅 (Full Width at Half Maximum : FWHM) を考える。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\omega_{\text{FWHM}} l}{2c}} \\ \Leftrightarrow F \sin^2 \frac{\omega_{\text{FWHM}} l}{2c} &= 1 \\ \Leftrightarrow \sin \frac{\omega_{\text{FWHM}} l}{2c} &= \frac{1}{\sqrt{F}} \\ \Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{FWHM}}}{\omega_{\text{FSR}}} \right) &= \frac{1}{\sqrt{F}} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

共振の鋭さのパラメータとして、

$$\mathcal{F} = \frac{\omega_{\text{FSR}}}{\omega_{\text{FWHM}}} = \frac{f_{\text{FSR}}}{f_{\text{FWHM}}} \quad : \text{フィネス finesse} \quad (\text{B.18})$$

という量を導入する。 $\mathcal{F}$ が大きいほど、縦モード間隔に対するピークの幅が小さい、すなわち共振が鋭いことになる。上の式より、

$$F \gg 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\omega_{\text{FWHM}}}{\omega_{\text{FSR}}} \ll 1 \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{F} \gg 1 \Leftrightarrow \text{共振が鋭い} \quad (\text{B.19})$$

ということが分かる。(B.17) より、フィネス $\mathcal{F}$ は、 $\frac{\omega_{\text{FWHM}}}{\omega_{\text{FSR}}} \ll 1$ 、つまり共振が鋭いならば、

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{FWHM}}}{\omega_{\text{FSR}}} &\simeq \frac{1}{\sqrt{F}} \\ \Leftrightarrow \quad \mathcal{F} &= \frac{\pi}{2} \sqrt{F} \\ &= \pi \frac{\sqrt{r_e r_f}}{1 - r_e r_f} \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

と書ける。また、このとき共振ピークの半値全幅 ω_{FWHM} は、

$$\begin{aligned} \omega_{\text{FWHM}} &= \frac{\omega_{\text{FSR}}}{\mathcal{F}} \\ &\simeq \frac{c}{l} \cdot \frac{1 - r_e r_f}{\sqrt{r_e r_f}} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

$$f_{\text{FWHM}} \simeq \frac{1}{2\pi} \frac{c}{l} \cdot \frac{1 - r_e r_f}{\sqrt{r_e r_f}} \quad (\text{B.22})$$

となる。

補遺C

Pound-Drever-Hall 法による誤差信号の取得

レーザを光共振器に周波数ロックするための方法として、本実験では Pound-Drever-Hall 法を採用する。ここでは、簡単にその原理を説明する。

C.1 概要

レーザの発振周波数 $f(t)$ を光共振器の共振周波数 $f_{\text{reso}}(t)$ にロックするためには、共振点付近において周波数の偏差 $\Delta f(t) = f(t) - f_{\text{reso}}(t)$ と同じ変動をする信号、すなわち

- $f = f_{\text{reso}}$ で 0 になる
- $f = f_{\text{reso}} + \Delta$ と $f = f_{\text{reso}} - \Delta$ で符号が逆になる

ような信号が必要である¹。よって、このような信号を取得する方法を考え出さなくてはならない。

Fabry-Perot 共振器の特性上、入射光の周波数と共振周波数が等しいときのみ共振器内部に光が入ることができる。すなわち共振周波数と異なる周波数の光はすべて反射される。そこで、共振させたい光 (周波数 f) のほかに、周波数を $\pm f_m$ だけずらした 2 つの光 (周波数 $f \pm f_m$) も入射する。反射光は、周波数 f の光と $f \pm f_m$ の光のビート光であるから、その周波数は f_m 付近であり、各成分の強度によって反射光強度が決まる。そこで、反射光のうち、 f_m 付近の変動、つまりビート周波数成分のみを取り出す。 f が共振状態になると、そのほとんどすべてが共振器内に取り込まれるため、ビート周波数成分の強度は 0 になる。こうして、所用の信号を得ることができる。

周波数を $\pm f_m$ だけずらした 2 つの光 (周波数 $f \pm f_m$) を得るための方法として、実際は位相変調 (後述) を用いる。また、反射光から f_m 付近の信号を取り出す操作は、復調と呼ばれ、その中でも in phase 復調が制御に用いる信号としては適当である。

C.2 位相変調

入射光の電場を、

$$\tilde{E}_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega_0 t} \quad (\text{C.1})$$

¹例えば、単純に共振器からの反射光を用いても、 $\Delta f(t)$ が正でも負でも同じ信号しか得られないし、共振点で 0 になる信号も得られないので、周波数を共振点に制御することはできない。

とする。

この光に「変調指数 m_m 、変調角周波数 ω_m の位相変調」をかける²と、

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i(\omega_0 t + m_m \cos \omega_m t)} \quad (\text{C.2})$$

となる。

ここで、 $e^{im_m \cos \omega_m t}$ は Bessel 関数で展開することができ³、

$$\begin{aligned} E_{\text{in}} &= E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_m) i^n e^{in\omega_m t} \\ &= \cdots + i^{-n} E_0 J_{-n}(m_m) e^{i(\omega_0 - n\omega_m)t} \\ &\quad + \cdots \\ &\quad - E_0 J_{-2}(m_m) e^{i(\omega_0 - 2\omega_m)t} - i E_0 J_{-1}(m_m) e^{i(\omega_0 - \omega_m)t} \\ &\quad + E_0 J_0(m_m) e^{i\omega_0 t} \\ &\quad + i E_0 J_1(m_m) e^{i(\omega_0 + \omega_m)t} + - E_0 J_2(m_m) e^{i(\omega_0 + 2\omega_m)t} \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + i^n E_0 J_n(m_m) e^{i(\omega_0 + n\omega_m)t} + \cdots \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

と書ける。すなわち、位相変調により、元の角周波数 ω_0 の波 (搬送波、または carrier) のまわりに、 $\pm\omega_m$ 、 $\pm 2\omega_m$ 、 $\pm 3\omega_m$ 、 $\dots$ 、 $\pm n\omega_m$ 、 $\dots$ の角周波数をもった、相対強度 $J_n(m_m)$ の波 (n 次の側帯波、または sideband) ができる。

ここで、変調指数について $m_m \ll 1$ のとき、脚注の式(C.5) より $n \geq 2$ の項を無視でき、

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega_0 t} \cdot [J_0(m_m) + iJ_1(m_m) e^{i\omega_m t} - iJ_{-1}(m_m) e^{-i\omega_m t}] \quad (\text{C.7})$$

と書ける。つまり位相変調によって、元の角周波数 ω_0 の搬送波のほかに、その上下に変調角周波数 ω_m の分だけずれた側帯波が加えられるのである。

C.3 Fabry-Perot 共振器からの反射光

前節のように位相変調した光(C.7) を Fabry-Perot 共振器に入射したときの振る舞いを考察する。

搬送波、上下側帯波⁴に対する Fabry-Perot 共振器の反射率をそれぞれ r_0 、 r_1 、 r_{-1} 、とする⁵と、Fabry-Perot 共振器からの反射光 E_r は、

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 e^{i\omega_0 t} [r_0 J_0(m_m) + ir_1 J_1(m_m) e^{im_m t} - ir_{-1} J_{-1}(m_m) e^{-im_m t}] \\ &= e^{i\omega_0 t} (E_{r,0} + E_{r,1} e^{im_m t} + E_{r,-1} e^{-im_m t}) \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$E_{r,n} \equiv E_0 i^n r_n J_n(m_m) \quad (\text{C.9})$$

のようになる。

²以下、添え字の m は、modulation (変調) の m 。

³ $e^{im_m \cos \omega_m t}$ を Bessel 関数で展開すると、

$$e^{im_m \cos \omega_m t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_m) i^n e^{in\omega_m t} \quad (\text{C.3})$$

となる。ここで、Bessel 関数は、

$$J_n(m_m) \simeq \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{m_m}{2}\right)^n \quad (m_m \ll 1) \quad (\text{C.4})$$

$$J_{-n}(m_m) = (-1)^n J_n(m_m) \quad (\text{C.5})$$

である。

⁴すなわち、 ± 1 次の側帯波

⁵共振器の反射率は角周波数によって異なる。(式(B.9) 参照)

C.4 光検出器による観測

この反射光を光検出器で観測する。検出素子の出力電流を I_{PD} 、素子の光強度-電流変換効率を η 、回路の電流-電圧変換効率を ζ とすると、検出器の出力電圧 V_{PD} は、複素共役を $\bar{\cdot}$ で表して、

$$\begin{aligned}
 V_{PD} &= \zeta I_{PD} = \zeta \eta |E_r| \\
 &= \zeta \eta \left[|E_{r,0}|^2 + |E_{r,1}|^2 + |E_{r,-1}|^2 \right. \\
 &\quad + E_{r,0} \cdot \overline{E_{r,1}} e^{-i\omega_m t} + E_{r,0} \cdot \overline{E_{r,-1}} e^{i\omega_m t} \\
 &\quad + E_{r,1} e^{i\omega_m t} \cdot \overline{E_{r,0}} + E_{r,1} e^{i\omega_m t} \cdot \overline{E_{r,-1}} e^{i\omega_m t} \\
 &\quad \left. + E_{r,-1} e^{-i\omega_m t} \cdot \overline{E_{r,0}} + E_{r,-1} e^{-i\omega_m t} \cdot \overline{E_{r,1}} e^{-i\omega_m t} \right] \\
 &= \zeta \eta \left[|E_{r,0}|^2 + |E_{r,1}|^2 + |E_{r,-1}|^2 \right. \\
 &\quad + (E_{r,0} \overline{E_{r,1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,-1}) e^{-i\omega_m t} + (E_{r,0} \overline{E_{r,-1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,1}) e^{i\omega_m t} \\
 &\quad \left. + (E_{r,1} \overline{E_{r,-1}}) e^{2i\omega_m t} + (\overline{E_{r,1}} E_{r,-1}) e^{-2i\omega_m t} \right] \\
 &\equiv V_{PD0} + V_{PD\omega_m} + V_{PD2\omega_m}
 \end{aligned} \tag{C.10}$$

となる。

C.5 復調

この出力電圧信号を、変調角周波数と同じ角周波数 ω_m の局部発信波で復調し、フィルタを通して周波数ゼロ付近 (DC 付近) の信号を取り出す。これは、 V_{PD} の ω_m 付近の信号 $V_{PD\omega_m}$ を取り出していることになる。復調ゲインを g_d とする⁶。

In-phase での復調 局部発信波を、変調時と同位相 (in-phase) にして復調する (つまり、この例では $\cos \omega_m$ で復調する) と、復調後の信号 $V_{d,i}$ は⁷、 $h.f.$ を高周波成分とすると

$$\begin{aligned}
 V_{d,i} &= (g_d V_{PD\omega_m} \cos \omega_m t)_{DC} = \left(g_d V_{PD\omega_m} \cdot \frac{e^{i\omega_m t} + e^{-i\omega_m t}}{2} \right)_{DC} \\
 &= g_d \zeta \eta \frac{1}{2} \left[(E_{r,0} \overline{E_{r,1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,-1}) + (\overline{E_{r,0}} E_{r,1} + E_{r,0} \overline{E_{r,-1}}) + h.f. \right]_{DC} \\
 &= g_d \zeta \eta \cdot \frac{1}{2} \left[(E_{r,0} \overline{E_{r,1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,-1}) + (c.c.) \right] \\
 &= g_d \zeta \eta \cdot \text{Re} (E_{r,0} \overline{E_{r,1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,-1})
 \end{aligned} \tag{C.11}$$

となる。

Quadrature-phase での復調 局部発信波を、変調時と直交する位相 (quadrature-phase) にして復調する (つまり、この例では $\sin \omega_m$ で復調する) と、復調後の信号 $V_{d,q}$ は⁸、

$$\begin{aligned}
 V_{d,q} &= (g_d V_{PD\omega_m} \sin \omega_m t)_{DC} = \left(g_d V_{PD\omega_m} \cdot \frac{e^{i\omega_m t} - e^{-i\omega_m t}}{2i} \right)_{DC} \\
 &= g_d \zeta \eta \cdot \frac{1}{2i} \left[(E_{r,0} \overline{E_{r,1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,-1}) - (c.c.) + h.f. \right]_{DC} \\
 &= g_d \zeta \eta \cdot \text{Im} (E_{r,0} \overline{E_{r,1}} + \overline{E_{r,0}} E_{r,-1})
 \end{aligned} \tag{C.12}$$

となる。

⁶d は demodulate (復調) の d。

⁷i は in-phase の i。

⁸q は quadrature-phase の q。

これらを (C.9) を用いて書くと、 $J_{-1}(m_m) = J_1(m_m)$ より、

$$\begin{aligned} V_{d,i} &= g_d \zeta \eta \cdot \operatorname{Re} (i E_0^2 J_0 J_1 \cdot (-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1})) \\ &= -g_d \zeta \eta E_0^2 J_0 J_1 \cdot \operatorname{Im} (-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1}) \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

$$\begin{aligned} V_{d,q} &= g_d \zeta \eta \cdot \operatorname{Im} (i E_0^2 J_0 J_1 \cdot (-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1})) \\ &= g_d \zeta \eta E_0^2 J_0 J_1 \cdot \operatorname{Re} (-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1}) \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

となる。

C.6 復調した信号の振る舞い—制御に用いることができるか？

C.6.1 共振点での信号

共振器の共振角周波数を ω_r とおく⁹。ここで、(B.12) より、

$$\omega_r = \frac{nc\pi}{l} \quad : c \text{ は共振器内部での光速} \quad (\text{C.15})$$

である。搬送波の角周波数が共振角周波数に一致しているときの各波の反射率を r_r 、 r_{r+1} 、 r_{r-1} とする。このとき、式(B.9) の ω に各角周波数を代入して、それぞれの波に対する共振器の反射率を計算すると、

$$r_r = \frac{r_f - r_e \cdot (r_f^2 + t_f^2)}{1 - r_f r_e} \quad (\text{C.16})$$

$$r_{r+1} = \frac{r_f - r_e \cdot (r_f^2 + t_f^2) e^{-i\omega_m \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{-i\omega_m \frac{2l}{c}}} \quad (\text{C.17})$$

$$\begin{aligned} r_{r-1} &= \frac{r_f - r_e \cdot (r_f^2 + t_f^2) e^{i\omega_m \frac{2l}{c}}}{1 - r_f r_e e^{i\omega_m \frac{2l}{c}}} \\ &= \overline{r_{r+1}} \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

である。つまり、共振点では搬送波の反射率は実数、すなわち反射搬送波に位相変化はない。また上下側帯波の反射率は互いに共役である。

これを式(C.13)、(C.14) に代入すれば、 $V_{d,i}$ 、 $V_{d,q}$ ともに、共振点では 0 になる。よって、制御に使用するための条件の一つは満たしていることが分かる。

C.6.2 ω の変化に対する応答

式(C.13)(C.14) より、復調後の信号の挙動は、

$$(-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1}) \quad (\text{C.19})$$

の実部あるいは虚部で決まることが分かる。そこで、これを $\alpha + i\beta$ の形に変形する。

反射率の式 (B.9) を $\alpha + i\beta$ の形に変形すると、

$$\begin{aligned} r_{\text{FP}}(\omega) &= \frac{r_f + r_e^2 r_f^3 + r_e^2 r_f t_f^2 - r_e \cdot (2r_f^2 + t_f^2) \cos \frac{2l\omega}{c} + i r_e t_f^2 \sin \frac{2l\omega}{c}}{1 + r_e^2 r_f^2 - 2r_e r_f \cos \frac{2l\omega}{c}} \\ &\equiv \frac{a - b \cos \frac{\omega}{\omega_{r1}} + i d \sin \frac{\omega}{\omega_{r1}}}{g - h \cos \frac{\omega}{\omega_{r1}}} \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

$$\omega_{r1} = \frac{c}{2l} \quad : 1 \text{ 次の共振角周波数} \quad (\text{C.21})$$

⁹r は resonance の r

となる。搬送波の角周波数を ω_0 、変調周波数 ω_m とすれば、

$$r_0 = r_{\text{FP}}(\omega_0) \quad r_1 = r_{\text{FP}}(\omega_0 + \omega_m) \quad r_{-1} = r_{\text{FP}}(\omega_0 - \omega_m) \quad (\text{C.22})$$

であり、計算すると

$$\begin{aligned} & -r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1} \\ &= -r_{\text{FP}}(\omega_0) \overline{r_{\text{FP}}(\omega_0 + \omega_m)} + \overline{r_{\text{FP}}(\omega_0)} r_{\text{FP}}(\omega_0 - \omega_m) \\ &= \dots \\ &= \frac{1}{g - h \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}} \times \\ & \quad \left\{ \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m) \right] + d^2 \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m)}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m)} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m) \right] + d^2 \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m)}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m)} \right\} \\ &+ i \frac{1}{g - h \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}} \times \\ & \quad \left\{ \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \cdot d \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m) - \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m) \right] d \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \cdot d \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m) - \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m) \right] d \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} & V_{d,i} \propto -\text{Im}(-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1}) \\ &= -\frac{1}{g - h \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}} \times \\ & \quad \left\{ \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \cdot d \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m) - \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m) \right] d \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \cdot d \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m) - \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m) \right] d \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

$$\begin{aligned} & V_{d,q} \propto \text{Re}(-r_0 \overline{r_1} + \overline{r_0} r_{-1}) \\ &= \frac{1}{g - h \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}}} \times \\ & \quad \left\{ \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m) \right] + d^2 \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m)}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 - \omega_m)} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\left(a - b \cos \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \right) \left[a - b \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m) \right] + d^2 \sin \frac{\omega_0}{\omega_{r_1}} \sin \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m)}{g - h \cos \frac{1}{\omega_{r_1}} (\omega_0 + \omega_m)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

となる。

表 C.1 のパラメタを用いてこれらを共振点付近でプロットすると、図 C.1 のようになる。搬送波周波数が共振周波数に近くないと信号は出ないこと、共振周波数に近いところでは信号は偏差に比例するため制御のための誤差信号として利用できることが分かる。また、in-phase と quadrature-phase では、in-phase の方が共振周波数付近での傾きが急である。そのため、少しの偏差にも敏感に反応すること、すなわち信号の感度がよいことが分かる。なお、鏡のスペックを向上するにつれて、in-phase と quadrature-phase の感度差が大きくなる。

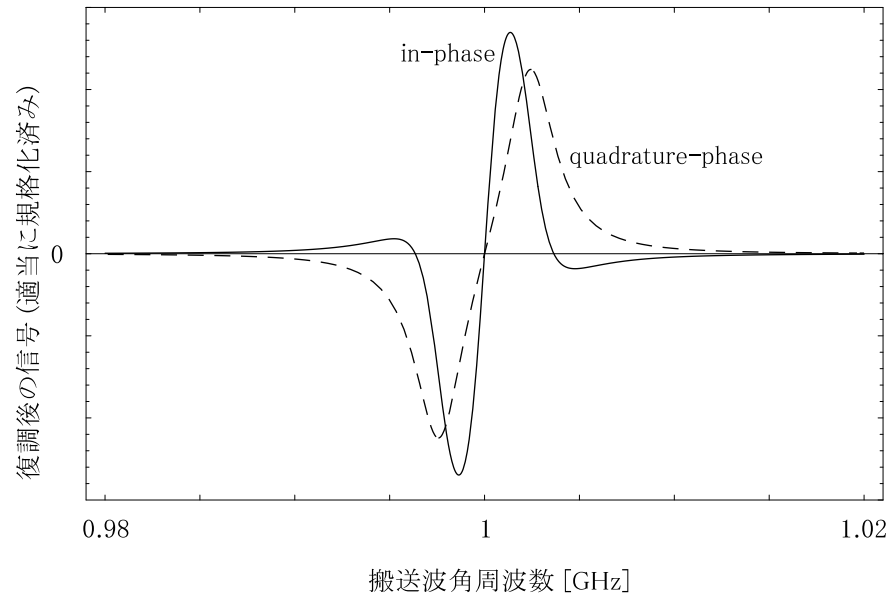


図 C.1: Pound-Drever-Hall 法によって得られる誤差信号。用いたパラメタは表 C.1 の通り。

r_f	0.9995
r_e	0.9995
t_f	0.0005
ω_m	15MHz
ω_{r1}	1GHz

表 C.1: 誤差関数のプロットに用いたパラメタ

補遺 D

光学系の設計

レーザ光学系を設計するためには、使用するレーザ光のウェスト径とウェスト位置 (ビームプロファイル) と共振器固有モードのそれらを合わせなくてはならない。ここでは、まずビームプロファイルの測定法を説明する。その後、モードマッチングについて述べる。

D.1 ビームプロファイル測定

D.1.1 楕円 Gaussian 光

自由空間を伝播する波長 λ のレーザ光の進行方向に z 軸、進行方向に垂直な 2 方向に x 軸、 y 軸をとる。本実験で用いるレーザは、位置 z における z 軸に垂直な断面の強度分布 $\tilde{I}(x, y, z)$ が¹、 x 方向、 y 方向それぞれ Gaussian で記述されるため Gaussian 光と呼ばれ¹、特にその中でも TEM₀₀ モードという光である。その強度分布は

$$\tilde{I}(x, y, z) \propto \exp \left[-\frac{2x^2}{w_x(z)^2} \right] \cdot \exp \left[-\frac{2y^2}{w_y(z)^2} \right] \quad (\text{D.1})$$

と表記できる。ただし

$$w_i(z) = w_{0i} \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_{0i}}{z_{Ri}} \right)^2} \quad : iz \text{ 面内 } (i = x, y) \text{ でのビーム半径} \quad (\text{D.2})$$

$$z_{Ri} = \frac{kw_{0i}^2}{2} \quad : iz \text{ 面内での Rayleigh レンジ}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad : \text{波数} \quad (\text{D.3})$$

$$z_{0i} \quad : iz \text{ 面内でのビームのウェスト位置} \\ \text{(最も半径が小さくなる位置)}$$

$$w_{0i} \quad : iz \text{ 面内でのビームのウェスト半径}$$

である。これらの式から、光共振器²と同様に、レーザ光にも光の伝播方向にある特徴的な形状、すなわちビームプロファイルがあり、本実験で用いる TEM₀₀ モードの Gaussian 光のビームプロファイルは、ウェスト位置とウェスト半径という独立な 2 つのパラメータで特徴づけられることが分かる。

¹詳細は、文献 [14] 補遺 A 参照。また、それより平易な解説としては、杵久保 [13] 3.1 節および 5.1.2 項参照。

²補遺 B 参照

特に、本実験で使用するレーザは、 xz 断面と yz 断面でウェスト位置、ウェスト半径が異なっているため、 xy 断面が楕円形に歪んだ楕円 Gaussian 光である。

ここで大切なことは、

- ビームのウェスト位置 z_0 、ウェスト径 w_0 のみによって全てのパラメタが決定されること

である。すなわち、ビーム形状はウェスト位置とウェスト径のみを測定すれば知ることができるのである。

D.1.2 ナイフエッジ法によるビームプロファイル測定

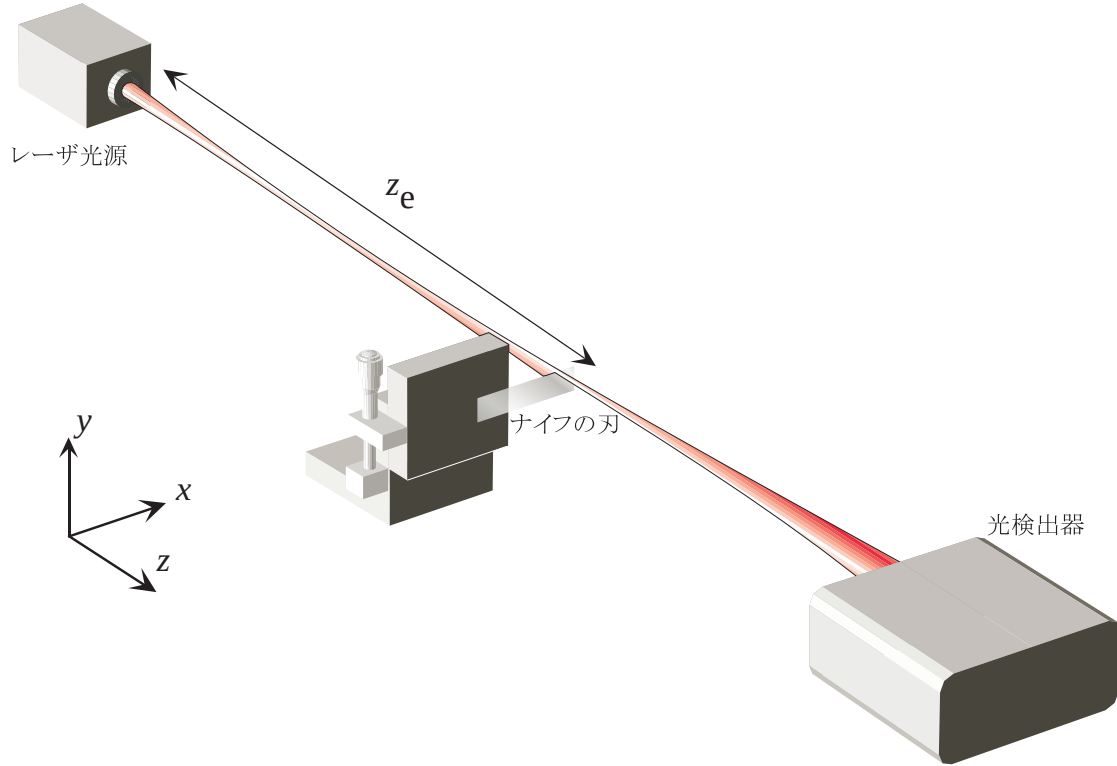


図 D.1: ナイフエッジ法によるビームプロファイル測定

ナイフの刃のような、端辺がビーム径に比べて十分長く薄いものを用いてビームの一部を遮り、通過した分のビームの強度を光検出器で測定する。

ここでは y 軸に垂直に遮ることを考える。刃によって位置 $z = z_e$ の $y < y_e$ の部分³を遮っている場合、通過するビームの強度は、

$$\begin{aligned}
 I(y_e, z_e) &\propto \int_{y_e}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dx \tilde{I}(x, y, z) \\
 &= \int_{y_e}^{\infty} e^{-2\left(\frac{y}{w_y(z_e)}\right)^2} dy \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\left(\frac{x}{w_x(z_e)}\right)^2} dx \\
 &\propto \int_{y_e}^{\infty} e^{-\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_y(z_e)}\right)^2} dy \\
 &= \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_y(z_e)}\right)^2} dy - \int_0^{y_e} e^{-\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_y(z_e)}\right)^2} dy
 \end{aligned}$$

³e は edge の e

$$= \text{Erf}(\infty) - \text{Erf}\left(\frac{\sqrt{2}y}{r_y(z_e)}\right) \quad (\text{D.4})$$

と書ける。ただし、 $\text{Erf}(X)$ はガウスの誤差関数で、

$$\text{Erf}(X) = \int_0^X e^{-X^2} dX \quad (\text{D.5})$$

である。

したがって、微動ステージを用いて y 軸方向に徐々に刃を移動させてビームを遮りながらビーム強度を測定し、その結果を式(D.4) でフィットすると、ある位置 z_e での y 方向のビーム径 $w_y(z_e)$ が分かる。さらに、このビーム半径測定を様々な z_e について行い、それをビーム半径の式(D.2) でフィットすれば、 yz 平面内でのビームウェスト位置 $z_{0,y}$ とウェスト半径 $w_{0,y}$ が求められる。

以上の測定を x 軸、 y 軸の2方向について行えば、楕円 Gaussian ビームのビームプロファイルを確定できる。

D.2 モードマッチング

Fabry-Perot 共振器に光を共振させるためには、入射光の空間モードと共振器の固有モード⁴を合わせなくてはならない。具体的には、入射光のウェスト位置 z_0 、ウェスト半径 w_0 と共振器固有モードのウェスト位置 $z_{0\text{cav}}$ 、ウェスト半径 $w_{0\text{cav}}$ を合わせることが必要になる。これをモードマッチングという。

Front mirror として平面鏡、end mirror として曲率半径 R の凹面鏡を用いた長さ l の Fabry-Perot 共振器の基本モードのウェスト位置、ウェスト半径は、

$$\begin{aligned} \text{ウェスト位置 } z_{0\text{cav}}: & \text{ front mirror の位置} \\ \text{ウェスト半径 } w_{0\text{cav}}: & w_{0\text{cav}}^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{d(R-l)} \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

である。一方、 z_0 から d だけ離れた位置に焦点距離 f のレンズを置くと、レンズの後ろには新たにビームウェストができる。新しいビームウェストのレンズからの距離を d' 、ウェスト半径を w'_0 とすると、次の関係式

$$\frac{d-f}{d'-f} = \frac{w_0^2}{w'^2_0} \quad (\text{D.7})$$

$$(d-f)(d'-f) = f^2 - f_0^2 \quad (\text{D.8})$$

$$\text{ただし } f_0 \equiv \frac{\pi}{\lambda} w_0 w'_0 \quad (\text{D.9})$$

が成り立つ。これを d 、 d' について解くと、

$$d = f \pm \frac{w_0}{w'_0} \sqrt{f^2 - f_0^2} \quad (\text{D.10a})$$

$$d' = f \pm \frac{w'_0}{w_0} \sqrt{f^2 - f_0^2} \quad (\text{D.10b})$$

(複号同順)

となる。この式を用いて、レンズを通ったあとのビームのウェスト位置、ウェスト半径が共振器のそれらに合うように、レンズの焦点距離と位置、および共振器の位置を決定すればよい。

⁴補遺 B.1 参照

なお、レーザが楕円モードの場合、円筒面レンズ⁵を用いて基本モードに変換することができる。式(D.10)によって、 xy いずれかのプロファイルを他方に合わせるような円筒面レンズの位置と焦点距離を計算すればよい。また楕円ビームそのものと Fabry-Perot 共振器とのマッチングを最適化する条件もあるが、ここでは述べない⁶。

⁵cylindrical lens。 xy いずれか一方のみに対してレンズとしての効果をもつ。

⁶文献 [14] 補遺 A-4-3、式 (A-115)(A-116) 参照

補遺E

PID 制御の基礎

PID 制御とは、比例 (Proportional) 制御、積分 (Integral) 制御、微分 (Derivative) 制御を同時に行うことで、制御量を目標値に素早く制御する方法である。PID 制御に関する解説は、平易な入門書から専門書まで豊富に出版されているため、ここでは簡潔に述べるに留める。

E.1 P 制御

P 制御 (比例制御) とは、ある時刻 t における制御量 $x(t)$ と目標値 x_{obj} の偏差 $\Delta x(t) = x(t) - x_{\text{obj}}$ に比例する操作量

$$K \Delta x(t) \quad (\text{E.1})$$

を制御器に与える制御方法である。一見、これだけで目標値に制御できるように思えるが、実はこれでは不完全である。偏差がある程度まで小さくなると、それに比例する操作量は小さすぎて、制御量に変化を与えるには不十分になってしまう。すなわち、ある程度未満の外乱を取り除くことができないのである。操作量を大きくするために比例係数 K を大きくしすぎると、今度は系が不安定になり、発振してしまう。

したがって、比例制御だけでは、ある程度の定常偏差が残ってしまう。

E.2 PI 制御

そこで、比例制御ではとりきれない定常偏差を除去するため、積分制御 (I 制御) を加える。ある時刻 t における I 制御の操作量は、 t までの偏差の積分値に比例する量である。これにより、偏差がなくなるまで操作量が増加する。偏差が 0 になったときに残った定常操作量が、P 制御でとりきれなかった定常偏差を打ち消すための操作量である。

時刻 t における、PI 制御による操作量は、

$$K \cdot \left[\Delta x(t) + \frac{1}{T_I} \int_{t_0}^t \Delta x(t) dt \right] \quad (\text{E.2})$$

で得られる。このときの I 制御は、 T_I より長い時間の変化に対して感度を持つ。

ただし、この場合積分が済むまでに時間がかかる。つまり過渡特性が悪いのが欠点である。

E.3 PID 制御

PI 制御の過渡特性を改善するために、微分制御 (D 制御) を加える。ある時刻 t における D 制御の操作量は、 t における偏差 $\Delta x(t)$ の微分係数、すなわち t における制御量 $x(t)$ の微分係数に比例する量である。よって、偏差が減少傾向にあるときは、操作量が減少することになる。つまり、D 制御は制御のブレーキとして作用する。これでは、一見、応答は遅くなるように思える。しかしブレーキがあることで発振が抑制されるため、P 制御の係数を大きくすることが可能になる。これにより、過渡特性を改善できるのである。

時刻 t における、PID 制御による操作量は、

$$\begin{aligned} & K \cdot \left[\Delta x(t) + \frac{1}{T_I} \int_{t_0}^t \Delta x(t) dt + T_D \frac{d\Delta x}{dt} \right] \\ & = K \cdot \left[\Delta x(t) + \frac{1}{T_I} \int_{t_0}^t \Delta x(t) dt + T_D \frac{dx}{dt} \right] \end{aligned} \tag{E.3}$$

で得られる。このときの D 制御は、 T_D より短い時間の変化に対して感度を持つ。

PID パラメタの最適化 式(E.3)のように、PID 制御の特性は、 K 、 T_I 、 T_D の3つのパラメタにより決定される。これらのパラメタを決める方法はいくつか提案されているが、いずれも経験則であり、実際には実験を繰り返して最適化していくしかない。

補遺F

実験で用いる電子回路

ここでは、本実験で用いる電子回路の回路図を示す。電源安定化のためのコンデンサは省いてある。

F.1 レーザ周波数制御用

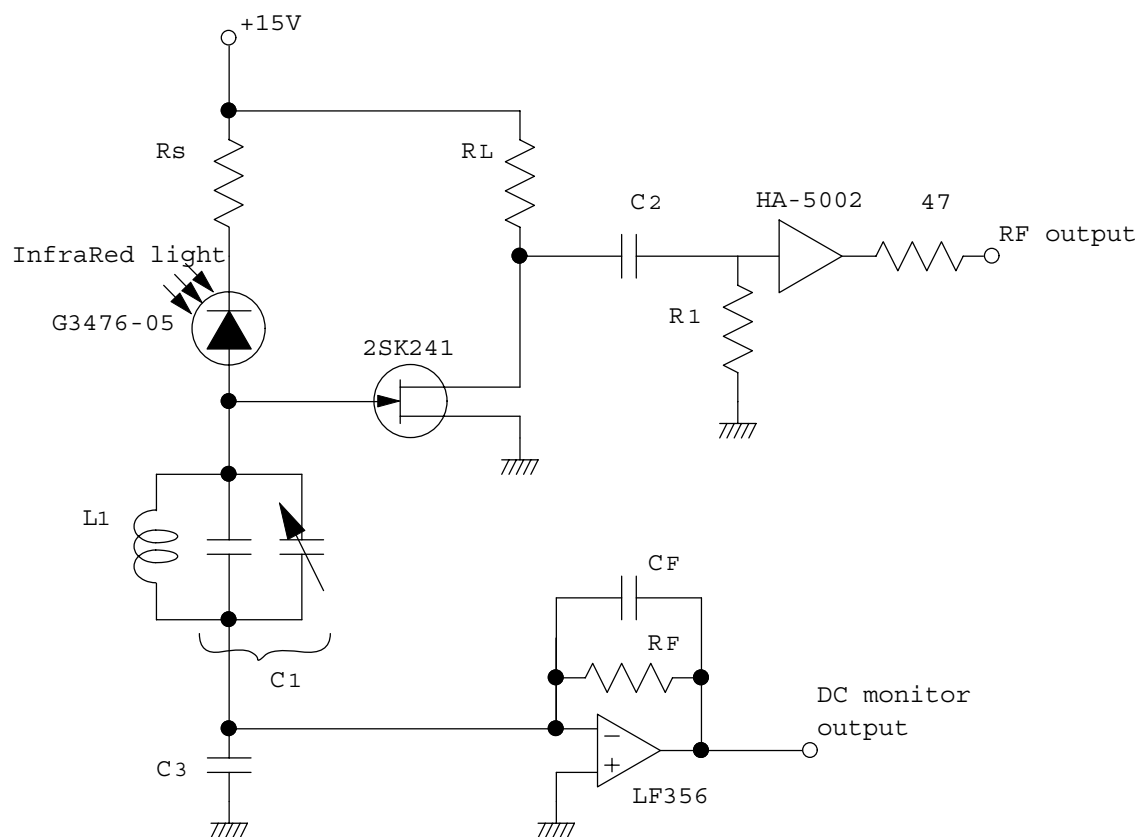


図 F.1: Pound-Drever-Hall 法によるレーザ周波数安定化のための反射光受光器回路

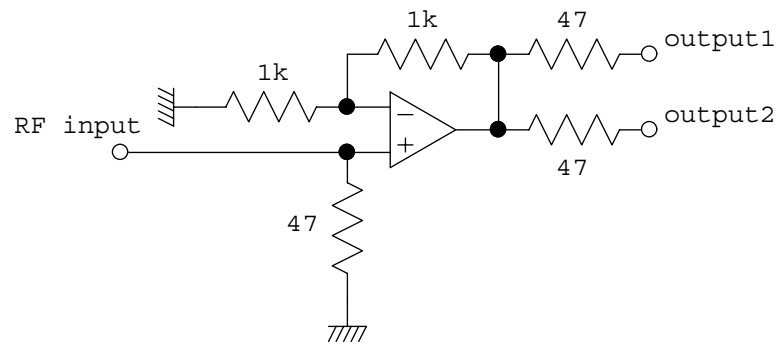


図 F.2: 15MHz 信号を変調・復調の2系統に分割する回路

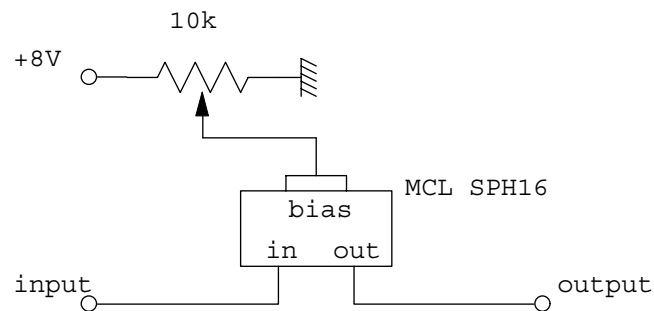


図 F.3: 復調用 15MHz 信号の位相調整器

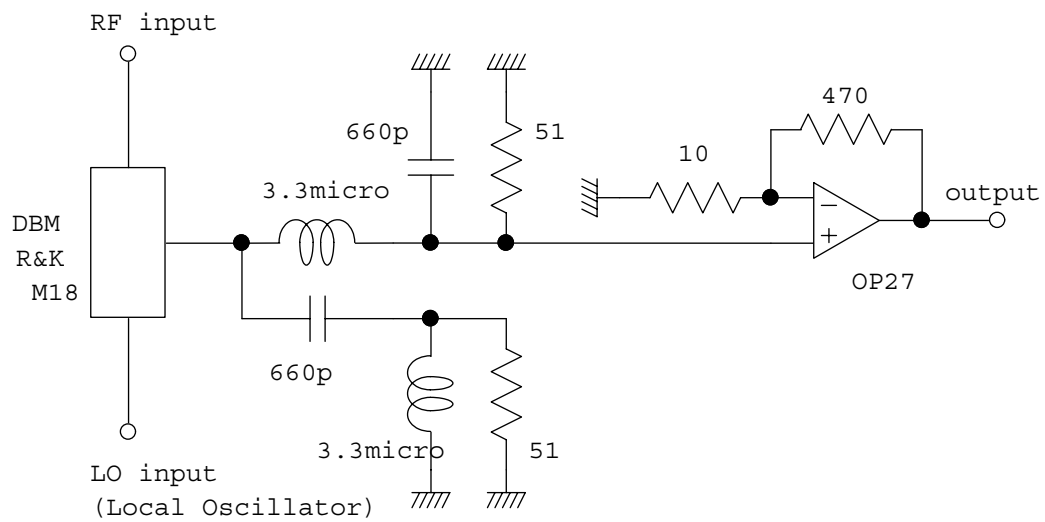


図 F.4: 復調器

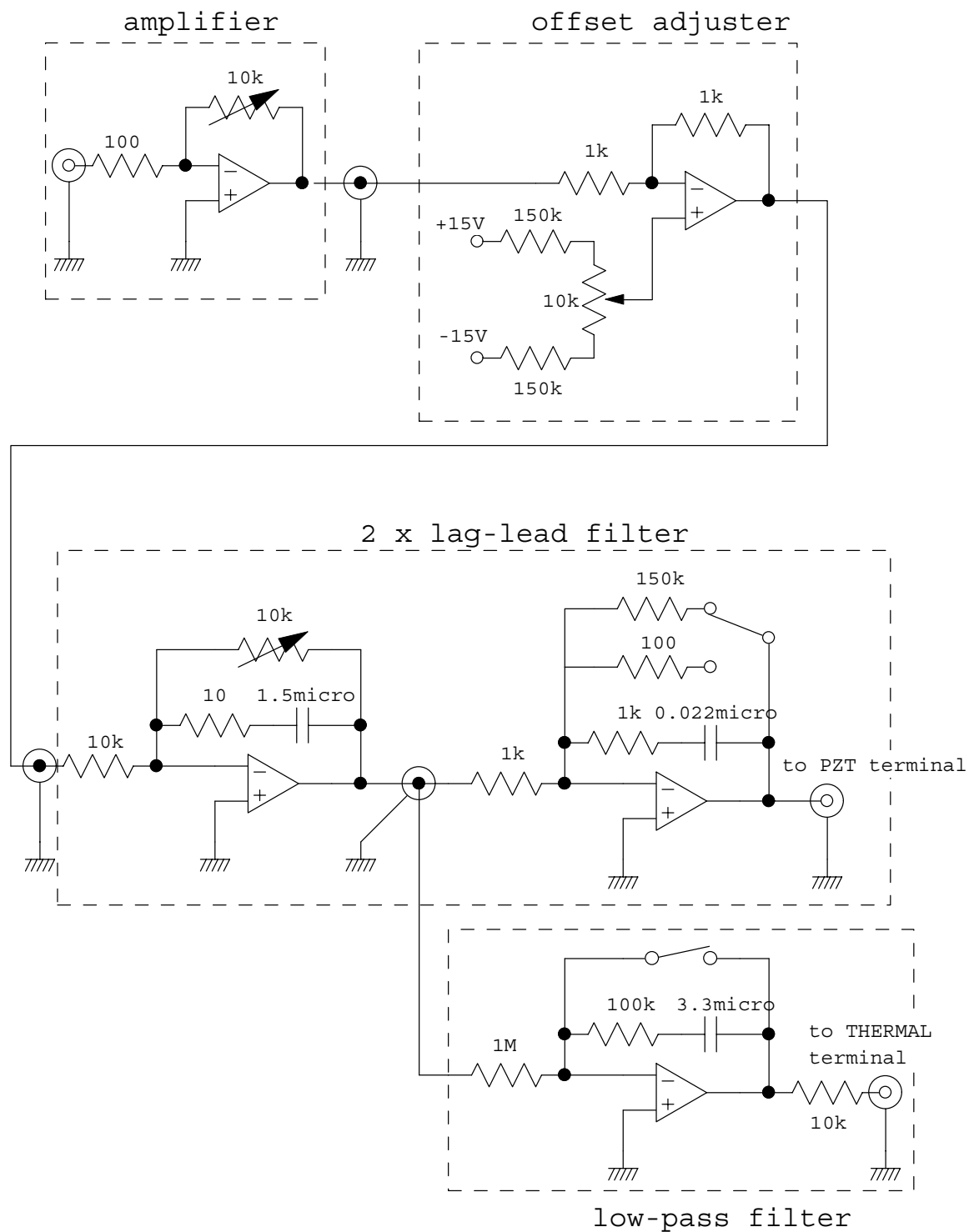


図 F.5: レーザ周波数制御回路。初段で増幅した後、オフセットを除く。2 段になった lag-lead フィルタの 1 段目の可変抵抗で、制御全体のゲインを調整する。レーザ温度制御の入・切は、完全積分器の帰還部につけたスイッチの断・通でなされる。初段の可変増幅器は常に最大、lag-lead フィルタ 2 段目のゲイン切り替えスイッチは常に high で構わない。なお位相を合わせるために、PZT、THERMAL 出力のいずれか一方の後ろに反転器を入れることになる。

F.3 傾き検出用

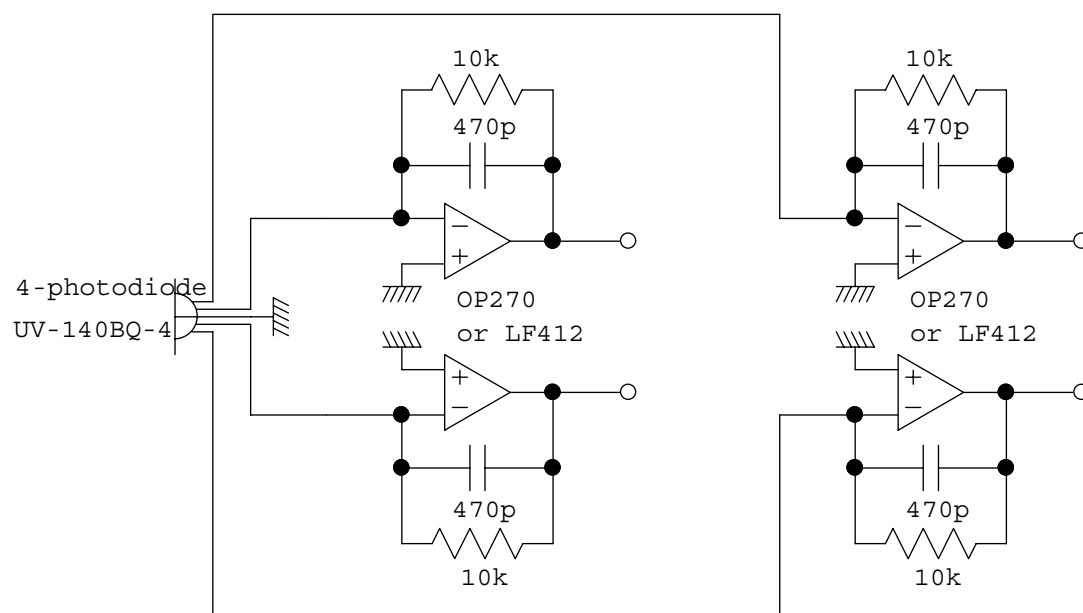


図 F.8: 傾き検出用光位置検出器

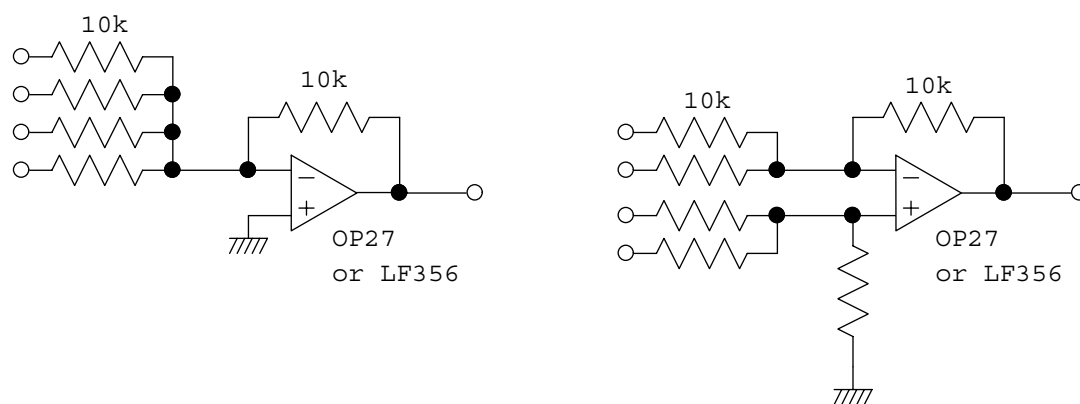


図 F.9: 光位置検出器からの出力を加算・減算する回路

参考文献

- [1] A. A. Michelson and E. W. Morley, Am. J. Sci. 34(1887), 333
- [2] A. Einstein, “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”, Annalen der physik 17(1905), 891-921
邦訳：内山龍雄, 「相対性理論」, 岩波文庫
- [3] A. Brillet and J. L. Hall, “Improved Laser Test of the Isotropy of Space”, Phys. Rev. Lett. 42(1979), 549-552
- [4] H. P. Robertson, “Postulate *versus* Observation in the Special Theory of Relativity”, Rev. Mod. Phys. 21(1949), 378
- [5] W. F. Edwards, Am. J. Phys. 31(1963), 482-489
- [6] R. Mansouri and R. U. Sexl, “A Test Theory of Special Relativity : I. Simultaneity and Clock Synchronization”, Gen. Relativ. Grav. 8(1977), 497-513
- [7] R. Mansouri and R. U. Sexl, “A Test Theory of Special Relativity : II. First Order Tests”, Gen. Relativ. Grav. 8(1977), 515-524
- [8] R. Mansouri and R. U. Sexl, “A Test Theory of Special Relativity : III. Second-Order Tests”, Gen. Relativ. Grav. 8(1977), 809-814
- [9] Y. Z. Zhang, “SPECIAL RELATIVITY AND ITS EXPERIMENTAL FOUNDATIONS”, World Scientific (1997)
- [10] R. J. Kennedy and E. M. Thorndike, Phys. Rev. 42(1932), 400
- [11] D. Hils and J. L. Hall, “Improved Kennedy-Thorndike Experiment to Test Special Relativity”, Phys. Rev. Lett. 64(1990), 1697-1700
- [12] 上田晃三, “2 台の Fabry-Perot 共振器を用いた空間の異方性の測定”, 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻修士論文 (1999)
- [13] 朽久保邦治, “Fabry-Perot 共振器のアラインメント制御”, 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻修士論文 (1996)
- [14] 中村卓史・三尾典克・大橋正健 編著, “重力波をとらえる—存在の証明から検出へ”, 京都大学学術出版会 (1998)

索引

記号／数字

$\frac{\lambda}{4}$ 板 43–45

A

AOM 43, 44

B

Bessel 関数 78

Bragg 回折 44

Brillet-Hall の実験 26, 37

温度安定度 48

結果 26

—での雑音 32

C

carrier 78

ClearCeram 34, 45

cylindrical lens → 円筒面レンズ

D

DAC 49

DMM 48

Doppler シフト 36, 48

D 制御 88

E

Edwards の理論 8

Einstein

—の同期法 9, 13

EOM 43, 44

Erf 関数 85

F

Fabry-Perot 共振器 45, **72–76**

共振 74

強度透過率 74

透過率 74

反射率 74

finesse 75

FSR → 縦モード間隔

FWHM

共振ピークの 75

G

Gaussian モード 45

I

in-phase 79, 82

I 制御 87

K

Kennedy-Thorndike 25

L

LO 47

M

M-S → Mansouri-Sexl

Mansouri-Sexl

—の光速 20

Einstein の同期法 20

slow clock transport 法 21

—の座標変換 16

—の時計合わせのパラメタ 17–19

—のパラメタ 16

—を用いた異方性の指標 25

—の理論 8, **16–21**

Michelson-Morley の実験 26

Michelson 干渉計 22, 68

MISER 43

N

Newton

—の絶対時間 9

No.1 43

No.2 43

NPBS → 無偏光ビームスプリッタ

O

optical feedback 43

P

PBS.....→ 偏光ビームスプリッタ
 Peltier 効果.....49
 Peltier 素子.....49
 photo diode.....47
 photo receiver.....→ 受光器
 PID 制御.....40, 49, **87–88**
 操作量の計算式 (実際).....49
 “Piezo” 端子.....43, 47
 調整効率.....44
 Pound-Drever-Hall 法.....43, 44, **77–82**
 PZT.....40
 P 制御.....87

Q

quadrature-phase.....79, 82

R

Rayleigh レンジ.....83
 RF.....47
 Robertson
 —計量の意味.....11
 —の計量.....**10**
 —を用いた異方性の指標.....25
 —の光速.....11
 —の理論.....**10–16**
 —理論での座標変換パラメタ.....15
 —理論での時計合わせパラメタ.....14
 Robertson の理論.....7

S

sideband.....→ 側帯波
 slow clock transport 法.....**10**

T

TEM₀₀ モード.....43, 72, 83
 “Thermal” 端子.....44, 47
 調整効率.....44

Y

Young 率.....36

あ

RF.....47
 I 制御.....87
 アイソレータ.....43, 44

い

EOM.....43
 位相シフト.....47
 位相変調.....78
 位相変調器.....43, 44
 in-phase.....79, 82

う

ウェスト位置.....83
 共振モードの—.....72
 ウェスト半径.....83
 共振モードの—.....72

え

AOM.....43
 エーテル.....2
 LO.....47
 遠心力.....36
 円筒面レンズ.....43, 45, 86
 円偏光.....43

お

往復速度.....8
 応力.....35
 optical feedback.....43
 音響光学変調器.....43, 44
 温度
 共振器—.....→ 共振器
 最適—.....45
 レーザ結晶—.....→ レーザ
 温度検出素子.....40, 48
 温度制御
 共振器—.....40, 48
 レーザ—.....47
 温度調整素子.....49
 温度変化
 と共振器長変化.....34

か

回転
 共振器の—.....36
 回転機構.....37, 40, 47
 回転共振器部.....37
 Gaussian モード.....45
 片道速度.....7, 8
 傾き制御
 共振器.....40

傾き制御機構	50
干渉縞	68, 69
慣性系	7

き

機械系	37
基準時計	10
carrier	78
共振	28, 74
共振器	
Young 率	36
— 温度制御	48
温度変化と—長変化	34
— 温度変化と共振周波数変化	35
温度変化の許容値	34
— 回転機構	40, 47
— 回転と共振器長変化	36
傾き変化の許容値	36
— 長変化とビート周波数変化	34
長変化とビート周波数変化	33
特性	45
ひずみ率	36
共振器温度	
— 変化とビート周波数変化	35
共振器長	
変化と共振周波数変化	33
共振周波数	28, 74
共振器温度変化と—変化	35
共振器長変化と—変化	33
局所信号	47

く

空間の異方性	2
空間の等方性	8
空気揺らぎ	30
ClearCeram	34, 45
quadrature-phase	79, 82

け

計量	
Robertson の—	10
検証理論	
特殊相対性理論の—	7

こ

恒温箱	50
光学系	37, 40

光速

Mansouri-Sexl の—	20
Einstein の同期法	20
slow clock transport 法	21
Robertson の—	11
往復速度	8
片道速度	7, 8
— の測定	28
— の等方性	9
— の等方性検証	27
— の不変性	2
— の方向依存性	2
— 反映用レーザ	30
— 反映レーザ部	37
— 不変の原理	7, 8
レーザの発振周波数と—	30
誤差関数	85
誤差信号	
Pound-Drever-Hall 法による—	47

さ

“Thermal” 端子	44, 47
最適温度	34, 45
雑音	31–36
— 抑制機構	37, 40
— 抑制目標	32
座標変換	12
Mansouri-Sexl の—	16
— のパラメタ	
Robertson 理論での—	15
— の理論	7
参照光	29

し

指標

異方性の—	22, 23
M-S パラメタを用いた—	25
Michelson 干渉計	23
Robertson 計量を用いた—	25
測定量と—	30, 31
光共振器	24
等方性検証の—	22, 23
M-S パラメタを用いた—	25
Michelson 干渉計	23
Robertson 計量を用いた—	25
測定量と—	30, 31

光共振器	24
集光レンズ	47
周波数	
共振—	28, 74
—参照	29
—参照用レーザ	30
—参照レーザ部	37
—シフト	43, 44
ビート—	30
変調—	44
—ロック	28, 30
受光器	
干渉光用	47
条件	
実験装置の	29
cylindrical lens	→ 円筒面レンズ
真空度	52

せ

静止共振器部	37
世界間隔	10, 11
積層圧電アクチュエータ	40, 43
共振器傾き補正用—	52
積分制御	87
設計概念	29
絶対時間	
Newton の—	9
絶対静止系	8
線膨張率	34, 45
ClearCeram の—	34

そ

相対熱膨張率	45
装置の配置	37
側帯波	78
測定量	
—と異方性の指標	30, 31

た

ダウンコンバート	
周波数の—	29
楕円 Gaussian 光	84
縦モード	72
—間隔	72, 75

ち

調整効率	
------	--

Piezo 端子の—	44
Thermal 端子の—	44
直線偏光	43

て

D 制御	88
データの蓄積	32
デジタルマルチメータ	48
電気光学変調器	43, 44

と

等方性	
空間の—	8
光速の—	9
特殊相対性原理	7, 19
特殊相対性理論	
—の検証理論	7
—の原理	7
時計合わせ	9
—のパラメタ	
Mansouri-Sexl の—	17–19
Robertson 理論での—	12, 14
時計の同期	9
Doppler シフト	36, 48

な

ナイフエッジ法	84–85
---------------	-------

は

Pound-Drever-Hall 法	43, 44, 77–82
白金薄膜抵抗	40, 48
発振周波数	
レーザの—と光速	30
搬送波	78
半値全幅	
共振ピークの	75

ひ

P 制御	87
ビート周波数	
共振器温度変化と—変化	35
共振器長変化と—変化	33, 34
ビート周波数取得光学系	47
ビート周波数取得部	37
ビーム半径	83
ビームプロファイル	45, 83
使用するレーザの—	43

“Piezo” 端子	43, 47
光共振器	28
光速反映用—	30
光結合部	37
ひずみ率	36
微分制御	88
比例制御	87

ふ

Fabry-Perot 共振器	72–76
共振	74
強度透過率	74
透過率	74
反射率	74
フィネス	75
photo diode	47
復調	79
復調位相	47
復調器	47
不変性	
光速の—	2
Bragg 回折	44
フリースペクトラルレンジ. → 縦モード間隔	
分配器	47

へ

Bessel 関数	78
ヘテロダイン検波	28
Peltier 効果	49
Peltier 素子	49
偏光	
位相変調器の—特性	43
円—	43
直線—	43
レーザの—	43
偏光板	44
偏光ビームスプリッタ	43, 45
変調	
位相—	78
変調角周波数	78
変調器	
位相—	43, 44
音響光学—	43, 44
電気光学—	43, 44
変調指数	44, 78
変調周波数	44

ほ

方向依存性	
光速の—	2
膨張率	
線—	34, 45
相対熱—	45
ポテンシャル	
等一面	52

ま

Michelson-Morley の実験	26
Michelson 干渉計	22, 68
MISER	43

む

無偏光ビームスプリッタ	43, 44
-------------	--------

も

モード	
Fabry-Perot 共振器の—	72
Gaussian—	45
TEM ₀₀ —	72
共振器の—	45
縦—	72
縦—間隔	72, 75
—半径	72
—マッチング	43, 45, 85
—マッチングレンズ	43, 45
横—	72
レーザの—	45

や

Young 率	36
---------	----

よ

横モード	72
$\frac{\lambda}{4}$ 板	43–45

れ

レーザ	
“Piezo” 端子	43, 47
“Thermal” 端子	44, 47
—結晶温度	44
—光源	43
—周波数安定化光学系	40
周波数参照用—	30
—の発振周波数と光速	30

- 波長.....43
- レンズ
 - 円筒面—.....43, 45, 86
 - モードマッチング—.....43, 45

ろ

- ロック
 - 周波数—.....28, 30, 47

謝 辞

空間の等方性検証実験という、大変興味深い研究テーマを与えて下さったのは、指導教官である坪野公夫教授です。物理の根本に迫るこのテーマに私の好奇心は刺激され、意欲を持って取り組むことができました。

現在日本銀行に勤務されています、本研究室で1年先輩の上田晃三氏は、昨年度から研究が始まった本テーマを最初に担当されました。昨年度中に装置の設計から基礎技術の確立までを成し遂げるには、非常な熱意と努力を要したことでしょう。氏の成果によって、本研究をスムーズに進めることができました。

東京大学新領域創成科学研究科の三尾典克助教授、森脇成典助手は、本研究で使用したレーザの1台を快くお貸し下さいました。その他、さまざまな装置を使用させて頂いたほか、実験方法についての相談にもなって下さいました。

坪野研究室の河邊径太助手、安東正樹助手には、私が学会などで発表がある度に何度も練習を見て頂き、貴重な指導を頂きました。

国立天文台宇宙計量部門の新井宏二助手は、氏が本研究室の博士課程に在籍中、パーソナルコンピュータのハード、ソフトの使用法、電子回路の製作、実験装置の使用法、データ解析法など、実験をする上で必要なことの多くを、一から丁寧に教えて下さいました。また、私が研究に頓挫しかけているときにも親身になって相談にのって下さいました。

本研究の理論部分を構成するにあたって、博士課程の山元一広氏とさまざまな議論を交わせたことは、とても有益であり、多くの示唆を得ることができました。

研究生の朽久保邦治博士は、修士過程で Fabry-Perot 共振器を研究されたことから、共振器に関するさまざまなアドバイスを下さいました。

本実験で用いる傾斜計の開発は、博士課程の大石奈緒子氏にお手伝い頂きました。また、博士課程の高森昭光氏は、回転機構の開発を担当して頂いています。

修士課程の沼田健司氏は本研究室での同期生であり、気軽に話せる仲間がいることはとても心強く思えました。研究室の雑務を氏に肩代わりしてもらったことも多くありました。また、本研究で装置を真空化する際に多くの助言を頂きました。

TAMA プロジェクトの皆様には、昨年度後半、重力波検出器 TAMA300 の開発に参加させて頂きました。その際、光学実験技術や電子回路など、本研究に必要な多くの技術を教えて頂きました。

そのほか、多くの皆様のおかげで本研究を進めることができました。修士課程在学中にお世話になったすべての方々に感謝致します。