

修士論文

光リング共振器の連続回転による
片道光速の異方性探査

東京大学 大学院理学系研究科
物理学専攻 安東研究室

酒井 讓

2018年1月4日提出

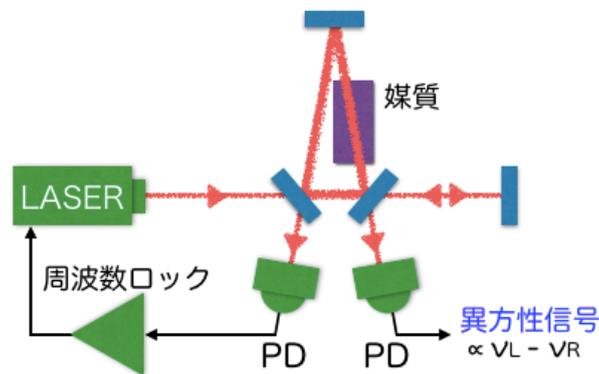
2018年1月26日最終版提出

概要

本研究では、非対称光リング共振器を用いて片道光速の異方性探査を行っている。「片道光速の異方性」とは、ある方向とその逆方向に進む光の光速の差を意味し、Lorentz 不変性の破れによって生じる効果の1つである。通常的光リング共振器では片道光速の異方性に感度は無いが、下図のようにその光路の一部に媒質を入れて非対称にすることで、共振器を時計回りに回る光と反時計回りに回る光の共振周波数のずれという形で感度をもつようになる。先行研究ではこの原理を用いて、約1年間の測定により、片道光速の異方性探査で過去最高精度となる $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ を達成した。

現在は、装置のさらなる高感度化を目指している。先行研究では光学系の振動が感度を制限していたため、その影響を抑えるために装置の改良を行った。この改良によって雑音が低減し、感度を評価するために行った7日間の異方性探査の結果、先行研究とほぼ同じ精度であった。測定時間の違いを考慮すると、先行研究と同じ約1年間の測定を仮定したとき、これまでの最高精度を約5倍更新できる装置を開発することに成功した。

一方で、「装置の回転と同期する雑音」という新たな問題点が浮き彫りになった。今後さらに感度を向上していくために、この雑音の影響や原因、今後考えられる対策についても議論を行う。



図：非対称光リング共振器と異方性探査のための光学系の概略図(図 2.13 より)。片道光速の異方性を反映する「両周りの共振周波数の差」を「異方性信号」により測定することができる。

目次

概要	i
目次	ii
記号・略語・用語一覧	v
第 1 章 はじめに	1
1.1 背景	1
1.2 本論文の構成	2
第 2 章 Lorentz 不変性の検証	3
2.1 検証理論	3
2.1.1 Mansouri-Sexl 理論	3
2.1.2 その他の枠組み	7
2.2 先行研究	10
2.2.1 往復光速の異方性探査	10
2.2.2 片道光速の異方性探査	12
2.3 先行研究における問題点と今回行った改良点	15
第 3 章 光リング共振器を用いた異方性探査	18
3.1 測定原理	18
3.1.1 非対称光リング共振器	18
3.1.2 ダブルパス構成による両周りの共振周波数の差の測定	20
3.1.3 異方性信号の変調	21
3.2 目標感度	22
3.3 主な雑音源と要求値	23
3.3.1 レーザー強度雑音	23
3.3.2 レーザー残留周波数雑音	24
3.3.3 散射雑音	24
3.3.4 Sagnac 効果による雑音	25
3.3.5 共振器長変動を経由する雑音	26
3.3.6 その他の雑音源	28
第 4 章 実験装置とその性能評価	29
4.1 実験装置全体の概要	29
4.2 光学系	31
4.2.1 光学系全体の構成	31
4.2.2 光学系の改良 (先行研究からの改良点 1)	32
4.2.3 レーザー	34
4.2.4 光リング共振器	35

4.3	周波数制御系	36
4.3.1	制御系のブロックダイアグラムと異方性信号の較正	36
4.3.2	制御結果	37
4.4	回転機構	39
4.4.1	回転機構の改良 (先行研究からの改良点 2)	39
4.4.2	回転速度変動と回転台の振動	41
4.5	データ取得系	43
4.6	回転時の雑音レベル	44
4.6.1	先行研究との比較	44
4.6.2	回転周波数による比較	45
第 5 章	回転と同期する雑音	47
5.1	回転と同期する雑音の問題点	47
5.2	実際に測定された雑音	48
5.3	回転と同期する雑音の原因	49
5.3.1	これまでの雑音レベルの変遷と現在問題になっている原因	49
5.3.2	その他に考えられる原因	51
第 6 章	データ解析	53
6.1	解析方法	53
6.1.1	Sun-Centered Celestial Equatorial Frame	53
6.1.2	実験室系への座標変換	55
6.1.3	MS パラメータ $\alpha + 1/2$ の求め方	55
6.1.4	直交位相振幅のシミュレーション	57
6.2	生データを用いてそのまま解析を行った場合	58
6.2.1	測定された信号	58
6.2.2	$\alpha + 1/2$ の計算	59
6.2.3	系統誤差の見積もり	62
6.3	2 倍波を用いて雑音を除去した場合	63
6.3.1	雑音をモニタできる信号	63
6.3.2	異方性を消さずに雑音のみ除去する方法	63
6.3.3	雑音を除去した場合の解析結果	66
6.4	球面調和関数展開の枠組みにおける解析結果	69
6.5	考察	70
6.5.1	系統誤差について	70
6.5.2	感度を制限している原因について	70
6.5.3	装置の改良案	71
第 7 章	結論	73
補遺 A	球面調和関数展開の枠組みでの解析	74
A.1	座標変換	74
A.2	異方性信号	75
A.3	解析方法	76
A.4	解析結果	76

補遺 B	フィードバック制御	79
B.1	伝達関数	79
B.2	制御の原理とオープンループ伝達関数	80
B.3	オープンループ伝達関数の測定	81
B.4	雑音レベルの見積もり	81
B.4.1	残留変動の見積もり	81
B.4.2	外乱の見積もり	83
補遺 C	偏光解析法	84
C.1	準備	84
C.1.1	光の表現方法	84
C.1.2	光の反射と透過	85
C.1.3	波長板	86
C.2	光リング共振器	87
C.2.1	共振器の反射率と透過率	87
C.2.2	共振器のフィネス	88
C.3	偏光解析法	89
C.3.1	原理	90
C.3.2	ダブルパス構成での使用	93
補遺 D	その他の測定についての詳細	94
D.1	レーザー変調効率の測定	94
D.2	強度ゆらぎに対する同相雑音除去比の測定	95
D.3	共振器のフィネスの測定	96
補遺 E	環境磁場による雑音を取り除く方法	97
E.1	環境磁場による雑音	97
E.2	雑音除去の原理	99
E.3	雑音除去の実証実験	100
E.3.1	予備測定の結果	100
E.3.2	本測定の結果	101
補遺 F	使用した電気回路	102
F.1	回路図	102
F.2	回路の雑音	104
参考文献		105
謝辞		109

記号・略語・用語一覧

記号

i	虚数単位 ($i = \sqrt{-1}$)
c_0	MS 理論で仮定する絶対静止系における光速 (本論文では $c_0 = 1$ とおく)
c	絶対静止系に対して運動する系における光速
δc	絶対静止系に対して運動する系における光速の異方性 ($\delta c = c - 1$)
α, β, δ	MS 理論のパラメータ
\bar{y}_l^m	光速の異方性を球面調和関数展開したときの係数
e	素電荷 ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C)
λ	レーザー波長 (本実験では $\lambda = 1550$ nm)
$\nu = \omega/2\pi$	レーザー周波数 (本実験では $\nu = 1.93 \times 10^{14}$ Hz)
$f_{\text{rot}} = \omega_{\text{rot}}/2\pi$	光学系の回転周波数 (本実験では $f_{\text{rot}} = 0.2$ Hz)
$f_{\oplus} = \omega_{\oplus}/2\pi$	地球の自転周波数 ($f_{\oplus} = 1.16 \times 10^{-5}$ Hz)
$\Omega_{\oplus}/2\pi$	地球の公転周波数 ($\Omega_{\oplus}/2\pi = 3.17 \times 10^{-8}$ Hz)
ν_L, ν_R	光リング共振器の反時計回り及び時計回りの共振周波数
$\delta\nu$	両周りの共振周波数の差 ($\delta\nu = \nu_L - \nu_R$)
n	媒質の屈折率 (本実験では $n = 3.69$)
L	共振器 1 周の長さ (本実験では $L = 140$ mm)
L_{opt}	共振器 1 周の光学的距離 (本実験では $L_{\text{opt}} = 194$ mm)
L_B	共振器の媒質部分の光路の長さ (本実験では $L_B = 20$ mm)
\mathcal{F}	共振器のフィネス (本実験では $\mathcal{F} \approx 50$)
v	絶対静止系に対する速さ
θ_{MS}	絶対静止系に対する運動方向とのなす角
θ, ϕ	SCCEF の極座標
χ	実験室の余緯度 (本実験では $\chi = 54.3^\circ$)
ψ	CMB 静止系に対する SCCEF の運動方向の赤経 ($\psi = 168^\circ$)
φ	CMB 静止系に対する SCCEF の運動方向の赤緯 ($\varphi = -7.2^\circ$)
$C_{m_{\text{rot}}}, S_{m_{\text{rot}}}$	異方性信号の $m_{\text{rot}} f_{\text{rot}}$ 成分の直交位相振幅
\bar{A}	A の平均
A^*	複素数 A の複素共役
A^T	行列 A の転置行列
$\pm_{\text{stat.}}$	統計誤差
$\pm_{\text{sys.}}$	系統誤差

略語

AOM	Acousto-Optic Modulator (音響光学変調器)
BS	Beam Splitter
CMB	Cosmic Microwave Background (宇宙マイクロ波背景放射)
CMRR	Common Mode Rejection Ratio (同相雑音除去比)
FSR	Free Spectral Range
FWHM	Hull Width at Half Maximum (半値全幅)
HWHM	Half Width at Half Maximum (半値半幅)
HWP	Half-Wave Plate (1/2 波長板、 $\lambda/2$ 板)
MS 理論	Mansouri-Sexl 理論
PBS	Polarizing Beam Splitter (偏光ビームスプリッタ)
PDH 法	Pound-Drever-Hal 法
PD	Photo Ditector(光検出器)
QWP	Quarter-Wave Plate (1/4 波長板、 $\lambda/4$ 板)
SCCEF	Sun-Centered Celestial Equatorial Frame (太陽中心赤道座標系)
SME	Standard Model Extension (拡張標準理論)
SR	Special Relativity (特殊相対性理論)
UGF	Unity Gain Frequency

本論文独自の用語

異方性信号	光リング共振器の両周りの共振周波数の差 ($\nu_L - \nu_R$) に比例する信号。異方性がある場合に現れる「異方性による信号」とは意味が異なる。
セミモノリシック	土台となる板に直接ミラーホルダ等をねじ止めするような光学系。モノリシック光学系の前段階として開発した。

第 1 章 はじめに

1.1 背景

今から 100 年以上前、光が伝搬するためにはそれを伝える媒質が必要だと考えられ、その未知の媒質は「エーテル」と名付けられた。Michelson と Morley は、絶対静止系に対して運動している地球上ではエーテルの風の影響を受けて光が伝わる方向により光速が変化すると考え、光干渉計を用いてその検証を行った [1]。しかし、エーテルの風による光速の変化を見出すことはできず、逆に実験精度の範囲内で光速は一定であると結論付けられた。Einstein は、この実験事実からどの慣性系にいる観測者にとっても光速は一定であると考え、「光速不変の原理」と「特殊相対性原理」の 2 つの原理を出発点とする理論を構築し、1905 年に特殊相対性理論を発表した [2]。特殊相対性理論では、異なる慣性系同士は Lorentz 変換で結ばれ、Lorentz 不変性が宇宙の基本的な対称性であることが示された。その後、100 年以上にわたって様々な方法により Lorentz 不変性の検証実験が行われており、年々その精度も上がっているが、未だにその破れは見つかっていない。

しかしその一方で、近年様々な研究により Lorentz 不変性の破れが示唆されている。例えば、量子重力理論の構築を目指す弦理論の研究では、Lorentz 不変性が破れている可能性があることが示されている [3]。具体的にどの程度の大きさの破れがあるかはわかっていないが、例えば、電弱相互作用の質量スケール $m_W \sim 10^2 \text{ GeV}/c^2$ と Planck 質量 $m_P \sim 10^{19} \text{ GeV}/c^2$ の比である $\delta c/c \sim m_W/m_P \sim 10^{-17}$ のスケールで、Lorentz 不変性が破れている可能性があるとしている文献もある [4]。また、宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の 4 年間にわたる観測では、CMB の異方性に双極子成分があることが確認されており、この双極子成分が 0 となる CMB 静止系があることがわかっている [5]。特殊相対性理論では「特別な系」は存在しないが、CMB 静止系は何か特別な意味をもつ系である可能性がある¹。もしそうであれば任意の慣性系が対等だと考える特殊相対性理論をその前提から覆す可能性がある。したがって、より高い精度で Lorentz 不変性の検証を行うことによって、量子重力理論などの理論に対してより厳しい制限をつけることができ、我々の宇宙をより深く理解することにもつながる。

Lorentz 不変性の検証には様々な方法があるが、古くから行われているものの一つに光速の異方性を測るという方法がある。光速の異方性は光が伝搬する方向による光速の違いを意味し、行きと帰りで光速が等しいかどうかによって、「往復光速の異方性」と「片道光速の異方性」の 2 種類に分類できる。往復光速の異方性探査については、光共振器を用いた実験により、 $|\delta c/c| \lesssim 1 \times 10^{-18}$ の精度で光速が等方的であることが確認されている。一方で、片道光速の異方性探査については、通常の光共振器では感度をもたないため、精度の向上が少し遅れている。片道光速の異方性の現在の最高感度は、道村氏 [6] による $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ であり、光リング共振器の光路の一部に媒質を入れて片道光速の異方性に感度をもたせることで、約 1 年間の測定によりこの精度を達成し

¹CMB 静止系が存在するからといって、直ちに CMB 静止系が絶対静止系であることを意味するわけではない。しかし、何らかの特別な意味をもっている可能性は残っており、絶対静止系の存在を仮定するような理論ではその候補となる。実際に、本論文で片道光速の異方性探査のデータ解析を行う際も、CMB 静止系を絶対静止系と仮定する。

た。しかし、片道光速の異方性探査では、まだ1つの目安となるスケールである $\delta c/c \sim 10^{-17}$ には及んでいないため、より高精度な測定が求められる。

本研究は道村氏の実験を後継するものであり、片道光速の異方性探査の測定原理としては同じものになっている。道村氏の実験において感度を制限していた問題を解決するために装置の改良を行い、より感度を向上させることを目的として研究を行ってきた。本論文では、時間的な制約によって1年間の異方性探査は行えなかったため、7日間にわたって異方性探査を行い、そのまま1年間測定を続けたと仮定した場合に感度を更新できるかという点で評価を行った。また、装置を改良したことにより新たに問題となることがわかった「回転と同期する雑音」についても、その問題点や原因についての考察を行う。

1.2 本論文の構成

本論文は以下のような構成になっている。まず始めに、第2章で Lorentz 不変性の検証についての理論的な背景と先行研究について説明する。さらに、今回行った装置改良の動機となる、先行研究で感度を制限していた原因についてもここで述べる。第3章では非対称光リング共振器を用いた片道光速の異方性探査の測定原理と考えられる雑音源についてまとめ、第4章で使用する実験装置について、今回行った装置改良とともに詳細を説明する。第5章では、新たに問題となることがわかった「装置の回転と同期する雑音」について、その問題点や原因について考察を行い、第6章で現在の感度を評価するために行った7日間の異方性探査のデータ解析について、その解析方法と結果の説明を行う。最後に、第7章で本論文の結論を示す。

また、補足的な事項は補遺にまとめた。本文中では、基本的に Mansouri-Sexl 理論という検証理論を用いてデータ解析などを行うが、補遺 A では別の枠組みにおける解析について説明し、矛盾しない結果が得られることを示す。補遺 B および補遺 C ではフィードバック制御や偏光解析法について、本論文を読むのに必要となる基本的な事項についてまとめている。さらに、補遺 D では本文中では取り上げきれなかった測定の詳細、補遺 E では今回の異方性探査では使われなかったが、今後必要になると考えられる環境磁場による雑音を取り除くための解析手法について説明する。最後に、補遺 F で本研究で使用した電気回路の回路図とその雑音スペクトルを示す。

第 2 章 Lorentz 不変性の検証

特殊相対性理論は「光速不変の原理」と「特殊相対性原理」の 2 つの原理を出発点として構築されている。これらの原理を仮定すると慣性系同士の座標変換は Lorentz 変換で表され、物理法則が Lorentz 変換に対して不変であるという Lorentz 不変性が導かれる。本研究の「片道光速の異方性探査」はこの Lorentz 不変性の検証に他ならない。Lorentz 不変性の検証を行うためには、特殊相対性理論を含むより広い検証理論が必要であるため、まずは 2.1 節で本研究のデータ解析に用いた Mansouri と Sexl の理論 [7-9](以下 MS 理論) について説明する。その後、2.2 節で Lorentz 不変性検証の先行研究を紹介し、2.3 節で先行研究で感度を制限していた問題点について述べる。

2.1 検証理論

2.1.1 Mansouri-Sexl 理論

MS 理論は、特殊相対性理論における光速不変の原理と特殊相対性原理の代わりに、次の 2 つの仮定から出発する。

仮定 1 宇宙には絶対静止系 $\Sigma(T, X, Y, Z)$ が存在し、 Σ 系では光速は一定である。

仮定 2 Σ 系には特別な方向は存在せず、等方的である。

ここで、 T は Σ 系の時間座標、 X, Y, Z は空間座標であり、空間座標は直交座標になるように適当に選ぶものとする。CMB(宇宙マイクロ波背景放射)の観測 [5] によると CMB は双極子成分の異方性を持ち、この双極子成分が 0 になるような CMB 静止系が存在することがわかっている。よって、もし絶対静止系が本当に存在するとすれば、CMB 静止系はその有力な候補であり、本研究でデータ解析を行う際も Σ 系として CMB 静止系を用いる¹。また、以下の議論で必要になる慣性系² $S(t, x, y, z)$ を次のように定義する。

定義 $S(t, x, y, z)$ 系の x 軸は Σ 系の X 軸と平行で向きも同じである。 $T = t = 0$ で Σ 系と S 系の原点が重なり、 S 系の原点は X 軸上を正の方向に速さ $v(\ll c)$ で動くとする。このとき、 xy 平面と XY 平面、 xz 平面と XZ 平面はそれぞれ常に一致するように y 軸および z 軸を定める。

このとき Σ 系と S 系の関係は、図 2.1 のように表せる。これらの前提条件のもとで、以下ではまず Σ 系と S 系間の座標変換を考え、その後 S 系における光速の表式を導き、一般の慣性系 S では光速に異方性が生じうることを示す。

¹2.2 節で紹介する先行研究 [19, 20, 22-27] でも、MS 理論の枠組みで解析する場合は絶対静止系 Σ として CMB 静止系を仮定している。

²ここでは絶対静止系 Σ に対して等速直線運動する系を慣性系と呼ぶことにする。

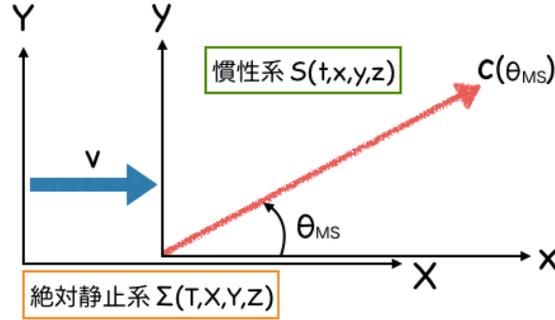


図 2.1: 絶対静止系 Σ と慣性系 S 。 S 系は Σ 系に対し、 X 軸方向に速さ v で動く。

MS 理論の座標変換

まず始めに、絶対静止系 Σ と慣性系 S の間の座標変換を考える。最も一般的な線形変換として、 S 系の速さ v の関数である 16 個の変換係数を用いて、

$$\begin{cases} t = aT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \\ x = b_1 T + bX + b_2 Y + b_3 Z \\ y = d_1 T + d_2 X + dY + d_3 Z \\ z = e_1 T + e_2 X + e_3 Y + eZ \end{cases} \quad (2.1)$$

のように表せる。ここで、 ϵ , ϵ_2 , ϵ_3 は S 系における時計の同期法によって決まるパラメータであり、このことを明確にするために、第 1 式の右辺は Σ 系の空間座標 (X, Y, Z) ではなく S 系の空間座標 (x, y, z) を用いている。 S 系の定義より、これらの係数の多くは 0 となり、

$$\begin{cases} t = aT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \\ x = b(X - vT) + b_2 Y + b_3 Z \\ y = dY \\ z = eZ \end{cases} \quad (2.2)$$

のようになる。今、 S 系で「特別な方向」であるのは x 軸方向 (速度方向) のみであり、時計を同期するときに y 軸および z 軸方向に特別な方向を導入する必要は無いので、 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ とおける。また、仮定 2 より $b_2 = b_3 = 0$, $d = e$ も成り立つので、座標変換は最終的に

$$\begin{cases} t = aT + \epsilon x \\ x = b(X - vT) \\ y = dY \\ z = dZ \end{cases} \quad \text{すなわち、} \quad \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - \epsilon b & \epsilon b & 0 & 0 \\ -vb & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

の形になる。これを通常の Lorentz 変換と比較することにより、4 つのパラメータ ϵ , a , b , d の意味と特殊相対性理論 (SR) における値は次のようにまとめることができる。

- ϵ : 時計の同期法により決まる (SR では $\epsilon = -v$)
- a : 時間の進み方の変化を表す (SR では $a = \sqrt{1 - v^2}$)
- b : 慣性系 S の速度方向の長さの変化を表す (SR では $b = 1/\sqrt{1 - v^2}$)
- d : 慣性系 S の速度と垂直な方向の長さの変化を表す (SR では $d = 1$)

時計の同期法

前述の4つのパラメータのうち、 a, b, d の3つについては実験により決定されるべきものである。しかし、残りの ϵ については時計の同期法によるものであり、 S 系内の離れた2点間でどのようにして時刻合わせを行うかを考える必要がある。

Newton力学では誰にとっても等しく時間が流れるとされていたため時計の同期は単なる技術的な問題であったが、特殊相対性理論ではそうではないため時計の同期法を定義する必要がある。そこでEinsteinは、図2.2(上)のように2点間($x = 0, x_1$)で光を往復させることにより時計の同期を行った。すなわち、原点で $t = 0$ に出発した光が往復して戻ってきたとき $t = t_1$ だったとすると、 $x = x_1$ で光が反射した瞬間の時刻を $t = t_1/2$ とすることにより時計を合わせるという方法である。文献[7]によると、Einsteinの同期法を用いた場合は

$$\epsilon = -\frac{a}{b} \frac{v}{1-v^2} \quad (\equiv \epsilon_E) \quad (2.4)$$

のようになる。しかし、この方法では往復する光の速さが行きと帰りで等しいという仮定が入ってしまうため、片道光速の異方性が現れない理論になり、片道光速の異方性を探査しようという本研究で使える検証理論にはならない。

そこで、MansouriとSexlはより一般的な検証理論にするため、図2.2(下)のように基準となる時計をゆっくりと動かすことで時計の同期を行うSlow Clock Transport法を提案している。基準となる時計の移動速度 u が光速よりも十分遅い($u \ll c$)と仮定すると、この時計の移動により生じる時間の遅れは微小であるため、その効果を無視して時計の同期を行うことができるという原理である。

S 系において $t = 0$ に原点を出発した時計が $t = t_1$ に $x = x_1$ を通過する場合、

$$x_1 = ut_1 \quad (2.5)$$

が成り立つ。式(2.3)より、

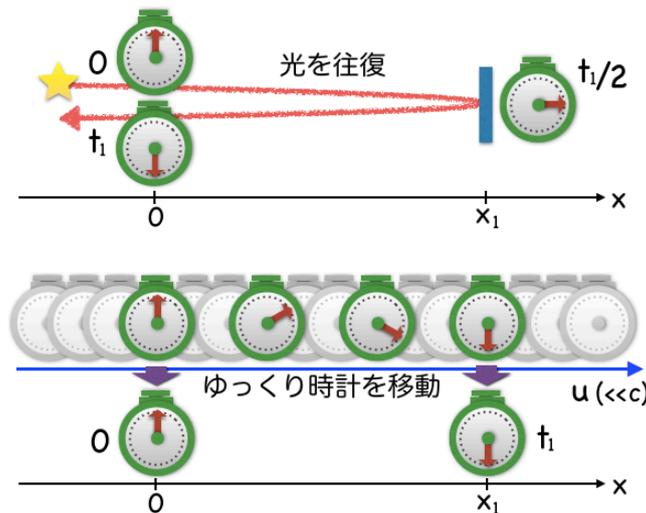


図 2.2: Einstein の同期法 (上) と Slow Clock Transport 法 (下) のイメージ。Einstein の同期法では、行きと帰りで光速が等しいという前提のもとで、光を往復させて離れた2地点間の時計の同期を行う。一方、Slow Clock Transport 法では、基準となる時計を時間の遅れが無視できるほどゆっくりと移動させて同期を行う。

$$\begin{cases} t_1 = (a(v) - \epsilon(v)b(v)v)T_1 + \epsilon(v)b(v)X_1 \\ x_1 = b(v)(X_1 - vT_1) \end{cases} \quad (2.6)$$

なので、これらを式 (2.5) に代入して X_1 について解くと、

$$X_1 = \frac{ua(v) + (1 - \epsilon(v)u)b(v)v}{(1 - \epsilon(v)u)b(v)}T_1 = \left(v + \frac{a(v)}{b(v)}u + \mathcal{O}(u^2) \right) T_1 \quad (2.7)$$

となる。よって、 Σ 系における時計の移動速度は、 u の 2 次以上の項を無視して

$$w \approx v + \frac{a(v)}{b(v)}u \quad (2.8)$$

である。ここで、時計の静止系 S' を考える。 S' 系において t_1 に対応する時間 t'_1 は、式 (2.3) より

$$t'_1 = a(w)T_1 \quad (2.9)$$

である。時計をゆっくりと動かすという仮定により $t_1 \approx t'_1$ とみなせることから、式 (2.6) ~ (2.9) を用いて ϵ について解くと、

$$\epsilon(v) = \frac{a(w) - a(v)}{b(v)(w - v)} \approx \frac{1}{b(v)} \frac{da(v)}{dv} \quad (\equiv \epsilon_T) \quad (2.10)$$

のようになる。

なお、式 (2.4) の Einstein の同期法による ϵ_E と式 (2.10) の Slow Clock Transport 法による ϵ_T を比較すると、両者が一致するのは $a = \sqrt{1 - v^2}$ の場合のみであることがわかる。特に、特殊相対性理論の場合は $a = \sqrt{1 - v^2}$ なので、2 種類の同期法は一致する。

MS 理論における光速

仮定 1 より絶対静止系 Σ では光速は一定 ($c_0 = 1$) であるが、慣性系 S において光速 c がどのように表されるか考える。 S 系で xy 平面上を x 軸から角度 θ_{MS} の方向に光が進む場合を考えると、光の伝搬は

$$\begin{cases} x = c(\theta_{MS})t \cos \theta_{MS} \\ y = c(\theta_{MS})t \sin \theta_{MS} \\ z = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

のように表せる。これを式 (2.3) に代入して Σ 系の座標 T, X, Y, Z について解き、その結果を Σ 系における光の伝搬を表す式 $-T^2 + X^2 + Y^2 + Z^2 = 0$ に代入する。それをさらに $c(\theta_{MS})$ について解くことで S 系における光速を導出することができる。実際に計算すると

$$c(\theta_{MS}) = \frac{\epsilon b(1 - v^2) \cos \theta_{MS} + av \cos \theta_{MS} - a\sqrt{\cos^2 \theta_{MS} + b^2 d^2 (1 - v^2) \sin^2 \theta_{MS}}}{\left[\epsilon^2 b(1 - v^2) - a^2 b^{-1} + 2\epsilon av \right] \cos \theta_{MS} - a^2 b d^{-2} \sin^2 \theta_{MS}} \quad (2.12)$$

のようになり、 θ_{MS} に依る量になるため、一般のパラメータ ϵ, a, b, d に対して S 系ではもはや光速不変性は成り立たない。このままでは光速の表式が非常に煩雑であるため、 $v \ll 1$ であることを用いて 4 つのパラメータをそれぞれ v のべき級数として展開することを考える。ここで、

要請 1 a, b, d は、 v の向きに依らず大きさのみに依存するため v の偶関数である。

要請 2 Σ 系と S 系が一致する場合を考えると、式 (2.3) より $v = 0$ で $a = b = d = 1$ になる。

という 2 つの要請を考慮すると、 a, b, d は展開係数 α, β, δ を用いて、

$$\begin{cases} a(v) = 1 + \alpha v^2 + \mathcal{O}(v^4) \\ b(v) = 1 + \beta v^2 + \mathcal{O}(v^4) \\ d(v) = 1 + \delta v^2 + \mathcal{O}(v^4) \end{cases} \quad (2.13)$$

のように展開できる。これらを Slow Clock Transport 法の式 (2.10) に代入すると、

$$\epsilon(v) = 2\alpha v + \mathcal{O}(v^3) \quad (2.14)$$

のようになる。式 (2.13)(2.14) を式 (2.12) に代入して整理すると、 S 系における光速は次のようにまとめることができる。

MS 理論の一般の慣性系 S における光速

$$c(\theta_{\text{MS}}) = 1 - 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{\text{MS}} - \left(\beta - \delta - \frac{1}{2} \right) v^2 \sin^2 \theta_{\text{MS}} - (\alpha - \beta + 1) v^2 + \mathcal{O}(v^3) \quad (2.15)$$

ただし、
 v : 絶対静止系 Σ に対する慣性系 S の速さ
 θ_{MS} : 慣性系 S の運動方向から測った光の進む方向
 α, β, δ : 特殊相対性理論からのずれを表すパラメータ
(特殊相対性理論では、 $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}, \delta = 0$)

式 (2.15) の各項の意味は、 v, θ_{MS} の依存性から次のようになっていることがわかる。

第 1 項	1	: 絶対静止系 Σ における光速 ($c_0 = 1$)
第 2 項	$-2(\alpha + 1/2)v \cos \theta_{\text{MS}}$: 片道光速の異方性 $c(\theta_{\text{MS}}) \neq c(\theta_{\text{MS}} + \pi)$
第 3 項	$-(\beta - \delta - 1/2)v^2 \sin^2 \theta_{\text{MS}}$: 往復光速の異方性 $c(\theta_{\text{MS}}) \neq c(\theta_{\text{MS}} + \pi/2)$
第 4 項	$-(\alpha - \beta + 1)v^2$: v 依存の等方的な光速のずれ

ここで、第 2 項の「片道光速の異方性」は行きと帰りの光速に差がある成分であり、第 3 項の「往復光速の異方性」は行きと帰りで差は無いが直交する方向で光速に差がある成分であることを意味する。特殊相対性理論では光速不変の原理から出発したが、MS 理論では絶対静止系でのみ光速が一定になるようにその仮定を緩めているため、一般の慣性系では光速の異方性が生じうるとい理論になっている。また、 S 系に導入された「特別な方向」は Σ 系に対する速度 v 方向 (x 軸方向) のみであるため、 S 系における光速も v と直交する方向 (y, z 軸方向) については等方的になっている。なお、本研究は片道光速の異方性探査であるため、第 2 項の $\alpha + 1/2$ が 0 であるか否かを検証する実験になっている。

2.1.2 その他の枠組み

本論文では MS 理論を軸として話を進めていくが、ここでは異方性探査で用いられる他の枠組みをいくつか紹介する。

Robertson の理論

Robertson の理論 [10] は MS 理論よりも前に発表された理論であり、片道光速の異方性探査では使うことはできないが、往復光速の異方性探査で使われる場合がある。以下では Robertson の理論と MS 理論の関係について述べる。

Robertson の理論でも MS 理論と同様の前提条件 (仮定 1、仮定 2) を仮定する。Robertson は絶対静止系 $\Sigma(T, X, Y, Z)$ に対して X 軸方向に移動する慣性系 $S(t, x, y, z)$ の計量を

$$ds^2 = -g_0^2 dt^2 + g_1^2 dx^2 + g_2^2 (dy^2 + dz^2) \quad (2.16)$$

とおくところから出発して検証理論を構築した。 x 軸から xy 平面上で θ 傾いた方向に光が進む場合、式 (2.16) に $(dx, dy, dz) = (dl \cos \theta, dl \sin \theta, 0)$ を代入して $ds^2 = 0$ とおくことで光速を求めることができ、Robertson の理論における光速は

$$c_R(\theta) = \frac{dl}{dt} = \frac{g_0}{\sqrt{g_1^2 \cos^2 \theta + g_2^2 \sin^2 \theta}} \quad (2.17)$$

のように求められる。しかし、 θ 依存性に着目すると $c_R(\theta + \pi) = c_R(\theta)$ であり、片道光速の異方性は現れない。これは S 系の計量を式 (2.16) とおいた時点で暗黙のうちに行きと帰りで光速が等しいという仮定が入っているためであり、片道光速の異方性を探査する本研究で使える検証理論にはなっていない。

なお、Robertson の理論は MS 理論に Einstein の同期法 ($\epsilon = \epsilon_E$) を適用したものと等価であり、この場合の MS 理論のパラメータ a, b, d と Robertson の計量 g_0, g_1, g_2 との間には、

$$\begin{cases} g_0 = \sqrt{1 - v^2} \frac{1}{a} \\ g_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \frac{1}{b} \\ g_2 = \frac{1}{d} \end{cases} \quad (2.18)$$

のような関係がある [11, pp.21-22]。

拡張標準理論

近年では、拡張標準理論 (SME) [4] もよく用いられる。SME は、標準模型で扱われる素粒子について、その Lagrangian 密度に Lorentz 不変性と CPT 対称性を破る項を加えた非常に一般性の高い理論である。本研究は、SME で記述される様々な粒子のうち、光子の Lorentz 不変性の検証に対応する。SME における光子の Lagrangian 密度は、

$$\mathcal{L}_{\text{photon}} = \underbrace{-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{通常の Lagrangian 密度}} + \underbrace{\frac{1}{2} \epsilon^{\kappa\lambda\mu\nu} A_\lambda (\hat{k}_{AF})_\kappa F_{\mu\nu}}_{\text{Lorentz 不変性の破れ (CPT-odd)}} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\kappa\lambda} (\hat{k}_F)^{\kappa\lambda\mu\nu} F_{\mu\nu}}_{\text{Lorentz 不変性の破れ (CPT-even)}} \quad (2.19)$$

$$\text{ただし、} \quad (\hat{k}_{AF})_\kappa = \sum_{d=\text{odd} \geq 3} (k_{AF}^{(d)})_\kappa^{\alpha_1 \dots \alpha_{d-3}} \partial_{\alpha_1} \dots \partial_{\alpha_{d-3}} \quad (2.20)$$

$$(\hat{k}_F)^{\kappa\lambda\mu\nu} = \sum_{d=\text{even} \geq 4} (k_F^{(d)})^{\kappa\lambda\mu\nu \alpha_1 \dots \alpha_{d-4}} \partial_{\alpha_1} \dots \partial_{\alpha_{d-4}} \quad (2.21)$$

のように表される [12]。ここで、 A_λ は 4 元電磁ポテンシャル、 $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ は電磁テンソルであり、 d は係数を除いた部分の質量次元を表す。CPT 対称性を破る項を無視すると $d = 4, 6, 8, \dots$ の項のみ残るが、本研究のように光路の一部の屈折率を媒質によって変えるタイプの異方性探査実験では $d = 4$ に感度が無いことが知られており、より高次 ($d = 6, 8, \dots$) の成分の探査に対応している [13]。

CPT 対称性の破れ、真空の複屈折、真空中の分散を無視すると、式 (2.19) は

$$\mathcal{L}_{\text{photon}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}F_{\kappa\rho}(\partial^\mu\partial^\nu p^2\tilde{\Phi})F_\nu{}^\rho \quad (2.22)$$

$$\tilde{\Phi} = \sum_{dnlm} \omega^{d-4-n} p^n Y_l^m(\hat{\boldsymbol{p}}) (\bar{c}_F^{(d)})_{nlm}^{(0E)} \quad (2.23)$$

のように変形できる [12]。ここで、 ω と $\boldsymbol{p} = p\hat{\boldsymbol{p}}$ はそれぞれ光子の角周波数と運動量、 Y_l^m は球面調和関数であり、 $(\bar{c}_F^{(d)})_{nlm}^{(0E)}$ は Camouflage 係数と呼ばれる。和の範囲は $d = \text{even} \geq 4$, $0 \leq n \leq d-4$, $0 \leq l \leq n$ (ただし $l-n = \text{even}$ のみ), $-l \leq m \leq l$ であり、各 $d (= 4, 6, 8, \dots)$ について $(d-1)(d-2)(d-3)/6$ 個の Camouflage 係数がある。したがって、例えば $d=6$ からは双極子および四重極子成分、 $d=8$ からは双極子および四・六・八重極子成分の異方性が現れ、高次の破れになるほど複雑な異方性が現れる。

異方性の球面調和関数展開

MS 理論では光速が式 (2.15) のように表される。このうち片道光速の異方性の項に注目すると、慣性系の速度方向 (x 軸方向) には異方性がありうるが、それと直交する方向は等方的であることがわかる。これは、MS 理論の前提となる 2 つの仮定 (仮定 1、仮定 2) をおいた時点で、特別な方向は x 方向のみで yz 方向は等方的であるという仮定が入っているためである。

一方、拡張標準理論は Lorentz 不変性の破れについて非常に一般性の高い理論である反面、具体的にどのような光速の異方性が生じているのかがわかりにくく、パラメータの数も非常に多いため、異なる実験の精度を単純に比較するのが難しい場合がある³。

そこで、理論的な仮定を設けずに任意の異方性を認めるという立場で考えてみる。光速の異方性を極座標 θ, ϕ を使って $\delta c(\theta, \phi) \equiv c(\theta, \phi) - 1$ と表すと、これは球面調和関数 $Y_l^m(\theta, \phi)$ で展開することができる。異方性 δc は実数なので、適当な複素係数 \bar{y}_l^m を用いて

$$\delta c(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \text{Re}[(\bar{y}_l^m)^* Y_l^m(\theta, \phi)] \quad (2.24)$$

のように展開できる。球面調和関数の性質から、 $l=0$ の成分は等方的な光速のずれを表し、 l が奇数の項は $Y_l^m(\pi - \theta, \phi + \pi) = -Y_l^m(\theta, \phi)$ より片道光速の異方性、 l が 2 以上の偶数の項は $Y_l^m(\pi - \theta, \phi + \pi) = Y_l^m(\theta, \phi)$ より往復光速の異方性を表す。よって、本研究のテーマである片道光速の異方性探索は、 l が奇数の成分の係数 \bar{y}_l^m が 0 かどうかを検証することに対応する。

このような球面調和関数展開の枠組みは、SME で現れるような、MS 理論より一般的な異方性も考慮しており、SME のパラメータで表すよりも測定された係数 \bar{y}_l^m から異方性の大きさ δc への変換が容易であるという長所がある。本論文では、本編は MS 理論を中心に進める一方、補遺 A に球面調和関数展開の枠組みにおける解析についてもまとめた。

³例えば、SME の各パラメータにつけられている上限値などが文献 [14] にまとめられているが、非常に多くのパラメータがあることがわかる。

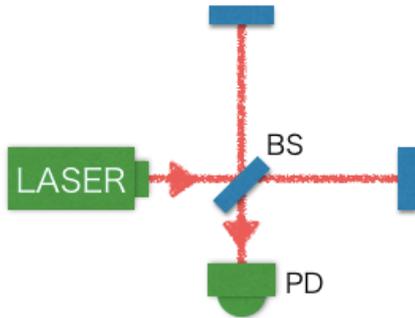


図 2.4: Michelson 干渉計。

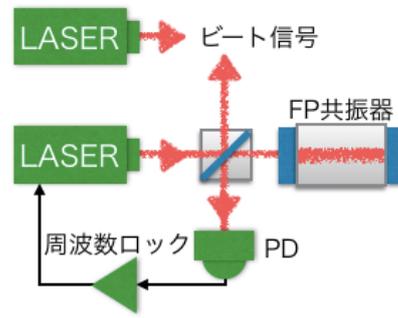


図 2.5: Fabry-Perot 共振器を使う方法。

往復光速の異方性探査は、光共振器によって格段に感度が向上した。光速に応じて共振器の共振周波数が変わることを利用して、共振器を回転⁶させたときの共振周波数の変化を測定することにより、往復光速の異方性探査を行うことができる。Brillet [18] は図 2.5 のように Fabry-Perot 共振器にレーザー周波数をロックし、この光と基準となるもう一つのレーザー光のビートをとるという測定を行った。十分安定なレーザーとビートをとることにより、ビート信号の変化を測定することで共振周波数の変化を調べることができる。共振器を回転させてビート信号を測定することにより、1979 年に $|\delta c/c| \lesssim 10^{-15}$ の精度を達成した。

さらに Eisele [19] と Herrmann [20] は、図 2.6 のように直交する 2 つの Fabry-Perot 共振器の共振周波数の比較を行った。2 つの共振器は同じスペーサーに固定することで共振器長変動に対する同相雑音除去が最大限働くように工夫されており、この共振器を回転させて共振周波数の差を測定することで、ともに 2009 年に $|\delta c/c| \lesssim 10^{-17}$ の精度を達成した。

現在の最高感度は 2015 年の Nagel [17] の測定であり、直交する 2 つのマイクロ波共振器を回転させるという方法により、 $|\delta c/c| \lesssim 10^{-18}$ の精度を達成した。

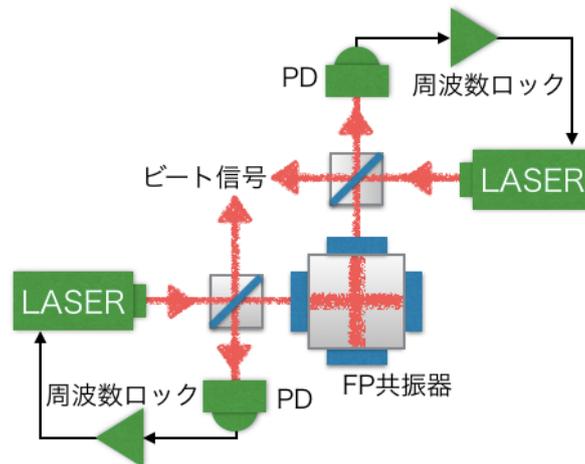


図 2.6: 直交する 2 つの Fabry-Perot 共振器を使う方法。

⁶ここで紹介した 4 つの実験における共振器の回転周波数は、それぞれ 1/10 Hz [18]、1/90 Hz [19]、1/45 Hz [20]、1/100 Hz [17] となっている。なお、往復光速の異方性は行きと帰りで光速が等しく、ある方向とそれに直交する方向の光速の差を調べるので、共振器の回転周波数の 2 倍の周波数成分に信号が現れる。本研究のような片道光速の異方性探査の場合、第 5 章で詳しく述べるように回転周波数に信号が現れるため回転と同期する雑音が問題となる。この点においては 2 倍の周波数成分に信号が現れる往復光速の異方性探査の方が有利である。

2.2.2 片道光速の異方性探査

往復光速のときと同様に、片道光速の異方性探査について先行研究をまとめると、図 2.7 のようになる。横軸、縦軸ともに図 2.3 の往復光速の異方性探査の場合と同じスケールでプロットされており、片道光速の異方性探査が往復光速に比べて遅れているということがわかる。これは、単純な Michelson 干渉計や Fabry-Perot 共振器では同じ経路を光が往復するので、行きと帰りで異方性の寄与がキャンセルされて、片道光速の異方性に対して感度が無くなってしまいうためである。

そこで、片道光速の異方性探査の多くは高速で動くイオンなどを用いたり離れた 2 地点間で時計を比較したりすることで行われている。また、近年では Compton 散乱を用いる方法や Sagnac 干渉計、光リング共振器を用いる方法によっても片道光速の異方性探査が行われているため、これらについて順に説明する。

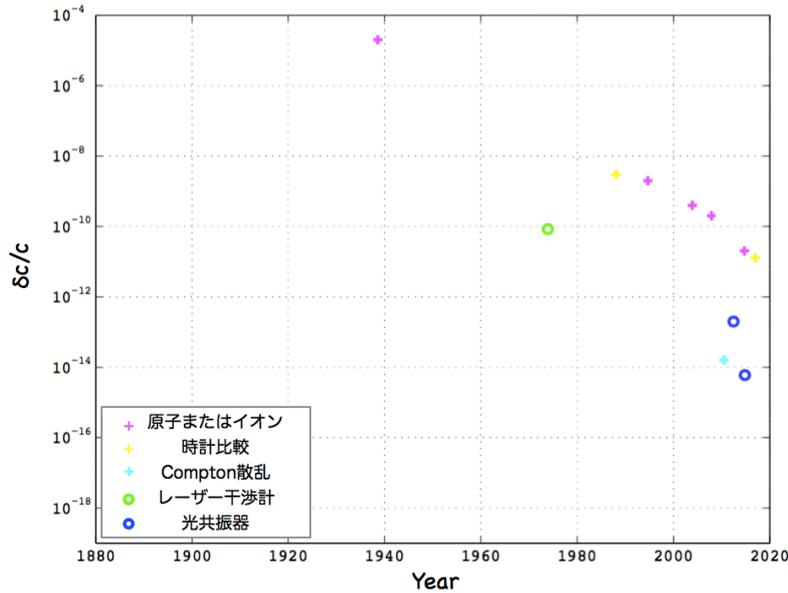


図 2.7: 片道光速の異方性探査の先行研究。

高速で動く原子またはイオンを用いる方法 [21–25]

ある特定の周波数 ν_0 の光を吸収するような原子またはイオンを考える。この粒子が高速で運動している場合、Doppler 効果により吸収される光の周波数がシフトする。前から光が来る場合と後ろから光が来る場合では、吸収される光の周波数は逆方向にシフトし、図 2.8 のように前後から来る場合の周波数をそれぞれ ν_a, ν_p とおくと、

$$\frac{\nu_p \nu_a}{\nu_0^2} \approx 1 + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) (v_{\text{atom}}^2 + 2\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_{\text{atom}}) \quad (2.25)$$

という関係がある [23]。ここで、 \mathbf{v} は絶対静止系 Σ に対する実験室の速度、 \mathbf{v}_{atom} は実験室系における粒子の速度である。この式を使うと、 ν_a, ν_p を調べることで α を測定できる⁷。この方法による実験のうち、現在の最高感度となっているものはリチウムイオンを用いた実験であり、その精度は $|\alpha + 1/2| \lesssim 2 \times 10^{-8}$ ($|\delta c/c| \lesssim 2 \times 10^{-11}$) である [25]。

⁷1938 年、Ives と Stilwell が水素原子を用いてこの原理により初めて片道光速の異方性探査を行った [21]。これにちなんで特殊相対性理論の検証実験のうち、片道光速の異方性について調べる実験を Ives-Stilwell 型の実験とも呼ぶ。



図 2.8: 高速で動く原子やイオンを用いる方法。

図 2.9: 離れた 2 地点間の時計を比較する方法。

離れた 2 地点間で時計を比較する方法 [26, 27]

図 2.9 のように離れた場所にある 2 つの時計 A,B を考える。時計 A の情報を光を使って時計 B のもとまで送り、そこで 2 つの時計の周波数を比較する。もし光速が一定であれば 2 つの時計の周波数差も一定であるが、光速が変化すると時計 B のもとに届く信号の周波数がずれて、片道光速の異方性の寄与は、

$$\frac{\nu_A - \nu_B}{\nu_A} \approx 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v}_{AB} \tag{2.26}$$

のようになる [27]。ここで、 \boldsymbol{v} は絶対静止系 Σ に対する地球の速度、 \boldsymbol{v}_{AB} は 2 つの時計 A,B の相対速度、 $\nu_{A/B}$ は (B 地点における) 時計 A,B の周波数である。この式を用いると、左辺の周波数差を測定してその地球の自転による変化を調べることで α を求めることができる。この方法による実験のうち現在の最高感度となっているものは、フランスとドイツにあるストロンチウム光格子時計を光ファイバで繋いで比較した実験であり、その精度は $|\alpha + 1/2| \lesssim 1 \times 10^{-8}$ ($|\delta c/c| \lesssim 1 \times 10^{-11}$) である [27]。

Compton 散乱を用いる方法 [28]

図 2.10 光子が電子とぶつかると、光子のエネルギーの一部が電子に渡されて Compton 散乱が生じる。最も多くのエネルギーが電子に渡るのは、光子が来た方向とは反対方向に跳ね返される場合であり、光子が失ったエネルギーを横軸にしてプロットしたときに端に来ることから、Compton edge と呼ばれる。もし片道光速の異方性があると Compton edge のエネルギーがずれ、この原理を用いて異方性探査を行うことができる。Bocquet [28] は 6 GeV まで加速された電子に光子をぶつけ、1 週間にわたって 14765 回 Compton edge のエネルギーを測定した。このエネルギーの地球の自転による変化を調べることにより、 $|\delta c/c| \lesssim 1.6 \times 10^{-14}$ の精度で片道光速の異方性が無いことを示した。

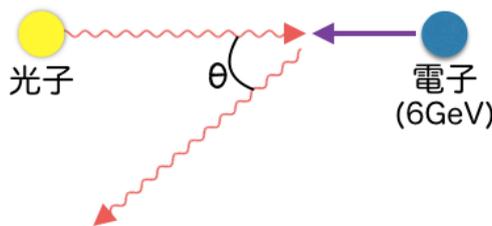


図 2.10: Compton 散乱を用いる方法。 $\theta = 0$ が Compton edge に対応する。

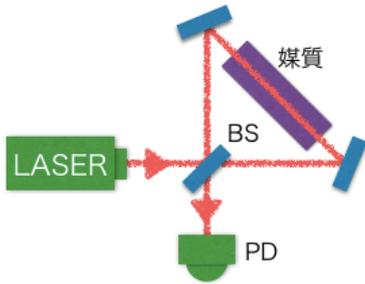


図 2.11: Sagnac 干渉計を使う方法。

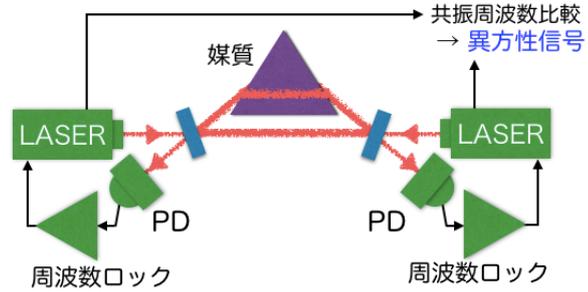


図 2.12: 光リング共振器を使う方法。光を両側から入射して周波数を比較する場合。

Sagnac 干渉計を用いる方法 [29]

通常の Michelson 干渉計は片道光速の異方性に感度をもたない。これは干渉計の 2 本の腕を光が往復するときに、行きと帰りで片道光速の異方性の効果がキャンセルしてしまうためである。仮に行きと帰りで別の経路を通ったとしても、閉ループ C における位相変化は、

$$\phi_C = \oint_C \frac{\omega}{c(\theta_{MS})} dl = \oint_C \omega \left[1 + 2 \underbrace{\left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS} + \mathcal{O}(v^2)}_{\text{周回積分で 0 になる}} \right] dl \quad (2.27)$$

のように $\alpha + 1/2$ を含む項の寄与は周回積分によりキャンセルされてしまうため、片道光速の異方性に感度は出ない。しかし、光路の一部に媒質を入れて屈折率を変えることにより、 $\alpha + 1/2$ を含む項の寄与が残り、片道光速の異方性に感度をもたせることができる (詳細は 3.1 節)。

この原理を用いて最初に異方性探査を行ったのは Trimmer [29] である。図 2.11 のような Sagnac 干渉計を用いて、媒質 (ガラス) を通るループを互いに逆方向に回る光同士を干渉させ、干渉計を回転させたときの干渉パターンの変化を測定した。1 分間測定して干渉計を 60° 回転させるといふサイクルを 3 日間に渡って繰り返すことにより、 $|\delta c/c| \lesssim 8.4 \times 10^{-11}$ の精度で片道光速の異方性が無いことを示した。

光リング共振器を用いる方法 [6, 30]

Baynes [30] は、閉ループの一部に媒質を入れて片道光速の異方性に感度をもたせるという原理を光リング共振器に応用した。図 2.12 のように 2 枚の鏡と媒質 (UV 溶融石英) により、媒質で生じる屈折を利用して光リング共振器を構成し、左右からレーザー光を入射してそれぞれ共振周波数にロックする。もし片道光速の異方性があれば、両周りの共振周波数が逆方向に変化する (詳細は 3.1 節)。よって、それぞれ両周りの共振周波数にロックされた 2 つのレーザー光の周波数を比較することによって、異方性を探査できる。Baynes の実験では共振器自体は回転させずに、地球の自転による両周りの共振周波数の差の変化を調べることで、約 35 日分のデータから $|\delta c/c| \lesssim 2 \times 10^{-13}$ の精度で片道光速の異方性が無いことを示した。

しかしこの方法では、Null 実験にならないという短所がある。仮に 2 つのレーザーの周波数を両周りで同じ共振にロックした場合、片道光速の異方性が無ければ全く同じ周波数にロックされる。異方性がある場合は両周りの共振周波数が僅かにずれ、理想的にはレーザー周波数もそれぞれ僅かにずれた共振周波数にロックされる。このとき光リング共振器内を、非常に周波数の近い光が互いに逆方向に回ることになるが、鏡などで後方散乱された光が逆回りの光とカップルして

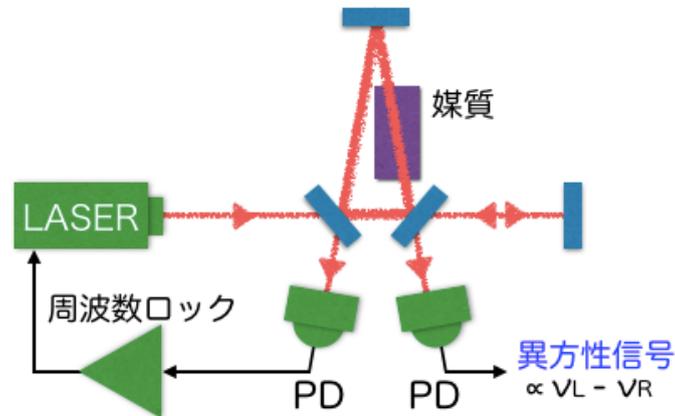


図 2.13: 光リング共振器を使う方法。ダブルパス構成を用いる場合。

フィードバックされることにより、両周りの周波数が一致するという現象が起きてしまう。この現象はロックインと呼ばれており、リングレーザージャイロスコープなどでも問題となる [31]。このままでは異方性を正しく測定することができないため、2つのレーザーは別の共振にロックする必要があり、実際に Baynes の実験でも2つのレーザーは80 MHz だけずれた共振にロックされている。したがって、共振周波数の差の信号には常に80 MHz だけのオフセットが乗ってしまい、異方性が無い場合でも0とはならない。

そこで道村氏 [6] は、図 2.13 のような光学系を用いて片道光速の異方性探査を行った。測定原理は本研究と同じであるため、3.1 節で詳しく述べることにして概要のみ説明すると、使用するレーザーを1つにしてこの周波数を反時計回りの共振周波数 ν_L にロックし、時計回りに回る光には、別のレーザーではなく反時計回りに回る光の透過光を使用した(ダブルパス構成)。レーザー周波数(= ν_L)と時計回りの共振周波数 ν_R のずれを測定することで、両周りの共振周波数の差すなわち片道光速の異方性の情報をもった信号を得ることができる。このダブルパス構成により、共振器内を両周りに回る光はもし異方性があっても同じ周波数であるため、ロックインが生じることはない。よって、両周りで同じ共振を使って共振周波数の比較を行えるので、異方性が無い場合は共振周波数の差の信号は0となり、Null 実験になる。道村氏はこの光学系を回転させて約1年間にわたって異方性探査を行い、 $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ の精度で片道光速の異方性が無いことを示した。現在、この実験が片道光速の異方性探査の最高感度となっている。

2.3 先行研究における問題点と今回行った改良点

本研究は、片道光速の異方性探査で最高感度を記録した道村氏 [6] の装置の感度をさらに向上させることを目的としている⁸。ここでは、道村氏の測定において感度を制限していた要因について述べて、感度を向上させるため今回行った装置の主な改良点を2つ挙げる。

道村氏は図 2.13 のような光学系を回転させて、両周りの共振周波数の差に比例する「異方性信号」を測定することにより、異方性探査を行った。当時の異方性信号の雑音レベルをプロットすると図 2.14 のようになる。この異方性信号についての詳細は 3.1 節で説明するが、ここで重要なのは、光学系を回転させずに雑音測定を行った場合を表す青線よりも、光学系を回転させて測定した場合を表す赤線の方が雑音が増えているという点である。すなわち、装置の回転によって雑

⁸これについての具体的な感度目標や種々の雑音に対する要求値については、3.2 節および 3.3 節で詳しく述べる。

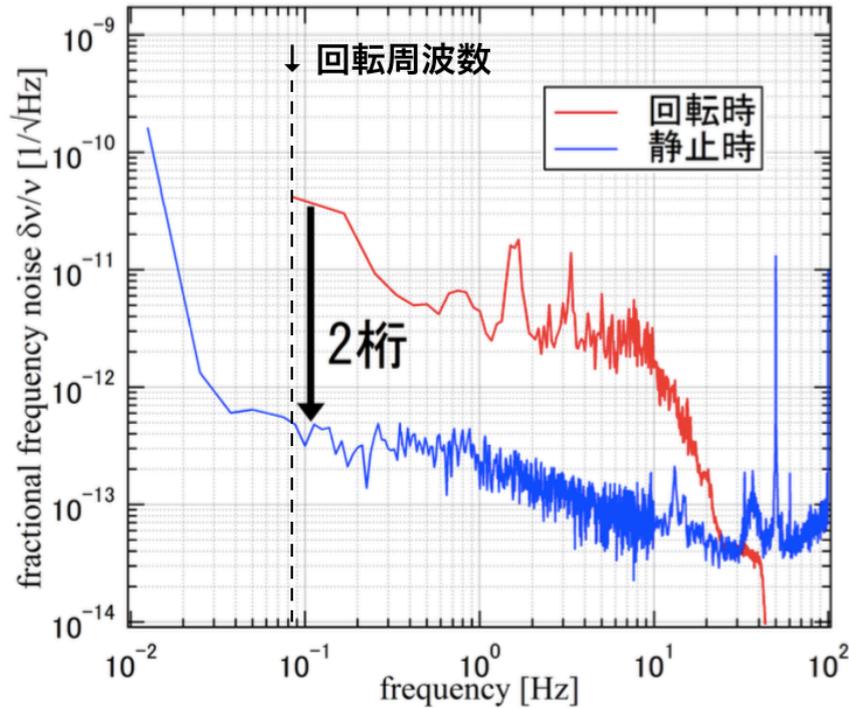


図 2.14: 道村氏の測定における異方性信号の雑音レベル [6]。

音が増えており、この原因は回転による光学系の振動の増加と考えられている。特に、片道光速の異方性の情報は光学系の回転周波数に現れるため⁹、回転周波数における雑音レベルが重要である。よって図 2.14 より、回転によって生じる雑音を静止時の雑音レベルまで下げることによって、約 2 桁感度を向上できると考えられる¹⁰。精度を 2 桁良くすることができれば、文献 [4] で Lorentz 不変性が破れている可能性があるとするスケール $\delta c/c \sim 10^{-17}$ のオーダーで測定を行えるため、この精度を目指して装置の改良を行う。

装置の感度を向上させるためには、振動による雑音を低減する必要がある。そこで今回行った装置の改良点は、主に次の 2 点である。ここではキーワードのみを挙げておき、それぞれの詳細については、実験装置について説明を行う第 4 章で詳しく述べる。

- 改良点 1 振動に対する感度を低減するために、光学系を改良 (詳細は 4.2 節)
先行研究：ペDESTAL 光学系 改良後：セミモノリシック光学系
- 改良点 2 振動そのものを低減するために、回転機構を改良 (詳細は 4.4 節)
先行研究：連続回転不可 改良後：連続回転を実現

⁹この点についても 3.1 節で説明する。

¹⁰理想的なランダムな雑音であれば、異方性信号のスペクトル (パワースペクトルの平方根) と異方性 $\delta c/c$ または $\alpha + 1/2$ への感度は比例する (式 (3.19) 参照)。理想的でない雑音 (回転と同期する雑音) については第 5 章で考察する。

第2章のまとめ

- MS 理論では絶対静止系 Σ の存在を仮定し、 Σ 系に対して運動している慣性系 S における光速は式 (2.15) のようになる。
- α が片道光速の異方性に対応するパラメータであり、特殊相対性理論では $\alpha + 1/2 = 0$ である。したがって、本研究では $\alpha + 1/2 = 0$ の検証を行う。
- 現在の往復光速の異方性の最高精度は $|\delta c/c| \lesssim 1 \times 10^{-18}$ 、片道光速の異方性の最高精度は $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ である。
- 先行研究では光学系の振動により感度が制限されており、振動による雑音を十分低減できれば感度が2桁向上すると考えられる。このとき、Lorentz 不変性が破れている可能性があると考えられる $\delta c/c \sim 10^{-17}$ のオーダーで測定を行うことができる。
- 振動の影響を低減して感度を向上させるために、光学系と回転機構の改良を行った。

第 3 章 光リング共振器を用いた異方性探査

本研究では、片道光速の異方性探査を行うために、非対称光リング共振器を用いた。この章では、3.1 節でその測定原理について説明し、3.2 節で本研究における目標感度を示す。さらに、3.3 節で考えられる雑音源と目標感度を達成するための要求値についてまとめる。

3.1 測定原理

2.1 節では、MS 理論における光速が式 (2.15) で表されることを示した。ここでは、このうち v の 1 次の項まで考えて、 θ_{MS} 方向の光速が

$$c(\theta_{MS}) = 1 - 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS} \quad (3.1)$$

のように片道光速の異方性の寄与を含む形で表される場合について考える。以下で示すように、通常の光リング共振器では $\alpha + 1/2$ に感度をもたないが、光路の一部に媒質を入れて非対称にすることにより $\alpha + 1/2$ が「両周りの共振周波数の差」という形で現れる。これを用いると、両周りの共振周波数の差を測定することで $\alpha + 1/2$ に感度をもつ測定を行うことができる。

3.1.1 非対称光リング共振器

図 3.1 のように 3 枚の鏡 (M1,M2,M3) からなり、光路の一部に屈折率 n 、長さ d の媒質 (シリコン) が入っている光リング共振器を考える。媒質に対して垂直に光を入射させると反射光が逆回りの光とカップルしてしまうため、斜めに入射させることでそのようなことが起こるのを防いでいる。このとき媒質の入射角 (=M2 の反射角) を ζ とおくと、媒質の屈折角は Snell の法則より $\xi = \arcsin \frac{\sin \zeta}{n}$ と表すことができ、図 3.1 の各部分 (A1,A2,B,C,D) の光路長は

$$L_A \equiv L_{A1} + L_{A2} = \frac{2d}{\cos \zeta} \quad (3.2)$$

$$L_B = \frac{d}{\cos \xi} \quad (3.3)$$

$$L_C = \frac{3d}{\cos \zeta} \quad (3.4)$$

$$L_D = 5d \tan \zeta + d \tan \xi \quad (3.5)$$

のようになる。実際に本研究で用いた値 $n = 3.69$, $d = 20$ mm, $\zeta = 9.5^\circ$ を用いると、光リング共振器 1 周の距離 L と光学的距離 L_{opt} は次のようになる。

$$L \equiv L_A + L_B + L_C + L_D = 140 \text{ mm} \quad (3.6)$$

$$L_{opt} \equiv L_A + nL_B + L_C + L_D = 194 \text{ mm} \quad (3.7)$$

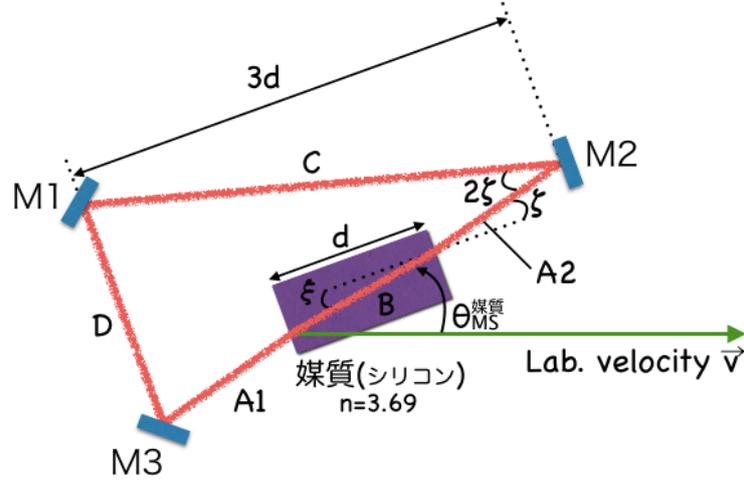


図 3.1: 非対称光リング共振器。

まず始めに、この光リング共振器の共振周波数について考える。C.2節で示すように、共振条件は通常の場合「共振器1周の長さが波長の整数倍になる」という条件で与えられるが、ここでは

- 光路の一部に媒質が入っている (屈折率が異なる部分がある)
- 光速の異方性がある場合についても考えている

の2点に注意して共振周波数を求める必要がある。前者については、通常の距離ではなく光学的距離を用いれば良い。後者については、光の伝搬する方向によって波長が変わることに注意して、1周して戻ってきたときにちょうど同じ位相で重なるという条件から共振周波数を決めれば良い。

まずは反時計回りの共振周波数 ν_L を求める。光リング共振器の光路の一部で長さ dl の部分を考えて、光が dl だけ進んだときの位相変化は、

$$d\phi = 2\pi \frac{\nu_L n(l) dl}{c(\theta_{MS}(l))} \approx 2\pi \nu_L n(l) dl \left[1 + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS}(l) \right] \quad (3.8)$$

である。ここで、 $n(l)$ と $\theta_{MS}(l)$ はそれぞれこの部分における屈折率と実験室系の速度 v の方向から測った光が進む方向であり、光速の異方性は十分小さいという近似を用いた。光リング共振器を1周したときの位相変化 ϕ はこれを周回積分することで求めることができる。共振状態の場合、1周して戻ってきたときにちょうど同じ位相で重なることから、ある整数 m_L を用いて $\phi = 2\pi m_L$ と表せるので、

$$\begin{aligned} 2\pi m_L &= 2\pi \nu_L \oint_{\text{cav}} n(l) dl \left[1 + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS}(l) \right] \\ &= 2\pi \nu_L \left\{ \oint_{\text{cav}} n(l) dl + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \underbrace{\left[\oint_{\text{cav}} \cos \theta_{MS}(l) dl + (n-1) \int_{\text{媒質}} \cos \theta_{MS}(l) dl \right]}_{=0} \right\} \\ &= 2\pi \nu_L \left[L_{\text{opt}} + 2(n-1)L_B \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS}^{\text{媒質}} \right] \end{aligned} \quad (3.9)$$

が成り立つ。ここで、2行目から3行目への積分計算のうち2つ目の周回積分については、被積分関数 $\cos \theta_{MS}(l) dl$ が線素 dl の実験室系の速度 v 方向への射影であり、光リング共振器を1周する

ことでキャンセルされて0になることを用いた。また、媒質中を通る光の向きとの実験室系の速度 v のなす角を $\theta_{MS}^{\text{媒質}}$ とおいた。したがって、式 (3.9) より反時計回りの共振周波数は、

$$\nu_L \approx \frac{m_L}{L_{\text{opt}}} \left[1 - \frac{2(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS}^{\text{媒質}} \right] \quad (3.10)$$

のように表せる。同様に考えることで、時計回りの共振周波数についても、

$$\nu_R \approx \frac{m_R}{L_{\text{opt}}} \left[1 + \frac{2(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS}^{\text{媒質}} \right] \quad (3.11)$$

のように求められる。

特に、両周りで同じ共振を考える場合、すなわち $m_L = m_R \equiv m$ の場合、片道光速の異方性が無い $\alpha + 1/2 = 0$ のときは両周りの共振周波数は一致して $\nu \equiv m/L_{\text{opt}}$ であり、片道光速の異方性によって共振周波数が逆向きに変わることがわかる。さらに、 $n = 1$ のときには異方性による共振周波数の変化が無くなることから、光路の一部に媒質を入れて初めて異方性に感度をもつようになることもわかる。そこで、 $m_L = m_R$ の場合について両周りの共振周波数の差をとると、

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \equiv \frac{\nu_L - \nu_R}{\nu} = -\frac{4(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{MS}^{\text{媒質}} \quad (3.12)$$

のようになる。これは片道光速の異方性を表す $\alpha + 1/2$ に比例するので、両周りの共振周波数の差を測定することによって $\alpha + 1/2$ を求めることができる。

ここでは、往復光速の異方性や等方的な光速のずれの効果を無視したが、これらの寄与は両周りの共振周波数を同相に変化させるため、式 (3.12) の信号には現れない。よって、この原理を用いた異方性測定は、往復光速の異方性には感度をもたず、片道光速の異方性のみ感度をもつ。また、振動や温度変動などによって共振器長が変化した場合も、両周りの共振周波数は同相に変化するため、式 (3.12) の信号には現れない。実際には完璧に同相雑音除去されるわけではないため多少の影響はあるが、共振器長を変動させうる様々な雑音に対して同相雑音除去が働くという点が、共振周波数の差を測定するというこの方法の大きな利点となっている。

3.1.2 ダブルパス構成による両周りの共振周波数の差の測定

次に、どのようにして両周りの共振周波数の差 ($=\alpha + 1/2$ に比例する信号) を測定できるかについて説明する。本研究で用いた光学系は、図 3.2 のような概略図で表せる。以下の 1 ~ 3 で示すように、この光学系により両周りの共振周波数の差を測定することができる。

1. まずレーザーから出た光は、共振器内を反時計回りに回る。共振器からの反射光を光検出器 PD1 で測定することにより、レーザー周波数 ν_{laser} と反時計回りの共振周波数 ν_L の差に比例する信号を得ることができる。これをエラー信号としてレーザーにフィードバックすることで、レーザー周波数を反時計回りの共振周波数 ν_L にロックする。
2. このとき共振器内を反時計回りに回る光は共振状態であり、共振器の右側に透過していく光量が最大になる。この透過光を全反射鏡で打ち返すことにより、再び共振器に入射させる (ダブルパス構成)。
3. 再び共振器内に入った光は今度は時計回りに回り、1 と同様に光検出器 PD2 によってレーザー周波数と時計回りの共振周波数 ν_R の差に比例する信号を得ることができる。今、レーザー周波数は ν_L にロックされているので、結局 PD2 で得られる信号は両周りの共振周波数の差 $\nu_L - \nu_R$ に比例した信号になっている。

このようなダブルパス構成により共振周波数の差を測定することができ、本論文ではこの信号を「異方性信号」と呼ぶことにする。異方性信号は式 (3.12)¹ で示したように $\alpha + 1/2$ に比例する信号になっているため、図 3.2 のような光学系を用いて片道光速の異方性を探査することができる。なお、レーザー周波数と共振周波数の差に比例する信号の取得には、偏光解析法という方法を用いた。実際には PD1 と PD2 はそれぞれ 2 つずつの光検出器からなり、図 3.2 では省略した波長板などと組み合わせて信号を取得する。光学系についての詳細は 4.2 節、偏光解析法についての詳細は C.3 節にまとめた。

3.1.3 異方性信号の変調

ここまでで、図 3.2 のような光学系を用いて $\alpha + 1/2$ に比例する信号を得ることができるということがわかった。しかし、このままでは仮に片道光速の異方性があった場合であっても、異方性信号には非常に小さい DC 成分が現れるだけであり、光検出器や回路などの電気的なオフセットと区別できない。より正確には、地球の自転によって異方性による信号は変動するはずであるが、この効果を考慮しても異方性があった場合の信号は地球の自転周波数 $f_{\oplus} \sim 1 \times 10^{-5}$ Hz で変動する成分として現れ、一般に低周波ほど様々な雑音が大きくなるため精度を上げることは難しい。

そこで、光学系を回転台に載せ、モーターで水平方向に回転させることによって異方性信号に変調をかける。このとき、回転角周波数 ω_{rot} を用いると、媒質中を伝搬する光の向きが (地球の自転の効果を無視して) $\theta_{\text{MS}}^{\text{媒質}} \sim \omega_{\text{rot}} t$ のように変化する。これを式 (3.12) に代入すると、

$$\frac{\delta\nu(t)}{\nu} \sim -\frac{4(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \omega_{\text{rot}} t \quad (3.13)$$

のようになり、片道光速の異方性がある場合は回転周波数に信号が現れる。よって、得られた異方性信号の回転周波数成分を調べることで、異方性を探査することができる。なお、回転機構についての詳細は 4.4 節、地球の自転の効果まで含めたデータ解析についての詳細は 6.1 節で述べる。

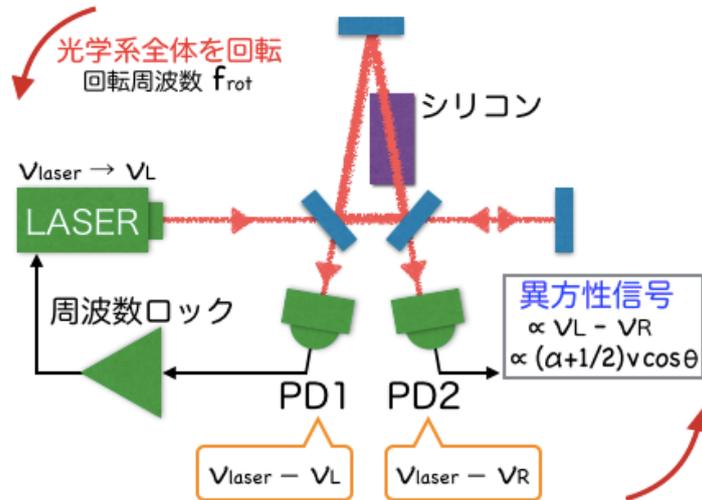


図 3.2: 片道光速の異方性測定のための光学系の概略図。レーザー周波数と共振周波数の差の測定は偏光解析法 (C.3 節) により行い、実際には PD1 および PD2 は、それぞれ 2 つの光検出器と、この図では省略した波長板や偏光ビームスプリッタから構成される。

¹この方法では、両周りに回る光がともに同じ周波数 ν_L である。異方性による共振周波数のずれは共振器の FSR に比べて十分小さいと考えられるため、式 (3.12) を導くときに仮定した $m_L = m_R$ という仮定は妥当である。

3.2 目標感度

本研究の目的は、現在の片道光速の異方性探査における最高感度となっている道村氏の測定 [6] よりも感度を向上させることである。以下で示すように測定時間を長く取れば感度を向上できるが、本研究では時間的な制約により測定時間は7日間であり、道村氏の約1年間の測定時間には及ばない。そこで、単位測定時間あたりの感度を向上させるという点から、最低ラインとして目標を次のように設定する。

目 標

現在の片道光速の異方性探査における最高精度である $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ よりも良い精度を、1年間 ($T \sim 3 \times 10^7$ s) の測定により達成できるようにする。

以下ではこの目標を達成するための異方性信号の雑音レベルに対する要求値を求める。本研究では、光学系を回転させるという特質上、回転と同期する雑音も問題となるが、ここでは簡単のためそのような雑音が無い場合を考える。回転と同期する雑音については、実際に取得した異方性信号を示しながら第5章で考察を行う。また、地球の自転の効果も無視して $\theta_{\text{MS}}^{\text{媒質}} = \omega_{\text{rot}} t$ とおく。このとき異方性信号は式 (3.13) の形で表すことができ、この振幅を

$$A \equiv -\frac{4(n-1)L_{\text{B}}}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \quad (3.14)$$

とおく。よって、 $\delta c/c \sim 2(\alpha + 1/2)v = \frac{L_{\text{opt}}}{4(n-1)L_{\text{B}}} A$ を 6×10^{-15} の精度で測定するためには、異方性信号の振幅 A を 3×10^{-15} の精度で求められるようにする必要がある。

ここで、測定時間を T 、サンプリング周波数を f_{s} とすると、このときデータ数は $N = T f_{\text{s}}$ になる。 $f_j \equiv j/T$, $t_k \equiv k/f_{\text{s}}$ ($j, k = 0, 1, \dots, N-1$) とおいて、離散 Fourier 変換を

$$\begin{cases} \frac{\delta \tilde{\nu}(f_j)}{\nu} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\delta \nu(t_k)}{\nu} e^{-2\pi i f_j t_k} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} \frac{\delta \nu(t_k)}{\nu} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\delta \tilde{\nu}(f_j)}{\nu} e^{2\pi i f_j t_k} \end{cases} \quad (\text{逆変換}) \quad (3.16)$$

で定義すると、式 (3.16) より回転周波数 f_{rot} 成分の振幅 A の決定精度は、

$$A \sim \frac{2}{N} \left| \frac{\delta \tilde{\nu}(f_{\text{rot}})}{\nu} \right| \quad (3.17)$$

で評価できる²。一方、異方性信号 $\delta \nu/\nu$ の回転周波数におけるパワースペクトルは、

$$P_{\delta \nu/\nu}(f_{\text{rot}}) = \frac{2}{T} \left| \frac{\delta \tilde{\nu}(f_{\text{rot}})}{\nu} \frac{1}{f_{\text{s}}} \right|^2 \quad (3.18)$$

である³。式 (3.17)(3.18) より、異方性信号の振幅 A とパワースペクトル $P_{\delta \nu/\nu}(f_{\text{rot}})$ の関係は、

$$A \sim \sqrt{\frac{2}{T} P_{\delta \nu/\nu}(f_{\text{rot}})} \quad (3.19)$$

のように表せる。よって、雑音レベル (パワースペクトル) が一定であっても測定時間を長くとることにより、振幅 A の決定精度は \sqrt{T} に比例して良くなるということがわかる。

²係数の2は式 (3.16) で $f_j = f_{\text{rot}}$, $f_s - f_{\text{rot}}$ の2つの項が f_{rot} 成分に寄与することに対応する。

³係数の2は片側パワースペクトルであることを示す。

$T \sim 1 \text{ year} \sim 3 \times 10^7 \text{ s}$ 程度の測定時間をとる場合、 A を 3×10^{-15} の精度で求めるために必要な異方性信号の雑音レベルは、次のようになる。

異方性信号の雑音レベルに対する要求値

$$\delta\nu/\nu \text{ のスペクトルについて、 } \sqrt{P_{\delta\nu/\nu}(f_{\text{rot}})} < 1 \times 10^{-11} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.20)$$

なお、実際に異方性信号のパワースペクトルを測定すると、回転と同期する雑音があるため回転周波数にピークが立つことがわかっている。回転と同期する雑音については別に考える必要があり、この要求値はパワースペクトルのピークではなくフロアレベルに対するものである。

3.3 主な雑音源と要求値

ここでは、本研究で想定される雑音源についてまとめる。レーザーの強度雑音と残留周波数雑音、散射雑音、光学系を回転させたときに問題となる Sagnac 効果による雑音、さらに共振器長変動を引き起こす雑音源（振動、温度変動、光学系の傾き、遠心力）について順に考え、式 (3.20) を満たすための要求値を示す。本研究で用いたパラメータのうち、以下の議論で必要になるものは表 3.1 の通りである。このうち下の表の PD1 と PD2 はそれぞれ図 3.2 の PD1 と PD2 に対応する。また、「偏光解析法の変換効率」は、偏光解析法を用いてレーザー周波数と共振周波数の差を電圧信号に変換するときの効率（実測値⁴）である。

なお、前節では異方性信号のパワースペクトルを $P_{\delta\nu/\nu}(f)$ のように表したが、以下では時系列データとスペクトル（パワースペクトルの平方根）で特に記号を区別しない。すなわち、以下では異方性信号のスペクトルを $\delta\nu(f)/\nu \equiv \sqrt{P_{\delta\nu/\nu}(f)}$ で表し、一般に時系列データ $s(t)$ のスペクトルを $s(f) \equiv \sqrt{P_s(f)}$ のように表すことにする。

表 3.1: 本研究で用いたパラメータ。*が付いているもの実測値を表す。

レーザー波長	$\lambda = 1550 \text{ nm}$	光リング共振器が囲む面積	$S = 530 \text{ mm}^2$
レーザー周波数	$\nu = 1.93 \times 10^{14} \text{ Hz}$	媒質中を光が走る長さ	$L_B = 20 \text{ mm}$
回転周波数	$f_{\text{rot}} = 0.2 \text{ Hz}$	共振器 1 周の長さ	$L = 140 \text{ mm}$
媒質の屈折率	$n = 3.69$	共振器 1 周の光学的距離	$L_{\text{opt}} = 194 \text{ mm}$

	PD1	PD2
偏光解析法の変換効率*	$H_1 \sim 1 \times 10^{-7} \text{ V/Hz}$	$H_2 \sim 5 \times 10^{-8} \text{ V/Hz}$
電流電圧変換の抵抗	$R_{\text{PD1}} = 320 \Omega$	$R_{\text{PD2}} = 1 \text{ k}\Omega$
光検出器 1 つあたりの出力電圧*	$V_{\text{PD1}} \sim 3 \text{ V}$	$V_{\text{PD2}} \sim 1 \text{ V}$

3.3.1 レーザー強度雑音

本研究では、偏光解析法（詳細は C.3 節）を用いてエラー信号（=レーザー周波数と共振周波数の差に比例する信号）を取得する。図 3.2 で、エラー信号を取得するための PD1 と PD2 は実際にはそれぞれ 2 つずつの光検出器から構成されており、偏光解析法では 2 つの光検出器の差動をとるため、レーザーの強度ゆらぎに対して同相雑音除去が働く。PD1 側では、周波数制御によって 2

⁴測定方法は 4.3 節で述べる。

つの光検出器の差動が0になるようにロックがかかるため強度ゆらぎに対して大きな同相雑音除去が働くが、PD2側の信号はロックされないため、2つの光検出器で受ける光の強度に差が生じることで同相雑音除去比が悪くなる。そのため、PD2側から入る強度ゆらぎの影響を考える必要がある。

レーザー強度 P に対する強度ゆらぎが δP のとき、相対強度雑音は $\delta P/P$ で表される。PD2側の光検出器1つあたりの出力電圧を V_{PD2} とおくと、強度ゆらぎによる光検出器の出力電圧の変動は $\delta V_{PD2} = V_{PD2} \cdot \delta P/P$ である。強度ゆらぎの同相雑音除去比を γ_{CMRR}^{int} で表すと、強度ゆらぎの異方性信号への寄与は、

$$\frac{\delta \nu^{int}}{\nu} = \gamma_{CMRR}^{int} \frac{V_{PD2}}{\nu H_2} \frac{\delta P}{P} \quad (3.21)$$

のようになる。光検出器の出力 V_{PD2} と偏光解析法の変換効率 H_2 はともに入射光強度 P_{in} に比例するため、強度ゆらぎの異方性信号への寄与の大きさは入射光強度に依らない。これに同相雑音除去比の実測値⁵である $\gamma_{CMRR}^{int} \sim 1/6$ を代入することにより、式(3.20)を満たすために必要な相対強度雑音の大きさに対する要求値は、

$$\frac{\delta P(f_{rot})}{P} < 1 \times 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.22)$$

のようになる。この要求値に対する確認は4.2節で行うが、本研究で用いたレーザーは要求値を満たしていることがわかっているため、特に強度安定化は行っていない。

3.3.2 レーザー残留周波数雑音

3.1節で述べたように、本研究ではレーザー周波数 ν を反時計回りの共振周波数 ν_L にロックし、この周波数の光を時計回りにも入射させることによって両周りの共振周波数を比較する。レーザー周波数が完全にロックされて $\nu = \nu_L$ となるのが理想であるが、実際には $\nu - \nu_L$ に残留周波数変動があるためこれが雑音となる。

本研究で用いた光リング共振器の共振の半値全幅は実測値で $\nu_{FWHM} \sim 30$ MHz 程度である。これは周波数安定化後の残留変動よりも十分大きいと考えられるため、残留周波数変動をもった光はそのまま反時計回りの共振により透過して時計回りに入射する。したがって、式(3.20)の値そのものが残留周波数変動に対する要求値であり、

$$\frac{\delta \nu^{freq}(f_{rot})}{\nu} < 1 \times 10^{-11} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.23)$$

を満たしている必要がある。

レーザーの周波数制御は、共振器の反射光を光検出器で測定することで電気信号に変え、制御回路等を通してレーザーにフィードバックすることにより行う。フィードバックのゲインが十分であっても、光検出器や回路の雑音が大きいと残留周波数変動が生じるため、式(3.23)を満たすように注意して周波数制御系の設計を行う必要がある。周波数制御系については4.3節、制御ループ内での雑音の考え方についてはB.4節で詳しく述べる。

3.3.3 散乱雑音

光検出器で光の強度を測定するとき、光子数が量子的に揺らぐことによって散乱雑音(ショットノイズ)が生じる。PD1およびPD2(を構成する光検出器の1つ)で強度を測定したときに光検出

⁵音響光学素子(AOM)を用いて強度変調をかけた光を光リング共振器に入れ、強度変動から異方性信号への伝達関数を測定することにより見積もった(詳細はD.2節)。

器に流れる電流を $I_{\text{PD}i}$ ($i = 1, 2$) とすると、散射雑音により生じる雑音電流のスペクトルは、素電荷 e を用いて

$$\delta I_{\text{PD}i}^{\text{shot}} = \sqrt{2eI_{\text{PD}i}} \quad (3.24)$$

である [33, p.210]。光検出器に流れる電流を電圧信号に変換する電流電圧変換回路の抵抗値 $R_{\text{PD}i}$ を用いると、光検出器から出る雑音電圧のスペクトルは Ohm の法則より、

$$\delta V_{\text{PD}i}^{\text{shot}} = R_{\text{PD}i} \delta I_{\text{PD}i}^{\text{shot}} = \sqrt{2eR_{\text{PD}i}V_{\text{PD}i}} \quad (3.25)$$

のようになる。したがって、散射雑音の異方性信号への寄与は、

$$\frac{\delta \nu_{\text{PD}i}^{\text{shot}}}{\nu} = \frac{\sqrt{2} \delta V_{\text{PD}i}^{\text{shot}}}{\nu H_i} = \frac{\sqrt{4eR_{\text{PD}i}V_{\text{PD}i}}}{\nu H_i} = \begin{cases} 1.3 \times 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}} & (\text{PD1}) \\ 2.6 \times 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}} & (\text{PD2}) \end{cases} \quad (3.26)$$

である。ここで係数に $\sqrt{2}$ がついているのは、PD1 および PD2 がそれぞれ 2 つの光検出器からなっているということに対応している。これらの寄与は式 (3.20) の要求値と比較して十分小さいため、本実験において散射雑音は問題とはならない。

なお、光検出器の出力電圧 $V_{\text{PD}i}$ と偏光解析法の効率 H_i はともに入射光強度 P_{in} に比例するため、散射雑音の異方性信号への寄与は $P_{\text{in}}^{-1/2}$ に比例する。よって今回は必要無いが、入射光強度を強くすることにより、散射雑音の寄与を小さくすることができる。

3.3.4 Sagnac 効果による雑音

本研究では光リング共振器を水平方向に回転させるため、Sagnac 効果 [34] により両周りの共振周波数がずれる。定性的には、光が共振器を 1 周する間に共振器自体が回転するため、時計回りと反時計回りで 1 周するのにかかる時間がずれることにより説明できる。このとき、両周りに進む光がそれぞれ光リング共振器を 1 周したときに生じる位相差は、屈折率に依らずに

$$\Delta \phi^{\text{Sagnac}} = \frac{4\pi}{c\lambda} \oint_{\text{cav}} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \quad (3.27)$$

と表せる [35]。ここで、 $d\mathbf{l}$ は光路の線素ベクトル、 \mathbf{v} はその線素ベクトルが回転によって運動する速度であり、周回積分は光リング共振器 1 周にわたる積分を表す。Stokes の定理により共振器が囲む面 S における面積分の形にすると、

$$\Delta \phi^{\text{Sagnac}} = \frac{4\pi}{c\lambda} \iint_S (\nabla \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} = \frac{16\pi^2 f_{\text{rot}} S}{c\lambda} \quad (3.28)$$

のように変形できる。ここで S は光リング共振器が囲む面積である。光リング共振器を 1 周したときの位相変化は、光速の異方性を十分小さいとして無視すると $\phi = 2\pi L_{\text{opt}}/\lambda$ なので、Sagnac 効果により異方性信号は、

$$\frac{\Delta \nu^{\text{Sagnac}}}{\nu} = \frac{\Delta \phi^{\text{Sagnac}}}{\phi} = \frac{8\pi f_{\text{rot}} S}{cL_{\text{opt}}} \quad (3.29)$$

だけずれることになる。回転周波数 f_{rot} が一定である限り、異方性信号は一定のオフセットが生じるだけであるため雑音とはならないが、回転周波数変動 δf_{rot} があると雑音になってしまう。その異方性信号への寄与は

$$\frac{\delta \nu^{\text{Sagnac}}}{\nu} = \frac{8\pi S}{cL_{\text{opt}}} \delta f_{\text{rot}} \quad (3.30)$$

であり、この式に本実験で用いたパラメータを代入すると、式 (3.20) を満たすために必要な回転周波数変動に対する要求値は、

$$\delta f_{\text{rot}}(f_{\text{rot}}) < 4 \times 10^{-2} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.31)$$

である。この要求値に対する確認は 4.4 節で行うが、本研究で用いたモーターと回転制御システムはこの要求値を満たしていることがわかっている。

3.3.5 共振器長変動を經由する雑音

本研究では、光リング共振器の共振周波数そのものではなく、両周りの共振周波数の差を測定することによって片道光速の異方性を探査する。共振器長が変動した場合、両周りの共振周波数が同相に変化するため、その差動である異方性信号には理想的には影響しない。実際には多少の影響は残るものの大部分が同相雑音除去されるため、共振器長変動を經由して入る雑音源の影響を抑えることができる。この同相雑音除去比を $\gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu}$ とおくと、共振器長が δL だけ変動した場合、異方性信号は

$$\frac{\delta\nu^{\text{length}}}{\nu} = \gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu} \frac{\delta L}{L_{\text{opt}}} \quad (3.32)$$

だけ変動する。同相雑音除去比として $\gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu} = 1/100$ を仮定すると⁶、式 (3.20) を満たすために必要な共振器長変動に対する要求値は、

$$\delta L(f_{\text{rot}}) < 2 \times 10^{-10} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.33)$$

である。以下では共振器長変動を經由する雑音源として、振動、温度変動、傾き変動、遠心力変動について順に説明する。

(1) 回転台の振動による雑音

光学系を回転させるという特質上、回転台の振動により共振器長変動が生じる。そこで、本研究では振動による共振器長変動を抑えるために、光リング共振器を構成する 3 枚の鏡とシリコンを 1 つのスペーサーに固定している (詳細は 4.2 節)。このため、振動が生じても共振器全体が同相に動き、共振器長変動は振動と比べて小さくなる。

振動の大きさを δx^{seis} 、スペーサーに鏡を固定したことによる同相雑音除去比を $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}}$ とおくと、共振器長変動は

$$\delta L^{\text{seis}} = \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} \delta x^{\text{seis}} \quad (3.34)$$

のようになる。同相雑音除去比は経験上 $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} \sim 10^{-6}$ 程度が期待できるため、式 (3.33) を満たすための振動に対する要求値は、

$$\delta x^{\text{seis}}(f_{\text{rot}}) < 2 \times 10^{-4} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.35)$$

のようになる。この要求値に対する確認は 4.4 節で行うが、現在用いている回転台はこの要求値を満たしていることがわかっている。

⁶今後、異方性信号の雑音を下げてより感度を上げていくためには、各雑音源からの寄与を見積もったり感度を制限している雑音源を特定したりするにあたり、同相雑音除去比の値をより正確に把握しておく必要がある。例えば、共振器に人工的に温度変動を加えて同相雑音除去比を見積もるなどの方法が考えられる。

(2) 温度変動による雑音

共振器の温度が変動すると、スペーサーの熱膨張により共振器長が変化する。本研究ではこの影響を抑えるため、鏡を固定するスペーサーにはスーパーインバーと呼ばれる熱膨張係数の小さい合金を用いている。

共振器の温度変動を δT_{cav} とおき、スペーサー（スーパーインバー）およびシリコンの熱膨張係数 $\alpha_{\text{spc}} \sim 6 \times 10^{-7} / \text{K}$, $\alpha_{\text{Si}} \sim 4 \times 10^{-6} / \text{K}$ [36] とシリコンの熱光学係数（温度変動に対する屈折率の変動） $dn/dT \sim 1.8 \times 10^{-4} / \text{K}$ [37] を用いると、温度変動により生じる共振器長変動は、

$$\delta L^{\text{temp}} = \left[\alpha_{\text{spc}} L + \alpha_{\text{Si}} (n-1) L_{\text{B}} + \frac{dn}{dT} L_{\text{B}} \right] \delta T_{\text{cav}} \quad (3.36)$$

である。よって、式 (3.33) 満たすための温度変動に対する要求値は、

$$\delta T_{\text{cav}}(f_{\text{rot}}) < 5 \times 10^{-5} \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.37)$$

のようになる⁷。

(3) 光学系の傾き変動による雑音

回転に伴って共振器の傾きが変動する場合、回転台上にある共振器にとって重力の方向が変動するため、重力伸縮によって共振器長変動が生じる。

簡単のため、スペーサーは長さ $l \sim L/2$ の直方体であり、一方の端のみが固定されていると考える。このスペーサーが $\delta\varphi$ だけ傾いたとき、長さ方向に重力加速度 $g \sin \delta\varphi \approx g\delta\varphi$ を受けるので、重力伸縮による共振器長変動は、

$$\delta L^{\text{tilt}} \sim 2\delta l^{\text{tilt}} \sim \frac{\rho(L/2)^2}{E_{\text{spc}}} g\delta\varphi \quad (3.38)$$

と表せる [11, pp.35-36]。ここで、スペーサーに用いたスーパーインバーの密度を $\rho = 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、Young 率を $E_{\text{spc}} = 140 \text{ GPa}$ とおいた [36]。よって、式 (3.33) 満たすための傾き変動に対する要求値は、

$$\delta\varphi(f_{\text{rot}}) < 7 \times 10^{-2} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.39)$$

である。よほど不安定な回転台でない限り特に傾き制御を行う必要はないと考えられる。

(4) 遠心力変動による雑音

回転速度変動によって遠心力が変動すると、(3) と同様にスペーサーが伸縮して共振器長変動が生じる。この効果を見積もるためには、式 (3.38) の重力加速度 $g\delta\varphi$ を遠心力変動による加速度 $\delta(r\omega_{\text{rot}}^2) = 4\pi^2 r f_{\text{rot}} \delta f_{\text{rot}}$ に置き換えれば良い。 $r \sim L/2$ 程度だと考えると、

$$\delta L^{\text{cent}} \sim 2\delta l^{\text{cent}} \sim \frac{4\pi^2 \rho(L/2)^3 f_{\text{rot}}}{E_{\text{spc}}} \delta f_{\text{rot}} \quad (3.40)$$

のようになる。よって、式 (3.33) 満たすための傾き変動に対する要求値は、

$$\delta f_{\text{rot}}(f_{\text{rot}}) < 1 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.41)$$

のようになり、Sagnac 効果から要求される式 (3.31) よりも大きな値であるため無視できる。

⁷ 共振器を固定するスペーサーの温度を測定したところ、温度変動は回転周波数で $3 \times 10^{-4} \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}}$ 以下であることはわかっているが、温度計の雑音によりこれ以上の精度で測定することはできなかった。しかし、今のところ異方性信号が温度変動で制限されている兆候は無い (図 4.13 参照)。

なお、近年行われている共振器を使った往復光速の異方性探査では、ここで挙げたような共振器長変動を経由する雑音の問題となっている [11, 17, 19, 20]。そのため温度安定化や傾き制御などを行う必要があり、装置が大掛かりなものになる傾向がある。しかし本研究では、両周りの共振周波数の差を測定するときに同相雑音除去が働くことの恩恵により、これらの影響を抑えることができる。

3.3.6 その他の雑音源

その他の雑音源としては、まずは周波数制御回路や光検出器の電気系の雑音が考えられる。これらの影響は上で述べたように残留周波数雑音としても現れるため、式 (3.23) の要求値を満たすように注意して周波数制御系を設計する必要がある。また、異方性信号をデータロガーに記録する場合に生じるエイリアシングにも注意する必要がある。

最後に、ここで議論したようなランダムな雑音の他に、回転と同期するような雑音は $\alpha + 1/2$ の値をずらしてしまう場合があるため注意深く考える必要がある。このような雑音については実際に取得したデータと合わせながら第 5 章で考察を行う。

第 3 章のまとめ

- 光路の一部に媒質を入れた光リング共振器は、両周りの共振周波数がずれるという形で片道光速の異方性に感度をもつ。このとき、両周りの共振周波数の差は式 (3.12) のようになる。
- ダブルパス構成により異方性信号 (=両周りの共振周波数の差に比例する信号) を測定できる。このとき、共振器長変動に対して同相雑音除去が働くため、様々な雑音の影響を抑えることができる。
- 1 年間の測定により $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ の精度を達成するという感度目標を設定した場合、異方性信号の雑音レベルに対する要求値は、 $\delta\nu/\nu < 1 \times 10^{-11} / \sqrt{\text{Hz}}$ である。
- 想定される雑音源と要求値を一覧にすると、表 3.2 のようになる。

表 3.2: 要求値のまとめ。

雑音源	要求値 ($f = f_{\text{rot}}$ での値)
レーザー強度変動	$\delta P/P < 1 \times 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}}$
レーザー残留周波数変動	$\delta\nu^{\text{freq}}/\nu < 1 \times 10^{-11} / \sqrt{\text{Hz}}$
回転速度変動	$\delta f_{\text{rot}} < 4 \times 10^{-2} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$
回転台の振動	$\delta x^{\text{seis}} < 2 \times 10^{-4} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$
温度変動	$\delta T_{\text{cav}} < 5 \times 10^{-5} \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}}$
回転台の傾き変動	$\delta\varphi < 7 \times 10^{-2} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$

第4章 実験装置とその性能評価

この章では本研究で用いた実験装置のセットアップについて説明する。まず始めに 4.1 節で全体の概要を説明した後、光学系 (4.2 節)、周波数制御系 (4.3 節)、回転機構 (4.4 節)、データ取得系 (4.5 節) の順に詳細を説明する。2.3 節でも述べた通り、先行研究で問題となっていた振動の影響を低減するために、光学系と回転機構の改良を行った。これらの改良の詳細についてもそれぞれの節で説明する。最後に 4.6 節で回転時の雑音レベルについて述べる。

4.1 実験装置全体の概要

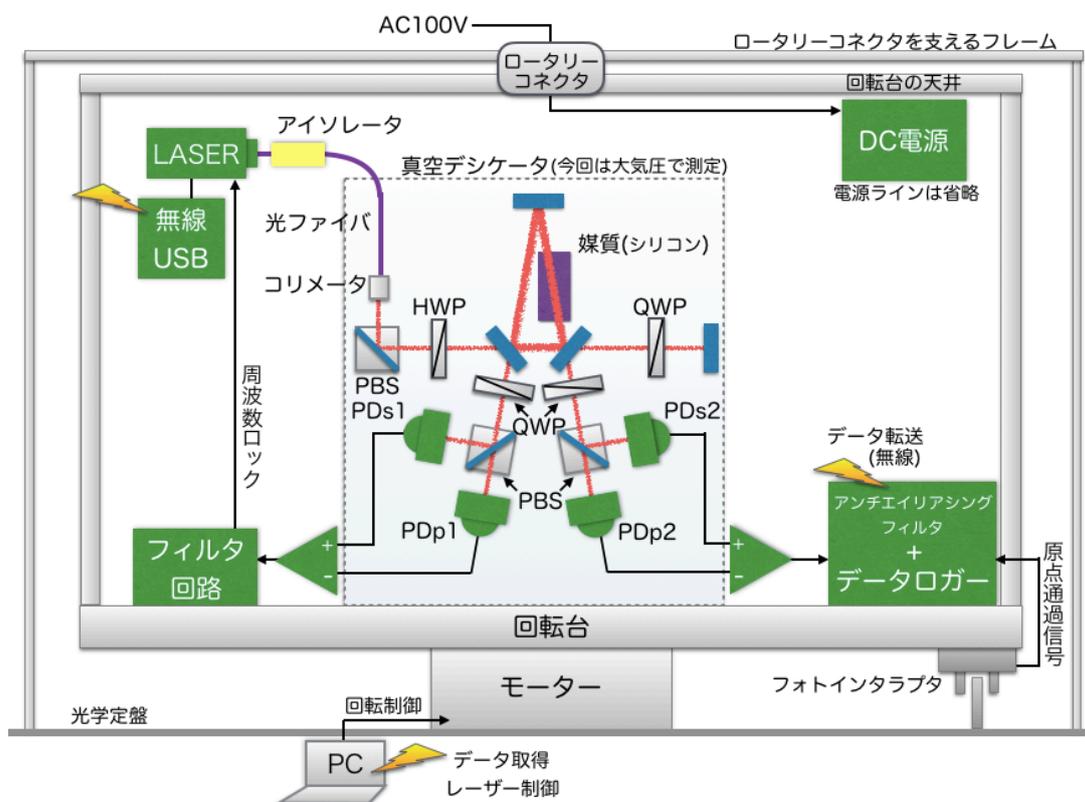


図 4.1: 実験装置全体の構成 (実際のものの配置は図 4.15 参照)。この図では表現しきれないが、光リング共振器は水平面上に置かれており、水平方向に回転できるようになっている。

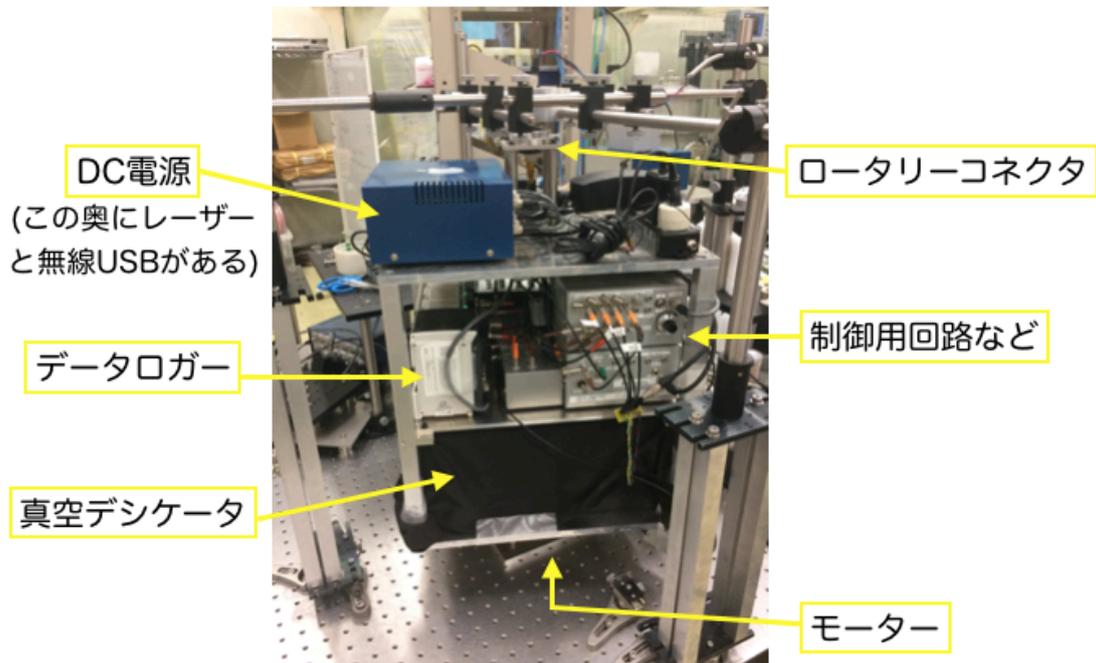


図 4.2: 装置全体の写真。

実験装置全体の構成は図 4.1 のようになっている (図 4.2 は装置全体の写真)。光学定盤上にモーターに載せた回転台を設置し、その上に光学系の入った真空デシケータを載せる。このデシケータは大気圧の 1% 程度まで減圧できる仕様になっているが、大気圧でも減圧しても雑音レベルが変わらなかったこと、減圧した状態で数時間程度経つと空気の漏れがあり光学系のロックが落ちる原因となりうることから、今回行った異方性探査は大気圧下で測定した。また、光学系を連続的に回転させるために、レーザー、制御用フィルタ回路、データロガー、DC 電源などは全て回転台の上に載せられており、光学系の制御とデータ取得は回転台上で完結するようになっている。

電源ラインは、回転台の外から交流 100V のままロータリーコネクタを通し、回転台上で直流に変換してレーザー、回路、ロガーなどに供給する。なお、直流に変換した後の電源ラインの雑音を測定したところ、回転時でも静止時と雑音レベルが変わらないことが確認されている¹。ロータリーコネクタは回転台の天井と回転台とは別に定盤上に立てたフレームにより固定されており、ケーブルがねじれることなくスムーズに回転することができる。

また、回転台の外部にあるパソコンを用いてレーザーおよびモーターの制御とデータ取得を行う。レーザーは無線 USB を通じて無線でパソコン上から ON/OFF や温調等の制御ができるようになっている。取得した異方性信号はその他の必要な信号とともに無線データロガーに記録され、無線でパソコンに送信されるようになっている。これらのレーザーの制御やデータ取得についてはそれぞれの節で詳細を述べる。

¹ 回転台上で直流電源の雑音測定を行い、回転時と静止時と比較することによってロータリーコネクタの影響があるかを確かめた。このとき測定に用いたデータロガーはロータリーコネクタの影響が入らないように直流電源ではなく専用バッテリーで電源供給を行った。

4.2 光学系

4.2.1 光学系全体の構成

異方性信号を取得するための光学系は図 4.3 のような構成になっている。まずレーザーから出た光はファイバアイソレータを通して真空デシケータ内に導入される。ファイバの導入部分については、図 4.4 のように真空デシケータのパッキンの部分に切込みを入れてその間にファイバを通すことで導入した²。この部分でファイバに多少の負荷がかかるので、レーザーへの戻り光を防ぐためにアイソレータはデシケータの外につなぐ必要がある。ただし、この導入方法により光の強度ゆらぎや偏光ゆらぎが悪化するということはない。

デシケータ内に導入された光は、コリメータを出て空間光となった後に PBS により 1 偏光方向のみが取り出され、光リング共振器に入射してまず共振器内を反時計回りに回る。2 つの光検出器 PDp1 と PDs1 で共振器からの反射光を測定することで、レーザー周波数と反時計回りの共振周波数の差に比例する信号 ($\propto \nu_{\text{laser}} - \nu_L$) を偏光解析法により取得する。偏光解析法は奇数枚の鏡から構成される光リング共振器の偏光選択性を用いる方法であり、詳細は C.3 節で説明する。このエラー信号を用いてレーザー周波数を反時計回りの共振周波数にロックし ($\nu_{\text{laser}} \rightarrow \nu_L$)、共振器からの透過光をダブルパス構成により再び共振器に入射させる。この光は共振器を時計回りに回り、同様に偏光解析法により 2 つの光検出器 PDp2 と PDs2 でエラー信号 ($\propto \nu_{\text{laser}} - \nu_R$) を取得する。この方法により両周りの共振周波数の差に比例する信号 ($\propto \nu_L - \nu_R$) を測定することができ、3.1 節で述べたようにこの信号は MS 理論のパラメータ $\alpha + 1/2$ に比例する異方性信号になっている。

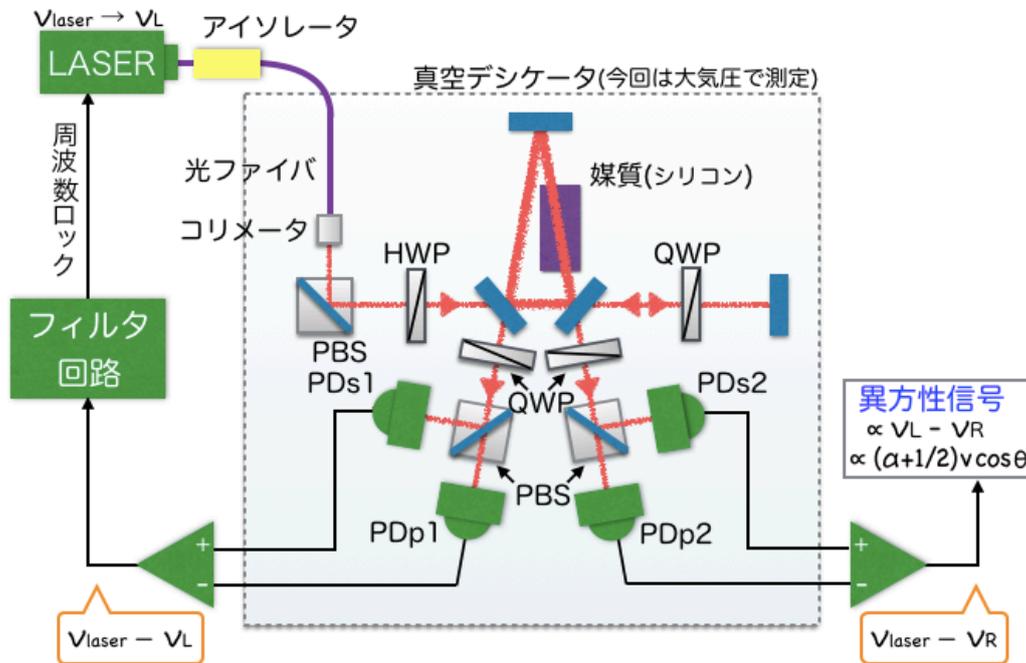


図 4.3: 異方性信号取得のための光学系。

²今回は大気圧下で測定を行ったが、そのまま減圧するとファイバ導入部から空気が漏れてしまう。減圧する場合は被覆無しの細いファイバを用いて同様にパッキン部分を通すことで空気の漏れが少なくなる (大気圧の 5%程度まで減圧したとき、少なくとも数時間程度はもつことが確認されている)。さらにこの切込みの隙間を接着剤等で埋めることによって空気の漏れをより少なくできると考えられるが、被覆無しのファイバは取り扱いが難しいため今回は使用していない。

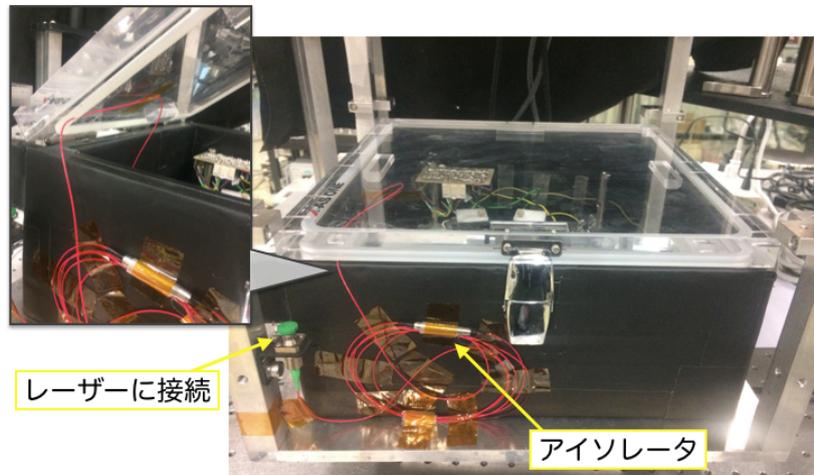


図 4.4: 光学系を入れている真空デシケータとファイバの導入部分。

4.2.2 光学系の改良 (先行研究からの改良点 1)

測定原理や光学系の構成については図 4.3 で説明した通りであり、道村氏が行った先行研究 [6] と変わっていない。しかし、先行研究では振動による影響が問題となっていたため、振動感度が小さくなるように光学系の改良を行った。

図 4.5(左) は道村氏の測定で使われていた光学系であり、当時は 1 枚のアルミ板にペDESTAL を立ててその上に光学素子を固定していた。光学系の振動感度を低減するために、本研究で将来的に導入を検討しているものとして、モノリシック光学系がある。モノリシック光学系とは、図 4.6(LISA pathfinder の光学系 [32]) のように光学系の土台となる 1 枚の板に光学素子を直接接着するものであり、次のような利点によって振動感度を低減できる。

- 振動によって鏡が揺れる場合、図 4.7 のように光軸が低いほど光路長変動が小さくなる。
- 光学素子が板に直接接着されているので、光学系全体が揺れた場合は全ての光学素子が一体となって動く。そのため、光学素子間の相対距離の変動は同相雑音除去が働いて小さくなる。

しかし、モノリシック光学系は光学素子を直接土台となる板に接着するため、アライメントの調整などが非常に難しい。そのため、まずは図 4.5(右) のようにミラーホルダをアルミ板に直接ネジ止めすることで、光軸を下げるという改良を行った。本論文では、このような光学系を「セミモノリシック光学系」と呼ぶことにする。この改良によって、先行研究では約 50 mm だった光軸の高さが約 15 mm まで下がり、元の 1/3 以下になっている。

今回行った異方性探査はセミモノリシック光学系により行ったが、その開発と同時にモノリシック光学系に向けたアライメント調整方法の確認や光学素子の設置手順の検討も行った。現在当研究室ではセミモノリシック光学系による異方性探査と並行して、モノリシック光学系の開発も進められている。

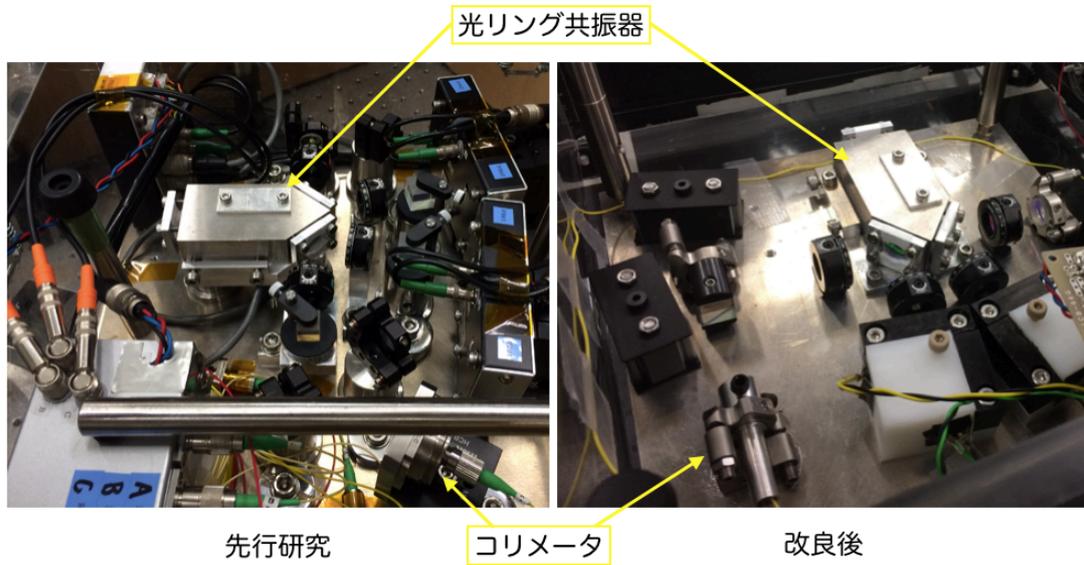


図 4.5: 先行研究のペダスタル光学系 (左) と改良後のセミモノリシック光学系 (右)。この改良によって、光軸の高さは約 50 mm から約 15 mm まで下がった。

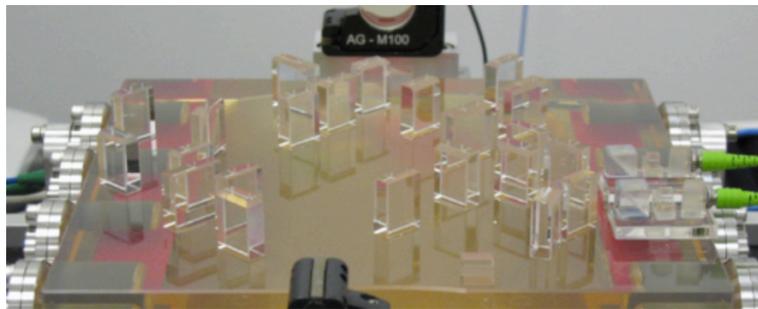


図 4.6: モノリシック光学系の例 (LISA pathfinder の光学系 [32])。



図 4.7: 光学系の振動によって鏡が揺れた場合の光路長変動。光軸を低くした方が光路長変動は小さくなる。

4.2.3 レーザー

光源には NKT Photonics 製のファイバレーザー Koheras BasiK を使用した。波長は $\lambda = 1550 \text{ nm}$ であり、強度は 45 mW に設定した。実際に光リング共振器に入射する光は PBS により 1 偏光方向のみが取り出されたものなので、入射光強度は $P_{\text{in}} \approx 30 \text{ mW}$ 程度と考えられる。このレーザーは、USB ケーブルでパソコンと接続することにより、専用ソフトを用いてパソコン上から操作を行うことができるものであるが、異方性探査を行う際には回転台上に乗せて使用するためパソコンと有線接続することはできない。そこで、I-O DATA 製の無線 LAN 対応 USB デバイスサーバー WN-DS/US(以下無線 USB) と接続することで、図 4.8 のようにパソコンから無線でレーザーの制御を行った。

このレーザーには piezo 端子がついており、これに電圧をかけることにより周波数変調をかけることができる。本研究における周波数制御もこの piezo 端子にフィードバックすることにより行った。長時間周波数ロックを続けていると、共振器長のドリフトなどにより、piezo 端子へのフィードバック信号がフィードバック可能なレンジを越えてしまう場合がある。そのような場合は周波数制御のロックが落ちてしまうため、レーザーの温調を使って手で周波数を調整する。パソコン上からレーザーの温度を調整することで、フィードバック信号がレンジを越えるのを防ぐことができる。

図 4.9 はレーザーの相対強度雑音をプロットしたものである。水色の線は単純にレーザーから出た光を光検出器で測定したフリーランの場合であり、ピンクの線が後述の周波数制御を行った際の強度ゆらぎである。なお、周波数制御を行った場合の強度ゆらぎは、図 4.3 の PD_{p2} と PD_{s2} の和を使って評価した。どういうわけか周波数制御を行った場合は強度も安定化されており、当初は何らかの理由できれいな光のみが共振器を透過することで、PD_{p2}+PD_{s2} の強度ゆらぎが小さくなっていると考えていたが、PD_{p1}+PD_{s1}(共振器からの反射光) で測定しても同じレベルまで強度が安定化されていたことから、レーザーから出た光そのものの強度が安定化されていると考えられる。いずれにしろ強度ゆらぎに対する式 (3.22) 要求値を満たしているため、特に強度安定化は行わなかった。周波数制御で強度も安定化される理由としては、レーザー内共振器が何らかの原因により共振からややずれたところにロックされているため、周波数ゆらぎ(レーザー内共振器長ゆらぎ)があると強度もゆらいでしまうということが考えられる。この場合、周波数を安定化することで強度も安定化されることが説明できる。

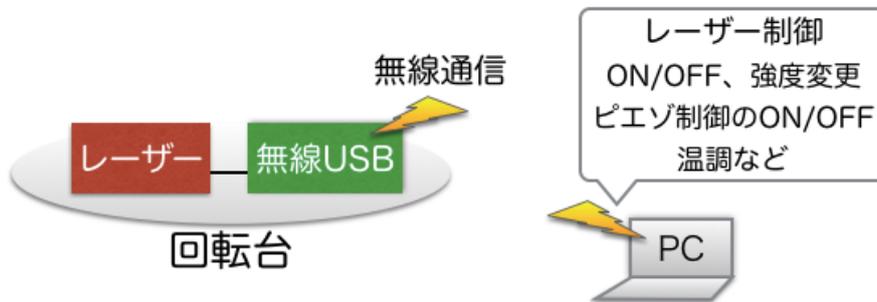


図 4.8: 無線 USB によるレーザーとパソコンとの無線通信。

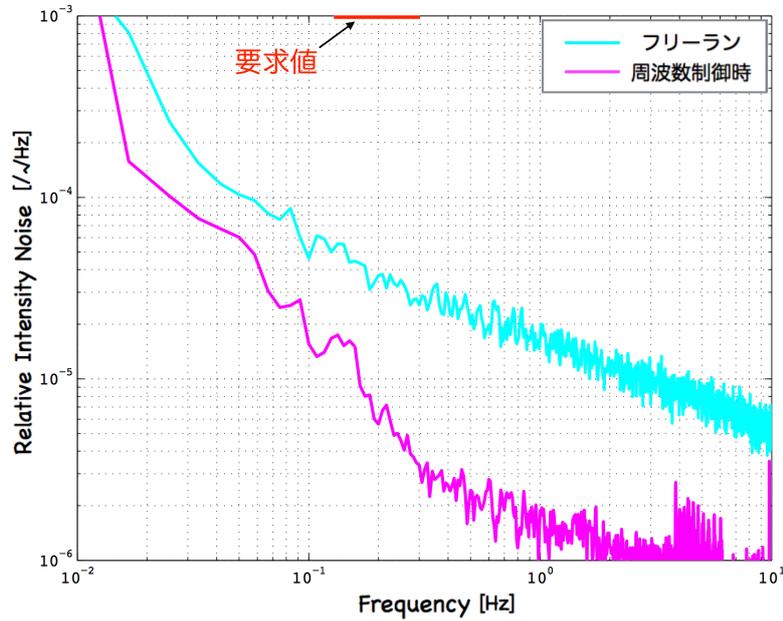


図 4.9: レーザーの相対強度ゆらぎのスペクトル。周波数制御時の強度ゆらぎは PDp2+PDs2 で評価した。フリーランの場合と比較して、周波数制御を行うと強度ゆらぎが小さくなる。

4.2.4 光リング共振器

この節の最後に、本研究の要である光リング共振器を図 4.10 に示す。各種パラメータは表 4.1 のようになっており、3 枚の鏡 (M1, M2, M3) をスペーサーに固定することにより、共振器長変動による雑音の混入を抑えている。さらにこのスペーサーは熱膨張係数の小さいスーパーインバーでできており、温度変動にも強い設計になっている。

光路の一部には片道光速の異方性に感度をもたせるためのシリコンブロックが入っている。このシリコンは波長 1550 nm のレーザー光に対して透明になっている。式 (3.12) で示したように異方性に対する感度は媒質の屈折率 n を用いて $n - 1$ に比例することから、 $n = 3.69$ であるシリコンのように屈折率の高い媒質を使うことで感度を高めている。このシリコンブロックは光路に対してやや斜めに置いてあり、シリコンへの入射角は 9.5° である。これによってシリコンブロックにおける反射光が逆回りの光とカップリングを起こすことを防いでいる。

表 4.1: 光リング共振器のパラメータ。*は測定値、それ以外は設計値 (道村氏の博士論文 [6, Table 4.1] からの引用) である。

	M1	M2	M3
強度反射率	$r_1^2 = 98\%$	$r_2^2 > 99\%$	$r_3^2 = 98\%$
曲率	$R_1 = \infty$ (平面)	$R_2 = 200$ mm	$R_3 = \infty$ (平面)

共振器長	$L = 140$ mm	FSR	$\nu_{\text{FSR}} = 1.5$ GHz
シリコンの長さ	$d = 20$ mm	半値全幅*	$\nu_{\text{FWHM}} \approx 30$ MHz
シリコンの屈折率*	$n = 3.69$	フィネス*	$\mathcal{F} \approx 50$

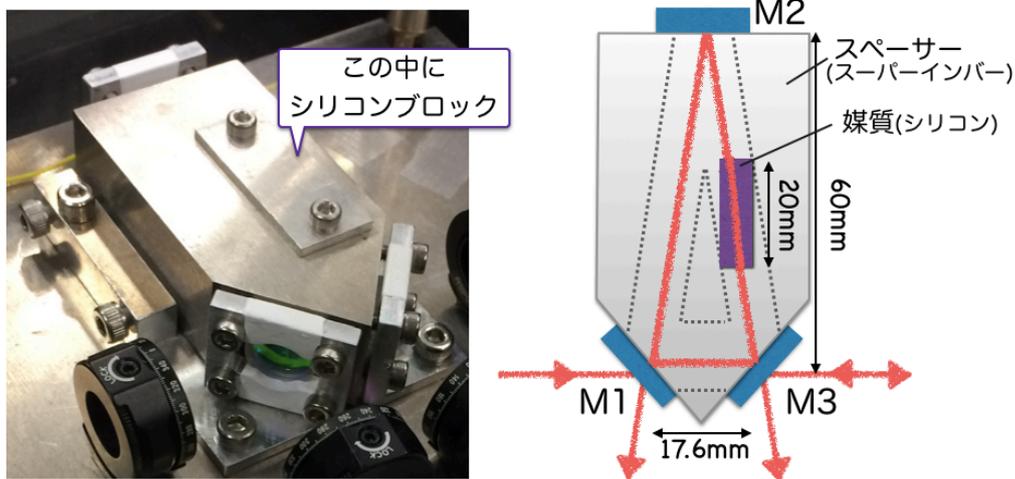


図 4.10: 光リング共振器。3 枚の鏡と片道光速の異方性に感度をもたせるためのシリコンブロックが、1 つのスパーサーに固定されている。

4.3 周波数制御系

4.3.1 制御系のブロックダイアグラムと異方性信号の較正

レーザーの周波数制御については前節でも触れたが、改めてブロックダイアグラムに書き起こすと図 4.11 のようになる³。

レーザー周波数 ν_{laser} はまず偏光解析法により反時計回りの共振周波数 ν_L と比較され、変換効率 H_1 で電圧信号に変換される。この信号をエラー信号 v_{err1} と呼ぶことにする。このエラー信号はフィルタ F を通ってフィードバック信号 v_{FB} になり、さらにピエゾアンプで 10 倍に増幅され、レーザーのピエゾ端子にフィードバックされる。このときの電圧からレーザー周波数への変調効率を A で表す。この制御によりレーザー周波数は反時計回りの共振周波数にロックされる。ダブルパス構成により、レーザー周波数は今度は時計回りの共振周波数 ν_R と比較され、偏光解析法により変換効率 H_2 で異方性信号 v_{err2} に変換される。

各部分の伝達関数のうち、 F は設計値が存在し、直接測定することもできる。 A は D.1 節で説明するように非対称 Michelson 干渉計を用いて測定することができ、 $A = (12.9 \pm 0.6) \text{ MHz/V}$ のように求まっている⁴。さらに、オープンループ伝達関数 $G_1 \equiv 10H_1FA$ も B.3 節の方法で測定できるため、 G_1, F, A を用いて偏光解析法の効率 H_1 を計算することができる。また、回路のスイッチを切り替えることにより v_{err1} ではなく v_{err2} を使って周波数ロックを行うこともできるようになっている (このとき $\nu_{\text{laser}} \rightarrow \nu_R$ にロックされる)。この場合のオープンループ伝達関数を $G_2 \equiv 10H_2FA$ とすると、 G_2, F, A を用いて偏光解析法の効率 H_2 を計算することができる。

以上の方法により偏光解析法の変換効率 H_1, H_2 を求めることができ、回転周波数における値は、

$$H_1 = 7.7 \times 10^{-8} \text{ V/Hz} \quad (4.1)$$

$$H_2 = 6.4 \times 10^{-8} \text{ V/Hz} \quad (4.2)$$

³ ブロックダイアグラムやフィードバック制御についての詳細は補遺 B にまとめた。

⁴ レーザーにフィードバック可能な電圧範囲は $0 \sim 120 \text{ V}$ であるため、 A を掛けるとちょうど共振器の FSR ($\nu_{\text{FSR}} = 1.5 \text{ GHz}$) 程度周波数を振ることができるのがわかる。

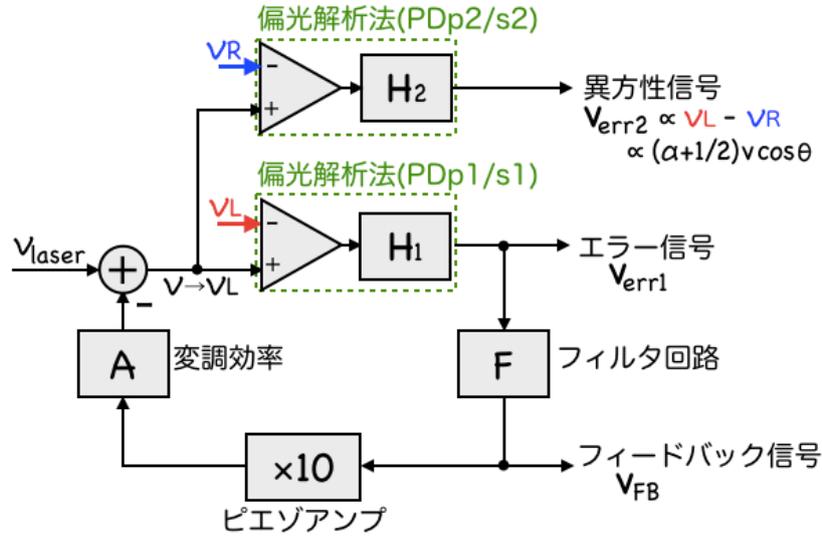


図 4.11: レーザー周波数制御系のブロックダイアグラム。

であった。この H_2 を用いて、測定された異方性信号 (電圧信号) から共振周波数の差 $\delta\nu/\nu$ に変換することができる。なお、変調効率 A の測定には約 5% の誤差があり、オープンループ伝達関数の測定などその他の誤差を全て合わせると H_1, H_2 には最大 10% 程度誤差があると考えられる。

4.3.2 制御結果

オープンループ伝達関数 G_1 の測定結果は図 4.12 の赤丸のようになった。3 Hz 以下についてはゲインが大きすぎるため測定できなかったが、フィルタ回路の伝達関数 F を用いてゲインでフィッティングすると青線のようになる。青線では考慮されていないレーザーのピエゾ素子などによる位相の遅れが高周波側で生じているが、UGF ~ 5 kHz における位相余裕は 30° 程度あり、十分安定に制御できている。実際に、異方性探索を行った 7 日間でロックが落ちることは無かった。現在のところ、この周波数ロックが落ちる唯一の原因は、レーザーのピエゾにフィードバックする信号がフィードバック可能なレンジを越えてしまうことである。フィードバック信号をモニタし、レンジから外れないように温調による調整を行うことでロックされた状態を保つことができる。

周波数制御を行ったときの異方性信号 (静止時) のパワースペクトルと、既知の雑音源からの寄与は図 4.13 のようになった⁵。道村氏の先行研究 [6] では水色の点線の雑音レベルであり、感度を制限する雑音源はわかっていなかった。新しく開発したセミモノリシック光学系でも、最初は先行研究と同程度の雑音レベルであり雑音源もわかっていなかったが、主に次の 2 点の改良により雑音が低減した。

- コリメータ直後の PBS の透過光などの使わない光について、先行研究では特にケアされていなかったが、しっかりビームダンプするように改良。
- 4 つの光検出器の周囲に遮光板を立てることによって、本来入ってほしくない方向から来る光が光検出器に入らないように改良。

⁵ 各雑音源からの寄与が異方性信号にどのように現れるかについては、3.3 節や B.4 節を参照。

したがって、先行研究では散乱光により異方性信号の雑音レベルが制限されていたと考えられる。現在の異方性信号は強度雑音により制限されており、レーザーの強度安定化を行うことでもう1桁程度静止時の雑音下げられる余地があることがわかる。しかし今回はこのままでも式 (3.20) の要求値を達成しており、重要なのは静止時の雑音をより低減することではなく、回転させたときに雑音が増えないようにすることなので、強度安定化は行わなかった。

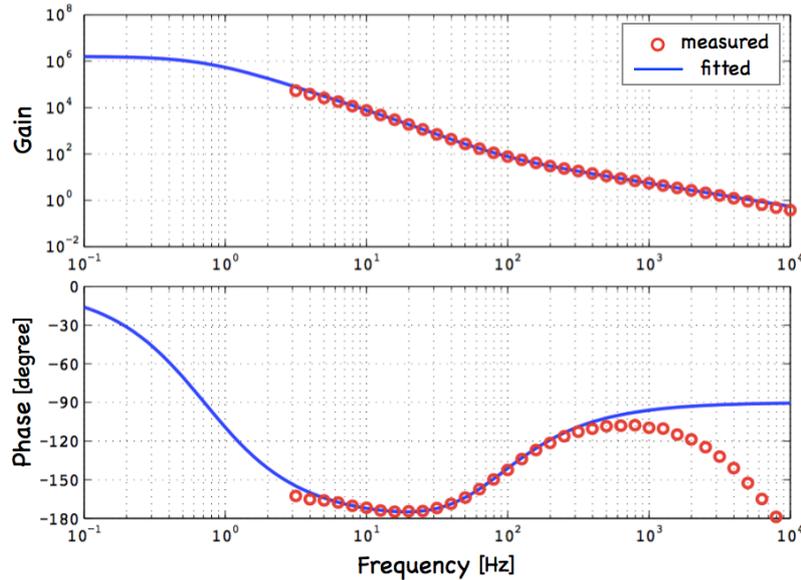


図 4.12: 周波数制御のオープンループ伝達関数。

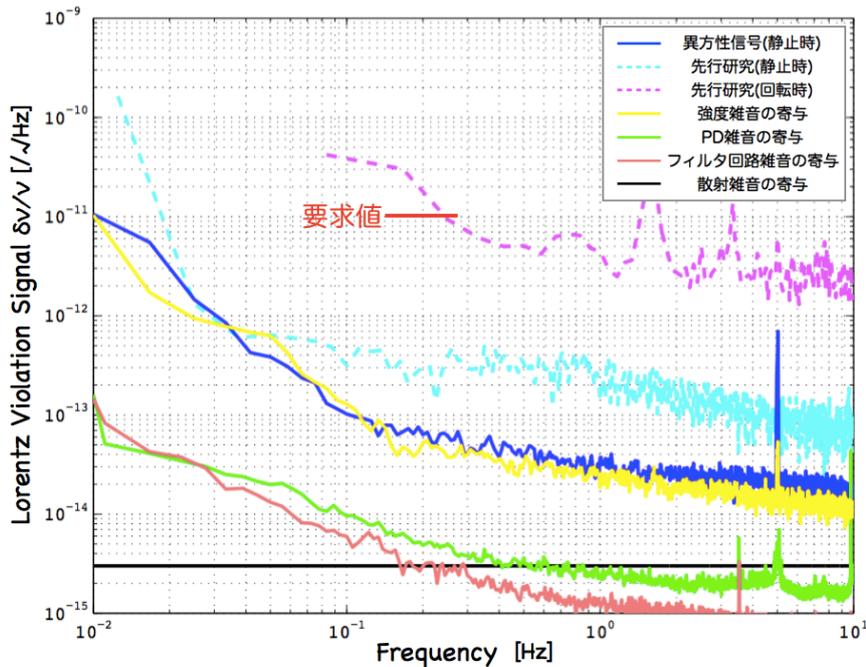


図 4.13: 静止時の異方性信号のスペクトルと既知の雑音源からの寄与。

4.4 回転機構

4.4.1 回転機構の改良 (先行研究からの改良点 2)

道村氏が行った先行研究 [6] における装置の構成は図 4.14 のようなものだった。光学系を回転させるため、回転台の上に光学系とレーザーを載せている。これらは回転台の外部にある電源、制御用のフィルタ回路、データロガーとケーブルで結ばれていたため、光学系を連続的に回転させることができなかった。そこで当時は、ケーブルが絡まらないように $\pm 420^\circ$ ずつ左右交互に回転させて、そのうち回転速度が安定する $\pm 360^\circ$ 分のデータを使って解析を行っていた。

しかし、交互に回転させるために回転と停止を繰り返すとどうしても光学系の振動が増えてしまう。そのため、連続的に回転させられるように装置を図 4.15 のように改良した。主な変更点は次の 2 点である。

1. 光学系制御・データ取得を回転台上で行うように改良

これまで連続回転を行えなかった原因の 1 つは、信号用のケーブルが回転台外部と繋がっていたことである。そこで、データロガーや光学系の制御用フィルタ回路などを回転台上に載せて、光学系と一緒に回転させるようにした。データロガーには図 4.16(左) のような無線でデータを転送できるものを採用し、回転台外部にあるパソコンから無線でデータを取得できるようになった。また、制御用回路については回転台に載せるために小型化し、同時に回路の雑音を低減させるために回路設計の見直しも行った。

2. 回転台の外部から電源を導入できるように改良

これまで連続回転を行えなかったもう 1 つの原因は、電源用ケーブルである。これについては、図 4.16(右) のロータリーコネクタを用いることでケーブルが絡まるのを回避した⁶。

以上の改良により光学系を連続的に回転することができるようになった。連続回転には次のような利点があると考えられる。

- 光学系の振動が低減し、片道光速の異方性への感度が向上する。
- 長時間ロックを続ける場合、より安定度が増す。
- 左右交互に回転させると折り返し時に測定時間のロスが生じるが、そのロスが無くなる。
- 異方性探査のデータ解析がシンプルになる。
- 回転時の雑音測定や雑音源の特定が行いやすい。

なお、改良された回転機構は図 4.15 のように 3 つのフロアからなっており、下段に光学系の入ったデシケータ、中段にデータロガーや各種回路類、上段に直流電源とレーザー、さらにレーザーを制御するために使用する無線 USB を載せられるようになっている。最上部には電源ラインを回転台上に導入するためのロータリーコネクタが取り付けられており、四方から伸びるフレームによって支えられている。

⁶短時間の測定であれば回転台上にバッテリーを載せて行うことも考えられるが、異方性探査は数日～1 年スケールで行うためバッテリーの交換・充電が大変である。また、当初ロータリーコネクタから電源ラインに回転に同期する雑音が入ることが懸念されたが、電源ラインの雑音レベルは回転時でも静止時と変わらないことが確認されている。

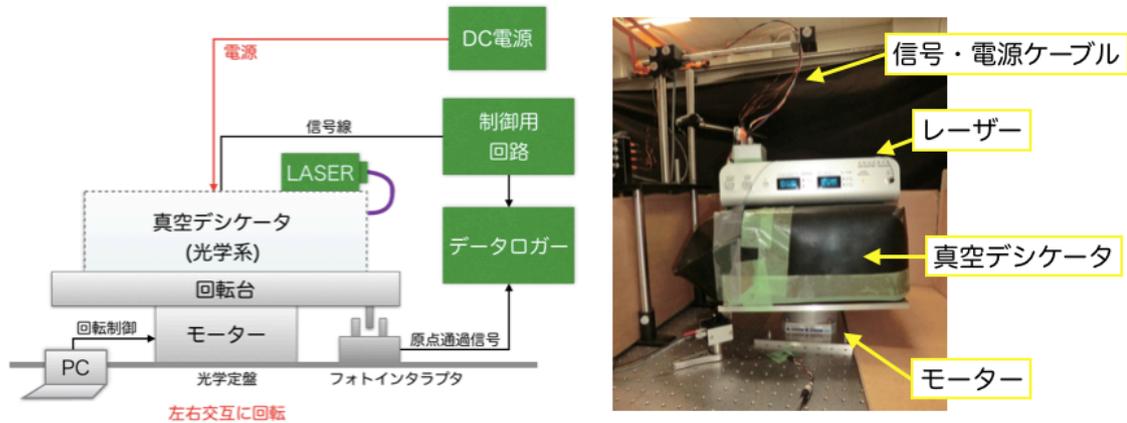


図 4.14: 先行研究の回転機構。回転台から信号線や電源線が回転台の外に伸びていたため、連続回転させようとするとこれらのケーブルがねじれてしまう。そのため、連続的に回転することができず、1回転ずつ左右交互に回転させていた。

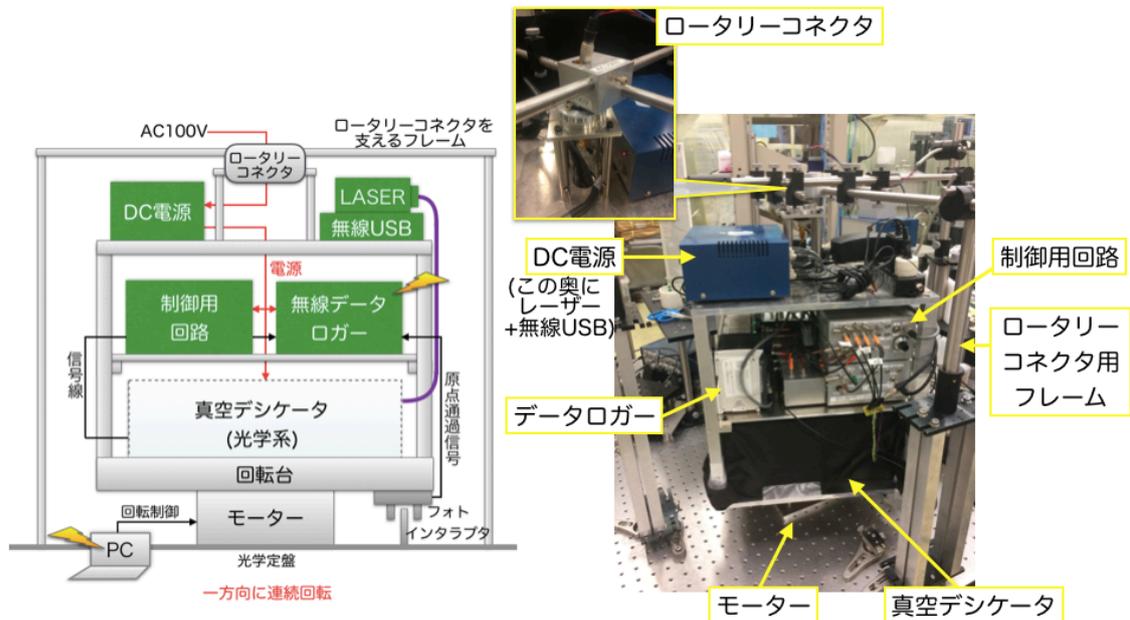


図 4.15: 改良後の回転機構。制御用回路、データロガーなどを回転台上に載せることで、連続回転させることができるように改良した。データロガーは無線でデータを送信できるものを採用し、電源ラインにはロータリーコネクタを用いた。



図 4.16: 使用した無線データロガー (左) とロータリーコネクタ (右)。

4.4.2 回転速度変動と回転台の振動

回転のためのモーターには日機電装製のダイレクトドライブモーター NMR-CAUIA2A-151A を用い、同じく日機電装製のモータードライバ NCR-CDA-1A1A-201D により回転の制御を行った。回転速度の測定はエンコーダにより行われる。すなわち、モーター内部には等間隔にスリットが開けられた円盤が取り付けられており、単位時間あたりに通り過ぎるスリットの本数を数えることで回転速度を読み取ることができる。このエンコーダからの出力を元にして、モータードライバによって回転速度を制御することができる。異方性探査で用いた回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.2 \text{ Hz}$ で回転させたところ、回転速度の制御結果は図 4.17 のようになった。緑線が回転速度変動を表し、式 (3.31) の要求値よりも十分低くなっている。赤線は静止時の雑音レベル、すなわちエンコーダの出力を電圧信号に変換するための F/V コンバータの雑音を表し、緑線は回転周波数付近でこの雑音により制限されているため、実際の回転速度変動は赤線よりもさらに低いレベルになっていると考えられる。

また、地震計 (速度計) を用いて回転台上の振動の大きさを測定したところ、図 4.18 のようになった。ここでは回転方向、動径方向、鉛直方向の 3 方向について、それぞれ静止時と回転時の振動を測定した。点線で表される静止時の振動の大きさは実験室の地面振動とほぼ同じレベルであり、実線の回転時と比較すると、特に水平方向で振動が大きくなっていることがわかる。使用した地震計は、振動が生じると中にあるコイルと磁石により誘導電流が生じるという仕組みのものであり、回転させて使用するとどうしてもコイルと環境磁場のカップリングにより回転周波数に信号が現れる。さらに回転台の回転軸が傾いている場合にも、地震計にとって重力の方向が回転周波数で変動するため、回転周波数に信号が現れる。したがって、回転周波数に生じているピークの原因の特定は難しいが、このピークを無視すれば式 (3.35) の要求値を満たしている。

なお、回転周波数のほぼ半分の周波数にもピークがあるが、このピークの原因は現在のところ不明である。長時間の測定を行い、より周波数分解能を上げてこの謎のピークの周波数を有効数字 3 桁程度で求めたところ、回転速度を変えても常に回転周波数 f_{rot} との比は一定であり、

$$f_{\text{謎のピーク}} = 0.548 f_{\text{rot}} \quad (4.3)$$

の周波数にピークが現れることがわかっている。

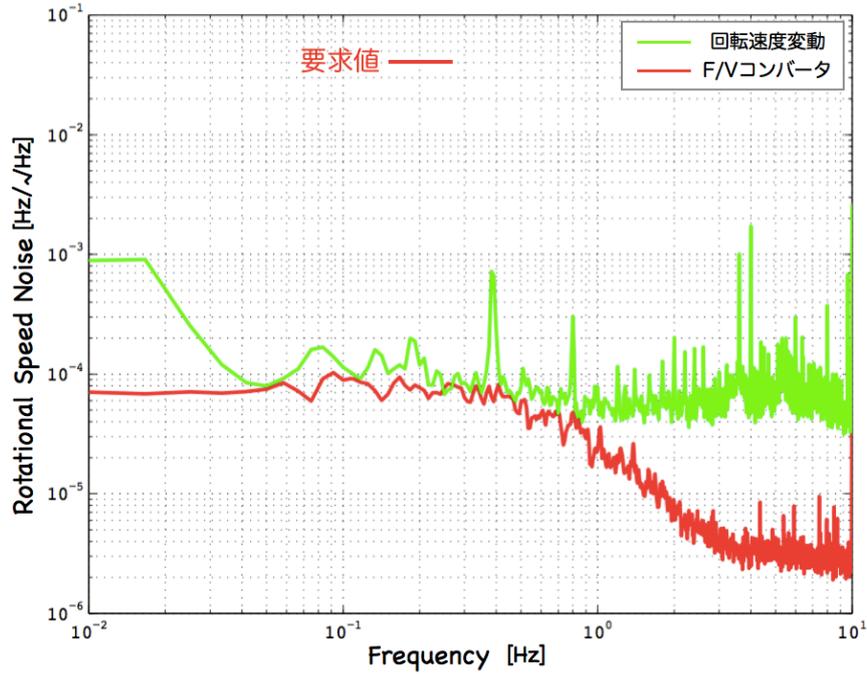


図 4.17: 回転速度変動のスペクトル。回転周波数は $f_{\text{rot}} = 0.2$ Hz。

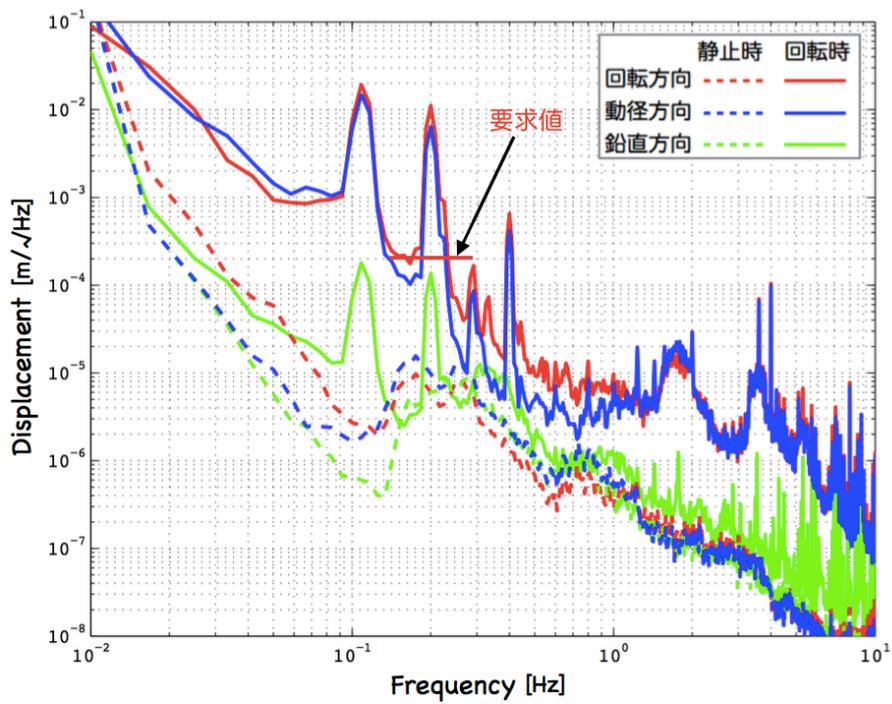


図 4.18: 回転台の振動のスペクトル。回転周波数は $f_{\text{rot}} = 0.2$ Hz。

4.5 データ取得系

データの取得は、KEYENCE 製のデータロガー NR-600 を回転台上に載せて回転台上で行う。このロガーで測定されたデータは無線でパソコンに送信することができるため、これによって回転台内外を電源ラインを除いてケーブルで結ぶ必要がなくなり、スムーズに連続回転を行うことができるようになる。異方性探査を行うときは、以下の4種類のデータを取得する。

異方性信号 光リング共振器の両周りの共振周波数の差に比例し、片道光速の異方性についての情報を含む信号である。周波数制御の制御帯域外である高周波の雑音が大きいため、アンチエイリアシングフィルタとして3次のバターワースフィルタ(カットオフ周波数 10 Hz)を通して測定する。

原点通過信号 回転時に光学系がどの方向を向いているかを示すための信号である。図 4.19 のように回転台の下にはフォトインターラプタが取り付けられており、これが光学定盤上に設置されている突起を通り過ぎたときに信号を出すようになっている。実際に測定された原点通過信号を異方性信号とともにプロットすると図 4.20 のようになり、回転周波数 $f_{rot} = 0.2$ Hz で回転させたとき、5秒ごとに信号が出ている様子が見える。

フィードバック信号 レーザーにフィードバックする信号であり、この信号がフィードバック可能なレンジから外れそうになったら手動で温調によるレーザー周波数の調整を行う。

透過光強度 実際には光リング共振器の反時計回りの透過光かつ時計回りの反射光 (PDp2+PDs2) であるが、透過光強度と呼んでいる。ロックが続いているかを確認するためにモニタする。

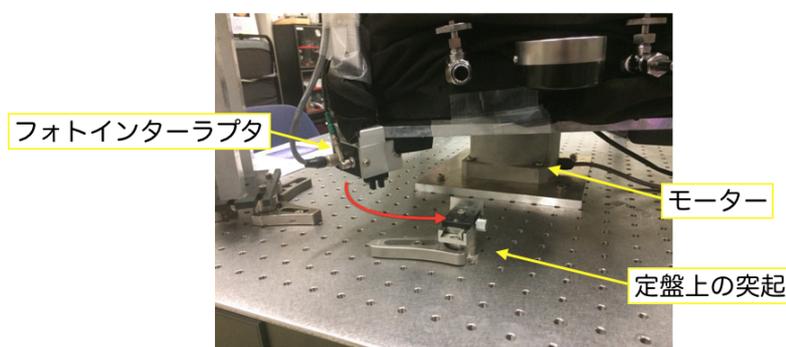


図 4.19: フォトインターラプタによる原点通過信号の取得。

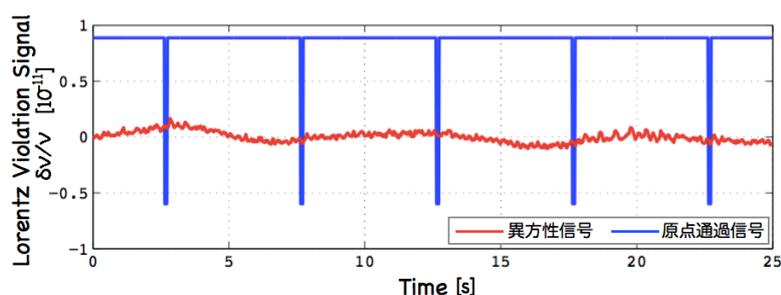


図 4.20: 異方性信号と原点通過信号の生データ。

4.6 回転時の雑音レベル

4.6.1 先行研究との比較

回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.2$ Hz で回転させたときの異方性信号のスペクトルは、図 4.21 の赤線のようにになった。比較のために現在の静止時 (青線) と先行研究 (道村氏の測定 [6]) の静止時・回転時⁷ のスペクトル (破線) も重ねてプロットしてある。回転時の雑音のフロアレベルは静止時のレベルとほぼ同じであり、式 (3.20) の要求値を満たしている。先行研究の回転時と比較すると 2 桁程度雑音が低減されており、連続回転実現や光学系のセミモノリシック化といった装置改良の成果であると考えられる。一方で、回転周波数とその高調波にピークがあることから、何らかの回転と同期する雑音があると考えられる。このような雑音は、異方性と区別できずに $\alpha + 1/2$ の値をずらしてしまう可能性があるため、慎重に考える必要がある。これについては第 5 章でその原因などについての考察を行う。

また、図 4.18 の回転台の振動と比較すると、0.1 Hz 付近のピークや 1.8, 3.6, 5.4 Hz 付近にあるいくつかの構造が共通していることがわかる。よって、これらの構造は振動由来と考えることができ、それ以外の周波数帯でも、異方性信号のスペクトルのフロアレベルのすぐ下に振動の寄与があると思われる。4.3 節で述べたように、静止時の異方性信号はレーザーの強度ゆらぎで制限されており、回転時のフロアレベルも同様であるが、さらに雑音を低減させる場合はレーザーの強度安定化だけでなく、さらに振動の影響を下げるような改良も行わなければならないと考えられる⁸。

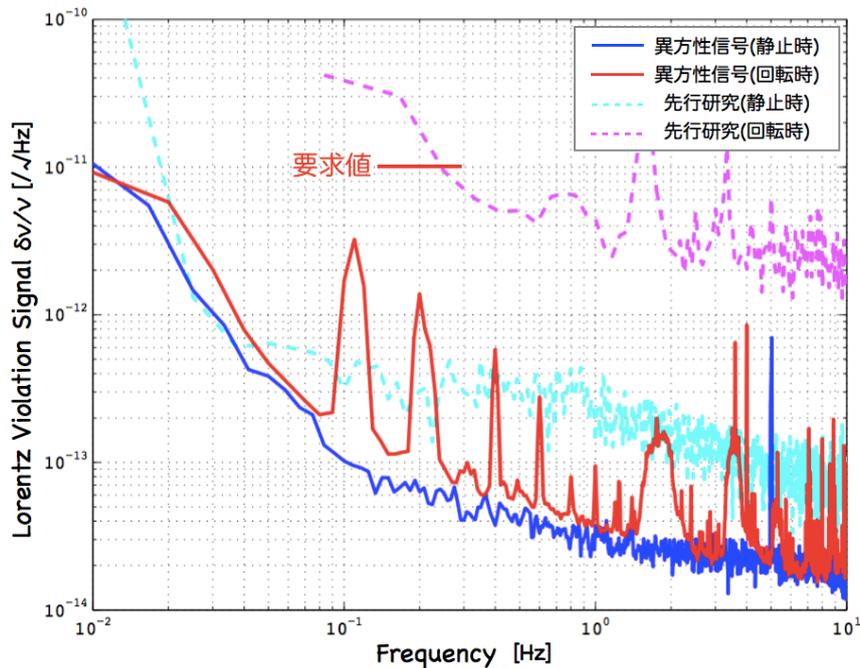


図 4.21: 異方性信号のスペクトル。回転周波数は $f_{\text{rot}} = 0.2$ Hz (先行研究は 0.083 Hz)。

⁷道村氏の測定では回転周波数は $f_{\text{rot}} = 0.083$ Hz である。また、当時は連続的に回転できるのは最大 1 回転までであるため、回転時のスペクトルの周波数分解能は回転周波数と等しくなる。

⁸振動そのものを減らすという意味では、例えばモーターを上に取り付けて光学系を吊った状態で回転させることなどが考えられる。また、現在当研究室で開発中のモノリシック光学系により、セミモノリシック光学系と比較してさらに振動感度が低減する可能性もある。

4.6.2 回転周波数による比較

最後に、ここまで説明無しで回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.2 \text{ Hz}$ を採用してきたが、その周波数に決定した理由について述べる。図 4.22 は、回転周波数を $\frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5} \text{ Hz}$ の 5 通りに変えたときの異方性信号のスペクトルを重ねてプロットしたものである。見やすさのため、回転周波数には点を打っている。ここで、回転周波数を表す点がピークの先端からずれていたり、回転周波数のすぐ右隣にも別のピークがあるように見えるのは、式 (4.3) の周波数に現れる謎の雑音の 2 倍波が回転周波数のすぐ右隣にあるためである。この結果から、スペクトルのフロアレベル、回転周波数のピークの高さ (回転と同期する雑音の振幅) とともに回転周波数には依らずにほぼ一定であることがわかる。回転周波数が高いほうがその周波数におけるフロアレベルは低くなるため、回転周波数には $f_{\text{rot}} = \frac{1}{5} \text{ Hz} = 0.2 \text{ Hz}$ を採用した。なお、あまり速く回転させるのも危険であるため、これ以上速く回転させることはしなかった⁹。

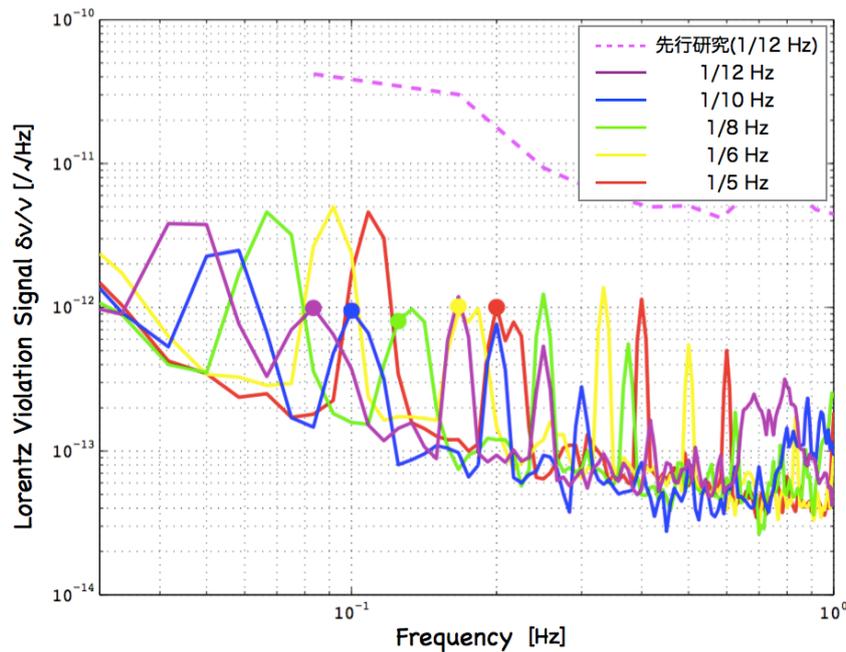


図 4.22: 回転周波数を変えたときの異方性信号のスペクトル。

⁹ここではフロアレベルを判断基準として $f_{\text{rot}} = 0.2 \text{ Hz}$ としたが、実際に異方性探査を行ったところ、フロアに対応するランダムな雑音ではなく回転と同期する雑音 (の 1 日周期の変動) によって感度が制限されていたため、どの回転周波数で測定を行っても異方性に対する感度は変わらないと思われる。回転と同期する雑音については第 5 章、異方性探査のデータ解析については第 6 章で述べる。

第4章のまとめ

- 本研究で用いている装置は、光学系、周波数制御系、回転機構、データ取得系から構成されている。
- 先行研究では光学系の振動による雑音が問題となっていた。振動感度を低減するため、光学系をペDESTAL光学系からセミモノリシック光学系に改良した。また、振動そのものを低減するため、連続回転できるように回転機構を改良した。
- 異方性信号の静止時の雑音は先行研究よりも低減しており、レーザー強度ゆらぎによって制限されている。
- 異方性信号の回転時の雑音のフロアレベルは静止時と同じレベルであり、式 (3.20) の要求値を満たしている。先行研究と比較しても雑音が低減しており、装置改良の成果といえる。
- しかし、回転と同期する雑音によって回転周波数とその高調波にピークが現れている。このような雑音については第5章で議論する。

第 5 章 回転と同期する雑音

3.1 節では、非対称光リング共振器が片道光速の異方性に感度をもつことを確認した。もし共振器を地球上に固定していれば、実験室系から見た異方性の方向は地球の自転の影響で変化するため、異方性信号には自転周波数で変動する信号が現れる。しかし、自転周波数は非常に低周波であるため、共振器自体を回転させることによって異方性信号に変調をかけて、より周波数が高い回転周波数に信号が現れるようにする。このとき、信号が現れる周波数が高いほど様々な雑音小さくなるという利点があるが、装置を回転させることで「回転と同期する雑音」が生じやすくなるという欠点もある¹。ここで、「回転と同期する雑音」は装置を何度回転させてもずっと同じ位相で変動するような雑音であり、回転周波数(とその高調波)に現れる。この章では次章のデータ解析に先立って、まず 5.1 節でそのような雑音の問題点について整理し、5.2 節で実際に測定された雑音を示す。さらに 5.3 節でその原因として考えられることについて考察を行う。

5.1 回転と同期する雑音の問題点

ここでは、第 6 章でデータ解析の説明をする前に、定性的に「回転と同期する雑音」の問題点についてまとめておく²。この影響を考えるためには、片道光速の異方性がある場合にどのような信号が得られるかを考える必要があり、簡単な場合として、図 5.1 のような 2 通りの場合について考える。

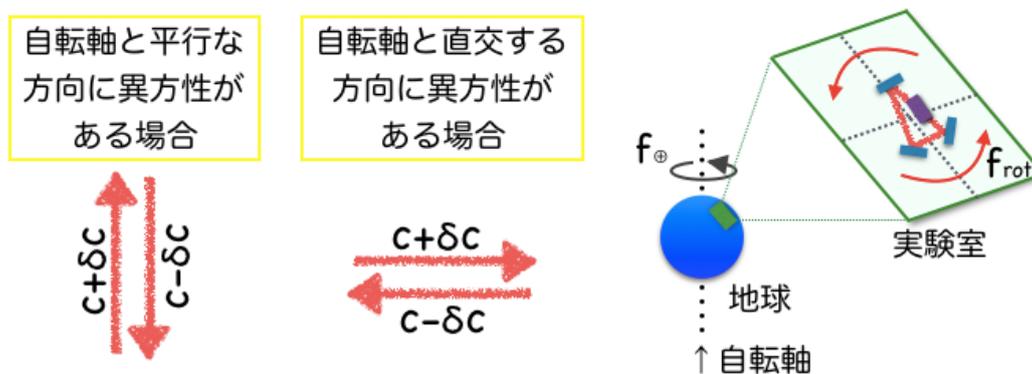


図 5.1: 片道光速の異方性がある方向と地球の自転軸の関係。

¹共振器を使った往復光速の異方性探査では異方性の情報は回転周波数の 2 倍の周波数成分に現れるが、片道光速の異方性探査では回転周波数に信号が現れるため、回転と同期する雑音はより深刻な問題になる。

²もちろん第 6 章では定量的な説明を行うが、データ解析の説明中に回転と同期する雑音について詳しく説明すると話が脱線してしまうため、予めこの節で整理しておく。

ケース 1：地球の自転軸方向に異方性がある場合

自転によって回転しても、実験室系から見た異方性の方向は変化しない。よって、自転による変調は受けずに光学系の回転による変調のみを受けるため、回転周波数 f_{rot} に信号が現れる。回転と同期する雑音がある場合はこのような自転軸方向の異方性と区別できない。

ケース 2：地球の自転軸と直交する方向に異方性がある場合

実験室系は自転によって異方性に対して向きが変わるため、自転による変調も受ける、自転周波数を f_{\oplus} とすると、 $f_{\text{rot}} \pm f_{\oplus}$ に信号が現れる。回転と同期する雑音があったとしても、その振幅や位相が変化せず完全に回転と同期している限り異方性と雑音は区別できる。しかし、「回転と同期する雑音の振幅や位相が地球の自転周期程度の時間スケールで変動する場」は問題となる。この変動の仕方がランダムであれば異方性に対する感度低下につながり、自転と同期した変動になっていれば異方性と区別できない。

MS 理論における光速が式 (2.15) で表されることからわかるように、MS 理論では絶対静止系 Σ に対する速度 v 方向の異方性のみを考える。幸いなことに、CMB 静止系を絶対静止系と考えた場合の速度 v は、地球の自転軸と直交する方向に近いことがわかっている (6.1 節参照)。したがって、回転と同期する雑音が直ちに問題となるわけではない。すなわち、片道光速の異方性の自転軸方向成分の寄与が現れる f_{rot} 成分は雑音と区別できないため使わずに、自転軸と直交する方向の異方性による信号が現れる $f_{\text{rot}} \pm f_{\oplus}$ だけから $\alpha + 1/2$ を求めることができる。しかし、「回転と同期する雑音の振幅や位相が時間変化する場合」は問題となる。

5.2 実際に測定された雑音

現在の装置の感度を評価するために、2017 年 10 月 31 日から 7 日間にわたって異方性探査を行った。感度を評価するためのデータ解析については第 6 章に譲ることにして、ここでは 7 日間の異方性探査で実際に測定された回転と同期する雑音を観察してみる。

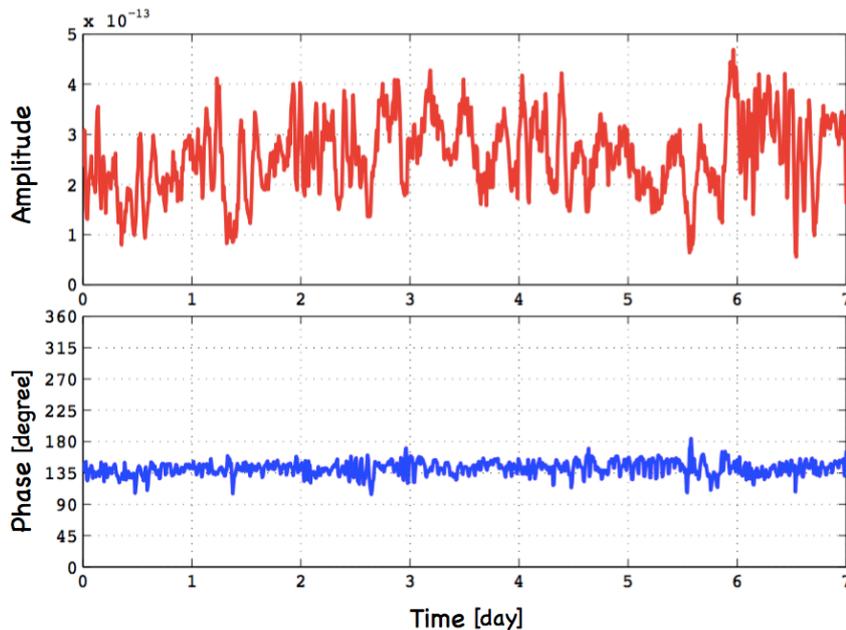


図 5.2: 7 日間の異方性探査における、異方性信号 $\delta\nu/\nu$ の回転周波数 f_{rot} 成分の振幅と位相。

図 5.2 は、7 日分の異方性信号から 10 分ごとに回転周波数成分の振幅と位相を求めて時系列にプロットしたものである。位相がほぼ一定で振幅が 0 ではないことから、何らかの原因で回転に同期する信号が含まれていることがわかる。その典型的な振幅は 3×10^{-13} 程度であり、仮にこれが (自転軸方向の) 異方性による信号だと仮定すると、式 (3.1) の光速の表式と式 (3.12) の異方性信号の表式を比較して、 $\delta c/c \sim 6 \times 10^{-13}$ の異方性があることになってしまう。しかし、これは先行研究 [6] でつけられた制限よりも 2 桁大きいので、異方性ではなく回転と同期する雑音が見えていると考えられる。

前節でも述べた通り、回転と同期する雑音がある場合でもその振幅や位相が変化しなければ、MS 理論で解析する限り問題にはならない。すなわち、 f_{rot} 成分のみに雑音が生じていたとしても、 $f_{\text{rot}} \pm f_{\oplus}$ 成分を使って $\alpha + 1/2$ を求めることができる。しかし、実際には図 5.2 のように特に振幅方向に大きく時間変化しており、 $f_{\text{rot}} \pm f_{\oplus}$ 成分にも大きな雑音が生じていると考えられる。このような雑音は異方性に対する感度を低下させ、自転と同期して変化する場合は異方性と区別できなくなってしまうため、原因を特定して雑音を低減する必要がある。

5.3 回転と同期する雑音の原因

本論文の主題の 1 つは、先行研究からの装置の改良と雑音の低減であった。現在の異方性信号の雑音レベルは図 4.21 で示した通りであるが、連続回転実現やセミモノリシック光学系開発などの改良を経た後すぐにこのレベルまで雑音が低減されたわけではない。特に回転と同期する雑音については、改良直後は現在よりも 2 桁以上振幅が大きかったため、これまで原因究明と雑音低減の試みを繰り返してきた。この節では、前半で現在回転と同期する雑音を生じている主な原因について述べ、後半では今後感度を向上する場合に問題になると考えられる他の原因についてまとめる。

5.3.1 これまでの雑音レベルの変遷と現在問題になっている原因

これまでの雑音レベルの変遷を重ねてプロットすると図 5.3 のようになる。なお、このデータは回転周波数を 0.2 Hz に決める前のものであるため、先行研究に合わせて $f_{\text{rot}} = 0.083$ Hz としている。雑音低減のために行った大きな変更点は次の 2 点であるため、3 つのデータ A,B,C をプロットしてある。

変更点 1：光学系の固定方法を変更

A B の変更点は、光学系の固定方法である。図 5.4(左) のように、A では真空デシケータ内にある光学系が乗ったアルミ板と、デシケータの天井の間につっかえ棒を挟むことで光学系を固定していた。このつっかえ棒の上部にはゴムが取り付けられており、デシケータは天井部分で開閉するため、蓋を閉めるときにつっかえ棒により光学系が固定されるようになっていた。B ではこのつっかえ棒の使用をやめ、アルミ板とデシケータの間にゴムを詰めることで回転時に光学系がずれないように変更した。これにより、回転と同期する雑音の振幅は約 1 桁小さくなった。

変更点 2：ロータリーコネクタの位置を調整

B C の変更点は、ロータリーコネクタの位置の調整である。図 5.4(右) のように、モーターの本来の回転軸に対してずれた位置にロータリーコネクタが固定されている場合、回転台には常に青い矢印の向きに負荷がかかる。回転する光学系にとってこの負荷の方向は回転周波

数で変動するため、この負荷が光学系に伝わることで回転と同期する雑音を生じる可能性がある³。Cではロータリーコネクタの位置を調整することによって、回転と同期する雑音の振幅はさらに約1桁小さくなった。なお、ロータリーコネクタの位置調整は、ロータリーコネクタを支えているフレームの長さを調整することにより行った。装置を回転させて異方性信号をモニタしながら回転周波数の変動が小さくなるように調整⁴することによって、最適な位置を探ることができる。

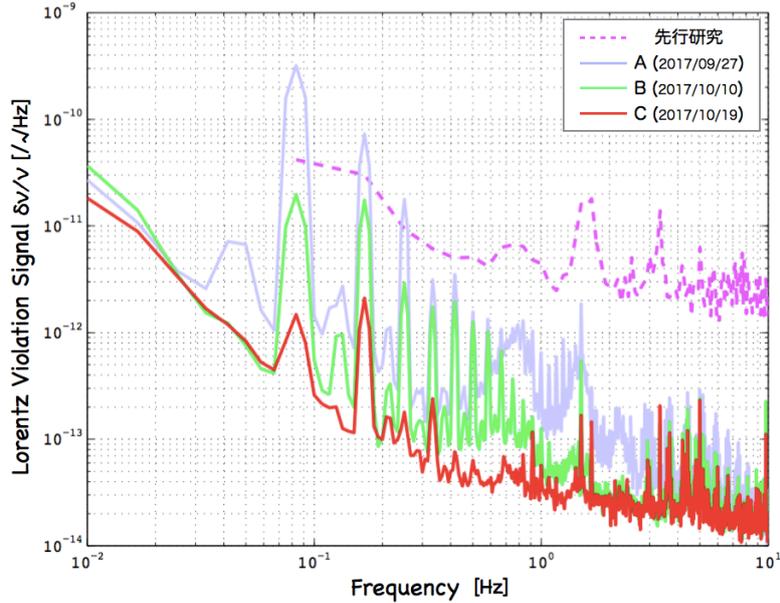


図 5.3: 雑音レベルの変遷。回転周波数を決定する前の測定であるため、先行研究に合わせて $f_{\text{rot}} = 0.083 \text{ Hz}$ としている。

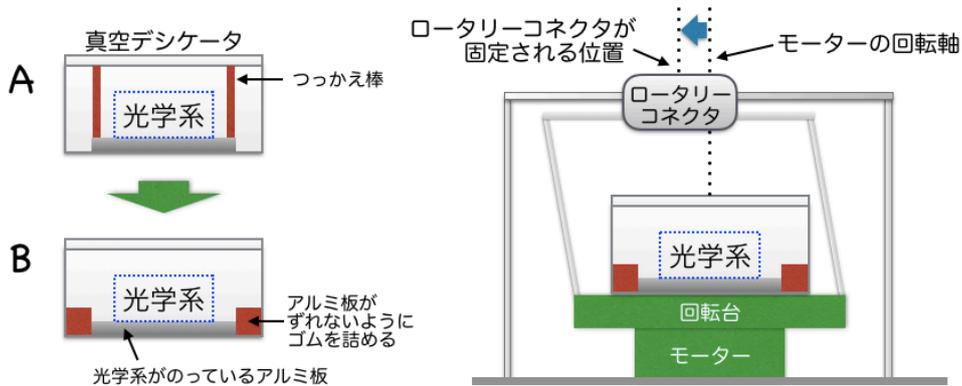


図 5.4: 光学系の固定方法の変更 (左) とロータリーコネクタを固定する位置のずれ (右)。

³振動による共振器長変動経路、散乱光経路、入射光のアライメントの変動経路などが考えられるが、どのようなメカニズムで光学系に伝わっているかは現在のところ特定できていない。

⁴MS 理論では $f_{\text{rot}} \pm f_{\oplus}$ 成分から $\alpha + 1/2$ を求められるため、このようにして f_{rot} 成分を小さくするように調整しても異方性を消すことはない。ただし、異方性を球面調和関数で展開して、地球の自転軸方向の異方性も独立に測定したいという立場の場合は、このような調整法ではその方向の異方性を消してしまうため他の方法を考えなくてはならない。

以上2点の変更により、回転と同期する雑音の振幅は A - C で約 2 桁小さくなった。しかし、ロータリーコネクタの位置は非常に精密な調整が必要であり、実感として 0.1 mm の精度でロータリーコネクタの位置を調整しているが、現在でも回転と同期する雑音の主な原因はロータリーコネクタを固定する位置のずれであると考えている。また、このように「回転台にかかっている負荷が光学系に伝わる」ということは、回転台を手で押して負荷をかけたときに異方性信号がドリフトするという事実からも確かめられる。A と B で同様に手で押して、回転台に同じ程度の負荷を加えたところ、光学系の固定法を改良した後の B の方が異方性信号のドリフトが小さくなったことから、A から B の改良では回転台の負荷が光学系に伝わりづらくなったことで雑音が減ったということができる。

5.3.2 その他に考えられる原因

ここでは、ロータリーコネクタの位置のずれ以外にこれまで確かめたもののうち、現在は問題となっていないが今後感度を向上する上で問題となりうるものを 2 つ挙げる。

回転軸の傾き

回転軸そのものが傾いている場合、共振器の傾きは回転周波数で変動することになるので、異方性信号には回転と同期する雑音が見れる可能性がある。この寄与を見積もるために敢えて回転軸を傾けて⁵ 異方性信号を測定してみたが、ロータリーコネクタの位置のずれによる寄与のほうが大きく、上手く見積もることができなかった。

環境磁場

レーザーを使用せずにダークの状態での回転時の光検出器の雑音を測定すると、回転と同期する雑音が見ることがわかっている。信号ケーブルが装置の回転によって環境磁場中を運動することによって生じる起電力が原因であり、装置の両側に直径 40 cm のコイルを設置して環境磁場を打ち消したときに雑音の振幅が変わることから確かめられた。この雑音はレーザーを使用した異方性探索中にも生じているはずであるが、ロータリーコネクタの位置のずれによる寄与の方が 1 桁以上大きく、現時点では問題にはなっていない⁶。しかし、将来的には問題になると考えられるため、この雑音の寄与を取り除くために考案した解析手法を補遺 E にまとめた。

また、この他にロータリーコネクタから電源ラインに回転と同期する雑音が入る可能性についても確認を行ったが、静止時と回転時で電源ライン (直流 ± 15 V) の雑音は変化せず、回転と同期する雑音も見れなかった。なお、このとき回転台上にあるデータロガーで電源ラインの測定を行うことになるが、データロガーが電源ラインの雑音の影響を受けないように、直流電源ではなく専用バッテリーでデータロガーに電源供給を行った。

⁵ 装置は光学定盤上に設置されているので、定盤の脚を調整して定盤ごと回転軸を傾けることができる。

⁶ ダークの時と同様に異方性探索中にコイルで磁場をかけてみたが、異方性信号に変化は無かった。

第5章のまとめ

- 回転と同期する雑音がある場合でも、回転と完全に同期している場合は、地球の自転の効果まで考えると異方性と区別できる (MS 理論の場合)。
- 一方で、回転と同期する雑音の振幅や位相が時間変化すると問題となる。ランダムに時間変化する場合は感度低下につながり、自転と同期して変化する場合は異方性と区別できなくなる。
- 実際に、回転と同期する雑音の位相はほぼ一定であるが、振幅が時間変化している。
- 回転と同期する雑音の原因は、ロータリーコネクタを固定する位置がモーターの回転軸とずれていることである。
- 現在は問題にはなっていないが、回転軸の傾きや環境磁場も回転と同期する雑音の原因となりうる。

第 6 章 データ解析

2017 年 10 月 31 日から 7 日間にわたり、片道光速の異方性探査を行った。この章では、測定された異方性信号の解析方法と結果についてまとめる。6.1 節で異方性信号から MS 理論のパラメータ $\alpha + 1/2$ をどのようにして求めるかを説明し、6.2 節で測定されたデータをそのまま解析した場合は、雑音によって求めた $\alpha + 1/2$ に大きな系統誤差が含まれている可能性があることを示す。その後、6.3 節で回転周波数の 2 倍波を用いて問題となっている雑音を除去できる可能性について議論し、雑音除去を行った場合の解析結果を示す。さらに、6.4 節で異方性の球面調和関数展開の枠組みで解析を行った場合も矛盾しない結果が得られることを示し、最後に 6.5 節で解析結果に対する考察を行う。

6.1 解析方法

6.1.1 Sun-Centered Celestial Equatorial Frame

3.1 節では、MS 理論における光速

$$c(\theta_{\text{MS}}) = 1 - 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{\text{MS}} \quad (3.1 \text{ 再掲})$$

を用いると、異方性信号は MS 理論のパラメータ $\alpha + 1/2$ に比例して、

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = - \frac{4(n-1)L_{\text{B}}}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta_{\text{MS}}^{\text{媒質}} \quad (3.12 \text{ 再掲})$$

のようになることを示した。この式から $\alpha + 1/2$ を求めるためには、媒質中を光が進む方向 $\theta_{\text{MS}}^{\text{媒質}}$ と絶対静止系に対する速さ v を知る必要がある。本論文では、絶対静止系 Σ として CMB 静止系を仮定してデータ解析を行うので、まずは CMB 静止系に対して一定速度で運動する慣性系 S を定義する必要がある。

地球上にある実験室系は、地球の自転・公転運動などの影響があるため S 系として不適當である。そこで、CMB 静止系に対して (ほぼ) 一定速度で運動する系として、次のように定義される SCCEF(Sun-Centered Celestial Equatorial Frame/太陽中心赤道座標系) [38] を採用する¹。

¹SCCFE よりも良い精度で CMB 静止系に対して一定速度とみなせる系としては、ICRF(International Celestial Reference Frame/国際天文基準座標系) [39] というものもある。ICRF は、座標軸の方向はほとんど SCCEF と同じであるが、太陽系の重心を原点にとるものである。以下太陽系の重心と太陽がどの程度ずれているか見積もってみる。

簡単のため、太陽系の中で最も質量の大きな惑星である木星のみ考える。木星の質量は太陽質量 M_{\odot} を用いて $M_{\text{木星}} = 9.5 \times 10^{-4} M_{\odot}$ 、木星-太陽間の平均距離は $R_{\text{木星}} = 5.2 \text{ a.u.} = 7.8 \times 10^{11} \text{ m}$ であるため、太陽系重心と太陽のずれは、 $M_{\text{木星}} R_{\text{木星}} / (R_{\odot} + R_{\text{木星}}) = 7.4 \times 10^8 \text{ m}$ であり、太陽半径程度のずれになる。木星の公転周期は約 11.86 年であるため、太陽もこの周期で太陽系重心の周りを回っていると考えると、太陽系重心に対する太陽の移動速度は 12 m/s になる。これは CMB 静止系に対する太陽系の移動速度 369 km/s に対して十分小さな値であり、木星以外の惑星も考慮に入れた場合も (太陽の運動は非常に複雑にはなるが) この事実は覆らない。したがって、ここでは ICRF ではなく SCCEF を考えれば十分である。なお、他の惑星も考慮した場合の太陽の運動は、国立天文台 HP の暦計算室 [40] が参考になる。このページによれば、太陽系重心に対する太陽の運動への寄与は、木星が約 49% であり、次いで土星が約 27%、海王星が約 15% などとなる。

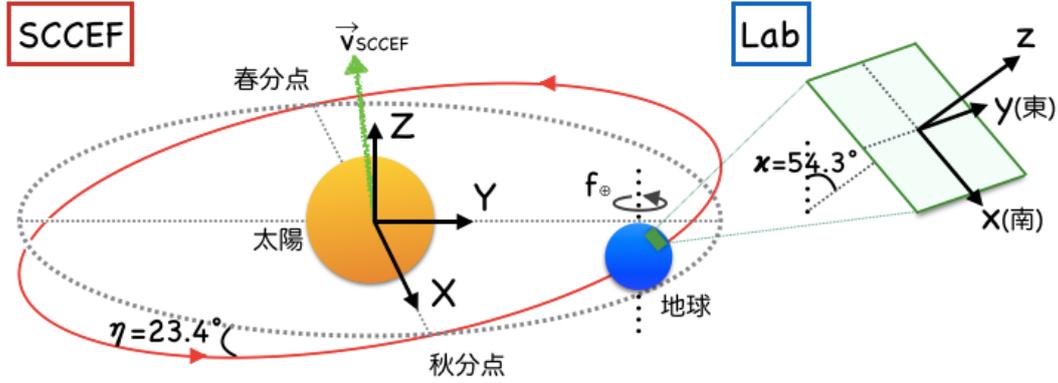


図 6.1: SCCEF と実験室系。

定義 SCCEF は図 6.1 のように太陽の中心を原点にとり、 Z 軸は地球の自転軸と平行で天の北極方向、 X 軸は地球の秋分点の方向であり、 Y 軸は X 軸および Z 軸と直交する方向 (かつ右手系になる方向) になるように座標軸を定義する²。

なお、実際には地球の歳差運動などにより自転軸の方向が宇宙空間に対して時間変化するため、SCCEF 自体も動いてしまう。そのため、どの時刻を基準とした SCCEF なのかを決めておく必要がある。2017 年現在は J2000.0 (日本標準時で 2000 年 1 月 1 日 21 時頃) を基準にするのが主流であるため、本論文におけるデータ解析でもそれに従うことにする。

この座標系のもとで、 XY 平面と地球の公転軌道のなす角は、いわゆる地軸の傾きに対応する $\eta = 23.4^\circ$ になる。また、天体などの方向を表す量として、緯度に対応する「赤緯」と経度に対応する「赤経」がある。赤緯は XY 平面上で 0° 、 Z 軸正/負の方向をそれぞれ $\pm 90^\circ$ としたものであり、赤経は X 軸正の方向が $0^\circ (360^\circ)$ 、 Y 軸正の方向が 90° となるように定義される。

CMB 異方性の測定から、SCCEF は CMB 静止系に対して速さ $v_{\text{SCCEF}} = 369 \text{ km/s}$ (ほぼ一定) で、赤緯 $\varphi = -7.2^\circ$ 、赤経 $\psi = 168^\circ$ の方向に動いていることがわかっている [5]。よって、SCCEF の速度ベクトルは、

$$\mathbf{v}_{\text{SCCEF}} = v_{\text{SCCEF}} \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \varphi \\ \sin \psi \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} = 369 \text{ km/s} \times \begin{pmatrix} -0.97 \\ 0.21 \\ -0.13 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

のように表すことができる。また、SCCEF に対する地球の公転速度は、

$$\mathbf{v}_{\text{公転}} = v_{\text{公転}} \begin{pmatrix} \sin \Omega_{\oplus} T \\ -\cos \eta \cos \Omega_{\oplus} T \\ -\sin \eta \cos \Omega_{\oplus} T \end{pmatrix} = 30 \text{ km/s} \times \begin{pmatrix} \sin \Omega_{\oplus} T \\ -0.92 \cos \Omega_{\oplus} T \\ -0.40 \cos \Omega_{\oplus} T \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

である。ここで、 Ω_{\oplus} は地球の公転角周波数、 T は 2000 年の春分点通過時刻 (日本標準時で 2000 年 3 月 20 日 16:30 [41]) を原点とする時間である。地球の表面における自転速度は $v_{\text{自転}} \approx 0.5 \text{ km/s}$ であり、 v_{SCCEF} や $v_{\text{公転}}$ と比較して十分遅いので無視すると、CMB 静止系に対する実験室系の速度は次のようになる³。

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{SCCEF}} + \mathbf{v}_{\text{公転}} \quad (6.3)$$

²慣性系 S と見なせる系として SCCEF を定義したが、SCCEF の座標 (X, Y, Z) は慣性系 S の座標として使っていた (x, y, z) の定義と異なることに注意。また、絶対静止系 Σ の座標として使っていた (X, Y, Z) と異なる座標である。

³ v_{SCCEF} や $v_{\text{公転}}$ は光速よりも十分遅いため、式 (6.3) のような通常の方法の合成法則が成り立つとする。

6.1.2 実験室系への座標変換

次に、SCCEF から実験室系への変換行列を考える。ここでは、図 6.1 のように南方向が x 軸、東方向が y 軸、鉛直上方向が z 軸になるように実験室系の座標を定める。このとき、変換行列 R は簡単な回転行列の積として計算することができ、

$$R = \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \cos \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & -\sin \chi \\ -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & 0 \\ \sin \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \sin \chi \cos \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

のようになる。ここで、 χ は実験室の余緯度（北極から測った緯度）であり、実験室のある東京大学本郷キャンパス（北緯 35.7° ）では $\chi = 54.3^\circ$ である。 ω_{\oplus} は地球の自転角周波数であり、

$$\frac{\omega_{\oplus}}{2\pi} \approx \frac{1}{23 \text{ 時間 } 56 \text{ 分 } 4 \text{ 秒}} \approx 1.16 \times 10^{-5} \text{ Hz} \quad (6.5)$$

である。自転周期が 24 時間からずれているのは地球の公転運動の影響であり、24 時間経つと公転により回り過ぎてしまうため、自転周期はそれよりも数分短い値になる。また、 T_{\oplus} は SCCEF の Y 軸 と実験室系の y 軸が重なる瞬間を $T_{\oplus} = 0$ とした時間であり、 T とは実験室の場所によって決まる定数分だけずれている。以下、 $T_{\oplus} = 0$ となる時刻を求める。

もしも 2000 年の春分点を通過する瞬間に 12:00 となる場所に実験室があれば、このとき Y 軸と y 軸がちょうど重なる。しかし、春分点通過時刻は日本標準時で 2000 年 3 月 20 日 16:30 なので 4 時間半だけずれている。さらに、本郷キャンパス（東経 139.5° ）と日本の標準時子午線（東経 135.0° ）の経度の差が 4.5° であることも考慮すると、2000 年の春分点通過時に Y 軸と y 軸のなす角は、 $360^\circ \times \frac{4.5 \text{ h}}{24 \text{ h}} + 4.5^\circ = 72^\circ$ である。地球は式 (6.5) の周波数で自転するので、 72° だけ自転するのにかかる時間を計算することで、春分点通過からおよそ 4 時間 48 分遡ったときに Y 軸と y 軸が重なることがわかる。したがって、本郷キャンパスの場合は 2000 年 3 月 20 日 11:42 頃を $T_{\oplus} = 0$ とすれば良い。

6.1.3 MS パラメータ $\alpha + 1/2$ の求め方

実験室系において、媒質中を通る光の方向を表す単位ベクトルを $\hat{e}_{\text{lab}}^{\text{媒質}} = (\cos \omega_{\text{rot}} t, \sin \omega_{\text{rot}} t, 0)^T$ と表す。ここで t は媒質中を進む光の方向 ($M3 - M2$ の方向) が x 軸正の方向 (南方向) を向く時刻を原点とする時間である。また、SCCEF の座標で表した CMB 静止系に対する実験室系の速度ベクトル v を実験室系のベクトルに変換すると Rv になる。よって、 $v \cos \theta_{\text{MS}}^{\text{媒質}} = (Rv) \cdot \hat{e}_{\text{lab}}^{\text{媒質}}$ なので、実験室系における異方性信号は、

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{4(n-1)L_{\text{B}}}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) (Rv) \cdot \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{rot}} t \\ \sin \omega_{\text{rot}} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

のようになる。一方、実際に測定された異方性信号から回転周波数成分の直交位相振幅 (C_1, S_1) を求めたとすると、異方性信号は

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = C_1 \cos \omega_{\text{rot}} t + S_1 \sin \omega_{\text{rot}} t \quad (6.7)$$

のように表せる。式 (6.6) と式 (6.7) を比較すると、測定された C_1, S_1 と $\alpha + 1/2$ の間に、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} C_1 \\ S_1 \end{pmatrix} &= -\frac{4(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) R_{2 \times 3} \mathbf{v} \\ &= -\frac{4(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \cos \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & -\sin \chi \\ -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.8)$$

という関係があることがわかる。ただし、 $R_{2 \times 3}$ は変換行列 R から 3 行目を除いた 2×3 行列である。この式からも、自転軸方向の異方性による信号 $((0, 0, v_Z)^T$ の寄与) はそのまま回転周波数に現れ、自転軸と直交する方向の異方性による信号 $((v_X, v_Y, 0)^T$ の寄与) は地球の自転により変動がかかるということがわかる。自転軸方向の異方性による信号は回転と同期する雑音と区別できないため、 $\alpha + 1/2$ を求めるときに使うことができない。そこで、式 (6.8) から回転と同期する成分を引き去ると、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} C_1 - \bar{C}_1 \\ S_1 - \bar{S}_1 \end{pmatrix} &= -\frac{4(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) R_{2 \times 2} \mathbf{v}_{2 \times 1} \\ &= -\frac{4(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \\ &\quad \times \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \cos \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.9)$$

のように変形できる。同様に、 $R_{2 \times 2}$ は $R_{2 \times 3}$ からさらに 3 列目を除いた 2×2 行列、 $\mathbf{v}_{2 \times 1}$ は \mathbf{v} の X, Y 成分であり、 \bar{C}_1, \bar{S}_1 はそれぞれ C_1, S_1 の平均値を表す。この変形により、回転に完全に同期する雑音を取り除くことができる。したがって、 $\alpha + 1/2$ を求めるためには、

$$\alpha + \frac{1}{2} = -\frac{L_{\text{opt}}}{4(n-1)L_B |\mathbf{v}_{2 \times 1}|^2} \left[R_{2 \times 2}^{-1} \begin{pmatrix} C_1 - \bar{C}_1 \\ S_1 - \bar{S}_1 \end{pmatrix} \right] \cdot \mathbf{v}_{2 \times 1} \quad (6.10)$$

という計算を行えば良い。なお、この式に現れる

$$\begin{pmatrix} C'_1 \\ S'_1 \end{pmatrix} \equiv R_{2 \times 2}^{-1} \begin{pmatrix} C_1 - \bar{C}_1 \\ S_1 - \bar{S}_1 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

は SCCEF における異方性信号の直交位相振幅と解釈することができ、この $\mathbf{v}_{2 \times 1}$ 方向すなわち赤経 $\psi = 168^\circ$ 方向の成分を調べることによって $\alpha + 1/2$ を求めることができる。

6.1.4 直交位相振幅のシミュレーション

どのような直交位相振幅が得られるかを確認するために、異方性がある場合と無い場合のそれぞれについて実験室系で得られる直交位相振幅 (C_1, S_1) を乱数により作成すると、図 6.2(上段) のようになる。回転と同期する雑音が無ければ、異方性がない場合は原点付近にランダムに分布し、異方性がある場合は地球の自転 1 回につき位相が 1 周分変化する。また、図 6.2(下段) は式 (6.11) に従って SCCEF の直交位相振幅 (C'_1, S'_1) に変換したものであり、異方性がある場合は赤経 $\psi = 168^\circ$ 方向に信号が現れる。

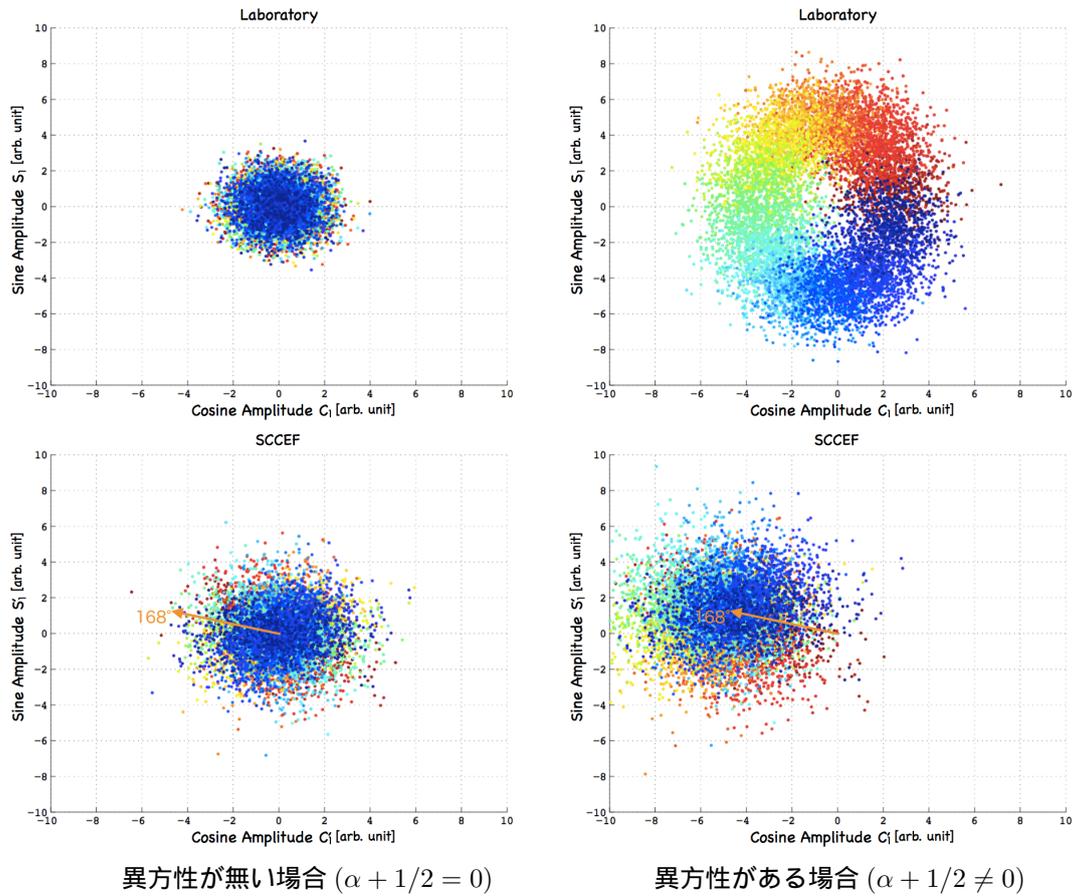


図 6.2: 実験室系 (上段) と SCCEF(下段) における直交位相振幅のシミュレーション。各点の色は時間を表し、青 緑 黄 赤 青で自転 1 回分に相当する。異方性がある場合は、実験室系では自転によつての位相が変化し、SCCEF ではは赤経 $\psi = 168^\circ$ 方向に信号が現れる。

6.2 生データを用いてそのまま解析を行った場合

この節では、得られた異方性信号から前節で述べた方法に従って $\alpha + 1/2$ を求める。

6.2.1 測定された信号

まず始めに、7日間の異方性探査で測定された異方性信号、透過光 (PDp2+PDs2)、フィードバック信号を時系列でプロットすると図 6.3 のようになる。透過光に注目すると、測定期間中に1度もロックが落ちていないことがわかる。また、フィードバック信号の不連続点は、手動で温調によるレーザー周波数の調整を行ったことを示す。

異方性信号とフィードバック信号に注目すると、ほぼ同位相で1日周期の変動があることがわかる。フィードバック信号だけが変動しているのであればレーザーの温度変動由来なども考えられるが、異方性信号も同様に変動していることから共振器長が変動していると考えられる⁴。もしそうであれば、フィードバック信号の変動から共振周波数の変動を見積もることができ、共振周波数 ($\nu \approx 1.93 \times 10^{14}$ Hz) は1日周期で典型的に 1×10^9 Hz 程度変動していることになる。この原因を確かめるため、(異方性探査とは別の7日間で) 実験室の温度変動の測定を行った。その結果は図 6.4 のようになっており、このデータから典型的に 0.05 K 程度の1日周期の温度変動があることがわかった。温度変動が生じた場合の共振器長変動は式 (3.36) で見積もることができ、それを使って共振周波数の変動を求めると 2×10^8 Hz になる。別の期間に測定した温度のデータであるため直接比較はできないが、実際の共振器長変動と近い値になっており、温度変動が原因でフィードバック信号や異方性信号が変動している可能性は十分考えられる。

また、共振器長変動によりフィードバック信号と異方性信号が変動しているのであれば、フィードバック信号から共振周波数の変動、異方性信号から両周りの共振周波数の差の変動を求めることによって、両周りの共振周波数変動に対する同相雑音除去比 $\gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu}$ を見積もることができる。測定結果から、共振周波数の1日周期の変動の典型値は 1×10^9 Hz、共振周波数の差の変動は 2×10^5 Hz 程度であったので、この1日周期の共振器長変動に対する同相雑音除去比は $\gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu} \sim 2 \times 10^{-4}$ になる⁵。

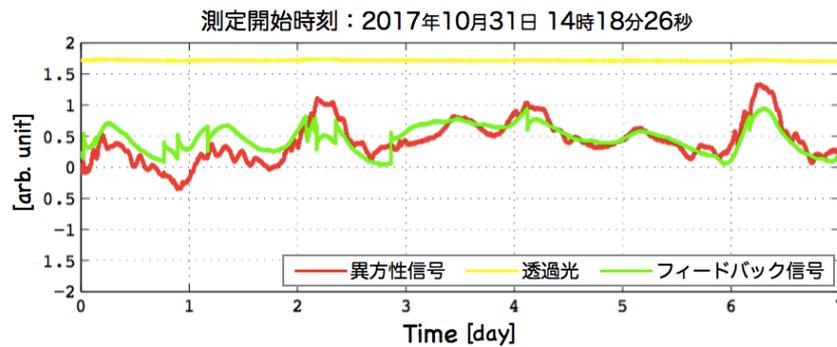


図 6.3: 7日間の測定の時系列データ。

⁴ レーザーの温度変動によるものであれば、異方性信号には現れないはずである。また、異方性信号は両周りの共振周波数の差に比例するので、共振器長変動の影響はある程度同相雑音除去されるが、100%キャンセルされるわけではないので、除去しきれない分が異方性信号に現れる。

⁵ この値は 3.3 節で想定していた $\gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu} \sim 1/100$ よりも良い値になっているが、1日周期の変動に対する同相雑音除去比と回転周波数における同相雑音除去比が同じとは限らないため、ここで得た値をそのまま 3.3 節の雑音の見積りに使うことはできない。さらに変動の速さが同じでも、共振器長変動を引き起こすメカニズムの違いによって $\gamma_{\text{CMRR}}^{\delta\nu}$ の値が変わる可能性もある。

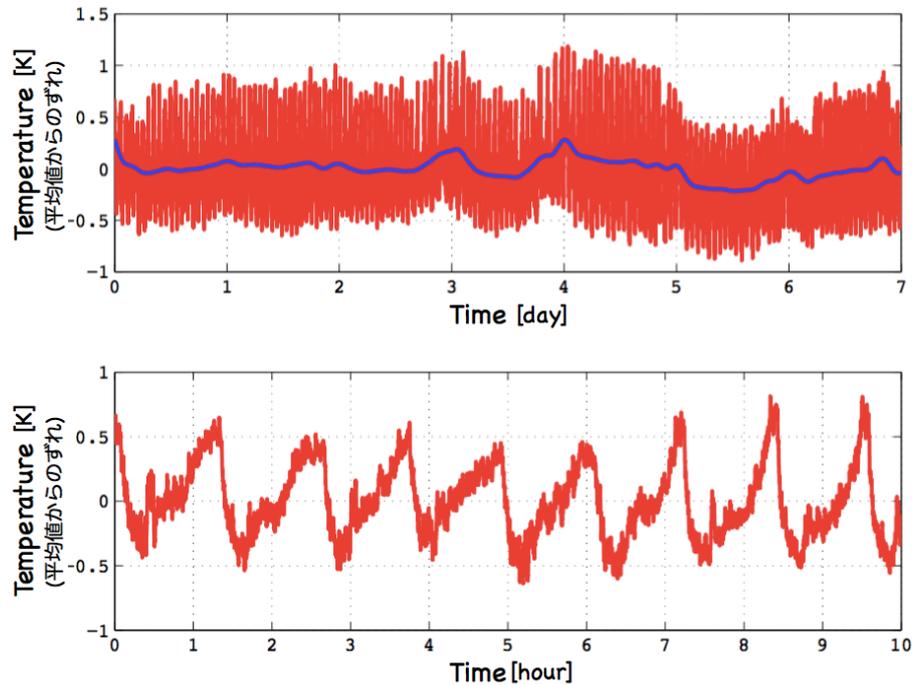


図 6.4: 実験室の温度変動。異方性探索とは別の 7 日間のデータであり、下図はこのうち 10 時間分を拡大したものになっている。また、青線は前後 3 時間ずつのデータと移動平均を取ったものである。約 70 分周期で約 1 K、1 日周期で約 0.05 K の変動がある。

なお、図 6.4 を見ると、1 日周期の変動の他に約 70 分周期で 1 K 程度変動していることがわかるが、これは実験室内の空調の制御方法によるものである⁶。

6.2.2 $\alpha + 1/2$ の計算

まず始めに、測定された異方性信号の時系列データから、回転周波数における直交位相振幅 (C_1, S_1) を求める。12 回転ごとにデータを分けて直交位相振幅を求めたところ、図 6.5(左) のようになった。なお、直交位相振幅を求める回転数を変えても解析結果に有意な違いが生じないことは確認済みである。ここでは回転周波数を $f_{\text{rot}} = 0.2$ Hz としており、12 回転する時間がちょうど 1 分になるため、計算が簡単になるように 12 回転ごとの解析を採用している。直交位相振幅の分布の中心が原点から離れていることから、回転と同期する雑音が見えていることがわかる。また、分布の形は振幅方向に細長く、5.2 節でも述べたように回転と同期する雑音の位相の変化よりも振幅の変化が大きくなっている。これを式 (6.11) に従って SCCEF における直交位相振幅 (C'_1, S'_1) に変換すると、図 6.5(右) のようになり、この赤経 $\psi = 168^\circ$ 方向成分を調べることで $\alpha + 1/2$ を求められる。式 (6.10) により、各 12 回転ごとのデータ点から $\alpha + 1/2$ を計算すると、図 6.6 のようになる。回転と同期する雑音の振幅が時間変化していることにより本来一定であるはずの $\alpha + 1/2$ が時間変化しているように見えるが、全体としては正規分布に近い形になっている。この分布の平均と標準偏差を求めると、

⁶この制御方法は、おそらく「アクティブスウィング空調制御」というものであり、敢えて温度を変動させることにより省エネルギーと快適性を両立できる方法になっているらしい。

$$\begin{cases} \text{平均: } \overline{\alpha + \frac{1}{2}} = 3.0 \times 10^{-12} \\ \text{標準偏差: } \sigma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) = 6.6 \times 10^{-11} \end{cases} \quad (6.12)$$

のようになった。この標準偏差は、1分 (=12回転) ごとに求めたデータ点1つあたりに含まれる統計誤差を表す。この結果を用いて、求めた $\alpha + 1/2$ の平均値の統計誤差は、

$$\sigma\left(\overline{\alpha + \frac{1}{2}}\right) = \frac{\sigma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{N_{\text{eff}}}} \quad (6.13)$$

で求めることができる。ここで N_{eff} は、平均を取るのに用いた実効的なデータ数であり、もし全てのデータが独立であれば全データ数 N に等しい。しかし、図 6.6 の時系列プロットからもわかるように、 $\alpha + 1/2$ の局所平均値が時間変化していることから、隣り合うデータ同士である程度の相関をもっていると予想できる。そのため、実効的なデータ数 N_{eff} は全データ数 N よりも少なくなってしまう。このような場合には、データ間の相関を表す自己相関関数を用いて実効的なデータ数 N_{eff} を

$$N_{\text{eff}} = \frac{N}{n}, \quad n = 1 + 2 \sum_{k=1}^N \left(1 - \frac{k}{N}\right) r_k \quad (6.14)$$

により求めることができる [42]。ここで、 n は相関が残るデータ数であり、これに対応する時間幅は有効無相関時間と呼ばれる。 n は k だけ離れたデータの自己相関関数 r_k ⁷ を使って求めることができ、 $\alpha + 1/2$ の時系列データから実際に求めたところ、自己相関関数は図 6.7 のようになり、 $n \approx 22$ と求めた。ここでは1分 (=12回転) ごとに $\alpha + 1/2$ を求めているため、22分程度は相関が残っていてその間は独立なデータとはみなせないということを意味する。この n と式 (6.13)(6.14) を用いると、 $\alpha + 1/2$ の平均値の統計誤差は $\sigma(\overline{\alpha + 1/2}) = 3.1 \times 10^{-12}$ と求められる。したがって、この解析から得られた $\alpha + 1/2$ の値は、

$$\alpha + \frac{1}{2} = (3.0 \pm_{\text{stat.}} 3.1) \times 10^{-12} \quad (6.15)$$

のようになる (複号 $\pm_{\text{stat.}}$ は統計誤差を表す)。

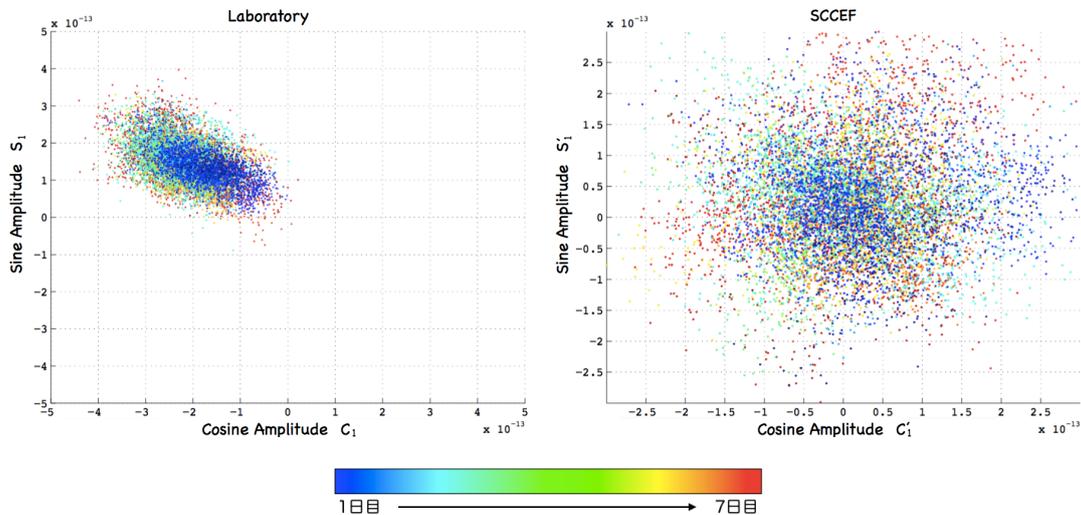


図 6.5: 生データでそのまま解析した場合の実験室系と SCCEF の直交位相振幅。

⁷ $r_0 = 1$ により規格化されているとする。

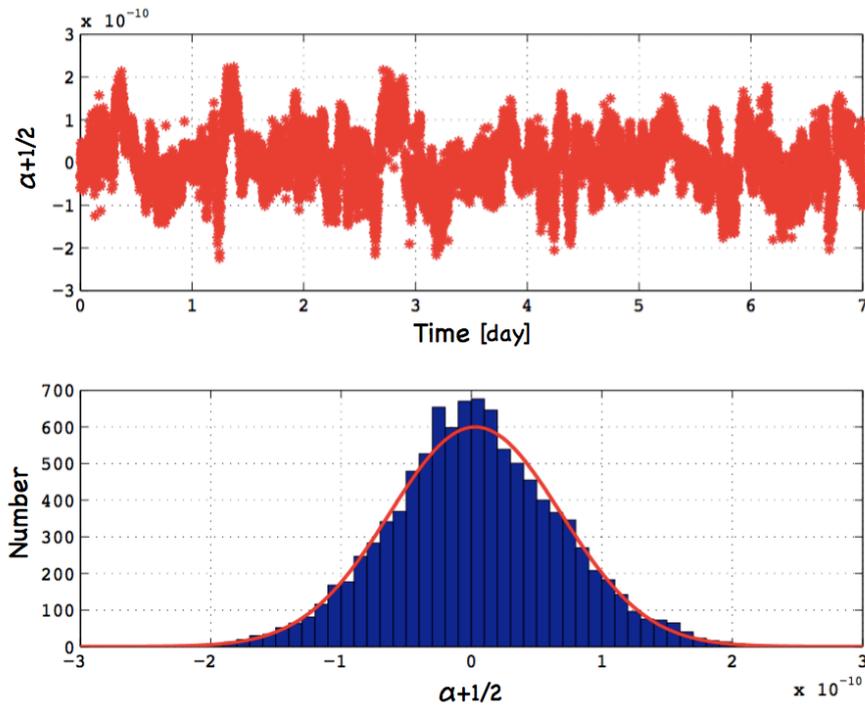


図 6.6: 生データでそのまま解析した場合の $\alpha + 1/2$ の時系列プロットとヒストグラム。ヒストグラムと重ねてプロットしてある赤線は、得られた平均と分散から計算した正規分布である。

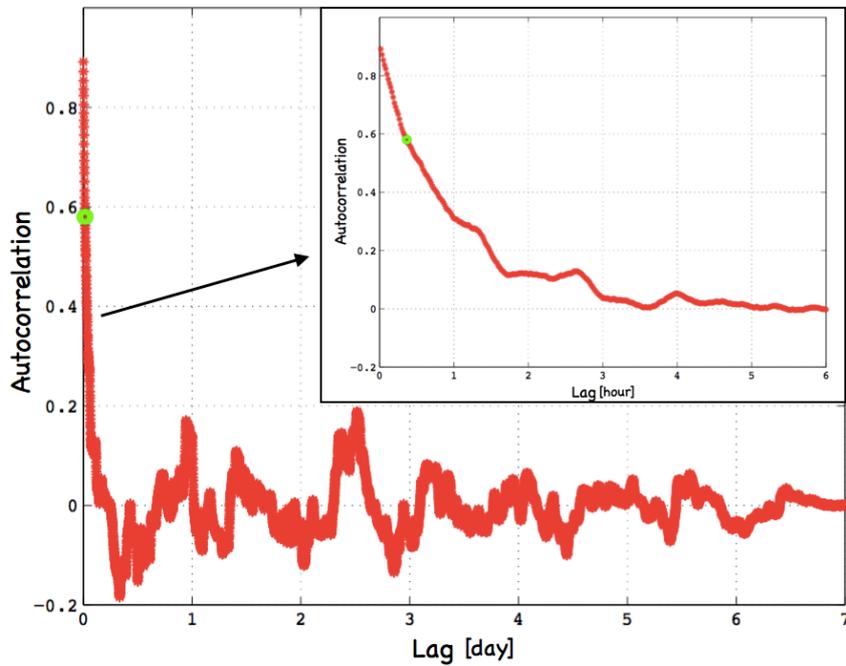


図 6.7: 生データでそのまま解析した場合の $\alpha + 1/2$ の自己相関関数。右上のプロットは 0~6 時間の範囲を拡大したものであり、緑の点は有効無相関時間を表す。

6.2.3 系統誤差の見積もり

ここまでの議論により求めた式 (6.15) の $\alpha + 1/2$ は一見問題無く求められているように思えるが、系統誤差 ($\alpha + 1/2$ の値をずらしてしまうような雑音) についても見積もっておく必要がある。最も大きいと考えられる系統誤差は、「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変化する」ことにより異方性と区別がつかず、 $\alpha + 1/2$ の値をずらしてしまうという効果である。そこで、そのような効果がどのくらい効くかを確かめるために、「別の方向の異方性を測定」してみる。MS 理論では絶対静止系に対する運動方向にしか異方性が無いという前提になっているため、これまでは CMB 静止系を絶対静止系だと考えて、赤経 $\psi = 168^\circ$ 、赤緯 $\varphi = -7.2^\circ$ 方向の異方性のみを考えてきた。すなわち、この方向にのみ異方性がありうるという立場でデータ解析を行ってきた。もし光速の異方性が無く、かつ「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変化する」という効果が十分小さければ、異方性があると仮定する方向を変えて（つまり絶対静止系のとり方を変えて）、どの方向の異方性を測っても $\alpha + 1/2$ の値が 0 から大きく変わることは無いはずである。逆に、異方性があると仮定する方向によって、 $\alpha + 1/2$ の値が本物の光速の異方性以外の理由で 0 からずれる場合は、「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変化する」ことによって異方性と区別がつかなくなるという効果が実際にあることを示す。

これを確かめるために、異方性があると仮定する方向の赤緯 $\varphi = -7.2^\circ$ と絶対静止系に対する速さ $v_{\text{SCCEF}} = 369 \text{ km/s}$ を固定⁸して、異方性があると仮定する方向の赤経 ψ のみを変えて $\alpha + 1/2$ を求める。これまでと同様の方法で求めると、 $\alpha + 1/2$ の赤経 ψ 依存性は図 6.8 のようになった。このようにして求めた $\alpha + 1/2$ には物理的な意味はあまり無いが、「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変化する」という効果がどのくらい効くかを見積もることができる。ここで、誤差棒は式 (6.13) により求めた統計誤差であり、異方性があると仮定する方向 ψ によっては、 $\alpha + 1/2$ の値がこの統計誤差以上に大きく 0 からずれていることがわかる。もしこれが本当に異方性による信号だと考えると、 $\delta c/c \sim 2(\alpha + 1/2)v \sim 5 \times 10^{-14}$ の異方性があることになる。これは先行研究でつけられた制限よりも 1 桁大きな値であり、次節以降の議論で雑音として除去できるということも合わせると、異方性による信号とは考えにくい。したがって「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変化する」ことによって $\alpha + 1/2$ の値がずれていると考えられる。

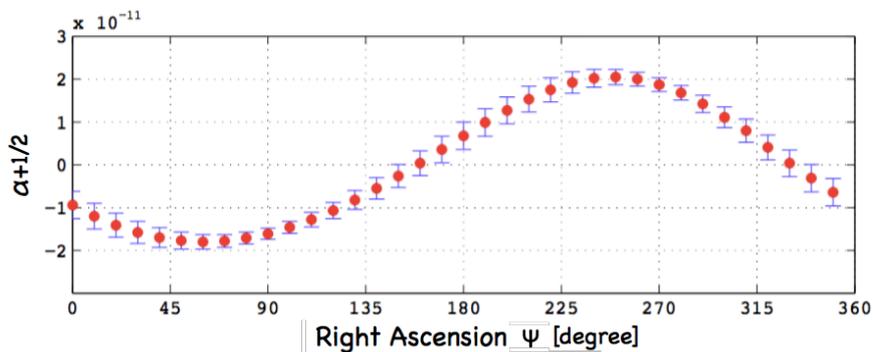


図 6.8: 異方性があると仮定する方向 (赤経 ψ) を変えたときの $\alpha + 1/2$ の変化。CMB 静止系を絶対静止系と考えた場合は $\psi = 168^\circ$ 。

⁸赤緯 φ は、光速の異方性の自転軸方向成分とその直交方向成分のバランスに対応する。しかし、自転軸方向の異方性による寄与は回転と同期する雑音と区別できず解析に用いていないため、この確認において赤緯 φ を変える意味は無い。また、絶対静止系に対する速さ v_{SCCEF} も $\alpha + 1/2$ を定数倍するだけなので、この確認において変える意味はない。

式 (6.15) で $\alpha + 1/2$ が統計誤差の範囲で 0 と一致していたのは、図 6.8 を見ると全くの偶然であり、赤経 $\psi = 168^\circ$ がちょうど雑音の影響が出にくい方向だったということに過ぎない。仮に $\psi = 168^\circ$ 方向の測定で、本当に統計誤差以上の異方性があったとしても、ここで考察したような雑音によって、偶然 $\alpha + 1/2$ が 0 になるように値がずれている可能性も考えられる。そこで、式 (6.15) で求めた CMB 静止系を絶対静止系と考えた場合の $\alpha + 1/2$ は、図 6.8 より 2×10^{-11} 程度の系統誤差をもつと考えると、

$$\alpha + \frac{1}{2} = (3.0 \pm_{\text{stat.}} 3.1 \pm_{\text{sys.}} 20) \times 10^{-12} \quad (6.16)$$

である。1 つ目の複号は統計誤差、2 つ目の複号は系統誤差を表し、この結果は統計誤差以上に系統誤差が大きくなってしまっている。

6.3 2倍波を用いて雑音を除去した場合

前節では生データをそのまま用いてデータ解析を行い、 $\alpha + 1/2$ を求めたところ、統計誤差よりも系統誤差が大きいということがわかった。問題となっているのは、回転と同期する雑音が時間変化してしまうことであるため、この節ではこのような雑音を取り除く方法について議論する。

6.3.1 雑音をモニタできる信号

まず始めに、 C_1, S_1 から雑音のみを取り除くために、 C_1, S_1 に含まれる雑音をモニタできる信号を探す必要がある。7 日間の異方性探索中に同時に測っていた信号の中から探すと、回転周波数の高調波が候補になる。そこで回転周波数成分だけでなく、高調波についても

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \sum_{m_{\text{rot}} > 0} [C_{m_{\text{rot}}} \cos(m_{\text{rot}}\omega_{\text{rot}}t) + S_{m_{\text{rot}}} \sin(m_{\text{rot}}\omega_{\text{rot}}t)] \quad (6.17)$$

により、直交位相振幅 $C_{m_{\text{rot}}}, S_{m_{\text{rot}}}$ を求める。これまでと同様に 12 回転ごとに直交位相振幅を求め、 $m_{\text{rot}} = 1, 2, 3$ について時系列にプロットすると図 6.9 のようになる。この図から各直交位相振幅の時間変化には相関がありそうということがわかり、同じ雑音源によって時間変化しているものと予想される。よって、これらの直交位相振幅間の相関を求めることによって、雑音を除去することができそうである。MS 理論の枠組みでは C_1, S_1 のみを使うが、一般に高次の異方性まで考えた場合は m_{rot} が奇数の成分に信号が現れ、偶数の成分には信号が現れない(補遺 A 参照)。そこで、2 倍波 C_2, S_2 を用いて雑音をモニタすることにする。

6.3.2 異方性を消さずに雑音のみ除去する方法

実際には雑音をモニタするための信号として C_2, S_2 の 2 つを用いたが、ここでは簡単のため 1 つのモニタ信号 Y を使うとして、異方性の情報を含む信号 X (C_1, S_1 および、補遺 A の球面調和関数展開の枠組みで用いる C_3, S_3) から雑音を取り除く方法を説明する。

まず始めに、時系列で与えられている信号 $X(t)$ およびモニタ信号 $Y(t)$ を自転 1 回ごとに Fourier 変換したものを $X_i(f), Y_i(f)$ で表す。 i は何回目の自転のデータかを表し、今回の異方性探索は 7 日間であるため $i = 1, 2, \dots, 7$ である。以下では引数を省略した場合は周波数空間で考えている

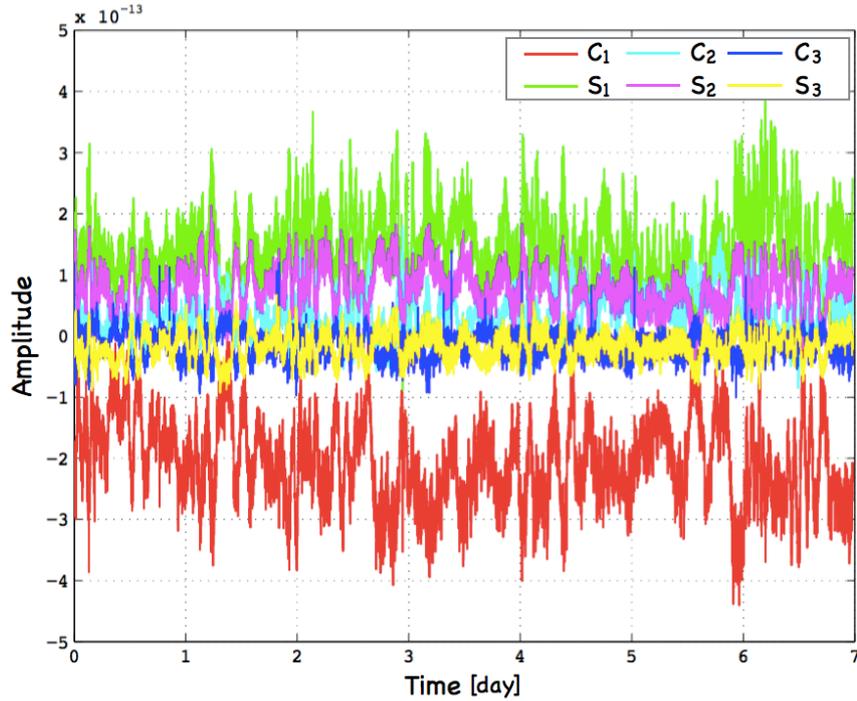


図 6.9: 1,2,3 倍波の直交位相振幅の時系列データ。

ものとして、Fourier 振幅 X_i, Y_i を次のように分解する。

$$\text{信号 } X_i = \underbrace{s}_{\text{異方性}} + \underbrace{n_{Xi}}_{\substack{\text{相関のある雑音} \\ \uparrow \text{伝達関数 } G}} + \underbrace{m_{Xi}}_{\text{その他の雑音}} \quad (6.18)$$

$$\text{モニタ } Y_i = \underbrace{n_{Yi}}_{\text{相関のある雑音}} + \underbrace{m_{Yi}}_{\text{その他の雑音}} \quad (6.19)$$

Fourier 振幅は自転 1 回毎に求めるため、 X に含まれる異方性による信号 s は i に依らず一定である⁹。 n_X と n_Y は同一の原因によって生じる雑音であり、ある伝達関数 G を用いて $n_X = Gn_Y$ という関係が成り立つものと仮定する。また、 m_X と m_Y はそれ以外の原因によって生じる互いに相関の無い雑音であり、以降は n_X や n_Y よりも十分小さいとして無視する¹⁰。

ここでやりたいことは、 X と Y の相関から伝達関数 G を推定し、その G を用いて $X - GY$ を計算することによって X に含まれる雑音 n_X を引くことである。そのため、まずは伝達関数 G を推定する必要がある。通常は Y のパワースペクトル S_{YY} と、 X と Y のクロススペクトル S_{XY} を用いて、 $\hat{G} = S_{XY}^*/S_{YY}$ により G を推定するが、この方法だと雑音だけでなく異方性も同時に消してしまう場合がある。このことを示すために、 n_X と n_Y を自転と同期する成分とそれ以外の部分に分けて、

$$n_{Xi} = \bar{n}_X + \Delta n_{Xi} \quad (6.20)$$

$$n_{Yi} = \bar{n}_Y + \Delta n_{Yi} \quad (6.21)$$

⁹ より正確には、地球の公転運動によって地球の速度方向が変化することで異方性の大きさも変化するが、地球の公転速度 ($v_{\text{公転}} = 30 \text{ km/s}$) は CMB 静止系に対する SCCEF の速度 (369 km/s) よりも 1 桁遅いため、無視できるとする。

¹⁰ $|m_X| \ll |n_X|$, $|m_Y| \ll |n_Y|$ が成り立つ状況でないと雑音を除去することはできない。

のように表しておく。ここで、 $\overline{n_X}$ は n_{X_i} の i についての平均であり、自転と同期する成分があり毎回同じ位相になっているのであれば 0 ではない値をとり、自転と関係なくランダムな雑音なのであれば 0 に近い値をとる。このとき、

$$\begin{aligned}
\tilde{G} &\equiv \frac{S_{XY}^*}{S_{YY}} = \frac{\overline{XY^*}}{|\overline{Y}|^2} \\
&\approx \frac{(s + \overline{n_X} + \Delta n_{X_i})(\overline{n_Y} + \Delta n_{Y_i})^*}{|\overline{n_Y} + \Delta n_{Y_i}|^2} \quad (\because m_{X_i}, m_{Y_i} \text{は無視できる}) \\
&= \frac{s \cdot \overline{n_Y}^* + \overline{n_X} \cdot \overline{n_Y}^* + \Delta n_{X_i} \cdot \Delta n_{Y_i}^*}{|\overline{n_Y}|^2 + |\Delta n_{Y_i}|^2} \quad (\because \overline{\Delta n_{X_i}} = \overline{\Delta n_{Y_i}} = 0) \\
&= \underbrace{\frac{s \cdot \overline{n_Y}^*}{|\overline{n_Y}|^2 + |\Delta n_{Y_i}|^2}}_{\text{余計な項}} + G \quad (\because \overline{n_X} = G\overline{n_Y}, \Delta n_{X_i} = G\Delta n_{Y_i}) \quad (6.22)
\end{aligned}$$

のようになり、 \tilde{G} には本来知りたい G の他に余計な項がついてしまう。この式は、 $|\overline{n_Y}|^2$ と $|\Delta n_{Y_i}|^2$ の大小関係によって、

$$\tilde{G} \approx \begin{cases} s/\overline{n_Y} + G & (|\overline{n_Y}|^2 \gg |\Delta n_{Y_i}|^2) \\ G & (|\overline{n_Y}|^2 \ll |\Delta n_{Y_i}|^2) \end{cases} \quad (6.23)$$

のようになる。もし自転と同期する成分が十分小さく、 $|\overline{n_Y}|^2 \ll |\Delta n_{Y_i}|^2$ であれば、余計な項の寄与は十分小さくなり正しく伝達関数 G を推定できる。しかし、逆に $|\overline{n_Y}|^2 \gg |\Delta n_{Y_i}|^2$ であれば、 $s/\overline{n_Y}$ という項が加わることによって、雑音を除去するために $X - \tilde{G}Y$ を計算したときに異方性ごと消すことになってしまふ。実際に 7 日分の測定データを調べたところ、自転と同期する成分が少なからずあり $|\overline{n_Y}|^2 \approx |\Delta n_{Y_i}|^2$ であったため¹¹、このまま \tilde{G} を使って雑音を除去するのは正しい方法とはいえない。

そこで、予め Y から自転と同期する成分を除いて、

$$Y'_i \equiv Y_i - \overline{n_Y} = \Delta n_{Y_i} + m_{Y_i} \quad (6.24)$$

を用いて伝達関数を推定する。このとき推定される伝達関数は、

$$\begin{aligned}
\tilde{G}' &\equiv \frac{S_{XY'}^*}{S_{Y'Y'}} = \frac{\overline{XY'^*}}{|\overline{Y'}|^2} \\
&\approx \frac{(s + \overline{n_X} + \Delta n_{X_i})\Delta n_{Y_i}^*}{|\Delta n_{Y_i}|^2} \quad (\because m_{X_i}, m_{Y_i} \text{は無視できる}) \\
&= \frac{\Delta n_{X_i} \cdot \Delta n_{Y_i}^*}{|\Delta n_{Y_i}|^2} \quad (\because \overline{\Delta n_{X_i}} = \overline{\Delta n_{Y_i}} = 0) \\
&= G \quad (\because \overline{n_X} = G\overline{n_Y}, \Delta n_{X_i} = G\Delta n_{Y_i}) \quad (6.25)
\end{aligned}$$

のようになり、正しく G を推定することができる。この方法により求めた \tilde{G}' を用いて、

$$\Delta X_i \equiv X_i - \tilde{G}'Y_i \quad (6.26)$$

を計算することによって、異方性を表す信号 s に影響を与えずに雑音 $n_X = Gn_Y$ だけを引き去ることができる。

¹¹ 図 6.8 の結果からも自転と同期する成分があることが確認できる。

なお実際には、雑音をモニタするために用いた信号は C_2, S_2 の2つである¹²。この場合は、 C_2 に含まれる雑音から X に含まれる雑音への伝達関数 G_{C_2} と S_2 に含まれる雑音から X に含まれる雑音への伝達関数 G_{S_2} をそれぞれ求める必要がある。式(6.24)と同様に、 $C'_2 \equiv C_2 - \overline{C_2}$ 、 $S'_2 \equiv S_2 - \overline{S_2}$ により自転と同期する成分を除いた後、

$$\tilde{G}'_{C_2} \equiv \frac{S_{S'_2} S'_{X C'_2} - S_{X S'_2}^* S_{C'_2 S'_2}}{S_{C'_2 C'_2} S_{S'_2 S'_2} - |S_{C'_2 S'_2}|^2} \quad (6.27)$$

$$\tilde{G}'_{S_2} \equiv \frac{S_{C'_2 C'_2} S'_{X S'_2} - S_{X C'_2}^* S_{S'_2 C'_2}}{S_{C'_2 C'_2} S_{S'_2 S'_2} - |S_{C'_2 S'_2}|^2} \quad (6.28)$$

により伝達関数を推定できる¹³。これを用いて

$$\Delta X_i \equiv X_i - \tilde{G}'_{C_2} C_2 - \tilde{G}'_{S_2} S_2 \quad (6.29)$$

を計算することにより、雑音を取り除くことができる。

6.3.3 雑音を除去した場合の解析結果

実際に式(6.27)(6.28)で求めた伝達関数を用いて、式(6.29)により雑音を除去したところ、直交位相振幅のスペクトルは図6.10のようになった。左側の図が図6.9で示した時系列の直交位相振幅をスペクトルにしたものであり、2倍波による雑音除去を行った後のスペクトルが右側の図である。MS理論では1倍波 C_1, S_1 しか使わないが、補遺Aの球面調和関数展開の枠組みで解析するとき使用する3倍波 C_3, S_3 についてもプロットしてある。自転1回ごとにFourier変換して7回分のデータで平均を取ったスペクトルであるため、スペクトルの最も低周波側の点が自転周波数であり、その付近で雑音除去によって雑音スペクトルが低減されていることがわかる。なお、 2×10^{-4} Hzとその高調波にピークが見えているが、図6.4で確認したように、実験室内の空調がこの周波数(約70分周期)で約1Kほど変動するような温度制御を行っていることがわかっており、その影響によるピークと考えられる。

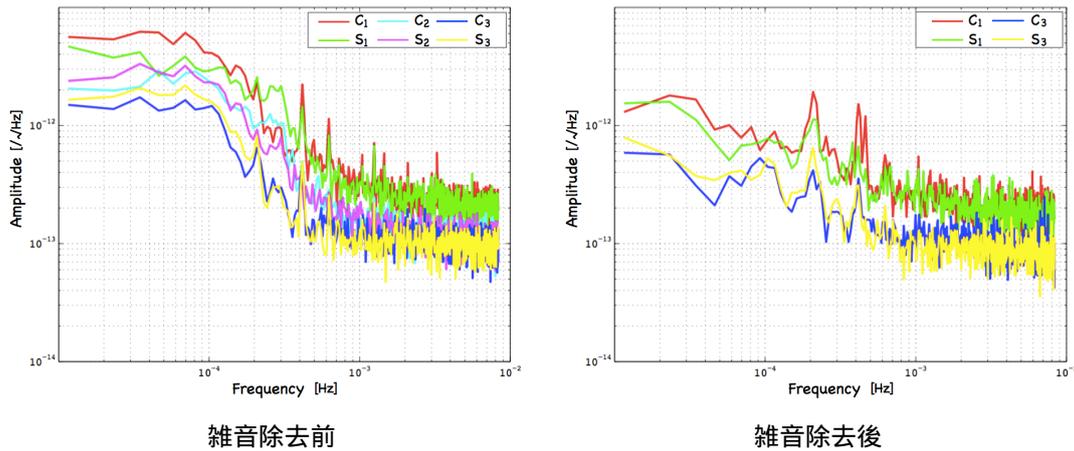


図 6.10: 2倍波により雑音を除去する前後の直交位相振幅のスペクトル。

¹² C_2, S_2 が同じ原因によって変動しているのであれば、モニタ信号として使うのはどちらか片方で十分なはずである。しかし、どちらかを選ぶのに恣意性が入るため両方を用いることにした。2つのモニタ信号を用いても上述の議論は破綻せず、正しく雑音のみを引くことができる。

¹³ 式(6.25)の伝達関数 \tilde{G}' は $|X - G'Y'|^2$ を最小にするような G' によって推定される。同様に、2つのモニタ信号 C_2, S_2 を使う場合には、 $|X - G'_{C_2} C_2 - G'_{S_2} S_2|^2$ を最小にする $\tilde{G}'_{C_2}, \tilde{G}'_{S_2}$ より、式(6.27)(6.28)のように求めることができる。

雑音を除いた後のデータの直交位相振幅 (C_1, S_1) と、前節と同様に SCCEF における直交位相振幅 (C'_1, S'_1) に変換したものをプロットすると、図 6.11 のようになった。式 (6.10) により (C'_1, S'_1) の $\psi = 168^\circ$ 方向を調べることで、各 12 回転ごとのデータ点から $\alpha + 1/2$ を計算すると、図 6.12 のようになる。この分布の平均と標準偏差を求めると、

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{平均: } \overline{\alpha + \frac{1}{2}} = 4.3 \times 10^{-13} \\ \text{標準偏差: } \sigma(\alpha + \frac{1}{2}) = 2.9 \times 10^{-11} \end{array} \right. \quad (6.30)$$

であった。 $\alpha + 1/2$ の自己相関関数を計算すると図 6.13 のようになり、式 (6.14) より相関が残るデータ数は $n \approx 37$ と求まった。したがって、 $\alpha + 1/2$ のデータの有効無相関時間は約 37 分であり、これを使って統計誤差を見積もることができる。また、前節と同様に異方性があると仮定する方向 (赤経 ψ) を変えて $\alpha + 1/2$ を求めてみると、図 6.14 のようになった。まだ測る方向により値がずれる効果が少し残っているが、最大でも統計誤差程度のずれになっている。以上により、 $\alpha + 1/2$ の測定結果は、

$$\alpha + \frac{1}{2} = (0.4 \pm_{\text{stat.}} 1.8 \pm_{\text{sys.}} 2.3) \times 10^{-12} \quad (6.31)$$

のようになる。式 (6.16) で表される 2 倍波を用いて雑音を除去する前の結果と比較すると、統計誤差にはオーダーの変化は無いが多少精度が向上しており、系統誤差は 1 桁小さくなっている。この精度を光速で表すと、 $\delta c/c \sim 2(\alpha + 1/2)v \sim 5 \times 10^{-15}$ であり、先行研究とほぼ同じ精度になっている。

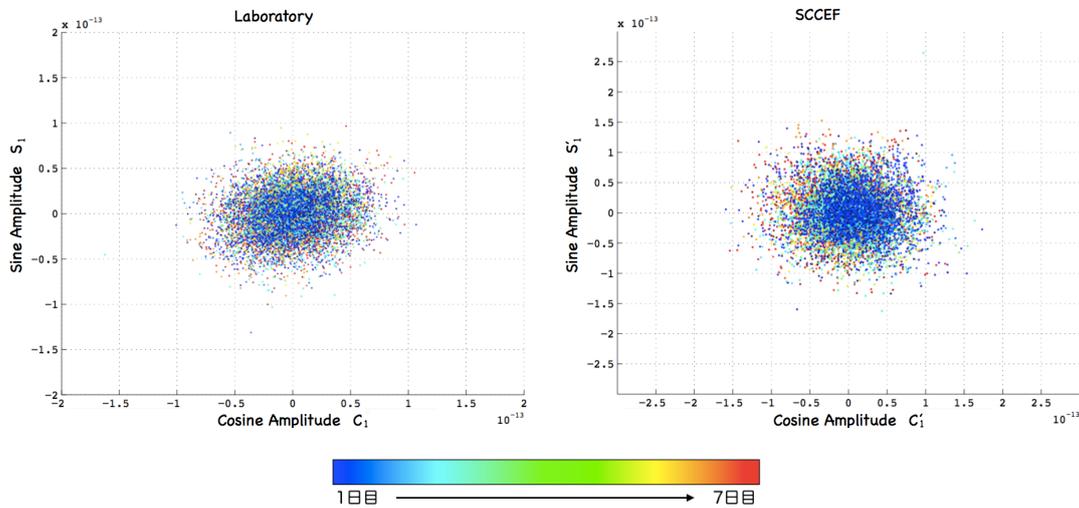


図 6.11: 2 倍波により雑音を除去した場合の実験室系と SCCEF の直交位相振幅。

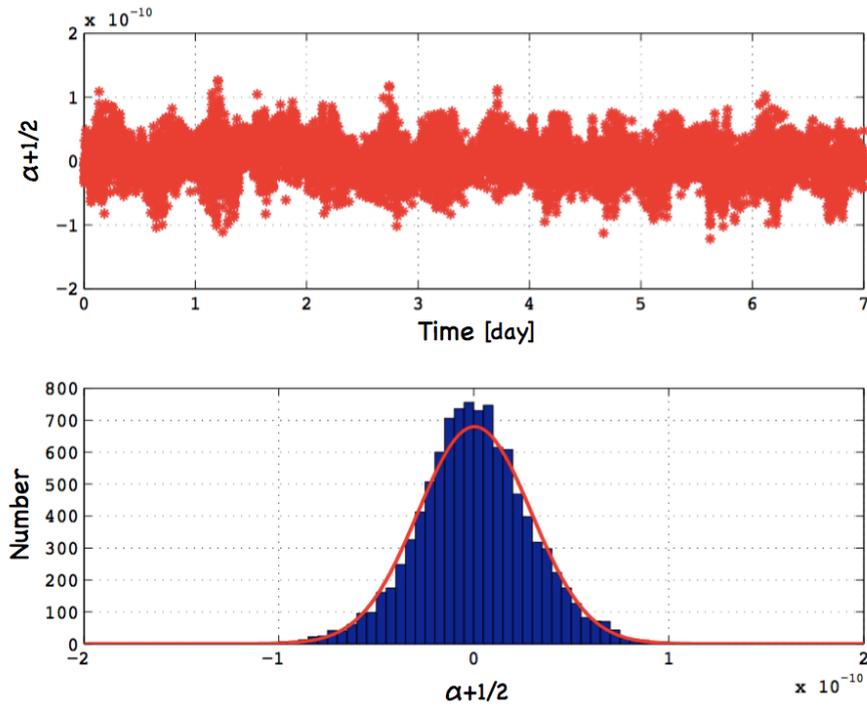


図 6.12: 2 倍波により雑音を除去した場合の $\alpha + 1/2$ の時系列プロットとヒストグラム。ヒストグラムと重ねてプロットしてある赤線は、得られた平均と分散から計算した正規分布である。

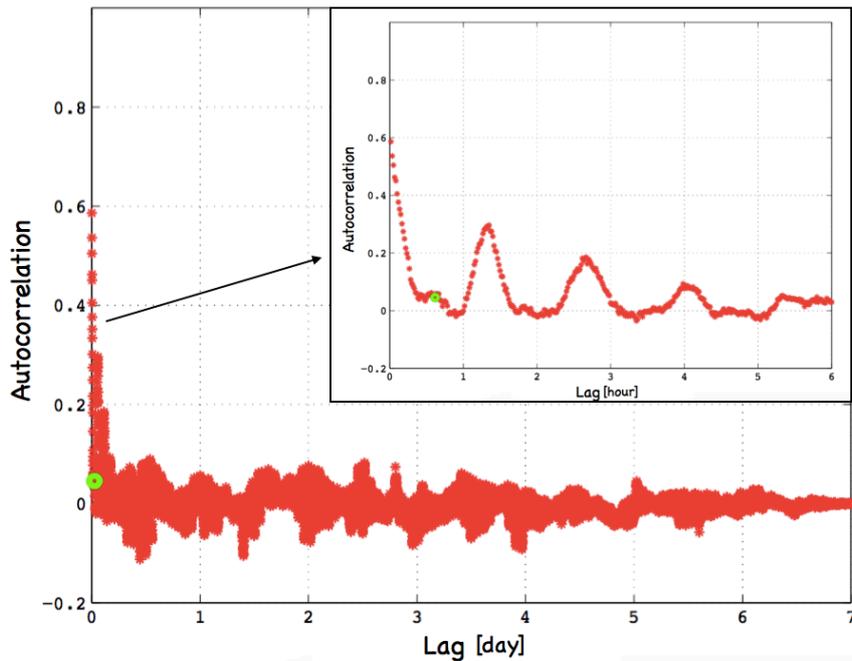


図 6.13: 2 倍波により雑音を除去した場合の $\alpha + 1/2$ の自己相関関数。右上のプロットは 0~6 時間の範囲を拡大したものであり、緑の点は有効無相関時間を表す。

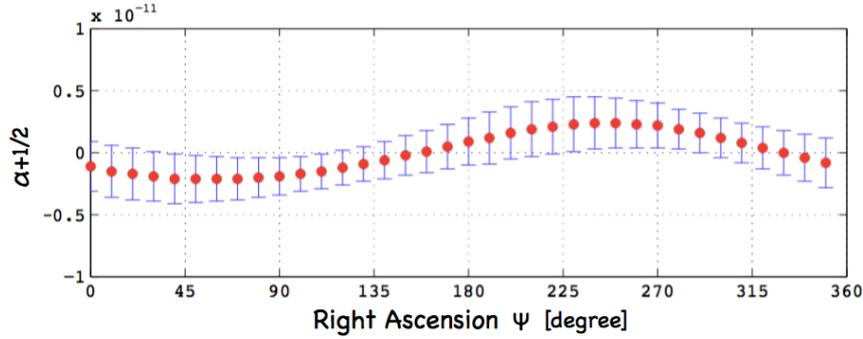


図 6.14: 2 倍波により雑音を除去した場合について、異方性があると仮定する方向 (赤経 ψ) を変えたときの $\alpha + 1/2$ の変化。CMB 静止系を絶対静止系と考えた場合は $\psi = 168^\circ$ 。

6.4 球面調和関数展開の枠組みにおける解析結果

前節までのデータ解析で、7 日間の異方性探査から MS 理論のパラメータ $\alpha + 1/2$ とその精度を求めた。しかし、先行研究 [6] は MS 理論ではなく球面調和関数展開の枠組みで解析しているため、単純に精度を比較することはできない。そこで、今回の異方性探査のデータを用いて球面調和関数展開の枠組みでもデータ解析を行った。この枠組では、光速の異方性 $\delta c \equiv c - 1$ を

$$\delta c(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \text{Re}[(\bar{y}_l^m)^* Y_l^m(\theta, \phi)] \quad (2.24 \text{ 再掲})$$

のように球面調和関数で展開したときの各係数 \bar{y}_l^m に対する制限をつけることを目的とする。このデータ解析の詳細については補遺 A にまとめた通りであり、ここでは結果のみを示す。

前節と同様に 2 倍波 C_2, S_2 を用いて、1 倍波 C_1, S_1 および 3 倍波 C_3, S_3 から雑音を除去¹⁴して各係数 \bar{y}_l^m を求めたところ、表 6.1 のようになり、すべての成分で 2σ 以内の精度で 0 となった。なお、地球の自転軸方向の異方性に対応する \bar{y}_1^0 および \bar{y}_3^0 については、回転と同期する雑音と区別がつかないため求めることはできなかった。先行研究の精度と比較すると、やや及ばない成分もあるもののオーダーとしては同じ精度になっている。本研究では 1 週間、先行研究では約 1 年間と測定時間が異なるため、先行研究と同じ約 1 年間 (≈ 52 週間) の測定を仮定すると、感度はおよそ $\sqrt{52}$ 倍だけ良くなり、先行研究でつけられた最高精度を 5 倍程度更新できると考えられる。

表 6.1: 2 倍波により雑音を除去した場合の球面調和関数展開の係数 [10^{-15}]。

	係数	実部	虚部	[6] の精度
双極子成分	\bar{y}_1^0	測定不可	(無し)	~ 6
	\bar{y}_1^1	4.7 ± 10.8	8.2 ± 7.2	
六重極子成分	\bar{y}_3^0	測定不可	(無し)	~ 2
	\bar{y}_3^1	-1.9 ± 2.6	3.9 ± 3.2	
	\bar{y}_3^2	-2.6 ± 1.6	-1.8 ± 1.8	
	\bar{y}_3^3	-0.6 ± 1.7	-0.5 ± 1.7	

¹⁴この枠組では、1 倍波 C_1, S_1 および 3 倍波 C_3, S_3 には異方性による信号が現れるが、2 倍波 C_2, S_2 には信号が現れない。詳細は補遺 A。

6.5 考察

6.5.1 系統誤差について

まず、 $\alpha + 1/2$ の値をずらしてしまう原因となるものの中で最も大きい効果をもつと考えられるのは、「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変化する」という原因によるものである。雑音除去前はこの効果による大きな系統誤差があったが、2倍波を用いた雑音除去により系統誤差を約1桁減らすことができ、統計誤差程度まで小さくなっている。

次に、 $\alpha + 1/2$ の値の較正についての系統誤差を考えると、偏光解析法の変換効率 H_2 の測定が最も効くと考えられる。 H_2 は 4.3 節で述べたように、オープンループゲイン $G_2 = 10H_2FA$ をレーザーの変調効率 A や回路の伝達関数 F 、ピエゾアンプの倍率 10 で割ることにより求めている。しかし、 A の測定に 5% 程度の誤差があると考えられるため、求めた H_2 にも誤差が生じ、測定された異方性信号の電圧から共振周波数の差 $\delta\nu/\nu$ への較正でずれが生じる。オープンループゲインの測定による誤差なども全て含めた場合、 H_2 の誤差によって生じる $\alpha + 1/2$ の変化は 10% 以内と見積もることができる。また、他に考えられる要因としては、シリコンの屈折率 n や共振器の光路長 L の誤差により生じるものもあるが、いずれも最大 1% 程度と考えられる。

6.5.2 感度を制限している原因について

今回行った異方性探査では、「回転と同期する雑音の振幅が時間変化する」ことが問題となった。 $\alpha + 1/2$ を求めるのに用いる直交位相振幅 C_1, S_1 が時間変化し、特にこれが自転と同期して変化すると、異方性と区別できずに $\alpha + 1/2$ の値をずらしてしまう可能性がある。このような効果のできる限り取り除くために、2倍波 C_2, S_2 を用いて雑音の除去を行った。このような解析を行う場合は信号ごと消してしまわないように注意が必要であるが、6.3 節の議論より、この方法で異方性は消えないことが保証される。

しかし、このような雑音除去を行ってもなお、以下で述べるように感度は回転と同期する雑音によって制限されている。1分 (=12回転) ごとに求めた $\alpha + 1/2$ の分布から、データ点1つあたりの誤差に対応する標準偏差 $\sigma(\alpha + 1/2)$ が式 (6.30) のように求まり、これを平均値の誤差 $\sigma(\overline{\alpha + 1/2})$ に直すと $1/\sqrt{N_{\text{eff}}}$ 倍される。すなわち、実効的なデータ数 N_{eff} が多いほど精度は良くなっていく。しかし、実際には全てのデータを独立とみなすことはできず、相関が残るデータ数は $n \approx 37$ と求まっている。これは約 37 分ごとに1つしか独立なデータが取れていないということを意味し、全てのデータが独立とみなせる場合と比較して、 $\alpha + 1/2$ の精度で $\sqrt{37} \approx 6$ 倍だけ損していることになる。もし、回転と同期する雑音の振幅の変動が十分小さく、求めた直交位相振幅がある値の周りに完全にランダムに分布していれば、このような相関は生じない。したがって、データ間に相関が生じる原因すなわち現在の感度を制限している原因は「回転と同期する雑音の振幅が時間変化する」ことであり、このような雑音を無くすことによって6倍程度感度を向上できる¹⁵。

現在の回転と同期する雑音の原因は、5.3 節で述べたように、ロータリーコネクタを固定する位置がモーターの本来の回転軸とずれていることによって回転台全体に負荷がかかり、この負荷が何らかの経路によって光学系に伝わることで生じるというものである。よって、回転と同期する雑音の振幅が時間変化している原因としてまず考えられるのは、「ロータリーコネクタを固定する位置が時間変化する」ことである。これは、例えばロータリーコネクタを固定しているフレームが

¹⁵さらに「回転と同期する雑音の振幅が時間変化する」という効果は $\sigma(\alpha + 1/2)$ の値自体も大きくしていると考えられる。ここで3倍程度精度を損しているとする、回転と同期する雑音を無くすことで20倍程度感度が向上する可能性もある。これに1年間の測定により精度が5倍になるという効果を加えると、合計で約2桁精度が向上することになり、2.3 節で述べた2桁の精度向上を説明できる。

温度変動によって熱膨張することで、ロータリーコネクタの固定位置が僅かにずれることなどで説明できる。実際に、求めた直交位相振幅をスペクトルにした図 6.10 に注目すると、 2×10^{-4} Hz 付近とその高調波に、約 70 分周期の温度変動が原因と考えられるピークがあり、温度変動の影響で回転と同期する雑音の振幅が変動することが確かめられる。その一方で、「ロータリーコネクタの位置が変化しなくても、回転台にかかる負荷から異方性信号への伝わりやすさが時間変化する」という効果がある可能性も否定できない。しかし、そもそも回転台にかかる負荷がどのようにして異方性信号に影響しているか現時点では全く不明であるため、今後解明していく必要がある。

6.5.3 装置の改良案

現在問題となっているのは、「回転と同期する雑音の振幅が時間変化する」ことであるが、実際には「回転と同期する雑音の振幅の変動」だけを無くすことは難しいと思われるため、回転と同期する雑音そのものを低減する必要がある。このための方法として、4 種類の改良案を考えている。まず 1 つ目は、

改良案 1 光学系の固定方法を工夫して回転台にかかる負荷が光学系に伝わりにくくする

という方法である。現在、光学系は真空デシケータ内に直に置かれている (図 5.4 参照) が、これを例えばゴム足等を挟んでデシケータ内に置いたり、デシケータ内部で懸架したりすることによって、回転台にかかる負荷が光学系に伝わりにくくなり、回転と同期する雑音が低減する可能性がある。この方法は、デシケータの内部のみを変更すれば良いため装置に大幅な変更を加える必要がなく、まず最初に試したい改良案である。他には、

改良案 2 ロータリーコネクタを支えるフレームを設計し直す

という方法も考えられる。ロータリーコネクタの位置の調整は、これまではフレームの長さを手動で変えることによって行ってきたが、マイクロメータ付きステージのようなものを取り付けることで、より微調整できるようになる。また、現在使用しているフレームは有り合わせのもので作ったため、より熱膨張の小さい素材を用いてしっかりとしたものを作ることで、ロータリーコネクタの位置の変動を小さくすることができ、「回転と同期する雑音の振幅の変動」も小さくできる可能性がある。これらの改良を行っても回転と同期する雑音が十分低減されない場合は、回転台に負荷がかかる原因を断つ必要があり、

改良案 3 モーターとロータリーコネクタを近い位置に取り付けられるように改良する

という方法が考えられる。大元の原因として、ロータリーコネクタの位置のずれは、モーターとロータリーコネクタを別の位置に取り付けていることにより生じる。現在のようにモーターを光学定盤上に設置してその上に回転台や光学系などを載せるのであれば、できるだけモーターに近い位置にロータリーコネクタを取り付けられるように変更する。ロータリーコネクタ付きモーターのようなものがあれば最も良い。また、モーターとロータリーコネクタを逆に上部に取り付けて、回転台ごと全体を吊り下げるという方法も考えられる。そうすることで、回転台にかかる負荷だけでなく、回転によって生じる振動も低減できる可能性がある。最後に、

改良案 4 光学系を現在のセミモノリシック光学系からモノリシック光学系に変更する

という方法もある。モノリシック光学系では光学素子を土台となる板に直接接着するため、セミモノリシック光学系よりもしっかりと固定されており、回転台にかかる負荷の影響を受けにくいという可能性がある。現在同じ研究室で、片道光速の異方性探査のためのモノリシック光学系が開発中であるため、その完成が待たれる。

第6章のまとめ

- MS理論では、赤経 $\psi = 168^\circ$ 方向 (CMB 静止系に対する SCCEF の速度方向) にのみ光速の異方性があるという前提になっている。そのため、実験室系における異方性信号の直交位相振幅 C_1, S_1 を SCCEF の直交位相振幅 C'_1, S'_1 に座標変換し、その $\psi = 168^\circ$ 方向成分を調べることで $\alpha + 1/2$ を求めることができる。
- 測定された異方性信号からそのまま $\alpha + 1/2$ を求めた場合の解析結果は、 $\alpha + 1/2 = (3.0 \pm_{\text{stat.}} 3.1 \pm_{\text{sys.}} 20) \times 10^{-12}$ のようになった。「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変動する」という効果によって大きな系統誤差が含まれる。
- 2倍波を用いて「回転と同期する雑音の振幅の変動」を取り除くことができる。この場合の解析結果は $\alpha + 1/2 = (0.4 \pm_{\text{stat.}} 1.8 \pm_{\text{sys.}} 2.3) \times 10^{-12}$ ($|\delta c/c| \lesssim 5 \times 10^{-15}$) であり、先行研究の精度と同じオーダーである。
- 1年間の測定を仮定すると、先行研究で得られた最高感度を5倍程度精度を更新できる。
- 現在の感度は、「回転と同期する雑音の振幅の変動」の効果により制限されている。回転と同期する雑音そのものを無くせるように装置を改良することで、少なくとも6倍精度を向上できる。

第 7 章 結論

本研究では、光路の一部に媒質をいれた非対称光リング共振器を用いて、片道光速の異方性探査を行っている。通常の光リング共振器では片道光速の異方性に感度はもたないが、媒質を入れることで片道光速の異方性に感度をもつようになる。先行研究では片道光速の異方性探査の過去最高精度 $|\delta c/c| \lesssim 6 \times 10^{-15}$ を達成しており、光学系の回転によって生じる振動により感度が制限されていた。そこで、振動による雑音を低減するために、主に以下の 2 点について装置の改良を行った。

改良点 1 振動に対する感度を低減するために、光学系をセミモノリシック光学系に改良。

改良点 2 振動そのものを低減するために、連続回転できるように回転機構を改良。

これらの改良により、異方性信号 (= 両周りの共振周波数の差の信号) の雑音は低減したが、新たに回転と同期する雑音の問題となることがわかった。しかし、先行研究ではそれ以外の雑音が大きかったことに加えて光学系を連続回転させることができなかったことから、回転と同期する雑音についてあまり詳しく調べられてこなかった。したがって、回転と同期する雑音について、その原因を考察したり問題点を洗い出したりできたことも今回行った改良の成果といえる。

また、改良後の装置の感度を評価するために 7 日間にわたって異方性探査を行い、MS 理論のパラメータ $\alpha + 1/2$ と異方性を球面調和関数展開したときの係数 \bar{y}_l^m を評価した。測定された異方性信号からそのまま $\alpha + 1/2$ を求めた場合は、

$$\alpha + \frac{1}{2} = (3.0 \pm_{\text{stat.}} 3.1 \pm_{\text{sys.}} 20) \times 10^{-12} \quad (6.15 \text{ 再掲})$$

のようになり、「回転と同期する雑音の振幅が自転と同期して変動する」という効果によって系統誤差が大きくなった。しかし、回転周波数の 2 倍波を用いて「回転と同期する雑音の振幅の変動」を取り除くことができ、この場合の解析結果は、

$$\alpha + \frac{1}{2} = (0.4 \pm_{\text{stat.}} 1.8 \pm_{\text{sys.}} 2.3) \times 10^{-12} \quad (6.31 \text{ 再掲})$$

のように特に系統誤差を低減することができた。この精度を光速で表すと、 $|\delta c/c| \lesssim 5 \times 10^{-15}$ であり、先行研究でつけられた制限とほぼ同じ精度になっている。測定時間の違いを考慮して、先行研究と同じ約 1 年間の測定を仮定すると、先行研究でつけられた最高精度を 5 倍程度更新できる装置の開発に成功したといえる。

現在の感度は、「回転と同期する雑音の振幅が変動する」という効果により制限されており、そのような雑音を十分小さく抑えることで、さらに少なくとも約 6 倍感度を向上させることができる。現在の回転と同期する雑音の原因は、ロータリーコネクタを固定する位置がモーターの本来の回転軸とずれていることによって回転台全体に負荷がかかり、この負荷が何らかの経路によって光学系に伝わることで生じるというものである。したがって、さらなる感度の向上のためには、光学系の固定法の改良、ロータリーコネクタを支えるフレームの再設計、さらには回転機構や光学系の見直しなどを行って、回転と同期する雑音を低減する必要がある。

補遺 A 球面調和関数展開の枠組みでの解析

ここでは、光速の異方性 $\delta c \equiv c - 1$ を

$$\delta c(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \operatorname{Re}[(\bar{y}_l^m)^* Y_l^m(\theta, \phi)] \quad (2.24 \text{ 再掲})$$

のように球面調和関数で展開し、測定された異方性信号から各係数 \bar{y}_l^m を求める方法とその解析結果についてまとめる。なお、座標系は 6.1 節と同様に SCCEF を考え、方向を表す θ, ϕ は SCCEF の極座標とする。また、 l が奇数の成分が片道光速の異方性に対応しているが、ここでは高次の異方性ほど小さく無視できると考えて $l = 1, 3$ (双極子成分と六重極子成分) のみを考える。

A.1 座標変換

図 A.1 のように、実験室系において光が進む方向を表す単位ベクトル $\hat{e}_{\text{lab}} = (\cos \Theta, \sin \Theta, 0)^T$ を SCCEF に変換したとき、 $\hat{e}_{\text{SCCEF}} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)^T$ になるとする。この座標変換は、式 (6.4) の変換行列 R を用いて $\hat{e}_{\text{SCCEF}} = R^{-1} \hat{e}_{\text{lab}}$ と表すことができる。よって、SCCEF の θ, ϕ と実験室系の Θ の間には、

$$\begin{cases} \sin \theta \cos \phi = \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} \cos \Theta - \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} \sin \Theta \\ \sin \theta \sin \phi = \cos \chi \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} \cos \Theta + \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} \sin \Theta \\ \cos \theta = -\sin \chi \cos \Theta \end{cases} \quad (A.1)$$

のような関係が成り立つ。以下の異方性信号の計算では、 θ, ϕ は必ずこの左辺の形で現れるため、これ以上計算する必要はない。

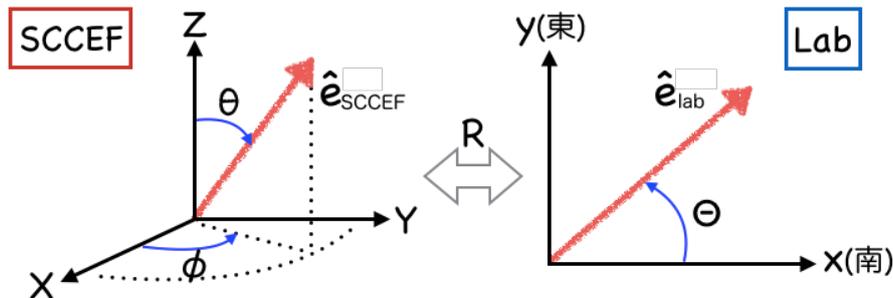


図 A.1: SCCEF と実験室系。 \hat{e}_{SCCEF} と \hat{e}_{lab} は、それぞれ SCCEF と実験室系で光が進む方向を表す単位ベクトルであり、その間の変換は行列 R で表される。

A.2 異方性信号

3.1 節では MS 理論の光速に対して異方性信号がどのような形で表されるかを導いた。それと全く同様の方法で、球面調和関数展開で表された光速に対する異方性信号を計算することができる。式 (A.1) の変換を用いて、実験室系における光速の異方性の (l, m) 成分を

$$\begin{aligned}\delta c_l^m(\Theta) &\equiv \delta c_l^m(\theta(\Theta), \phi(\Theta)) \\ &= \text{Re}[(\bar{y}_l^m)^* Y_l^m(\theta(\Theta), \phi(\Theta))] \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

と表すことにすると、異方性信号は

$$\begin{aligned}\frac{\delta \nu}{\nu} &= 2 \sum_{l=\text{odd}} \sum_{m=0}^l \left[\frac{L_A}{L_{\text{opt}}} \delta c_l^m(\omega_{\text{rot}} t - \xi + \zeta) + \frac{n L_B}{L_{\text{opt}}} \delta c_l^m(\omega_{\text{rot}} t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{L_C}{L_{\text{opt}}} \delta c_l^m(\omega_{\text{rot}} t - \xi - \zeta - \pi) + \frac{L_D}{L_{\text{opt}}} \delta c_l^m(\omega_{\text{rot}} t - \xi - \pi/2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

のようになり、 l が奇数の成分 (片道光速の異方性) のみが寄与する¹。この式から異方性信号の具体形を計算する課程は非常に煩雑であるため、以下では例として $(l, m) = (1, 1)$ 成分の計算のみを示し、他の成分については次節で結果のみを示すことにする。

光速の異方性の $(l, m) = (1, 1)$ 成分は、式 (A.1)(A.2) を用いると、

$$\begin{aligned}\delta c_1^1(\Theta) &= \text{Re}[(\bar{y}_1^1)^* Y_1^1(\theta, \phi)] \\ &= \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \text{Re}[(\bar{y}_1^1)^* \sin \theta e^{i\phi}] \\ &= \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \text{Re}[(\bar{y}_1^1)^* (\cos \chi \cos \Theta + i \sin \Theta) e^{i\omega_{\oplus} T_{\oplus}}] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

のように表せる。これを式 (A.3) に代入すると、 $(l, m) = (1, 1)$ 成分の異方性信号への寄与は、

$$\frac{\delta \nu_1^1}{\nu} = \frac{2(n-1)L_B}{L_{\text{opt}}} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \text{Re}[(\bar{y}_1^1)^* (\cos \chi \cos \omega_{\text{rot}} t + i \sin \omega_{\text{rot}} t) e^{i\omega_{\oplus} T_{\oplus}}] \quad (\text{A.5})$$

になる。この式から、回転周波数から地球の自転周波数だけ離れた周波数 $f_{\text{rot}} \pm f_{\oplus}$ に信号が現れることがわかる。

他の成分からの寄与についても同様に計算することができ、信号の現れる周波数は図 A.2 のようになる。 $l = 1$ の双極子成分からの寄与は回転周波数 f_{rot} とそこから自転周波数 f_{\oplus} だけ離れた周波数に信号が現れる。 $l = 3$ の六重極子成分になるとより複雑になり、回転周波数とその3倍波の周りに信号が現れる。ここでは $l = 1, 3$ のみを考えているため、信号の現れる周波数は $f = m_{\text{rot}} f_{\text{rot}} + m_{\oplus} f_{\oplus}$ ($m_{\text{rot}} = 1, 3$; $m_{\oplus} = 1, 2, 3$) のようにまとめることができる。

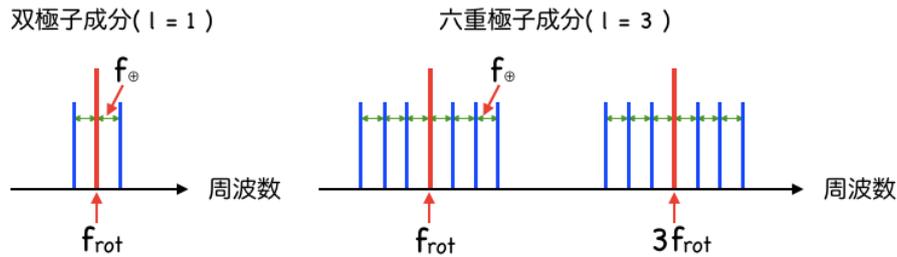


図 A.2: 光速の異方性の双極子成分と六重極子成分の信号の現れる周波数。

¹ $L_A, L_B, L_C, L_D, L_{\text{opt}}$ および ξ, ζ の定義は 3.1 節参照。

A.3 解析方法

前節で述べたように異方性は様々な周波数 $f = m_{\text{rot}}f_{\text{rot}} + m_{\oplus}f_{\oplus}$ ($m_{\text{rot}} = 1, 3; m_{\oplus} = 1, 2, 3$) に現れるため、これらの信号を分離する必要がある。回転周波数 f_{rot} は自転周波数 f_{\oplus} に比べて十分速いので、まずは異方性信号を回転周波数で復調して直交位相振幅 ($C_{m_{\text{rot}}}, S_{m_{\text{rot}}}$) を求める。

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \sum_{m_{\text{rot}} > 0} [C_{m_{\text{rot}}} \cos(m_{\text{rot}}\omega_{\text{rot}}t) + S_{m_{\text{rot}}} \sin(m_{\text{rot}}\omega_{\text{rot}}t)] \quad (\text{A.6})$$

さらに求めた直交位相振幅を自転周波数で復調して、元の直交位相振幅の平均値 ($\bar{C}_{m_{\text{rot}}}, \bar{S}_{m_{\text{rot}}}$) と復調振幅 ($C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C, C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S, S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C, S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$) を求める。

$$C_{m_{\text{rot}}} = \bar{C}_{m_{\text{rot}}} + \sum_{m_{\oplus} > 0} [C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C \cos(m_{\oplus}\omega_{\oplus}t) + C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S \sin(m_{\oplus}\omega_{\oplus}t)] \quad (\text{A.7})$$

$$S_{m_{\text{rot}}} = \bar{S}_{m_{\text{rot}}} + \sum_{m_{\oplus} > 0} [S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C \cos(m_{\oplus}\omega_{\oplus}t) + S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S \sin(m_{\oplus}\omega_{\oplus}t)] \quad (\text{A.8})$$

前節のような計算から、各異方性成分 \bar{y}_l^m がどの復調振幅にどのように寄与するかを求めることができ、それをまとめると表 A.1 のようになる [6]。

実際にデータ解析を行うときには、MS 理論の解析の場合と同様に 12 回転ごとに式 (A.6) の直交位相振幅 ($C_{m_{\text{rot}}}, S_{m_{\text{rot}}}$) を求める。さらにこの直交位相振幅を自転 1 回分ごとに分け、式 (A.7)(A.8) の復調振幅 ($C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C, C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S, S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C, S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$) を求める。7 日間の測定により各復調振幅は 7 点ずつ求まるため、その平均と分散を計算する。この分散の逆数で重み付けして重み付き最小二乗法を用いることにより、実験結果を最もよく説明する係数 \bar{y}_l^m を求める。

表 A.1: 各復調振幅に含まれる異方性の寄与。

m_{rot}	m_{\oplus}	$C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C$	$C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$	$S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C$	$S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$
1	-	$\bar{C}_1 : -0.22\bar{y}_1^0 + 0.089\bar{y}_3^0$		$\bar{S}_1 : 0$	
	1	$0.11\text{Re}[\bar{y}_1^1]$ $+0.16\text{Re}[\bar{y}_3^1]$	$0.11\text{Im}[\bar{y}_1^1]$ $+0.16\text{Im}[\bar{y}_3^1]$	$0.19\text{Im}[\bar{y}_1^1]$ $-0.032\text{Im}[\bar{y}_3^1]$	$-0.19\text{Re}[\bar{y}_1^1]$ $+0.032\text{Re}[\bar{y}_3^1]$
	2	$-0.0025\text{Re}[\bar{y}_3^2]$	$-0.0025\text{Im}[\bar{y}_3^2]$	$-0.14\text{Im}[\bar{y}_3^2]$	$0.14\text{Re}[\bar{y}_3^2]$
	3	$-0.067\text{Re}[\bar{y}_3^3]$	$-0.067\text{Im}[\bar{y}_3^3]$	$-0.12\text{Im}[\bar{y}_3^3]$	$0.12\text{Re}[\bar{y}_3^3]$
3	-	$\bar{C}_3 : -0.17\bar{y}_3^0$		$\bar{S}_3 : 0.18\bar{y}_3^0$	
	1	$0.10\text{Re}[\bar{y}_3^1]$ $+0.19\text{Im}[\bar{y}_3^1]$	$-0.19\text{Re}[\bar{y}_3^1]$ $+0.10\text{Im}[\bar{y}_3^1]$	$-0.11\text{Re}[\bar{y}_3^1]$ $+0.18\text{Im}[\bar{y}_3^1]$	$-0.18\text{Re}[\bar{y}_3^1]$ $-0.11\text{Im}[\bar{y}_3^1]$
	2	$-0.19\text{Re}[\bar{y}_3^2]$ $-0.17\text{Im}[\bar{y}_3^2]$	$0.17\text{Re}[\bar{y}_3^2]$ $-0.19\text{Im}[\bar{y}_3^2]$	$0.20\text{Re}[\bar{y}_3^2]$ $-0.16\text{Im}[\bar{y}_3^2]$	$0.16\text{Re}[\bar{y}_3^2]$ $+0.20\text{Im}[\bar{y}_3^2]$
	3	$0.14\text{Re}[\bar{y}_3^3]$ $+0.15\text{Im}[\bar{y}_3^3]$	$-0.15\text{Re}[\bar{y}_3^3]$ $+0.14\text{Im}[\bar{y}_3^3]$	$-0.14\text{Re}[\bar{y}_3^3]$ $+0.14\text{Im}[\bar{y}_3^3]$	$-0.14\text{Re}[\bar{y}_3^3]$ $-0.14\text{Im}[\bar{y}_3^3]$

A.4 解析結果

まず、2 倍波による雑音除去を行わない場合の復調振幅は表 A.2 のようになった。特に、回転と同期する雑音をそのまま反映する $\bar{C}_1, \bar{S}_1, \bar{C}_3, \bar{S}_3$ で値が大きく 0 から外れていることがわかる。

表 A.1 からわかる通り、本来これらの成分から \bar{y}_1^0, \bar{y}_3^0 (自転軸に対して対称な成分) を求めることができる。しかし、測定された復調振幅が雑音ではなく異方性だと考えると、例えば \bar{C}_1 の結果から $\bar{y}_1^0 \sim 10^{-12}$ などとなってしまい、先行研究でつけられた制限よりも2桁大きな異方性があることになってしまう。したがって、異方性ではなく雑音である可能性が高く、 \bar{y}_1^0, \bar{y}_3^0 は正しく測定することができない²。また、他の復調振幅についても0から 2σ 以上ずれているものが4つあり、この結果から正しく係数 \bar{y}_l^m を求めることはできないと考えられる。

一方、6.3節と同様の方法により、2倍波 (C_2, S_2) を用いて1倍波 (C_1, S_1) および3倍波 (C_3, S_3) から雑音を除去すると、復調振幅は表 A.3 のように求まり、ほぼ全ての復調振幅で雑音除去前よりも誤差が小さくなった。このことは自転1回ごとに求めた復調振幅をプロットした図 A.3 から確認することができる。また、 C_{32}^C を除くと 2σ 以内の精度で0と一致し³、 C_{32}^C についても 3σ の精度で0と一致していることがわかる。これを誤差の範囲と考えて重み付き最小二乗法により係数 \bar{y}_l^m を求めると、表 A.4 のようになった。正しく測定できない \bar{y}_1^0, \bar{y}_3^0 を除くすべての双極子、六重極子成分について 2σ 以内で0と一致し、有意な異方性は見つからなかった。また、先行研究 [6] の精度と比較すると、やや及ばない成分もあるもののオーダーとしては同じ精度になっている。現在の感度で先行研究と同じ約1年間 (=約52週間) の測定を仮定すると、およそ $\sqrt{52} \approx 7$ 倍精度が向上し、先行研究でつけられた制限を約5倍更新できると考えられる。

表 A.2: 雑音を除去せずにそのまま求めた場合の復調振幅 [10^{-15}]。

m_{rot}	m_{\oplus}	$C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C$	$C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$	$S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C$	$S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$
1	-	$\bar{C}_1 : -206 \pm 5$		$\bar{S}_1 : 146 \pm 4$	
	1	5.2 ± 7.6	23.7 ± 3.8	6.8 ± 8.2	-13.1 ± 4.4
	2	-1.0 ± 9.0	-8.8 ± 9.4	1.1 ± 3.6	0.7 ± 4.1
	3	2.0 ± 7.0	8.2 ± 10.0	-6.8 ± 4.3	-9.5 ± 7.4
3	-	$\bar{C}_3 : -15 \pm 2$		$\bar{S}_3 : -17 \pm 2$	
	1	1.5 ± 2.5	6.3 ± 1.0	-2.1 ± 3.0	-4.3 ± 1.0
	2	1.8 ± 2.0	-1.6 ± 2.2	0.9 ± 2.5	1.6 ± 3.0
	3	-0.4 ± 2.3	3.6 ± 2.4	-0.5 ± 2.3	-4.6 ± 3.2

表 A.3: 2倍波により雑音を除去した場合の復調振幅 [10^{-15}]。

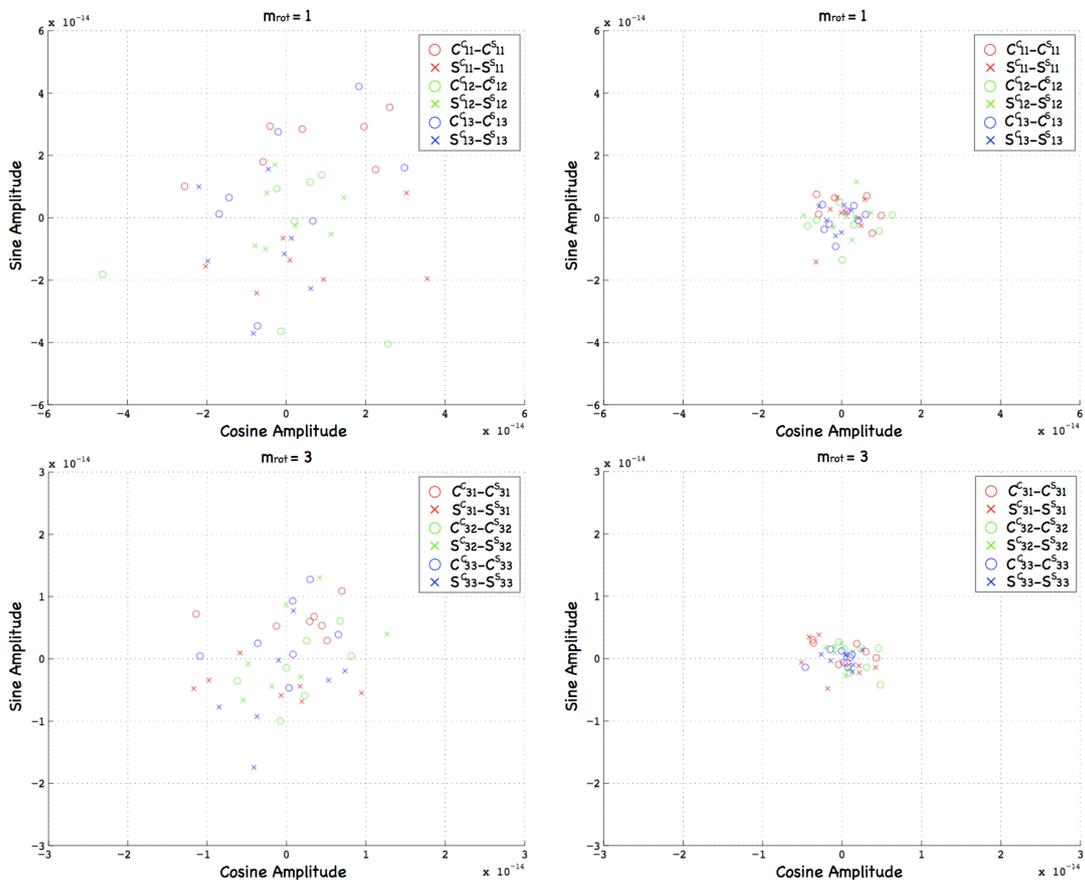
m_{rot}	m_{\oplus}	$C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C$	$C_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$	$S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^C$	$S_{m_{\text{rot}}m_{\oplus}}^S$
1	-	$\bar{C}_1 : -$		$\bar{S}_1 : -$	
	1	1.6 ± 2.7	2.8 ± 1.8	0.6 ± 1.9	-0.0 ± 2.8
	2	1.4 ± 3.2	-2.5 ± 2.3	1.0 ± 2.2	0.6 ± 2.3
	3	-0.1 ± 1.8	-1.0 ± 1.9	-1.0 ± 1.2	0.1 ± 1.6
3	-	$\bar{C}_3 : -$		$\bar{S}_3 : -$	
	1	0.3 ± 1.3	1.1 ± 0.6	-0.8 ± 1.5	-0.4 ± 1.3
	2	2.3 ± 0.8	-0.1 ± 1.1	-0.2 ± 0.5	0.6 ± 0.8
	3	-0.4 ± 0.8	0.0 ± 0.5	0.3 ± 0.7	-0.0 ± 0.5

²「先行研究で否定されているから雑音である」という論理はやや強引であるが、自転軸に対して軸対称な成分のみ大きな異方性をもつというのも不自然であるため、ここでは雑音と考える。自転軸に対して軸対称な成分は自転によって変動がわからないため、回転と同期する雑音があるとこれらの異方性と区別することができない。

³6.3節の議論により、この雑音除去により異方性ごと消してしまうことはない保証されているので、このようにほぼ全ての復調振幅で誤差が小さくなり、さらにその範囲で0と一致するということによって、2倍波を用いた雑音除去の信憑性が上がると考えられる。異方性は消さないものの雑音除去が上手く行かないような場合には、誤差が全く小さくならなかったり、誤差が小さくなくても多くの復調振幅で0から外れた値になったりすると考えられるためである。

表 A.4: 2 倍波により雑音を除去した場合の球面調和関数展開の係数 $[10^{-15}]$ 。

	係数	実部	虚部	[6] の精度
双極子成分	\bar{y}_1^0	測定不可	(無し)	~ 6
	\bar{y}_1^1	4.7 ± 10.8	8.2 ± 7.2	
六重極子成分	\bar{y}_3^0	測定不可	(無し)	~ 2
	\bar{y}_3^1	-1.9 ± 2.6	3.9 ± 3.2	
	\bar{y}_3^2	-2.6 ± 1.6	-1.8 ± 1.8	
	\bar{y}_3^3	-0.6 ± 1.7	-0.5 ± 1.7	



倍波による雑音除去を行わない場合

2 倍波による雑音除去を行った場合

図 A.3: 復調振幅の分布。自転 1 回ごとに求めるため、各復調振幅について 7 個のデータ点がある。

補遺 B フィードバック制御

本研究では、レーザーの周波数制御を行うためにフィードバック制御を用いている。フィードバック制御とは、ある物理量をモニタしてそれを負帰還することにより、その変動を打ち消して物理量を一定に保つように制御を行うことである。ここでは、フィードバック制御や制御を行ったときの雑音レベルの見積もりなどについて、本論文を読むのに必要となる基本的な内容をまとめる。

B.1 伝達関数

ここでは線形系を扱う。図 B.1 のように入力 $x(t)$ に対して出力が $y(t)$ となることを $x(t) \mapsto y(t)$ のように表したとき、次の 2 つの条件が成り立つような系を線形系と呼ぶ。

定数倍の変換 $x(t) \mapsto y(t)$, $a = \text{const.}$ のとき、 $ax(t) \mapsto ay(t)$

和の変換 $x_1(t) \mapsto y_1(t)$, $x_2(t) \mapsto y_2(t)$ のとき、 $x_1(t) + x_2(t) \mapsto y_1(t) + y_2(t)$

例えば、定数倍 $y(t) = ax(t)$ 、微分 $y(t) = dx(t)/dt$ 、積分 $y(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau$ などが線形系の典型的な例であり、さらに高階微積分やこれらの線形結合もまた線形系になる。このように、時間領域で考えると線形系は微分/積分演算子を使って表されるが、Laplace 変換

$$X(s) = \int_0^t x(t)e^{-st} dt \quad (\text{B.1})$$

により変換された入力 $X(s)$ と出力 $Y(s)$ を考えると、その比をある関数 $H(s)$ で表すことができ、

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (\text{B.2})$$

のように簡単な形になることが知られている。このとき、 $H(s)$ をこの線形系の伝達関数といい、図 B.1 のような図をブロックダイアグラムという。なお、角周波数 ω の成分について考えたい場合は $s = i\omega$ を代入すればよい。

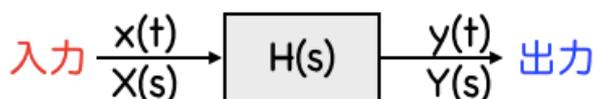


図 B.1: 線形系のブロックダイアグラム。 $H(s)$ は系の伝達関数を表す。

B.2 制御の原理とオープンループ伝達関数

フィードバック制御は一般に、図 B.2 のように制御対象となる信号 x_0 をまずセンサ H によりモニタし、このエラー信号をフィルタ F 、アクチュエータ A を通して負帰還することにより、残留変動 x が元の変動 x_0 よりも小さくなるように制御を行う。これを式で表すと、

$$x = x_0 - HFAx \quad \therefore x = \frac{x_0}{1+G} \quad (\text{B.3})$$

のようになる。ここで、 $G \equiv HFA$ はフィードバックループ 1 周分の伝達関数であり、オープンループ伝達関数と呼ばれる。

オープンループ伝達関数は、どの帯域でも $|G| \gg 1$ とすることはできず、一般に高周波極限で $G \rightarrow 0$ になる。 $|G| \gg 1$ となる周波数帯域では残留変動 x を元の変動 x_0 よりも小さく抑えることができ、この帯域を制御帯域という。また、 $|G| = 1$ となる周波数を UGF (Unity Gain Frequency) といい、この付近での G の位相によって制御が安定かどうかが決まる。例えば、UGF における位相が -180° に近い場合、この周波数で $G \approx -1$ となるので x は発散してしまい、制御は不安定である。このように制御系が安定かどうかを判断する場合、次の Nyquist 判定法が便利である。

Nyquist 判定法

図 B.3 のようにオープンループ伝達関数を周波数帯域 $[0, \infty)$ にわたり複素平面上にプロットすると、一般に $f = 0$ から $f = \infty$ にかけて時計回りに回るような軌跡になる。このような図を Nyquist 線図といい、赤線のように $G = -1$ を表す点を囲む場合は制御が不安定になり、青線や緑線のように $G = -1$ を表す点を囲まない場合は安定である。

UGF における G の位相と -180° とのずれ $\theta_M \equiv \arg[G(\text{UGF})] + 180^\circ$ を位相余裕といい、Nyquist 判定法は「 $\theta_M > 0$ ならば制御は安定」と言い換えることができる。経験上、位相余裕 θ_M を 30° 以上確保していれば、制御は十分安定になる。

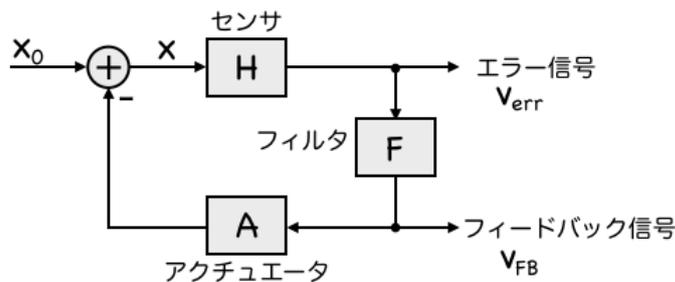


図 B.2: フィードバック制御のブロックダイアグラム。
元の変動 x_0 に対して、 x の変動が小さくなるように負帰還をかけることで制御を行う。

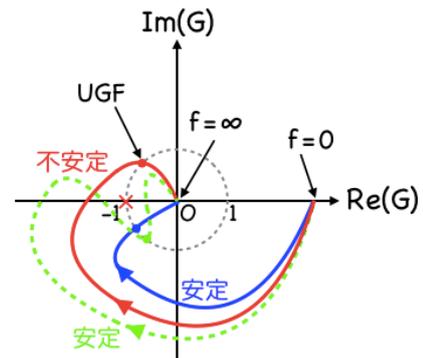


図 B.3: オープンループ伝達関数の Nyquist 線図。

B.3 オープンループ伝達関数の測定

Nyquist 判定法などにより制御の安定性を確認するためには、オープンループ伝達関数を測定する必要がある。そのためには、図 B.4 のようにフィードバックループの途中に信号 s_{in} を注入し、その前後の信号 s_1 , s_2 の比を求めれば良い。信号を注入する場所はループ内であればどこでも良いが、ここではフィルタ F とアクチュエータ A の間で行うとすると、ループ内の信号 x は

$$x = x_0 - A(HFx + s_{in}) \quad \therefore x = \frac{x_0 - As_{in}}{1 + G} \quad (\text{B.4})$$

である。よって、信号を注入した場所の前後の信号は、

$$s_1 = HFx = \frac{HFx_0 - Gs_{in}}{1 + G} \quad (\text{B.5})$$

$$s_2 = s_1 + s_{in} = \frac{HFx_0 + s_{in}}{1 + G} \quad (\text{B.6})$$

のようになる。したがって、十分大きな信号 ($s_{in} \gg HFx_0$) を注入したとすると、 s_1 と s_2 の比をとることにより、

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{HFx_0 - Gs_{in}}{HFx_0 + s_{in}} \approx -G \quad (\text{B.7})$$

のようになり、オープンループ伝達関数を測定することができる。実際に測定を行うときには、 s_{in} として測定したい周波数の正弦波を注入し、その前後の信号の振幅の比と位相のずれを測定する。

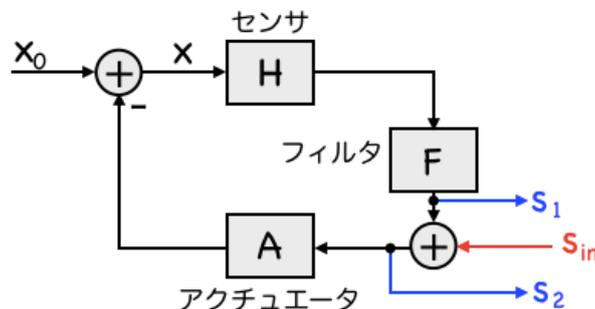


図 B.4: オープンループ伝達関数の測定方法。フィードバックループの一部に信号 s_{in} を注入し、その前後の信号 s_1 と s_2 の比をとることによって測定できる。

B.4 雑音レベルの見積もり

B.4.1 残留変動の見積もり

理想的なフィードバック制御系では、 $|G|$ が十分大きい帯域では残留変動が $x \rightarrow 0$ となるように制御がかかる。しかし、実際にはセンサやフィルタの雑音が混入し、実現できる残留変動の大きさに制限がかかってしまう。そこで、図 B.5 のようにセンサ雑音 n_S , $n_{S'}$ とフィルタ雑音 n_F についても考えたときの残留変動 x の表式と、実際測定するときどのようにして残留変動を評価できるかについて説明する。なお、フィルタ雑音 n_F は、フィルタのゲイン調整などを行っても変わらないようにするため、入力に換算した量で表すことにする。

まず始めに、このときの残留変動を求めると、

$$x = x_0 - FA(Hx + n_S + n_F) \quad \therefore x = \frac{x_0 - FA(n_S + n_F)}{1 + G} \quad (\text{B.8})$$

のようになる。よってセンサ効率 H が一定である限り、オープンループ伝達関数を $|G| \rightarrow \infty$ としても、残留変動は $x \rightarrow (n_S + n_F)/H$ のように 0 にはならずセンサやフィルタの雑音で制限されてしまうことがわかる。このときエラー信号は、

$$v_{\text{err}} = Hx + n_S = \frac{Hx_0 + n_S - Gn_F}{1 + G} \quad (\text{B.9})$$

であり、このエラー信号から残留変動 x を見積もろうとすると、

$$x^{(\text{err})} \equiv \frac{v_{\text{err}}}{H} = \frac{x_0 + n_S/H - FAn_F}{1 + G} \quad (\text{B.10})$$

のようになる。式 (B.8) と式 (B.10) を比較すると、エラー信号から見積もった残留変動 $x^{(\text{err})}$ は、センサ雑音 n_S の分だけ変動を過小評価してしまっていることがわかる。

そこで、実際に残留変動 x を正しく評価したい場合は、図 B.5 のように制御ループ内 (in-loop) のエラー信号 v_{err} とは別に、ループ外 (out-of-loop) のモニタ信号 v_{mon} を使って評価を行う。モニタ信号は、

$$v_{\text{mon}} = H'x + n_{S'} \quad (\text{B.11})$$

であり、これを使って残留変動を見積もると、

$$x^{(\text{mon})} \equiv \frac{v_{\text{mon}}}{H'} = \frac{x_0 - FA(n_S + n_F)}{1 + G} + \frac{n_{S'}}{H'} \quad (\text{B.12})$$

のようになる。式 (B.8) と式 (B.12) を比較すると、モニタ信号から見積もった残留変動 $x^{(\text{mon})}$ はセンサ雑音 $n_{S'}$ の分だけ過大評価にはいるが、2つのセンサの雑音とセンサ効率が同程度であるとすればエラー信号から見積もるよりも良い評価になっていることがわかる。

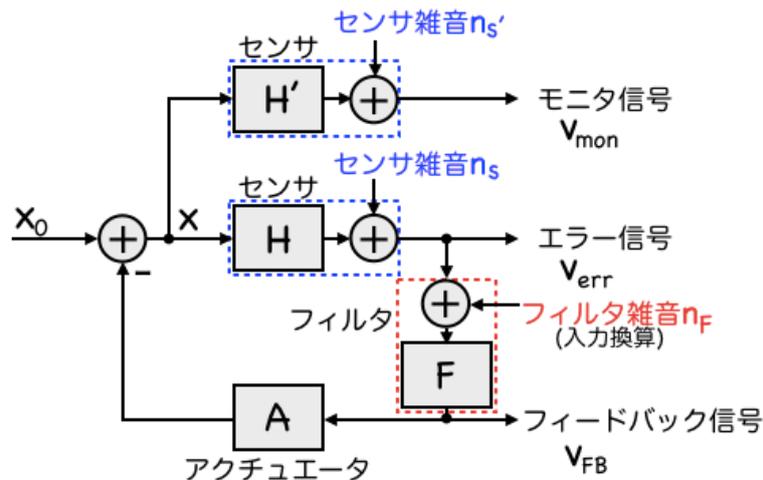


図 B.5: センサとフィルタの雑音についても考慮し、評価用のモニタ信号取得系まで含めた場合のブロックダイアグラム。

B.4.2 外乱の見積もり

これまでと同様の計算により、フィードバック信号は

$$v_{\text{FB}} = \frac{H(Fx_0 + n_S + n_F)}{1 + G} \quad (\text{B.13})$$

のようになるので、 $|G| \gg 1$ の領域ではフィードバック信号を使って外乱 x_0 を

$$x_0^{(\text{FB})} \equiv \frac{1 + G}{HF} v_{\text{FB}} = x_0 + \frac{n_S + n_F}{HF} \quad (\text{B.14})$$

のように見積もることができる。一方、 $|G| \ll 1$ の領域では外乱は制御されずにそのままエラー信号に出てくるため、式 (B.9) のエラー信号を使って、

$$x_0^{(\text{err})} \equiv \frac{1 + G}{H} v_{\text{err}} = x_0 + \frac{n_S - Gn_F}{H} \quad (\text{B.15})$$

により外乱 x_0 を見積もることができる。

補遺 C 偏光解析法

本研究では、非対称光リング共振器を用いて片道光速の異方性探査を行った。ここでは、光リング共振器の性質や共振周波数とレーザー周波数のずれを測定するために用いた偏光解析法について、基本的な事項をまとめる。まず始めに準備として C.1 節で光の表現方法や波長板について確認し、その後 C.2 節で光リング共振器、C.3 節で偏光解析法について説明する。

C.1 準備

C.1.1 光の表現方法

まず始めに、レーザー光がどのように表されるかを考える。ここでは x 軸正の向きに進む光を考え、その幅を無視し、1 偏光方向のみを考えることにすると、位置 x 、時間 t における電場 $\tilde{E}(t, x)$ は、電場の振幅 A 、レーザー光の角周波数 ω 、位相 δ_0 を用いて、

$$\tilde{E}(t, x) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \delta_0 \right] \quad (\text{C.1})$$

のように表すことができる。しかし、このように三角関数を用いる表現では計算が煩雑になるため、一定の周波数の光を扱う場合には式 (C.1) に対応する複素振幅¹

$$E(x) = \frac{A}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left(\delta_0 - \frac{\omega x}{c} \right) \right] \quad (\text{C.2})$$

を用いて計算すると便利である。さらに光を測定する位置を特に気にしない場合は、位置を表す x についても位相 $\delta \equiv \delta_0 - \omega x/c$ に取り込んで、

$$E = \frac{A}{\sqrt{2}} e^{i\delta} \quad (\text{C.3})$$

のように簡単に表せる。以下では、断りなく E または $E(x)$ のように書いた場合は電場 $\tilde{E}(t, x)$ の複素振幅を表すことにする。逆に、複素振幅 $E(x)$ から元の電場 $\tilde{E}(t, x)$ を求める場合は、

$$\tilde{E}(t, x) = \sqrt{2} \operatorname{Re} [E(x)e^{i\omega t}] \quad (\text{C.4})$$

により復元することができる。

また、レーザー光の強度 P は適当な単位系のもとで電場の 2 乗により求めることができる。通常の光検出器ではレーザー周波数程度の速い変動を見ることはできないため、時間平均を取って $P = \overline{\tilde{E}(t, x)^2} = A^2/2$ のようになる。これを複素振幅から計算する場合は単に絶対値を 2 乗して、

$$P = |E|^2 \quad (\text{C.5})$$

により求めることができる。

¹一定周波数の光を考えているため、振幅と位相の情報をもつ式 (C.2) は十分な情報をもっている。ただし、複素振幅の定義には $\sqrt{2}$ で割るか割らないか、指数関数の肩の符号の違いなど、様々な流儀があるため注意が必要である。

C.1.2 光の反射と透過

光リング共振器の性質を調べるための準備として、鏡に光が入射して反射および透過する場合について考える。そこで、図 C.1 のように、鏡の左側からの振幅反射率と振幅透過率を r_L, t_L 、右側からの振幅反射率と振幅透過率を r_R, t_R とおき²、左側から複素振幅 E_L^{in} 、右側から E_R^{in} で表される光が入射する場合を考える。このとき、左右に出て行く光 E_L^{out} と E_R^{out} は、

$$\begin{pmatrix} E_L^{\text{out}} \\ E_R^{\text{out}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_L & t_R \\ t_L & r_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_L^{\text{in}} \\ E_R^{\text{in}} \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

のように表すことができる。ロスが無いと仮定すると $|r_i|^2 + |t_i|^2 = 1$ ($i = L, R$) が成り立ち³、左右に出ていく光の強度の和は、式 (C.5)(C.6) より

$$\begin{aligned} P^{\text{out}} &= |E_L^{\text{out}}|^2 + |E_R^{\text{out}}|^2 \\ &= (|r_L|^2 + |t_L|^2) |E_L^{\text{in}}|^2 + (|r_R|^2 + |t_R|^2) |E_R^{\text{in}}|^2 + 2\text{Re} [(r_L^* t_R + t_L^* r_R) E_L^{\text{in}*} E_R^{\text{in}}] \\ &= \underbrace{|E_L^{\text{in}}|^2 + |E_R^{\text{in}}|^2}_{=P^{\text{in}}} + \underbrace{2\text{Re} [(r_L^* t_R + t_L^* r_R) E_L^{\text{in}*} E_R^{\text{in}}]}_{\text{エネルギー保存則より } 0} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

のようになる。ここではロスが無いと仮定しているのので、エネルギー保存則より P^{out} は鏡に入射する光の強度の和 $P^{\text{in}} = |E_L^{\text{in}}|^2 + |E_R^{\text{in}}|^2$ に等しいはずであり、式 (C.7) の右辺第 3 項は入射光 $E_{L/R}^{\text{in}}$ に依らず 0 である。したがって、左右の振幅反射率と振幅透過率の間には、

$$r_L^* t_R + t_L^* r_R = 0 \quad (\text{C.8})$$

という関係があることが分かる。これに加えて、通常の鏡の場合は $|r_L| = |r_R|$ 、 $|t_L| = |t_R|$ が成り立つが、これらの 3 本の式だけでは振幅反射率または振幅透過率の位相の不定性が残ってしまう。しかしこの位相の不定性は、光をどの位置で測るかに依るものなのであまり意味はなく、例えば、

$$r_L = -r_R \equiv r, \quad t_L = t_R \equiv t \quad (r, t \text{ は正の実数}) \quad (\text{C.9})$$

のようにとることが多い。このようにおくことで、振幅反射率と振幅透過率を実数で表せるため計算が簡単になる。本論文では、以下でもこの流儀に従うことにする。

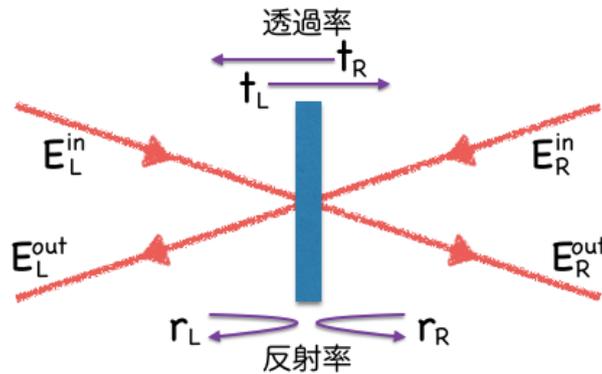


図 C.1: 鏡に両方向から光が入射する場合の電場の複素振幅と振幅反射率および振幅透過率の定義。

²本論文では振幅反射率・振幅透過率に小文字 r, t を使い、強度反射率・強度透過率に大文字 R, T を使うことにする。このとき、 $R = |r|^2, T = |t|^2$ が成り立つ。一般に振幅反射率と振幅透過率は位相変化の情報も含む複素数である。

³ここではロスが無いと仮定したが、ロスがある場合も同様の議論により式 (C.9) のようにとることができる。

C.1.3 波長板

波長板とは、複屈折材料などを用いて直交する2つの偏光成分の位相をずらすことにより、入射光の偏光状態を変えることができる光学素子である。波長板には速軸・遅軸と呼ばれる直交する2つの偏光方向があり、速軸に対して遅軸の位相がどれだけ遅れるかによって、位相が π だけ遅れる1/2波長板(HWP、 $\lambda/2$ 板)、位相が $\pi/2$ だけ遅れる1/4波長板(QWP、 $\lambda/4$ 板)などがある。

ここでは、Jones 計算法 [43] に従い、入射光の s 偏光成分と p 偏光成分をそれぞれ E_{in}^s, E_{in}^p とおいたとき、Jones ベクトル $E_{in} = (E_{in}^s, E_{in}^p)^T$ が波長板によりどのように変換されるかを考える。波長板の速軸が s 偏光軸から θ だけ回転した方向である場合、回転行列 $R(\theta)$ を用いて、

$$\begin{pmatrix} E^{\text{fast}} \\ E^{\text{slow}} \end{pmatrix} = R(-\theta) \begin{pmatrix} E^s \\ E^p \end{pmatrix}, \quad R(\theta) \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.10})$$

により s/p 偏光軸から速/遅軸に基底変換できる。これを使って波長板の変換行列、すなわち波長板の透過光が $E_{out} = AE_{in}$ となった場合の変換行列 A を求める。

1/2 波長板

1/2 波長板は速軸に対して遅軸の位相が π だけ遅れるため、変換行列は、

$$A_{\text{HWP}}(\theta) = R(\theta) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi} \end{pmatrix} R(-\theta) = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.11})$$

のようになる。直線偏光を入射した場合は図 C.2(左) のように、入射光の偏光方向と速軸のなす角の2倍の回転角で偏光方向を回転させる。波長板の向きを変えることにより、入射する直線偏光を任意の向きの直線偏光に変換できる。

1/4 波長板

1/4 波長板は速軸に対して遅軸の位相が $\pi/2$ だけ遅れるため、変換行列は、

$$A_{\text{QWP}}(\theta) = R(\theta) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} R(-\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - i \sin^2 \theta & (1+i) \sin \theta \cos \theta \\ (1+i) \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta - i \cos^2 \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

のようになる。式ではわかりづらいが、直線偏光を入射した場合は図 C.2(右) のように、楕円偏光に変換できる。特に、入射光の偏光方向と速軸のなす角を 45 度に調整することで、直線偏光を円偏光に変換することができる。また、逆に(楕)円偏光を直線偏光に変換することもできる。

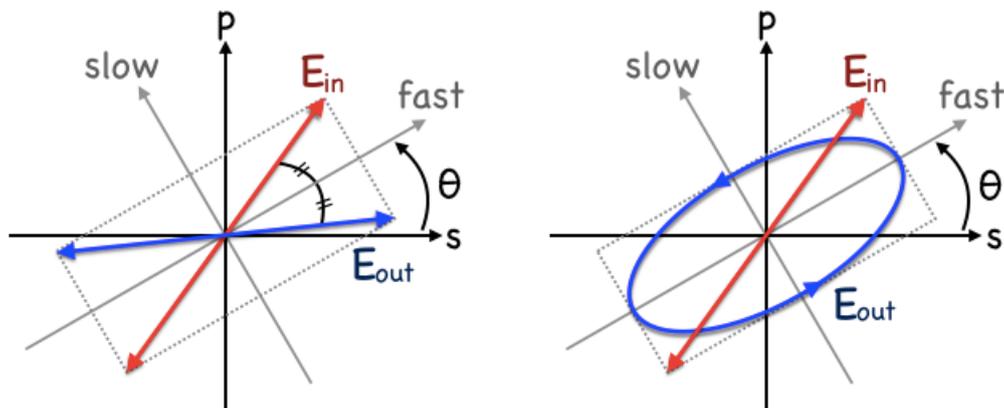


図 C.2: 1/2 波長板 (左) と 1/4 波長板 (右) に直線偏光を入射した場合の偏光状態の変化。

C.2 光リング共振器

C.2.1 共振器の反射率と透過率

鏡を向かい合わせに置いて、その間を光が何度も行き来できるようにしたものを光共振器という。2枚の鏡を合わせ鏡状に置いたものは Fabry-Perot 共振器、3枚以上の鏡からなるものは光リング共振器と呼ばれるが、ここでは本研究で用いた、3枚の鏡からなる図 C.3 のような光リング共振器を考える。

3枚の鏡 M1、M2、M3 の振幅反射率と振幅透過率を、式 (C.9) の流儀に従ってそれぞれ実数値 r_j, t_j ($j = 1, 2, 3$) とおき、反射率の符号は光リング共振器の内側で正、外側で負とする。光が共振器1周分の距離 $L = l_1 + l_2 + l_3$ を進んだときの位相変化を $\phi \equiv L\omega/c$ とおくと、複素振幅 E_i の光が入射したときの反射光 E_r は、

$$E_r = (-r_1)E_i + \sum_{k=1}^{\infty} t_1^2 r_1^{k-1} r_2^k r_3^k e^{-ik\phi} E_i = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 r_3 e^{-i\phi}}{1 - \xi e^{-i\phi}} \right) E_i \quad (C.13)$$

のように求められる。ただし、 $\xi \equiv r_1 r_2 r_3$ とおいた。同様に、光が M1 から M3 まで進んだときの位相変化を $\phi_2 \equiv \frac{l_2 \omega}{c}$ とおくと、透過光 E_t は、

$$E_t = \sum_{k=0}^{\infty} t_1 t_3 r_1^k r_2^k r_3^k e^{-i(k\phi + \phi_2)} E_i = \frac{t_1 t_3 e^{-i\phi_2}}{1 - \xi e^{-i\phi}} E_i \quad (C.14)$$

のようになる。したがって、共振器の振幅反射率と振幅透過率は、それぞれ次のようになる。

$$r_{\text{cav}}(\phi) \equiv \frac{E_r}{E_i} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 r_3 e^{-i\phi}}{1 - \xi e^{-i\phi}} \quad (C.15)$$

$$t_{\text{cav}}(\phi) \equiv \frac{E_t}{E_i} = \frac{t_1 t_3 e^{-i\phi_2}}{1 - \xi e^{-i\phi}} \quad (C.16)$$

また、これらの絶対値を2乗することにより強度反射率と強度透過率を求めることができる。ここでは鏡によるロスが無いと仮定して $r_j^2 + t_j^2 = 1$ ($j = 1, 2, 3$) とすると、

$$R_{\text{cav}}(\phi) = |r_{\text{cav}}(\phi)|^2 = \frac{(r_1 - r_2 r_3)^2 + 4\xi \sin^2(\phi/2)}{(1 - \xi)^2 + 4\xi \sin^2(\phi/2)} \quad (C.17)$$

$$T_{\text{cav}}(\phi) = |t_{\text{cav}}(\phi)|^2 = \frac{t_1^2 t_3^2}{(1 - \xi)^2 + 4\xi \sin^2(\phi/2)} \quad (C.18)$$

のようになる。さらに M2 から光が透過することによるロスも無いと仮定して $r_2 = 1$ とおくと、エネルギー保存則 $R_{\text{cav}} + T_{\text{cav}} = 1$ を満たすことも確かめられる。

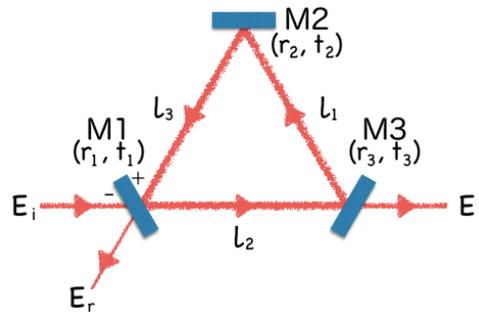


図 C.3: 3枚の鏡からなる光リング共振器。M1 から光 E_i が入射して共振器内を反時計回りに回る。 E_r を反射光、 E_t を透過光と呼ぶことにする (ここでは M2 の透過光はロスと考える)。

式 (C.18) を見ると、共振器を 1 周したときの位相変化 ϕ の値に応じて透過率が変化することがわかる。透過光強度が最大になる場合を共振状態、最小になる場合を反共振状態といい、 m を自然数、 λ をレーザー光の波長とすると共振状態および反共振状態になる条件は次のようにまとめることができる。

- 共振状態： $\phi = 2m\pi$ すなわち $L = m\lambda$ のとき

共振器 1 周分の距離が波長の整数倍になるため、1 周するごとに位相が揃って強め合い、共振器内の光の強度が最大になる。このとき透過率も最大値をとる。

$$T_{\text{cav}}^{\text{max}} = T_{\text{cav}}(2m\pi) = \frac{t_1^2 t_3^2}{(1 - \xi)^2} \quad (\text{C.19})$$

- 反共振状態： $\phi = (2m + 1)\pi$ すなわち $L = (m + \frac{1}{2})\lambda$ のとき

共振器 1 周分の距離が波長の半整数倍になるため、1 周するごとに位相が反転して弱め合い、共振器内の光の強度が最小になる。このとき透過率も最小値をとる。

$$T_{\text{cav}}^{\text{min}} = T_{\text{cav}}((2m + 1)\pi) = \frac{t_1^2 t_3^2}{(1 + \xi)^2} \quad (\text{C.20})$$

C.2.2 共振器のフィネス

式 (C.18) の共振器の透過率 $T_{\text{cav}}(\phi)$ は、 ϕ について周期 2π の周期関数になっている。 $\phi = L\omega/c$ であるため、共振器長 L が一定であるとすると、透過率は図 C.4 のようにレーザー周波数 $\nu = \omega/2\pi$ について周期関数になる。この周期

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{L} \quad (\text{C.21})$$

をフリースペクトラルレンジ (FSR) という。

次に、各共振ピークの幅を求める。位相の半値半幅を ϕ_{HWHM} とすると、

$$T_{\text{cav}}(2m\pi + \phi_{\text{HWHM}}) = \frac{1}{2} T_{\text{cav}}^{\text{max}} \quad (\text{C.22})$$

が成り立つ。これに式 (C.18)(C.19) を代入し、 $\phi_{\text{HWHM}} \ll 1$ と仮定して⁴、半値半幅を求めると、 $\phi_{\text{HWHM}} = (1 - \xi)/\sqrt{\xi}$ のようになる。よって、これを位相からレーザー周波数に直し、さらに 2 倍して半値全幅を計算すると、

$$\nu_{\text{FWHM}} = 2 \cdot \frac{c}{2\pi L} \cdot \phi_{\text{HWHM}} = \frac{c(1 - \xi)}{\pi L \sqrt{\xi}} \quad (\text{C.23})$$

のようになる。

ここまでで共振の間隔 ν_{FSR} と共振の幅 ν_{FWHM} を求めてきたが、これらの比をとると共振の鋭さを表すことができ、

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi\sqrt{\xi}}{1 - \xi} \quad (\text{C.24})$$

をフィネスという。フィネスは鏡の反射率の積 ξ が 1 に近いほど大きな値になる。

⁴通常は式 (C.24) のフィネスが十分大きい共振器を考えるため、 $\phi_{\text{HWHM}} = \pi/\mathcal{F} \ll 1$ という仮定は妥当である。

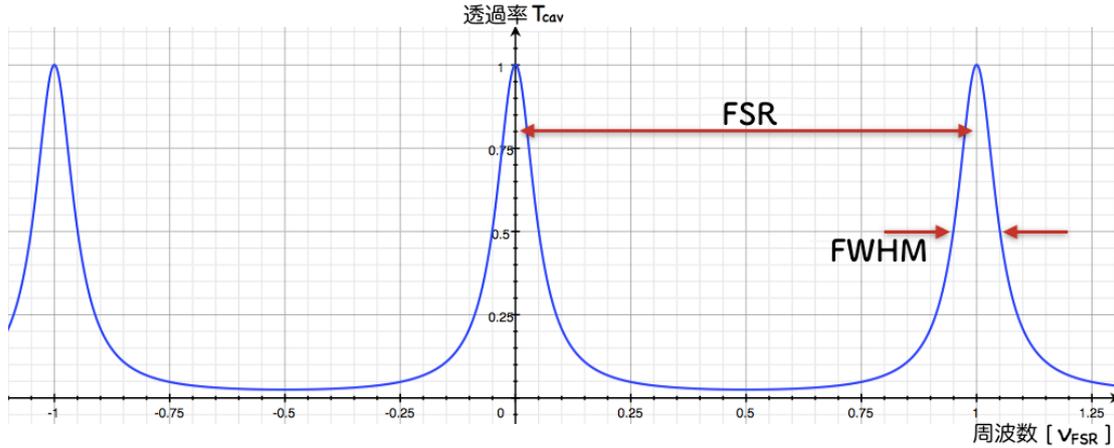


図 C.4: レーザー周波数と共振器の透過率の関係 ($r_1 = r_3 = \sqrt{0.9}$, $r_2 = 1$ の場合)。横軸はある共振周波数からのずれを ν_{FSR} で規格化してある。

また、共振状態のとき、入射光の強度 P_i に対する共振器内強度 $P_{\text{cav}} = P_t/t_3^2$ の比は、 $T_{\text{cav}} = P_t/P_i$ と式 (C.19) より、

$$\left(\frac{P_{\text{cav}}}{P_i}\right)_{\text{共振}} = \left(\frac{P_t/t_3^2}{P_i}\right)_{\text{共振}} = \frac{T_{\text{cav}}^{\text{max}}}{t_3^2} = \frac{t_1^2}{(1-\xi)^2} \quad (\text{C.25})$$

である。本研究で用いた条件 $r_2 = 1$, $r_1 = r_3 (\equiv r) \approx 1$ を仮定すると、式 (C.24)(C.25) より、

$$\mathcal{F} \approx \frac{\pi}{1-r^2}, \quad \left(\frac{P_{\text{cav}}}{P_i}\right)_{\text{共振}} \approx \frac{1}{1-r^2} \quad \left(\frac{P_{\text{cav}}}{P_i}\right)_{\text{共振}} \approx \frac{\mathcal{F}}{\pi} \quad (\text{C.26})$$

のようになる。よって、共振器内に溜めることができる光の強度はフィネスに比例し、逆にフィネスにより共振器内強度を見積もることができる。

C.3 偏光解析法

本研究では 3.1 節で述べたように、光路の一部に媒質を入れた非対称光リング共振器を用いて、

- (1) 反時計回りに回る光が共振状態になるようにレーザー周波数をロックし、
- (2) 共振器の透過光を鏡で打ち返して再び光リング共振器に入れ、
- (3) レーザー周波数と時計回りの共振周波数を比較することで異方性信号を取得する

という方法により片道光速の異方性探査を行う。このうち (1) と (3) を行うためには、共振器に入射するレーザー光の周波数と共振周波数のずれに比例するエラー信号を取得する必要がある。例えば、共振器の透過光強度を測定した場合は、図 C.4 のように共振周波数を中心に透過光強度は対称に変化するので、レーザー周波数が共振から少しずれた場合、周波数がどちらにずれたかを判断することはできない。これは共振器の反射光強度を測定した場合も同様であり、何らかの工夫が必要になる。

そのため、通常は入射光に何らかの「共振しない成分」を混ぜ、この共振しない成分と共振する成分の反射光を干渉させることによってエラー信号の取得を行う。最もよく用いられる方法としては、ある周波数 f_{PM} で入射光に予め位相変調をかけて共振しないサイドバンドを作り、反射

光の f_{PM} 成分を測定することでエラー信号を取得する Pound-Drever-Hal 法 (PDH 法) [44] がある。しかし、本研究のセットアップでは共振の幅は $\nu_{\text{FWHM}} \approx 30$ MHz と大きく、それよりも十分大きな周波数 f_{PM} で位相変調をかけなければならないため、高周波対応の光検出器や回路を準備しなければならないという難点がある。

そこで本研究では、以下で説明する偏光解析法 [45, 46] を用いてエラー信号の取得を行った。一般に、鏡に光が斜めに入射するとき、振幅反射率の符号は s 偏光と p 偏光で反転する [47, pp.38-42]。したがって、奇数枚の鏡からなる光リング共振器の場合、光が 1 周したときの位相変化は s 偏光と p 偏光で π だけずれ、偏光方向により共振条件が異なる。そのため、一方の偏光方向の光が共振状態の場合は他方は反共振状態であり、この偏光選択性があることで、共振する偏光成分に直交する偏光を「共振しない成分」として使うことができる。この方法では位相変調をかける必要がないため、位相変調により光の空間モードを汚さずにすむという点においても優れた方法になっている。

C.3.1 原理

偏光解析法には何通りかの波長板の置き方があるが、ここでは本研究で用いた光学系に合わせて図 C.5 のような光学系を考える。まずレーザーから出た光を PBS を通して直線偏光にした後に $1/2$ 波長板で適当な偏光方向に調整し、光リング共振器の入射光が

$$\mathbf{E}_i = \begin{pmatrix} E_i^s \\ E_i^p \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.27})$$

のような Jones ベクトルで表されるとする。光リング共振器を構成する 3 枚の鏡の振幅反射率と振幅透過率を、s/p 偏光それぞれについて r_j^σ, t_j^σ ($\sigma = \text{s, p}; j = 1, 2, 3$) とおくと、共振器の振幅反射率は式 (C.15) より、

$$r_{\text{cav}}^s(\phi) = -r_1^s + \frac{(t_1^s)^2 r_2^s r_3^s e^{-i\phi}}{1 - \xi^s e^{-i\phi}} \quad (\text{C.28})$$

$$r_{\text{cav}}^p(\phi) = r_1^p + \frac{(t_1^p)^2 r_2^p r_3^p e^{-i\phi}}{1 + \xi^p e^{-i\phi}} \quad (\text{C.29})$$

のようになる。ただし、 $\xi^\sigma \equiv r_1^\sigma r_2^\sigma r_3^\sigma$ ($\sigma = \text{s, p}$) であり、p 偏光で一部符号が反転しているのは、偏光方向によって鏡の振幅反射率の符号が反転するためである。これを用いると、反射光は

$$\mathbf{E}_r = \begin{pmatrix} r_{\text{cav}}^s & 0 \\ 0 & r_{\text{cav}}^p \end{pmatrix} \mathbf{E}_i = E_0 \begin{pmatrix} r_{\text{cav}}^s \cos \theta \\ r_{\text{cav}}^p \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.30})$$

のようになる。この光を $1/4$ 波長板を通すことにより、s 偏光と p 偏光を干渉させる。 $1/4$ 波長板の速軸と s 偏光軸のなす角を θ' とすると、 $1/4$ 波長板を通った後の光は、式 (C.12) より、

$$\mathbf{E}'_r = A_{\text{QWP}}(\theta') \mathbf{E}_r \approx E_0 \begin{pmatrix} \cos^2 \theta' - i \sin^2 \theta' & (1+i) \sin \theta' \cos \theta' \\ (1+i) \sin \theta' \cos \theta' & \sin^2 \theta' - i \cos^2 \theta' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{\text{cav}}^s \cos \theta \\ r_{\text{cav}}^p \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.31})$$

により計算できる。

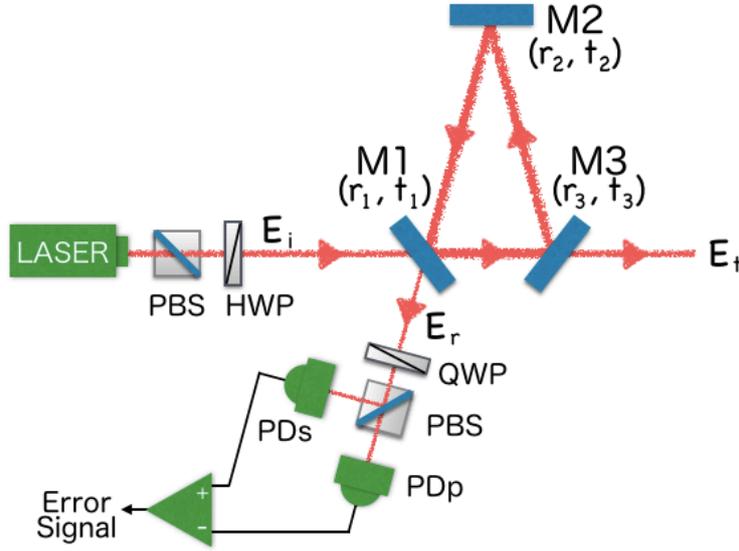


図 C.5: 偏光解析法によりエラー信号を取得するための光学系。

この光を偏光ビームスプリッタ (PBS) を使って s 偏光と p 偏光に分け、光検出器でそれぞれの強度 P_r^s と P_r^p を測定する。このときその強度は、

$$\begin{aligned}
 P_r^s &= |E_0|^2 \left| (\cos^2 \theta' - i \sin^2 \theta') r_{\text{cav}}^s \cos \theta + (1+i) \sin \theta' \cos \theta' r_{\text{cav}}^p \sin \theta \right|^2 \\
 &= P_1 \left\{ (\cos^4 \theta' + \sin^4 \theta') \cos^2 \theta |r_{\text{cav}}^s|^2 + 2 \sin^2 \theta' \cos^2 \theta' \sin^2 \theta |r_{\text{cav}}^p|^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sin \theta' \cos \theta' \sin \theta \cos \theta \operatorname{Re} [(\cos^2 \theta' + i \sin^2 \theta') r_{\text{cav}}^{s*} (1+i) r_{\text{cav}}^p] \right\} \quad (\text{C.32})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_r^p &= |E_0|^2 \left| (1+i) \sin \theta' \cos \theta' r_{\text{cav}}^s \cos \theta + (\sin^2 \theta' - i \cos^2 \theta') r_{\text{cav}}^p \sin \theta \right|^2 \\
 &= P_1 \left\{ 2 \sin^2 \theta' \cos^2 \theta' \cos^2 \theta |r_{\text{cav}}^s|^2 + (\cos^4 \theta' + \sin^4 \theta') \sin^2 \theta |r_{\text{cav}}^p|^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sin \theta' \cos \theta' \sin \theta \cos \theta \operatorname{Re} [(1-i) r_{\text{cav}}^{s*} (\sin^2 \theta' - i \cos^2 \theta') r_{\text{cav}}^p] \right\} \quad (\text{C.33})
 \end{aligned}$$

である。ただし、入射光強度を $P_i \equiv |E_0|^2$ とおいた。

したがって、2つの光検出器で受ける強度の差 (=エラー信号) ΔP は、

$$\begin{aligned}
 \Delta P &\equiv P_r^s - P_r^p \\
 &= P_0 \left\{ \cos^2 2\theta' (\cos^2 \theta |r_{\text{cav}}^s|^2 - \sin^2 \theta |r_{\text{cav}}^p|^2) \right. \\
 &\quad \left. + \sin 2\theta' \sin 2\theta \operatorname{Re} [(\cos 2\theta' + i) r_{\text{cav}}^{s*} r_{\text{cav}}^p] \right\} \quad (\text{C.34})
 \end{aligned}$$

のようになる。以下では s 偏光が共振付近の場合を考える。共振条件より $\phi \approx 2m\pi$ (m は自然数) であり、計算を簡単にするために $\delta\phi \equiv \phi - 2m\pi$ の 1 次までの近似を用いる。さらに $r_j^s \approx 1$ であることを用いると、式 (C.28)(C.29) より共振器の反射率は、

$$r_{\text{cav}}^s \approx -r_1^s + \frac{(t_1^s)^2 r_2^s r_3^s}{(1 - \xi^s)^2} (1 - \xi^s - i\delta\phi) \approx -1 + \frac{(t_1^s)^2}{(1 - \xi^s)^2} (1 - \xi^s - i\delta\phi) \quad (\text{C.35})$$

$$r_{\text{cav}}^p \approx r_1^p + \frac{(t_1^p)^2 r_2^p r_3^p}{(1 + \xi^p)^2} (1 + \xi^p - i\delta\phi) \approx 1 \quad (\text{C.36})$$

のように近似できる。式 (C.36) より、s 偏光が共振付近のとき p 偏光は反共振であり全て反射されることがわかる。これらの近似式を式 (C.34) に代入すると、

$$\Delta P \approx P_0 \left\{ \underbrace{\cos^2 2\theta' \left[\cos^2 \theta \left(\frac{r_2^s r_3^s - r_1^s}{1 - \xi^s} \right)^2 - \sin^2 \theta + \sin 2\theta' \sin 2\theta \frac{r_2^s r_3^s - r_1^s}{1 - \xi^s} \right]}_{\text{定数項}} - \underbrace{\sin 2\theta' \sin 2\theta \frac{(t_1^s)^2}{(1 - \xi^s)^2}}_{\delta\phi \text{ の 1 次 の 係 数}} \delta\phi \right\} \quad (\text{C.37})$$

のようになる。ここで、 $\delta\phi$ に着目したときの定数項は、s 偏光が共振しているときのエラー信号 ΔP の値であり、0 であることが望ましい⁵。また、1 次の係数は共振器の位相変化からエラー信号への変換効率を表し、傾きが大きいほど効率が良い。これらは 1/4 波長板の向きを $\theta' = \pi/4$ にすることにより同時に実現でき、このときの変換効率は

$$\left. \frac{\partial \Delta P}{\partial \phi} \right|_{\phi=2m\pi} = -P_0 \sin 2\theta \frac{(t_1^s)^2}{(1 - \xi^s)^2} \quad (\text{C.38})$$

である。また、この場合に共振点でそれぞれの光検出器が受ける強度は、式 (C.32)(C.33) より、

$$P_r^s \Big|_{\phi=2m\pi} = P_r^p \Big|_{\phi=2m\pi} = \frac{P_0}{2} \left[\left(\frac{r_2^s r_3^s - r_1^s}{1 - \xi^s} \right)^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right] \quad (\text{C.39})$$

のようになる。

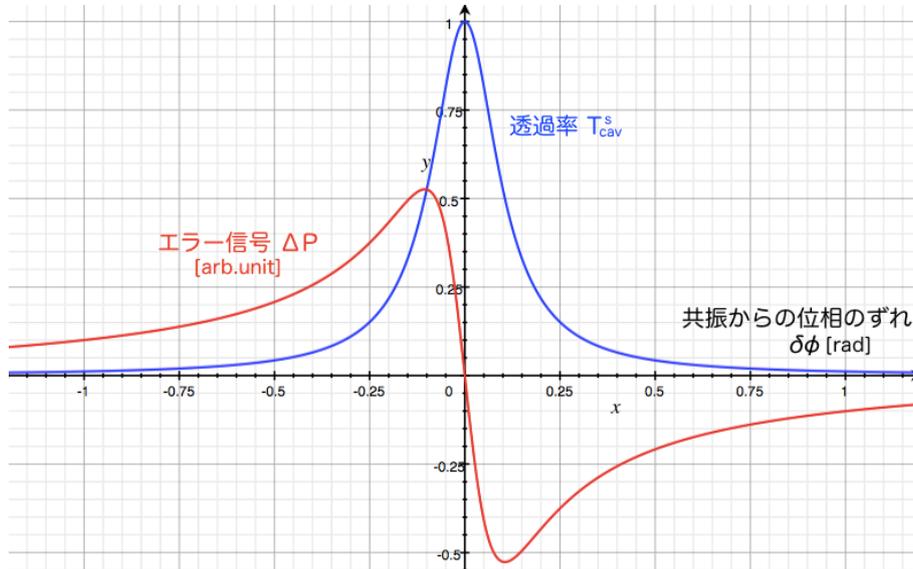


図 C.6: 共振器の透過率と偏光解析法によるエラー信号。

⁵ このエラー信号を用いてレーザー周波数をロックする場合、エラー信号が 0 になるように制御がかかるため、共振周波数にロックする場合は共振点 ($\phi = 2m\pi$ すなわち $\delta\phi = 0$) で $\Delta P = 0$ である必要がある。共振点で $\Delta P \neq 0$ だと共振点からずれた周波数にロックしてしまう。また、 $\Delta P = 0$ の場合 2 つの光検出器で受ける光の強度の DC 成分がちょうど等しくなるため、レーザーの強度ゆらぎは 2 つの光検出器で打ち消されてその影響が小さくなる。

特に本研究で用いたパラメータ $r_2^s = 1$, $r_1^s = r_3^s (\equiv r^s) \approx 1$ を仮定し、1/2 波長板を $\theta = \pi/4$ に調整して入射光の p 偏光と s 偏光の割合を 1:1 にすると、変換効率と光検出器が受ける強度は式 (C.24) のフィネス \mathcal{F} を用いて、

$$\left. \frac{\partial}{\partial \phi} \Delta P \right|_{\phi=2m\pi} = -P_0 \frac{1}{1 - (r^s)^2} \approx -P_0 \frac{\mathcal{F}}{\pi} \quad (\text{C.40})$$

$$P_r^s \Big|_{\phi=2m\pi} = P_r^p \Big|_{\phi=2m\pi} = \frac{P_0}{4} \quad (\text{C.41})$$

のように簡単に表すことができる。

$\theta' = \pi/4$ の場合についてエラー信号 ΔP を計算すると、式 (C.34) より

$$\Delta P = P_0 \sin 2\theta \operatorname{Re} [i r_{\text{cav}}^{s*} r_{\text{cav}}^p] \approx -P_0 \sin 2\theta \frac{(t_1^s)^2 r_2^s r_3^s \sin \phi}{1 - 2\xi^s \cos \phi + (\xi^s)^2} \quad (\text{C.42})$$

になる。これを $\delta\phi$ に対してプロットすると図 C.6 のようになり、共振点付近で線形なエラー信号が得られているということがわかる。

C.3.2 ダブルパス構成での使用

ここまで図 C.5 の光学系で、光リング共振器を反時計回りに回る光の共振周波数とレーザー周波数の差を偏光解析法により取得する方法について確認した。本研究では、反時計回りの光の透過光を図 C.7 のように鏡で打ち返して再び共振器に入れるダブルパス構成を採用している。その際、共振器と反射鏡の間に 1/4 波長板を入れることにより、共振器を出てから再び共振器に入るまでに光は 2 回 1/4 波長板を通る。反時計回りの光の透過光は光リング共振器の偏光選択性により直線偏光であり、1/4 波長板を 2 回通ると 1/2 波長板と同じ効果が得られるため⁶、図 C.5 の場合と同様に直線偏光を任意の偏光方向に回転させて、共振する偏光成分と共振しない偏光成分を作ることができ、偏光解析法により光リング共振器を時計回りに回る光の共振周波数とレーザー周波数の差に比例する信号を得ることができる。

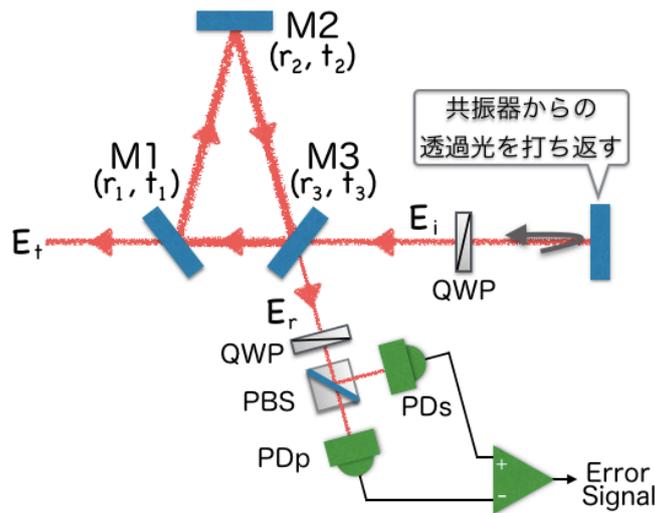


図 C.7: ダブルパス構成の場合の偏光解析法の光学系。反時計回りの透過光を鏡で打ち返して再び共振器に入れるときに 1/4 波長板を 2 回通ることで、1/2 波長板の役割を果たす。

⁶式 (C.11)(C.12) より、 $A_{\text{QWP}}(\theta)^2 = A_{\text{HWP}}(\theta)$ が成り立つことから確認できる。

補遺 D その他の測定についての詳細

ここでは本文中で説明を省略した各種測定の方法や結果についてまとめる。

D.1 レーザー変調効率の測定

本研究ではレーザー周波数の制御を行うために、偏光解析法で取得したエラー信号を適当なフィルタを通してレーザー共振器のピエゾ素子にフィードバックする。このとき、フィードバック信号(電圧)からレーザー周波数への変調効率(図 4.11 の A)を求めておく必要がある。取得した異方性信号から共振器の両周りの共振周波数の差に変換するときに偏光解析法の効率 H_2 が必要になるが、 H_2 は 4.3 節で述べたようにオープンループ伝達関数 G_2 を A を含む各部分の伝達関数で割ることにより求めるため、 A は異方性信号の較正にとって重要な量である。

このレーザー変調効率 A の測定は、図 D.1 のようなファイバによる非対称 Michelson 干渉計を用いて同じ研究室の武田氏が行った。FRM は Faraday 回転鏡という光学素子であり、Faraday 効果を利用したファイバ用の鏡である。レーザー周波数を ν 、入射光を複素振幅 E_{in} で表し、Michelson 干渉計の 2 本の腕の長さが l_1, l_2 、ファイバの屈折率が n であるとする。ビームスプリッタが理想的に 1:1 で光を分けるとすると、光検出器に入る光は

$$E_{out} = \frac{1}{2}E_{in}e^{-i\phi_1} - \frac{1}{2}E_{in}e^{-i\phi_2} \quad \text{ただし、} \quad \phi_j \equiv \frac{4\pi n l_j \nu}{c} \quad (j = 1, 2) \quad (D.1)$$

と表せる。よって光検出器で受け取る光の強度は、入射光強度を $P_{in} = |E_{in}|^2$ とおくと、

$$P_{out} = |E_{out}|^2 = \frac{1}{2}P_{in}(1 - \cos \phi) \quad \text{ただし、} \quad \phi \equiv \phi_1 - \phi_2 = \frac{4\pi n(l_1 - l_2)\nu}{c} \quad (D.2)$$

のようになる。この式より、非対称の度合い $l_1 - l_2$ に比例してレーザー周波数 ν の変化に対する感度が良くなることがわかる。

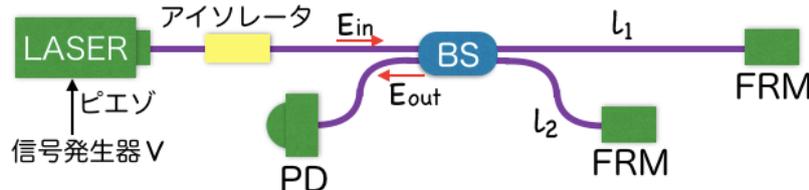


図 D.1: レーザー変調効率測定用の非対称 Michelson 干渉計。

ここで、レーザーのピエゾ素子にかけている電圧 V を変化させて、レーザー周波数 ν を変化させることを考える。このとき光検出器の信号は周期的に変化し、ちょうど1周期分変化させる電圧変化を ΔV とおく。すなわち、ピエゾにかかる電圧を ΔV だけ変えたときの位相変化は $\phi = 2\pi$ なので、このときのレーザー周波数の変化は、

$$\Delta\nu = \frac{c}{2n(l_1 - l_2)} \quad (D.3)$$

により計算できる。以上の原理により変調効率 A を測定することができ、その結果は

$$A = \frac{\Delta\nu}{\Delta V} = (12.9 \pm 0.6) \text{ MHz/V} \quad (D.4)$$

のようになった。

D.2 強度ゆらぎに対する同相雑音除去比の測定

本研究では、異方性信号やレーザーの周波数制御のためのエラー信号を取得するために偏光解析法を用いる。偏光解析法では、C.3節で述べたように2つの光検出器の差動でエラー信号を取得するため、レーザーの強度ゆらぎに対して同相雑音除去が働くという利点がある。実際にはこの同相雑音除去比 $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}}$ は有限なので、異方性信号に対する強度雑音の寄与を計算するためには、 $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}}$ を知る必要がある。

同相雑音除去比の測定のためには、図 D.2 のようにレーザー光に AOM(音響光学変調器) による強度変調をかければよい。実際に測定を行うときは、まずは AOM が入っている状態で通常通り周波数ロックを行う。その状況で強度変調をかけると、強度変調の大きさに比例して光検出器に入る光量が変動する。同相雑音除去比は

$$\Delta(V_{\text{PDp2}} - V_{\text{PDs2}}) = \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}} \cdot \Delta \left(\frac{V_{\text{PDp2}} + V_{\text{PDs2}}}{2} \right) \quad (D.5)$$

によって定義されるので、光検出器1個あたりの変動 $\Delta[(V_{\text{PDp2}} + V_{\text{PDs2}})/2]$ に対する異方性信号の変動 $\Delta(V_{\text{PDp2}} - V_{\text{PDs2}})$ を求めれば $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}}$ を計算できる。

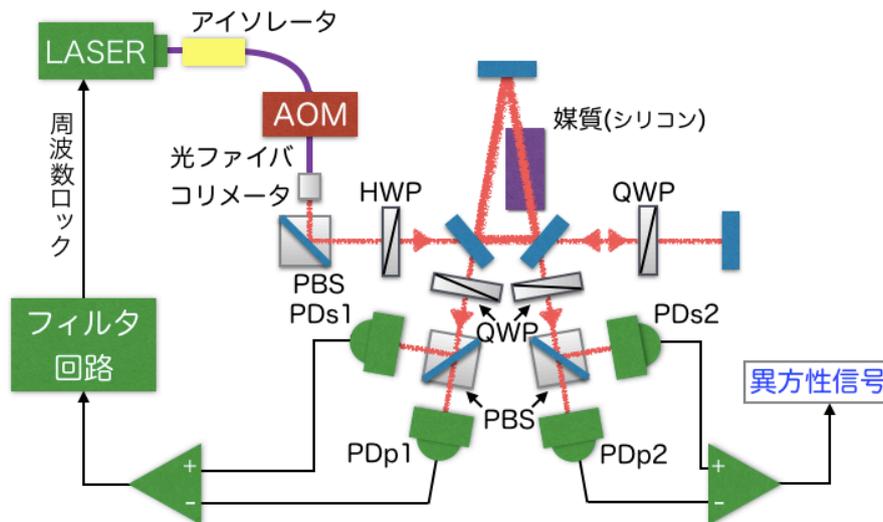


図 D.2: AOM を用いた強度ゆらぎに対する同相雑音除去比 $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}}$ の測定。

実際には、異方性信号のドリフトにより PD_{p2} と PD_{s2} に入る光量が変化することや、回路で変更できる V_{PDp2} と V_{PDs2} の差を取るときのバランス ($V_{PDp2} - gV_{PDs2}$ と表したときの g) の調整によって、同相雑音除去比も変化してしまうが、その典型的な値は強度変調をかける周波数に依らず、

$$\gamma_{CMRR}^{\text{int}} \approx \frac{1}{6} \quad (\text{D.6})$$

程度であった。この値を使って求めた異方性信号に対するレーザー強度ゆらぎの寄与が、図 4.13 のように静止時の異方性信号の雑音レベルと一致したことから、これは妥当な値であると考えられる。

D.3 共振器のフィネスの測定

道村氏 [6] によると、本研究で使用している光リング共振器のフィネスは設計値で 120 である。これを実際に測定により確かめた。

測定原理は単純であり、レーザーのピエゾ素子にかかる電圧を直線的に変えていくことでレーザー周波数を振り、透過光をオシロスコープでモニタしながら共振周波数を通り過ぎる様子を観察する。この共振ピークの幅の分だけ周波数を変化させる電圧 V_{FWHM} を測定することによって、D.1 節で求めた変調効率 A と合わせると共振の半値全幅は、 $\nu_{FWHM} = AV_{FWHM}$ により求めることができる。このようにして実際に求めた値は $\nu_{FWHM} \approx 30$ MHz であった。これと共振器のフリースペクトラルレンジ $\nu_{FSR} = c/L_{\text{opt}} = 1.5$ GHz の比をとることにより、フィネスは

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{FSR}}{\nu_{FWHM}} \approx 50 \quad (\text{D.7})$$

のように計算できる。設計値 120 よりも値が小さくなってしまっているが、共振器の保存状態が悪かったことにより鏡が汚れていることや、光路にシリコンが入っていることによるロスが想定より大きくなっていることなどが原因として考えられる。式 (C.40) より、フィネスが小さくなると偏光解析法の変換効率が悪化するが、これによって生じる問題は異方性信号に対する光検出器、フィルタ回路、散乱雑音の寄与が大きくなることくらいであり、現状これらの雑音は感度を制限していないので問題にはならない。

補遺 E 環境磁場による雑音を取り除く方法

本研究では、回路等を含む装置全体を回転させる。このとき、信号用のケーブルが環境磁場中を走ることで、誘導起電力により回転と同期する雑音が入ることがわかっている。今回の異方性探査では、他の原因による回転と同期する雑音の方が大きな問題となっていたため磁場の影響は無視したが、将来的に感度を向上させるにあたり問題となる。そこで、異方性信号から磁場による寄与を取り除くための解析手法を考案して実証実験を行ったので、補遺としてまとめておく。

なお、この実証実験を行ったのは異方性探査の際の各パラメータの値を決める前であり、ここまで用いてきたものとは異なる回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.33 \text{ Hz}$ で回転させる。さらにこの実証実験で使用した光検出器も現在のものであろうが、本質的な違いは生じない。

E.1 環境磁場による雑音

図 E.1 のように回転台上にある光検出器について、光が入らない状態で雑音を測定すると図 E.2 のようになる。左の図が静止時、右の図が回転台を光検出器ごと回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.33 \text{ Hz}$ で回転させたときのスペクトルである。2つのグラフを比較すると、回転により、回転周波数とその高調波にピークが立つことがわかる。この原因を確かめるために、回転台の両側に直径 40 cm のコイルを設置し、環境磁場を打ち消す向きに磁場をかけたところ、回転周波数に現れるピークが低くなることがわかった。さらに環境磁場を打ち消す向きにより大きな磁場をかけていくと再びピークは高くなり始め、雑音の f_{rot} 成分の位相も逆転したことから、このピークの原因は磁場であると考えられる¹。

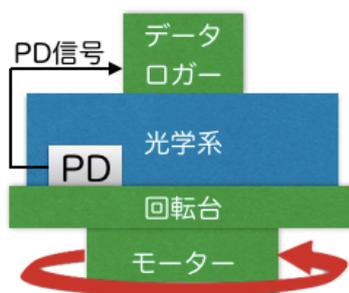


図 E.1: 光検出器の雑音測定のセットアップ。

¹当初、光検出器やデータロガーに電源を供給するための電源ラインに使用するロータリーコネクタから雑音が生じる可能性も考えられた。しかし、電池やロガー専用バッテリーを回転台に載せることで、ロータリーコネクタを使用せずに電源供給を行って光検出器の雑音測定を行ってもピークの高さは変化しなかった。

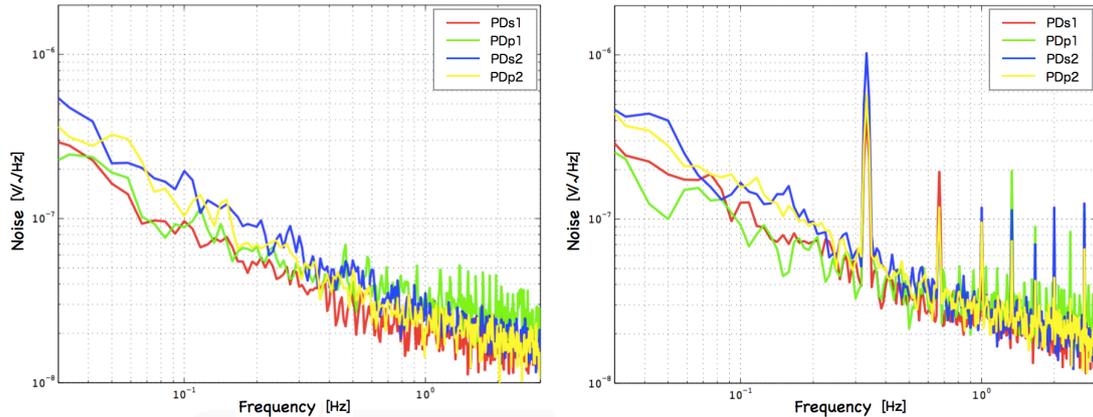


図 E.2: 静止時(左)と回転時(右)の光検出器の雑音スペクトル。装置を回転させて測定を行うと、回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.33$ Hz とその高調波にピークが現れる。

磁場による雑音が入る理由としては、光検出器の信号を送るケーブルが図 E.1 のようにデシケータの側面から出ており、これによって回転とともにケーブルが磁場中を運動するため、誘導起電力

$$V = \int_{\text{ケーブル}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (\text{E.1})$$

が生じているという可能性が考えられる。もし光検出器からデータロガー(または制御用回路)まで理想的な同軸ケーブルで結ばれていて、かつ信号線とグラウンド線と同じ入力インピーダンスで受けてその差動を取れば、同じ起電力が生じるため同相雑音除去が効くはずである。しかし、実際にはデシケータ内外を繋ぐ部分が同軸でないことや入力インピーダンスの不一致によって同相雑音除去比が悪化し、雑音となってしまう。

本編でも述べたように、回転と同期する雑音は本研究にとって大きな問題になる。今回の異方性測定では別の原因による回転と同期する雑音の方が大きかったため磁場の影響は無視したが、将来的には磁場による雑音にも対処する必要がある。そこで、この雑音を防ぐためには、次の3通りの対処法が考えられる。

(1) 磁場そのものを無くす方法

例えば、ヘルムホルツコイルで環境磁場を打ち消すような磁場を発生させるという方法が考えられる。しかし、装置全体のスケールで様な磁場を作ろうとすると、直径 2 m 規模のコイルを使わなければならない、非常に大掛かりなものになる。他にも回転台を磁気シールドで覆うなどの方法も考えられる。

(2) 磁場の影響を小さくする方法

現在光学系を入れている真空デシケータでは構造上実現できないが、回転軸上にケーブルを通すことができれば回転によりケーブルが動かないので誘導起電力は生じない。

(3) 解析で磁場の寄与を引く方法

磁場による雑音が入ったまま異方性信号を測定する。それと同時に磁場も測定し、後から解析により異方性信号から磁場の寄与を引き去る。

(1)(2) についてはすぐには実現するのは難しいため、今回は (3) の方法の実証実験を行った。以下ではその原理と実際に行った実証実験について述べる。

E.2 雑音除去の原理

ここでは、回転台付近の磁場が空間的に十分一様であり、時間的な変動についても回転周波数程度の速い変動は無視できる場合を考える。このとき、回転台上から見ると磁場の鉛直成分は回転によって変化しないので、回転周波数の雑音を生じるのは磁場の水平成分のみである。特に、式 (E.1) よりケーブルの速度 v と直交する方向の磁場が効くので、回転台上の (中心ではない) ある点で測った磁場の動径方向成分を $B(t)$ とおく。磁場そのものは一様としているが、 $B(t)$ は回転によって変化する。

ここで、異方性探査を行うときの光検出器の本来の出力を X 、磁場の影響を受けてロガーで測定される信号を Y とおく。周波数空間で考えたとき、磁場から電圧への伝達関数を G で表すと、

$$Y = X + GB \quad (\text{E.2})$$

である。ここで行いたいことは、実際に測定される Y と B から真の出力 X を求めることであるが、そのためにはまず伝達関数 G を求める必要がある。もし B と X に相関が無ければ、 B のパワースペクトル S_{BB} と、 Y と B のクロススペクトル S_{YB} を用いて、 $\tilde{G} = S_{YB}^*/S_{BB}$ により伝達関数を推定することができる。しかし、異方性がある場合は B と X はどちらも回転と同期して変化して相関をもつため²、この方法により伝達関数 G を求めようとする、異方性による信号と磁場による信号を区別できず、正しく求めることができない³。

そこで、伝達関数を測定する場合はレーザーを使用せず、光検出器の雑音 x を本来の出力として、そのときロガーで測定される信号を y を考える。このとき x はランダムな雑音なので B との間に相関が無く、さらにこの式の G は式 (E.2) のもとと同じになるということが重要な点である。このとき、式 (E.2) と同様に、

$$y = x + GB \quad (\text{E.3})$$

のように表せる。よって磁場による雑音を除去するために用いる伝達関数 G は、

$$\tilde{G} = \frac{S_{yB}^*}{S_{BB}} \quad (\text{E.4})$$

により推定できる。つまり、まず光検出器の雑音を使って伝達関数 \tilde{G} を予め求めておき、その後異方性探査を行うときに測定された Y と B から、

$$\tilde{X} = Y - \tilde{G}B \quad (\text{E.5})$$

により、雑音を含まない元の異方性信号 X を推定することができる。

²直接的な因果関係はないが、クロススペクトルが0でなくなり、相関が生じる。

³このような方法で求めた伝達関数 G を使って雑音を消そうとすると、磁場による雑音だけでなく異方性による信号まで消すことになってしまう。

E.3 雑音除去の実証実験

前節でも述べたように、磁場による雑音を解析で除去するためには次の2段階の測定を行う。磁場を測定する必要があるので、磁場センサを回転台上に載せて測定する。

伝達関数の測定 (予備測定)

回転台を回転させて光検出器の雑音 (測定値 y) とそのときの磁場 (B) を測定する。その測定データからパワースペクトルとクロススペクトルを計算し、式 (E.4) により磁場から電圧への伝達関数 G を推定する。

異方性探査 (本測定)

回転台を回転させて異方性信号を含む光検出器の出力 (測定値 Y) とそのときの磁場 (B) を測定する。予備測定で求めた伝達関数 G を使って Y に含まれる磁場の寄与を計算し、式 (E.2) を使って本来の出力 X を求める。

以上の方法で異方性を消すことなく磁場の寄与のみを除去できる。本来、本測定で知りたい X は異方性信号を含む光検出器の出力であるが、今回の異方性探査では磁場による寄与が他の原因よりも小さかったため、 X についても光検出器の雑音を用いることで実証実験を行った。

E.3.1 予備測定の結果

伝達関数 G を推定するための予備実験として、回転台上に光検出器、磁場センサ、データロガーを載せ、回転させた状態で光検出器の雑音と磁場を測定する。この結果から式 (E.4) により \tilde{G} を求め、そのゲインをプロットすると図 E.3 のようになった。この伝達関数は、4 つある光検出器それぞれについて、回転周波数 $f_{\text{rot}} = 0.33 \text{ Hz}$ とその高調波⁴ における値を計算したものである。

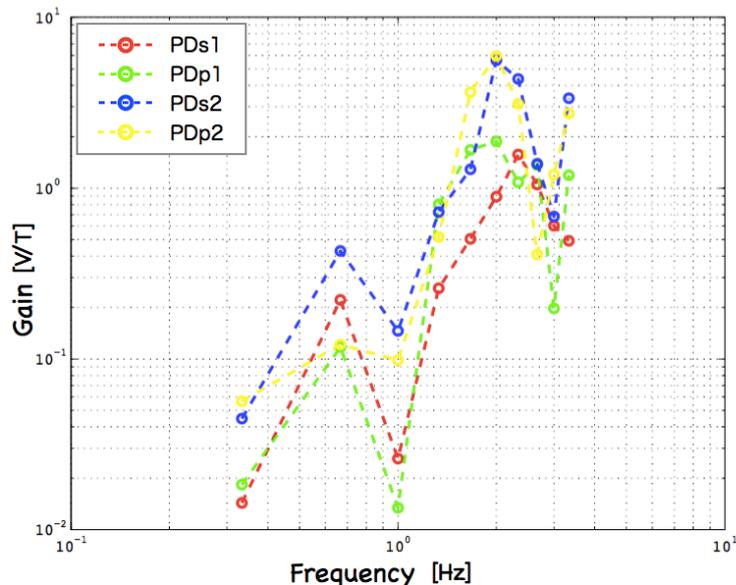


図 E.3: 磁場から電圧への伝達関数 \tilde{G} 。回転時に光検出器の雑音と磁場を同時に測定し、式 (E.4) により求める。

⁴磁場が一様な場合は高調波の雑音は現れないはずであるが、空間的に非一様成分がある場合高調波にも雑音が見れる。ここでは高調波の雑音まで除去できる可能性も考えて、伝達関数についても高調波まで計算した。

E.3.2 本測定の結果

次に本測定して、異方性信号を測定する代わりに、再び光検出器の雑音測定を予備測定と同様の方法で行う。このとき測定されたデータをスペクトルと時系列でプロットすると図 E.4 のようになった⁵。これと同時に測定した磁場を、予備測定で求めた伝達関数によって電圧に変換すると、図 E.4 の生データに含まれる磁場の寄与は図 E.6 のようになっていることがわかる。この磁場による寄与を生データから引くことで、図 E.5 のように回転周波数の雑音を取り除くことができる。また、高調波に立っていたピークについても同様に無くなっていることがわかる。

以上の方法で、測定された信号から磁場による寄与を引くことによって、光検出器が出す本来の信号を復元できることが分かった。今回の実証実験では光検出器の雑音を復元しただけであるが、異方性探査においても同様に、磁場の寄与を取り除いて本来の異方性信号を復元できる。また、磁場のみに限らず温度変動や傾き変動などの他の環境雑音によって感度が制限される場合についても、温度計や加速度計などの各種センサを用意することによって、同様の方法で異方性信号からその寄与を取り除くこともできると考えられる。

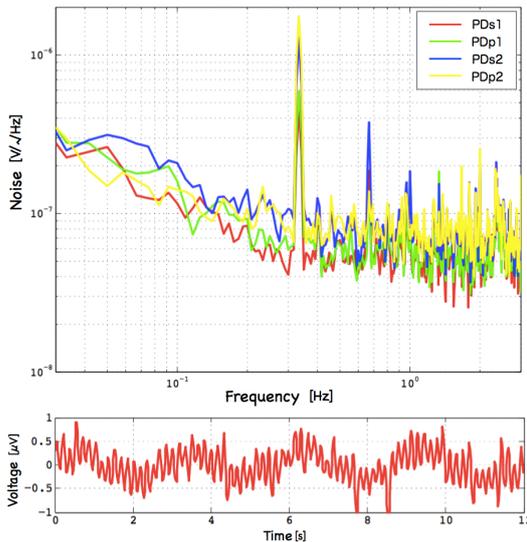


図 E.4: 磁場の寄与を引く前の生データ。

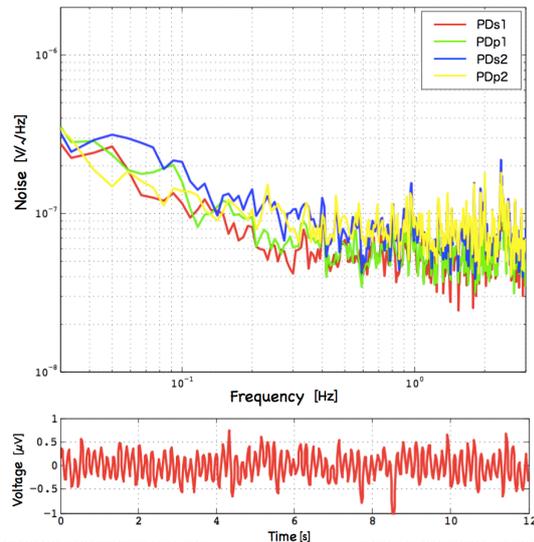


図 E.5: 磁場の寄与を引いた後のデータ。

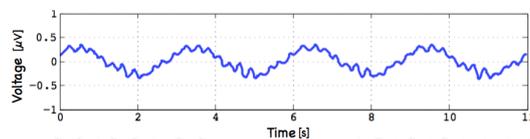


図 E.6: 生データに含まれる磁場の寄与。

⁵ 回転周波数以上の周波数で図 E.2 よりも雑音が大きくなっているが、これは磁場センサを回転台に載せたことが原因であることがわかっている。ただし、回転周波数における雑音レベルはほぼ変わらないので問題とはならない。

補遺 F 使用した電気回路

ここでは本実験で使用した回路のうち重要なものの回路図とその雑音レベルを示す。

F.1 回路図

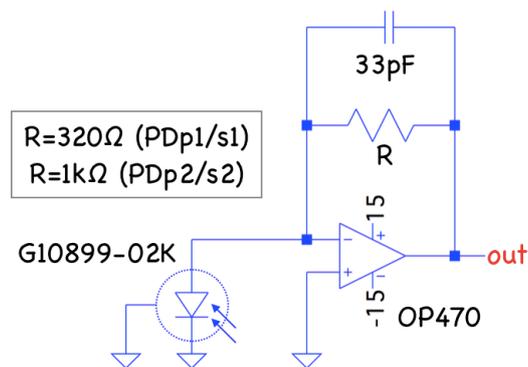


図 F.1: 光検出器と電流電圧変換回路。PDp1/s1 と PDp2/s2 でゲインが異なる。

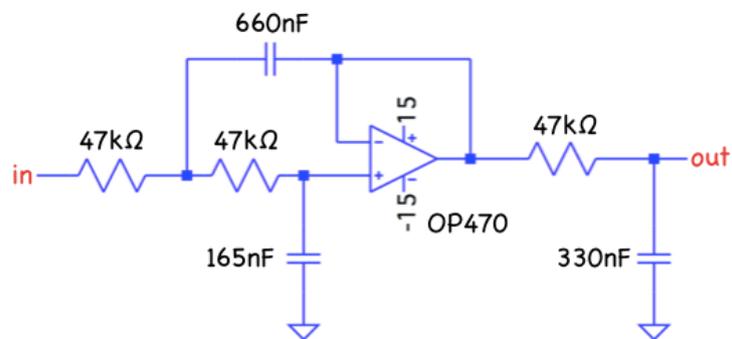


図 F.2: アンチエイリアシング用 3 次バターワースフィルタ。カットオフ周波数は 10 Hz。

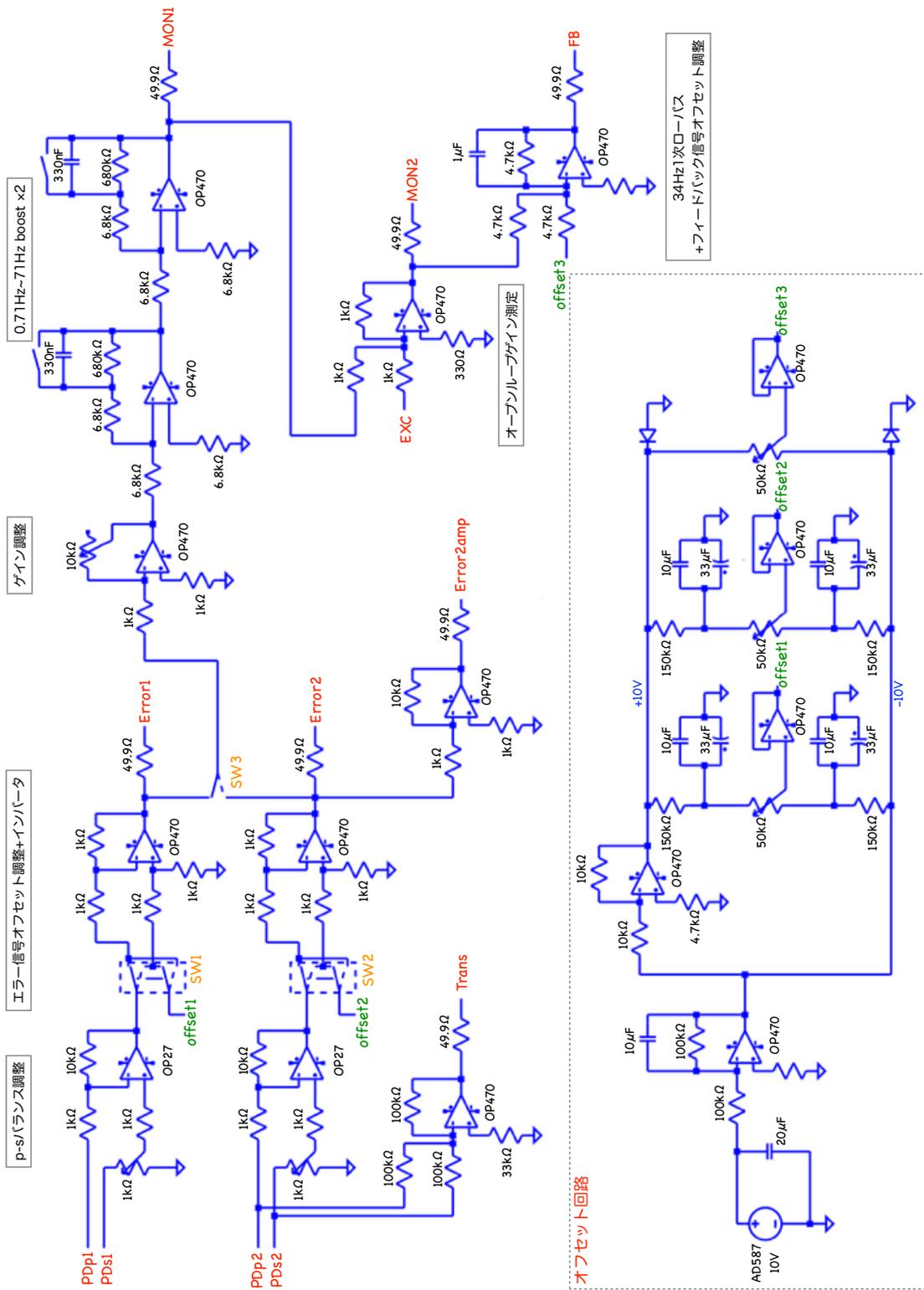


図 F.3: 周波数制御用フィルタ回路。

F.2 回路の雑音

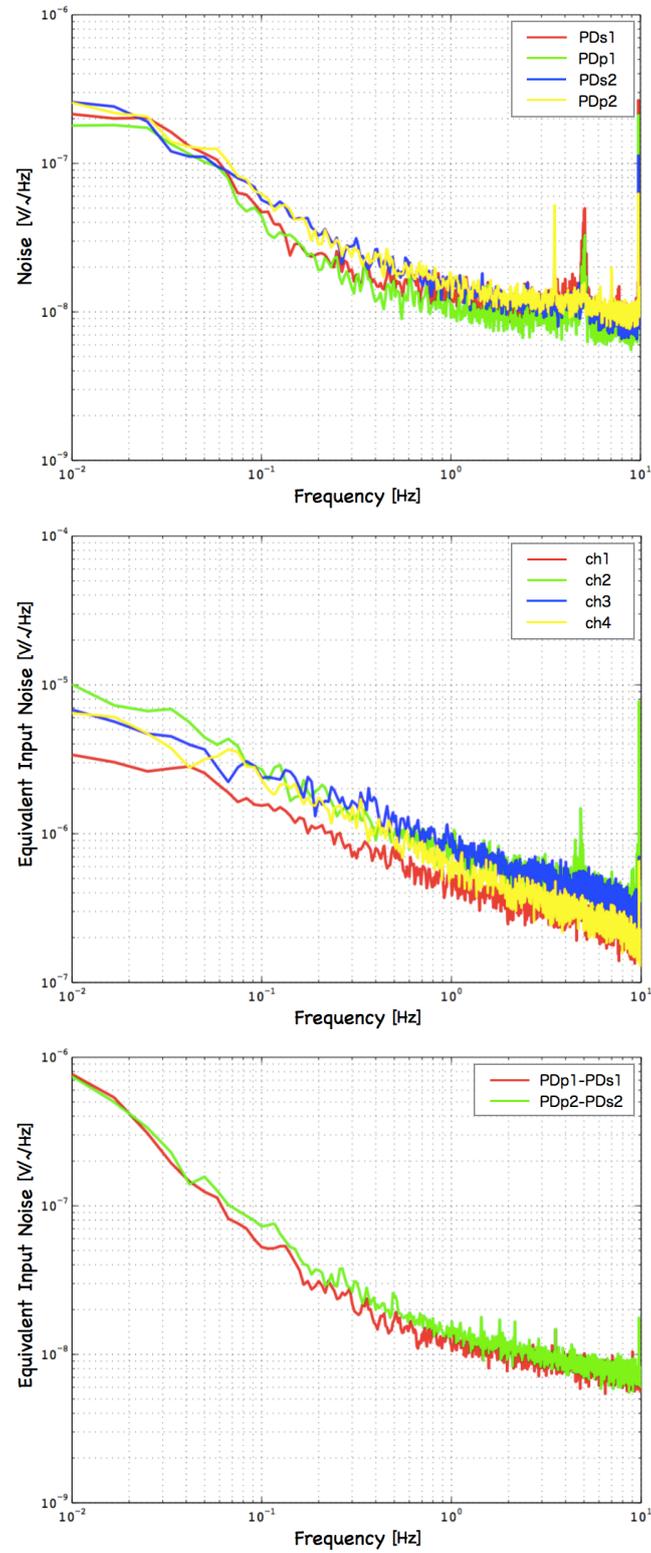


図 F.4: 回路の雑音スペクトル。上：光検出器、中：バターースフィルタ、下：制御用フィルタ。

参考文献

第 1 章

- [1] A. A. Michelson and E. W. Morley: Am. J. Sci. **34**, 333 (1887)
On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether
- [2] A. Einstein: Ann. Phys. **17**, 891 (1905)
Zur Elektrodynamik bewegter Körper
- [3] V. A. Kostelecký and S. Samuel: Phys. Rev. D **39**, 683 (1989)
Spontaneous Breaking of Lorentz Symmetry in String Theory
- [4] D. Colladay and V. A. Kostelecký: Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998)
Lorentz-Violating Extension of the Standard Model
- [5] C. H. Lineweaver *et al.*: Astrophys. J. **470**, 38 (1996)
The Dipole Observed in the COBE DMR Four-Year Data
- [6] Y. Michimura: Doctor Thesis (University of Tokyo, 2014)
Tests of Lorentz Invariance with an Optical Ring Cavity
http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/michimura/document/michimura_thesis.pdf

第 2 章

- [7] R. Mansouri and R. U. Sexl: Gen. Relativ. Grav. **8**, 497 (1977)
A Test Theory of Special Relativity: I. Simultaneously and Clock Synchronization
- [8] R. Mansouri and R. U. Sexl: Gen. Relativ. Grav. **8**, 515 (1977)
A Test Theory of Special Relativity: II. First Order Tests
- [9] R. Mansouri and R. U. Sexl: Gen. Relativ. Grav. **8**, 809 (1977)
A Test Theory of Special Relativity: III. Second Order Tests
- [10] H. P. Robertson: Rev. Mod Phys. **21**, 378 (1949)
Postulate versus Observation in the Special Theory of Relativity
- [11] 関谷 淳: 修士論文 (東京大学, 2000)
『空間の等方性検証実験』
http://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/sekiya_m.pdf
- [12] V. A. Kostelecký and M. Mewes: Phys. Rev. D **80**, 015020 (2009)
Electrodynamics with Lorentz-Violating Operators of Arbitrary Dimension
- [13] M. Mewes: Phys. Rev. D **85**, 116012 (2012)
Optical-Cavity Tests of Higher-Order Lorentz Violation

- [14] V. A. Kostelecký and N. Russell: Rev. Mod. Phys. **83**, 11 (2011)
(Updated version available at arXiv:0801.0287)
Data Tables for Lorentz and CPT Violation
- [15] R. J. Kennedy and E. M. Thorndike: Phys. Rev. **42**, 400 (1932)
Experimental Establishment of the Relativity of Time
- [16] M. E. Tobar *et al.*: Phys. Rev. D **81**, 022003 (2010)
Testing Local Lorentz and Position Invariance and Variation of Fundamental Constants by Searching the Derivative of the Comparison Frequency between a Cryogenic Sapphire Oscillator and Hydrogen Maser
- [17] M. Nagel *et al.*: Nature Comm. **6**, 8174 (2015)
Direct Terrestrial Test of Lorentz Symmetry in Electrodynamics to 10^{-18}
- [18] A. Brillet and J. L. Hall: Phys. Rev. Lett. **42**, 549 (1979)
Improved Laser Test of the Isotropy of Space
- [19] Ch. Eisele *et al.*: Phys. Rev. Lett. **103**, 090401 (2009)
Laboratory Test of the Isotropy of Light Propagation at the 10^{-17} Level
- [20] S. Herrmann *et al.*: Phys. Rev. D **80**, 105011 (2009)
Rotating Optical Cavity Experiment Testing Lorentz Invariance at the 10^{-17} Level
- [21] H. E. Ivel and G. R. Stilwell: J. Opt. Soc. Am. **28**, 215 (1938)
An Experimental Study of the Rate of a Moving Atomic Clock
- [22] R. Grieser *et al.*: Appl. Phys. B **59**, 127 (1994)
A Test of Special Relativity with Stored Lithium Ions
- [23] G. Saathoff *et al.*: Phys. Rev. Lett. **91**, 190403 (2003)
Improved Test of Time Dilation in Special Relativity
- [24] S. Reinhardt *et al.*: Nature phys. **3**, 861 (2007)
Test of Relativistic Time Dilation with Fast Optical Atomic Clocks at Different Velocities
- [25] B. Botermann *et al.*: Phys. Rev. Lett. **113**, 120405 (2014)
Test of Time Dilation Using Stored Li^+ Ions as Clocks at Relativistic Speed
- [26] E. Riis *et al.*: Phys. Rev. Lett. **60**, 81 (1988)
Test of the Isotropy of the Speed of Light Using Fast-Beam Laser Spectroscopy
- [27] P. Delva *et al.*: Phys. Rev. Lett. **118**, 221102 (2017)
Test of Special Relativity Using a Fiber Network of Optical Clocks
- [28] J.-P. Bocquet *et al.*: Phys. Rev. Lett. **104**, 241601 (2010)
Limits on Light-Speed Anisotropies from Compton Scattering of High-Energy Electrons
- [29] W. S. N. Trimmer *et al.*: Phys. Rev. D **8**, 3321 (2010)
Experimental Search for Anisotropy in the Speed of Light

- [30] F. N. Baynes *et al.*: Phys. Rev. Lett. **108**, 260801 (2012)
Experimental Search for Anisotropy in the Speed of Light
- [31] M. Faucheux *et al.*: J. Opt. **19**, 101 (1988)
The Ring Laser Gyro
- [32] D. I. Robertson *et al.*: Class. Quantum Grav. **30**, 085006 (2013)
Construction and Testing of the Optical Bench for LISA Pathfinder

第 3 章

- [33] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編著: 京都大学学術出版会 (1998)
『重力波をとらえる』
- [34] G. Sagnac: C. R. Acad. Sci. Paris **157**, 708 (1913)
The Demonstration of the Luminiferous Aether by an Interferometer in Uniform Rotation
- [35] R. Wang, Y. Zheng, and A. Yao: Phys. Rev. Lett. **93**, 143901 (2004)
Generalized Sagnac Effect
- [36] Matweb
<http://www.matweb.com>
- [37] J. Komma *et al.*: Appl. Phys. Lett. **101**, 041905 (2012)
Thermo-Optic Coefficient of Silicone at 1550 nm and Cryogenic Temperatures

第 6 章

- [38] V. A. Kostelecký and M. Mewes: Phys. Rev. D **66**, 056005 (2002)
Signals for Lorentz Violation in Electrodynamics
- [39] A. L. Fey *et al.*: Astro. J. **150**, 58 (2015)
The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry
- [40] 国立天文台暦計算室 wiki 『太陽系重心』
<http://eco.mtk.nao.ac.jp/koyomi/wiki/CFC7C0B12FC2C0CDDDBB7CFBDC5BFB4.html>
- [41] Time and Date of Vernal Equinox
<https://data.giss.nasa.gov/ar5/srvernal.html>
- [42] K. E. Trenberth: Mon. Wea. Rev. **112**, 326 (1983)
Signal Versus Noise in the Southern Oscillation

補遺 C

- [43] R. C. Jones: J. Opt. Soc. Am. **31**, 488 (1941)
A New Calculus for the Treatment of Optical Systems I
- [44] R. W. P. Drever *et al.*: Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator

-
- [45] T. W. Handch and B. Couillaud: *Opt. Commun.* **35**, 441 (1980)
Laser Frequency Stabilization by Polarization Spectroscopy of a Reflecting Reference Cavity
- [46] S. Moriwaki *et al.*: *Appl. Phys. Express* **2**, 016501 (2009)
Frequency Discrimination Method Making Use of Polarization Selectivity of Triangular Optical Cavity
- [47] M. Born and E. Wolf: Cambridge University Press, 7th (expanded) edition (1999)
Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light

謝 辞

本論文を執筆するにあたり、とても多くの方々にお世話になりました。この場をお借りして御礼申し上げます。

指導教員である安東正樹准教授には、修士課程の途中で研究室を移るという特殊な事情があったにも関わらず、研究室の一員として温かく迎え入れていただき、片道光速の異方性探査という素晴らしいテーマと出会うことができました。また、毎週の研究室ミーティングや輪講でいただいた鋭い指摘や助言は研究を進める上で非常にためになりました。

修士課程1年次の指導教員であった名古屋大学大学院理学系研究科の川村静児教授(元東京大学宇宙線研究所教授)には、基礎レクチャーという形で光学系や制御系などについて基本的なことを教えていただきました。これらの知識は本研究においても非常に役立っています。また、研究室を移った後も修士論文執筆に向けて色々と助言をいただきました。

東京大学大学院理学系研究科の日下暁人准教授には、修士論文審査の副査を務めていただきました。特にデータ解析の面で様々なコメントをいただき、より深い理解に繋げることができました。

東京大学宇宙線研究所の内山隆准教授にも副査を務めていただきました。修士1年次に宇宙線研究所に所属していたときには、セミナーや学会発表練習でもお世話になりました。

安東研究室の道村唯太助教には、実験の全般にわたって指導していただきました。異方性実験の先輩として、実験装置やデータ解析などの細かな内容について尋ねる機会が多くあり、その都度忘れたと言いながらも過去の記録を調べて丁寧に教えていただきました。

安東研究室博士課程2年の小森健太郎氏、博士課程1年の下田智文氏、有富尚紀氏、榎本雄太郎氏と内山研究室博士課程1年の長野晃士氏は、研究室の先輩として見習うべきところがたくさんありました。小森氏は気軽に話ができる先輩で、色々と有意義な議論を行うことができました。口数の多くない私に氏の方から話題を振っていただくことも多くありました。下田氏と有富氏にはTOBA実験で使用していた地震計やヘルムホルツコイルを本研究のために貸していただきました。最初は1週間程度と言いながら1か月以上借りっぱなしになっていましたが、修士論文があるからと言って快く貸していただきました。榎本氏と長野氏は川村研究室時代からの先輩であり、最初は何もわかっていなかった私に実験の基本的な知識や技術を丁寧に教えていただきました。

同期である安東研究室修士課程2年の武田紘樹氏と和田祥太郎氏は、ふとした事柄について気軽に相談したり議論したりできる相手でした。武田氏はともに異方性実験を進めてきた仲間であり、特に理論方面に精通していて異方性実験の理論的背景や拡張標準理論について教えてもらうこともありました。和田氏とは実験の枠を超えて議論を行ったり、就職活動についての情報交換も行うことができました。また、安東研究室修士課程2年の黄靖斌氏には、本論文の英語タイトルについて助言をいただくなど、英語のネイティブとして色々教えてもらいました。安東研究室修士課程1年の川崎拓也氏と高野哲氏は非常に優秀な後輩であり、色々と刺激をもらいました。川崎氏は私が聞いたことも無いような理論などの知識が非常に豊富で、教えることよりも教わることのほうが多くありました。高野氏が整備してくれた実験室の温度モニタは本論文で考察を行う際に非常に助かりました。

東京大学大学院理学系研究科の大塚茂巳氏をはじめとする試作室の皆様には、実験装置に使用する様々な部品を加工していただきました。加工をお願いした次の日に部品が完成していたこともあり、スムーズに研究を進めることができました。

物理事務分室の庭田まゆ子氏には、出張、物品購入、TA などについての事務手続きの面で大変お世話になりました。

最後に、常に私を応援し、あらゆる面で支えとなってくれた家族に感謝します。友人、親戚などここに挙げきれなかった多くの方々にもお世話になりました。これまで関わってきた全ての方々に感謝致します。本当にありがとうございました。