

修士論文

永久磁石を用いた受動防振装置の研究

理学系研究科物理学専攻 16094

西 雄彦

2003年1月



# 目次

第1章	イントロダクション	1
第2章	重力波とその検出	4
2.1	重力波の理論的導出	4
2.2	主な重力波源	6
2.2.1	高周波数帯域 (1Hz~10kHz) の重力波源	7
2.2.2	低周波数帯域 (~1Hz) の重力波源	7
2.3	レーザー干渉計型重力波検出器	8
2.3.1	マイケルソン干渉計による重力波検出	8
2.3.2	干渉計の雑音源	11
2.3.3	世界の大型干渉計計画	12
2.4	TAMA プロジェクト	13
2.4.1	TAMA の概要と目的	13
2.4.2	TAMA300 の構成要素	14
2.4.3	TAMA の成果と現状	16
第3章	防振系	18
3.1	重力波検出と防振	18
3.1.1	地面振動のモデル	18
3.1.2	防振系の役割	19
3.1.3	防振性能の評価	20
3.2	振り子を用いた受動防振	23
3.2.1	単振り子の防振性能	24
3.2.2	2段振り子の防振性能	25
3.2.3	倒立振り子の防振性能	26

3.3	ダンピング	29
3.3.1	ダンピングの必要性	29
3.3.2	ダンピング係数と Q 値	30
3.3.3	Q 値と位相の関係	32
3.3.4	受動的ダンピングと能動的ダンピング	33
3.3.5	フレキシブルダンピング	36
<b>第 4 章</b>	<b>低周波受動防振装置 SAS</b>	<b>38</b>
4.1	SAS 開発の意義	38
4.2	TAMA SAS の特徴	39
4.2.1	TAMA SAS の全体的特徴	39
4.2.2	TAMA SAS の各構成要素の特徴	40
4.3	TAMA SAS への受動的ダンピングシステムの導入意義	45
<b>第 5 章</b>	<b>半質点モデルによる受動防振装置の運動解析</b>	<b>46</b>
5.1	解析の目的	46
5.2	半質点モデルによる解析法	46
5.2.1	半質点モデル	46
5.2.2	TAMA SAS のモデル	47
5.2.3	運動方程式の導出	48
5.3	ダンパーの設置	49
5.3.1	ダンパーのモデル	49
5.3.2	ダンパーのパラメータ決定	51
5.4	解析結果のまとめ	57
<b>第 6 章</b>	<b>有限要素法による渦電流ダンピングの解析</b>	<b>59</b>
6.1	解析の目的	59
6.2	渦電流解析	59
6.2.1	渦電流解析と有限要素法	59
6.2.2	渦電流によるジュール熱	60
6.3	ANSYS による渦電流解析	60
6.3.1	有限要素解析プログラム	60
6.3.2	ANSYS	61

6.3.3	ANSYS による解析の概要	62
6.3.4	ANSYS による解析手順 1 -プリプロセス-	62
6.3.5	ANSYS による解析手順 2 -ソリューション-	66
6.3.6	ANSYS による解析手順 3 -ポストプロセス-	68
6.4	実験を利用したモデルの検証	69
6.4.1	倒立振り子	69
6.4.2	測定方法	69
6.5	解析結果	71
6.5.1	解析結果の精度評価 1 -メッシュ改良前-	71
6.5.2	解析結果の精度評価 2 -メッシュ改良後-	74
6.5.3	渦電流ダンピングの特性評価	78
6.6	本章のまとめ	87
<b>第 7 章</b>	<b>結論と今後の課題</b>	<b>88</b>
7.1	結論	88
7.2	今後の課題	89
<b>付 録 A</b>	<b>倒立振り子の運動</b>	<b>90</b>
A.1	倒立振り子の基本原理	90
A.2	倒立振り子の防振比	91
A.3	打撃中心効果	93
A.4	倒立振り子の弾性定数	96
<b>付 録 B</b>	<b>渦電流解析</b>	<b>98</b>
B.1	渦電流の支配方程式	98
B.2	有限要素法による渦電流解析	100
B.3	導体が運動する場合の渦電流解析	103
<b>付 録 C</b>	<b>受動防振装置の加振実験</b>	<b>104</b>
C.1	受動防振装置の設計	104
C.1.1	受動防振装置のモデル	104
C.1.2	構成要素のパラメータ	104
C.1.3	ダンパーの設計	106

C.2	加振実験	109
C.2.1	実験のセットアップ	109
C.2.2	測定方法	111
C.3	実験結果	112
C.3.1	防振比の測定	112
C.3.2	ダンピング効率の測定	114
C.4	実験のまとめ	117

# 目 次

2.1	重力波による時空の潮汐作用	6
2.2	マイケルソン干渉計	8
2.3	干渉計の方式	10
2.4	TAMA300の全体構成 [3]	14
3.1	地面振動の変位スペクトル [7]	19
3.2	単振り子	24
3.3	2段振り子	25
3.4	単振り子・2段振り子の防振比	27
3.5	倒立振り子	28
3.6	倒立振り子の防振比	29
3.7	単振り子のダンピング	30
3.8	振り子の自由減衰	31
3.9	Q値の変化と防振比	33
3.10	単振り子・2段振り子の防振比と位相変化	34
3.11	Q値の変化と位相	34
3.12	フレキシブルダンピング	36
3.13	ダンピング手法の比較	37
4.1	TAMA SASの構成 1. 倒立振り子 2. フィルター0 3. フィルター 1 4. ミラーサスペンション	40
4.2	MGAS	41
4.3	ミラーサスペンション	43
4.4	ローカルコントロールシステムの構成要素	44
5.1	受動防振装置のモデル	47

5.2	地面振動に対する鏡の防振比	50
5.3	ダンパーのモデル	50
5.4	共振周波数 $f_{d1}$ による防振比の変化	54
5.5	質量 $m_{d1}$ による防振比の変化	54
5.6	ダンピング係数 $\Gamma_1$ による防振比の変化	55
5.7	ダンパー 1 導入前後の防振比の比較	55
5.8	ダンパー 2,3 導入前後の防振比の比較	57
5.9	ダンパー 1,2,3 導入前後の防振比の比較	58
6.1	解析のモデル ( 導体、磁石、真空部 )	64
6.2	導体、磁石の拡大図	64
6.3	フリーメッシュ	66
6.4	マップトメッシュ	66
6.5	速度の設定による解析結果の変化	67
6.6	実験のセットアップ	70
6.7	セットアップの写真	70
6.8	マスの質量による倒立振り子の共振周波数の変化	71
6.9	メッシュの切り方 ( 改良前 )	72
6.10	測定結果と解析結果の比較 ( メッシュ改良前 )	73
6.11	メッシュ改良前のジュール熱の分布 ( $x$ 方向 )	73
6.12	メッシュ改良前のジュール熱の分布 ( $z$ 方向 )	73
6.13	メッシュの切り方 ( 改良後 )	74
6.14	測定結果と解析結果の比較 ( メッシュ改良後 )	75
6.15	メッシュ改良後の電流密度の分布 ( $x$ 方向 )	76
6.16	メッシュ改良後の電流密度の分布 ( $z$ 方向 )	76
6.17	導体と磁石の位置関係	76
6.18	メッシュ改良後のジュール熱の分布 ( $x$ 方向 )	77
6.19	メッシュ改良後のジュール熱の分布 ( $z$ 方向 )	77
6.20	導体と磁石の位置関係	77
6.21	解析のモデル	78
6.22	導体の厚さとダンピング効率	79
6.23	解析のモデル	80

6.24	磁石の極性とダンピング効率 ( $d_m = 1$ mm)	81
6.25	磁石の極性とダンピング効率 ( $d_m = 10$ mm)	81
6.26	磁石の極性とダンピング効率 ( $d_m = 30$ mm)	81
6.27	電流密度の分布 (同極) -極性による変化-	82
6.28	電流密度の分布 (異極) -極性による変化-	82
6.29	渦電流の流れ	82
6.30	磁石間隔とダンピング効率 (同極)	83
6.31	磁石間隔とダンピング効率 (異極)	83
6.32	電流密度の分布 ( $d_m = 5$ mm) -磁石間隔による変化-	85
6.33	電流密度の分布 ( $d_m = 15$ mm) -磁石間隔による変化-	85
6.34	電流密度の分布 ( $d_m = 30$ mm) -磁石間隔による変化-	85
6.35	電流密度の分布 ( $d = 1$ mm) -磁石と導体の距離による変化-	86
6.36	電流密度の分布 ( $d = 10$ mm) -磁石と導体の距離による変化-	86
6.37	電流密度の分布 ( $d = 20$ mm) -磁石と導体の距離による変化-	86
A.1	倒立振り子	90
A.2	$\beta$ による倒立振り子の防振比の変化	94
A.3	カウンターウェイトつき倒立振り子	95
A.4	弾性体の曲げ変形	97
C.1	受動防振装置のモデル	105
C.2	防振比の見積もり	106
C.3	上段用ダンパーのモデル	107
C.4	上段用ダンパーの解析	107
C.5	下段用ダンパーのモデル	108
C.6	下段用ダンパーの解析	108
C.7	実験のセットアップ	110
C.8	実験のセットアップ (写真)	110
C.9	加振器と実験装置	110
C.10	フォトセンサーの較正曲線	112
C.11	防振比の測定 (ダンパー無し)	114
C.12	防振比の測定 (上段用ダンパー導入)	115

C.13 防振比の測定（上段用・下段用ダンパー導入） . . . . .	115
C.14 防振比の測定 . . . . .	116
C.15 位相の測定 . . . . .	116

# 表 目 次

2.1	主な重力波源	6
2.2	世界の大型干渉計計画	12
5.1	図 5.1 の各番号と構成要素の対応関係	48
5.2	各パラメータの設定値	49
5.3	ダンパー 1 の共振周波数と R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度	53
5.4	ダンパー 1 の質量と R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度	53
5.5	ダンパー 1 のダンピング係数と R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度	56
5.6	ダンパー 2 のパラメータ	56
5.7	ダンパー 3 のパラメータ	56
5.8	ダンパーの導入による R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の変化	57
6.1	材料特性の設定	63
6.2	キャリブレーションによる保磁力の設定 (メッシュ改良前)	72
6.3	キャリブレーションによる保磁力の設定 (メッシュ改良後)	74
C.1	構成要素のパラメータ	105
C.2	ダンピング効率の測定結果	114

# 第1章 イントロダクション

本研究の根底に流れるテーマは重力波の直接検出である。重力波とは時空の波動であり [1]、その存在は Einstein の一般相対性理論によってはじめて理論的に明らかにされた。Einstein の予言から半世紀以上経った 1974 年、重力波の研究にとって画期的な発見がなされた。Hulse と Taylor によってなされたパルサー PSR1913+16 の発見である。このパルサーは近接した連星中性子星であり、公転運動にともなう重力波放出が存在する場合、系のエネルギーが減少して軌道が落ち込み軌道周期が短くなっていくと予想されたため、重力波の効果確認の期待の元に長年にわたって観測が続けられた。その結果、約 8 時間の公転周期  $P_b$  が  $\dot{P}_b = -76.54 \mu\text{s}/\text{y}$  の割合で減少していることがわかった。一般相対性理論から導き出される重力波放出による減少予想値  $\dot{P}_b = -75.75 \mu\text{s}/\text{y}$  と比較すると、1%以内という非常によい精度で一致していることから [2]、理論的に予言された重力波の存在が間接的に実証された<sup>1</sup>。

Hulse と Taylor の発見から四半世紀以上経った現在において、重力波の直接検出には至っていない。その理由は重力波の振幅が非常に微小である点にある。重力波の振幅は空間の歪み量（無次元量） $h$  で表される。1 年に数回程度期待される重力波イベントの場合、その振幅は  $h \sim 10^{-21}$  程度と考えられる。これだけの精度測定を実現することは容易ではない。現在、重力波の直接検出に対する取り組みは日本をはじめ世界各国で行われており、検出実現に向けての成果が着実にあげられている。

重力波の直接検出を目指す最大の理由は、重力波が新しい天文学を切り拓く役割を担うと期待されるためである。重力波は従来の電磁波天文学では得ることができなかった様々な情報を我々に与えてくれる。星の中心部の情報やブラックホールの定量的な高精度の情報、ビッグバン直後の初期宇宙に対する情報等、これらの情報を重力波によって得ることができれば宇宙物理学、天文学は飛躍的な進歩

---

<sup>1</sup>Hulse と Taylor はこの功績により 1993 年ノーベル物理学賞を受賞している。

を遂げることができるであろう。

現在重力波の検出法として主流となっているのは、レーザー干渉計を利用した検出法である。大型のレーザー干渉計型重力波検出器の建設計画が世界各国で進められており、特に日本の TAMA300 では既に長期の安定観測が可能な状態となっている [3]。重力波検出では非常に微弱な信号を検出するため、干渉計を用いて重力波検出器として期待される感度を実現するためには、ありとあらゆる雑音を取り除かなければならない。光の散乱雑音や光源の周波数・強度雑音、熱雑音や地面振動等、これらの雑音を低減するための研究が重力波検出器の開発において大きなウェイトを占めている。

本研究ではこれらの雑音のうち、特に地面振動の低減を主題としている。地面振動には地震に代表される突発的な大振幅の振動のほかに、定常的な微小振幅の振動が存在する。このような定常的な振動を常微動と呼ぶ。常微動の影響を低減する有効な手段のひとつに、防振したい物（重力波検出器の場合は干渉計の鏡）を振り子状に吊るす手法がある。振り子を用いた防振装置は、外部からエネルギーを与えなくても目的の動作を行うことから受動防振装置と呼ばれる。振り子を用いることによって、その共振周波数以上の帯域で防振比を得ることは可能となるが、共振周波数付近で逆に地面振動を増幅してしまうという難点も存在する。これは干渉計の動作にとって好ましくないことから、振り子の共振を抑制する減衰機構を考える必要がある。このような減衰のことをダンピングと呼ぶ。

本研究の対象である永久磁石を用いた振動減衰システムは、受動的ダンピングシステムの一例である。ダンピング対象の導体と磁石が相対運動すると、Faraday の誘導則により起電力が生じ導体内に渦電流が流れる。この渦電流によりジュール熱が発生し、導体はジュール熱分の運動エネルギーを失う。このような受動的ダンピングシステムの利点は、センサーやアクチュエータの電氣的雑音の影響を受けないこと、システムを単純化できること及び調整などを必要とせず常時動作する信頼性の高さである。

本研究の目標は、低周波防振装置 TAMA SAS(Seismic Attenuation System) に、永久磁石を用いた受動的ダンピングシステムを導入した場合得られる防振性能<sup>2</sup>を解析的に評価することである。TAMA SAS は、TAMA300 に導入予定の新しい低

---

<sup>2</sup>ここでいう防振性能とは、第3章で述べる防振比及び R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度のことを指す。

周波防振装置である。現在の TAMA SAS の設計では、倒立振り子と板バネを利用した受動防振に加え、能動的なダンピングも行っている。TAMA SAS の能動的なダンピングシステムを受動的なダンピングシステムに置き換えることが可能ならば、信頼性の高さなど受動的ダンピングシステムの利点を生かすことができる。よって、受動的ダンピングシステムを TAMA SAS に導入する可能性を検証することは、重要な意味をもつ。防振性能を解析的に評価する際必要なこととして、以下の2点が考えられる。1つは、実際に TAMA SAS に受動的ダンピングシステムを導入した場合の防振性能を評価することである。本研究では、半質点モデルによる TAMA SAS の運動解析を行い、この評価を行った。そしてもう1つ必要なことは、永久磁石を用いたどのような構成のダンピング機構で、目的の受動的ダンピングシステムを構築することが可能か評価することである。本研究では有限要素法による渦電流ダンピングの解析手法を確立し、この評価を行った。

以下、本論文の構成について述べる。

第2章では重力波の理論的導出や重力波検出に関する一般論及び TAMA プロジェクトの概要について述べる。

第3章では防振系の基礎について述べる。

第4章では本研究における防振性能の評価対象である低周波受動防振装置 TAMA SAS について述べる。

第5章では半質点モデルを用いて、受動的ダンピングシステムを組み込んだ TAMA SAS の防振性能を評価する。

第6章では受動的ダンピングシステムにおいて発生する渦電流を、有限要素法を用いて数値解析的に求め、実験によって評価する。

第7章では本研究全体の結論、今後の課題について述べる。

## 第2章 重力波とその検出

本章では重力波とその検出法の概論について述べる。

重力波の理論的な導出と主な重力波源について簡単に述べたのち、現在の重力波検出の主流であるレーザー干渉計による検出法について、その際問題となる雑音源の内容も含めて述べる。最後に日本の重力波検出計画である TAMA プロジェクトについて、最近の動向も含めて述べる。

### 2.1 重力波の理論的導出

重力波は Einstein 方程式を線形近似した際の波動解として導くことができる。Einstein 方程式は、万有引力定数  $G$  と光速  $c$  を用いて次式で表される。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

ここで、 $R_{\mu\nu}$  は Ricci テンソル、 $g_{\mu\nu}$  は重力ポテンシャル、 $T_{\mu\nu}$  はエネルギー運動量テンソルである。また、 $R$  はスカラー曲率であり、 $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$  で表される。真空中では  $T_{\mu\nu} = 0$  であるので、式 (2.1) は次式となる。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 0 \quad (2.2)$$

式 (2.2) の波動解を導くために、以下に示す線形近似を行う。平坦な時空を表す Minkowski 計量

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

に摂動項  $h_{\mu\nu}$  を加えた形で  $g_{\mu\nu}$  が表されると考えると、

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.4)$$

式 (2.4) を式 (2.2) に代入して  $h_{\mu\nu}$  の 1 次までで近似計算を行うと、式 (2.2) は、

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} \frac{\partial h_\mu^\rho}{\partial x^\rho} + \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial h_\nu^\rho}{\partial x^\rho} - \square h_{\mu\nu} - \frac{\partial^2 h_\rho^\rho}{\partial x^\mu \partial x^\nu} = 0 \quad (2.5)$$

となる。ただし、 $\square$  はダランベルシアン  $\square = \nabla^2 - \partial^2/c^2 \partial t^2$  である。式 (2.5) において、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \bar{h}_\mu^\nu}{\partial x^\nu} - \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{h}_\rho^\rho}{\partial x^\mu} = 0 \quad (2.7)$$

という Lorentz gauge 条件を課すと、式 (2.5) は、

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.8)$$

となる。これは波動方程式であり、 $h_{\mu\nu}$  が光速で時空を伝播していくことを示している。この波動解が重力波であり、 $z$  軸方向に進む重力波は Transverse Traceless gauge 条件のもとで、

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

と表せる。上式から重力波が 2 つの自由度  $h_+$  と  $h_\times$  をもつことがわかる。

重力波は時空に潮汐作用を及ぼす [4]。  $h_+$  による効果を + (プラス) モード、  $h_\times$  による効果を  $\times$  (クロス) モードと呼ぶ。図 2.1 のように重力波が  $z$  軸方向から伝播した場合、+モードと  $\times$  モードは互いに 45 度回転した形となる。

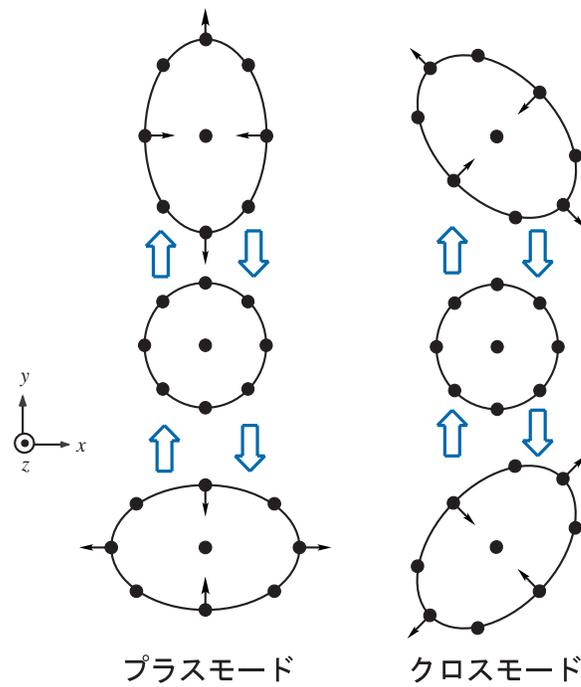


図 2.1: 重力波による時空の潮汐作用

## 2.2 主な重力波源

現在予想されている主な重力波源について、表 2.1 にまとめる<sup>1</sup>。以下では、その周波数帯域で分けて述べる。

周波数帯域	重力波源	距離	振幅	頻度
1Hz~ 10 <sup>4</sup> Hz	連星合体	200Mpc	10 <sup>-21</sup>	数回/年
	超新星爆発	銀河系内	10 <sup>-18</sup>	数回/世紀
	超新星爆発	乙女座銀河団内	10 <sup>-21</sup>	数回/年
10 <sup>-7</sup> Hz~1Hz	コンパクト連星		10 <sup>-20</sup>	連続波
	大質量ブラックホール合体	1Gpc	10 <sup>-15</sup>	数回/年
	ブラックホール合体	1Gpc	10 <sup>-14</sup>	数回/年
	宇宙論的背景放射		10 <sup>-15</sup>	連続波

表 2.1: 主な重力波源

<sup>1</sup>1pc=3.26 光年

### 2.2.1 高周波数帯域 (1Hz~10kHz) の重力波源

地上の重力波検出器で観測が可能と考えられている重力波の帯域が、この1Hz以上の帯域である。現在建設・運転中の主な重力波検出器は、この帯域の中でも特に100Hz以上の帯域を重力波の観測帯域に設定している。この帯域の主な重力波源は、連星中性子星の合体と超新星爆発である。

中性子星やブラックホールなどの大質量の天体が連星を成すと、重力波の放出により軌道運動エネルギーを失い最終的には合体する。合体直前までに放出する重力波の波形は理論的な予想が可能であるので、測定した波形と理論予想による波形を比較することにより、連星系の質量や距離など様々な情報を得ることができる。

超新星爆発も有力視される重力波源の一つである。その発生頻度は連星中性子星の合体に比べて高い。しかしその反面、超新星爆発による重力波はバースト波でありその波形予想が難しいため、現在バースト波検出を目的とした様々なデータ解析手法が開発されている。

### 2.2.2 低周波数帯域 (~1Hz) の重力波源

LISA や DECIGO といった宇宙空間レーザー干渉計の建設計画がある。宇宙空間では地面振動が存在せず、また基線長の長い干渉計が建設可能であるので、宇宙空間レーザー干渉計は低周波側で感度の高い干渉計となり、1Hz以下のこの周波数帯域を重力波の観測帯域に設定している。

この帯域の重力波源が、中性子星や白色矮星などの連星である。これらの連星は低周波の連続的な重力波を常時放出している。LISA で目標感度を達成した場合に、確実に観測できると期待される重力波源である。

初期宇宙の情報が得られると期待される、宇宙背景放射の重力波もこの低周波側にある。重力波は他の物質との相互作用が弱いために、ビッグバン直後に生じた重力波が現在も存在している可能性が高い。また、宇宙紐やインフレーションなど宇宙論的起源を持つ重力波も考えられており、これらを検証することによって宇宙論への様々な手がかりを得ることができる。

## 2.3 レーザー干渉計型重力波検出器

### 2.3.1 マイケルソン干渉計による重力波検出

レーザー干渉計型重力波検出器の基本構成はマイケルソン干渉計である。マイケルソン干渉計は図 2.2 のように、光源と 2 枚の鏡、レーザー光を 2 方向に分割するビームスプリッター (BS) 及び光検出器 (PD) で構成される。

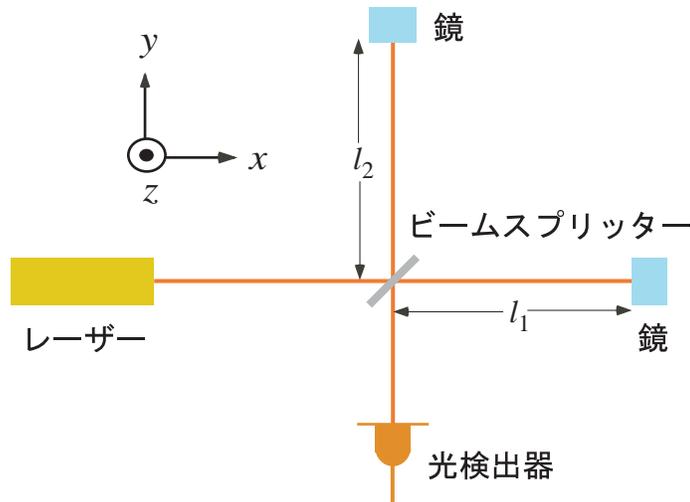


図 2.2: マイケルソン干渉計

光源から出た光は BS で 2 方向に分けられ、光路上にある 2 枚の鏡でそれぞれ反射される。戻った光は BS 上で干渉し、この干渉光の強度は 2 つの光路長の距離の差と光の波長によって決まる。よって、干渉光を PD で検出することで、2 つの光路長の差動変動を読み取ることができる。

マイケルソン干渉計の重力波に対する応答を以下に述べる。図 2.2 において、 $z$  軸方向から +モードの重力波が伝播してきたとすると、四次元線素は TT ゲージ条件のもとで次式で表される。

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h(t)) dx^2 + (1 - h(t)) dy^2 + dz^2 \quad (2.10)$$

波長  $\lambda$  の光が  $x$  軸上を進む場合について考えると、 $dy = dz = 0$  となり、光は

$ds^2 = 0$  の世界線上を進むので、式 (2.10) より、

$$\frac{dx}{dt} = \pm \frac{c}{\sqrt{1+h(t)}} \quad (2.11)$$

となる。

BSで分割され、距離  $l_1$  を往復してきた光について考えると、式 (2.11) を時間積分することにより次式が得られる。

$$\int_{t_1}^t \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} = \frac{1}{c} \left( \int_0^{l_1} dx + \int_{l_1}^0 (-dx) \right) = \frac{2l_1}{c} \quad (2.12)$$

ただし、 $t_1$  は光が BS で分割された時刻、 $t$  は光が  $l_1$  を往復して BS に戻ってきた時刻である。式 (2.12) の左辺は1次近似を用いることにより、

$$\int_{t_1}^t \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} \sim \int_{t_1}^t \left( 1 - \frac{1}{2}h(t') \right) dt' \quad (2.13)$$

となる。

時刻  $t$  における光の位相を  $\phi_1(t)$  とすると、 $\phi_1(t)$  は光の角周波数  $\Omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  を用いて、次式で表せる。

$$\phi_1(t) = \Omega t_1 \quad (2.14)$$

$h \sim 0$  のとき  $t_1 \sim t - \frac{2l_1}{c}$  であるので、式 (2.12)(2.13)(2.14) より、 $\phi_1(t)$  は次式で表される。

$$\phi_1(t) = \Omega \left( t - \frac{2l_1}{c} - \frac{1}{2} \int_{t-2l_1/c}^t h(t') dt' \right) \quad (2.15)$$

$l_2$  を往復する光についても、同様に考えることができる。時刻  $t$  における光の位相を  $\phi_2(t)$  とすると、先程とは  $h(t)$  の符号が異なることに注意して、

$$\phi_2(t) = \Omega \left( t - \frac{2l_2}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-2l_2/c}^t h(t') dt' \right) \quad (2.16)$$

となる。

これらの光の位相差  $\Delta\phi$  は、 $l_1 \sim l_2 = l$  とすると、式 (2.15)(2.16) より次式となる。

$$\Delta\phi = \phi_1(t) - \phi_2(t) = -\frac{2\Omega(l_1 - l_2)}{c} - \Omega \int_{t-2l/c}^t h(t') dt' \quad (2.17)$$

重力波による位相変化は、式(2.17)の右辺第2項で表される。 $h(t)$ をFourier変換して周波数成分について考えると、重力波による位相変化の項は次式で表される。

$$\int h(\omega) \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) \exp\left(-i\frac{l\omega}{c}\right) \exp(i\omega t) d\omega \quad (2.18)$$

これより、位相変化は $l\omega/c = \pi/2$ となるときに最大となることがわかる。300Hzの重力波を観測する場合は、 $l=250\text{km}$ で干渉計の感度が最大となるが、このような長基線長の重力波検出器を地上に建設することは非現実的である。

より短い基線長で光路長を稼ぐ方法として、図2.3のような2種類の干渉計の方式が考えられている。

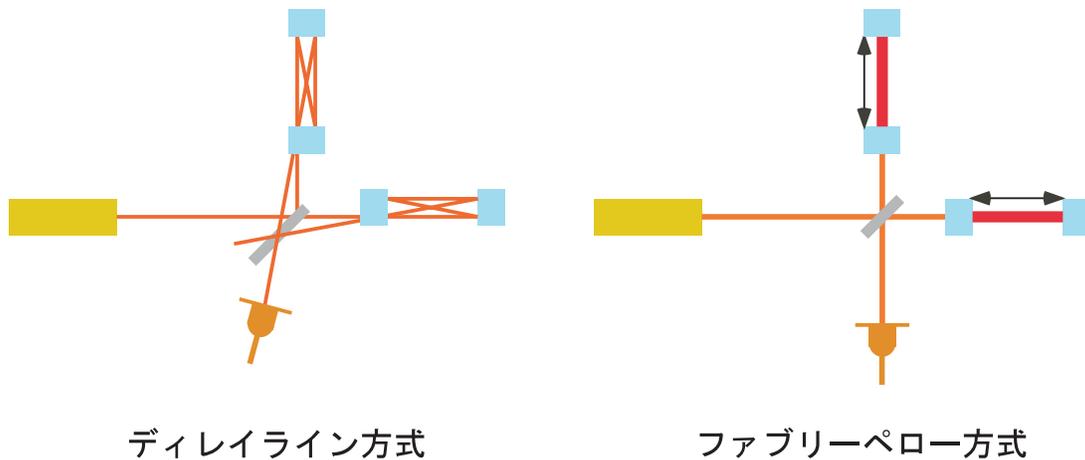


図 2.3: 干渉計の方式

ディレイライン (Delay-Line, DL) 方式は、干渉計の腕の部分に2枚の鏡を向かい合わせて設置し、この鏡の間を光を往復させることによって光路長を稼ぐ方式である。このとき、光を反射する箇所は図2.3のように鏡の異なる部分をそれぞれ用いる。この方式は光の反射する箇所が異なる分大型の鏡が必要となるため、鏡の製作の難しさや鏡の機械振動などが問題となる。

ファブリーペロー (Fabry-Perot, FP) 方式は、干渉計の腕の部分ファブリーペロー共振器で構成し、光の多重干渉を利用して光路長を稼ぐ方式である。この方式は往復の光路を重ねるため、必要な鏡がディレイライン方式に比べて小さくてよい。また、比較的高い感度を得やすいなどの利点があるが、ファブリーペロー共振器の共振状態を維持する必要があるため、制御系はより複雑になる。

### 2.3.2 干渉計の雑音源

干渉計を重力波検出器として動作させる際に問題となる雑音源について、以下に述べる。

#### 地面振動

干渉計を構成する鏡などの光学素子が地面振動によって揺れてしまうと、重力波による光路長変動と区別がつかないため重力波の検出は不可能となる。また、振動は干渉計の安定な動作も阻害する。地面振動は特に数十 Hz 以下の低周波数帯域において、主要な雑音源となる。

問題となる地面振動には、地震や大規模な人間活動による突発的な振動の他に、常微動と呼ばれる定常的な微小振幅の振動が含まれる。常微動には人間活動に起因するものや、マイクロサイスミックピークと呼ばれる海洋の波によるものなどがある。重力波検出器の定常的な性能に影響を与えるのはこの常微動であり、以降では地面振動といえは常微動を指すものとする。

地面振動や、地面振動雑音を防ぐ防振系については、次章でより詳しく述べる。

#### 熱雑音

温度  $T$  の熱浴中に存在する物体は、各自由度に  $\frac{1}{2}k_B T$  ( $k_B$  はボルツマン定数) の熱エネルギーが分配されることによって振動する。この振動による雑音は熱雑音と呼ばれ、精密測定の限界を課す雑音として知られている。干渉計型重力波検出器においても、干渉計を構成する鏡及び鏡を吊るす振り子の熱振動が干渉計の光路長を変化させ、感度を制限する主要な雑音となる。

揺動散逸定理より、熱雑音は系の損失  $\phi$  に比例することが知られている<sup>2</sup>[4]。よって、熱雑音を低減するには損失の小さい鏡や支持系を用いればよい。また、熱雑音は系の温度  $T$  にも比例するため、干渉計を冷却することも熱雑音を低減する有効な手段である。次節で述べる日本の次世代重力波検出器 LCGT では、冷却による熱雑音の低減を目指している。

---

<sup>2</sup>次章で述べる  $Q$  値と  $\phi$  は、 $Q = \frac{1}{\phi}$  の関係にある。

### 光の散乱雑音

光の散乱雑音（ショットノイズ）は、光が光量子であることに起因する雑音である。光検出器に光が入射し光電流  $I_P$  が流れたとき、素電荷を  $e$  とすると、散乱雑音のパワースペクトル密度は  $\sqrt{2eI_P}$  で表される。重力波信号はレーザーの強度に比例するので、ショットノイズに対する信号対雑音比（SN比）は、 $\sqrt{I_P}$  に反比例することになる。つまり、レーザーの強度を増せばショットノイズは低減される。レーザーの強度を増す方法としては、高出力レーザーの開発の他に、干渉計からレーザーに戻る光を鏡で打ち返して実効的な光量を増幅させる、パワーリサイクリングと呼ばれる方法などがある。

### その他の雑音

その他の雑音として、レーザーの周波数雑音や、真空系の残留ガスによる影響などがある。これらの雑音を低減するため、レーザーの周波数安定化や超高真空の実現といった技術開発が行われている。

### 2.3.3 世界の大型干渉計計画

現在、世界各国で重力波の直接検出を目指して大型干渉計計画が進められている。主な計画を表 2.2 に示す。

プロジェクト名	参加国	設置場所	基線長	方式
LIGO	アメリカ	Hanford/Livingston	4km/2km	Fabry-Perot
VIRGO	フランス/イタリア	Cascina	3km	Fabry-Perot
GEO	ドイツ/イギリス	Hannover	600m	Delay-Line
TAMA	日本	三鷹	300m	Fabry-Perot

表 2.2: 世界の大型干渉計計画

最も大規模な計画はアメリカの LIGO 計画であり、Hanford と Livingston に各々基線長 4km のレーザー干渉計がほぼ完成している。また、Hanford には 2km のレーザー干渉計も完成している。ヨーロッパでは、フランスとイタリアが共同で VIRGO 計画を進めており、イタリアの Pisa に 3km のレーザー干渉計を建設中である。また、ドイツとイギリスが進めている GEO 計画では、600m のレーザー干

渉計がドイツの Hannover に完成している。日本の TAMA 計画では三鷹に 300m のレーザー干渉計が既に完成しており、2000 年から本格的な観測体制をとっている。

これらの計画の他に、将来計画として日本の LCGT 計画や DECIGO 計画、NASA と ESA が進めている LISA 計画などがある。

LCGT は日本の次世代重力波検出器計画である。ミラーの熱雑音を低減するために低温ミラーを用いることがその特徴であり、神岡鉱山の地下に基線長 3km の大型レーザー干渉計を建設する予定である。

DECIGO と LISA は宇宙空間レーザー干渉計計画である。1Hz 以下の低周波数帯域での重力波観測を目的としており、低周波側で雑音源となる地面振動の存在しない宇宙空間にレーザー干渉計を建設する予定である。地上のレーザー干渉計と宇宙空間レーザー干渉計の組み合わせにより、幅広い周波数帯域での重力波観測の実現が期待される。

## 2.4 TAMA プロジェクト

### 2.4.1 TAMA の概要と目的

TAMA は日本の中規模重力波検出器計画である。国立天文台三鷹キャンパスにおいて 300m 基線長のレーザー干渉計「TAMA300」が建設され、2000 年からは世界に先駆けて重力波の本格的観測が始められた。

TAMA の目標は、中心周波数 300Hz、帯域幅 300Hz で  $h_{\text{rms}} = 3 \times 10^{-21}$  の感度を達成することである。TAMA300 は LIGO などの km クラス検出器に比べて 1桁小さいスケールであるが、その分短時間での建設が可能となり、世界に先駆けて観測を開始することに成功した。現在のところ世界で唯一長時間安定して運転が可能な検出器となっている。

TAMA の目的は、将来の km クラス大型レーザー干渉計に必要な技術を確認すること及び技術の確認に留まらず検出器として運転し、実際に重力波の直接検出を目指すことである。TAMA 向けの重力波源の一つに、MACHO(MAssive Compact Halo Object) がある [5]。MACHO から放出される重力波の振幅は地上で  $h_c \sim 10^{-18}$

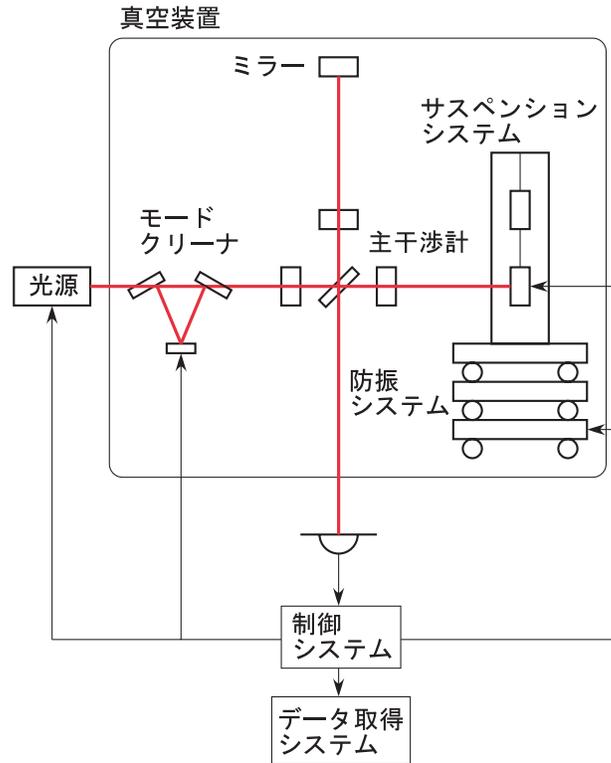


図 2.4: TAMA300 の全体構成 [3]

程度と予想されており、TAMA300 でも検出が十分可能であると考えられている。

### 2.4.2 TAMA300 の構成要素

TAMA300 は図 2.4 に示す要素で構成される。各要素の特徴について以下に述べる [3]。

#### 光源

光源には Nd:YAG レーザーが用いられている。低出力レーザーをマスターレーザーとして用いる注入同期の技術が利用されており、単一モード単一周波数で発振、かつ連続出力で約 6W の非常に安定度の高い光の発生を実現している。また、周波数や強度を安定化するために光源にはアクチュエータが組み込まれている。

## ミラー

ミラーは熱雑音を抑えるため、機械的損失が非常に小さい熔融石英を材料として用いている。また、ミラーの基材やコーティングの光学的損失は最新の技術により可能な限り抑えられている。これは、リサイクリングの技術を用いて実効的な光のパワーを強くし、かつ発熱によるミラーの変形や熱レンズ効果などを避けるためである。

## モードクリーナ

モードクリーナは3枚の鏡からなるリング型光共振器であり、入射光の空間的なモードを整形してビームジッターなどの雑音源を抑える役割がある。また、光源の粗い周波数安定化のための基準ともなる。

## 主干渉計

主干渉計は、300mのアーム長をもつリサイクリング付きのファブリーペロー・マイケルソン干渉計である。リサイクリングにより実効的な光のパワーを強くし、ショットノイズの影響を抑えている。

## 防振システム

スタックと呼ばれる金属ブロックとゴム弾性体を交互に3段重ねたシステムが、防振システムには用いられている。このシステムの共振周波数は10Hz~30Hz程度であり、それより高い周波数帯域では周波数の6乗に反比例して防振比が減少していく。また、このスタックは空気圧をアクチュエータとした能動的防振装置の上に置かれており、1Hz~10Hz程度の振動が抑えられている。

## サスペンションシステム

サスペンションシステムでは、ミラーが2段振り子状に懸架されている。これは、重力波に対してミラーが水平方向に自由に応答することを可能にし、かつ防振効果を高めるためである。振り子の共振周波数付近の揺れは、金属製の中段マスと外部磁石による渦電流ダンピングを利用して抑えられている。また、ミラー

には磁石が設置されており、外部コイルとの間で制御用のアクチュエータを形成している。

### 真空装置

残留ガスの揺らぎが光路長に及ぼす影響を抑えるため、上で述べた光源以外の各要素は真空装置内に収められている。真空装置はミラー、サスペンションシステム、防振システムなどを収納するチェンバーと、それらを結ぶ真空パイプで構成される。腕の真空度は  $10^{-6}$ Pa 程度に保たれている。

### 制御システム

干渉計が正常に動作するためには、ミラーの位置や姿勢制御及び光の周波数や強度の制御が必要である。これらの制御は位相変調・復調により干渉計の様々なポートから取得した信号を、ミラーのアクチュエータや光源の周波数アクチュエータなどにフィードバックすることによって行われる。制御システムは全て自動化されている。

### データ取得システム

干渉計から得られた各種の出力は、地面振動等の様々な環境信号と共に、必要に応じて高速、中速、低速データとして記録される。また、主な信号は即座にチェックできるシステムとなっているため、干渉計の動作に異常が生じた場合はその発生源を容易につきとめることが可能である。

## 2.4.3 TAMA の成果と現状

TAMA300 では現在までに様々な成果が挙げられている。2000年に重力波検出器として世界最高感度  $h \sim 5 \times 10^{-21}/\sqrt{\text{Hz}}$  を達成し、2001年には長時間の重力波観測を実施、のべ1038時間のデータ取得と24時間の連続ロックに成功した。

現状はパワーリサイクリングの導入等の、検出器の感度及び安定度の向上のための様々な要素技術開発が進められ、同時に重力波データ取得のための観測ランも行われている。将来的には、RSE(Resonant Sideband Extraction) や TAMA SAS と

いった新技術の導入が計画されている。また、2003年2月からはLIGO及びGEOとの本格的な長時間同時観測が予定されており、その成果が国際的に期待されている。

## 第3章 防振系

本章では重力波検出器において取り除かなければならない様々な雑音のうち、地面振動雑音について、またこの地面振動雑音を低減させるための防振系について述べる。

地面振動のモデルや防振系の役割、防振性能を評価する上での指標について3.1節で述べた後、振り子やダンピングの基本原理について3.2節、3.3節で説明する。

### 3.1 重力波検出と防振

#### 3.1.1 地面振動のモデル

地面振動がレーザー干渉計型重力波検出器において主要な雑音源となること、また重力波検出において地面振動といえば常微動を指すことは前章で述べた。

都市部の典型的な地面振動のパワースペクトル密度  $x_{\text{seis}}(f)$  は次式で表される [6]。

$$\begin{cases} x_{\text{seis}}(f) = 10^{-5} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1 \text{ Hz}) \\ x_{\text{seis}}(f) = \frac{10^{-7}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f \geq 0.1 \text{ Hz}) \end{cases} \quad (3.1)$$

ただし、 $f$  は周波数である。本研究ではこのモデルを用いて以降の計算を行っている。

式(3.1)のモデルと、TAMA及び神岡鉱山内で測定した地面振動の結果を図3.1に示す。0.1Hz以上において、モデルとTAMAで測定した結果はよく一致していることがわかる。神岡鉱山での測定結果は、0.1~100Hzの帯域においてこれよりも2桁程度小さくなっている。図3.1に示したとおり、都市部(TAMA)に比べて閑散部(神岡鉱山)では地面振動レベルがかなり静かであるが、これは常時微動において人間活動の寄与が無視できないことと、岩盤の構造の違いによる。

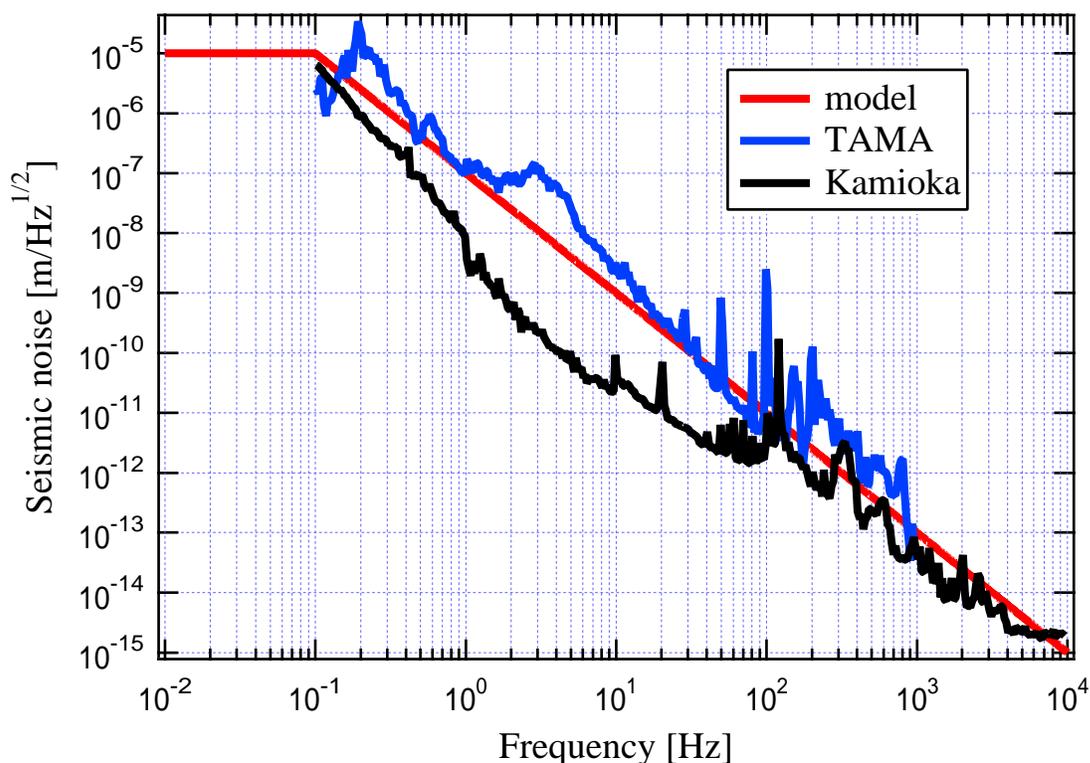


図 3.1: 地面振動の変位スペクトル [7]

### 3.1.2 防振系の役割

2.3 節で述べたとおり、レーザー干渉計型重力波検出器では重力波の影響による鏡の間の距離変化を信号として読み取っている。しかし、重力波による距離変化は非常に微小であるために、地面振動による鏡の振動（地面振動雑音）が重力波の効果を上回る場合重力波信号を得ることはできない。また、干渉計を安定動作させるためには鏡の位置を制御する必要があるが、これに用いられる制御系のゲインは有限であるため、もともとの鏡の振動が一定量を超えると干渉計の動作を保つのが困難になる。

防振系の主な役割をまとめると以下ようになる。

- 重力波の観測帯域においては地面振動雑音を低減させ、測定の SN 比（信号対雑音比）を向上させる。
- 観測帯域外においても鏡の振動を抑制し、干渉計が安定動作するための条件を満たすようにする。

- 鏡の位置、方向制御に必要な機能をもつ。

### 3.1.3 防振性能の評価

防振性能の評価を行う上での指標は大きく分けて2つある。防振比と R.M.S. 振幅 (Root Mean Square 振幅) 及び R.M.S. 速度である。以下ではこれらの指標について述べる。

#### 防振比

地面振動の振幅を  $x_{\text{seis}}(\omega)$ 、防振された鏡の振動振幅を  $x_{\text{mr}}(\omega)$  とすると、両者の比が防振性能の指標を与える。この比を防振比  $H(\omega)$  といい、次式で定義する。

$$H(\omega) = \frac{x_{\text{mr}}(\omega)}{x_{\text{seis}}(\omega)} \quad (3.2)$$

ただし、 $\omega = 2\pi f$  は角周波数である。

このように、防振比は地面振動に対する鏡の振動の周波数応答関数 (伝達関数) であり、防振比がわかれば、式 (3.1) の地面振動モデルを用いて鏡の振動の予測を行うことができる。

$$\begin{cases} x_{\text{mr}}(\omega) = H(\omega) \cdot 10^{-5} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1 \text{ Hz}) \\ x_{\text{mr}}(\omega) = H(\omega) \cdot \frac{10^{-7}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f \geq 0.1 \text{ Hz}) \end{cases} \quad (3.3)$$

重力波検出においては、重力波の観測帯域で少なくとも干渉計の目標感度まで鏡の振動振幅が抑えられていることが要求される。式 (3.1) に示すとおり、地面振動の振幅は低周波ほど大きくなるので、低周波側の可能な観測帯域は地面振動雑音で制限される。

本研究では後述するとおり、TAMA SAS の構成をモデル化しているので防振比の目標値もそれに準じた設定とする。TAMA SAS では 10Hz における地面振動雑音を、鏡を吊る振り子の熱雑音に対し 100 分の 1 に抑制することを目標としている。具体的には 10Hz において  $10^{-17} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  の地面振動雑音を実現することを目指している [8]。式 (3.1) より、10Hz における地面振動は  $10^{-9} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であるので

防振比の目標値は、

$$\left| \frac{x_{\text{mr}}(\omega)}{x_{\text{seis}}(\omega)} \right| = 10^{-8} = -160 \text{ dB} \quad (3.4)$$

となる<sup>1</sup>。

### R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度

R.M.S. 振幅 振動振幅  $x(\omega)$  の R.M.S. 振幅  $x_{\text{RMS}}$  は次式で表される。

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\int_0^{\infty} |x(\omega)|^2 d\omega} \quad (3.5)$$

これは鏡の絶対的な変動量を示す量である。防振比が地面振動によって直接定まる検出限界感度を決定したのに対し、R.M.S. 振幅は主に検出器の制御のしやすさや安定性を決定する。

式 (3.1) を式 (3.5) に代入して地面振動の R.M.S. 振幅  $X_{\text{RMS}}$  を計算すると、

$$X_{\text{RMS}} = \sqrt{\int_0^{\infty} |x_{\text{seis}}(\omega)|^2 d\omega} \sim 3.7 \mu\text{m} \quad (3.6)$$

となる。式 (3.6) から、地面は常に数  $\mu\text{m}$  程度振動していることがわかる。

式 3.6 で求めた値は全周波数帯域にわたって積分したものであるが、特定の周波数帯域、例えば 1Hz 以上の帯域の R.M.S. 振幅が求めたい場合はその積分区間を変更すればよい。1Hz 以上の地面振動の R.M.S. 振幅を求めると、

$$X_{\text{RMS}}(f \geq 1\text{Hz}) = \sqrt{\int_1^{\infty} |x_{\text{seis}}(\omega)|^2 d\omega} \sim 0.06 \mu\text{m} \quad (3.7)$$

となる。上式から、地面振動の全帯域における R.M.S. 振幅のうち、1Hz 以上の帯域の寄与は 2% 足らずであることがわかる。このことから、地面振動の R.M.S. 振幅を抑えるためには低周波側の防振を行う必要性が出てくる。

鏡の振動の R.M.S. 振幅  $x_{\text{RMS}}$  についても同様に計算でき、式 (3.2) の防振比を用いると、

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\int_0^{\infty} |x_{\text{mr}}(\omega)|^2 d\omega} = \sqrt{\int_0^{\infty} |H(\omega)x_{\text{seis}}(\omega)|^2 d\omega} \quad (3.8)$$

となる。鏡の R.M.S. 振幅は防振比  $H(\omega)$  によってその値が変わってくるが、上で

---

<sup>1</sup> $x \text{ [dB]} = 20 \log_{10} x$

述べたように地面振動の R.M.S. 振幅は低周波側の寄与が大きいので、防振比も特に低周波側に注視すればよい。次節以降で述べるように、受動防振系は共振周波数よりも十分大きい周波数帯域の振動は抑えるが、共振周波数付近とそれ以下の帯域の振動は低減されず、むしろ振動を増幅してしまう結果になることから、鏡の R.M.S. 振幅  $x_{\text{RMS}}$  を地面振動の R.M.S. 振幅  $X_{\text{RMS}}$  以下に抑えることは難しい。特に能動的なダンピングを行わない完全受動防振装置の場合、低周波側に近づくにつれ防振された鏡は支点の地面と一緒に動くことになるので、鏡の R.M.S. 振幅を地面振動の R.M.S. 振幅以下に抑えることは基本的に不可能である。しかしながら、鏡の位置制御系に工夫をすることによってこのような条件下でも重力波検出器としての感度を損なわずに干涉計を動作させることは可能である。本研究では完全受動防振装置の防振性能を取り扱うので、鏡の R.M.S. 振幅を地面振動の R.M.S. 振幅にできる限り近づけることを目標とする。

R.M.S. 振幅と、検出器の制御のしやすさや安定性との関係を説明する。

鏡が地面振動と同程度（数  $\mu\text{m}$ ）動いている状態では重力波の信号を検出することは不可能であるので、アクチュエータを用いて鏡の光軸方向の位置を制御する必要がある [9]。この際アクチュエータに求められる性能としては、鏡の R.M.S. 振幅を抑制し、干涉計の線形動作範囲内に押さえるのに必要な力が発生できることと、重力波の観測帯域内において重力波による光路長変化よりも大きな雑音を発生しないこと、がある。この2つの量はアクチュエータが制御すべき最大振幅と最小振幅を規定していると考えられ、最大振幅と最小振幅の比をアクチュエータのダイナミックレンジと呼ぶ。 $h_{\text{RMS}} \sim 10^{-21}$  で基線長  $L = 3\text{km}$  の干涉計の場合、ダイナミックレンジは  $10^{12}$  程度と計算できる [4]。

一方、アクチュエータのダイナミックレンジを駆動回路の点から考えた場合、ダイナミックレンジは回路の最大出力電圧  $v_{\text{max}}$  [V] と出力雑音  $v_n$  [V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ] によって規定されることになる。鏡の防振系を1段振り子と仮定して、このときの共振周波数を  $f_0$  とし、重力波の観測帯域を  $f_1 \pm \Delta f/2$  とすると、アクチュエータのダイナミックレンジは次式に比例すると計算できる [4]。

$$\sim \frac{v_{\text{max}}}{v_n \sqrt{\Delta f}} \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^2 \quad (3.9)$$

通常の電子回路では、 $v_{\text{max}}$  が大きくて数十 V 程度、また雑音  $v_n$  は雑音特性が非常

によい回路であっても数  $\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  程度である。  $f_0 = 1\text{Hz}$ ,  $f_1 = \Delta f_1 = 100\text{Hz}$  と仮定すると、式 (3.9) よりダイナミックレンジは  $10^{13}$  程度となる。これは先ほど求めた要求値  $10^{12}$  よりも 1 桁よい値となるが、実際には安全係数を考える必要性もあり、安全係数の取り方によってこのダイナミックレンジの評価は変わってくる。鏡の R.M.S. 振幅が小さいほど、ダイナミックレンジに対する要求値は小さくなるので回路の性能に対する要求も緩和され、回路の設計はより容易になることが以上の議論よりわかる。

**R.M.S. 速度** 鏡の振幅に対して R.M.S. 振幅を定義したのと同様に、鏡の速度  $v_{\text{mr}}$  に対しては RMS 速度  $v_{\text{R.M.S.}}$  が定義できる。R.M.S. 速度の場合は R.M.S. 振幅に比べて高周波側の寄与が大きくなる。

R.M.S. 速度も R.M.S. 振幅と同様、検出器の制御のしやすさを決定する。鏡の位置変動に対する干渉計の応答は非線形であるため、重力波の信号を検出するためには一定の動作点に干渉計をロックし、そのまわりで線形動作させる必要がある。鏡をこの動作点に引き込むためにはアクチュエータを用いて鏡を制御しなければならないが、制御系は動作点まわりの線形領域でしか働かないため、鏡がこの領域に留まる時間  $\tau$  が重要となる。線形領域の幅を  $x_{\text{lock}}$  とすると、時間  $\tau$  はおよそ次式で表される。

$$\tau \sim \frac{x_{\text{lock}}}{v_{\text{RMS}}} \quad (3.10)$$

このとき、検出器の出力には周波数  $1/\tau$  程度の信号が発生する。制御系の周波数帯域は、その周波数において制御系のゲインが十分大きいことが要求されるので、これより  $1/\tau$  の要求値が定まる。

干渉計のレーザーの波長が  $\lambda = 1\mu\text{m}$ 、フィネスが  $F \sim 100$  であるとき、 $x_{\text{lock}} \sim \lambda/F \sim 10^{-8} \text{ m}$  程度となるので、制御系の周波数帯域を  $100 \text{ Hz}$  とすると、R.M.S. 速度の要求値  $v_{\text{RMS}}$  は、

$$v_{\text{RMS}} \sim \frac{x_{\text{lock}}}{\tau} \sim 1 \mu\text{m/s} \quad (3.11)$$

となる。

## 3.2 振り子を用いた受動防振

本節では受動防振装置を構成する振り子の防振性能について述べる。

## 3.2.1 単振り子の防振性能

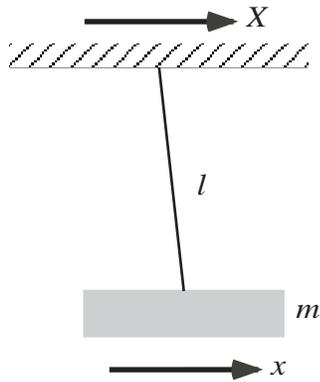


図 3.2: 単振り子

図 3.2 に示すような、質量  $m$  の物体を長さ  $l$  のワイヤーで吊るした単振り子の運動について考える。支点と物体の座標をそれぞれ  $X(t), x(t)$  とし、1次元並進運動について考えると、減衰のない振り子の運動方程式は次式で書ける。

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{mg}{l}(x(t) - X(t)) \quad (3.12)$$

式 (3.12) を Fourier 変換すると、

$$-m\omega^2 \tilde{x}(\omega) = -\frac{mg}{l}(\tilde{x}(\omega) - \tilde{X}(\omega)) \quad (3.13)$$

となる。式 (3.13) より振り子の防振比  $H(\omega)$  が計算でき、振り子の共振周波数を  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$  とすると、

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{mg/l}{-m\omega^2 + mg/l} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.14)$$

となる。

これより、単振り子の場合防振比は共振周波数  $f_0$  ( $\omega_0 = 2\pi f_0$ ) で最大となり、また共振周波数よりも十分大きい周波数帯域では、防振比は周波数  $f^2$  に反比例して減少していくことがわかる。式 (3.14) では、 $\omega = \omega_0$  のとき防振比は無限大となるが、実際には機械系の損失のために有限の値となる。損失については次節でより詳しく述べる。

一般に、振り子は段数が増加するほど高周波側の防振比の減少率が上がる。また、振り子の共振周波数が低いほど、防振性能の向上する帯域は低周波側に拡大する。よって、観測帯域での防振比を改善するためには、

1. 振り子の段数を増やす。
2. 振り子の共振周波数を下げる。

の2つの方法が考えられ、両者の方針から防振装置の設計がなされる。次節以降では、この2つの方法について述べる。

### 3.2.2 2段振り子の防振性能

実際の重力波検出器においては、単振り子では観測帯域に必要な防振特性が得られないので、多段振り子を用いることになる。ここでは、多段振り子の例として2段振り子について述べる。図3.3のような2段振り子について考える。

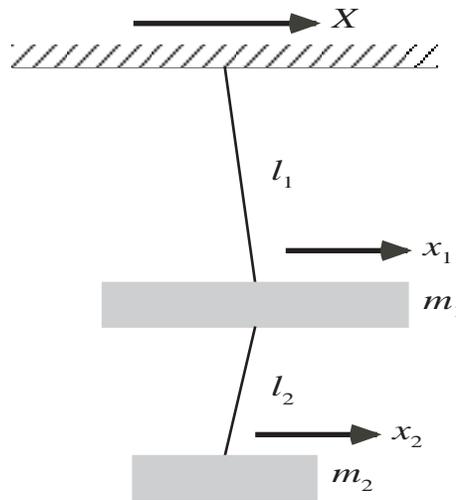


図 3.3: 2段振り子

上段振り子・下段振り子の質量をそれぞれ  $m_1, m_2$ 、ワイヤー長をそれぞれ  $l_1, l_2$  とする。支点と上段振り子・下段振り子の座標  $X, x_1, x_2$  について、運動方程式を Fourier 変換した結果は次式となる。

$$-m_1\omega^2\tilde{x}_1(\omega) = -\frac{(m_1+m_2)g}{l_1}(\tilde{x}_1(\omega) - \tilde{X}(\omega)) + \frac{m_2g}{l_2}(\tilde{x}_2(\omega) - \tilde{x}_1(\omega)) \quad (3.15)$$

$$-m_2\omega^2\tilde{x}_2(\omega) = -\frac{m_2g}{l_2}(\tilde{x}_2(\omega) - \tilde{x}_1(\omega)) \quad (3.16)$$

支点の振動に対する上段振り子・下段振り子の応答関数をそれぞれ  $H_1(\omega)$ ,  $H_2(\omega)$  とすると、式 (3.15)(3.16) より、

$$H_1(\omega) = \frac{\tilde{x}_1(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{(m_1 + m_2)\{1 - (\omega/\omega_2)^2\}}{(m_1 + m_2)\{1 - (\omega/\omega_1)^2 - (\omega/\omega_2)^2\} + m_1\{\omega^2/(\omega_1\omega_2)\}^2} \quad (3.17)$$

$$H_2(\omega) = \frac{\tilde{x}_2(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{m_1 + m_2}{(m_1 + m_2)\{1 - (\omega/\omega_1)^2 - (\omega/\omega_2)^2\} + m_1\{\omega^2/(\omega_1\omega_2)\}^2} \quad (3.18)$$

となる。ただし、 $\omega_1 = \sqrt{g/l_1}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{g/l_2}$  である。

これより、 $\omega_1, \omega_2$  よりも十分大きい周波数帯域では、下段振り子の防振比は周波数  $f^4$  に反比例して減少していくことがわかる。

上段振り子に対する下段振り子の防振比  $H_{12}(\omega)$  は式 (3.17)(3.18) から求めることができる。

$$H_{12}(\omega) = \frac{\tilde{x}_2(\omega)}{\tilde{x}_1(\omega)} = \frac{H_2(\omega)}{H_1(\omega)} = \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \quad (3.19)$$

つまり、上段振り子から見た下段振り子は単振り子と同様の動作を行っていることが、式 (3.19) より示される。

単振り子と2段振り子のモデルにおいて、 $l = l_1 = 0.3$  m,  $m = m_1 = 1.0$  kg,  $l_2 = 0.1$  m,  $m_2 = 0.5$  kg としたときの、支点に対する下段振り子の防振比の計算結果を図3.4に示す。

図3.4より、2段振り子の場合共振のピークは2つ存在することがわかる。上段振り子と下段振り子の同相モードが低周波側のピークに、差動モードが高周波側のピークに該当する。

一般に、 $n$  段振り子の場合には防振比は高周波側になるにつれ  $f^{2n}$  に反比例して減少していく。

### 3.2.3 倒立振り子の防振性能

低共振周波数を実現する振り子として、倒立振り子がある。図3.5のような、弾性ジョイントと脚、そしてその上に乗せたマスからなる振り子のことを倒立振り子と呼ぶ。

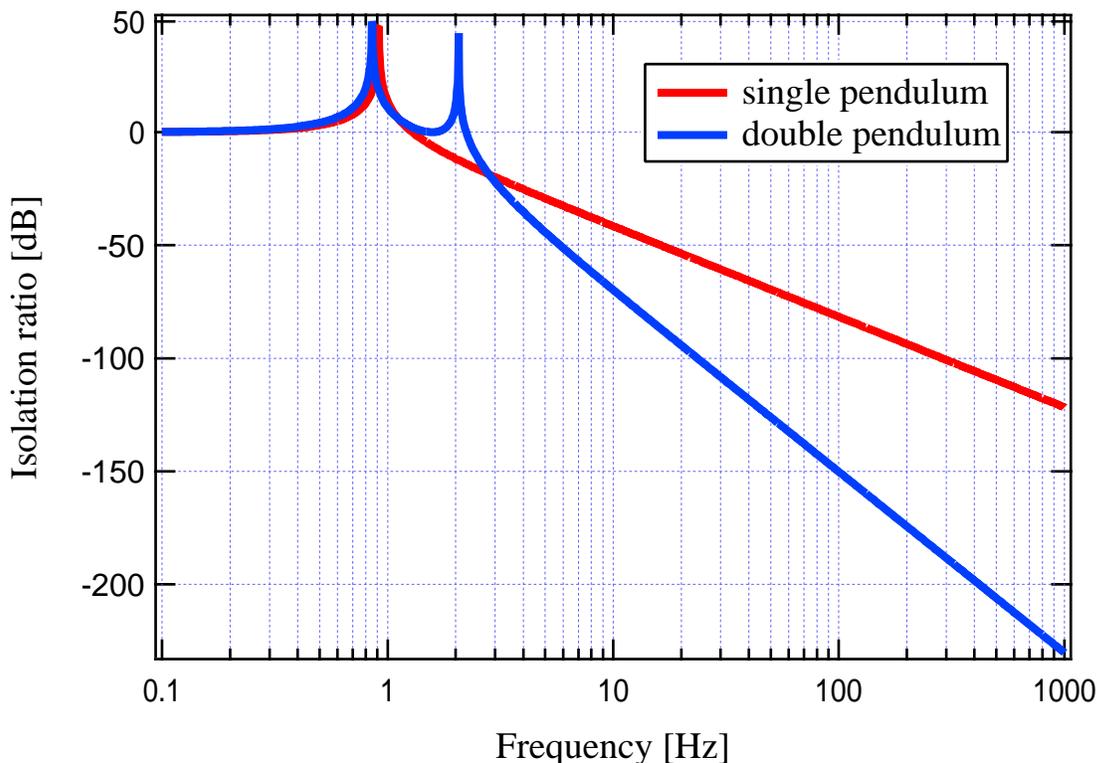


図 3.4: 単振り子・2段振り子の防振比

脚が傾くと、弾性ジョイントによる復元力が元に戻そうとする方向に働き、同時にマスに働く重力がさらに傾けようとする方向に働く。ジョイントの復元力に対し、この重力によりさらに傾けようとする効果のことを反バネ力と呼ぶ。

倒立振り子が防振系にとって最も有利な点は、この反バネ力によって振り子の共振周波数がより低くなることである。前節で述べたように、共振周波数を下げるとは防振比をより改善する方法の一つである。しかし懸架式の振り子の場合、その共振周波数  $f_0$  は  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$  となり、振り子の長さ  $l$  のみによって決まるので、現実的なスケール (1m 以下) の振り子では共振周波数を下げるのに限界がある。例えば、30mHz という低周波の共振周波数を実現するためには、振り子の長さは 300m 近くにもなり、非実用的である。

それに対し、倒立振り子ではマスの質量が共振周波数を決める要素の一つとなるため、マスの質量を調整することによって、実現可能なスケールで共振周波数を下げることができる。

マスの質量を  $M$ 、脚の質量を  $m$ 、脚の長さを  $l$ 、ジョイントの弾性定数を  $k$  と

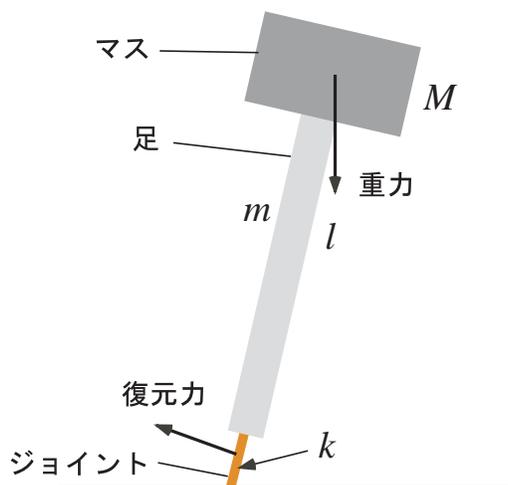


図 3.5: 倒立振り子

すると、倒立振り子の支点に対するマスの防振比  $H(\omega)$  は次式で表される<sup>2</sup>。

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{\omega_0^2 + \beta\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.20)$$

ただし、

$$\omega_0^2 = \frac{k - (M + \frac{m}{2})\frac{g}{l}}{M + \frac{m}{4} + \frac{J}{l^2}} \quad (3.21)$$

$$\beta = \frac{\frac{m}{4} - \frac{J}{l^2}}{M + \frac{m}{4} + \frac{J}{l^2}} \quad (3.22)$$

である。

式 (3.20) の  $\beta$  は、倒立振り子の脚が有限の質量をもつことに由来する項である。 $\beta$  が典型的な値  $\beta = 0.001$  となるときの倒立振り子の防振比を図 3.6 に示す。図 3.6 のように、共振周波数  $\omega_0$  よりも十分大きい周波数帯域においては、倒立振り子の防振比は  $\beta$  に収束する。このときの、防振比の収束値  $\beta$  をプラトーレベルと呼ぶ。

このままでは、倒立振り子を利用することによって共振周波数が下げられても、理想的な振り子に比べて防振比が悪化してしまうことになるので、 $\beta$  をなるべく小さくする必要がある。この問題の解決法に、カウンターウェイトと呼ばれるおもりを脚の下方に取り付ける方法がある。

<sup>2</sup>付録 A 参照

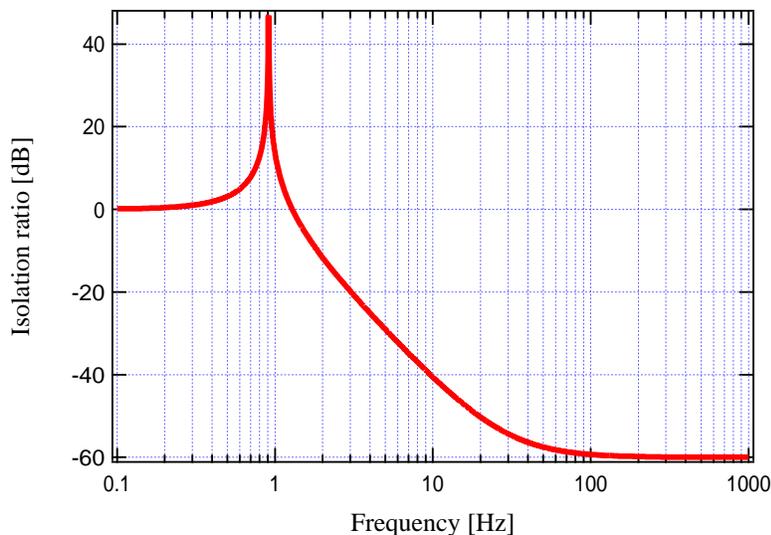


図 3.6: 倒立振り子の防振比

### 3.3 ダンピング

#### 3.3.1 ダンピングの必要性

振り子を用いれば防振比の面では防振性能を得ることができる。前節の2段振り子の例では、150Hz以上の周波数帯域で防振比は-165dB以上となるが、これはTAMA300の目標値を満たしている。それに対し、防振性能のもう一つの指標であるR.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の面ではどうなるのか。以下では、2段振り子の例を用いてこれを考察する。

振り子の支点が地面振動の振幅で動いているとすると、下段振り子の振幅 $x_2(\omega)$ は式(3.18)より求めることができるが、ピーク周波数で $x_2(\omega)$ が無大になってしまうことから、振り子を導入することによってR.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の面では地面振動よりもむしろ悪化してしまう。これを防ぐためには、共振周波数付近の振り子の振動を抑える機構が必要である。このような減衰機構をダンピング機構と呼び、受動防振装置においては必要不可欠なものである。

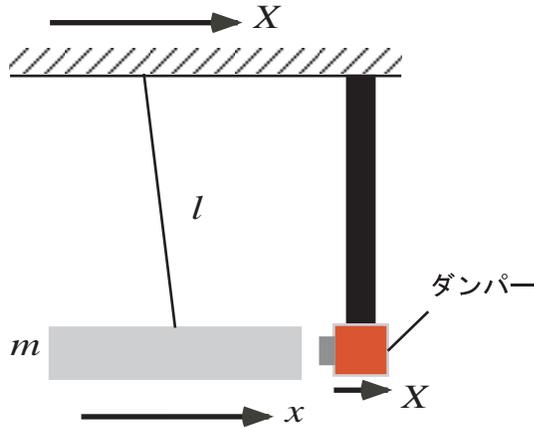


図 3.7: 単振り子のダンピング

### 3.3.2 ダンピング係数と Q 値

図 3.7 のような、単振り子にダンピング機構を組み込んだ場合の運動について考える。ダンピング用のマス（ダンパー）は硬い棒で支点と繋がっているとし、支点と同じ速度  $\dot{X}(t)$  をもつと考える。このようにダンパーが硬く支持された場合をリジッドダンピングと呼ぶ。

粘性ダンピングシステムでは振り子のマスに加わる減衰力（ダンピング力）は、マスとダンパーの相対速度に比例するので、この比例係数（ダンピング係数）を  $\Gamma$  とすると、運動方程式は式 (3.12) の右辺に減衰項を加えた形となる<sup>3</sup>。

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{mg}{l}(x(t) - X(t)) - \Gamma(\dot{x}(t) - \dot{X}(t)) \quad (3.23)$$

式 (3.23) で  $X(t) = 0$  とした場合、 $x = x_0 \exp(i\omega t)$  を代入して解を求めると、

$$x(t) = x_0 \exp\left(-\frac{\Gamma}{2m}t\right) \cos\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2m}\right)^2}t \quad (3.24)$$

となる。ただし、 $\omega_0 = \sqrt{g/l}$  である。

この解において、 $x_0 = 1\text{m}$ 、 $m = 1\text{kg}$ 、 $\omega_0 = 10 \text{ rad} \cdot \text{Hz}$  としたときの、時間  $t$  に対する減衰曲線を図 3.8 に示す。図 3.8 より、ダンピング係数  $\Gamma$  が大きいほど、マスの運動は速く減衰していくことがわかる。

<sup>3</sup>ここでは、振り子の摩擦などに起因するダンピングは無視する。

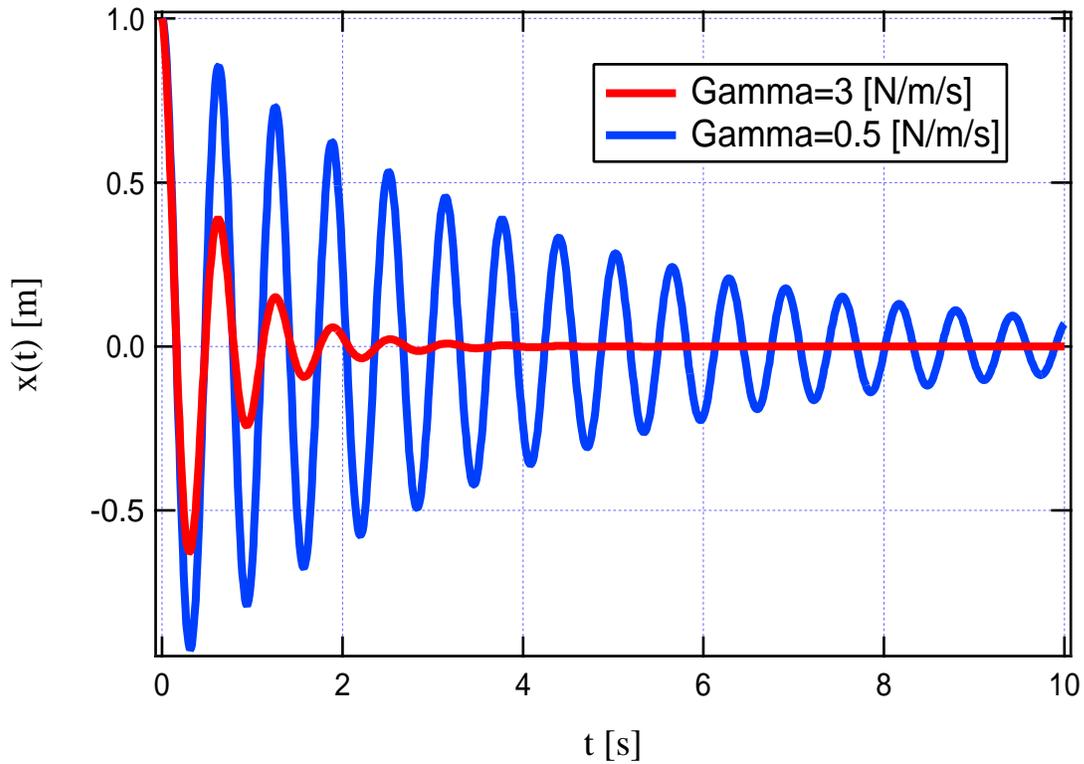


図 3.8: 振り子の自由減衰

実験でダンピング係数を求める際には、図 3.8 のような減衰運動を測定し、その結果を式 (3.24) でフィッティングして求めるのが一つの方法である。

ここで、減衰のある系において頻繁に用いられる  $Q$  値 (quality factor) を導入する。粘性ダンピングにおいて  $Q$  値は次式で定義される。

$$Q = \frac{m\omega_0}{\Gamma} \quad (3.25)$$

式 (3.25) で示されるように、 $Q$  値は無次元量であり、エネルギーの散逸の度合いを示す量である。 $Q$  値の逆数は振動 1 周期あたりに失われるエネルギーに比例する。

式 (3.25) を式 (3.23) に代入し、両辺 Fourier 変換すると次式になる。

$$-m\omega^2 \tilde{x}(\omega) = -m\omega_0^2 (\tilde{x}(\omega) - \tilde{X}(\omega)) - im \frac{1}{Q} \omega \omega_0 (\tilde{x}(\omega) - \tilde{X}(\omega)) \quad (3.26)$$

これより、防振比  $H(\omega)$  が求められ、

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (3.27)$$

となる。

式 (3.27) より、 $|H(\omega)|$  は周波数帯域ごとに以下のように近似できる。

$$|H(\omega)| \simeq \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \quad \left(1 \ll \frac{\omega}{\omega_0} \ll Q\right) \quad (3.28)$$

$$\simeq \left(\frac{Q\omega_0}{\omega}\right) \quad \left(Q \ll \frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (3.29)$$

式 (3.28)(3.29) より、防振比が  $f^2$  に反比例して減少する帯域は  $1 \ll \omega/\omega_0 \ll Q$  に限られ、高周波側では防振比は  $f$  に反比例して減少することがわかる。これは、ダンピング力を介してダンパーの運動、つまり地面振動が導入されることを意味する。また、 $Q$  値が小さいほど  $f^2$  で減少する帯域は狭まることになる。

ダンピングによって共振周波数付近の振動を抑えることができても、このままでは振り子本来の防振比特性を損なってしまう。この対策法については後述する。

共振周波数における防振比は、式 (3.27) に  $\omega = \omega_0$  を代入して求められ、 $\sqrt{Q^2 + 1} \sim Q$  となる。このことから、 $Q$  値は共振のピーク高とフロアレベルの比を表す量であることがわかる。

単振り子のダンピングにおいて、 $Q$  値を変化させたときの防振比の様子を図 3.9 に示す。 $Q$  値が 0.5 のとき共振のピークは完全に無くなる。この現象をクリティカルダンピングと呼ぶ。

### 3.3.3 $Q$ 値と位相の関係

式 (3.13) のような振り子の運動方程式から得られる伝達関数は、複素数で表される。その絶対値が防振比であり、角度部分は位相と呼ばれる。

減衰のない単振り子・2段振り子の位相変化を防振比とともに図 3.10 に示す。単振り子の場合について図 3.10 を見ると、共振周波数よりも低い周波数帯域では位相は 0 度であることがわかる。これは、支点と振り子のマスが同方向に動くことを意味する。共振周波数で位相は 90 度遅れ、共振周波数よりも高周波側では位相は 180 度遅れる。このとき、支点と振り子のマスは互いに逆方向に動く。2 段振り

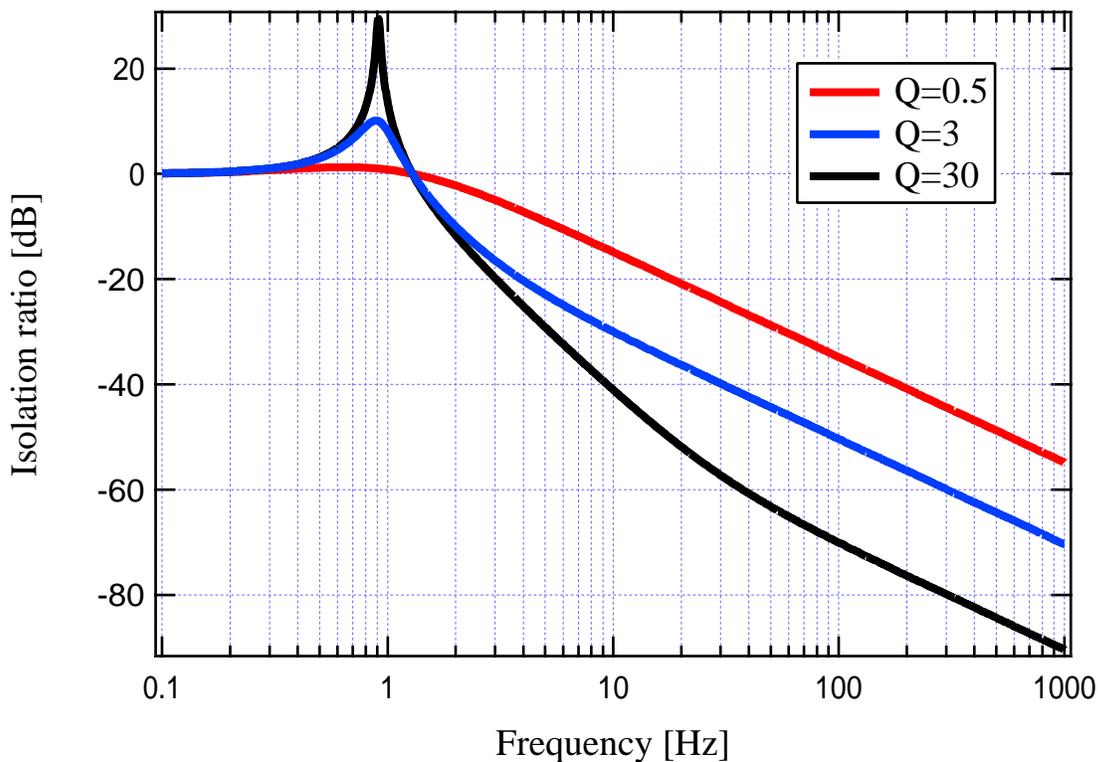


図 3.9: Q 値の変化と防振比

子の場合について見れば、共振周波数を超えるごとに位相は 180 度ずつ遅れることがわかる。

減衰のある単振り子では、Q 値によって位相は図 3.11 のように変化する。図 3.11 より、Q 値が大きいほど共振周波数において位相は急速に遅れることがわかる。また、共振周波数よりも十分大きい周波数帯域では位相は 90 度遅れているが、これはダンピング力を介して振り子に地面振動が導入されるためである。

### 3.3.4 受動的ダンピングと能動的ダンピング

ダンピングはその手法によって、受動的ダンピングと能動的ダンピングの 2 つに大別される。この節では各々の特徴について簡単に述べる。

外部からエネルギーの供給を受けずにダンピングする手法のことを受動的ダンピングと呼ぶ。受動的なダンピングの代表例が、実生活で広く用いられているオイルダンパーや、本研究のテーマともなっている永久磁石による渦電流ダンピングである。渦電流ダンピングについての詳細は 6 章で述べるので、ここでは簡単

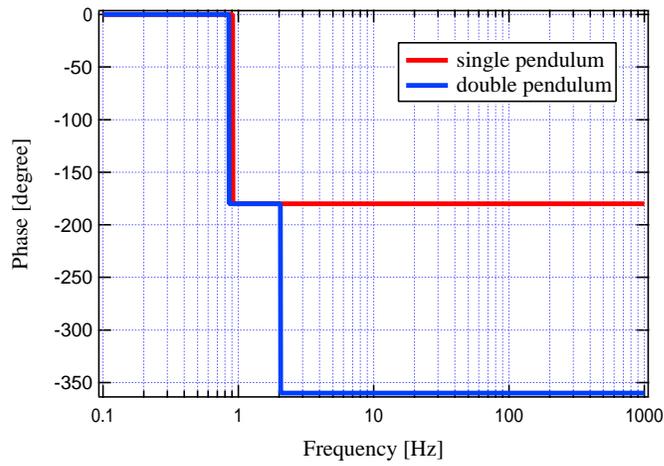
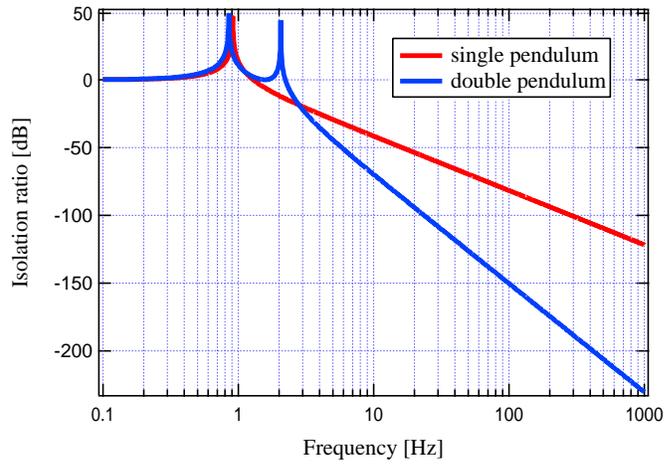


図 3.10: 単振り子・2 段振り子の防振比と位相変化

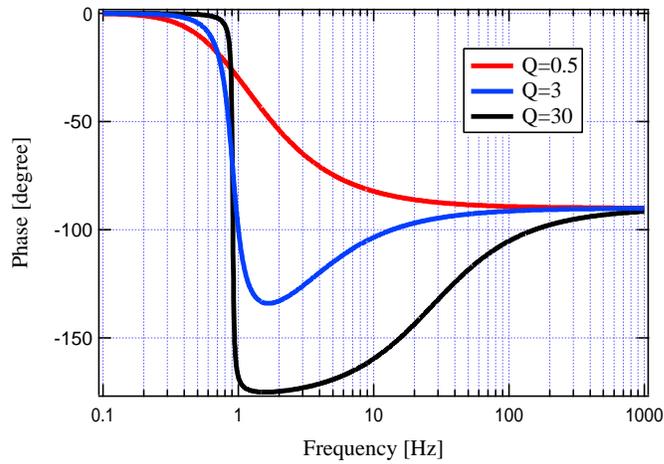


図 3.11: Q 値の変化と位相

な原理について述べるに留める。

永久磁石の周りには磁場の勾配が存在するので、この磁石の近くに非磁性の導体を置いた場合、磁石と導体が相対運動することによって導体上の任意の閉曲線を貫く磁束が変化する。その際、Faradyの誘導則により磁束変化を妨げる向きに磁束の変化率に比例する起電力が生じ、導体内に誘導電流（渦電流）が流れジュール熱が発生する。導体はこのジュール熱の分だけ運動エネルギーを失うので、振動が減衰する。

発生するジュール熱は磁束の変化率に比例することになり、また磁束の変化率は磁石と導体の相対速度に比例するので、相対速度に比例する減衰力が導体に働く。

磁石の作る磁場を  $B$  とすると、減衰力の相対速度に対する比例係数  $\Gamma$  は次式で表される。

$$\Gamma = A\sigma B \frac{\partial B}{\partial x} \quad (3.30)$$

ただし、 $A$  は幾何形状によるファクター、 $\sigma$  は導体表面の電気伝導度である。

このような受動的ダンピングに対して、物体の運動をセンサで検出し、それに応じた負帰還の力を加えて、運動を減衰させる手法が能動的ダンピングである。センサとしては変位計や加速度計が用いられる。制御対象に力を加えるアクチュエータには、対象に磁石を取り付け、それに対向してコイルを設置し、このコイルに電流を流すことでコイルに生じる磁場と磁石との相互作用により物体に力を加える、非接触式のコイルマグネットアクチュエータなどがある。例えば、変位の信号を一回微分して帰還すれば、渦電流ダンピングと同様な速度に比例した減衰力を加えることが可能となる。

能動的ダンピングに対する受動的ダンピングの利点としては、エネルギー供給やメンテナンスを必要とせず信頼性が高いことと、センサやアクチュエータのノイズに影響を受けないことである。反面、単純な物理現象を利用しているため、設計の自由度が低いことなどが問題となる。

以下では特に断らない限り、受動的ダンピングについて議論する。特にダンピング力が物体の速度に比例した粘性ダンピング (viscous damping) を取り扱う。

### 3.3.5 フレキシブルダンピング

前節の単振り子のダンピングにおいて、ダンパーが地面振動と同様に動く場合、高周波側で振り子に地面振動が導入されてしまい、防振比が悪化することがわかった。これは、支点に加わる地面振動によって振り子が揺れる効果に対して、ダンピング力を介して地面振動が導入される効果が優勢になってしまうことが原因である。したがって、防振比の悪化を解決するには、図 3.12 のようにダンパーも振り子のマスと同様軟らかく弾性支持し、マスとダンパーの相対速度を十分小さくしてやればよい。

この際、ダンパーの共振周波数を振り子のそれよりも高く設定すれば、振り子の共振周波数付近ではダンパーは地面と同様に動くので、前節とほぼ同様な減衰力が得られる。十分高い周波数では、振り子、ダンパーの速度の絶対値が小さく、また同相で運動するため両者の相対速度が小さくなりダンピング力が無視可能になる。

このように、ダンパーを弾性支持するダンピングの手法をフレキシブルダンピングと呼ぶ。単振り子においてダンピング無しの場合、リジッドダンピング及びフレキシブルダンピングを行った場合の防振比の比較を図 3.13 に示す。

図 3.13 より、フレキシブルダンピングが共振のピークを抑え、かつ防振比も悪化させない理想的な手法であることがわかる。

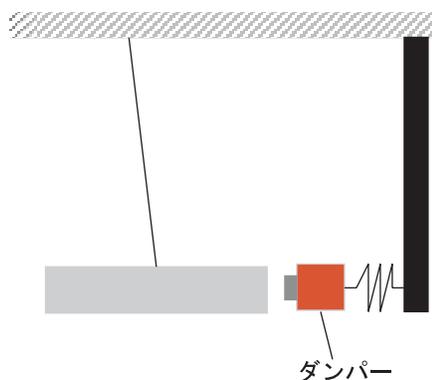


図 3.12: フレキシブルダンピング

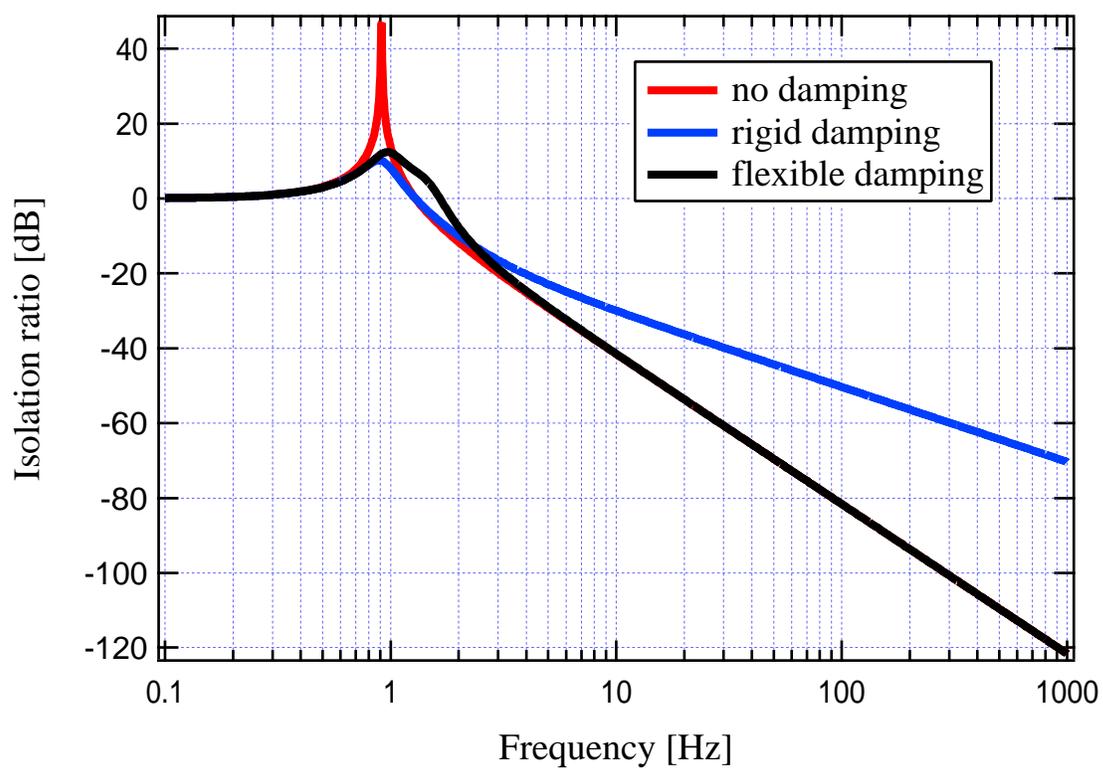


図 3.13: ダンピング手法の比較

## 第4章 低周波受動防振装置SAS

本研究では、TAMA SAS に受動的ダンピングシステムを導入したときの防振性能の評価を目的としている。

SAS(Seismic Attenuation System) は次世代重力波検出器に向け、開発・試験中の新しい低周波防振装置である。TAMA と LIGO 及びヨーロッパの研究機関が共同で開発を進めてきた。SAS の技術を利用して TAMA300 に向けて開発した TAMA SAS の性能試験は東京大学理学部において行われた。TAMA SAS は現在進行中の TAMA300 改良計画の一部であり、数年以内に TAMA300 に導入される予定である。また LCGT 等の次世代検出器においてもその性能を発揮することが期待される。

本章では、SAS 開発の意義や TAMA SAS の特徴及び TAMA SAS に受動的ダンピングシステムを導入する意義について述べる。

### 4.1 SAS 開発の意義

現在開発・稼働中のレーザー干渉計型重力波検出器(TAMA, LIGO, GEO, VIRGO 等)では、重力波の直接検出を主要な目的としているために、波源<sup>1</sup>の存在が確実に視され波形も予想しやすい100Hz以上の帯域を、重力波の観測帯域に設定しているものがほとんどである<sup>2</sup>。

しかし、今後重力波検出を新しい天文学の手段として活用するためには、より広帯域での観測、干渉計の連続運転などが要求される。そのための次世代検出器の開発が現在日本の LCGT をはじめ、世界各国で計画されている。

観測帯域を拡大する際、特に低周波側の感度を改善することによってより多様な天体现象を観測対象とすることができ、また、中性子連星の合体などの従来の観測対象もよりよいS/N比で観測できることが期待できる。すでに述べたように、

---

<sup>1</sup>連星中性子星の合体など

<sup>2</sup>VIRGO は数十 Hz 以上で十分な感度を持つような設計になっている。

地面振動が主要な雑音源として問題となるのは低周波側である。TAMA SASはこの低周波側の地面振動雑音を低減させることによって、観測帯域を10Hz程度にまで広げることを目標としている。具体的には地面振動雑音と干渉計の熱雑音（鏡を吊る振り子の熱振動）が数Hzで同レベルとなるような設計が行われている。また、低周波の防振を行うことによって、外乱の影響を受けにくくし、干渉計の安定性を向上させることも目的としている。

このように、SASは次世代干渉計の開発において必要な一要素技術として、非常に重要な位置付けとなっている。

## 4.2 TAMA SASの特徴

### 4.2.1 TAMA SASの全体的特徴

TAMA SASの構成を図4.1に示す。TAMA SASは水平方向の超低周波受動防振装置である倒立振り子[10]と、倒立振り子から懸架されたMGASフィルターと呼ばれる鉛直方向の低周波受動防振装置、及びMGASフィルターから懸架された鏡支持用のサスペンションから構成される。TAMA SASではこれらの機械系による受動防振と同時に、能動的なダンピングも行われている。具体的には以下のような方針に基づいて設計が行われている。

- 観測帯域（10Hz以上）における防振性能は、装置の受動的な特性のみによって決定されるように、能動ダンピングの帯域は数Hz程度までに限定する。
- 観測帯域以下での機械系の共振は、主に能動的なダンピングによってこれを抑える。ただし、能動的ダンピングが困難な共振については、サスペンションに組み込まれた受動的ダンピングを利用する。

各構成要素の特徴については次節で述べる。

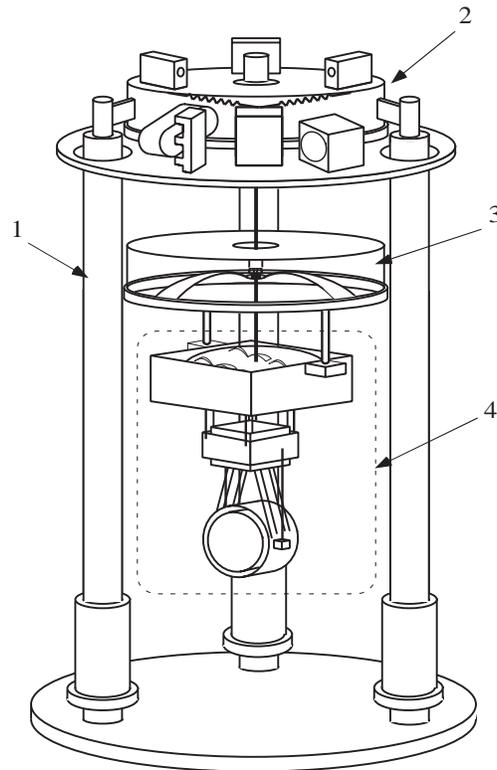


図 4.1: TAMA SAS の構成 1. 倒立振り子 2. フィルター0 3. フィルター1 4. ミラーサスペンション

## 4.2.2 TAMA SAS の各構成要素の特徴

### 倒立振り子

TAMA SAS の倒立振り子<sup>3</sup>は 3 つの脚からなり、共振周波数が 30mHz 程度になるように調整されている。また、脚にカウンターウェイトを取り付けることによって打撃中心効果を抑制しており、10Hz 以上の高周波側でおよそ-80dB の水平方向の防振比が得られる。

### MGAS フィルター

倒立振り子のからは 2 台の MGAS フィルターが懸架されている。2 台のうち、上側のものをフィルター 0、下側のものをフィルター 1 と呼ぶ。フィルター 0 は倒立振り子の 3 本の脚から直径 3 mm、長さ 30 mm のワイヤーで懸架されている。ま

<sup>3</sup>倒立振り子の詳細については、第 3 章と付録 A で述べている。

た、フィルター1は直径4mm長さ500mmの1本のワイヤーでフィルター0から懸架されている。

各フィルターの内部にはMGAS(Monolithic Geometric Anti-Spring)と呼ばれる、鉛直方向に防振効果のある低周波バネが組み込まれている。MGASは図4.2のように板バネ(ブレード)を大きく湾曲させた構造をしており、200mHzから500mHz程度の低共振周波数を実現している[11]。MGASの各ブレードは初期状態では平らになっているが、荷重を支えるために大きく曲げられている。このような大きな変形はブレードの非線形領域に及ぶが、つりあいの点のみを考えると鉛直方向に線形な復元力を発生するバネとみなすことができる。この状態でブレードを対向させると、ブレードは水平方向に圧縮力を受け、その先端の運動は鉛直方向に限定される。この圧縮力は、バネが動作点からずれるとそのずれを増大する働きをする。つまり、倒立振り子における重力と同様に反バネ力として機能する。MGASでは水平方向の圧縮力を変更することによって、共振周波数を調節することが可能である。

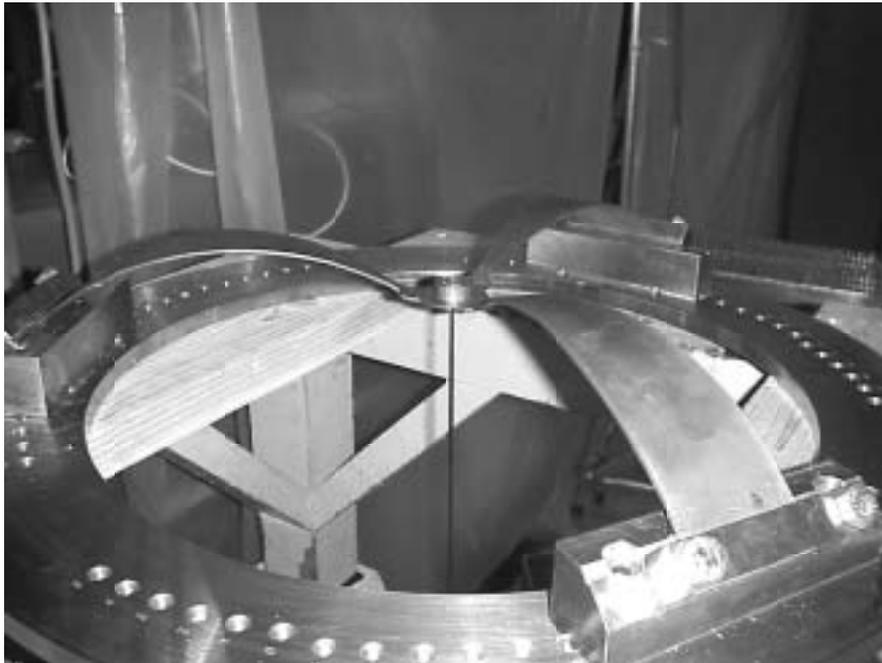


図 4.2: MGAS

## ミラーサスペンション

ミラーサスペンションは図 4.3 のように、基部となるプラットフォーム、その下に懸架された中段マス及び中段マスから懸架された鏡とリコイルマス、中段マスとリコイルマスをダンピングする永久磁石から構成される。

サスペンションプラットフォームは重量 15 kg 程度のアルミニウムのブロックであり、フィルター 1 の MGAS から 1 本のワイヤーで懸架されている。その内部には mMGAS (miniMGAS, 小型の MGAS) が 4 つ設置され、それぞれに直径 100  $\mu\text{m}$ 、長さ 250 mm のタングステンワイヤーが取り付けられている。これらのバネの共振周波数は 1.5 Hz 程度となるように調整されている。この共振周波数を実現するためには、通常のパネでは 10cm 程度の伸びを必要とするが、上で述べた反バネ効果を利用して MGAS の高さは 5 mm 程度に抑えられている。

中段マスは mMGAS に取り付けられた 4 本のワイヤーで吊られており、それを取り囲む形で永久磁石 (ネオジウム磁石、表面磁場 1 T) を設置した中段マス用のダンパーがサスペンションプラットフォームから独立に懸架されている。このダンパーは後述する能動的ダンピングでは抑えられないサスペンション内の共振をダンピングするのに用いられている。ダンパーはフレキシブルダンピングを実現するために弾性棒と板バネで懸架されている。

鏡とリコイルマスは中段マスからそれぞれ独立に 2 ループのタングステンワイヤーで懸架されている。リコイルマスは鏡と等しい質量・慣性モーメントをもつよう設計されている。鏡の背面には棒状の永久磁石が取り付けられており、それに対向するようにリコイルマスに設置されたコイルとコイルマグネットアクチュエータを形成している。これによって、鏡を吊る振り子と等価な振り子から力が加えられるようになっている。このアクチュエータで鏡に力を加えると、鏡とリコイルマスの反跳作用は中段マスで打ち消し合い、それより上の構造を反映しないので、本来は複雑な多段振り子状の鏡の応答が単純な単振り子とみなすことができる。このように、鏡の制御系の設計を容易にするのがリコイルマスの役目である。ただし、この性質のため鏡とリコイルマスの差動モードは中段マスの運動にカップルしないため、中段マスでの受動的ダンピングによってダンピングすることはできない。このモードをダンピングするため、TAMA SAS ではリコイルマスに隣接して小型のネオジウム磁石を配置している。

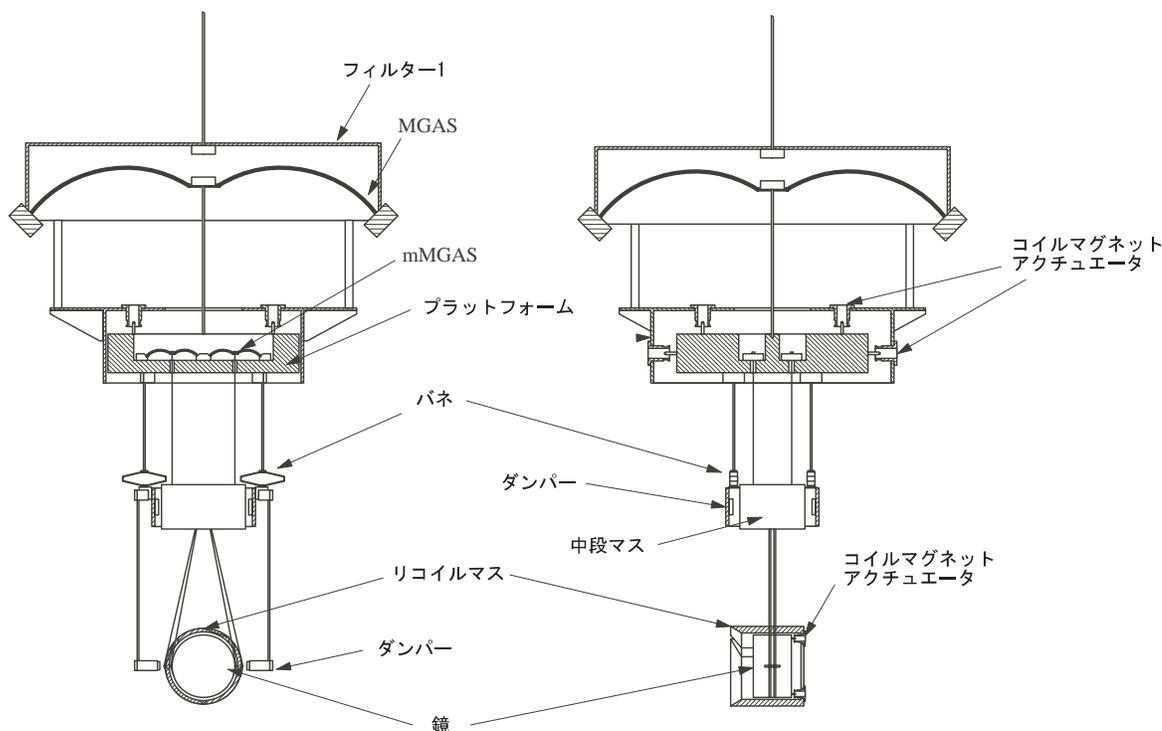


図 4.3: ミラーサスペンション

## ローカルコントロール

TAMA SAS では、前述した受動的な機械系に加え、能動的なダンピング（ローカルコントロール）も行っている。サスペンションプラットフォーム及び鏡では、コイルマグネットアクチュエータにより干渉計の光軸の制御（光路長とアライメントの制御）が行われる。倒立振り子の水平面内での制御を行うためのアクチュエータはフィルター0に取り付けられている。これらは図4.4のように、それぞれ3つのコイルマグネットアクチュエータとステッピングモータからなる。

フィルター0には、アクチュエータの他に水平加速度計とLVDT位置センサーが取り付けられている。倒立振り子の運動は水平面内に制限されているので、並進2自由度と鉛直軸回りの回転の、計3つの自由度をもっている。これらの運動を測定するために、加速度計とLVDT位置センサーはそれぞれ3台ずつ設置されている。LVDT位置センサーはフィルター0と地面の相対変位を検出する。また、水平加速度計はイタリアのピサ大学で開発されたものであり、非常に高い指向性をもっている [12]。TAMA SASを構成する多段振り子の固有モードは、そのほと

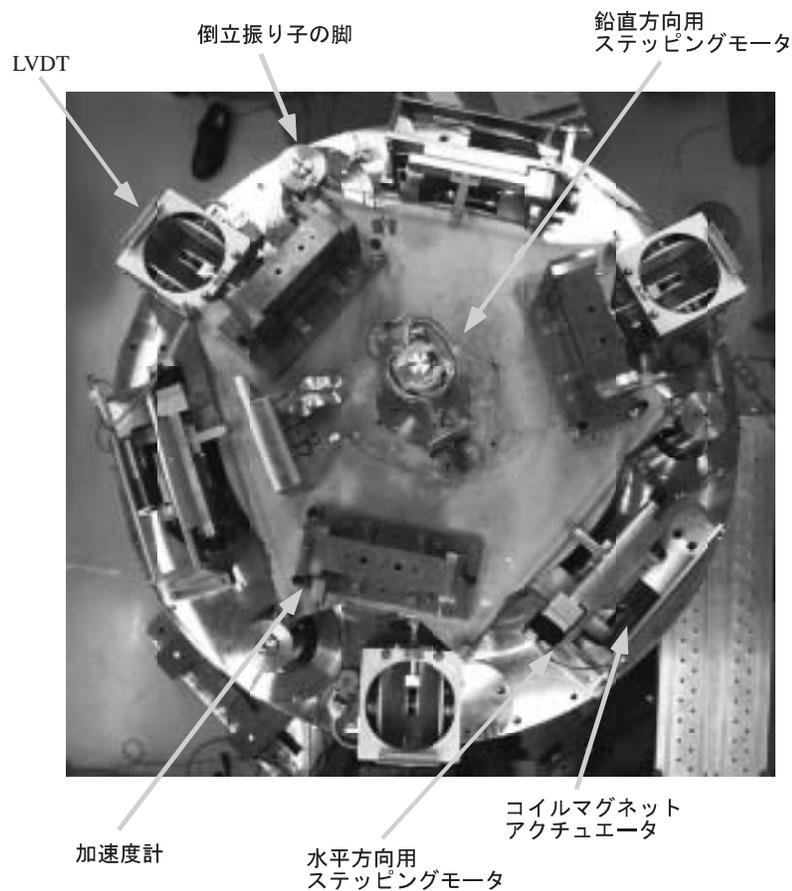


図 4.4: ローカルコントロールシステムの構成要素

んどが倒立振り子に反跳する。よって、これらのモードの振動をフィルター0上の加速度計、LVDT位置センサーで検出することが可能である。これらのセンサーで検出された信号を適当に処理し、コイルマグネットアクチュエータに返すことによってTAMA SASのローカル制御を行うことができる。

このローカル制御は、

- 加速度信号（一部は位置信号）を速度信号に変換したものをを用いて倒立振り子に速度ダンピングをかける。
- 制御帯域は重力波の観測帯域以下である、10 Hz以下にする。

という特徴をもっている。加速度信号を用いて制御を行うことの利点は、慣性形をリファレンスとすることが可能な点である。

センサーの方向と倒立振り子の3つのモードとの方向は必ずしも一致しないが、3つのセンサーの信号を適当に線形結合することにより、並進2自由度と回転の自由度を分離することができる。同時に、3つのコイルマグネットアクチュエータのゲインを適当に分配することにより、これらの3自由度を独立にアクチュエートすることができる。つまり結果として、3自由度を独立に検出、アクチュエートすることが可能である。

### 4.3 TAMA SAS への受動的ダンピングシステムの導入意義

前述したように、TAMA SAS では現在受動的な機械系に加え、能動的ダンピングシステムが採用されている。この能動的ダンピングシステムを、永久磁石を用いた受動的ダンピングシステムに置き換え、TAMA SAS を完全受動防振装置とした場合の防振性能を解析的に評価することが、本研究の目的である。

能動的ダンピングシステムを受動的ダンピングシステムに置き換えることの利点として、以下のことが挙げられる。

1. エネルギーの供給やメンテナンスを必要とせず、常時信頼性の高い動作が期待できる。
2. センサーやアクチュエータの電氣的雑音の影響を受けない。
3. 能動的ダンピングシステムに比べ、システムを単純化できる。
4. 電気機器を使用せず、永久磁石とその支持体などで構成されるため、低コストでシステムの構築が可能である。

一方、受動的ダンピングシステムには、(1) 基本的に鏡の振動の R.M.S. 振幅は地面振動の R.M.S. 振幅以下には抑えられないため、防振性能の面では能動的ダンピングシステムに劣る (2) 能動的ダンピングシステムに比べて単純な物理現象を利用しているため、ダンピング力の周波数特性は変更できない等、設計の自由度は低いといった欠点も存在する。しかし、このような欠点を克服すれば上記の利点を生かせるため、TAMA SAS に受動的ダンピングシステムを導入する可能性を検証することは重要である。

# 第5章 半質点モデルによる受動防振装置の運動解析

本章では、TAMA SAS に受動ダンピングを適用した場合の防振特性の解析について述べる。

## 5.1 解析の目的

本研究の目標は、TAMA SAS に永久磁石を用いた受動的ダンピングシステムを利用して、どの程度の防振性能を得ることができるかを解析的に評価することである。そのために必要なことは2つある。1つは、実際にTAMA SAS に受動的ダンピングシステムを組み込んだ場合の防振性能を評価することである。そしてもう1つは、永久磁石を用いたダンピング機構で、目的の受動的ダンピングシステムを構築することが可能か評価することである。

本章の解析では、このうち前者の防振性能の評価を目的としている。ここでは、ダンピング効率は任意に設定できるものとしている。必要なダンピング力を得るために要求される磁石の強さや配置については、次章の解析で具体的に求めることにする。

## 5.2 半質点モデルによる解析法

### 5.2.1 半質点モデル

ここでは、実際の防振装置の複雑さを避けるために、構成を簡易化したモデルを利用して解析を行う。

この解析ではモデルとして、半質点モデルを用いている。質点モデルは、防振装置の各段を質点とみなす最も単純化したモデルである。倒立振り子を除いて各

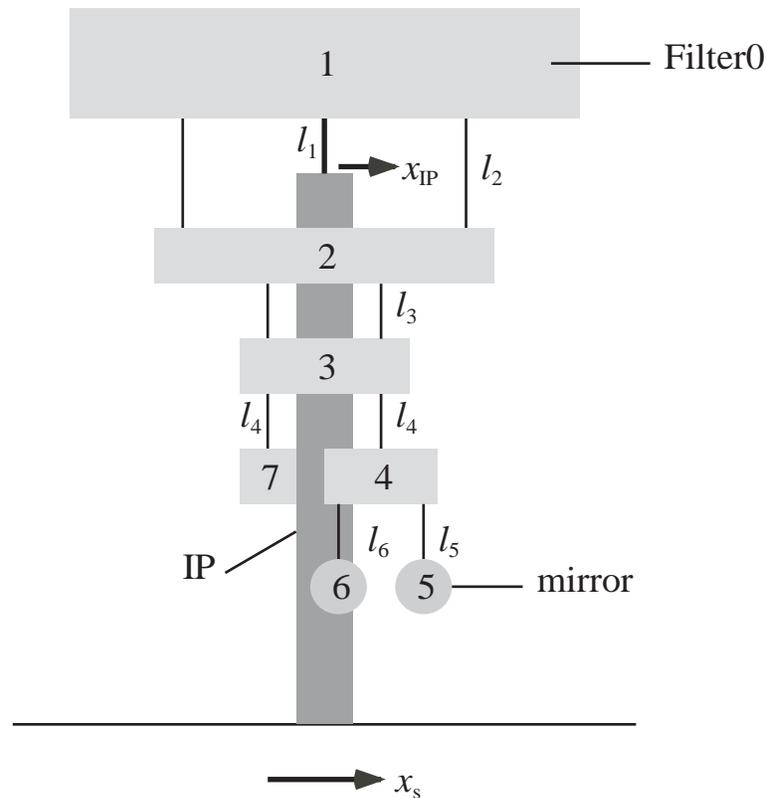


図 5.1: 受動防振装置のモデル

段は質点同士がワイヤーで振り子状に繋がれた系とみなす。倒立振り子については、打撃中心効果を考慮する必要があるので脚の具体的な形状や慣性モーメントなどを考慮している。つまり、倒立振り子は剛体とみなし、それ以外の各段は質点とみなすこのモデルを、ここでは半質点モデルと呼ぶ。各質点を結ぶワイヤーは全て質量をもたないとする。質点モデルの利点は計算が容易なことであるが、物体を質点とみなすために並進運動しか扱えず、物体の回転を考慮するような場合においてはこのモデルを使うことはできない。しかし、本研究においては1次元並進運動の防振性能評価を目標として、半質点モデルを用いて解析を行った。

### 5.2.2 TAMA SAS のモデル

第4章で述べた TAMA SAS を基準にして受動防振装置のモデルを作成した。作成したモデルを図 5.1 に示す。

図 5.1 では、便宜上各段の構成要素に番号を振っている。各番号と TAMA SAS における構成要素との対応関係を表 5.1 に示す。

番号	構成要素
1	フィルター 0
2	フィルター 1
3	サスペンションプラットフォーム
4	中段マス
5	鏡
6	リコイルマス
7	中段マス用ダンパー

表 5.1: 図 5.1 の各番号と構成要素の対応関係

各要素を結ぶワイヤーの長さ  $l_i$  は図 5.1 のように設定した。

実際の TAMA SAS では倒立振り子は 3 本設置されているが、対称性を考慮すると 1 本の足に単純化できる。

### 5.2.3 運動方程式の導出

図 5.1 の系における運動方程式を導出した。以下では、導出の際のポイントについてまとめる。

- TAMA SAS ではカウンターバランスを利用していることを考慮して、地面振動  $x_s$  からフィルター 0 の振動  $x_{IP}$  への応答式を導出した。 $x_{IP}$  から鏡の振動  $x_5$  までの応答は質点モデルで導出している。
- 振り子の内部損失によるエネルギーの散逸を考慮して、運動方程式を導出した。単振り子の場合、内部損失を  $1/Q$  としたとき式 (3.13) は次式のように変化する [4]。

$$-m\omega^2\tilde{x}(\omega) = -\frac{mg}{l} \left(1 + \frac{i}{Q}\right) (\tilde{x}(\omega) - \tilde{X}(\omega)) \quad (5.1)$$

各構成要素  $i$  の質量を  $m_i$ 、内部損失の  $Q$  値を  $Q_i$  としたとき、各パラメータ  $m_i$ ,  $l_i$ ,  $Q_i$  の値は表 5.2 のように設定した。

ここで、質量は実際の各構成要素の質量を 3 で割った値に設定している。これは、3 本ある倒立振り子の足のうちの 1 本について解析を行っているためである。

質量 [kg]	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$m_7$
	80/3	30/3	15/3	2/3	1/3	1/3	2/3
ワイヤーの長さ [m]	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$l_7$
	0.001	0.5	0.4	0.25	0.25	0.25	0.01
Q 値	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$	$Q_7$
	1000	1000	100000	100000	100000	100000	100000

表 5.2: 各パラメータの設定値

以上のことを考慮して運動方程式を導出したのち、科学技術計算ソフトウェアである”Mathematica”を利用して解析を行った [13]。ダンパーを入れない場合の、地面振動  $x_s$  に対する鏡の振動  $x_5$  の防振比の解析結果を図 5.2 に示す。

倒立振り子から鏡までは 5 段振り子となっているので、図 5.2 より 5 個の共振のピークが存在していることがわかる。倒立振り子の共振周波数 30mHz 近くには、同相モードの共振ピークが立っている。

この防振比と式 (3.1) の地面振動モデルから、鏡の R.M.S. 振幅  $x_{\text{RMS}}$  及び R.M.S. 速度  $v_{\text{RMS}}$  を計算したところ<sup>1</sup>、 $x_{\text{RMS}}=7.25\mu\text{m}$ 、 $v_{\text{RMS}}=0.53\mu\text{m/s}$  となった。地面振動の R.M.S. 振幅は  $3.7\mu\text{m}$ 、R.M.S. 速度は  $2.0\mu\text{m/s}$  であるので、R.M.S. 速度は防振装置によって地面振動よりも抑えられているが、R.M.S. 振幅は逆に増幅してしまっている。これは、低周波側の 30mHz に近い共振ピークの影響が大きいと考えられるので、ダンピングによって共振を抑える必要がある。

## 5.3 ダンパーの設置

### 5.3.1 ダンパーのモデル

前節で述べたように、地面振動に対する鏡の振動の防振比では複数の共振ピークが存在する。これらの共振モードを抑えるために、下記のことを考慮して図 5.3 のように複数のダンパーを設置することにした。

1. 熱雑音等を考慮した場合、ダンパーはなるべく鏡から離れた方がよい。よって、まずは倒立振り子をダンブする。

<sup>1</sup>後述するとおり、R.M.S. 振幅は 0.1mHz から 10Hz までの周波数帯域で、R.M.S. 速度は 0.1Hz から 10Hz までの周波数帯域で計算している。

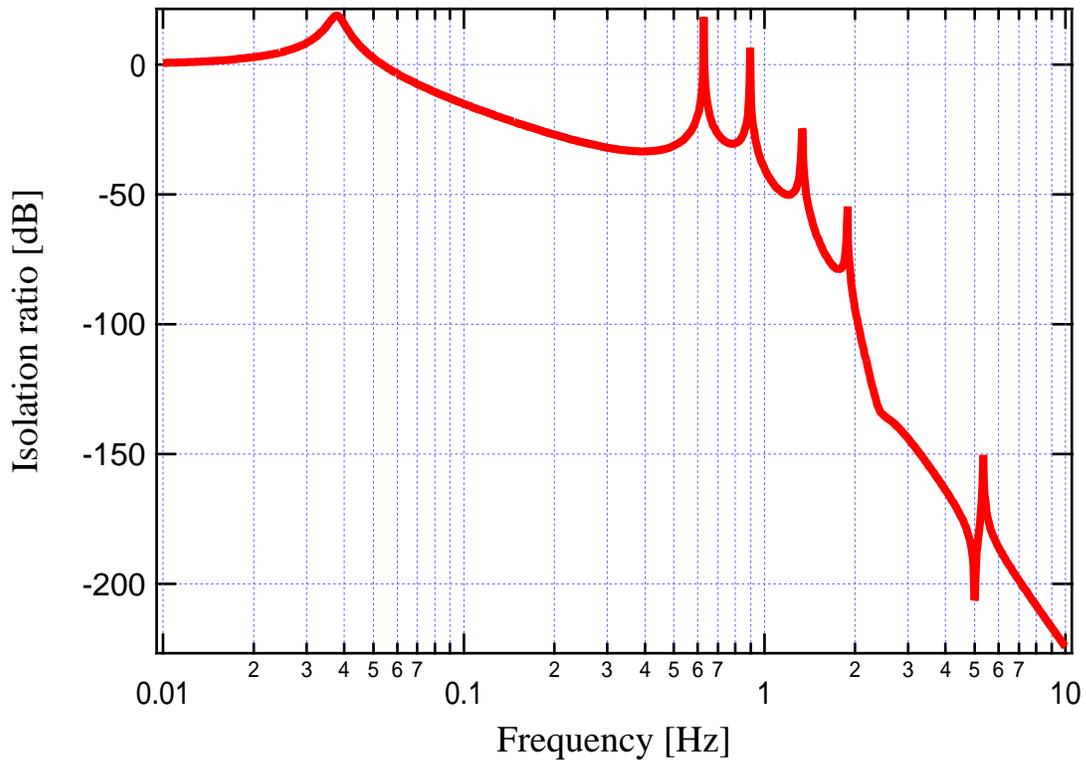


図 5.2: 地面振動に対する鏡の防振比

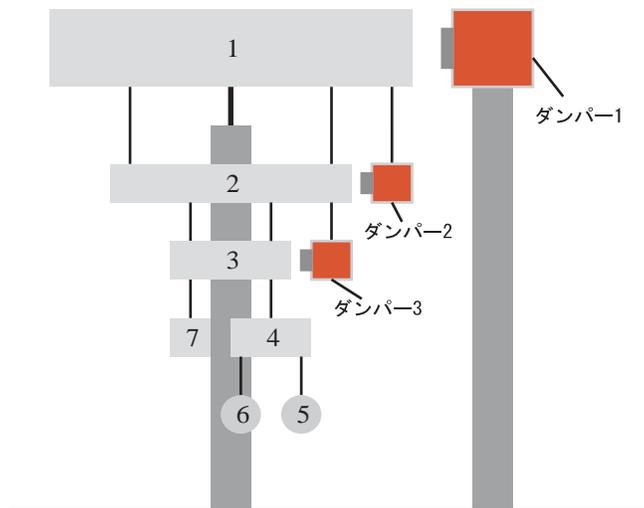


図 5.3: ダンパーのモデル

- ダンパーの共振周波数は、抑えたい共振モードの周波数よりも高い必要がある。
- 高次の共振モードにあわせて倒立振り子のダンパーの共振周波数を設定すると、倒立振り子の防振比が損なわれる。
- 倒立振り子の防振比の悪化を避けるため、倒立振り子の共振と次の共振モードの間にダンパーの共振周波数を設定した場合、高次の共振モードは抑えられない。

ダンパー1の共振周波数は後述するとおり0.3Hzと低い値になるので、ダンピングマグネットの支持にも倒立振り子を利用することを想定している。ダンピング対象となる構成要素は、フィルター0、フィルター1、及びサスペンションプラットフォームと中段マスであるとし、計4個のダンパーを設置した。TAMA SASの中段マスには元からダンパーが設置されており、今回の解析ではそのパラメータ(ダンピング力やサポートの共振周波数など)は変更しないことにした[8]。

### 5.3.2 ダンパーのパラメータ決定

新たに追加した3個のダンパーについて、各種パラメータを決定する必要がある。パラメータとしては、ダンパーの質量<sup>2</sup> $m_d$ 、ダンパー支持体の共振周波数 $f_d$ 、及びダンパーのダンピング係数 $\Gamma$ がある。共振周波数 $f_d$ は単体で取り出したときの値であり、運動方程式においては関係式 $l_d = \frac{g}{(2\pi f_d)^2}$ より、等価的な振り子の長さ $l_d$ に換算して代入している。

パラメータの決定は、以下の方針に基づいて行った。

- ダンパーを入れることによって、TAMA SASの目標観測周波数帯域である10Hz以上の防振比が悪化することは避ける。
- 防振性能の指標である鏡のR.M.S.振幅 $x_{dRMS}$ 及びR.M.S.速度 $v_{dRMS}$ がなるべく小さくなるように、パラメータを決定する。高周波数帯域の振動はR.M.S.振幅・R.M.S.速度には寄与しないので、いずれも10Hzまでの周波数帯域で計算を行った。また、R.M.S.振幅は0.1mHz以上、R.M.S.速度は0.1Hz以上の帯域で計算を行った。干渉計を最長10秒以内にロックするとみなすと、R.M.S.速度は0.1Hz以上の振動の寄与について考えればよい。

---

<sup>2</sup>ダンピング用の永久磁石の質量と、その永久磁石を設置するマスの質量の和がダンパーの質量となる。

### 3. 前節の考察に基づき、最初に倒立振り子をダンブする。

方針3より、まずダンパー1を導入してパラメータを決定し、その後ダンパー2,3を追加した。各ダンパーにおいて各種パラメータを1種類ずつ変化させたときの、R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の変化の様子からその値を決定した。共振周波数  $f_d$  の変化による R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度及び防振比への影響が大きいため、パラメータは  $f_d$  を先に決定した後、質量  $m_d$ 、ダンピング効率  $\Gamma$  を決定した。決定の際には、方針1より防振比の変化についても注意している。

以下では、各ダンパーについてパラメータを決定した結果について述べる。

#### ダンパー1のパラメータ決定

基準となるパラメータ  $m=70/3\text{kg}$ ,  $\Gamma=10\text{N/m/s}$  として、各種パラメータを決定した。

共振周波数  $f_{d1}$  を 0.1Hz から 4Hz まで変化させたときの結果を表5.4と図5.4に示す。 $f_{d1}$  が大きいほど倒立振り子の共振周波数 30mHz との差は開くので、フィルター0とダンパーの相対速度が増加する。このとき、ダンピング力は強くなるので 30mHz 付近の共振ピークはより抑えられ、R.M.S. 振幅は減少する。一方、 $f_{d1}$  が大きいとダンパーによる地面振動の導入の影響から、高周波側の防振比が悪化してしまう。解析では  $f_{d1}$  を 3Hz 以上の値に設定すると、10Hz 以上の帯域の防振比が悪化するという結果を得た<sup>3</sup>。また、R.M.S. 速度は R.M.S. 振幅に比べて高周波側の振動の寄与が相対的に大きくなりやすいので、高周波側の防振比の悪化は R.M.S. 速度の悪化にも結びつく場合がある。表5.4より、 $f_{d1}=0.3\text{Hz}$  に決定した。以下この値を用いて解析を進める。

質量  $m_{d1}$  を変化させたときの結果を表5.4と図5.5に示す。 $m_{d1}$  が軽いとダンパーが倒立振り子の共振に引きずられてしまい、30mHz 近くの共振ピークが効率的にダンブできないので R.M.S. 振幅は悪化する。一方、 $m_{d1}$  が重いとフィルター0がダンパーの共振に引きずられてしまうので、ダンパーの共振ピークが強調され R.M.S. 速度が悪化する。しかし、次にみるようにダンパーの質量変化による R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度への影響は、共振周波数やダンピング係数の変化による影響と比べると小さい。表5.4より、 $m_{d1}=50/3\text{kg}$  に決定した。

<sup>3</sup> $f_{d1}=3\text{Hz}$  の場合、周波数 10Hz で 5%程度の悪化となる。

$f_{d1}$ [Hz]	$x_{dRMS}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$v_{dRMS}$ [ $\mu\text{m/s}$ ]
0.1	5.22	0.57
0.2	3.82	0.95
<b>0.3</b>	<b>3.60</b>	<b>0.91</b>
0.4	3.54	1.24
0.5	3.56	2.54
3.0	3.48	1.78
4.0	3.48	1.78

表 5.3: ダンパー 1 の共振周波数と R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度

$m_{d1}$ [kg]	$x_{dRMS}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$v_{dRMS}$ [ $\mu\text{m/s}$ ]
30/3	3.69	0.82
40/3	3.65	0.84
<b>50/3</b>	<b>3.63</b>	<b>0.86</b>
60/3	3.61	0.89
70/3	3.60	0.91
80/3	3.59	0.93

表 5.4: ダンパー 1 の質量と R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度

ダンピング係数  $\Gamma_1$  を変化させたときの結果を表 5.5 と図 5.6 に示す。 $\Gamma_1$  が小さいと、30mHz 近くの共振ピークが抑えられず R.M.S. 振幅は低減されない。一方、 $\Gamma_1$  が大きすぎるとフィルター 0 とダンパーと一緒に動くようになるので、一体となった運動の共振ピークが 0.2Hz 付近に現れるようになる。表 5.5 より、 $\Gamma_1=10\text{N/m/s}$  に決定した。

決定したパラメータによる、ダンパー 1 導入前後の TAMA SAS の鏡の防振比の変化を図 5.6 に示す。ダンパー 1 の導入によって、30mHz 付近の共振は抑えられているが、0.5~2Hz 付近に存在する 4 つのモードの共振ピークはダンピングできていない。これは、フレキシブルダンピングでダンパーの共振周波数以上でダンピング力が弱くなるのと同様の理由による。ここで求めた防振比と地面振動モデルから予想されるダンパー 1 導入後の R.M.S. 振幅は  $3.63\mu\text{m}$  となり、ダンパー 1 導入前の  $7.25\mu\text{m}$  と比較して半分程度に抑えられているが、R.M.S. 速度についてはダンパー 1 導入前後で  $0.53\mu\text{m/s}$  から  $0.86\mu\text{m/s}$  へと悪化した。これは、30mHz 付近の共振をダンピングしたことによって、50mHz~0.5Hz 付近の帯域で防振比が悪化し

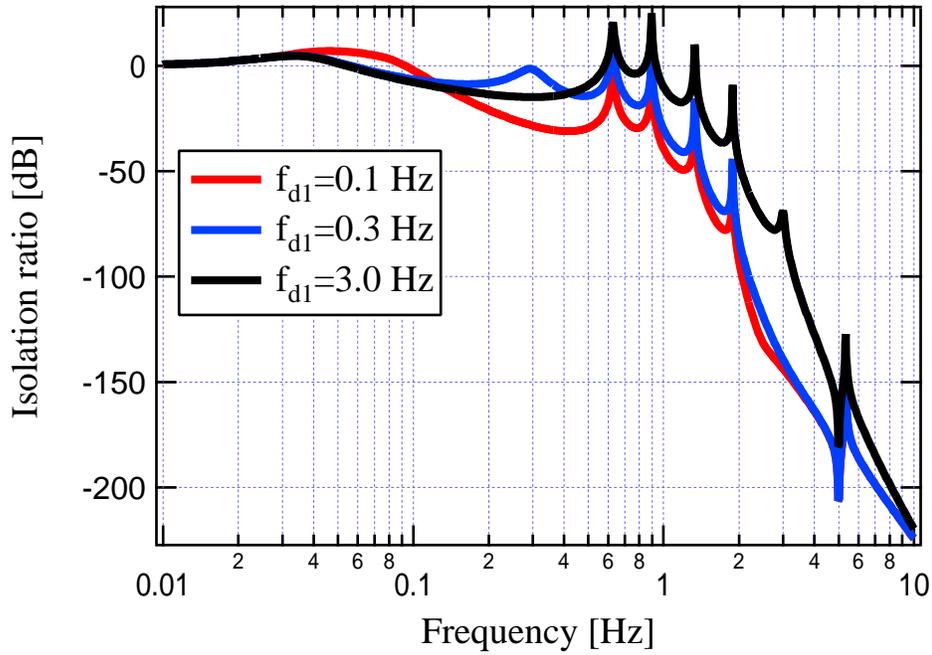


図 5.4: 共振周波数  $f_{d1}$  による防振比の変化

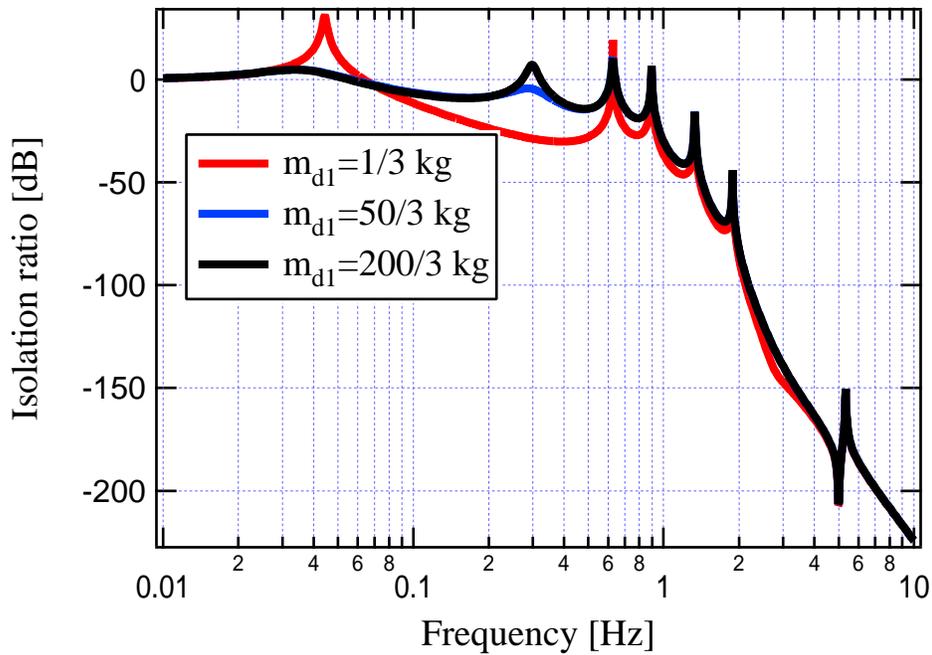


図 5.5: 質量  $m_{d1}$  による防振比の変化

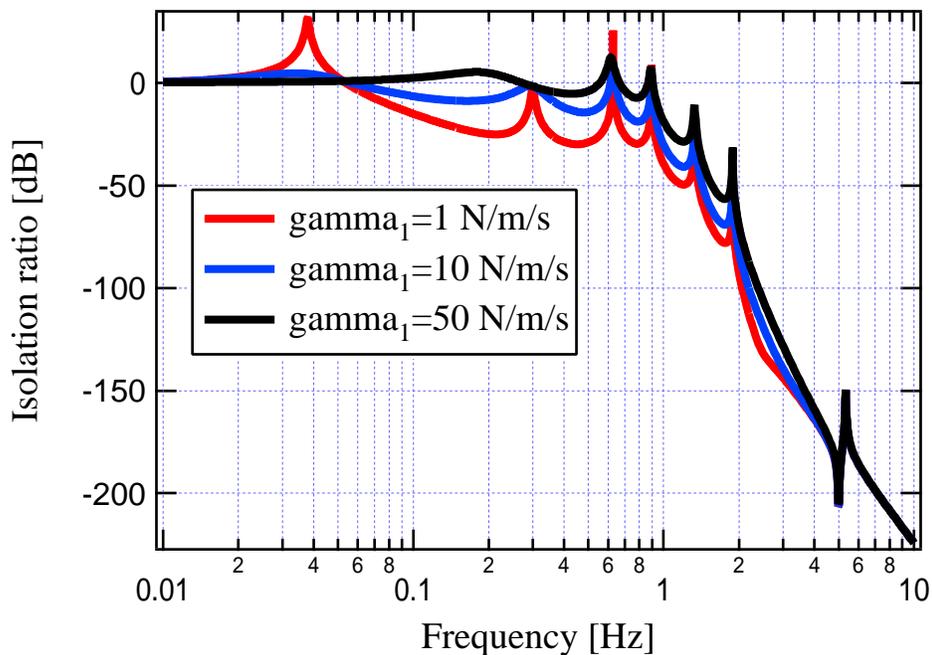


図 5.6: ダンピング係数  $\Gamma_1$  による防振比の変化

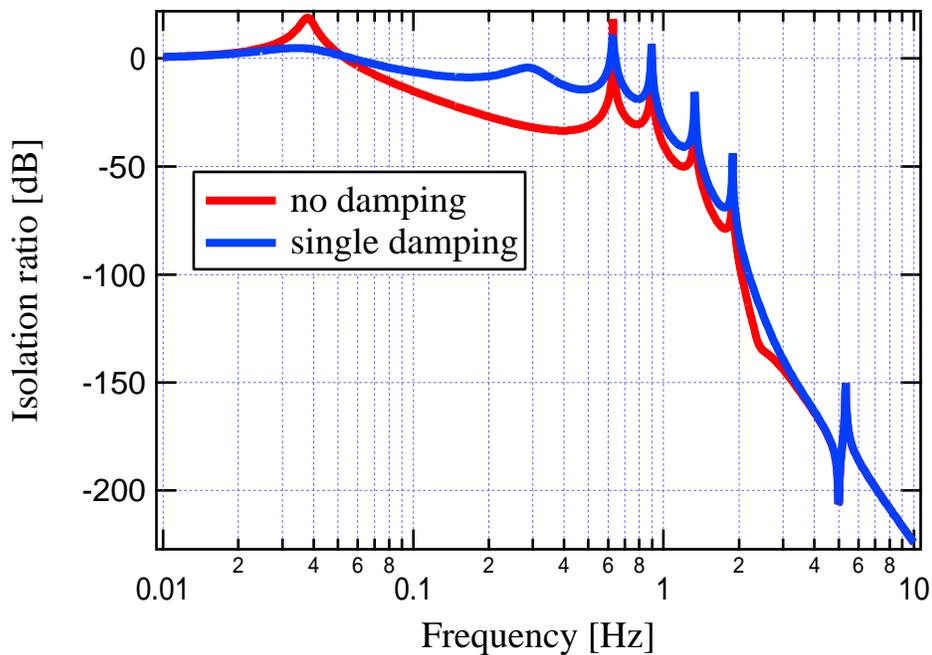


図 5.7: ダンパー 1 導入前後の防振比の比較

$\Gamma_1$ [N/m/s]	$x_{dRMS}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$v_{dRMS}$ [ $\mu\text{m/s}$ ]
5	4.56	0.58
<b>10</b>	<b>3.63</b>	<b>0.86</b>
15	3.58	1.14
20	3.72	1.40
25	3.90	1.65
30	4.08	1.89

表 5.5: ダンパー 1 のダンピング係数と R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度

てしまっているためである。

#### ダンパー 2,3 のパラメータ決定

ダンパー 1 を導入することによって、鏡の R.M.S. 振幅は低減できたが R.M.S. 速度は逆に悪化してしまった。0.5~2Hz 付近に存在する高次モードの共振ピークを抑え、R.M.S. 速度の悪化を改善することを目的としてダンパー 2,3 を導入する。

ダンパー 2,3 のパラメータは、ダンパー 1 と同様の方法で決定した。ここでは、決定した各パラメータの値のみ記す。

$f_{d2}$	3.0 Hz
$m_{d2}$	10/3 kg
$\Gamma_2$	10 N/m/s

表 5.6: ダンパー 2 のパラメータ

$f_{d3}$	3.0 Hz
$m_{d3}$	2/3 kg
$\Gamma_3$	10 N/m/s

表 5.7: ダンパー 3 のパラメータ

ダンパー 2,3 導入前後の防振比の変化を図 5.8 に示す。ダンパーの導入によって、特に 0.6Hz, 0.9Hz, 1.3Hz 付近の共振ピークが抑えられていることがわかる。R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の変化については次節でまとめる。

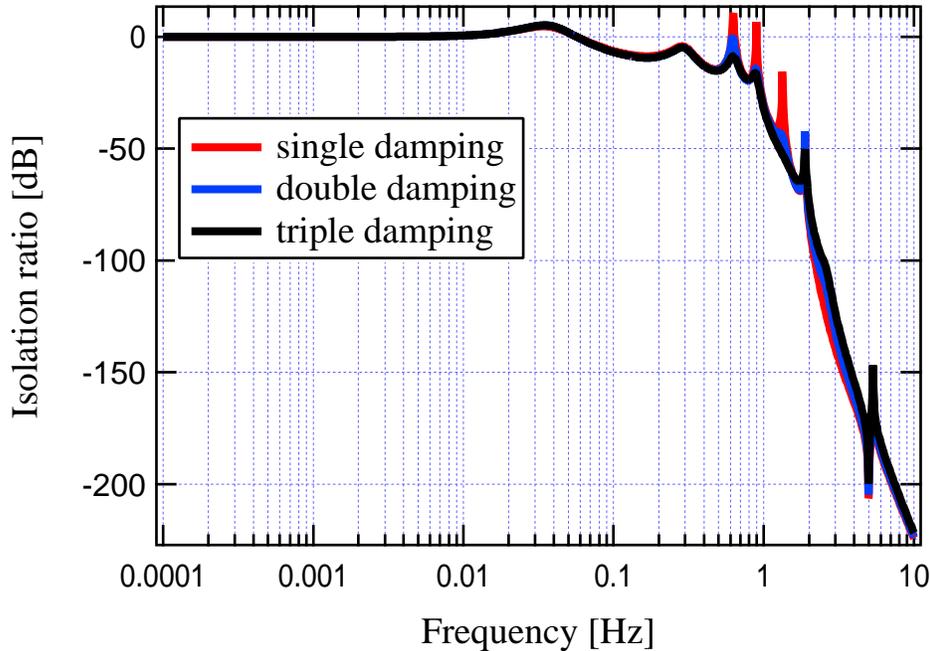


図 5.8: ダンパー 2,3 導入前後の防振比の比較

### 5.4 解析結果のまとめ

TAMA SAS に 3 個のダンパーを導入することによって、防振比は図 5.9 のよう  
 に変化した。観測周波数帯域である 10Hz 以上の防振比を損なうことなく、低周波  
 側の共振ピークを抑えられている。

ダンパーの導入により、鏡の R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度は表 5.8 のように変化  
 した。

	$x_{RMS}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$v_{RMS}$ [ $\mu\text{m/s}$ ]
地面振動	3.7	2.0
鏡の振動 (ダンパー無し)	7.25	0.53
鏡の振動 (ダンパー 1 導入)	3.63	0.86
鏡の振動 (ダンパー 1,2 導入)	3.67	0.73
鏡の振動 (ダンパー 1,2,3 導入)	3.69	0.71

表 5.8: ダンパーの導入による R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の変化

R.M.S. 振幅はダンパー 1 の導入によって、ダンパー無しの場合と比較して半分

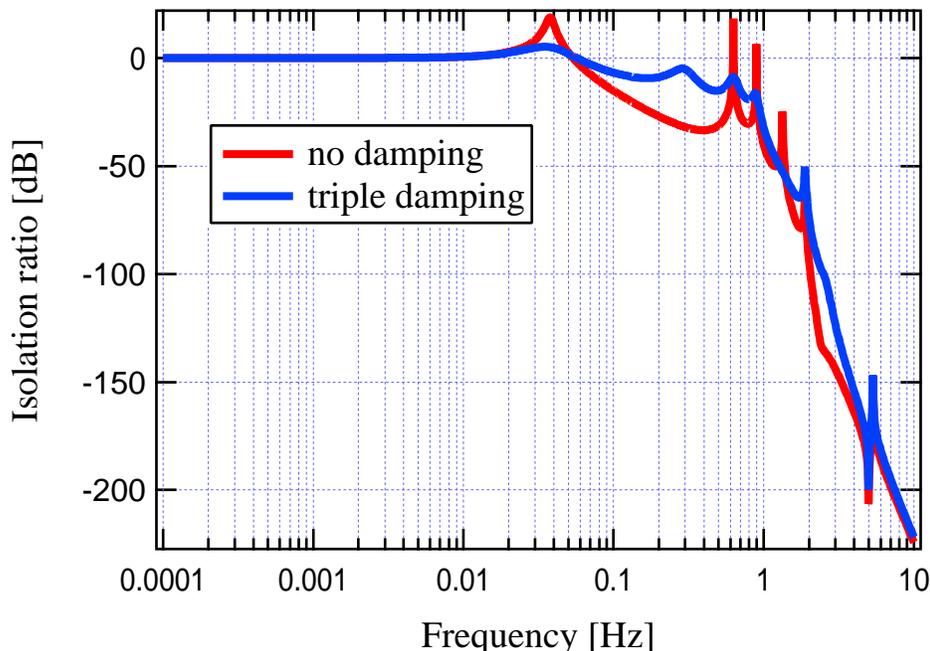


図 5.9: ダンパー 1,2,3 導入前後の防振比の比較

程度、地面振動レベル（数  $\mu\text{m}$ ）まで抑えられている。完全受動防振装置では、これが R.M.S. 振幅の低減可能な限界レベルである。これは、第3章で述べた制御系のダイナミックレンジの要求値を満たしている。R.M.S. 速度はダンパー 1 の導入によって逆に悪化するが、ダンパー 2 の導入により 20%程度は低減が可能である。ダンパー 3 による R.M.S. 速度の低減効果は 3% 不足であり、その効果は小さい。第3章で概算した R.M.S. 速度の要求値  $1 \mu\text{m/s}$  と比較すると、ダンパー 1 のみ導入した場合でも要求値は満たしている。

以上の結果から、ダンパー 1 の導入のみで R.M.S. 振幅・R.M.S. 速度の重力波検出における要求値は満たすことが可能であるという結論を得た。ただし、ダンパー 2,3 の導入によって高次モードの共振ピークが抑えられるため、干渉計の安定性の面ではダンパー 2,3 の導入も有効である。

ダンパーのパラメータ決定より、要求されるダンピング係数は  $10 \text{ N/m/s}$  程度であることがわかった。次章では、このダンピング効率について解析的に評価する。

# 第6章 有限要素法による渦電流ダンピングの解析

本章では有限要素法を用いた渦電流ダンピングの解析について述べる。

## 6.1 解析の目的

前章の解析から、TAMA SAS に受動的ダンピングシステムを組み込んだ際、要求されるダンピング効率  $\Gamma$  が求められた。このダンピング効率を永久磁石を用いたダンピングシステムで実現する際、必要とされる磁石の構成を求めることが本章の解析の目的である。従来はこうした永久磁石を用いたダンパーの設計は、磁石の個数や配置を変えながら防振系の特性を繰り返し測定し、経験的にダンピング効率を調節することで行われていた。ダンピング効率の見積もりを予め解析的に行うことができれば、測定を繰り返す時間やコストを押さえ、ダンパーの設計を比較的容易に行うことが可能となる。また、渦電流ダンピングの物理的特性についてより深い理解を得ることが可能となる。

## 6.2 渦電流解析

### 6.2.1 渦電流解析と有限要素法

渦電流解析の詳細については、付録 B で述べる。ここでは、渦電流解析と有限要素法の概要について簡単に述べる。

電磁場を支配するマクスウェル方程式より、渦電流の基礎方程式を導くことができる。境界条件や初期条件の下にこの基礎方程式を解けば、渦電流を求めることができる。しかし、これら微分方程式の解析解を得ることは一般的に容易ではない。その場合、無限の自由度をもつ連続体を有限個の自由度で近似して記述し、

数値解析的に解く方法（有限要素法）が広く用いられている。

有限要素法は微分方程式を数値解析的に解く方法の一種である。有限要素法では連続体を小さい要素に分割し、要素の辺上の点である節点における各種物理量を未知数とした連立方程式を作成する。有限要素法の詳細な原理については本論分では触れず、文献をいくつか紹介するに留める [14] [15]。

## 6.2.2 渦電流によるジュール熱

後述する渦電流ダンピングの解析では、渦電流  $J$  により導体内に発生するジュール熱  $P$  より、ダンピング効率  $\Gamma$  を求めている。ジュール熱  $P$  は次式で与えられる。

$$P = \iiint_V \frac{1}{\sigma} \mathbf{J}^2 dV \quad (6.1)$$

渦電流ダンピングは粘性ダンピングであるので、1次元並進運動では導体の速度  $\dot{x}$  は次式で表される。

$$\dot{x} = v_0 \exp\left(-\frac{\Gamma}{2m}t\right) \cos \omega t \quad (6.2)$$

発生するジュール熱は、単位時間あたりの系のエネルギーの減少量に対応する。系のエネルギーは導体の運動エネルギーと弾性エネルギーの和であるが、 $\cos \omega t = 1$  となる時刻  $t$  で考えれば、弾性エネルギーは0となるので運動エネルギーの減少量のみ考慮すればよい。よって、速度振幅  $v = v_0 \exp\left(-\frac{\Gamma}{2m}t\right)$  について、以下の関係式が得られる。

$$P = -\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} \Gamma v^2 \quad (6.3)$$

ダンピング効率  $\Gamma$  は、この関係式を利用して求める。

## 6.3 ANSYSによる渦電流解析

### 6.3.1 有限要素解析プログラム

有限要素法では大規模な行列式を作成し、それを解析することが要求される。コンピュータの発達に伴い、このような解析を可能にする有限要素解析プログラムが開発されてきた。一般的に、有限要素解析プログラムは以下の3つのプロセスで構成される。

## プリプロセス

このプロセスでは、三次元空間や二次元平面の解析領域全体、あるいはそこに存在する物質表面を有限要素に分割する。有限要素は様々な種類の形状（三角形、四角形、四面体、六面体、三角柱など）がある。また、モデルの作成や物質の特性の記述もこのプロセスに含まれる。

## ソリューション

このプロセスでは、プリプロセスで作成したモデルについて解析を行う。最も多くの処理時間を要するプロセスであり、渦電流解析の場合次のステップからなる。

1. 個々の有限要素に対する小行列の計算を行う。
2. これらの小行列を集めた全体行列を構成する。
3. 式 (B.35) の右辺ベクトルの計算を行う。
4. 境界条件を指定する。
5. 作成した連立一次方程式を解く。

このプロセスにより出力されるデータは、有限要素の各節点における値であり膨大な数値データとなる。

## ポストプロセス

ソリューションで得られた数値データを加工し、解析者が理解しやすい形の物理量分布を作成するのがこのプロセスである。様々な物理量分布を表示し、これらを検証することによって、解析した物理現象の意味を明らかにすることができる。

### 6.3.2 ANSYS

本研究では市販の汎用有限要素解析プログラム ANSYS を利用して、渦電流ダンピングの解析を行った。ANSYS は多種の解析（構造、伝熱、磁場、流体、圧電、音響など）が可能であり、今回はそのうちの磁場解析を利用している。

ANSYS の特徴として、単体のプログラムで有限要素解析に必要な全ての操作が

実行可能であることが挙げられる<sup>1</sup>。ANSYS プログラムに収められた3つのプロセッサ、プリプロセッサ、ソルバー、ポストプロセッサがそれぞれ前節で述べた3つのプロセス、プリプロセス、ソリューション、ポストプロセスに対応している。

ANSYS の使用法については、以下の文献が詳しい [16] [17]。また、数は少ないが最近は入門書も市販されている [18]。

### 6.3.3 ANSYS による解析の概要

具体的な解析手順について次節以降で述べるが、ここで今回の解析の概要について記す。

- 解析は三次元で行った。
- 永久磁石の近くを導体が一次元並進運動する系について解析を行った。一定の速度を導体に与えることで解析を行った<sup>2</sup>。
- ANSYS の磁場解析では、ベクトルポテンシャル法、スカラーポテンシャル法、辺要素法といった異なる解析手法がある [19]。今回はこのうち、動的な解析が可能であり精度も良い辺要素法を採用した。
- 渦電流によって発生するジュール熱  $P$  を ANSYS を用いて計算し、式 (6.3) からダンピング効率  $\Gamma$  を求めた。
- 解析精度を評価するため、倒立振り子を用いた渦電流ダンピング実験の結果と解析結果を比較した。次節以降で述べる解析手順では、この実験系を再現するように各設定を行っている。

### 6.3.4 ANSYS による解析手順1 -プリプロセス-

#### 要素タイプの定義

ANSYS では要素タイプを定義することによって、解析の種類（構造解析、磁場解析など）、解析の手法（二次元ベクトルポテンシャル法、三次元辺要素法な

<sup>1</sup>一般的な有限要素解析プログラムでは、各プロセスに対応したプログラムは別々になっている。

<sup>2</sup>実際の防振装置は等速運動しないのに対して、ANSYS の磁場解析では振動運動を取り扱うことができない。しかし、渦電流ダンピング力は速度に比例するので原理的に問題ない。

ど)、要素の種類(要素の形状、要素上の節点の数)を指定する。今回用いたのは、”SOLID117”と呼ばれる三次元辺要素法による磁場解析用の要素タイプである。また、定義した要素タイプについて、その特性も指定する。要素の特性としては自由度や、リアルコンスタントと呼ばれる要素固有の定数などがある。導体の速度はこのリアルコンスタントで設定した。

### 材料特性の設定

解析対象の系は、導体、磁石、及びそれらを取り囲む真空部分で構成される。磁場の境界条件を設定するために、真空部分は必要である。これらの構成要素について、材料特性の設定を行う。全ての構成要素について比透磁率の設定を行い、同時に磁石では保磁力の、導体では電気抵抗率の設定を行った。導体は材質がアルミニウムであることを考慮して値を設定した。また、保磁力<sup>3</sup>の値を調節することによって実験結果と解析結果のマッチングを行った。表 6.1 に材料特性の設定結果を示す。

構成要素	材料特性
真空部	比透磁率 1
導体	比透磁率 1 電気抵抗率 $2.8 \times 10^{-8} [\Omega \cdot m]$
磁石	比透磁率 1 保磁力 $7 \sim 9 \times 10^5 [A/m]$

表 6.1: 材料特性の設定

### モデルの作成

導体、磁石、真空部のモデルを図 6.1 6.2 のように作成した。

導体は  $200\text{mm} \times 50\text{mm} \times 200\text{mm}$  の直方体、磁石は半径  $10\text{mm}$  高さ  $5\text{mm}$  の円盤、真空部は  $600\text{mm} \times 600\text{mm} \times 1200\text{mm}$  の直方体である。真空部の大きさは一般的に導体の数倍から 10 倍程度に設定する。

<sup>3</sup>保磁力は磁石の強さを表す。

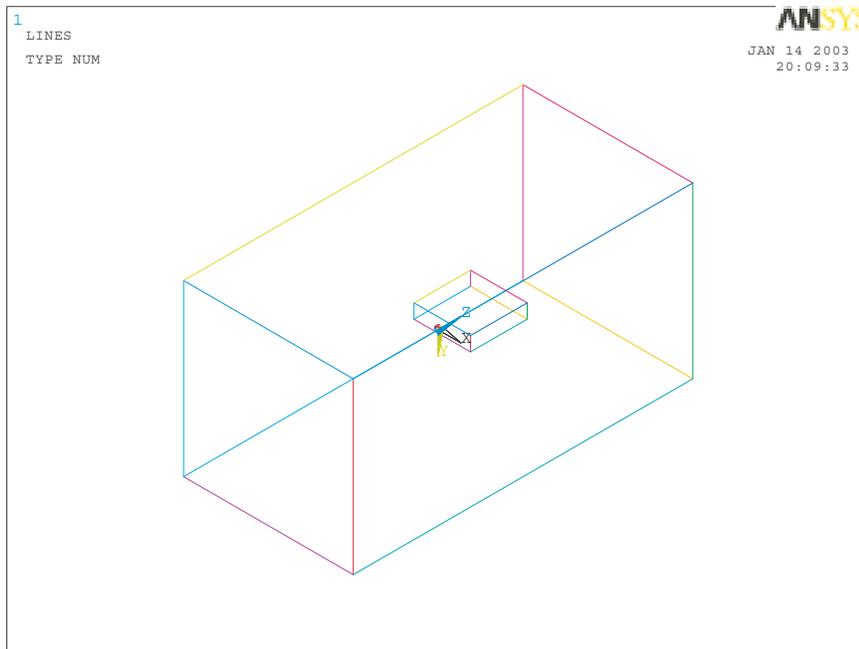


図 6.1: 解析のモデル ( 導体、磁石、真空部 )

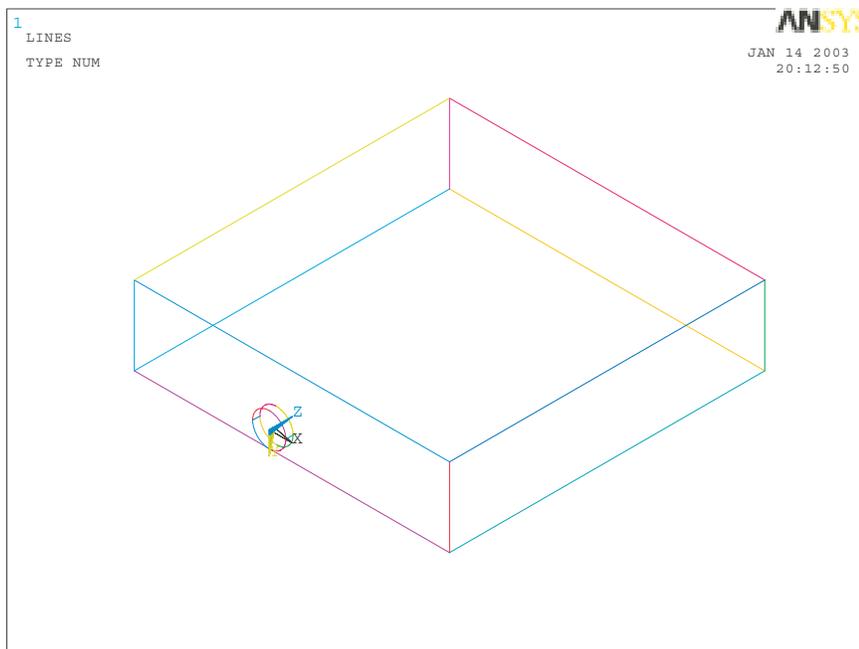


図 6.2: 導体、磁石の拡大図

## メッシュの作成

メッシュの作成とはモデルを要素に分割する操作のことであり、メッシュを切るなどとも表現する。有限要素解析の結果はメッシュの切り方によって大きく変わる場合があるので、適切なメッシュの切り方を見つける必要がある。

メッシュの作成では、メッシュの切り方のタイプとメッシュの大きさ（メッシュサイズ）を設定する。メッシュサイズは基本的に小さいほど解析の精度が良くなるが、その解析時間がかかりコンピュータの性能もより必要とされる。また、ANSYSでは製品のバージョンによって節点数、要素数に制限が設けられている場合がある。今回使用したANSYSのバージョン<sup>4</sup>では、節点数、要素数の制限が各々16000となっている。そのため、許容できる範囲内の精度、解析時間及び節点数、要素数の制限内で適切にメッシュサイズを設定しなければならない。

メッシュのタイプとして、ANSYSではフリーメッシュとマップトメッシュがある[20]。両者のタイプを図6.3 6.4に示す。フリーメッシュでは節点を比較的自由に配置するのに対し、マップトメッシュでは一定の規則性にしたがって節点を配置する。また、メッシュの形状が両者において異なり、3次元の場合フリーメッシュでは四面体、マップトメッシュでは六面体となる。

フリーメッシュはモデルに対する制限が少ないので、モデルを作成しやすいという利点がある。一方、マップトメッシュでは制限が多く課せられている<sup>5</sup>ために、特に複雑な形状をしたモデルはマップトメッシュ可能な構成に作成するのが難しい。対称性のあるモデルではマップトメッシュの方が精度よく解析できる場合があるので、マップトメッシュの作成が難しいときは下記のスイープメッシュを利用するなど工夫する必要がある。

スイープメッシュは、相対する2つの面の一方にメッシュを切り、それをもう一方の面に引きのばすことによって、モデル内部のメッシュを作成する方法である。スイープメッシュはマップトメッシュよりも制限が緩やかであり、かつマップトメッシュと同様規則的に節点を配置することができる。

今回の解析では、導体はスイープメッシュ、磁石と真空部はフリーメッシュでメッシュの作成を行うことにした。導体をスイープメッシュに設定した理由は、フリーメッシュでは解析精度が悪くなり、スイープメッシュはマップトメッシュ

---

<sup>4</sup>ANSYS/University Low Option

<sup>5</sup>面は三辺か四辺で構成されていなければならない、など。

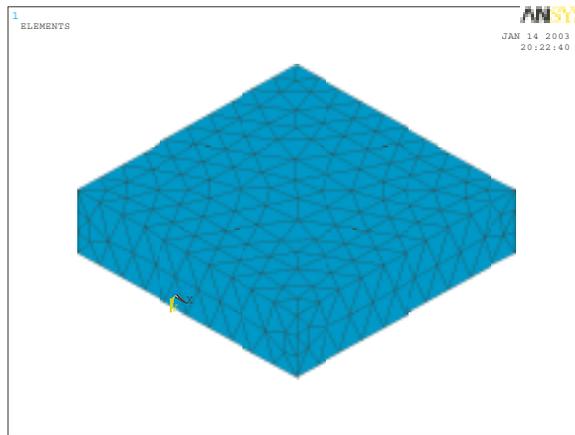


図 6.3: フリーメッシュ

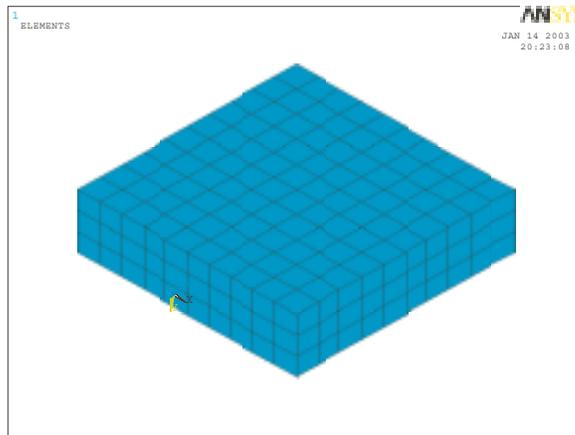


図 6.4: マップトメッシュ

よりも作成が容易であったためである。

### 6.3.5 ANSYS による解析手順 2 -ソリューション-

#### 解析タイプの指定

ANSYS の磁場解析では、解析タイプとして静的解析、周波数応答解析、時刻歴応答解析の 3 種類がある。静的解析は磁場が時間的に変化しない系を取り扱う。周波数応答解析はコイルに交流電流を流した際発生する磁場など、磁場が時間的に正弦変化する系を取り扱う。時刻歴応答解析は磁場が正弦変化ではなく、任意に

変化する系を取り扱う。永久磁石による磁場中を導体が運動したとき導体内の磁場は任意に変化するので、解析タイプは時刻歴応答解析を指定した。

### 荷重ステップ時刻、サブステップ時間幅の設定

時刻歴応答解析を指定した場合、荷重ステップ時刻  $t$ 、サブステップ時間幅  $\Delta t$  を設定する必要がある。荷重とは、コイルを流れる電流値など時間によって変化していく物理量のことを指す。時刻 0 から荷重ステップ時刻  $t$  までの時間  $t$  が、設定した荷重による解析時間となる。サブステップは、一区間の荷重ステップを小さい時間幅  $\Delta t$  で区切ったときの、各ステップである。

解析結果の出力はサブステップごとに行われるので、設定した導体の速度  $v$  とサブステップ時間幅  $\Delta t$  の積  $v\Delta t$  が、解析の間に導体が動いた距離となる。実験において導体の振動振幅は 1mm 以下であることから、解析の精度を考慮して  $v\Delta t$  の値は 0.2~0.5mm 程度となるように、速度  $v$  と時間幅  $\Delta t$  を設定した。また、 $v$  や  $\Delta t$  の値によっては、解が不安定となり計算値が発散する場合もあるので、値の設定には注意が必要である。距離  $v\Delta t$  を 0.2mm として、速度  $v$  の設定を変えたときの解析結果の変化を図 6.5 に示す。速度が十分小さい範囲では、解析結果が収束することがわかる。これより、 $v=0.001\text{mm/s}$ 、 $\Delta t=200\text{s}$  に設定した。

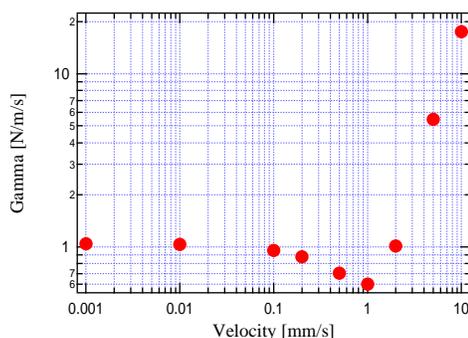


図 6.5: 速度の設定による解析結果の変化

荷重ステップ時刻  $t$  は 400s に設定した。 $\Delta t=200\text{s}$  より、サブステップは 2 個ある。計算値としては、後半のサブステップの出力を利用した。ANSYS では初期の磁場分布は 0 の状態から解析が始まる。そのため、前半のサブステップでは永久磁石の磁場が急激に現れたことになり正しい解析結果が得られない。後半のサブ

ステップでは、磁場が既に存在している状態から解析が始まるので、正しい結果を得ることができる。

#### 境界条件、荷重条件の指定

辺要素法で設定する必要がある境界条件は、磁場の対称条件である。円盤形の永久磁石を想定して、軸対称な磁場分布になるという境界条件を課した。

荷重条件は、発生する渦電流について設定する必要がある。導体内に誘導起電力が発生した際に基準 (0V) となる電圧を、適当な1個の節点に設定した。

#### 解析の実行

以上の設定を終えたのち、解析を実行する。

### 6.3.6 ANSYS による解析手順3 -ポストプロセス-

#### ジュール熱の算出

前節の概要で述べたように、渦電流によるダンピング効率  $\Gamma$  を求めるには、導体内に発生したジュール熱  $P$  を算出する必要がある。

ANSYS には、発生した単位体積あたりのジュール熱  $p_e$  を要素ごとに計算する機能が備わっている。これに要素の体積  $v_e$  をかけ、導体内の全ての要素について足し合わせることによって、導体で発生したジュール熱  $P$  を求めた。

$$P = \sum_e p_e v_e \quad (6.4)$$

#### 電流密度分布、ジュール熱分布のプロット

ANSYS の機能により、発生した渦電流の電流密度分布、ジュール熱分布をプロットすることができる。これにより、渦電流の発生現象を視覚的に理解することができる。また、後述するメッシュの改良においてもこのプロットは活用された。

## 6.4 実験を利用したモデルの検証

解析結果の精度評価を行うために、図 6.6 のセットアップで渦電流ダンピングの実験を行った。

### 6.4.1 倒立振り子

ダンピングするマスは倒立振り子で支持した。これにより、並進一方向にマスが振動しやすくなり、他の方向の振動とのビートが起こるのを防いでいる。

ジョイントは、長さ 8mm 厚さ 3mm 高さ 15mm のステンレス製の板バネである。脚はアルミ製であり、外径 10mm 内径 8mm 高さ 285mm の中空の円柱となっている。マスは 200mm×200mm×50mm のアルミ製の直方体であり、質量は 5.4kg である。

マスの上におもりを載せて質量を変化させたときの、倒立振り子の共振周波数の変化を測定した結果を図 6.8 に示す。

測定結果を理論式 (A.19) でフィットした結果も併せて示した<sup>6</sup>。これより、作成した倒立振り子の特性は理論とよく合っていることがわかる。

フィットした結果から求めた倒立振り子の弾性定数  $k$  は、 $k=1058$  N/m となった。ジョイントのマスに対する弾性定数を式 (A.34)(A.35) から計算すると、2734[N/m] となり、フィットした結果とは合わない。これは、式 (A.34)(A.35) では無視した脚の弾性効果によるものと考えられる。式 (A.34) よりアルミ脚の弾性定数を求めると、2630[N/m] となる。ジョイントと脚が直列につなげられたバネと単純に考えると、全体の弾性定数  $k = \frac{2734 \times 2630}{2734 + 2630} = 1340$  [N/m] となり、フィットした結果と 30%程度の精度で一致する。

実験はおもりを載せない状態で行った。磁石を設置しないときの倒立振り子の振動減衰を測定したところ、共振周波数は 1.9Hz、Q 値は 480 であった。

### 6.4.2 測定方法

- ダンピングには半径 10mm、高さ 5mm の円盤形のネオジウム磁石を 1 個用いた。表面中心の磁束密度は 2400G であった。

---

<sup>6</sup>付録 A 参照

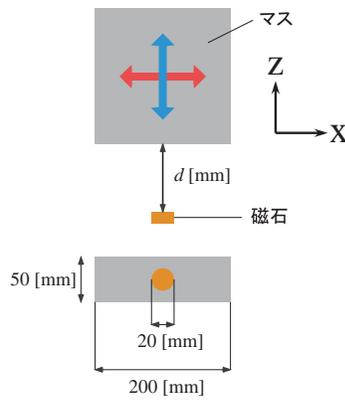
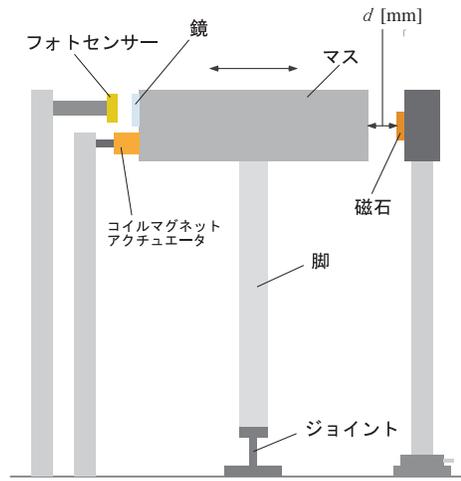


図 6.6: 実験のセットアップ

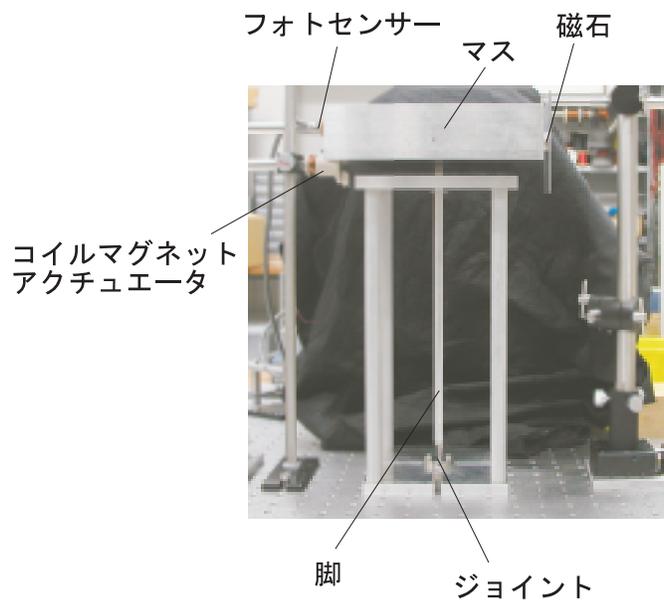


図 6.7: セットアップの写真

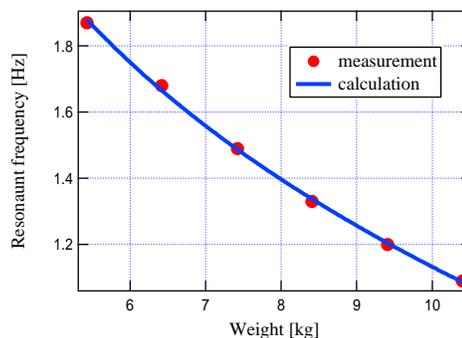


図 6.8: マスの質量による倒立振り子の共振周波数の変化

- マスの側面近くに磁石を設置し、コイルマグネットアクチュエータを用いて倒立振り子の共振周波数付近の振動を励起した。マスの変位をフォトセンサー<sup>7</sup>を用いて測定すると、図 3.8 のような減衰信号が得られる。これを理論式 (3.24) でフィットすることによって<sup>8</sup>、ダンピング効率  $\Gamma$  を求めた。この際、磁石を設置しないときの減衰分のダンピング効率は差し引いている。
- 磁石表面とマスとの距離  $d$  を変化させ、このときの  $\Gamma$  の変化を測定した。また、磁石の設置場所を変えることによって、図 6.6 の  $x$  と  $z$  の 2 種類のマスの運動方向について、それぞれ  $\Gamma$  を測定した。
- 同様のセットアップで 5 回測定を繰り返したところ、得られた  $\Gamma$  は 10% 程度値のばらつきがあった。よって、測定誤差は 10% とした。

## 6.5 解析結果

### 6.5.1 解析結果の精度評価 1 -メッシュ改良前-

図 6.9 のように導体全体を 12.5mm のメッシュサイズで切ったときの、測定結果と解析結果の比較を図 6.10 に示す。また、測定結果を用いて磁石の保磁力を設定した結果を表 6.2 に示す。これらの結果より下記のことわかる。

<sup>7</sup>フォトセンサーについては付録 C で詳しく述べる。

<sup>8</sup>正確には、フォトセンサーの出力信号  $V(t) = Ax_0 \exp\left(-\frac{\Gamma}{2m}t\right) \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2m}\right)^2}t + \phi_0\right) + V_0$  となる。ただし、 $A$  は変位に対するフォトセンサーの出力の線形応答係数、 $\phi_0$  は初期位相、 $V_0$  はオフセットである。

- 測定結果と解析結果は測定誤差の範囲内でよく一致している。
- ダンピング効率を振動方向で比較すると、 $z$ 方向の結果は $x$ 方向よりも2倍程度ダンピング効率がよい。これは、磁石による磁場の勾配変化が $z$ 方向でより急になるためと考えられる。
- キャリブレーションした結果である磁石の保磁力は、 $x$ 方向と $z$ 方向で30%程度の開きがある。測定では振動方向によらず同一の磁石を使用しているため、解析間の整合性を上げる必要がある。精度を上げるには、メッシュの切り方を工夫すればよい。

発生した渦電流によるジュール熱の分布を図6.11 6.12に示す。磁石に近い部分のジュール熱が大きく、離れた部分ではジュール熱がほとんど発生していないことがわかる。この結果を元に、磁石に近い部分のメッシュをより細かく切り、遠い部分のメッシュは粗く切るという方法でメッシュの切り方を改良した。その結果を次節で示す。

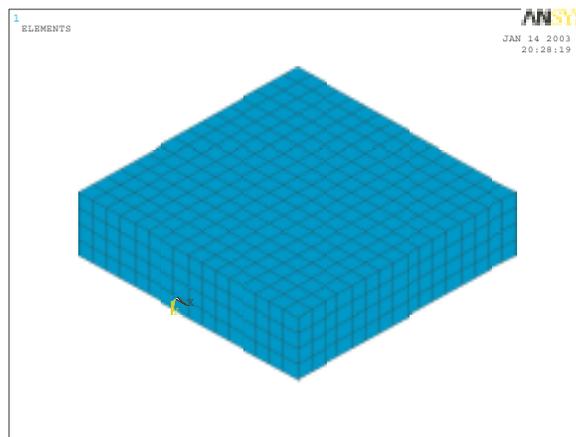


図 6.9: メッシュの切り方 (改良前)

	保磁力
$x$ 方向	$7 \times 10^5$ [A/m]
$z$ 方向	$9 \times 10^5$ [A/m]

表 6.2: キャリブレーションによる保磁力の設定 (メッシュ改良前)

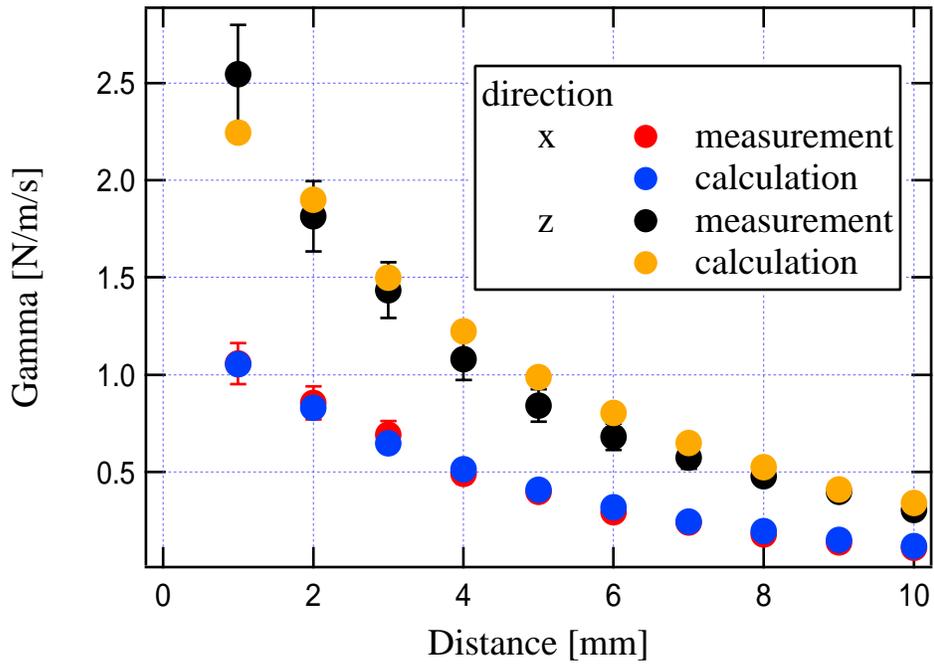


図 6.10: 測定結果と解析結果の比較 (メッシュ改良前)

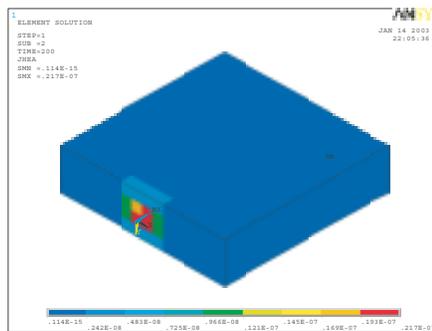


図 6.11: メッシュ改良前のジュール熱の分布 (x 方向)

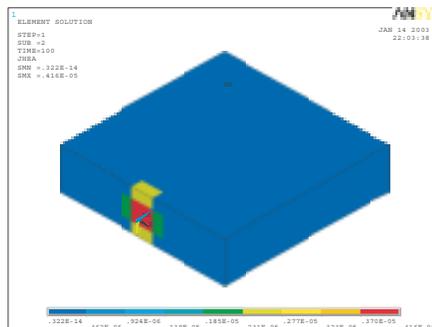


図 6.12: メッシュ改良前のジュール熱の分布 (z 方向)

### 6.5.2 解析結果の精度評価2 -メッシュ改良後-

図6.13のように、磁石に近い50mm×50mm×10mmの直方体部分を4mmのメッシュサイズで切り、導体のそれ以外の部分は60mmのメッシュサイズで切ったときの、測定結果と解析結果の比較を図6.14に示す。また、測定結果と解析結果をキャリブレーションしたときの、磁石の保磁力の設定値を表6.3に示す。これらの結果より下記のことわかる。

- 測定結果と解析結果は測定誤差の範囲内でよく一致している。
- キャリブレーションした結果である磁石の保磁力は、 $x$ 方向と $z$ 方向で1%程度の精度でよく一致している。メッシュの切り方を改良したことによる成果が、この点に現れていると言える。

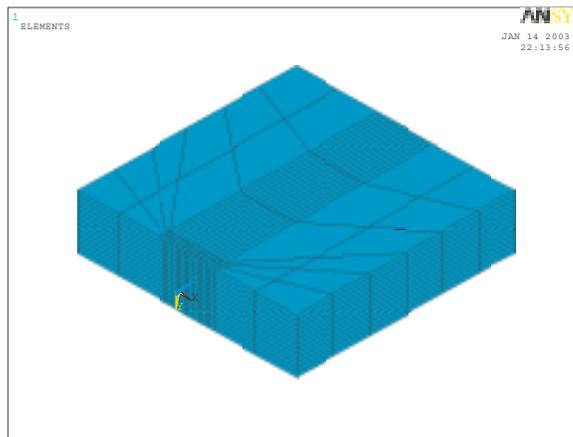


図 6.13: メッシュの切り方 (改良後)

	保磁力
$x$ 方向	$7.6 \times 10^5$ [A/m]
$z$ 方向	$7.7 \times 10^5$ [A/m]

表 6.3: キャリブレーションによる保磁力の設定 (メッシュ改良後)

導体の細かくメッシュで切った部分を側面方向から見た場合の、発生した渦電流による電流密度の分布を図6.15 6.16に、ジュール熱の分布を図6.18 6.19に示す。図の下方に示したように、導体は矢印の $x$ 方向あるいは $z$ 方向に進む。磁石

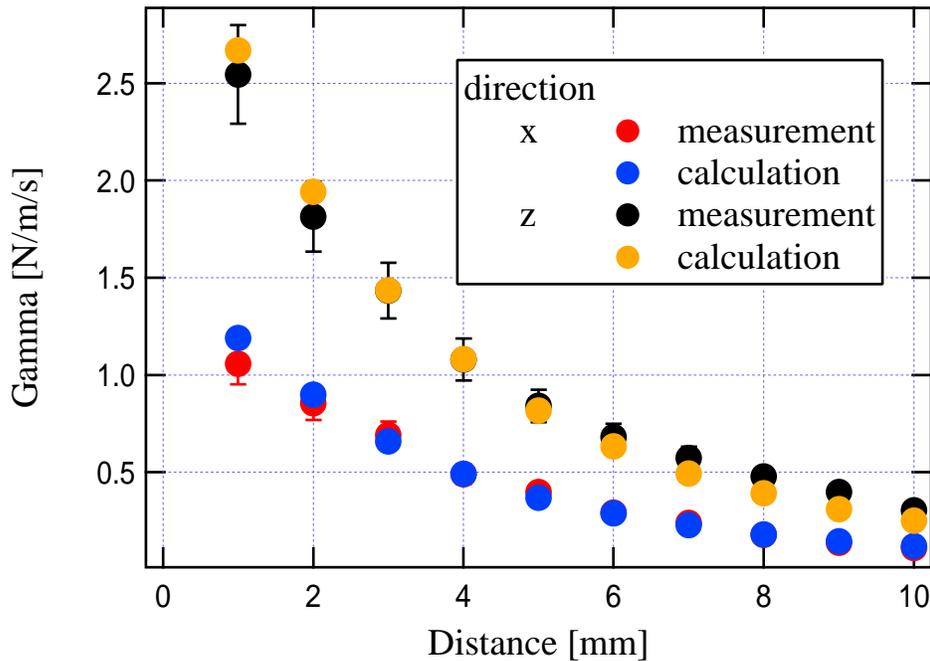


図 6.14: 測定結果と解析結果の比較（メッシュ改良後）

は導体に対し図のように設置されており、磁石による磁場の  $z$  方向成分は紙面の表から裏へ抜ける方向となっている。

図 6.15 より、導体が  $x$  方向に進むとき、導体表面近くでは左半分に反時計回りの渦電流が、右半分に時計回りの渦電流が流れることがわかる。これは、導体が進むにつれ磁石による磁場は導体の左半分が増加、右半分が減少していき、この磁場変化を妨げる向きにそれぞれ渦電流が流れるためと考えられる。また、図 6.16 では、導体全体が次第に磁石から離れ磁場が減少するために、磁場を増加させる向きである時計回りに全体的に渦電流が流れることがわかる。このように、解析結果の電流密度分布は直感的な理解とよく一致している。

ジュール熱の分布を見た場合、図 6.18 より導体が  $x$  方向に進むときは、時計回りと反時計回りの渦電流が合流する中心線上で特に大きなジュール熱が発生していることがわかる。また、図 6.19 より導体が  $z$  方向に進むときは、磁石の縁付近で大きなジュール熱が発生し、一方磁石の中心軸上では発生するジュール熱が小さいことがわかる。磁石による磁場の勾配変化は磁石の縁付近で大きく、磁石の中心軸上では小さいことを考慮すれば、これらの結果も理解できる。

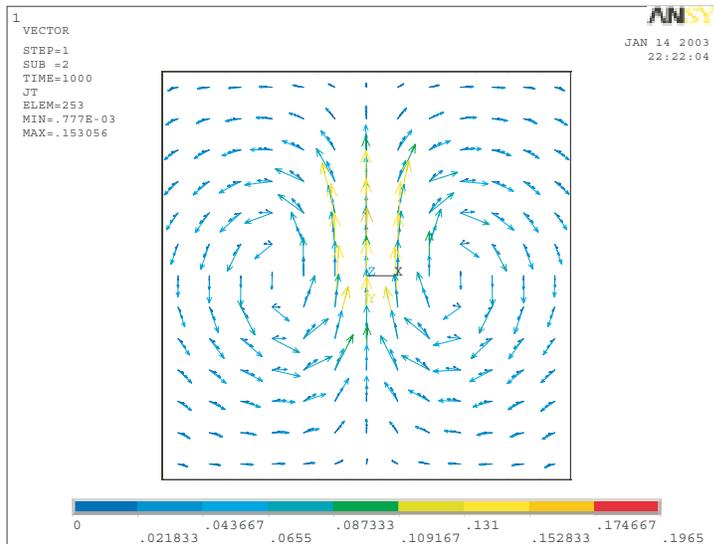


図 6.15: メッシュ改良後の電流密度の分布 ( $x$  方向)

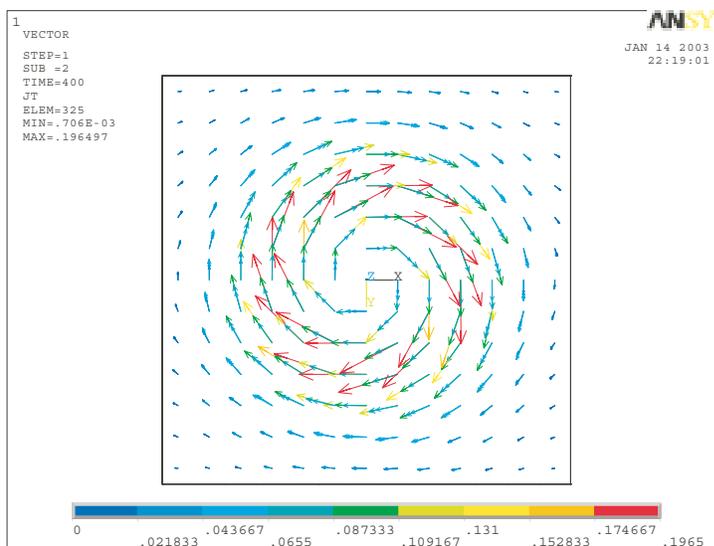


図 6.16: メッシュ改良後の電流密度の分布 ( $z$  方向)

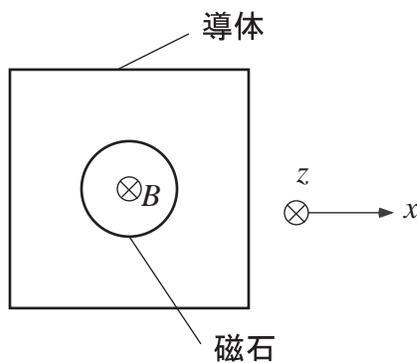


図 6.17: 導体と磁石の位置関係

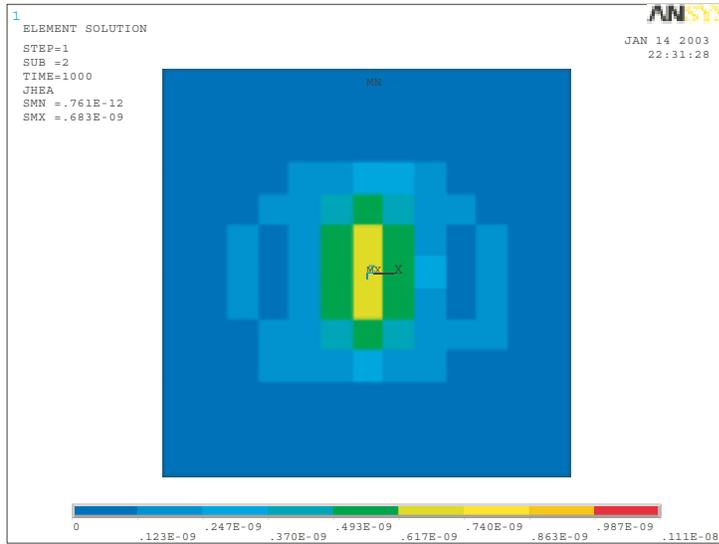


図 6.18: メッシュ改良後のジュール熱の分布 ( $x$  方向)

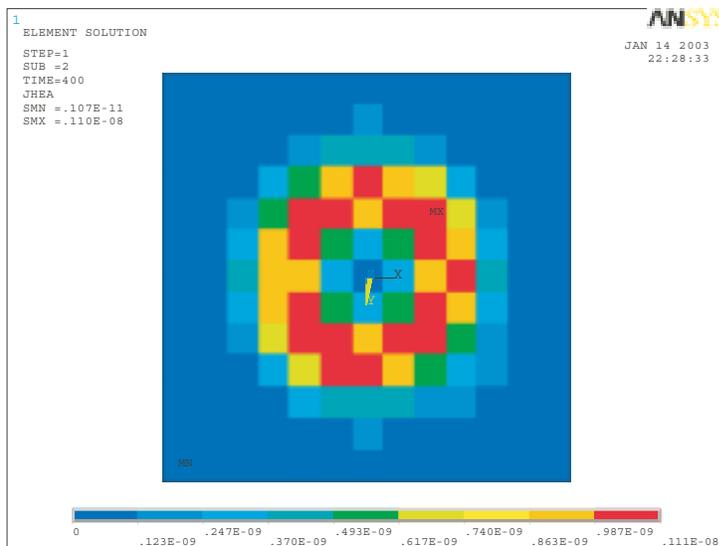


図 6.19: メッシュ改良後のジュール熱の分布 ( $z$  方向)

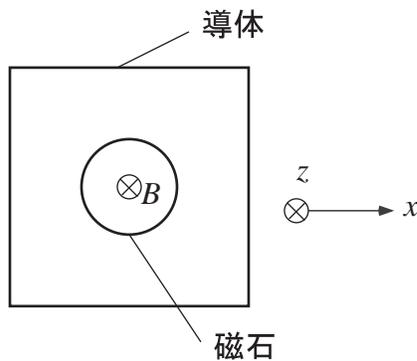


図 6.20: 導体と磁石の位置関係

### 6.5.3 渦電流ダンピングの特性評価

前節の結果から、作成した解析手法は実験と測定誤差の範囲内でよく一致することがわかった。この解析法を利用した、渦電流ダンピングの特性評価について以下に述べる。ダンパーの設計においては、このような特性の理解が有用となる。

#### 導体の厚さとダンピング効率

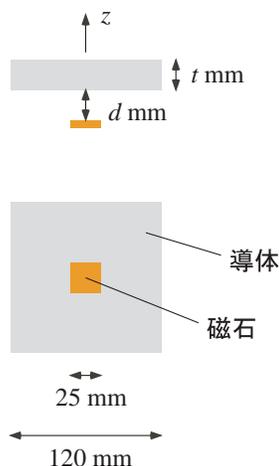


図 6.21: 解析のモデル

図 6.21 のような、 $120\text{ mm} \times 120\text{ mm} \times t\text{ mm}$  の直方体の導体と、 $25\text{ mm} \times 25\text{ mm} \times 5\text{ mm}$  の直方体の磁石からなるモデルについて解析を行った。磁石と導体の距離を  $d\text{ mm}$  とする。また、導体は  $z$  方向に動くものとする。

磁石の保磁力は表 6.3 の  $z$  方向の設定値と同様にし、導体のメッシュサイズは  $6\text{ mm}$  とした。この設定は本節の以下の解析でも同様である。

導体の厚さ  $t\text{ mm}$  を変化させたときのダンピング効率について、 $d=1\text{ mm}$ ,  $5\text{ mm}$ ,  $10\text{ mm}$  の場合で解析した結果を図 6.22 に示す。

$d$  がいずれの値の場合も、厚さ  $t$  が大きくなるにつれダンピング効率は増し、次第に一定値に収束していくことがわかる。磁場の導体内に侵入可能な厚さには限りがあるので、この結果は妥当である。図 6.22 より  $t=18\text{ mm}$  以上の厚さでは、ダンピング効率はほぼ一定になると考えられる。

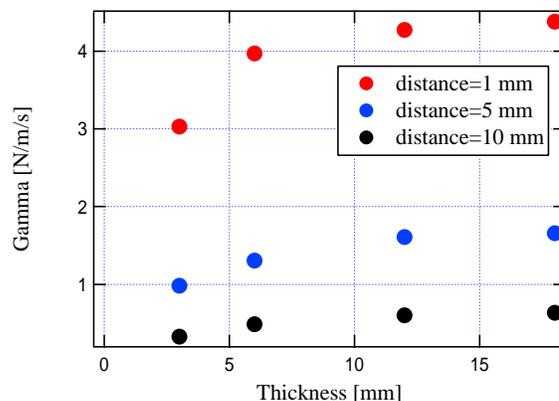


図 6.22: 導体の厚さとダンピング効率

### 磁石の配置とダンピング効率

図 6.23 のような、120 mm×120 mm×12 mm の直方体の導体と、25 mm×25 mm×5 mm の直方体の磁石 4 個からなるモデルについて解析を行った。導体は  $z$  方向に動くものとする。

磁石の極性について、図 6.23 のように全て同じ極性にした場合と、異なる極性を交互に配置した場合の 2 通りについて考え、各々の解析結果を比較した。また、磁石間の間隔  $d_m$  mm を変えたときのダンピング効率の変化についても解析を行い、結果を比較した。

$d_m = 1$  mm, 10 mm, 30 mm のそれぞれの場合について、磁石と導体の距離  $d$  mm を変化させたときの、磁石の極性の組み合わせによる解析結果の比較を図 6.24 6.25 6.26 に示す。

これらの結果より、以下のことがわかる。

- 全体的な傾向として、異なる極性を交互に配置した場合は、全てを同じ極性にした場合よりもダンピング効率  $\Gamma$  がよい。その差は磁石と導体の距離  $d$  と磁石間間隔  $d_m$  が近いほど顕著であり、 $d = 1$  mm,  $d_m = 1$  mm 付近ではダンピング効率は 2 倍程度異なる。
- 渦電流の電流密度をプロットした結果を図 6.27 6.28 に示す。これより、図 6.24 6.25 6.26 の結果について以下の考察が成り立つ。図 6.29 のように、隣り合う 2 つの磁石による渦電流を考える。渦電流は磁石の縁付近で強く流れ

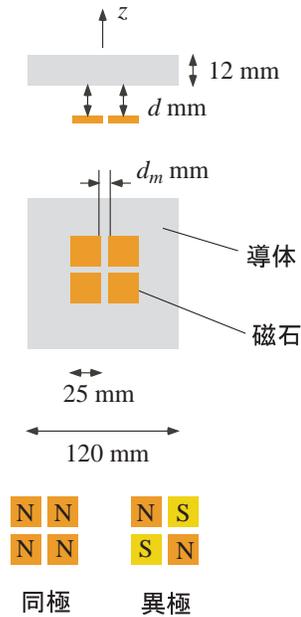


図 6.23: 解析のモデル

るが、同極の場合は磁石と磁石の間の部分に流れる電流が互いに逆向きのため、弱めあう。それに対し、異極の場合は電流が互いに同じ向きのため、強めあう。よって、異極の方が同極よりもより強い渦電流が流れるので、図 6.24 6.25 6.26 のようなダンピング効率の差が生まれる。距離  $d$  が離れると、磁石による磁場の影響が弱くなることから、ダンピング効率の差は縮まると考えられる。また、磁石間間隔  $d_m$  が大きい場合は、強めあい、あるいは弱めあいによる渦電流の変化量が減少するので、ダンピング効率の差は縮まると考えられる。

次に、磁石の極性が同極の場合と異極の場合、また磁石と導体の距離が  $d=1$  mm, 5 mm, 10 mm の場合の各々について、磁石間間隔  $d_m$  を変化させて行った解析結果を、図 6.30 6.31 に示す。ただし、図 6.30 6.31 における直線は、その色（距離  $d$ ）に対応した  $4\Gamma_s$ （下記参照）を表す。

この解析では磁石を 4 個使用しているが、同様の磁石 1 個のみで解析を行った場合のダンピング効率を以下では  $\Gamma_s$  とする。他の磁石による影響を考慮しなければ、磁石を 4 個使用した場合のダンピング効率は  $\Gamma_s$  の 4 倍  $4\Gamma_s$  になるはずである。図 6.30 6.31 の結果について行った考察を以下に示す。

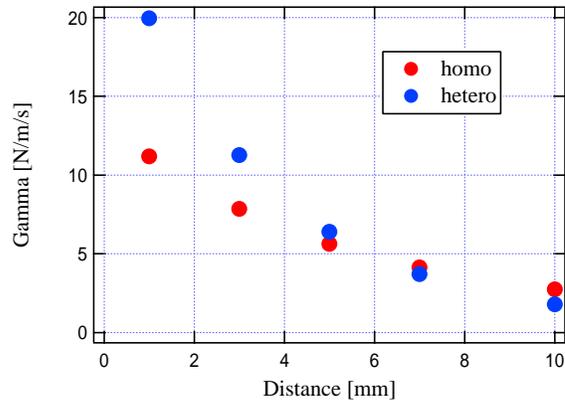


図 6.24: 磁石の極性とダンピング効率 ( $d_m = 1$  mm)

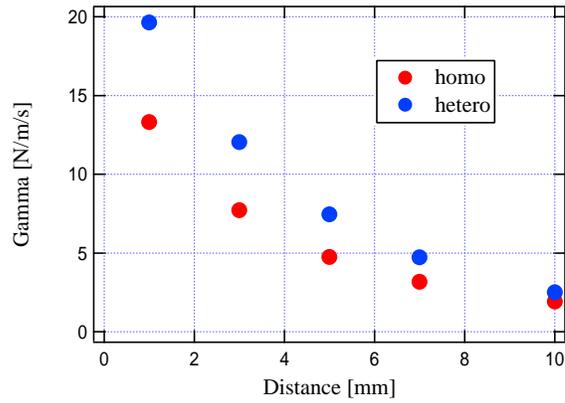


図 6.25: 磁石の極性とダンピング効率 ( $d_m = 10$  mm)

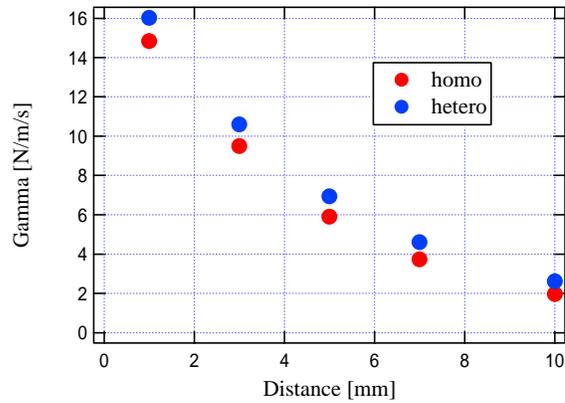


図 6.26: 磁石の極性とダンピング効率 ( $d_m = 30$  mm)

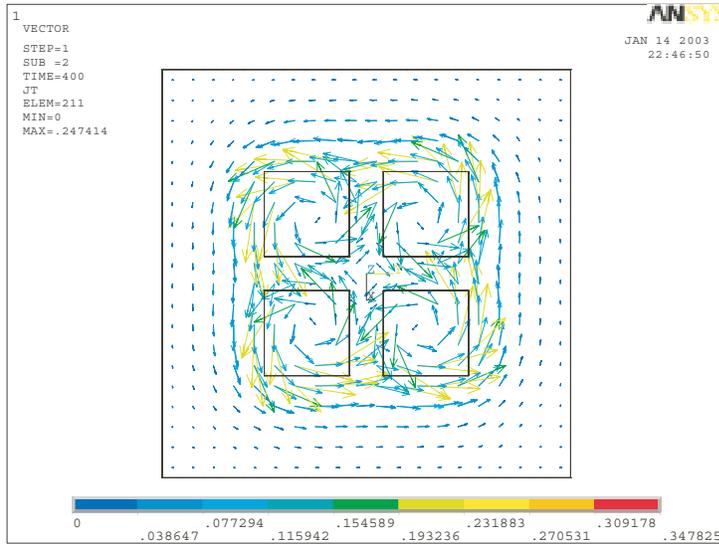


図 6.27: 電流密度の分布 (同極) -極性による変化-

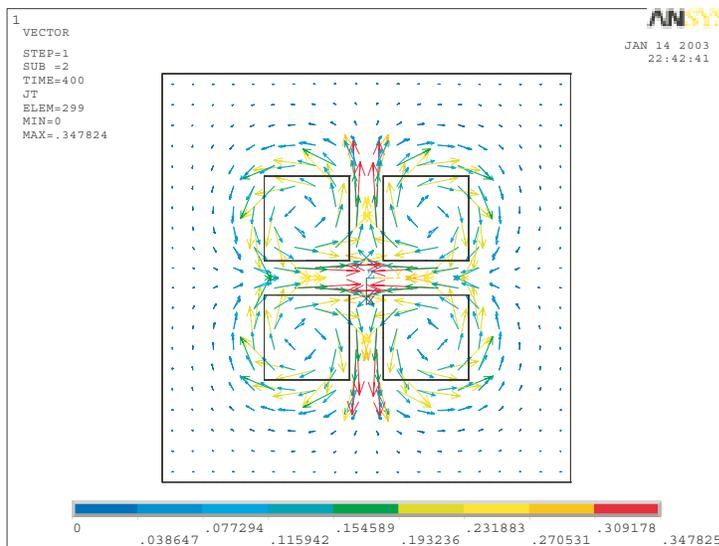


図 6.28: 電流密度の分布 (異極) -極性による変化-

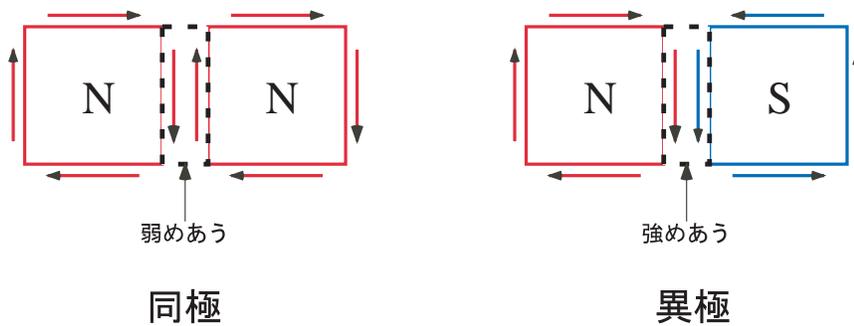


図 6.29: 渦電流の流れ

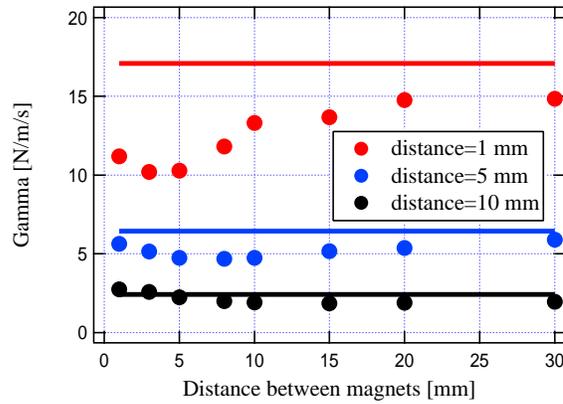


図 6.30: 磁石間隔とダンピング効率 (同極)

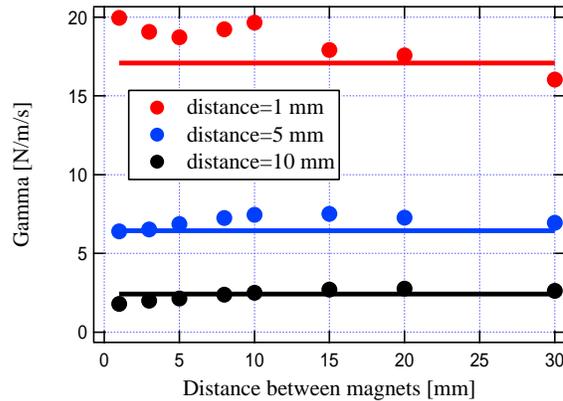


図 6.31: 磁石間隔とダンピング効率 (異極)

- 同極の場合は、ダンピング効率は全体的に  $4\Gamma_s$  よりも小さい。 $d_m$  が大きい範囲 (10 mm 程度以上) では、ダンピング効率は  $d_m$  の増加に伴い増加傾向にあり、次第に  $4\Gamma_s$  に近づくことがわかる。前の解析で考察したように、同極の場合は磁石と磁石の間の部分に流れる渦電流が互いに弱めあうため、ダンピング効率は  $4\Gamma_s$  よりも小さくなると考えられる。また、磁石間隔が大きくなるとこの弱めあいによる渦電流の減少量が小さくなるため、ダンピング効率は増加すると考えられる。 $d=1$  mm で  $d_m$  を変化させたときの電流密度分布を、図 6.32 6.33 6.34 に示す。これより、磁石間隔が大きくなるにつれ互いの渦電流による影響が小さくなる様子が見てとれる。

- 異極の場合は磁石と磁石の間の部分に流れる渦電流が互いに強めあう。また、ジュール熱は電流の2乗に比例するので、強めあいによる局所的な電流量の増加は、その2乗分のダンピング効率の増加をもたらす。よって、異極の場合は同極の場合と反対に、ダンピング効率は全体的に $4\Gamma_s$ よりも大きく、 $d_m$ が大きい範囲で $d_m$ の増加に伴いダンピング効率は減少する。また、同極の場合と同様に次第に $4\Gamma_s$ に近づくことがわかる。
- 同極の場合に、 $d_m=15$  mm で  $d$  を変化させたときの電流密度分布を、図 6.35 6.36 6.37 に示す。磁石間間隔を固定した場合は、磁石と導体の距離が増すにつれ、磁石と磁石の間の部分に流れる渦電流が相対的に弱くなることわかる。つまり、これは磁石と導体の距離を固定して、磁石間間隔を小さくした場合に相当する。渦電流の流れ方は、磁石と導体の距離  $d$  と磁石間間隔  $d_m$  の相対的な比によって決まると考えられるので、この結果は妥当である。この効果は、図 6.30 6.31 の傾向にも現れていると考えられる<sup>9</sup>。
- $d_m$  が小さい範囲 (10 mm 程度以下) では、図 6.30 6.31 の傾向は前述した単調増加・単調減少の傾向からは外れている。 $d_m$  がある値よりも小さくなると、互いの渦電流の影響が逆に小さくなることなどがその理由の可能性として考えられるが、確証を得るためには、解析精度を含めたさらなる検証を行う必要がある。 $d_m = 1$  mm のときのダンピング効率は、4つの磁石をまとめた 50 mm×50 mm×5 mm の大きな磁石1個によるダンピング効率と近い値になる。これは直感的な理解と一致する。

---

<sup>9</sup> $d$ が増加するにつれ、グラフの傾向(例えば、同極の場合の極小点)は右側( $d_m$ の増加する側)にずれている。

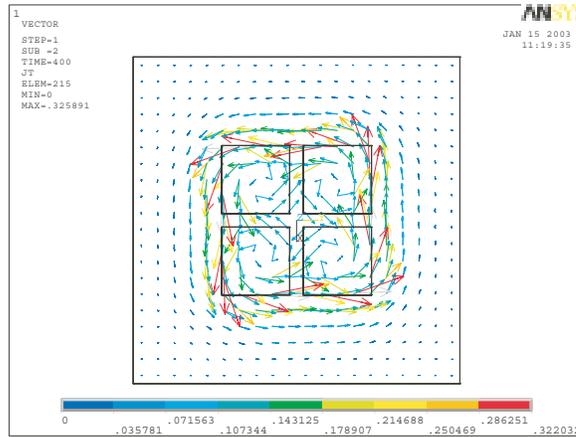


図 6.32: 電流密度の分布 ( $d_m=5$  mm) -磁石間隔による変化-

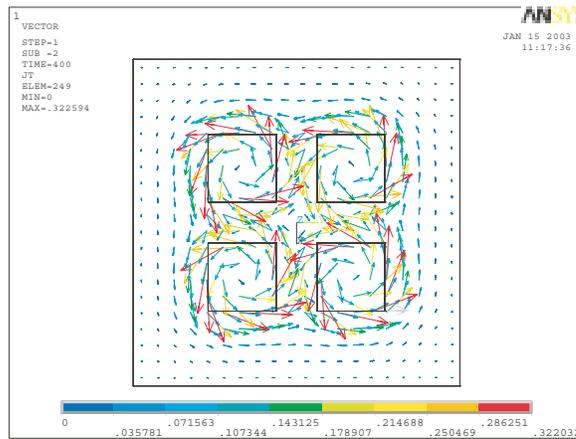


図 6.33: 電流密度の分布 ( $d_m=15$  mm) -磁石間隔による変化-

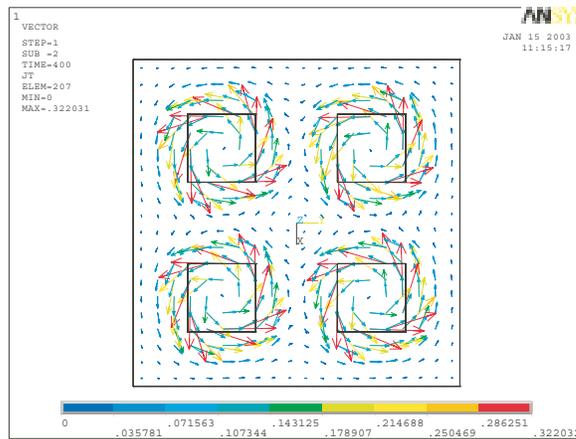


図 6.34: 電流密度の分布 ( $d_m=30$  mm) -磁石間隔による変化-

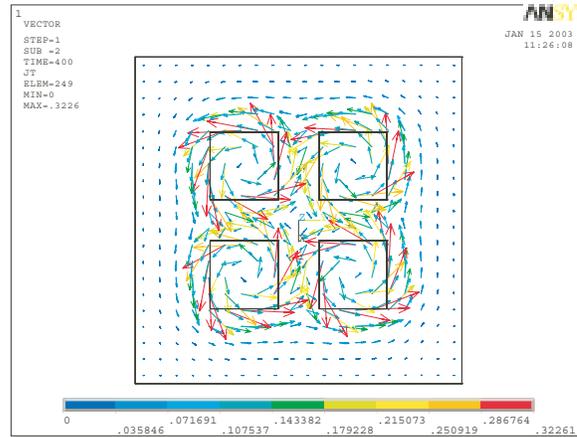


図 6.35: 電流密度の分布 ( $d=1$  mm) -磁石と導体の距離による変化-

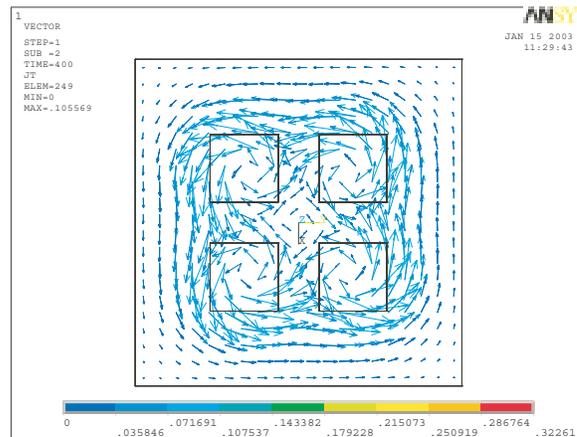


図 6.36: 電流密度の分布 ( $d=10$  mm) -磁石と導体の距離による変化-

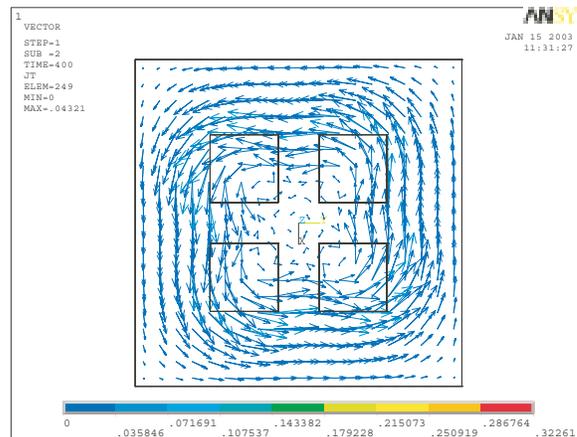


図 6.37: 電流密度の分布 ( $d=20$  mm) -磁石と導体の距離による変化-

## 6.6 本章のまとめ

- ANSYS を用いて渦電流ダンピングの解析を行った。解析により得られた結果は、実験による結果と測定誤差 10%程度の範囲内でよく一致した。また、解析においてメッシュの作成法を改良することにより、解析内の整合性を上げることが成功した。
- 渦電流ダンピングの特性評価を解析を利用して行った。その結果、(1) 導体の厚さが増すにつれダンピング効率は一定値に収束する (2) 異極の磁石の組み合わせは同極の場合よりも全体的にダンピング効率がよく、特に磁石と導体の距離と磁石間隔が小さい範囲でその差は顕著である (3) 磁石間隔の大きい範囲では、間隔が増すにつれ同極の磁石の組み合わせはダンピング効率が増加し、異極の場合は減少する 等の結果を得た。これらは、直感的な考察と一致する。
- 25mm×25mm×5mm の直方体の磁石 4 個を異なる極性の組み合わせで配置した場合、磁石と導体の距離が 3mm 程度の範囲で、ダンピング効率は 12 N/m/s 程度となる。これは、前章で求めた TAMA SAS 用ダンパーに必要なダンピング効率として、十分な値である。つまり、市販レベルの強さ、大きさの磁石で TAMA SAS 用ダンパーのダンピング効率の要求値は満たすことが可能である。

## 第7章 結論と今後の課題

### 7.1 結論

TAMA SAS に永久磁石を用いた受動的ダンピングシステムを導入した場合の防振性能について、解析的な評価を行った。

#### 半質点モデルによる運動解析

TAMA SAS の構成要素にフレキシブルなダンパーを導入した系を1次元半質点モデルによって解析し、防振特性を求めた。その結果、以下の結論が得られた。

- フィルター0をダンブすることにより、10Hz以上（重力波観測帯域）の防振比を損なうことなく、鏡のR.M.S. 振幅は地面振動レベル  $3.6 \mu\text{m}$  まで低減が可能である。これは、制御系のダイナミックレンジの要求値を満たしている。
- フィルター0をダンブすることにより、鏡のR.M.S. 速度は悪化してしまう。しかし、ダンパー導入後のR.M.S. 速度は  $0.86 \mu\text{m/s}$  となり、制御系から要求される値  $1 \mu\text{m/s}$  と同程度である。
- フィルター1及びミラーサスペンションプラットフォームをダンブすることにより、鏡の防振比の高次モードの共振ピークを抑えることができる。よって、干渉計の安定性の面でこれらにダンパーを導入することは有効である。

#### ANSYS による渦電流ダンピング解析

有限要素解析プログラム ANSYS を用いて渦電流ダンピングの解析を行い、ダンピング効率の要求値を満たす磁石の構成を見積もった。以下に、その結論を記す。

- 渦電流ダンピングの解析結果は、実験により得られた結果と測定誤差10%程度の範囲内でよく一致する。よって、作成した渦電流ダンピングの解析手法

は妥当であるといえる。その際、メッシュの作成法を改良することにより、解析の整合性を上げ、より信頼性の高い解析を行った。

- 渦電流ダンピングの特性を解析により求めることで、特性に対する理解をより深め、ダンパーの設計に生かすことが可能となる。これを目的として行った数種類の解析結果は、直感的な考察と一致した。
- 半質点モデルによる運動解析から求めた TAMA SAS 用ダンパーのダンピング効率の要求値は、市販されているレベルの強さ、サイズの磁石を数個用いれば、十分実現が可能である。

以上2種類の解析より、永久磁石を用いた受動的ダンピングシステムの導入で TAMA SAS の必要な防振性能は得ることができるという結論を得た。

## 7.2 今後の課題

今回の解析では、並進1自由度の振動に限って議論を進めた。実際には、他の自由度の振動も干渉計の感度と安定性の両面で影響を及ぼすので、より正確な結論を導くためには他自由度の振動を考慮した解析を行う必要がある。

また、具体的なダンパーの設計も今後の課題である。磁石の構成やダンパー支持体の共振周波数等の情報を元に、設置方法などの具体策について考える必要がある。

防振性能の面で比較すると、受動的ダンピングシステムは現在の TAMA SAS の能動的ダンピングシステムよりも劣る [8]。しかし、単純化されたシステムや信頼性の高い動作など、受動的ダンピングシステムには防振性能面以外の利点がある。よって、どちらのシステムが適しているかは、議論を重ねる必要がある。

## 付録A 倒立振り子の運動

倒立振り子の運動について、以下に詳しく述べる。

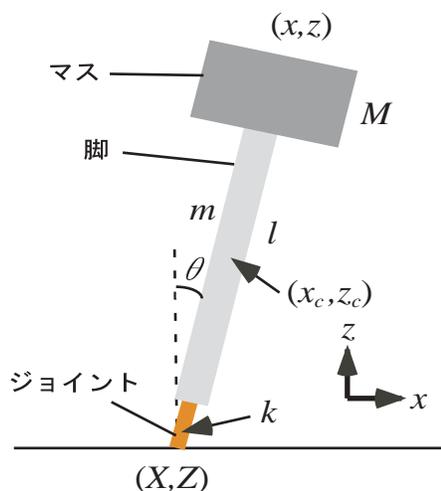


図 A.1: 倒立振り子

### A.1 倒立振り子の基本原理

まず、図 A.1 において、脚の質量  $m = 0$ 、支点の座標  $X = 0$  と簡単化した場合の倒立振り子の運動について考える。

マスの質量を  $M$ 、支点を中心とした系の慣性モーメントを  $I$ 、脚の長さを  $l$  としたとき、倒立振り子の鉛直方向に対する傾き  $\theta$  についての運動方程式は、

$$I\ddot{\theta} = -k_{\theta}\theta + Mgl \sin \theta \quad (\text{A.1})$$

となる。ただし、 $k_{\theta}$  は傾き  $\theta$  に対するジョイントの弾性定数である。

微小振動においては  $\sin \theta \approx \theta$  であるので、式 (A.1) は、

$$I\ddot{\theta} = -k_{\theta}\theta + Mgl\theta = -(k_{\theta} - Mgl)\theta \quad (\text{A.2})$$

となる。

ここで、マスの水平方向の座標を  $x$  とすると、微小振動において  $x = l\theta$  であり、また変位  $x$  に対する倒立振り子の弾性定数  $k$  と  $k_{\theta}$  との関係式は、

$$k = \frac{k_{\theta}}{l^2} \quad (\text{A.3})$$

であるので、運動方程式 (A.2) は  $x$  についての運動方程式として次式に置き換えられる。

$$M\ddot{x} = -\left(k - \frac{Mg}{l}\right)x \quad (\text{A.4})$$

式 (A.4) より、倒立振り子の実効的な弾性定数  $\tilde{k}$  は、

$$\tilde{k} = k - \frac{Mg}{l} \quad (\text{A.5})$$

となるので、共振周波数  $f_0$  は、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\tilde{k}}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{g}{l}} \quad (\text{A.6})$$

となり、任意に選べる 3 つのパラメータ (バネ定数、荷重、脚の長さ) によって決定されることがわかる。

例えば、 $M = 100 \text{ kg}$  の場合、 $l = 3 \text{ m}$  程度のスケールで  $f_0 = 30 \text{ mHz}$  を実現するためには、 $k = 300 \text{ N/m}$  としてやればよい。

## A.2 倒立振り子の防振比

前節では脚の質量  $m = 0$  と単純化した場合について述べたが、実際の倒立振り子では脚の質量も無視できないので、倒立振り子の防振比を求めるためにはこの効果も考慮する必要がある。

以下では、マス、脚の重心及び支点の水平方向・鉛直方向の座標をそれぞれ  $(x, z)$ ,  $(x_c, z_c)$ ,  $(X, Z)$  とする。また、脚の慣性モーメントを  $J$  とする。

水平方向  $x$  の微小振動について考えるため、 $Z = 0$  とみなしてよいとすると、系のラグランジアン  $L$  は次式で表せる。

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_c^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - Mgz - mgz_c - \frac{1}{2}kl^2\theta^2 \quad (\text{A.7})$$

脚は硬く変形しないとすると、微小振動において、

$$x_c = \frac{1}{2}(x + X) \quad (\text{A.8})$$

$$z_c \simeq \frac{l}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \quad (\text{A.9})$$

$$z \simeq l \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \quad (\text{A.10})$$

$$\theta \simeq \frac{x - X}{l} \quad (\text{A.11})$$

が成り立つので、式 (A.7) は次式のようになる。

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{8}m(\dot{x} + \dot{X})^2 + \frac{1}{2} \frac{J}{l^2}(\dot{x} - \dot{X})^2 + \frac{1}{2} \frac{g}{l} \left(M + \frac{1}{2}m\right)(x - X)^2 - \frac{1}{2}k(x - X)^2 \quad (\text{A.12})$$

式 (A.12) をオイラー＝ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.13})$$

に代入することにより、並進方向  $x$  の運動方程式を得ることができる。

$$\left(M + \frac{m}{4} + \frac{J}{l^2}\right) \ddot{x} + \left(\frac{m}{4} - \frac{J}{l^2}\right) \ddot{X} - \frac{g}{l} \left(M + \frac{m}{2}\right)(x - X) + k(x - X) = 0 \quad (\text{A.14})$$

これを両辺 Fourier 変換して、支点に対するマスの防振比  $H(\omega)$  を求めると、

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{\omega_0^2 + \beta\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (\text{A.15})$$

となる。ただし、

$$\omega_0^2 = \frac{k - (M + \frac{m}{2})\frac{g}{l}}{M + \frac{m}{4} + \frac{J}{l^2}} \quad (\text{A.16})$$

$$\beta = \frac{\frac{m}{4} - \frac{J}{l^2}}{M + \frac{m}{4} + \frac{J}{l^2}} \quad (\text{A.17})$$

である。

脚の長さが系に対して十分大きいとき、慣性モーメント  $J$  は、

$$J = \frac{1}{12}ml^2 \quad (\text{A.18})$$

で近似できるので、式 (A.16)(A.17) は、

$$\omega_0^2 = \frac{k - (M + \frac{m}{2})\frac{g}{l}}{M + \frac{m}{3}} \quad (\text{A.19})$$

$$\beta = \frac{\frac{m}{6}}{M + \frac{m}{3}} \quad (\text{A.20})$$

となる。

倒立振り子の防振比 (A.15) を単振り子の防振比 (3.14) と比較すると、 $+\beta\omega^2$  の項が新たに分子に加えられていることがわかる。この効果の詳細については、次節で述べる。

### A.3 打撃中心効果

式 (A.15) より、共振周波数  $\omega_0$  よりも十分大きい周波数帯域においては、倒立振り子の防振比  $|H(\omega)|$  は図 A.2 のように  $\beta$  に収束することがわかる。

これは、倒立振り子の脚が慣性モーメントをもつために、地面振動によって並進運動と同時に回転運動も行うことから生じる効果である。回転運動は、マスと倒立振り子の質量、形状から決まる点を中心として行われる<sup>1</sup>。支点と回転中心及びマスの位置関係が幾何的に決まってしまうために、地面が振動すると一定の割合 ( $\beta$ ) でマスも振動してしまう。このような効果は打撃中心効果と呼ばれる。このときの、防振比の収束値  $\beta$  をプラトーレベルと呼ぶ。

このままでは、倒立振り子を利用することによって共振周波数が下げられても、理想的な振り子に比べて防振比が悪化してしまうことになるので、 $\beta$  をなるべく小さくする必要がある。そのためには、式 (A.20) より脚の質量  $m$  をできる限り軽くすればよい。先に見た質量のない脚の例では、回転中心がマスに一致するので打撃中心効果が見られない。

しかし脚を軽くするには限界があり、打撃中心効果を十分に押さえることが

<sup>1</sup>倒立振り子は地面に拘束されているので、回転中心は系の重心とは一致しない。

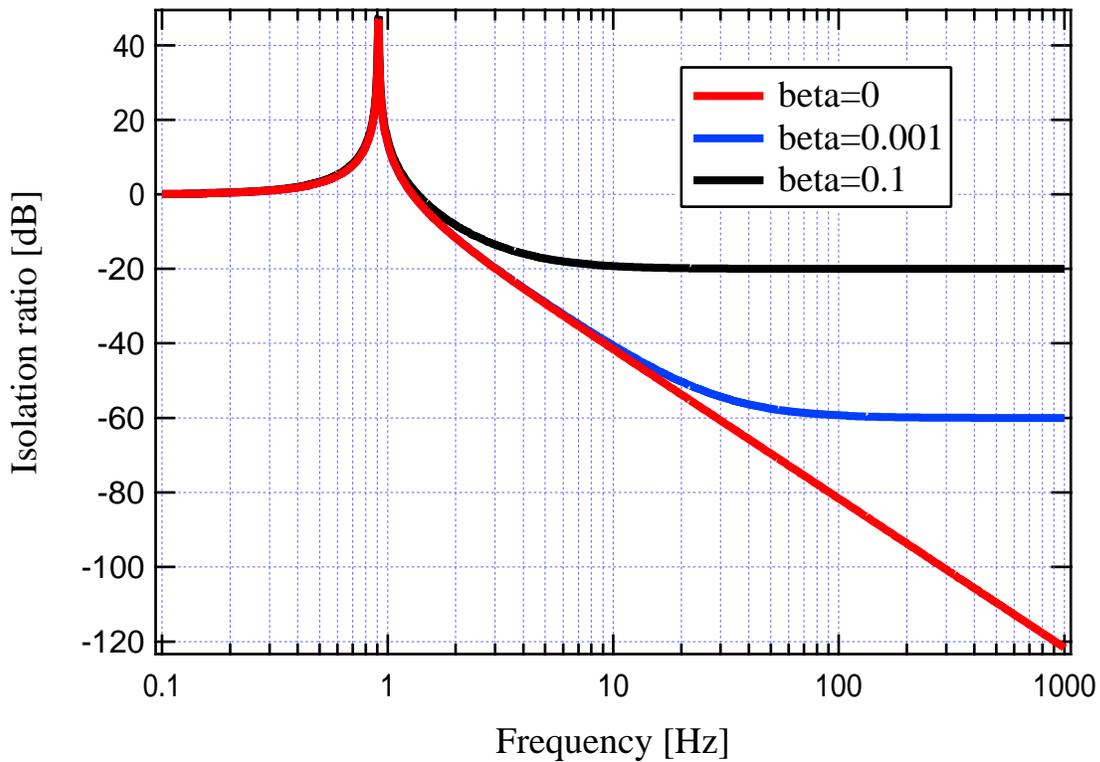


図 A.2:  $\beta$  による倒立振り子の防振比の変化

できないので、他の手段を考える必要がある。その際有効なのは、図 A.3 のようにカウンターウェイトと呼ばれるおもりを脚の下方に取り付ける方法である。この方法で脚の回転中心がなるべく下方のジョイント側に近い位置に存在するように設定すれば、地面振動によって生じるトルクが減少し、系の回転量を小さくすることができる。

カウンターウェイトの効果を具体的にみるため、図 A.3 の右側のような単純化したモデルについて考える [21]。倒立振り子のマスとカウンターウェイトは、それぞれ脚とベルによって支点と繋がっているとす。

倒立振り子のマスと脚、そしてベルとカウンターウェイトの質量をそれぞれ  $m_1, m_2, m_3, m_4$  とし、脚とベルの長さをそれぞれ  $l_1, l_4$  とする。このとき、脚とベルの重心はそれぞれ支点から  $l_1/2, l_4/2$  の距離にある。

マスとカウンターウェイトは質点とみなすので慣性モーメントは 0 となり、また脚とベルの慣性モーメントをそれぞれ  $J_2, J_3$  とすると、式 (A.18) より、

$$J_2 = \frac{1}{12} m_2 l_1^2 \quad (\text{A.21})$$

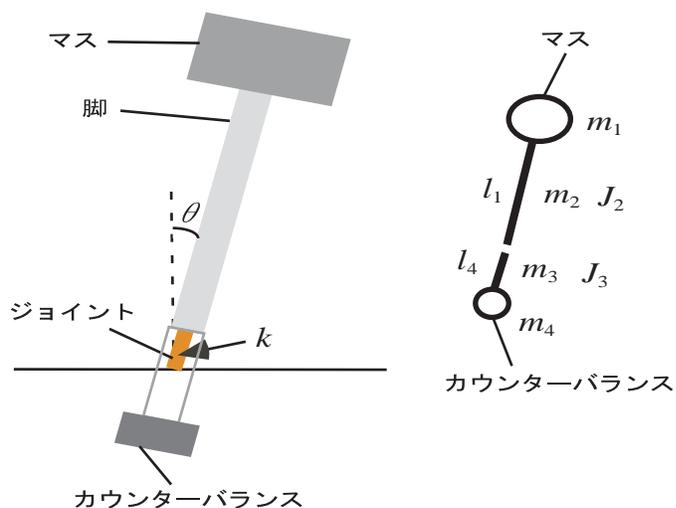


図 A.3: カウンターウェイトつき倒立振り子

$$J_3 = \frac{1}{12}m_3l_4^2 \quad (\text{A.22})$$

となる。

以上のパラメータを用いてラグランジアン  $L$  を書き下すと、

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (m_i \dot{x}_i^2 + J_i \dot{\theta}^2) - g \sum_{i=1}^4 m_i z_i - \frac{1}{2} k l_1^2 \theta^2 \quad (\text{A.23})$$

となる。

ここで、各座標  $x_i, z_i$  と  $\theta$  の関係

$$x_i = X + l_1 \theta \quad (\text{A.24})$$

$$z_i = l_i \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2\right) \quad (\text{A.25})$$

より、ラグランジアン (A.23) を  $\theta$  の関数として表すと、

$$L(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \{m_i (\dot{X}^2 + l_i \dot{\theta})^2 + J_i \dot{\theta}^2\} - g \sum_{i=1}^4 m_i l_i \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2\right) - \frac{1}{2} k l_1^2 \theta^2 \quad (\text{A.26})$$

となる。

これをラグランジュ方程式に代入すれば、 $\theta$  についての運動方程式が導ける。

$$\sum_{i=1}^4 \{m_i l_i (\ddot{X} + l_i \ddot{\theta}) + J_i \ddot{\theta}\} - g \sum_{i=1}^4 m_i l_i \theta + k l_1^2 \theta = 0 \quad (\text{A.27})$$

式 (A.27) を両辺 Fourier 変換し、 $x$  と  $\theta$  の関係式  $\tilde{x}_1(\omega) = \tilde{X}(\omega) + l_1 \theta(\omega)$  を代入すれば、カウンターウェイトつき倒立振り子の防振比  $H(\omega)$  が求められる。

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{X}(\omega)} = \frac{\Omega_0^2 + B\omega^2}{\Omega_0^2 - \omega^2} \quad (\text{A.28})$$

ただし、

$$\Omega_0^2 = \frac{k l_1^2 - g \sum_{i=1}^4 m_i l_i}{I} \quad (\text{A.29})$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^4 \{m_i l_i (l_1 - l_i) - J_i\}}{I} \quad (\text{A.30})$$

$$I = \sum_{i=1}^4 (m_i l_i^2 + J_i) \quad (\text{A.31})$$

である。

これより、カウンターウェイトの質量  $m_4$  と支点からの距離  $l_4$  を調整すれば、回転中心が支点に近づく、つまり  $B$  が微小になり、防振比を損なうことなく倒立振り子の特性を利用できることがわかる。

## A.4 倒立振り子の弾性定数

実際に倒立振り子を設計する際には、振り子の高さや荷重に応じてジョイントの硬さを決定する場合が多く、弾性定数  $k$  の見積もりが重要となる。倒立振り子の脚が硬く変形しないとみなすと、弾性定数  $k$  はジョイントの弾性定数  $k_j$  のみによって決まる。

図 A.4 のような弾性体の曲げ変形について考える。弾性体の一端を固定し、他端に図 A.4 のように  $y$  方向の力を加えるとする。このとき加えた力を  $F$  とすると、 $F$  と弾性体の他端の変位  $y$  との関係式は次式で表せる [22]。

$$F = \frac{3EI}{l_j^3} y \quad (\text{A.32})$$

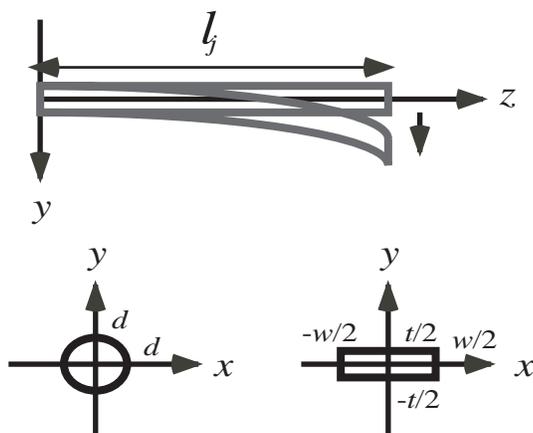


図 A.4: 弾性体の曲げ変形

ただし、 $l_j$  は弾性体の長さ、 $E$  はヤング率であり、 $I$  は次式で表せる弾性体の断面 2 次モーメントである。

$$I = \iint y^2 dx dy \quad (\text{A.33})$$

式 (A.32)(A.33) より、 $y$  方向に対する弾性定数  $k_j$  が求められ、

$$k_j = \frac{3E}{l_j^3} \iint y^2 dx dy \quad (\text{A.34})$$

となる。

慣性モーメント  $I$  は、断面の形状によって決まる。例えば、図 A.4 の左側のような半径  $d$  の円形の場合、 $I = \frac{\pi}{64} d^4$  となり、図 A.4 の右側のような幅  $t$  高さ  $w$  の矩形の場合は、 $I = \frac{1}{12} w t^3$  となる。

倒立振り子の場合、ジョイントは通常脚の下端に設置されるので、式 (A.34) よりジョイントの弾性定数  $k_j$  を求めたのち、それをトップのマスに対する弾性定数  $k$  に換算する必要がある。ジョイントを含めた倒立振り子の脚全体の長さを  $l_t$  ( $l_t = l + l_j$ ) とすると、 $k$  と  $k_j$  は以下の関係式で表せる [23]。

$$k = \frac{k_j}{3} \frac{1}{(l_t/l_j)^2 - l_t/l_j + 1/3} \quad (\text{A.35})$$

以上より、倒立振り子の弾性定数  $k$  の見積もりが可能となる。

## 付 録 B 渦電流解析

ここでは、渦電流解析の一般論について詳しく述べる。

### B.1 渦電流の支配方程式

電場の強さを  $E$ 、電束密度を  $D$ 、磁場の強さを  $H$ 、磁束密度を  $B$ 、電流密度を  $J$ 、電荷密度を  $\rho$  とすると、マクスウェル方程式は次式で表される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{B.4})$$

また、透磁率を  $\mu$ 、誘電率を  $\epsilon$ 、導電率を  $\sigma$  とすると、 $E, D, H, B, J$  の関係は次式で与えられる。

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{B.7})$$

式 (B.1) の発散をとり、式 (B.4) を代入して整理すると次式が得られる。

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.8})$$

ここで、 $D$  の時間微分、つまり変位電流は無視できるとみなす<sup>1</sup>と、式 (B.1)(B.8)

---

<sup>1</sup>本章の渦電流解析はこのような準定常磁場で考えられる。

は次式のように変化する。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{B.9})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{B.10})$$

以上の式 (B.2)(B.3)(B.9)(B.10) が渦電流の支配方程式である。

渦電流解析では、磁場の強さを未知数としてこれらの支配方程式を直接解くか、以下のようなポテンシャルを導入する方法<sup>2</sup>が用いられる。

次式を満たすような電気スカラーポテンシャル  $\phi$  と磁気ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  を導入する。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (\text{B.11})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{B.12})$$

このとき、 $\phi$ ,  $\mathbf{A}$  は式 (B.2)(B.3) を常に満たす。

式 (B.11)(B.12) を式 (B.9)(B.10) に代入すれば、以下の  $\mathbf{A}$  と  $\phi$  の支配方程式が得られる。

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \sigma \left( -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{B.13})$$

$$\nabla \cdot \left\{ \sigma \left( -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \right) \right\} = 0 \quad (\text{B.14})$$

ベクトル場は回転と発散が与えられなければ一意に決まらないため、 $\mathbf{A}$  に対してゲージ条件を課す必要がある。渦電流解析で一般に用いられるのはクーロンゲージであり、次式で与えられる。

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (\text{B.15})$$

これを用いると、式 (B.13) は以下のように変形される。

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma \left( \nabla\phi + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{B.16})$$

ポテンシャルを導入した以上の方法を磁気ベクトルポテンシャル法 ( $\mathbf{A} - \phi$  法)

<sup>2</sup>ポテンシャルの導入法はここで述べた  $\mathbf{A} - \phi$  法以外にも、 $T - \Omega$  法など様々ある。

と呼び、クーロンゲージを用いた場合  $A - \phi$  法の基礎方程式は式 (B.14)(B.16) となる。

## B.2 有限要素法による渦電流解析

有限要素法による基礎方程式の離散化について、以下に述べる。

電気スカラーポテンシャル  $\phi$  に対して次式の変換を導入する。

$$\Phi = \int_{-\infty}^t \phi dt \quad (\text{B.17})$$

この変換によって、基礎方程式を離散化した場合に得られる全体行列が対称となる。式 (B.17) より、基礎方程式 (B.14)(B.16) は次式のように変化する。

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{B.18})$$

$$\nabla \cdot \left\{ \sigma \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \right\} = 0 \quad (\text{B.19})$$

これらの基礎方程式について、有限要素法による離散化を行う。以下では、ガラーキン法と呼ばれる手法に基づく離散化について述べる [15]。

簡単のため、式 (B.18) において  $\mathbf{A}$  の  $x$  方向成分  $A_x$  のみについて考えると、 $A_x$  に対して以下の式が成り立つ。

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 A_x = \sigma \left( \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \quad (\text{B.20})$$

ここで、全領域  $V$  を  $M$  個の有限要素に分割する。分割したのち、式 (B.20) の両辺に  $\delta A_x$  をかけて  $e$  番目の要素  $V_e$  で体積積分を実行すると、式 (B.20) の左辺は、

$$\begin{aligned} \iiint_{V_e} \delta A_x \frac{1}{\mu} \nabla^2 A_x dV &= \frac{1}{\mu} \iiint_{V_e} \nabla \cdot (\delta A_x \nabla A_x) dV - \frac{1}{\mu} \iiint_{V_e} \nabla (\delta A_x) \cdot \nabla A_x dV \\ &= \frac{1}{\mu} \iint_{S_e} \delta A_x \frac{\partial A_x}{\partial n} dS - \frac{1}{\mu} \iiint_{V_e} \nabla (\delta A_x) \cdot \nabla A_x dV \quad (\text{B.21}) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $S_e$  は  $e$  番目の要素の境界である。

これに補間関数  $\{N\}$  を代入すると、式 (B.21) の右辺第 1 項及び第 2 項はそれぞれ

れ次式のようになる。

$$\frac{1}{\mu} \iint_{S_e} \delta A_x \frac{\partial A_x}{\partial n} dS = \{\delta A_x\}^{eT} \frac{1}{\mu} \iint_{S_e} \{N\} \{N\}^T dS \left\{ \frac{\partial A_x}{\partial n} \right\}^e \quad (\text{B.22})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu} \iiint_{V_e} \nabla(\delta A_x) \cdot \nabla A_x dV = \\ & \{\delta A_x\}^{eT} \frac{1}{\mu} \iiint_{V_e} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \cdot \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right\} dV \{A_x\}^e \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

ただし、添え字  $T$  は転地行列を表す。

また、式 (B.20) の右辺第 1 項及び第 2 項はそれぞれ次式のようになる。

$$\sigma \iiint_{V_e} \left( \delta A_x \frac{\partial A_x}{\partial t} \right) dV = \sigma \{\delta A_x\}^{eT} \iiint_{V_e} \{N\} \{N\}^T dV \left\{ \frac{\partial A_x}{\partial t} \right\}^e \quad (\text{B.24})$$

$$\sigma \iiint_{V_e} \left( \delta A_x \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dV = \sigma \{\delta A_x\}^{eT} \iiint_{V_e} \{N\} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} dV \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\}^e \quad (\text{B.25})$$

$y$  方向成分  $A_y$ 、 $z$  方向成分  $A_z$  についても同様の関係式を導くことができる。以上の計算を全ての要素について行い、3 成分をまとめて行列表示すると、

$$[P] \begin{Bmatrix} A_d \\ \Phi \end{Bmatrix} + [Q] \begin{Bmatrix} \partial A_d / \partial t \\ \partial \Phi / \partial t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

となる。ここで、ベクトル  $A_d$ 、 $f$  と行列  $P$ 、 $Q$  は次式で表される。

$$\{A_d\} = \begin{Bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{Bmatrix}, \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

$$[P] = \begin{bmatrix} [N_1] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [N_1] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [N_1] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [Q] = \begin{bmatrix} [N_2] & 0 & 0 & [N_{3x}] \\ 0 & [N_2] & 0 & [N_{3y}] \\ 0 & 0 & [N_2] & [N_{3z}] \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.28})$$

ただし、行列  $P$ 、 $Q$  における  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_{3x}$ 、 $N_{3y}$ 、 $N_{3z}$  は各々以下のようになる。

$$[N_1] = \frac{1}{\mu} \sum_{e=1}^M \iiint_{V_e} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \cdot \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right\} dV$$

(B.29)

$$[N_2] = \sigma \sum_{e=1}^M \iiint_{V_e} \{N\} \{N\}^T dV \quad (\text{B.30})$$

$$[N_{3i}] = \sigma \sum_{e=1}^M \iiint_{V_e} \{N\} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial i} dV \quad (i = x, y, z) \quad (\text{B.31})$$

また、ベクトル  $f$  の各成分は、

$$f_i = \frac{1}{\mu} \sum_{e=1}^M \iiint_{S_e} \{N\} \{N\}^T dS \left\{ \frac{\partial A_i}{\partial n} \right\}^e \quad (\text{B.32})$$

となる。

以上と同様な計算を式 (B.19) についても行うと、以下の式を得ることができる。

$$[R] \begin{Bmatrix} \partial A_d / \partial t \\ \partial \Phi / \partial t \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{B.33})$$

ここで、行列  $R$  は次式で表される。

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ [N_{3x}]^T & [N_{3y}]^T & [N_{3z}]^T & \mu\sigma [N_1] \end{bmatrix} \quad (\text{B.34})$$

式 (B.26)(B.33) より、以下の離散化された基礎方程式が得られる。

$$[P] \begin{Bmatrix} A_d \\ \Phi \end{Bmatrix} + [Q + R] \begin{Bmatrix} \partial A_d / \partial t \\ \partial \Phi / \partial t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.35})$$

有限要素法では、式 (B.35) の時間微分項についても離散化を行う。ここでは、離散化の方法の一つであるオイラー法を用いたときの結果についてのみ記す [24]。この方法では、基本的に時間を有限間隔  $\Delta t$  のステップに分割し、各ステップにおける物理量に対して離散化した方程式を立てる。

$$\left[ P + \frac{Q + R}{\Delta t} \right] \begin{Bmatrix} A_d \\ \Phi \end{Bmatrix} = \left[ \frac{Q + R}{\Delta t} \right] \begin{Bmatrix} A_d \\ \Phi \end{Bmatrix}^0 + \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.36})$$

式 (B.36) において、添え字 0 は前の時間ステップでの値を表し、 $\Delta t$  は時間刻み幅を意味する。

### B.3 導体が運動する場合の渦電流解析

渦電流ダンピングの解析では、導体の運動速度  $\boldsymbol{v}$  を考慮する必要がある。この場合、式 (B.7) は次式のように変化する。

$$\boldsymbol{J} = \sigma(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \quad (\text{B.37})$$

式 (B.37) の右辺第 2 項が、磁場中の運動により生じた渦電流を表す。

$A - \phi$  法を用いた場合の支配方程式は、次式で表される。

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} = \mu\sigma \left( -\nabla\phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \right) + \mu\sigma \boldsymbol{v} \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) \quad (\text{B.38})$$

$$\nabla \cdot \left\{ \sigma \left( -\nabla\phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \right) \right\} + \nabla \cdot \sigma \{ \boldsymbol{v} \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) \} = 0 \quad (\text{B.39})$$

これらの式を離散化した場合、新たに加わった渦電流項から非対称行列が生じる。また、解析において速度が大きい場合には数値的な不安定性が生じるため、速度の設定には注意を要する [25]。

## 付 録 C 受動防振装置の加振実験

倒立振り子を利用した SAS に近い構成<sup>1</sup>の受動防振装置を製作し、その伝達特性を測定して解析と比較した。この実験では、SAS に近い構成の受動防振装置の動作が、解析による見積もりとどの程度一致するかを確認することを目的としている。以下では、その実験について述べる。

### C.1 受動防振装置の設計

#### C.1.1 受動防振装置のモデル

図 C.1 のように、2 段振り子の各段にダンパーを設置した構成の受動防振装置を製作した。上段振り子は倒立振り子になっており、上段振り子からは下段振り子及び下段振り子用のダンパーを懸架した。また、上段振り子用のダンパーとして別の倒立振り子を設置した。

各構成要素の共振周波数、質量及びダンパーのダンピング効率などは次節で述べるように適当に設定し、質点モデルによる運動解析から防振比を求めた<sup>2</sup>。また、ダンパーの磁石の配置などは ANSYS による渦電流ダンピング解析の結果を元に設計した

#### C.1.2 構成要素のパラメータ

構成要素のパラメータは、解析による見積もりが検証しやすい値に設定した。設定したパラメータを表 C.1 に示す。ただし、共振周波数を  $f_0$ 、質量を  $m$ 、ダンピング効率を  $\Gamma$  とする。また、実測（振動振幅の減衰測定）により求めた各構成要素単体の Q 値もあわせて表 C.1 に示す。

<sup>1</sup>簡単のため、この実験では 2 段振り子にしている。

<sup>2</sup>特に断らない限り、ここで防振比といえば地面振動に対する下段振り子の振動の防振比を指すものとする。

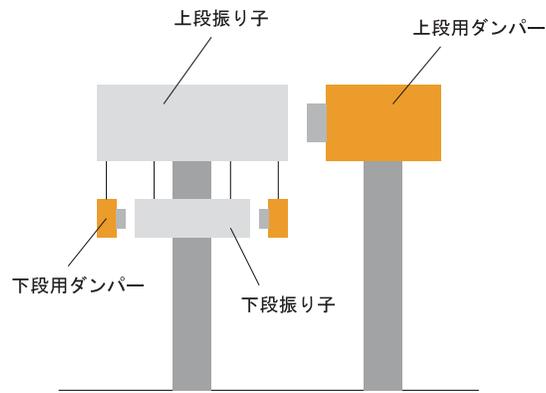


図 C.1: 受動防振装置のモデル

	$f_0$ [Hz]	$m$ [kg]	$\Gamma$ [N/m/s]	$Q$
上段振り子	1.1	20		260
下段振り子	1.6	1.0		1800
上段用ダンパー	2.6	5.0	12	460
下段用ダンパー	6.7	0.4	6	580

表 C.1: 構成要素のパラメータ

設定したパラメータから、式 (A.20) より倒立振り子のプラトーレベル  $\beta$  を見積もることができる。

$$\text{上段振り子} : \beta = 5 \times 10^{-4} = -66 \text{ [dB]}$$

$$\text{上段用ダンパー} : \beta = 3 \times 10^{-3} = -50 \text{ [dB]}$$

質点モデルによる解析では、このプラトーレベルを考慮して最終的な防振比の見積もりを行った。ダンパー無しの場合、上段用ダンパーのみ入れた場合及び上段用、下段用ダンパーをともに入れた場合の防振比の見積もり結果を図 C.2 に示す。

1.1Hz 付近の共振ピークは上段用ダンパーにより抑えられ、1.6Hz 付近の共振ピークは下段用ダンパーにより効率的に抑えられることがわかる。

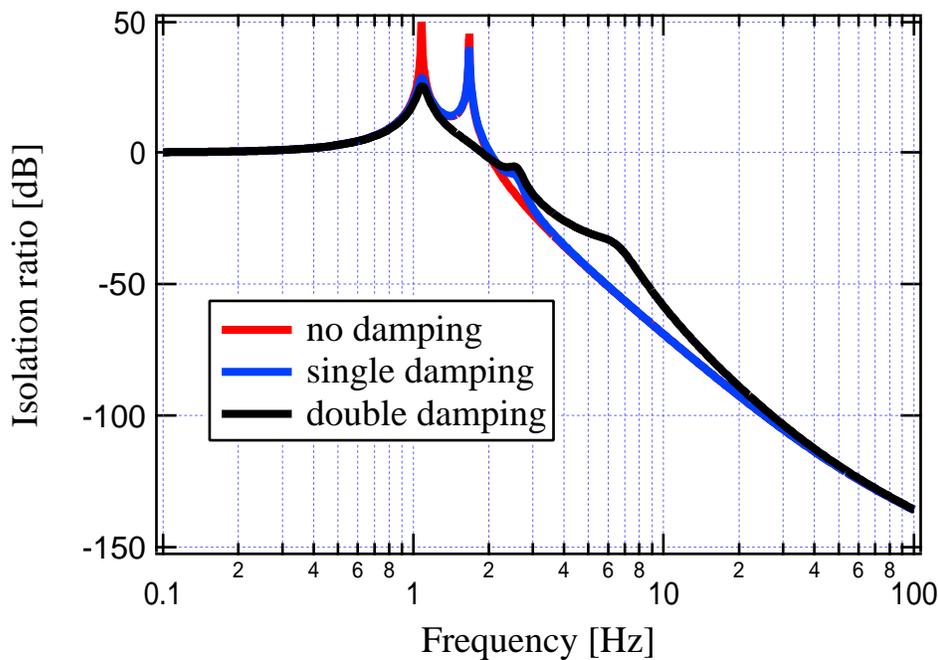


図 C.2: 防振比の見積もり

### C.1.3 ダンパーの設計

ダンパー用の磁石は、前章の実験でも用いた直径 20mm 高さ 5mm の円盤形の永久磁石を利用することにした。ANSYS による渦電流ダンピング解析からダンピング効率の見積もりを行い、表 C.1 の値を満たすように磁石の配置や磁石とマスの距離  $d$  を決定した。

#### 上段用ダンパー

上段用ダンパーは図 C.3 のようなモデルで解析を行った。永久磁石を 6 個配置し、全て同じ極性で並べた場合と異なる極性を交互に並べた場合の解析をそれぞれ行った。解析結果を図 C.4 に示す。

図??と同様に、磁石とマスの距離が近いときは異極の場合が同極の場合よりもダンピング効率がよいという結果が出た。よって、上段用ダンパーとして異極の場合を採用し、ダンピング効率の要求値から  $d = 2\text{mm}$  とした。

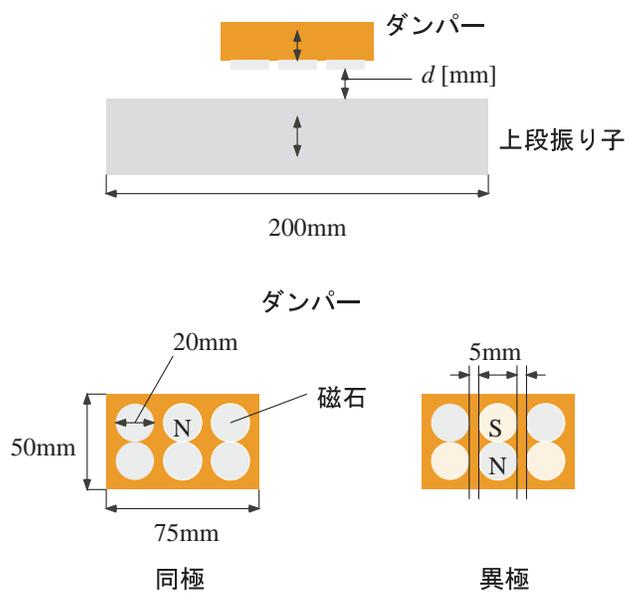


図 C.3: 上段用ダンパーのモデル

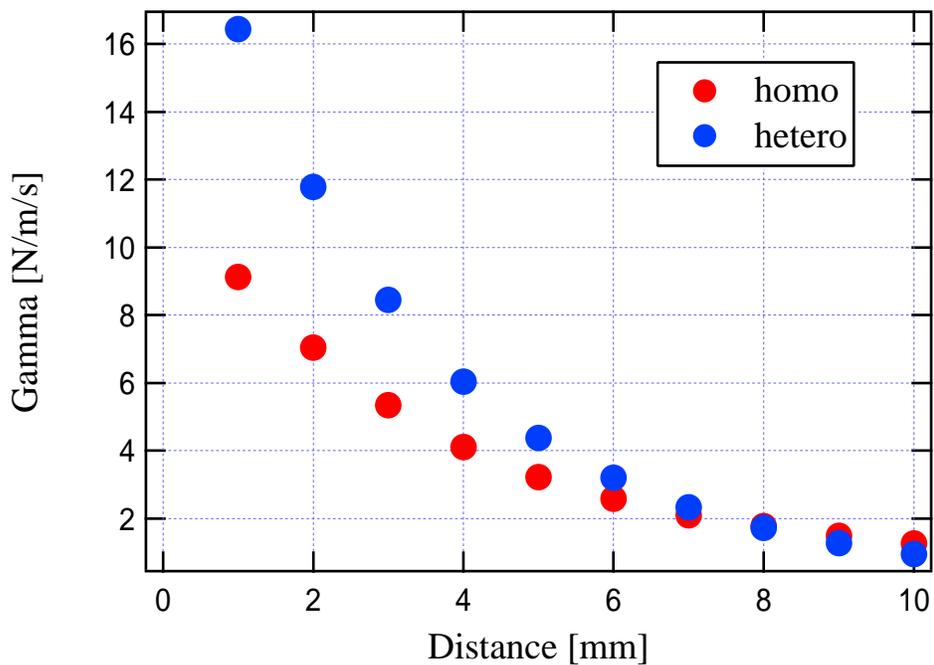


図 C.4: 上段用ダンパーの解析

## 下段用ダンパー

下段用ダンパーは図 C.5 のようなモデルで解析を行った。永久磁石 4 個を下段振り子の四隅付近に設置した。解析結果を図 C.6 に示す。

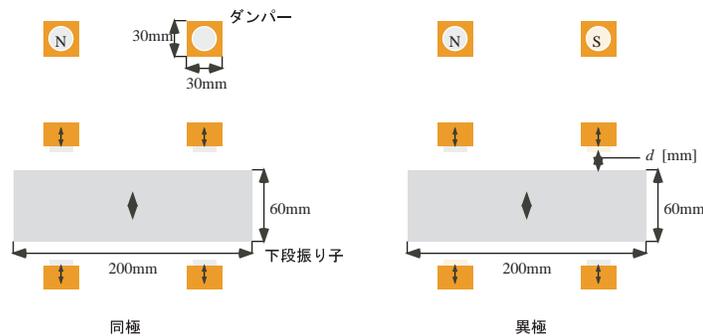


図 C.5: 下段用ダンパーのモデル

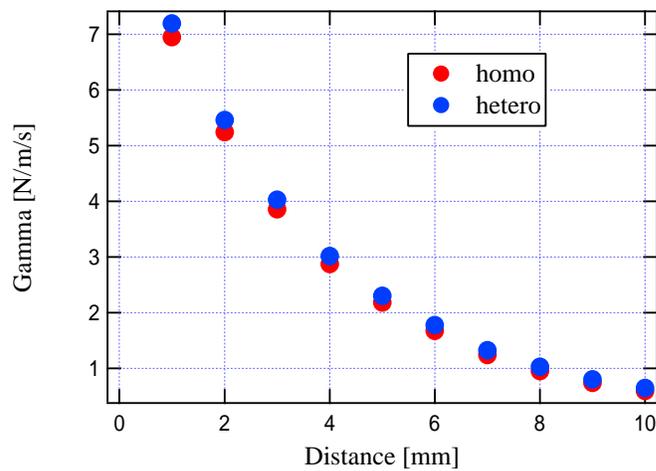


図 C.6: 下段用ダンパーの解析

図 C.6 より、同極の場合と異極の場合でダンピング効率に差はほとんど無いことがわかる。これは、磁石のスケールに比べて配置された間隔が十分大きく、極性の差による磁場の変化が微小であることによるものと考えられる。下段用ダンパーとしては異極の場合を採用し、ダンピング効率の要求値から  $d = 1.5\text{mm}$  付近とした。

## C.2 加振実験

### C.2.1 実験のセットアップ

実験のセットアップを図C.7に示す。セットアップの特徴は下記のとおりである。

- 上段振り子のマスは200mm×200mm×50mmのアルミ製の直方体であり、質量は5.4kgである。このマスの上に真鍮製のおもりを載せ、全体の質量を20kgとした。倒立振り子の脚は直径10mm高さ285mmのアルミ製の円柱であり、ジョイントは長さ8mm厚さ2mm高さ15mmのステンレス製の板バネである。マスの振動方向に並べて2本の脚を設置した。これは、水平方向への振動がマスのピッチ方向の振動にカップルするのを避けるためである。下段振り子のマスは200mm×60mm×30mmのアルミ製の直方体（中央に直径40mmの穴があいている）であり、質量は1.0kgである。このマスを上段振り子のマスから直径0.15mm、長さ100mmのタングステンワイヤー2ループを用いて懸架した。
- 上段用ダンパーは150mm×75mm×50mmの鉄製の直方体側面に永久磁石を設置した構成となっている。また、上段用ダンパーは脚が1本の倒立振り子で支持されている。倒立振り子の脚は直径12mm高さ285mmのアルミ製の円柱であり、ジョイントは長さ8mm厚さ3mm高さ15mmのステンレス製の板バネである。下段用ダンパーは30mm×30mm×12mmの鉄製の直方体に永久磁石を1個取り付けた構成となっている。このダンパーが計4個上段振り子のマスから懸架されている。下段用ダンパーの支持体は、6.7Hzの共振周波数を下段振り子のワイヤー長と等しい長さ(100mm)で実現するために、幅7mm長さ106mm<sup>3</sup>厚さ0.5mmのアルミニウム製の板バネとした。この板バネを1個のダンパーにつき2個用いて、ダンパーが傾くのを防いでいる。
- 加振実験を行うため、上で述べた防振装置を加振器の振動台上に設置した。

---

<sup>3</sup>ワイヤー長100mmとワイヤークランプ部分の長さの合計

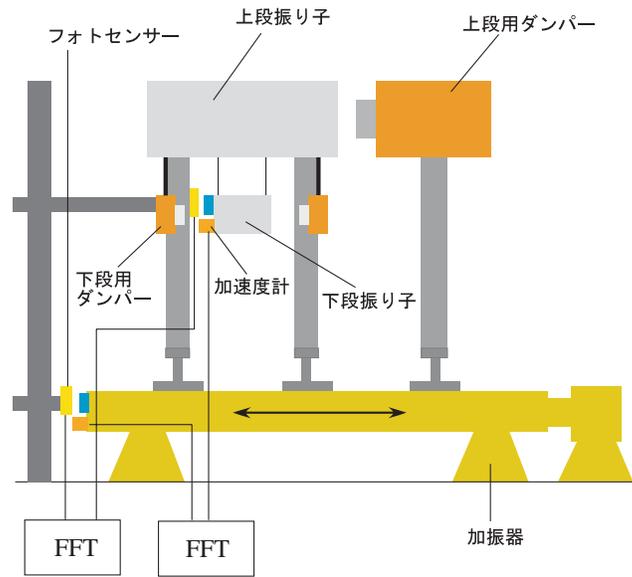


図 C.7: 実験のセットアップ



図 C.8: 実験のセットアップ (写真)

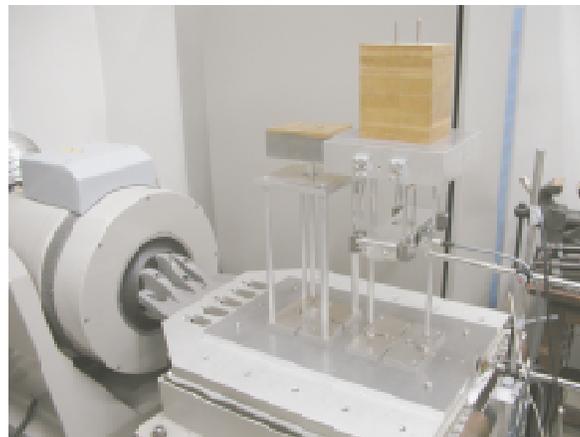


図 C.9: 加振器と実験装置

## C.2.2 測定方法

地面振動に対する下段振り子の振動の防振比を求めるために、加振器を使った測定を行った。以下に測定方法のポイントをまとめる。

- 使用した加振器はアカシ E-DES-452 型動電形振動試験装置である。加振器は振動台に巨大なボイスコイルを取り付けた構成をしており、入力電圧をパワーアンプで増幅してボイスコイルを駆動することで、振動を発生させることができる。
- 振動の検出器として、フォトセンサー及びピエゾ加速度計を使用した。フォトセンサーは、2個のフォトダイオード (PD) と1個の赤外 LED からなる変位検出器である。LED の光が測定対象に設置された鏡で反射され、それを PD で検出することによりフォトセンサーと鏡の距離に応じた出力電圧を得ることができる。距離とフォトセンサー出力の関係を図 C.10 に示す。測定では、距離に対して出力が線形応答する範囲内でフォトセンサーを用いる。ピエゾ加速度計は、力を受けると電荷が発生するピエゾ素子を内蔵した加速度検出器である。この測定では、KISTLER 社の 8628B5 型ピエゾビーム加速度計の出力を TEAC 社の圧電型トランスデューサー用電圧アンプ SA-610 で増幅して使用した。加速度計を設置する際にはワックスを利用した。また、測定対象に振動を導入するのを避けるために、加速度計と電圧アンプを結ぶケーブルはなるべく細いものを使用した。

フォトセンサーには特に周波数特性は存在しないが、センサーを固定している場所 (地面など) と測定対象の相対変位を出力するため、測定対象の防振比が十分取れている帯域や、フォトセンサーの支持機構の共振周波数付近では、センサー自体の振動が支配的となり、防振比を測定するのには不向きである。したがって、フォトセンサーは、測定対象の共振周波数付近以下 (3 Hz 以下) に限定して使用した。本実験のセットアップではフォトセンサーの支持棒の共振周波数は約 7Hz と、振り子の共振周波数 (1 Hz 程度) に比べて十分高い。一方、加速度計は慣性系に対する測定対象の運動を検出するので、原理的には全帯域で振り子の振動を測定するのに使用できる。しかし、本実験で使用した加速度計の帯域は 1 Hz 以上であるため、振り子の共振周波数以上の帯域 (3 Hz 以上) の測定のみ加速度計を用いて行った。

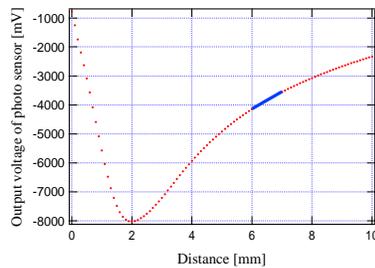


図 C.10: フォトセンサーの較正曲線

- 加振器の振動台及び下段振り子のマスの側面に加速度計、またはフォトセンサー用の鏡を設置し、両者の出力信号の比を測定することで防振比を求めた。測定には、ADVANTEST社のFFTアナライザー R9211Cを使用した。FFTアナライザーで加振器に正弦波を入力して振動を発生させ、同時に振動台と下段振り子のマスの振動による出力信号に含まれる加振周波数成分の比を測定すれば、防振比を求めることができる。
- 加振器を使用した防振比の測定の他に、フォトセンサーを用いて各構成要素の振動減衰の測定も行った。ダンパーのダンピング効率は、この測定により求めた<sup>4</sup>。

## C.3 実験結果

### C.3.1 防振比の測定

ダンパー無しの場合について、防振比を測定した結果を図 C.11 に示す。10Hz 付近までの周波数帯域では、測定結果と解析による見積もりがよく一致していることがわかる。10Hz 以上の帯域では測定結果とモデルによる見積もりが大きく隔たっている。このような現象が現れるのは、(1) 実際に防振比が悪化している (2) 設計通りの防振比は実現されているが、雑音により測定が制限されている の 2 通りの原因が考えられる。また、測定の雑音に関しては、ボイスコイルの振動に伴って発生する音圧、電磁波など、加振に起因し、加振と強く関連する雑音と、センサー

<sup>4</sup>防振比の共振ピークからダンピング効率を求めることも可能である。しかし、共振ピークの正確な測定には非常に高い周波数分解能が必要であり、測定時間が長くなってしまい、現実的でない。振動減衰の測定によりダンピング効率を求めた方が容易である。

の電気雑音や実験室環境に起因する、加振とは無相関な雑音とがある。これらの雑音の影響を検証するために、簡単な測定を行った。その方法を以下に示す。

1. 加振と相関する雑音を評価するために、測定対象(防振装置)を加振台から外し、加振器の近くに置いた状態で、防振比を測定するのと同様な加振振幅で加振器を動作させる。この状態で振り子と加振台に取り付けた加速度計信号の比をとることで、ボイスコイルによって励起される音圧の影響で振り子が振動する効果などを評価することができる。
2. 加振と無相関な雑音を評価するには、加振器を通常に動作させたときの加振台の振動と、振り子に取り付けたセンサーの非加振時の出力の比を取ればよい。この際も、加振振幅などの測定条件は実際に防振比を測定する場合のものに合わせておく。

以上の方法で評価した雑音についてもあわせて図 C.11 に示す。高周波側の測定結果は雑音レベルを上回っているため、測定系の雑音が防振比の悪化の原因ではないことがわかる。このように防振比が悪化する原因としては、加振する方向(センサーの感度がもっとも良い方向)以外の方向の振り子の振動が加振方向に漏れ出たり、センサーが本来測定する自由度以外の振動を検出してしまうカップリングと呼ばれる現象が考えられる。例えば、振り子の縦方向の共振ピークは80Hz付近にあるが、測定された防振比でもこの周波数にピークがあることから、振り子の縦振動からのカップリングが防振比の悪化の一因である可能性があるが、これを検証することは困難である。

なお、10 Hz 以下での防振特性が測定できれば、前章までの解析の検証という本実験の目的は達成できるので、以下、10 Hz 以下の測定結果に限定して議論を進めることにする。

上段用ダンパーのみ入れた場合及び上段用・下段用ダンパーをともに入れた場合の防振比の測定結果をそれぞれ図 C.12 C.13 に示す。ともに、測定結果と解析による見積もりがよく一致していることがわかる。

3つの場合の防振比を比較した結果を図 C.14 に示す。上段用ダンパーにより1.1Hz 付近の共振ピークが抑えられ、下段用ダンパーにより1.6Hz 付近の共振ピークが抑えられることがわかる。また、下段用ダンパーの導入により6Hz 周辺の防振比が悪化するが、10Hz 付近で防振比は回復することがわかる。

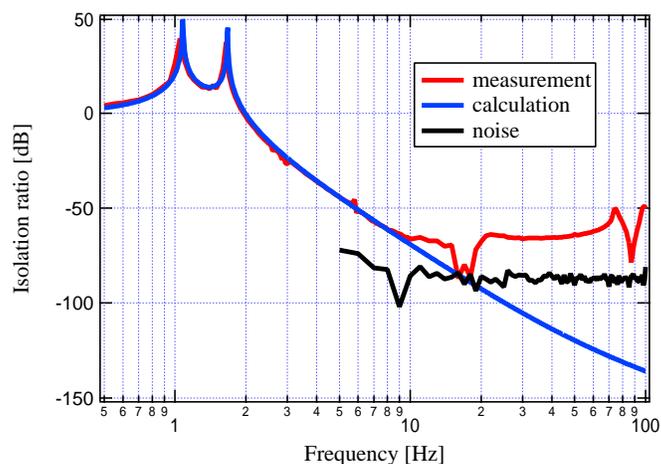


図 C.11: 防振比の測定 (ダンパー無し)

位相を測定した結果を図 C.15 に示す。1.1Hz 付近の共振周波数で位相は 90 度遅れるが、ダンパーを導入しない場合は急速に位相が遅れるのに対し、ダンパーを導入した場合は位相の遅れが緩やかになることがわかる。

### C.3.2 ダンピング効率の測定

ダンパーを設置した状態で上段振り子及び下段振り子の振動減衰を測定することにより、ダンパーのダンピング効率  $\Gamma$  を求めた。解析による見積もりとの比較を表 C.2 に示す。

	測定結果 $\Gamma$ [N/m/s]	解析結果 $\Gamma$ [N/m/s]
上段用ダンパー	11.4	12
下段用ダンパー	6.3	6

表 C.2: ダンピング効率の測定結果

実際の実験では、振り子のマスとダンパーとの距離  $d$  の設定精度は 0.2mm 程度に限定される。このとき、図 C.4 C.6 より距離  $d$  の誤差をダンピング効率  $\Gamma$  の誤差に換算すると、上段用ダンパーでは約 0.8 [N/m/s]、下段用ダンパーでは約 0.4 [N/m/s] となる。表 C.2 の測定結果と解析結果はこの誤差の範囲内でよく一致している。

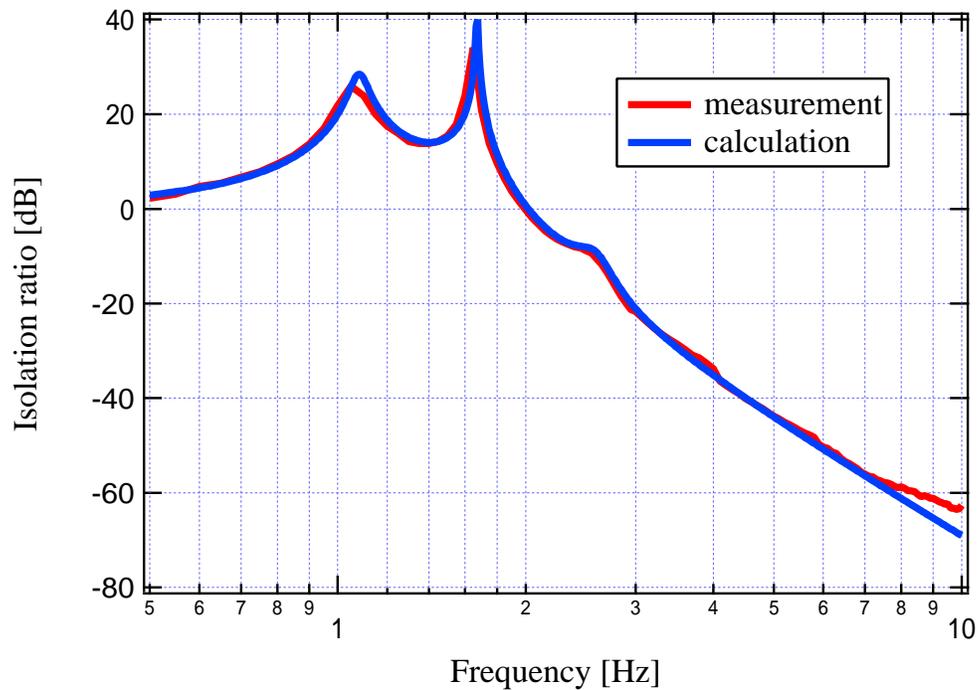


図 C.12: 防振比の測定 (上段用ダンパー導入)

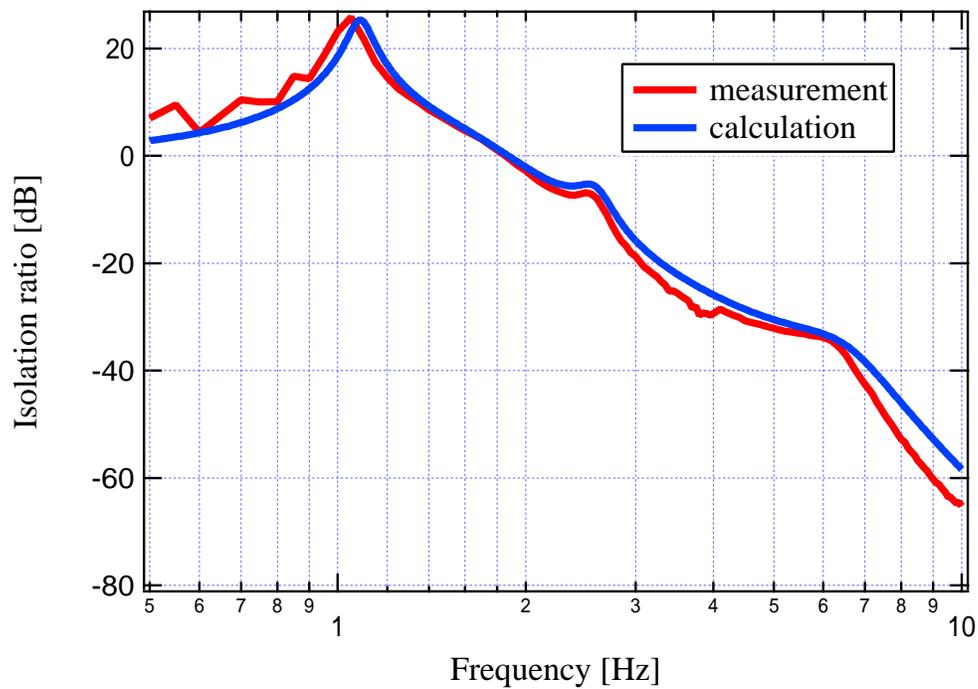


図 C.13: 防振比の測定 (上段用・下段用ダンパー導入)

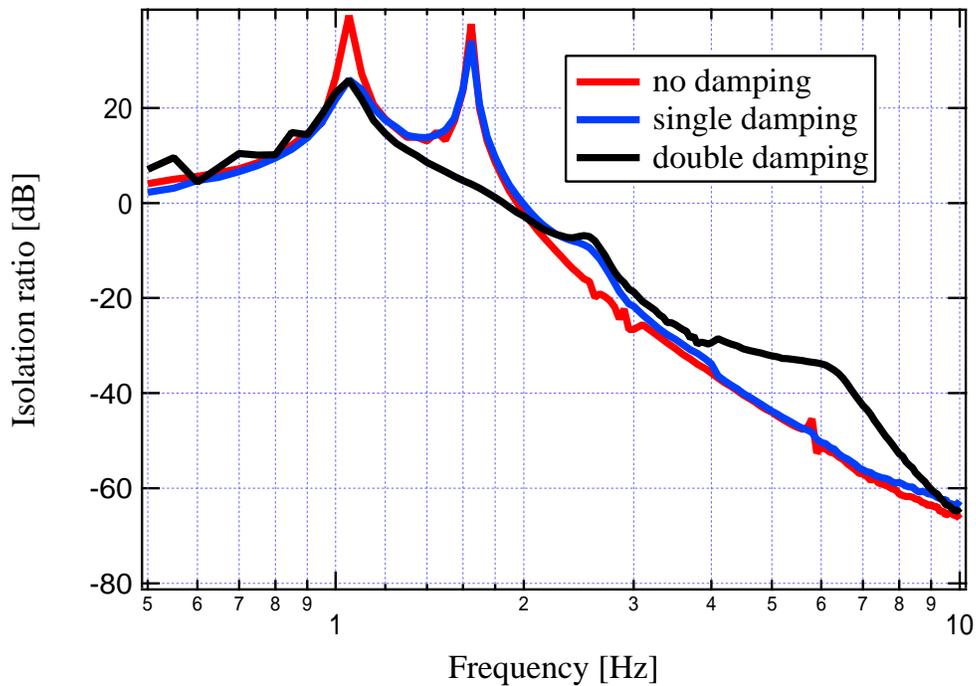


図 C.14: 防振比の測定

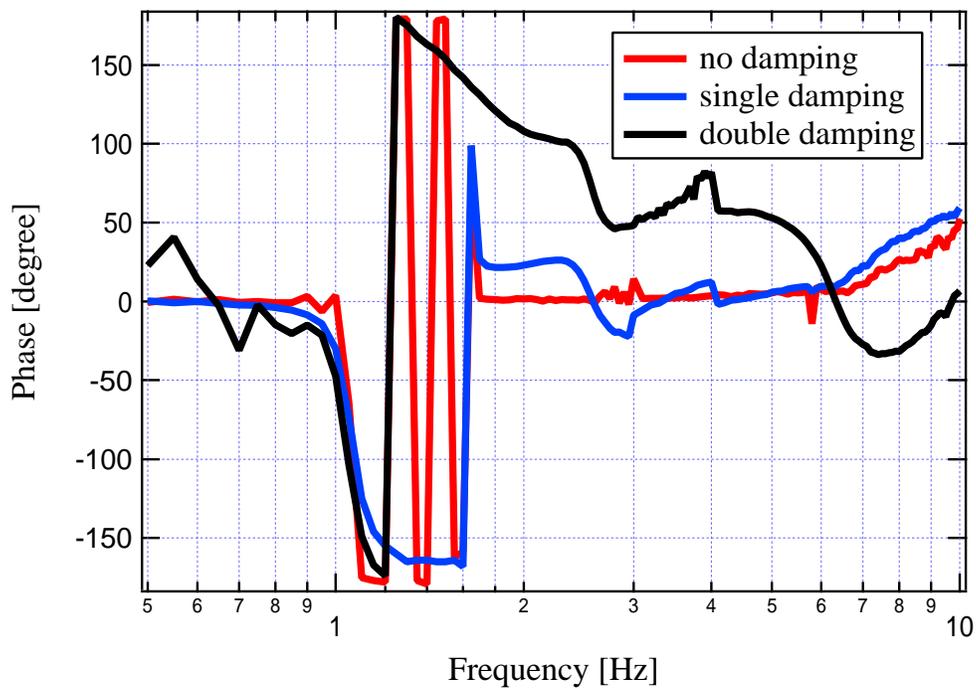


図 C.15: 位相の測定

## C.4 実験のまとめ

質点モデルによる運動解析及び ANSYS による渦電流ダンピング解析を利用して、SAS に近い構成の受動防振装置を製作し、その防振特性を測定した。

1. 受動防振装置の加振実験より防振比を測定したところ、10Hz までの周波数帯域では測定結果と解析による見積もりがよく一致した。
2. 受動防振装置の振動減衰の測定から、設計したダンパーのダンピング効率を求めた。その結果、測定値と解析による見積もり値は設計上の誤差の範囲内でよく一致した。

以上より、SAS に近い構成の受動防振装置の動作が、解析によりある程度は見積もれることが確認できた。

## 参考文献

- [1] C.W.Misner, K.S.Thorne, J.A.Wheeler, Gravitation, Freeman (1973)
- [2] J.H.Taylor, J.M.Weisberg, Astrophys. J. **345** (1989)
- [3] 坪野公夫編, 「TAMA プロジェクト研究報告書」 (2002)
- [4] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健編, 「重力波をとらえる」, 京都大学学術出版会 (1998)
- [5] T.Nakamura, M.Sasaki, T.Tanaka, K.S.Throne, Astrophys. J. **487** L139. (1997)
- [6] Shoemaker, et al., Noise behavior of the Garching 30m prototype gravitational wave detector, Phys. Rev D **38** (1988)
- [7] TAMA のデータ K.Arai, et al., 神岡鉱山のデータ A.Araya, et al.,  
”<http://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/Documents/JGR.htm>” より入手
- [8] 高森昭光, 東京大学, 博士論文 (2002)
- [9] 安東正樹, 東京大学, 修士論文 (1996)
- [10] G.Losurdo, et. al., Rev. Sci. Instrum. **70** 2507 (1999)
- [11] G.Cella, et. al., NIM A **487** 652 (2002)
- [12] A.Bertolini, PhD Thesis, University of Pisa (2000)
- [13] S.Wolfram, 「Mathematica ブック」, トッパン (1998)
- [14] 鷲津久一郎, 池川昌弘, 「有限要素法」, 岩波書店 (1987)

- [15] 菊地文雄,「有限要素法概説-理工学における基礎と応用-」,サイエンス社 (1997)
- [16] サイバネットシステム, ANSYS 初級セミナーノート (2002)
- [17] サイバネットシステム, ANSYS 中級セミナーノート (2002)
- [18] CAD/CAE 研究会編, ANSYS 工学解析入門, 理工学社 (2001)
- [19] サイバネットシステム, ANSYS 磁場解析セミナーノート (2002)
- [20] サイバネットシステム, ANSYS Solid Modeling セミナーノート (2002)
- [21] G.Losurdo, Scuola Normale Superiore di Pisa, 博士論文 (1998)
- [22] 巽友正,「連続体の力学」, 岩波書店 (1995)
- [23] R.De Salvo, A.Gaddi, G.Gennaro, L.Holloway, G.Losurdo, J.Winterflood, A Proposal for a Pre-Isolator Stage for the VIRGO Superattenuator, VIRGO Note NTS 096/034 (1996)
- [24] 坪井始, 内藤督編,「数値電磁界解析法の基礎」, 養賢堂 (1994)
- [25] 中田高義, 高橋則雄,「電気工学の有限要素法」, 森北出版 (1986)
- [26] 新井宏二, 東京大学, 修士論文 (1997)

# 謝辞

数多くの方々のご指導、ご協力のもと、本研究をやり遂げることができました。深くお礼申し上げます。

指導教官である坪野公夫教授は、重力波の直接検出という意義あるテーマに興味を示した私を暖かく迎えてくださいました。そして、私の研究方針についての相談に親身に応じていただき、研究テーマの指標を与えてくださいました。また、私の希望に応じて研究環境を整えてくださったおかげで、不自由なく研究を進めることができました。

坪野研究室助手の安東正樹氏には、私が学生実験で坪野研究室にお世話になった頃から数多くのご指導をいただきました。また、本論文を査読していただき、至らない点を指摘してくださったおかげで、本論文をより良いものにすることができました。

博士課程3年の高森昭光氏には、私が研究室に入った当初から現在に至るまで、最も身近な先輩として大変お世話になりました。お忙しい状況の中でも常に私のことを気にかけていただき、防振系に関する知識や研究への取り組み方などを細部に至るまで親身に教えてくださいました。また、本論文を綿密にチェックしていただき、誤解や不適切な表現などを指摘してくださったおかげで、本論文を無事にまとめることができました。氏の研究に対する真摯な姿勢や深い見識から学ばせていただいたことは数知れず、氏のご指導を仰げたことは私にとってこの2年間で最大の収穫でした。

博士課程3年の沼田健司氏は、有益な助言を数多く与えてくださいました。特に氏はANSYSを以前から使用されていたので、手探りの状態から始めた私にANSYSに関する適切なアドバイスを与えてくださいました。

博士課程2年の飯田幸美氏には、私と同じく防振系を研究テーマにされていることから多くの相談に乗っていただきました。私の稚拙な質問にも真摯に対応し

てくださったおかげで、疑問を迅速に解決することができました。また、加振器を使用する際にも使用法や注意点などを親身にご指導くださいました。

博士課程1年の麻生洋一氏には、学生実験の頃から研究への取り組みやコンピュータの設定などでお世話になりました。研究に関するだけでなく、氏のコンピュータに関する深い見識には驚かされることが度々でした。

同期の関秀嗣氏、副田憲志氏とは、近しい研究仲間として、そしてよき友人として活発な議論を行うことができました。また、研究の合間の他愛の無い雑談にも付き合っていたいただいたおかげで、適度な気分転換を図ることができました。

秘書の早瀬由香理さん、大川祥子さんにもお世話になりました。お二人のおかげで、事務的な作業を滞りなく進めることができました。

東京大学理学部試作室の大塚茂巳氏、南城良勝氏には、実験装置の設計、製作に関して大変お世話になりました。特に、研究終盤に難しい工作を何度もお願いしてしまった際にも、快く引き受け、迅速かつ精密な工作を行ってくださいました。受動防振装置の加振実験で一定の成果を上げられたのは、両氏のおかげです。

他にも数多くの方々に支えられ、私はこの2年間の研究生生活を全うすることができました。改めて、深い感謝の気持ちを捧げます。ありがとうございました。