

修士論文

Nd:YAG レーザーのkHz帯域における

周波数安定化

1992年 1月

物理学専門課程 森脇成典

目 次

| | |
|---------------------------|----|
| 1 序 | 3 |
| 1.1 実験の目的 | 3 |
| 1.2 干渉計の光源に要求される特性 | 3 |
| 2 FP 共振器の性質と周波数安定化の原理 | 5 |
| 2.1 FP 共振器の周波数応答 | 5 |
| 2.2 位相変調光を用いた周波数変位の検出 | 6 |
| 2.2.1 静的な周波数変位の検出 | 6 |
| 2.2.2 静的でない周波数ゆらぎの検出 | 7 |
| 2.3 空間モード不整合の補正 | 9 |
| 2.4 強度雑音の応答 | 10 |
| 2.5 周波数変位の検出における雑音と S/N 比 | 11 |
| 3 実験装置 | 14 |
| 3.1 レーザー | 14 |
| 3.2 Fabry-Perot 共振器 | 17 |
| 4 実験結果 | 21 |
| 4.1 4mW レーザーの周波数安定化 | 21 |
| 4.1.1 周波数掃引によるチューニング率の較正 | 21 |
| 4.1.2 伝達関数の測定とサーボ系の設計 | 23 |
| 4.1.3 周波数雑音の測定 | 23 |
| 4.2 40mW レーザーの周波数安定化 | 29 |
| 4.2.1 周波数掃引によるチューニング率の較正 | 29 |
| 4.2.2 伝達関数の測定とサーボ系の設計 | 29 |
| 4.2.3 周波数雑音の測定 | 33 |
| 4.3 透過光の強度雑音スペクトル | 33 |
| 4.4 透過光の空間モード | 33 |
| 4.5 各光学素子による強度損失 | 39 |
| 5 まとめ | 41 |

| | |
|-------------------------------------|-----------|
| A Gaussian ビームの幾何 | 42 |
| A.1 自由空間の fundamental Gaussian mode | 42 |
| A.2 Gaussian ビームの幾何的性質 | 43 |
| A.3 高次横モード | 44 |
| A.4 橫円 Gaussian ビーム | 45 |
| B フォトディテクター | 47 |
| C EOM ドライバー | 51 |
| D PZT ドライバー | 55 |

Chapter 1

序

1.1 実験の目的

重力波の検出は、一般相対論の検証実験の中で残された大きなひとつの柱である。連星パルサー PSR1913+16 等の公転周期の変化の解析 [1] から、重力波の存在の間接的な証拠が得られている現在、重力波の直接検証を実現して天体観測の新しい手段にしたいという機運が高まりつつある。このような背景のもと、近年レーザー干渉計を利用した重力波検出器の研究が精力的に行われている。

重力波検出のための干渉計の光源となるレーザーは、光パワー、強度および周波数安定性について高い性能が要求される。このような要求にこたえるものとして現在有望視されているのは、半導体レーザー励起 Nd:YAG レーザーである。半導体レーザーで励起することによってガスレーザーのような放電に伴う雑音が避けられ、効率も高く、高出力化の点でも有利であることが主な理由である。

本論文では、レーザー干渉計を利用した重力波検出器の光源を想定して、周波数弁別器として Fabry-Perot 共振器（以下、FP 共振器）を作製し、Pound-Drever 法を応用して市販の半導体レーザー励起 Nd:YAG リングレーザーの kHz 帯域での周波数安定化を行う実験について報告する。

1.2 干渉計の光源に要求される特性

有力な重力波源の候補である超新星爆発や連星中性子星の合体に対する理論的予想では、到達する重力波の周波数は数百 Hz ~ 数 kHz である。そのため、干渉計の光源のレーザーに対しても、絶対的な周波数よりもむしろ短期的な、特に kHz 帯域での周波数安定性が重視される。

レーザー干渉計では、光が分かれてから再び干渉するまでの 2 本の光路の対称性をよくすることによって、強度雑音や周波数雑音が同相雑音として除去されるような構成がとられるが、重力波によって生じる位相変調を十分な S/N 比をもって検出するためには、レーザー外部に周波数弁別器を用意し周波数安定化をする [3,4] ことが必須であると考えられる。

レーザー干渉計型重力波検出器の光源に対して要求される事項は、

- パワーが十分大きいこと
- 強度・周波数の雑音スペクトルのレベルが kHz の領域で十分少ないこと
- 横モードが理想的な TEM₀₀ に近いこと
- ビームの空間的位置、方向、ビーム径、波面の曲率などのふらつきが少ないとこと
- 長期間にわたり安定して運転できること

などが挙げられる。

レーザーの強度及び周波数雑音のスペクトルは多くの場合 $1/f$ の依存性をもっており、重力波を観測したい領域での強度雑音の影響を避けるために RF 変調が用いられる。このため、変調周波数近傍で強度や周波数の雑音が悪化していないことも重要になる。また、最終的に光を検出するディテクターでは干渉縞はダークフリンジになるような構成が取られるが、光源のビームが理想的な TEM₀₀ からはずれていると、DC の光電流が残るため、散射雑音により S/N 比が悪化する。リサイクリングの手法により光源の横モードが乱れていてもディテクター上に残る DC 光をほとんどなくすことが可能 [5] であるが、干渉計に打ち込むパワーを損し、シグナルゲインが下がるという効果はなお残るので、光源の横モードはやはり純粋な TEM₀₀ に近い方が良いということになる。

光源の各特性が実際にどれほど厳しいかは主干渉計のデザインによるもので、現時点では、要求される各特性の定量的なバランスについては未知の要素が多い。ここでは FP 共振器を用いた周波数安定性の改善を最重視し、同時に得られるモードクリーニングの効果を評価し、最後に強度安定度とパワーの低下を調べるという方針をとる。

Chapter 2

FP 共振器の性質と周波数安定化の原理

2.1 FP 共振器の周波数応答

入射側ミラーの（振幅）反射率・透過率を r_1, t_1 、出射側ミラーのそれらも r_2, t_2 とおく。ここで、共振器内を折り返す光について反射率を負の実数におく。入射光として周波数 $\nu = \omega/2\pi$ の単色光を考える。

$$E_i(t) = E_0 e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

共振器の光路長が L のとき、透過光 E_t 、反射光 E_r はそれぞれ¹、

$$E_t(t) = \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega 2L}} E_i(t) \quad (2.2)$$

$$E_r(t) = \left[r_1 - \frac{r_2 t_1^2 e^{-i\omega 2L}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega 2L}} \right] E_i(t) \quad (2.3)$$

ここで透過光、反射光の伝達関数を

$$a(\omega) = \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega 2L}} \quad (2.4)$$

$$b(\omega) = r_1 - \frac{r_2 t_1^2 e^{-i\omega 2L}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega 2L}} \quad (2.5)$$

の形で定義しておくと、任意の入射光 $E_i(t)$ に対してその Fourier 変換 $\tilde{E}_i(\omega)$ を用いて

$$E_t(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) \tilde{E}_i(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.6)$$

$$E_r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\omega) \tilde{E}_i(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.7)$$

と表される。入射光強度に対する透過光強度の比は、

$$|a(\omega)|^2 = \frac{(t_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2} \frac{1}{1 + \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} \sin^2 \omega L} \quad (2.8)$$

¹本章では、簡単のために光速度 $c = 1$ とおく。

$\nu = \omega/2\pi$ についての基本周期 ν_{FSR} はフリースペクトル間隔と呼ばれる。

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{1}{2L} \quad (2.9)$$

鏡の反射率が 1 に近いとき、 $|a(\omega)|^2$ は間隔 ν_{FSR} でするどいピークをもつ。このピークの半値全幅（共振器の周波数線幅）を $\Delta\nu_c = \Delta\omega_c/2\pi$ とすると、 $\sin(\Delta\omega_c L/2) \approx \Delta\omega_c L/2$ を用いて、

$$\left(\frac{\Delta\omega_c}{2} L \right)^2 = \frac{(1 - r_1 r_2)^2}{4r_1 r_2} \quad (2.10)$$

$$\Delta\omega_c = \frac{1 - r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2}} \frac{1}{L} \quad (2.11)$$

また、 ω のかわりに L を変数と見ると、同様に L_{FSR} 、 ΔL_c が定義される。

$$L_{\text{FSR}} = \frac{1}{2\nu} = \frac{2\pi}{2\omega} \quad (2.12)$$

$$\Delta L_c = \frac{1 - r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2}} \frac{1}{\omega} \quad (2.13)$$

フリースペクトル間隔のピークの半値全幅に対する比をフィネスといい、 \mathcal{F} で表す。

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\Delta\nu_c} = \frac{L_{\text{FSR}}}{\Delta L_c} \quad (2.14)$$

$$= \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (2.15)$$

反射率の積 $r_1 r_2$ がほとんど 1 に近い場合は、次の近似式

$$1 - r_1 r_2 = \frac{\pi}{\mathcal{F}} = \Delta\omega_c L \quad (2.16)$$

を用いることができる ($\mathcal{F}=300$ ぐらいのとき、 \mathcal{F} や $\Delta\omega_c$ に対する誤差は 0.5%)。 L を長くしていくとフリースペクトル間隔は L に反比例して小さくなるので、共振器が回折による不安定領域に入らないならばフィネスは一定であり、共振器の線幅も L に反比例して小さくなる。

2.2 位相変調光を用いた周波数変位の検出

2.2.1 静的な周波数変位の検出

入射光の周波数が共振器の共振周波数 $\omega_0/2\pi$ より $\delta\omega/2\pi$ だけ静的にずれているとする。この入射光に周波数 $\omega_m/2\pi$ 、変調指数 m の位相変調をかける。

$$E_i(t) = E_0 e^{i(\omega_0 t + m \sin \omega_m t)} \quad (2.17)$$

$$= E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{i(\omega_0 + n\omega_m)t} \quad (2.18)$$

入射光強度 $I_i = |E_i(t)|^2$ は時間的に一定であり $I_0 = |E_0|^2$ に等しい。 m が小さいとして、キャリア ($n = 0$) とサイドバンド ($n = -1, 1$) の項だけを扱う²。反射光強度を $I_r(t)$ とすると、

$$\frac{I_r(t)}{I_0} = |b(\delta\omega)J_0(m) + 2ib(\delta\omega + \omega_m)J_1(m)\sin\omega_m t|^2 \quad (2.19)$$

$\delta\omega$ が小さいとき $b(\delta\omega) = b(0) + b'(0)\delta\omega$ と近似でき、また共振器の周波数線幅 $\Delta\omega_c/2\pi$ が $\omega_m/2\pi$ よりも十分小さいときには $b(\delta\omega \pm \omega_m) \approx 1$ と近似できる。

$$I_r(t) = I_r^{(0)} + I_r^{(1)}\sin\omega_m t + I_r^{(2)}\cos 2\omega_m t \quad (2.20)$$

と分けると

$$I_r^{(0)}/I_0 = J_0^2(m)|b(\delta\omega)|^2 + 2J_1^2(m) \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} I_r^{(1)}/I_0 &= -4J_0(m)J_1(m)ib'(0)\delta\omega \\ &= 8J_0(m)J_1(m)\frac{t_1^2}{\Delta\omega_c^2 L}\delta\omega \end{aligned} \quad (2.22)$$

したがって、FP 共振器の反射光をディテクターで受けて $\sin\omega_m t$ で復調すると、入射光の周波数と FP 共振器の共振周波数の差が誤差信号として得られることがわかる。これをレーザーの発振周波数調整要素に帰還することで FP 共振器を周波数基準とした周波数安定化がはかられる。

2.2.2 静的でない周波数ゆらぎの検出

前節では、入射光が定常的な位相変調光である場合を扱ったが、光が共振器中を往復するあいだに入射光の周波数が変化すると反射光の応答に別の効果が表れる。ここでは、入射光の位相が速く変化する場合の応答について議論する。

位相変調に加え、入射光に位相雑音 $\phi(t)$ をいれる。

$$E_i(t) = E_0 e^{i(\omega_0 t + m \sin\omega_m t + \phi(t))} \quad (2.23)$$

$\phi(t)$ は 0 のまわりを変動していると考えることができる。そこで、角周波数 ω_F 、振幅 ϕ_F の単振動で置き換え、 $\phi_F \ll 1$ として指数関数を展開し ϕ_F の一次までとる。

$$E_i(t) = E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{in\omega_m t} \left\{ 1 + i\phi_F e^{i\omega_F t} + i\phi_F^* e^{-i\omega_F t} \right\} \quad (2.24)$$

このフーリエ変換は

$$\begin{aligned} \tilde{E}_i(\omega) &= E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) \{ \delta(\omega_0 + n\omega_m) + i\phi_F \delta(\omega_0 + n\omega_m + \omega_F) \\ &\quad + i\phi_F^* \delta(\omega_0 + n\omega_m - \omega_F) \} \end{aligned} \quad (2.25)$$

² m が大きいときでも、 $n \neq 0$ で $b(\delta\omega \pm n\omega_m) \approx 1$ が成り立つれば、 $I_r^{(1)}$ の表式に $n \geq 2$ の $J_n(m)$ は寄与しない。

よって反射光の振幅は、

$$\frac{E_r(t)}{E_0 e^{i\omega_0 t}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{in\omega_m t} \{ b(\omega_0 + n\omega_m) + i\phi_F b(\omega_0 + n\omega_m + \omega_F) \\ + i\phi_F^* b(\omega_0 + n\omega_m - \omega_F) \} \quad (2.26)$$

共振周波数が ω_0 に一致しているとする。前節と同様 $n = -1, 0, 1$ の項だけをとることにする
と、 $\Delta\omega_c \ll \omega_m$ より $b(\pm\omega_m) \approx 1$ とおけるので、

$$\frac{E_r(t)}{E_0 e^{i\omega_0 t}} = J_0(m)(b(0) + i\phi_F^* e^{-i\omega_F t} b(-\omega_F) + i\phi_F e^{i\omega_F t} b(\omega_F)) \\ + 2iJ_1(m) \sin \omega_m t \cdot (1 + i\phi_F^* e^{-i\omega_F t} + i\phi_F e^{i\omega_F t}) \quad (2.27)$$

これを自乗して反射光強度を得る。 $b(0)$ は一般の場合でも実であることに注意して、

$$I_r^{(0)}/I_0 = J_0^2(m)b^2(0) + 2J_1^2(m) \quad (2.28)$$

$$I_r^{(1)}/I_0 = 2iJ_0J_1 \left\{ i\phi_F e^{i\omega_F t}(b(\omega_F) - b(0)) + i\phi_F^* e^{-i\omega_F t}(b(-\omega_F) - b(0)) \right\} + (\text{c.c.}) \quad (2.29)$$

ここで式(2.5)に対して $e^{-i\omega_0 t} \approx 1 - 2i\omega_F L$ 、 $1 - r_1 r_2 \ll 1$ の近似を用いると、

$$b(\omega_F) - b(0) = t_1^2 \frac{2i\omega_F}{L\Delta\omega_c^2} \left[1 + \left(\frac{2\omega_F}{\Delta\omega_c} \right)^2 \right]^{-1/2} e^{i\theta_F} \quad (2.30)$$

$$\tan \theta_F = -\frac{2\omega_F}{\Delta\omega_c} \quad (2.31)$$

これを用いて

$$I_r^{(1)}/I_0 = 8J_0(m)J_1(m) \frac{t_1^2}{\Delta\omega_c^2 L} \left[1 + \left(\frac{2\omega_F}{\Delta\omega_c} \right)^2 \right]^{-1/2} \dot{\phi} \left(t + \frac{\theta_F}{\omega_F} \right) \quad (2.32)$$

瞬時角周波数変位 $\dot{\phi}(t)$ は位相変位 $\phi(t) = \phi_F e^{i\omega_F t} + \phi_F^* e^{-i\omega_F t}$ と

$$\dot{\phi}(t) = \omega_F \phi \left(t + \frac{2\pi}{4\omega_F} \right) \quad (2.33)$$

の関係にある。

$\omega_F \ll \Delta\omega_c$ では

$$I_r^{(1)}/I_0 = 8J_0(m)J_1(m) \frac{t_1^2}{\Delta\omega_c^2 L} \dot{\phi}(t) \quad (2.34)$$

なので周波数変位に比例する信号が得られる。逆に $\omega_F \gg \Delta\omega_c$ では

$$I_r^{(1)}/I_0 = 8J_0(m)J_1(m) \frac{t_1^2}{\Delta\omega_c L} \phi(t) \quad (2.35)$$

となり位相変位に比例する。本実験で用いるFP共振器は $\Delta\omega_c/2\pi \approx 1\text{MHz}$ なので、式(2.34)
を用いてよい。

2.3 空間モード不整合の補正

以上の議論では、鏡の反射率がほとんど1に近い($1 - r_1 r_2 \ll 1$)という近似は用いたが、損失がないという近似はしていない。これを反映して、周波数変位の復調の式(2.34)には t_1^2 と $\mathcal{F} = \pi/(1 - r_1 r_2)$ が現れている。したがって、損失なし($r_1^2 + t_1^2 = r_2^2 + t_2^2 = 1$)の式を使わずに、何らかの測定で t_1^2 と $1 - r_1 r_2$ を求めることができれば、損失が透過に比べて大きい場合でも式(2.34)を用いることができる。しかし、共振器の応答関数 $b(\omega)$ を求めるときに、平行な2枚の平面鏡に平面波を入射するという状況を考えたので、共振器内を一巡してきた光がすべて干渉に寄与するという効果が入っている。実際の入射光は Gaussian ビームであり、共振器もそれに合わせた球面鏡にしてあるので、空間モードの整合が完全にとれていれば状況は同じである。

しかし、整合がとれていないとき、光の空間分布が一巡ごとに変化するので、応答は $b(\omega)$ と異なるものになる。極端な例のひとつは、鏡が傾いているために反射光のビームスポットが互いにほとんど重ならない場合であり、 $b(\omega)$ は ω によらず平坦となる。また、FP 共振器の光軸と入射光の軸があっている場合でも、入射ビーム半径と波面曲率が共振器の固有モードとあっていなければ、やはり応答は $b(\omega)$ からずれてしまう。そのため、一般の場合の応答を求めるには、鏡の間を往復する光の振幅・位相を衝立面上の分布として扱わねばならない。しかしながら、鏡の反射率がほとんど1に近く、かつ入射光が共振器の固有モードのひとつに近い場合には、入射光を共振器の固有モードで展開し、各々のモードごとに $b(\omega)$ がかかるという描像が可能である。

FP 共振器の固有モードとして Hermite-Gaussian 関数系 $\psi_{lm}(x, y, z)$ を用いる(高次横モード: TEM_{lm})。ここで z は光ビームの進行方向にとり、それに直交する平面内に x, y をとっている(関数の具体的な表式は補遺参照)。入射光 ψ_i を ψ_{lm} で展開したときの係数を c_{lm} とすると、

$$\psi_i = \sum_{lm} c_{lm} \psi_{lm} \quad (2.36)$$

これを用いると反射光のモードは

$$\psi_r = \sum_{lm} b(\omega + (l + m)\omega_{TM}) c_{lm} \psi_{lm} \quad (2.37)$$

ここで ω_{TM} は共振器の長さと鏡の曲率半径で決まる高次横モード間隔である。

$$|\psi_r|^2 = \sum_{l'm'} \sum_{lm} b^*(\omega + (l' + m')\omega_{TM}) b(\omega + (l + m)\omega_{TM}) c_{l'm'}^* c_{lm} \psi_{l'm'}^* \psi_{lm} \quad (2.38)$$

x, y で積分すると直交関係により $l' = l, m' = m$ の項だけが残るので、 $I_r = \int \int |\psi_r|^2 dx dy$ として

$$I_r = \sum_{lm} |b(\omega + (l + m)\omega_{TM})|^2 I_{i(lm)} \quad (2.39)$$

同様に、 $I_t = \int \int |\psi_t|^2 dx dy$ として

$$I_t = \sum_{lm} |a(\omega + (l + m)\omega_{TM})|^2 I_{i(lm)} \quad (2.40)$$

但し、 $|c_{lm}|^2 = I_{i(lm)}$ とおいた。TEM₀₀に共振しているときの反射光および透過光強度を $I_{r(00)}, I_{t(00)}$ とすると、 $\omega = n\omega_{FSR}$ より、

$$I_{r(00)} = |b(0)|^2 I_{i(00)} + \sum_{(lm) \neq (00)} |b((l+m)\omega_{TM})|^2 I_{i(lm)} \quad (2.41)$$

$$I_{t(00)} = |a(0)|^2 I_{i(00)} + \sum_{(lm) \neq (00)} |a((l+m)\omega_{TM})|^2 I_{i(lm)} \quad (2.42)$$

一般に $b(0)$ が鏡の損失等で有限の値をとるのに対して、 $l+m \neq 0$ での $a((l+m)\omega_{TM})$ は鏡の反射率が高ければほとんど0とみなすことができる。このため、共振器長をフリースペクトル間隔だけ掃引して高次モードのピークに対して $I_{t(lm)}$ の比率を測定すれば、それをもって $I_{i(lm)}$ の比率として良いことが分かる。FP共振器がTEM₀₀に共振しているとき、他の高次横モードは共振条件が満たされないので反射され、反射光のDC成分を持ち上げる。式(2.28)は次のように変更しなければならない。

$$\begin{aligned} I_r^{(0)} &= (J_0^2(m)b^2(0) + (1 - J_0^2(m)))I_{i(00)} + \sum_{(lm) \neq (00)} I_{i(lm)} \\ &= I_0 - (1 - b^2(0))J_0^2(m)I_{i(00)} \end{aligned} \quad (2.43)$$

周波数変位の復調の式(2.34)において変更すべき点は、全入射光強度 I_0 を実効的な入射光強度である $I_{i(00)}$ に置き換えることである。

$$I_r^{(1)}/I_{i(00)} = 8J_0(m)J_1(m) \frac{t_1^2}{\Delta\omega_c^2 L} \dot{\phi}(t) \quad (2.44)$$

モードマッチングのためのレンズ系が適切でなかったり、アラインメントがよくあっていない場合には、入射光強度 I_0 のうち信号に寄与する $I_{i(00)}$ の割合が低下し、同時に反射光のDC成分を増やしてしまうことがわかる。

2.4 強度雑音の応答

位相の変動 ϕ_F のかわりに振幅の変動 α_F を入れてその応答を見てみよう。

$$E_i(t) = E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{in\omega_m t} \left\{ 1 + \alpha_F e^{i\omega_F t} + \alpha_F^* e^{-i\omega_F t} \right\} \quad (2.45)$$

全節と同様に $\alpha_F \ll 1$ として一次まで拾って計算を進めると、

$$\begin{aligned} I_r^{(1)}/I_0 &= 2iJ_0 J_1 \left\{ b(0) + \alpha_F e^{i\omega_F t} (b(\omega_F) + b(0)) \right. \\ &\quad \left. + \alpha_F^* e^{-i\omega_F t} (b(-\omega_F) + b(0)) \right\} + (\text{c.c.}) \end{aligned} \quad (2.46)$$

第一項は実数、第二項と第三項は互いに共役なので、 $I_r^{(1)} = 0$ となる。これは、もし変調が純粹に周波数変調であって強度変調の成分がないならば、散射雑音以外の強度雑音があたかも周波数雑音のように検波復調されてサーボループを介して帰還され、周波数雑音を増やしてしまうようなことは一次の効果としてはないということを表している。

2.5 周波数変位の検出における雑音と S/N 比

これまで、レーザーの光周波数と外部 FP 共振器の周波数の間の周波数変位を検波復調して誤差信号を得る過程を見てきた。この誤差信号には、レーザーの周波数雑音以外の雑音が混入し、周波数安定度に制限を加える。そのような雑音の主たる原因是、光強度検出の際の散射雑音と、フォトダイオードの光電流を増幅するプリアンプの電気的雑音である。

ミキサーの出力である誤差信号 V_s は、瞬時周波数変位 $\Delta\nu = \dot{\phi}(t)/2\pi$ を用いて式(2.44)より

$$V_s = \frac{16\pi L t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2} J_0(m) J_1(m) R_s I_{i(00)} \Delta\nu \quad (2.47)$$

ここで R_s はプリアンプとミキサーの RF におけるトータルゲインであり、光電流に対する電圧の比なので抵抗の次元をもっている³。散射雑音はフォトダイオードの DC 光電流が I_{DC} であるときに $\sqrt{2eI_{DC}}$ の電流性雑音密度を持つ白色雑音となって現れる。したがって、誤差信号に乗る電圧性雑音密度を V_n とすると、式(2.43) より、

$$\begin{aligned} V_n &= R_n \sqrt{2} \sqrt{2e(I_{DC} + I_{det})} \\ &= R_n \sqrt{2} \sqrt{2e \left\{ I_0 - (1 - b^2(0)) J_0^2(m) I_{i(00)} + I_{det} \right\}} \end{aligned} \quad (2.48)$$

ここで I_{det} はアンプの雑音やミキサーの雑音を光電流に換算した等価雑音電流である。なお、この式に現れるトータルゲイン R_n は式(2.47) の R_s と同じものであるが、式(2.47) と式(2.48) からそれぞれ独立にトータルゲインを求めて比べる都合上、別の記号を与えておく。これらの式から、S/N 比について次のようなことがいえる。

- FP 共振器に入射する光の強度 I_0 を大きくすると、信号は I_0 に比例して大きくなり、他方散射雑音は $\sqrt{I_0}$ に比例するので、ディテクターの電気的雑音が小さければ S/N 比は $\sqrt{I_0}$ に比例して大きくなる。
- 鏡の反射率、損失、空間モード整合率を一定にしたまま共振器長 L を長くすれば、散射雑音は一定のまま信号は L に比例するので S/N 比も L に比例して大きくなる。
- 鏡の強度透過率 t^2 と強度損失 p^2 の比を一定にしたまま強度反射率 $r^2 = 1 - t^2 - p^2$ を 1 に近づけることができれば、信号は $1 - r_1 r_2$ に反比例して大きくなり、空間モードの不整合が小さく $I_0 - I_{i(00)} \ll |b(0)|^2 I_{i(00)}$ と見なせるような領域では散射雑音も $|b(0)| \propto p^2$ に比例して減少する。
- 入射光強度 I_0 一定の下で空間モードの不整合を改善して $I_{i(00)}$ の比率を高めれば、信号は $I_{i(00)}$ に比例して大きくなり、鏡の損失がほとんどなく $|b(0)|^2 I_{i(00)} \ll I_0 - I_{i(00)}$ となるような領域では散射雑音も $I_0 - I_{i(00)}$ に比例して減少する。

³ 本節では I という記号を光強度と光電流の両方の意味で混同して用いていることに注意。光の強度を光電流に換算するにはフォトダイオードの放射感度が必要であり、それは光の波長に依存する量であるが、光強度を常に光電流で評価すれば式の上に現れなくすることができる。

信号と雑音の両方に位相変調指数 m も関与しているが、Bessel 関数を含んでいるので、その S/N 比への依存性は単純でない。しかし、いったん光学系を組み上げると入射光強度や鏡の損失・モード整合率といった他のパラメータが制御困難であるのに対し、 m は電気的に調節する事が可能があるので、位相変調器の性能が許す限り最適化を図ることが望ましい。

S/N 比の m 依存性は、

$$\frac{V_s}{V_n} \propto \frac{\sqrt{2} J_0(m) J_1(m)}{\sqrt{1 - \alpha J_0^2(m)}} \quad (2.49)$$

但し、パラメータ α は

$$\alpha = \frac{(1 - b^2(0)) I_{i(00)}}{I_0 + I_{\text{det}}} \approx \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\text{det}}} \quad (2.50)$$

で与えられる。ここで、 I_{\max} 、 I_{\min} は無変調時の反射光強度の最大値と最小値である。仮にディテクターの雑音がなく ($I_{\text{det}} = 0$)、モード整合も完全 ($I_0 - I_{i(00)} = 0$) で、鏡の損失もない ($b(0) = 0$) ときには、 $V_s/V_n \propto J_0(m)$ となるので m は無限小でよいことになる。しかし、一般には I_{det} 、 $I_0 - I_{i(00)}$ 、 $b(0)$ はすべて 0 でない有限の値をとるので、ある大きさの m で S/N 比は最大となる。図 2.1 はいくつかの α において S/N 比の m 依存性を描いたものである。

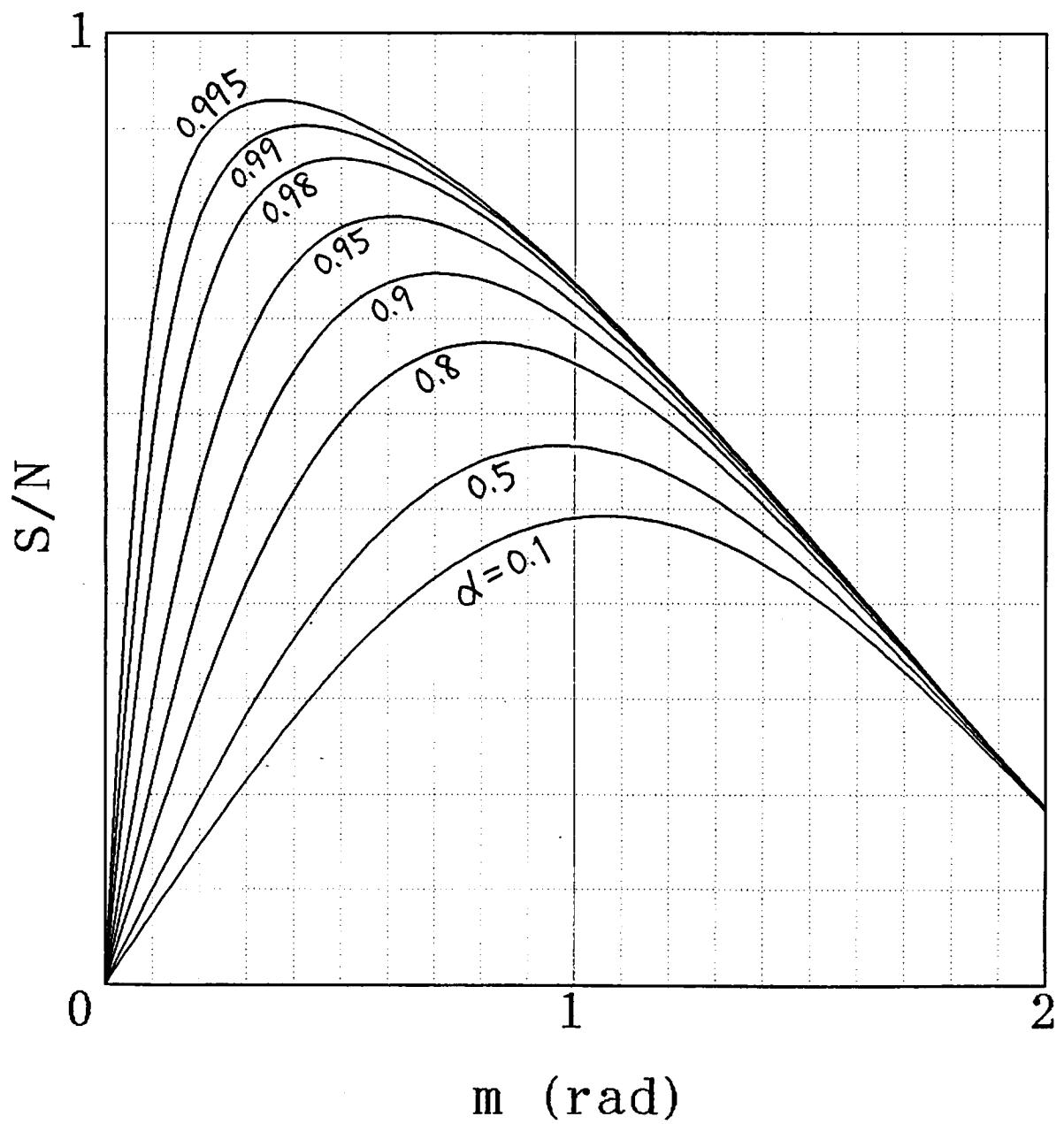


図 2.1: S/N 比の m 依存性

Chapter 3

実験装置

図 3.1 は実験装置の概略である。レーザーは、YAG の結晶に取り付けられたピエゾトランジスタ（PZT）によって高速な周波数チューニングが可能である。また、結晶がペルチェ素子で温度制御されているので、温度を変化させることによっても周波数を変えることができる。PZT に比べて応答は遅いが、ダイナミックレンジがはるかに広くなっている。

レーザーから出た光はファラデーアイソレーター（FI）を通ったのち、電気光学変調器（EOM）によって位相変調をうけ、FP 共振器に導かれる。反射光は $\lambda/4$ 波長板と偏光ビームスプリッター（PBS）によってわけられ、フォトディテクター（PD）にはいる。ディテクターからの信号はミキサーで復調されてエラーシグナルとなり、適当なサーボフィルターを介してレーザーの周波数に帰還される。以下、装置の各構成要素について詳しく見ることにする。

3.1 レーザー

本実験で用いた Nd:YAG レーザーは LIGHTWAVE 社の Model 120-01A(公称出力 4mW)、同 120-03A(公称出力 40mW) である。Nd:YAG の結晶は MISER¹ と呼ばれるもので、図 3.2 のような構造をしている（文献 [2] より転載）。この MISER 結晶は内面全反射でリングレーザーを構成しており、波長 809nm の半導体レーザーで端面励起されている。PZT の電圧は外部から与えることができ、また、温度のオフセット、励起レーザーの出力も電気的に制御できるように端子が提供されている。取扱い説明書と試験成績表から抜粋した性能諸元は表 3.1 通りである。

強度雑音は緩和振動のある 300kHz 付近より高い周波数ではほぼ $1/f$ にしたがって低下し、散射雑音のレベルにまで下がるのは数 MHz である。周波数変位をよい S/N 比で読み出すには、位相変調の周波数をこの数 MHz より高いところにとるのが得策である。本実験では、最初電子回路の便宜を考え変調周波数は 10MHz であったが、後半では EOM の制約から 18MHz の変調周波数で実験を行った。

¹"Monolithic Isolated Single-mode End-pumped Ring" Laser

Nd:YAG laser
(MISER)

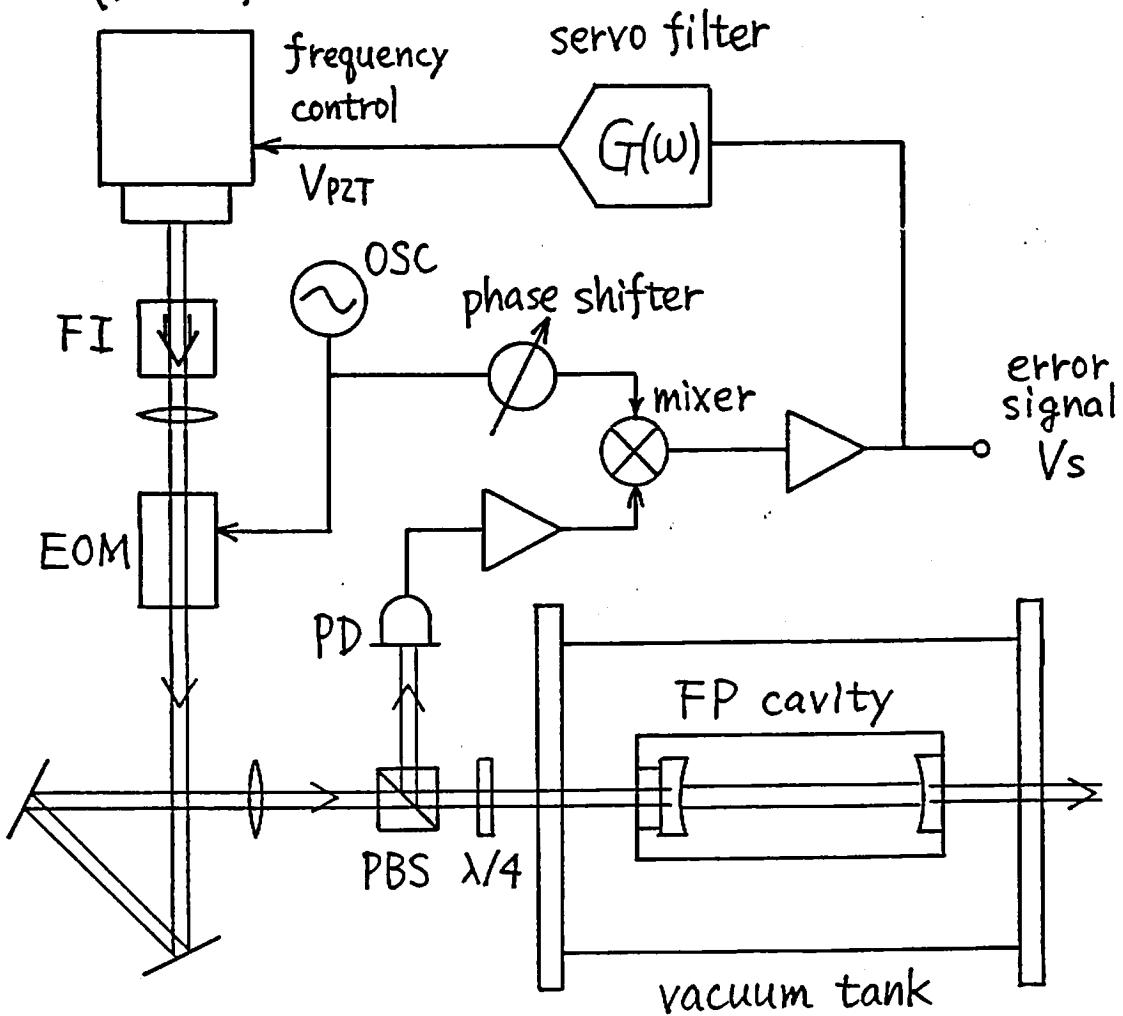


図 3.1: 実験装置の概略

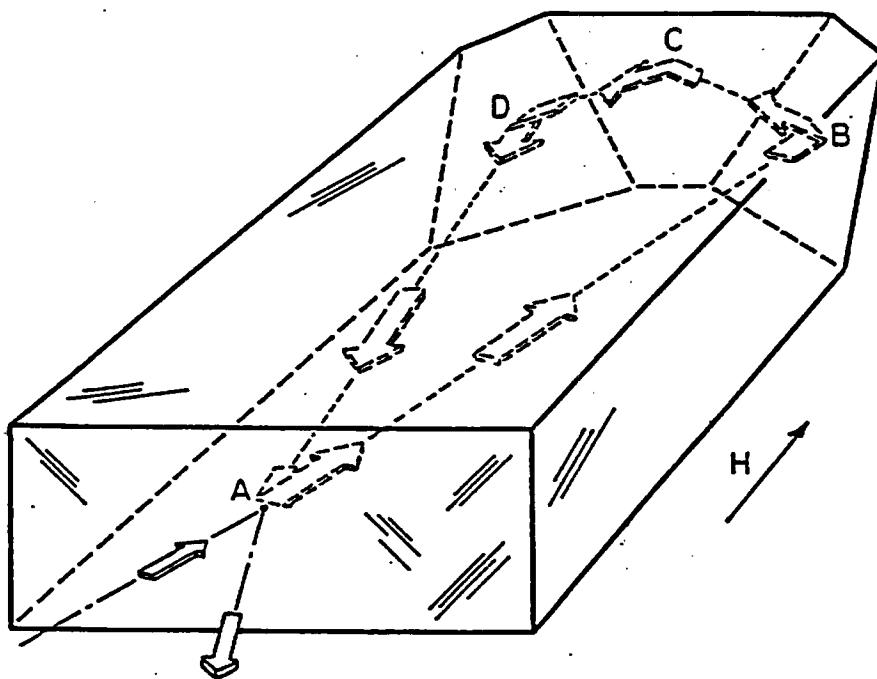


図 3.2: MISER の構造。結晶の内面全反射で非平面のリング共振器を構成しており、A 点から半導体レーザーで端面励起される。適当な大きさの磁場をかけることで逆巡の進行波の励起が抑えられる。

| | Model 120-01A | Model 120-03A |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 波長 | 1064nm | 1064nm |
| 出力 | 4.0mW | 40mW |
| 強度 $1/e^2$ のビーム直径 | 0.8mm | 0.5mm |
| 空間モード | TEM ₀₀ | TEM ₀₀ |
| 楕円率 | 1.3:1 | 1.3:1 |
| 線幅 (1msec) | 5kHz | 5kHz |
| 温度制御による周波数可変域 | 15GHz | 15GHz |
| PZT による周波数チューニング率 | 3.2MHz/V | 1.8MHz/V |
| PZT の制御帯域幅 | 100kHz | 100kHz |
| PZT の最大定格 | ±15V | ±15V |

Table 3.1: レーザーの性能諸元

3.2 Fabry-Perot 共振器

図 3.3 は実際に製作した FP 共振器の概略図である。

共振器長は $L=0.18\text{m}$ で、フリースペクトル周波数は $c/2L=837\text{MHz}$ 、両端の鏡は曲率半径 0.25m なので、横モード間隔は 343MHz となる。

鏡は径 20mm 、反射率約 99.7% の誘電多層膜鏡である。それぞれ厚さ 10mm の真鍮で作った $60\text{mm} \times 60\text{mm}$ のエンドプレートに取り付けられ、エンドプレートどうしは 3 本のスーパーインバーの棒で支持されている。片方の鏡は、PZT で光軸方向に振ることができ、キャリブレーションに用いられる。

周波数基準となる外部 FP 共振器を製作する際に留意すべきことは、2 枚の鏡の間隔が変化しないことである。

長期的な長さの変化は主に温度変化に起因するが、ここでは鏡の間隔を決める支持棒に熱膨張係数の小さい super invar を用いることで長さのドリフトを低減する方法をとる。

短期的な安定性は空気や支持機構の振動に励起される共振器の弾性振動である。空気振動の影響を低減するため、FP 共振器全体は真空容器の中に置かれている。また、地面振動が共振器の光軸方向の弾性振動を励起しにくくなるよう、共振器は 2 本のワイヤーループで吊られている。

図 3.4 のような構成で、FP 共振器の共振器長を変える PZT の電圧 V_{FP} に誤差信号 V_s を返してロックし、伝達関数 V_s/V_{FP} を測定したのが図 3.5 である。その振幅には、FP 共振器の機械共振の周波数にあたるところにピークが現れる。この測定から、最も低い光軸方向の弾性振動は 7.6kHz であることがわかる。

鏡の反射率が同じならば、共振器長は長いほうが線幅を狭くできて良いのであるが、このような構成のまま長くすると機械的な共振周波数が低くなってしまい、安定化したい周波数領域にかかると好ましくない結果を生じるので限度がある。

なお、共振器全体をワイヤーで吊ったことによる振り子運動の周波数は光軸方向の並進のモードが 3.1Hz 光軸まわりの回転モードが 5.4Hz であった。これらの振動のために空間モードの整合率が変化し、透過光と反射光の強度変化を引き起こすが、平衡点でよく整合がとれているならば、この強度変化は 2 次以上の効果である。

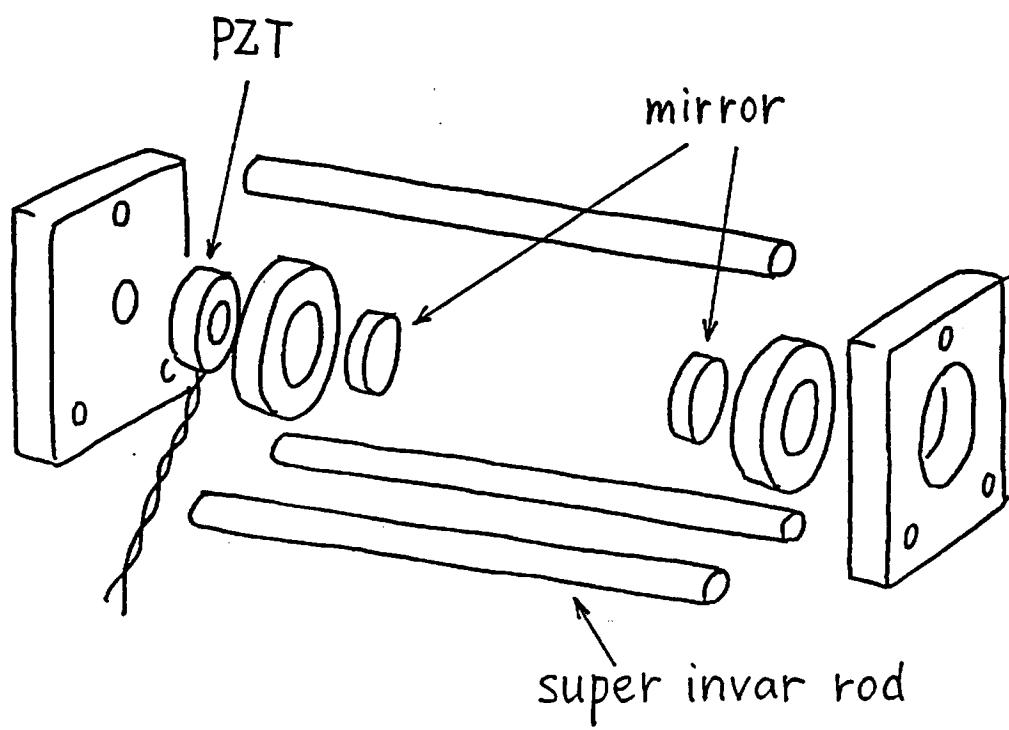
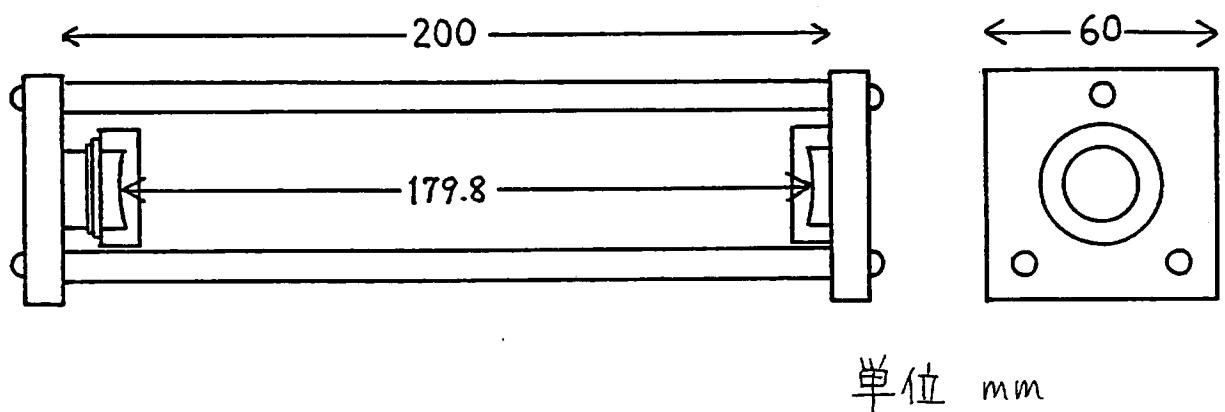


図 3.3: FP 共振器の構造

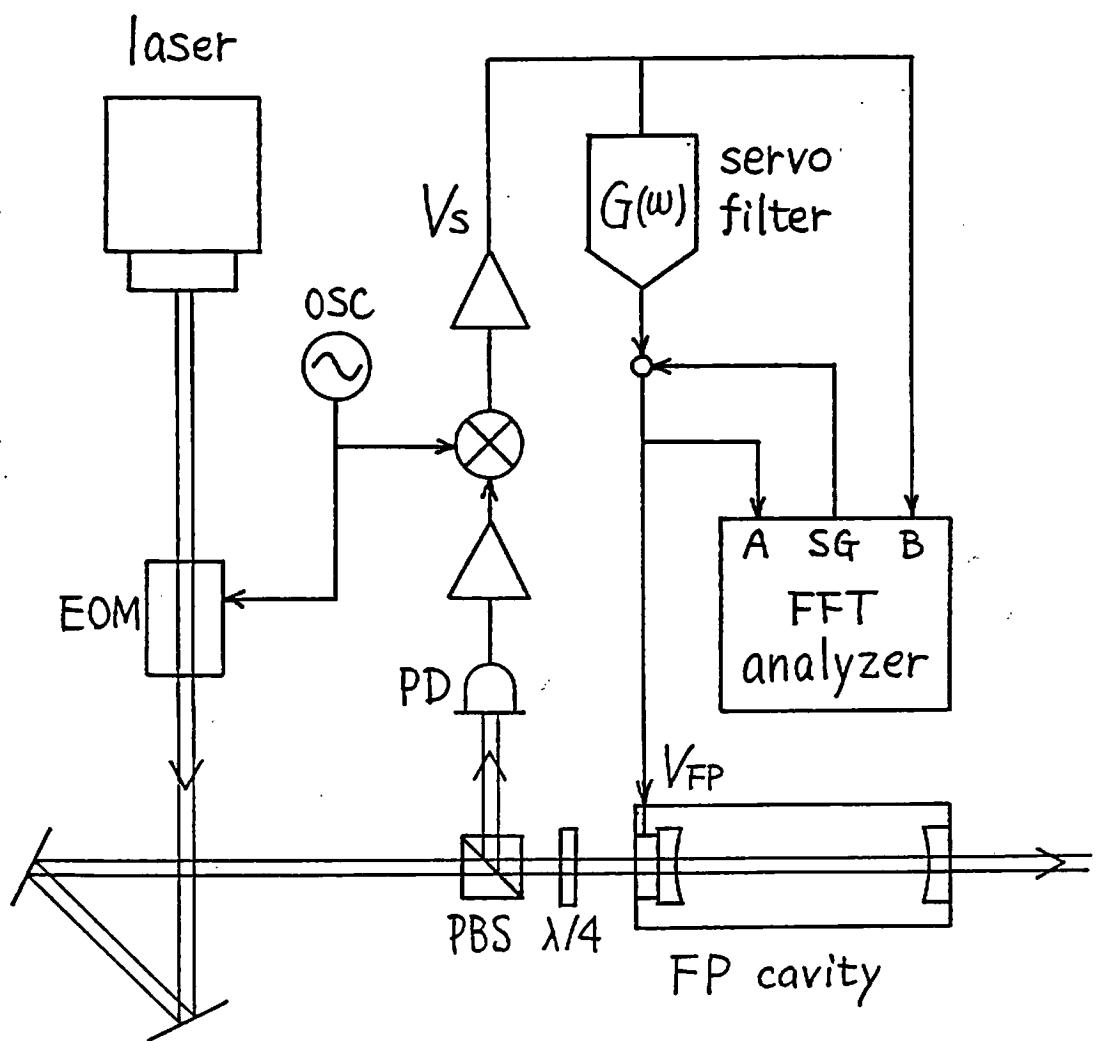


図 3.4: 伝達関数 V_s/V_{FP} の測定

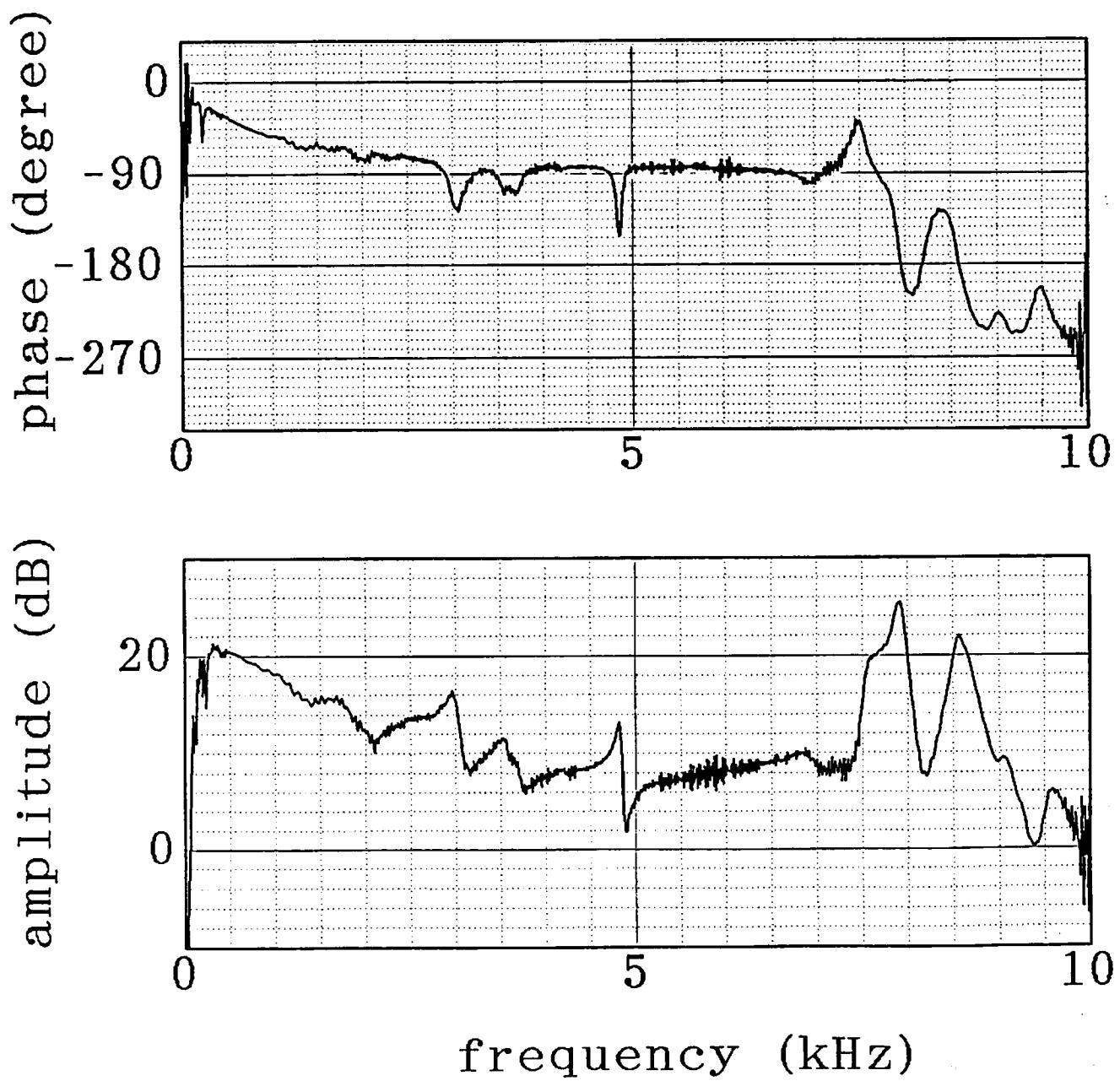


図 3.5: 伝達関数 V_s/V_{FP} の Bode 線図。7.6kHz 付近に光軸方向の機械振動の最低次の共振があり、これより周波数の高い領域では位相の遅れが大きくなっていることがわかる。

Chapter 4

実験結果

実験は大きく前半と後半に分けることができる。前半は、公称出力 4mW のレーザーの安定化実験であり、後半はその後入手できた 40mW のレーザーを対象とする実験である。以下にその詳細について述べる。

4.1 4mW レーザーの周波数安定化

4.1.1 周波数掃引によるチューニング率の較正

図 4.1はレーザーの周波数チューニングの PZT に加える電圧を変化させ、レーザーの光周波数を掃引したときの FP 共振器の透過光強度をプロットしたものである。レーザー光には EOM を用いて 10MHz の位相変調をかけているので、もともとの周波数(キャリア)から 10MHz だけ離れた両側にサイドバンドが生じる。FP 共振器の周波数線幅は数百 kHz、レーザー共振器の線幅は数 kHz なので、適当な掃引速度を選べばキャリアとサイドバンドは十分分離できる。したがって、PZT にかける電圧 V_{PZT} と光周波数の変化 $\Delta\nu$ の比(周波数チューニング率)を調べることができる。また、共振ピークの幅は FP 共振器の周波数線幅 $\Delta\nu_c$ で決まっているので、ピークを $|a(\omega)|^2$ でフィットする事により、共振器の周波数線幅 $\Delta\nu_c$ 、フィネス \mathcal{F} 、反射率の積 $r_1 r_2$ がわかる。さらに、キャリアに対するサイドバンドのピーク高の比は $J_1^2(m)/J_0^2(m)$ になるので、入射光の変調指数 m を知ることができる。以下に、それらの値を記しておく。

$$\Delta\nu/V_{\text{PZT}} = 3.87 \text{ MHz/V}$$

$$\Delta\nu_c = 0.80 \text{ MHz}$$

$$\mathcal{F} = 1.07 \times 10^3$$

$$1 - r_1 r_2 = 2.9 \times 10^{-3}$$

$$m = 0.50$$

周波数チューニング率は試験成績票の値 3.2MHz/V より大きいが、これは MISER 結晶の温度の設定によって周波数チューニング率が変わるものである。

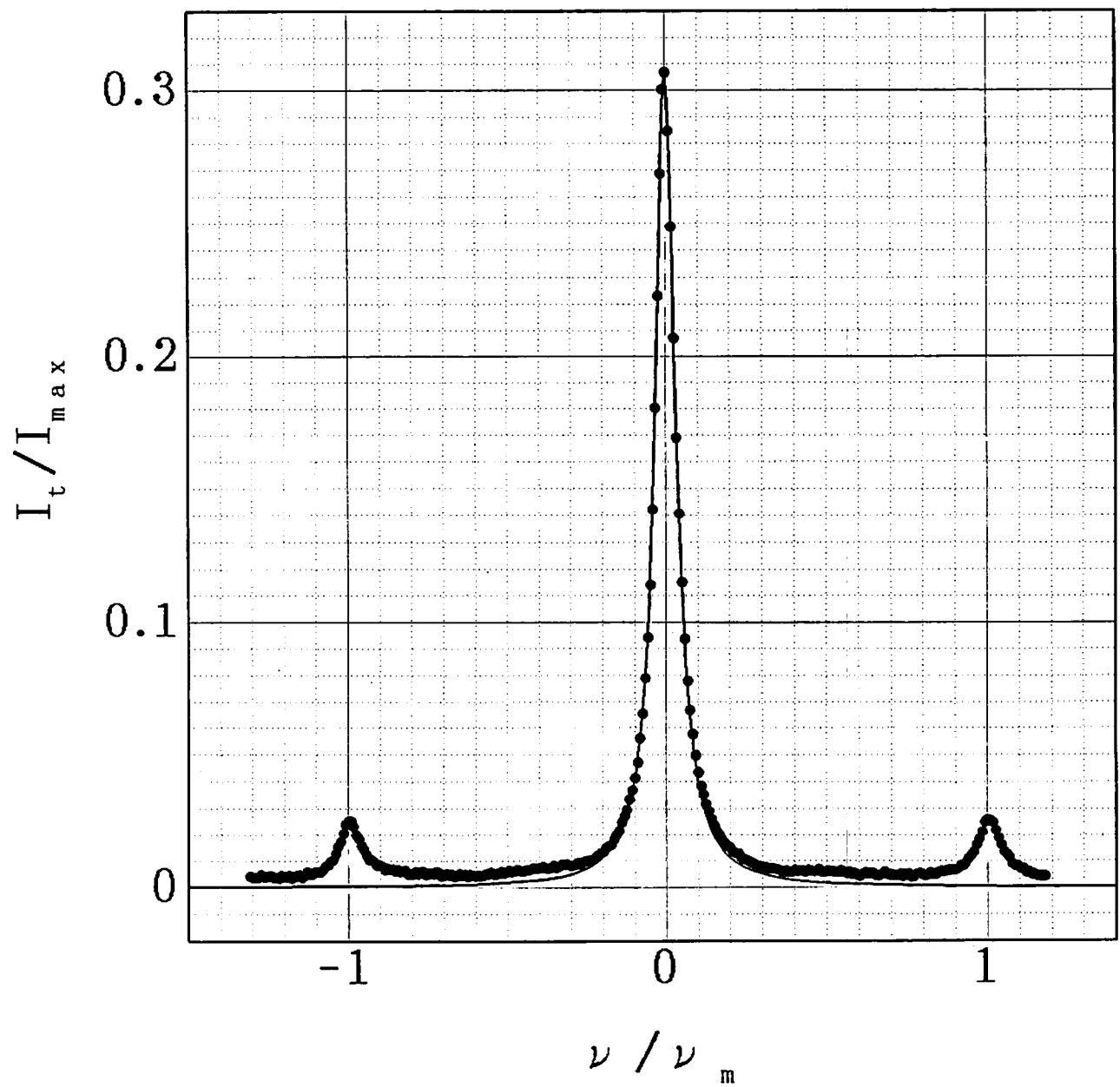


図 4.1: レーザー光の周波数を掃引したときの透過光強度 I_t のグラフ。横軸は位相変調周波数 10MHz で規格化してある。

4.1.2 伝達関数の測定とサーボ系の設計

図 4.2 のような構成で、レーザーの周波数を共振器の共振周波数にロックした状態で、周波数チューニング電圧 V_{PZT} を入力とした誤差信号 V_s への伝達関数 $F(\omega) = V_s/V_{\text{PZT}}$ を測定したのが図 4.3 である。位相が 180 度以上回るような共振があればその周波数より高い領域では制御がたいへん難しくなるが、100kHz までそのような共振は見られず、位相遅れも 30 度以内に収まっており、ほとんど平坦とみなせることがわかる。スペクトルアナライザの伝達関数フィッティング機能を使うと 300kHz 付近にピークのある極 2 個、零点 2 個の有理形の伝達関数が得られた。このようなデータをもとに、最近当研究室で開発された計算機によるサーボフィルターの最適化設計の手法を用いて、2 段ラグ・リードフィルターの時定数を決定した。このときのオープンループ伝達関数 FG の Nichols 線図を図 4.4 に示す。DC ゲインは 2.5×10^5 、位相マージンはおよそ 32 度ある。

4.1.3 周波数雑音の測定

図 4.5 は強度一定のインコヒーレント光（白熱灯の光）をフォトディテクターに入れ、誤差信号の雑音密度 \tilde{V}_n と光電流 I の関係をプロットしたものである。前述のように、散射雑音は $\sqrt{2eI}$ に比例する白色雑音であり、光電流の増幅・復調回路の雑音の等価雑音電流 I_{det} を用いて、

$$\tilde{V}_n = R_n \sqrt{2} \sqrt{2e(I + I_{\text{det}})} \quad (4.1)$$

という関係があるので、縦軸を \tilde{V}_n^2 、横軸を I にとると直線上に並ぶ。このデータから、等価雑音電流 $I_{\text{det}} = 49.7 \mu\text{A}$ 、RF での検波復調のゲイン $R_n = 72\text{k}\Omega$ であった。

$$\tilde{V}_{\text{det}} = R_n \sqrt{2} \sqrt{2eI_{\text{det}}} \quad (4.2)$$

$$\tilde{V}_{\text{shot}} = R_n \sqrt{2} \sqrt{2eI_{\text{DC}}} \quad (4.3)$$

$$\tilde{V}_{\text{tot}} = R_n \sqrt{2} \sqrt{2e(I_{\text{DC}} + I_{\text{det}})} \quad (4.4)$$

これらの雑音電圧は先のチューニング率 $\Delta\nu/V_{\text{PZT}}$ と伝達関数 $F(\omega) = V_s/V_{\text{PZT}}$ を用いて周波数雑音 $\tilde{\nu}_{\text{det}}, \tilde{\nu}_{\text{shot}}, \tilde{\nu}_{\text{tot}}$ に換算される。ここでの値は、

$$\tilde{\nu}_{\text{det}} = 0.42 \text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$$

$$\tilde{\nu}_{\text{shot}} = 0.36 \text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$$

$$\tilde{\nu}_{\text{tot}} = 0.55 \text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$$

となる。

図 4.6 は誤差信号の雑音スペクトルを周波数雑音に換算したものである。図中、上側の実線はサーボループのユニティーゲイン周波数が低い状態で測定したものであり、周波数の高い方ではフリーラン状態でのレーザー周波数雑音をそのまま反映しているものと考えられる¹。スペクトルの周波数依存性は典型的な $1/f$ の形をもっていることがわかる。受動的な安

¹ 600Hz 付近から低い周波数で雑音が下がって見えているのはこの領域でロックをかけるためのサーボフィルターのゲインが 1 より大きいためであり、実際の周波数雑音はグラフの値より大きい。

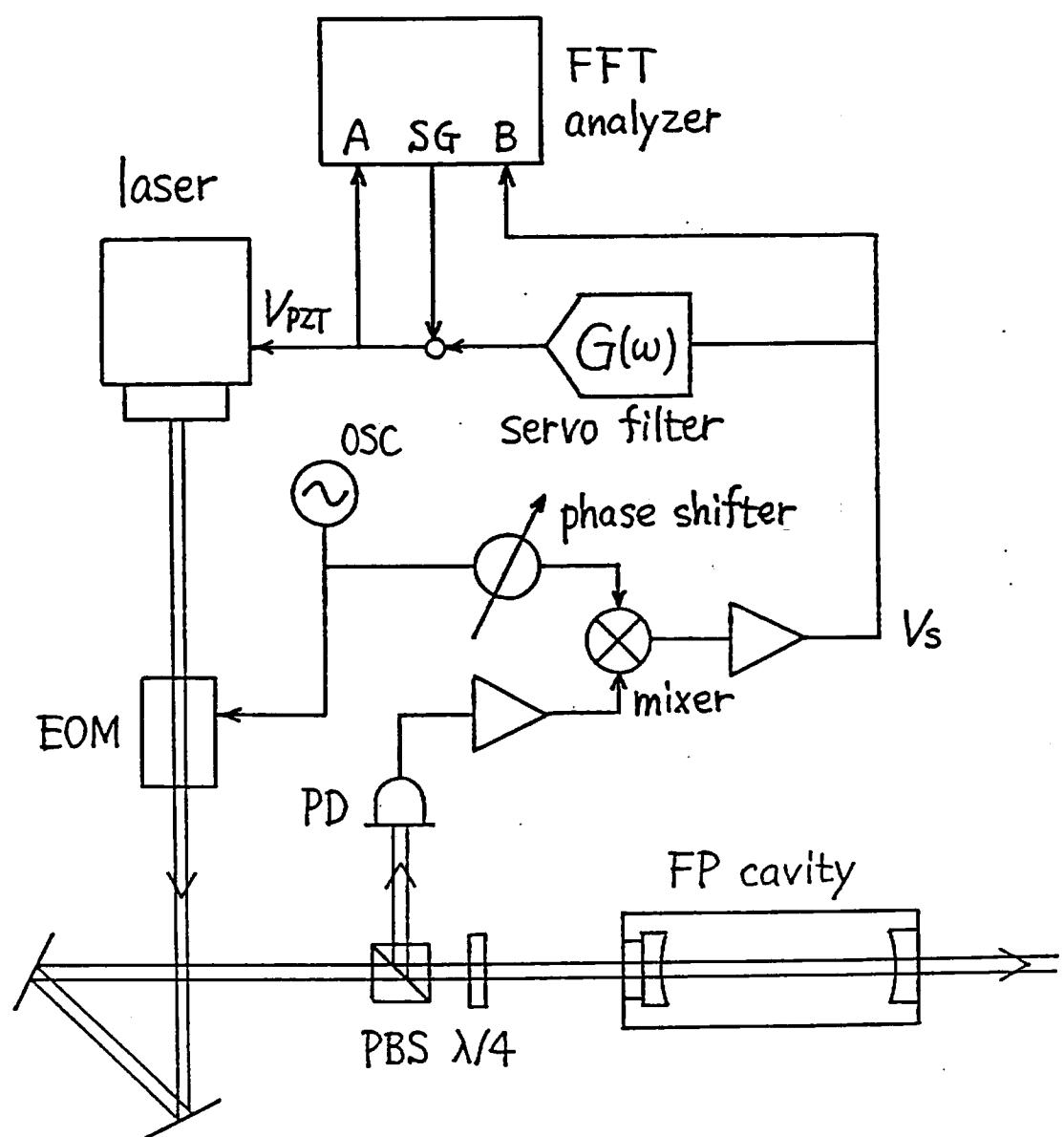


図 4.2: 伝達関数 $F = V_s/V_{PZT}$ の測定

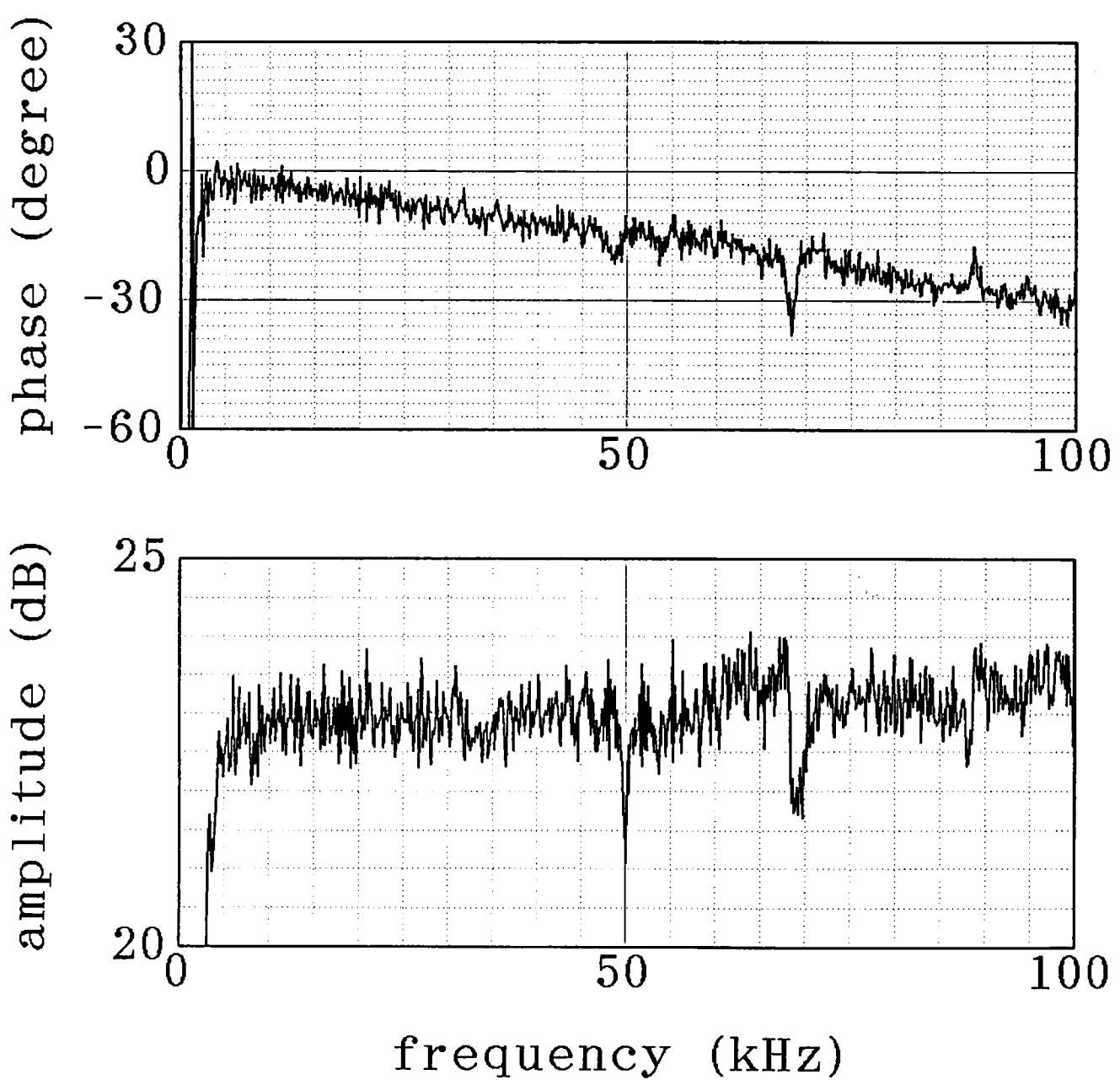


図 4.3: 伝達関数 $F = V_s/V_{\text{PZT}}$ の Bode 線図

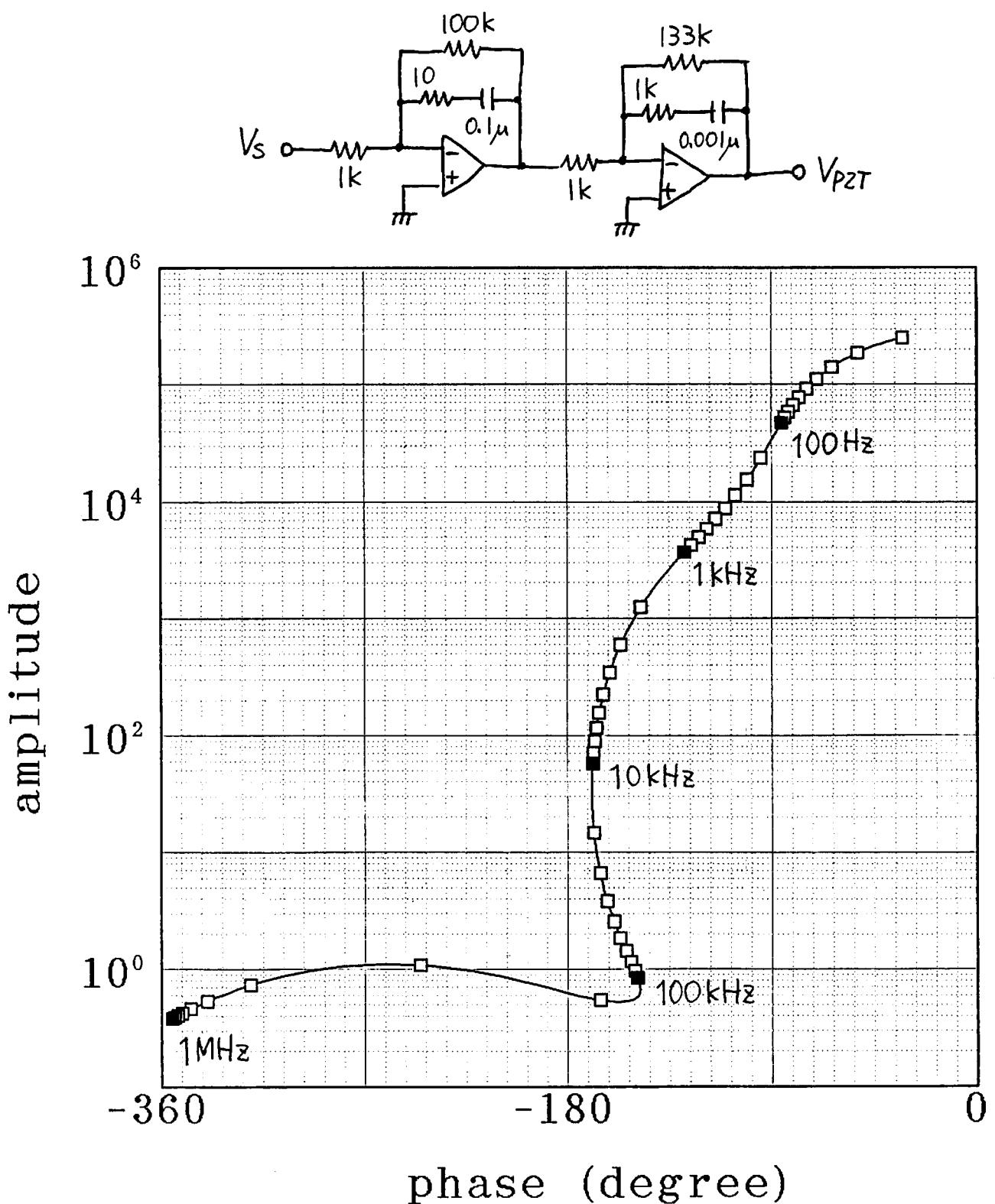


図 4.4: 2段ラグ・リードフィルターによるオープンループ伝達関数 FG の Nichols 線図

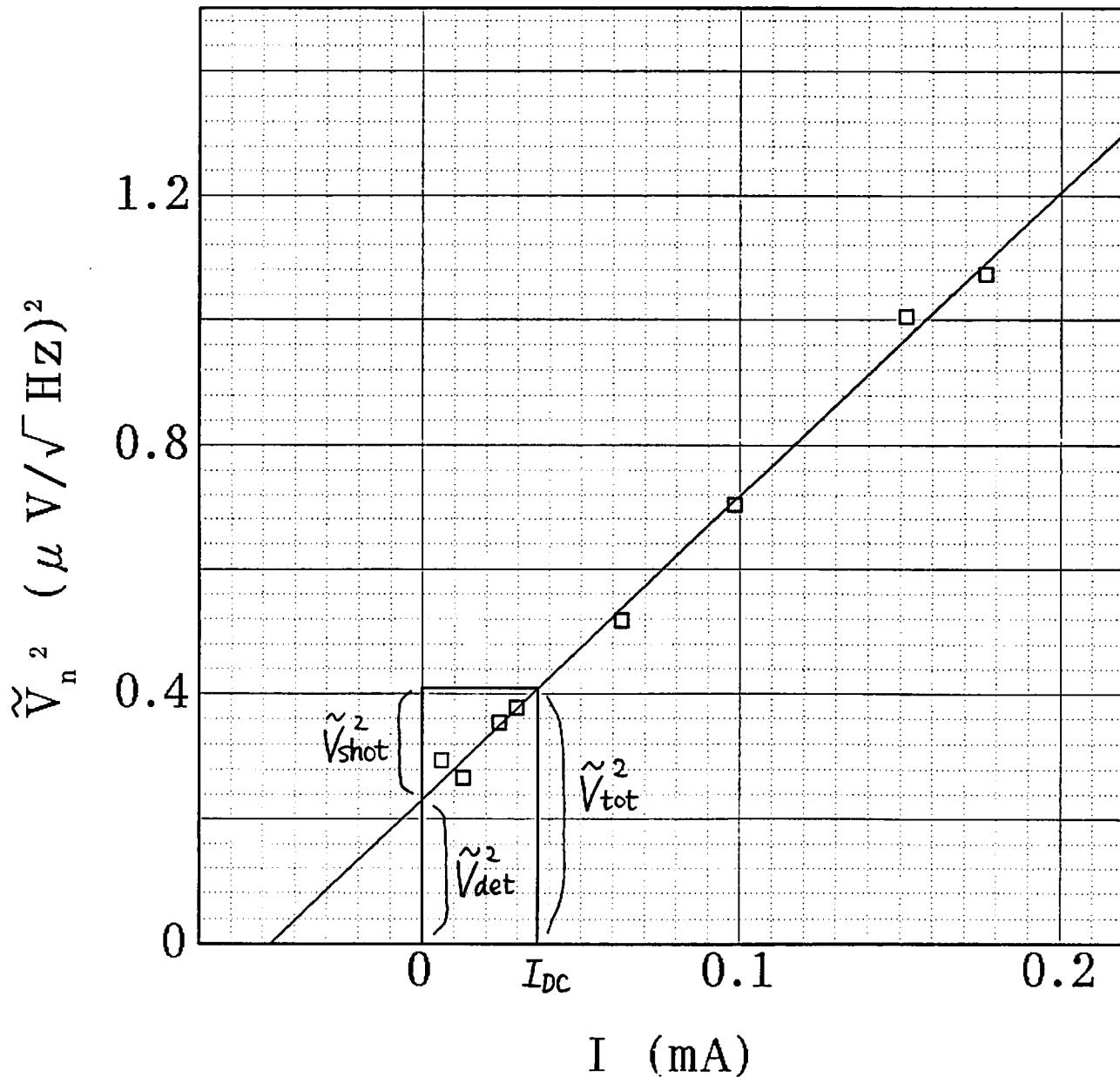


図 4.5: 誤差信号の雑音と光電流の関係。 I_{DC} は FP 共振器にロックしているときの反射光による DC 電流。

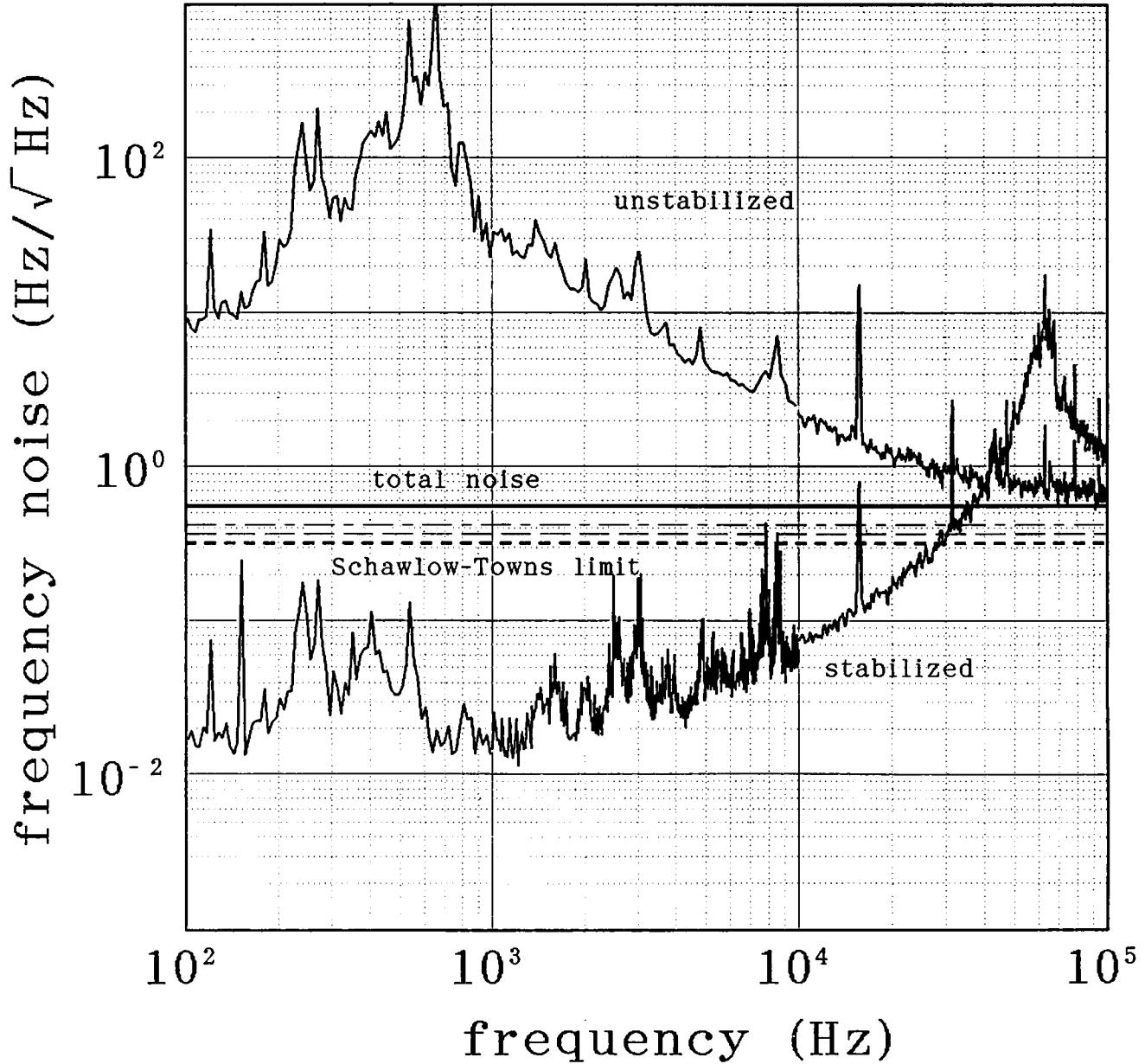


図 4.6: V_s の雑音から換算した周波数雑音スペクトル。太破線は Schawlow-Towns 限界、細破線は散射雑音 $\bar{\nu}_{\text{shot}}$ 、一点鎖線はディテクターの電気的雑音 $\bar{\nu}_{\text{det}}$ 太実線は $\bar{\nu}_{\text{shot}}$ と $\bar{\nu}_{\text{det}}$ による実際の雑音 $\bar{\nu}_{\text{tot}}$ である。

定化でのレーザーの周波数雑音の限界である Schawlow-Towns 限界 [6] は、レーザー共振器のストレージタイム τ_{st} とレーザー共振器から散逸するパワー P を用いて $\tilde{\nu} = (2\pi\tau_{st})^{-1}\sqrt{h\nu/P}$ で表される [7]。 P についてはレーザー出力をパワーメーターで測った値 2.2mW で代用し、 τ_{st} は文献 [7] と同じ値を仮定して計算すると $0.32\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。フリーラン状態での周波数雑音のスペクトルは周波数が高くなるにつれてこのレベルに漸近してゆくことがわかる。

これに対し、能動的に安定化を行うと、もとのレーザーの Schawlow-Towns 限界を下回ることが可能である。下側の実線は前節のサーボフィルターを用いてロックしたときの周波数雑音スペクトルである。この周波数雑音スペクトルは誤差信号で見たものなので、サーボフィルターのゲインが大きい場合には $\tilde{\nu}_{tot}$ を下回るように見えるが、実際の周波数雑音は $\tilde{\nu}_{tot}$ より低くならないことはない。したがって、100Hz から 10kHz にわたってディテクターの雑音によって決まる $0.42\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ にまで安定化されていると結論する事ができる。この状況では、ディテクターの雑音のために Schawlow-Towns 限界を下回るには至らなかった。

4.2 40mW レーザーの周波数安定化

4.2.1 周波数掃引によるチューニング率の較正

図 4.7 は共振器長を PZT によって掃引したときの、FP 共振器の反射光強度、透過光強度、エラーシグナルをプロットしたものである。前述の方法で、

$$\begin{aligned}\Delta\nu_c &= 0.91\text{MHz} \\ \mathcal{F} &= 9.2 \times 10^2 \\ 1 - r_1 r_2 &= 3.4 \times 10^{-3} \\ m &= 0.75\end{aligned}$$

同様の測定をレーザーの周波数チューニングの PZT の電圧 V_{PZT} の掃引で行い、PZT のチューニングレートを調べると、

$$\Delta\nu/V_{PZT} = 1.59\text{MHz/V}$$

であった。

4.2.2 伝達関数の測定とサーボ系の設計

図 4.8 は伝達関数 $F(\omega)$ の Bode 線図である。スペクトルアナライザーの周波数レンジは 100kHz までしかないので、シンセサイザーで V_{PZT} に正弦波を加えて V_s をオシロスコープで見る方法で 1MHz まで調べてみると、129kHz に始まってたくさんの共振があり、最も大きい共振は 372kHz にあった。実際、前半で用いたものと同じ時定数の 2 段のラグ・リードフィルターでは、372kHz の発振に阻まれて十分ゲインを上げることができなかった。そこで、前述の計算機による最適化の手法で新しく 3 段構成のフィルターを設計した。図 4.9 はそのサーボフィルターの時定数から合成したオープンループ伝達関数の Nichols 線図である。DC ゲインは 9×10^5 程度とることができ、位相マージンは約 21 度ある。2 段構成のと

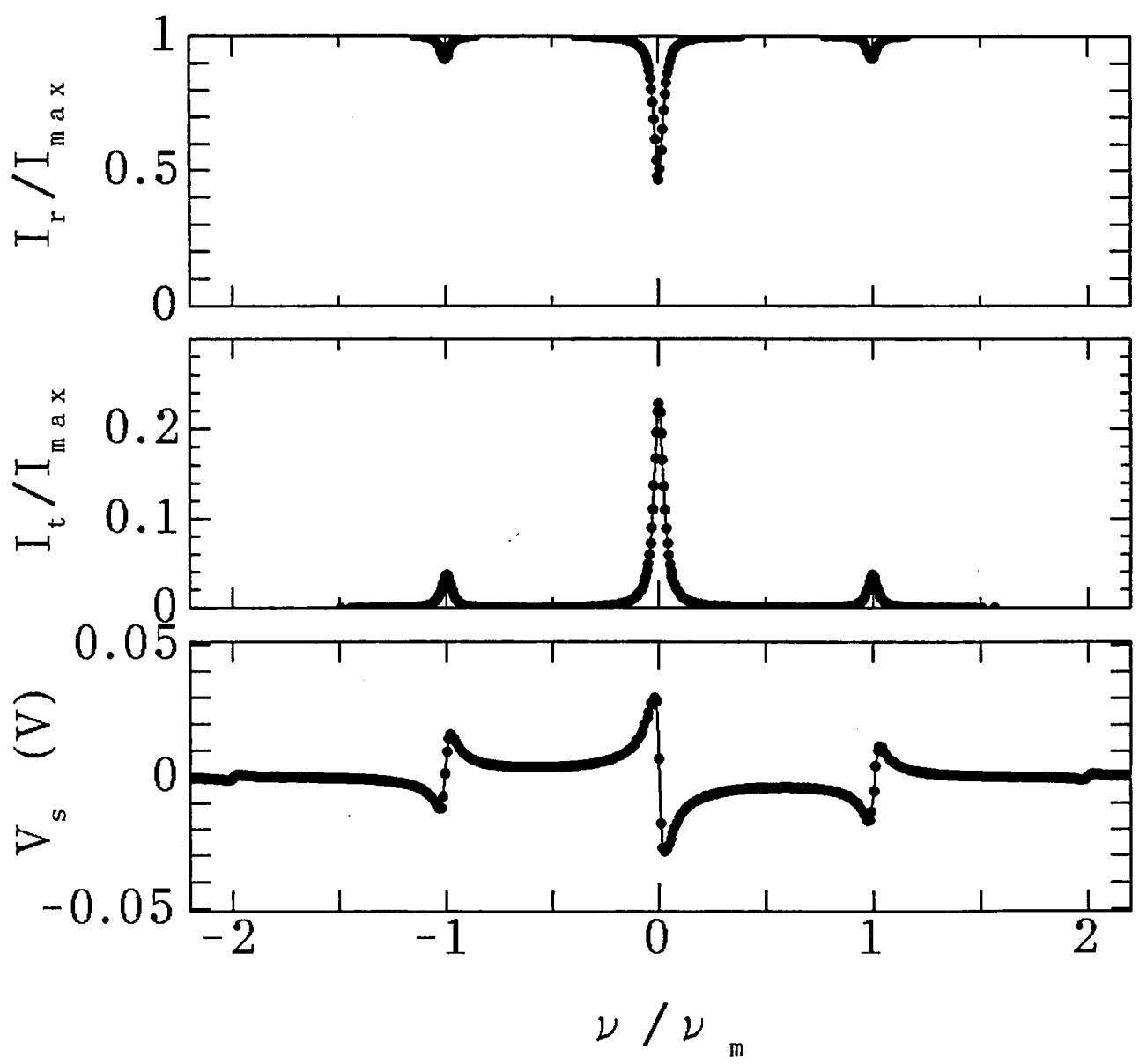


図 4.7: 共振器長を掃引したときの反射光強度 I_r 、透過光強度 I_t 、エラーシグナル V_s のグラフ。光強度は反射光強度の最大値 I_{\max} で規格化してあり、横軸は位相変調周波数 18MHz を単位にとってある。

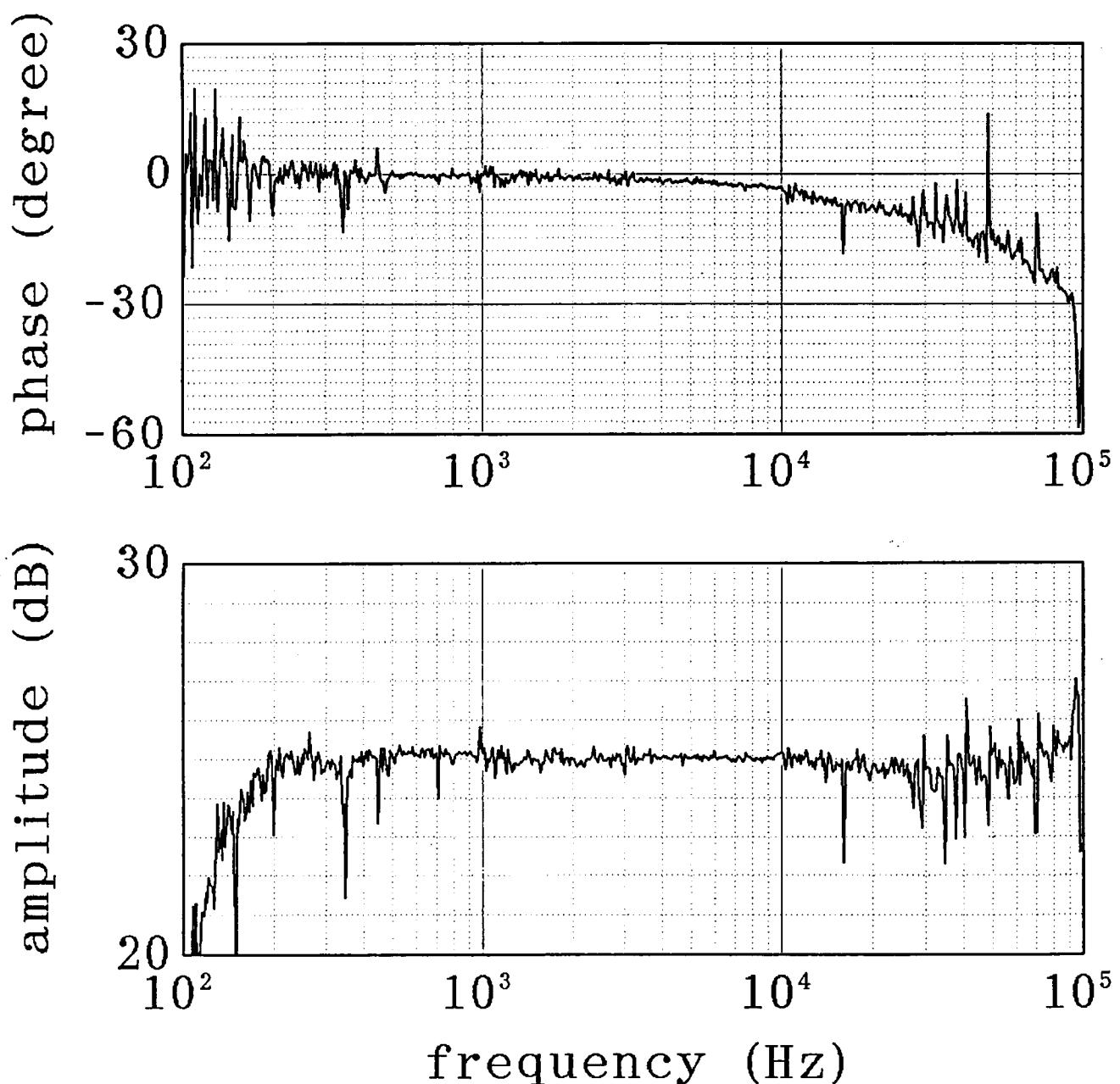


図 4.8: 伝達関数 $F = V_s/V_{\text{PZT}}$ の Bode 線図

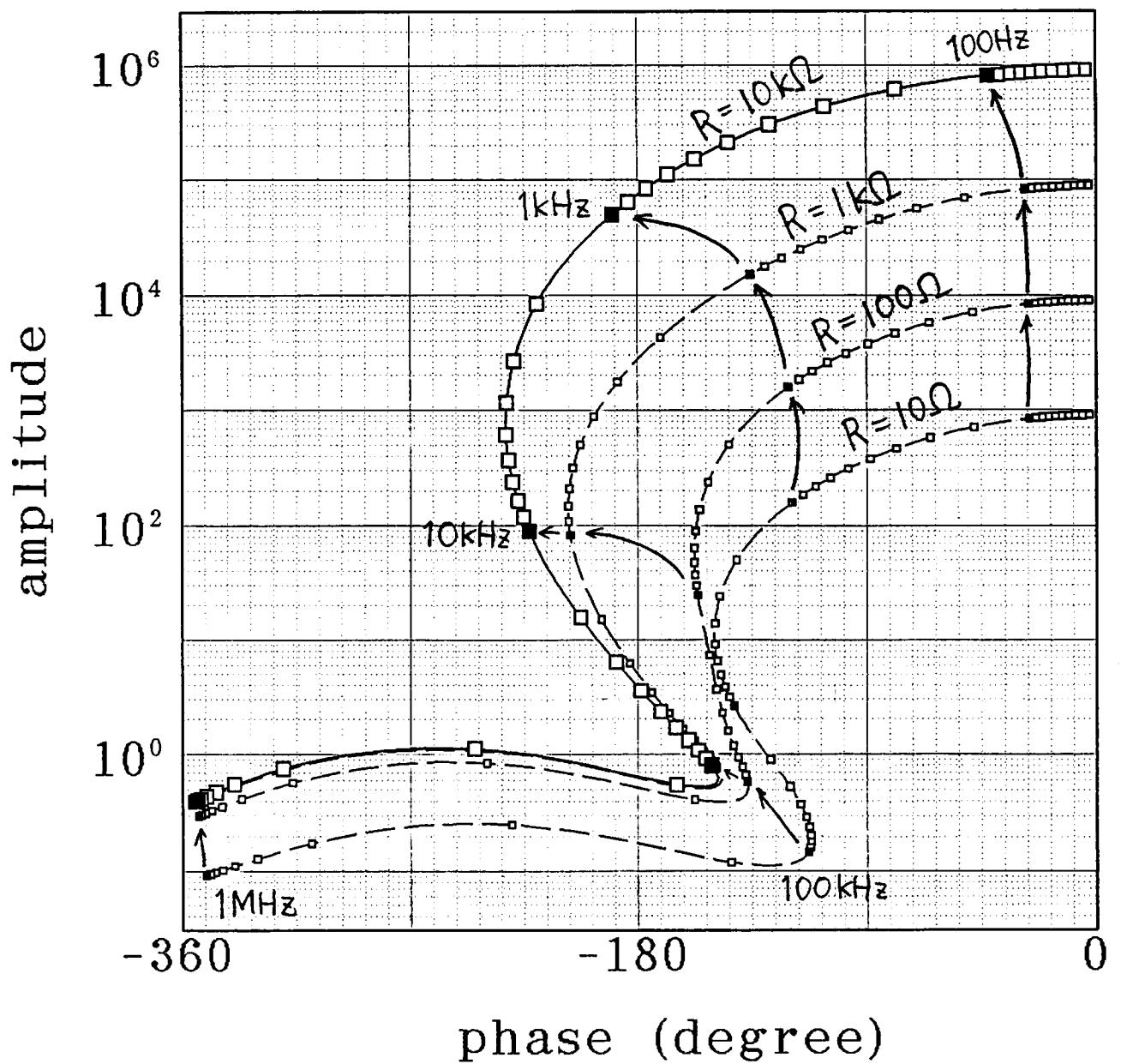
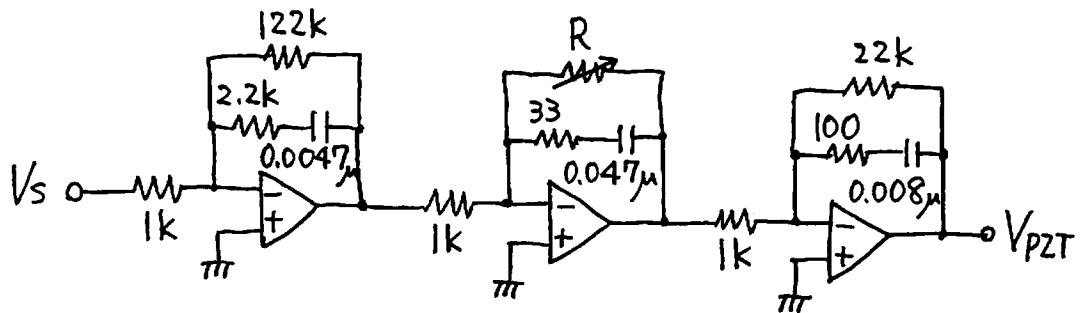


図 4.9: 3段ラグ・リードフィルターによるオープンループ伝達関数 FG の Nichols 線図

きより DC ゲインを大きくとることができると、条件付き安定であり、時定数を変えずに DC ゲインを下げるとなにか振してしまふ。そこで、図 4.9 にあるように、フィルターを構成する抵抗のひとつを連続的に変化させ、安定かつ最適となる状態に追い込むという方法をとっている。

4.2.3 周波数雑音の測定

図 4.10 は強度一定のインコヒーレント光（赤外発光ダイオードの光）をフォトディテクターに入れ、誤差信号の雑音密度 \tilde{V}_n と光電流 I の関係をプロットしたものである。ディテクターの雑音の等価雑音電流 I_{det} はこの測定から $200\mu\text{A}$ 程度であることがわかる。また、レーザーを FP 共振器にロックしているときの反射光による DC 光電流は $I_{\text{DC}}=1.24\text{mA}$ であったので、散射雑音 (shot noise) 限界は $17\text{mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ であることがわかる。

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{\text{det}} &= 0.006\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}} \\ \tilde{V}_{\text{shot}} &= 0.017\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}\end{aligned}$$

ディテクターの雑音は $6\text{mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ に相当し、散射雑音に比べて小さい。したがって周波数雑音の安定化の限界値は、

$$\tilde{V}_{\text{tot}} = 0.018\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$$

となる。

図 4.11 は誤差信号の雑音スペクトルを周波数雑音に換算したものである。受動的な安定化でのレーザーの周波数雑音の限界である Schawlow-Towns 限界は、 P を 12mW とし、 τ_{st} は再び文献 [7] と同じ値を仮定して計算すると $0.16\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。

下側の実線は前節のサーボフィルターを用いてロックしたときの雑音スペクトルである。レーザーの周波数雑音は 100Hz から 10kHz にわたって Schawlow-Towns 限界を下回っている。また、 100Hz から 1kHz にわたってほぼ散射雑音限界に達していると考えられる。

4.3 透過光の強度雑音スペクトル

図 4.12 は FP 共振器の透過光をフォトディテクターで受けてスペクトルアナライザで強度雑音スペクトルを測定したものである。見ている帯域が FP 共振器のカットオフ周波数より低いので、透過光の強度雑音が入射光のそれを下回ることはない。周波数雑音の強度雑音への変換が 2 次の効果であることを反映して、サーボフィルターのゲインを上げて周波数雑音が下がると、強度雑音もそれにつれて下がる様子が図からわかる。 100Hz から 1kHz の間で強度雑音の増加が認められるが、サーボフィルターのゲインを最も大きくとることでの例では入射光の強度雑音の 10 倍以下に抑えられている。

4.4 透過光の空間モード

図 4.13 は FP 共振器の入射光と透過光の強度分布を CCD カメラで測定したものである。ここで、光の伝播方向が z になるように直交座標 (x, y, z) をとっている。MISER から

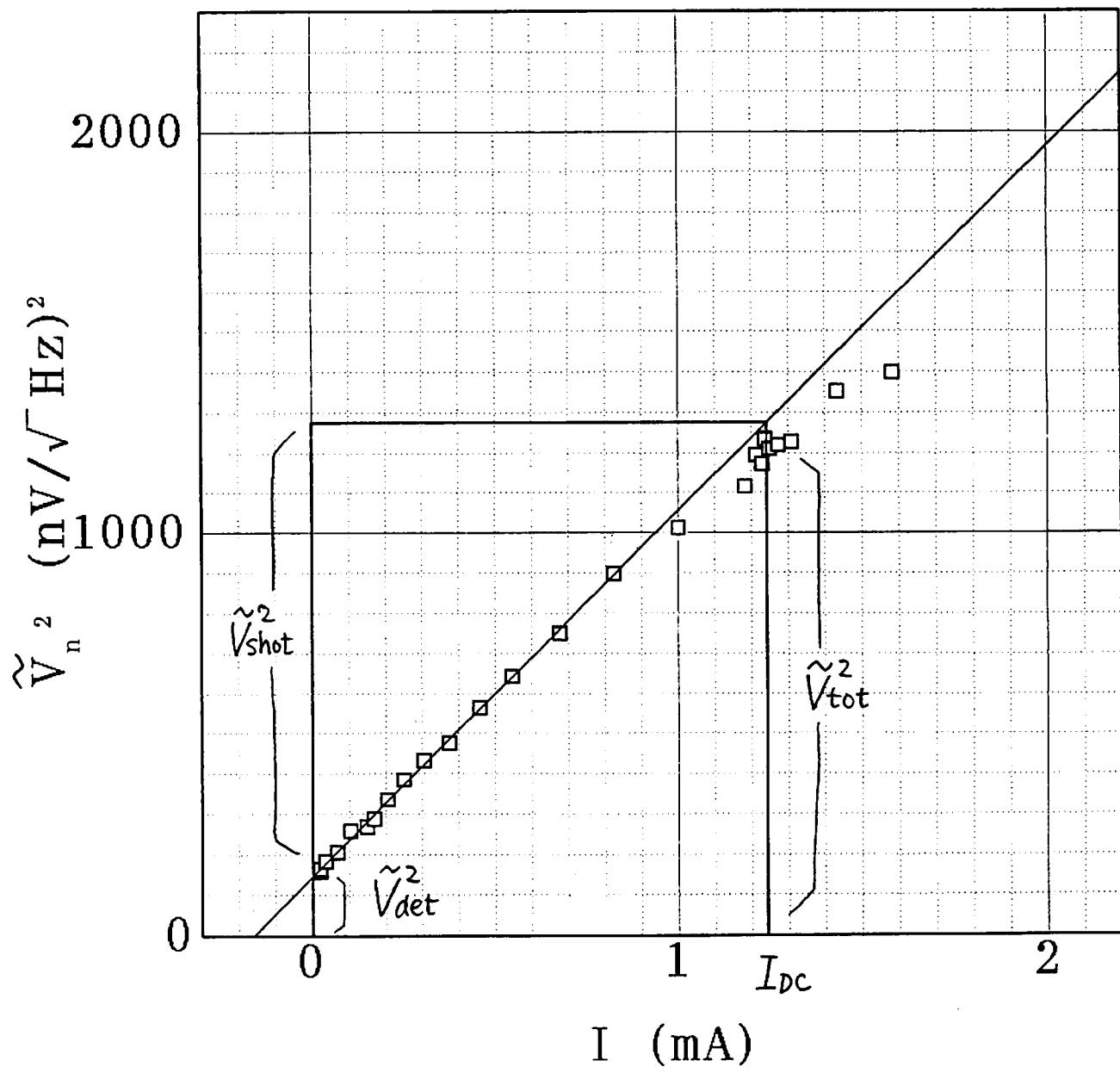


図 4.10: 誤差信号の雑音と光電流の関係

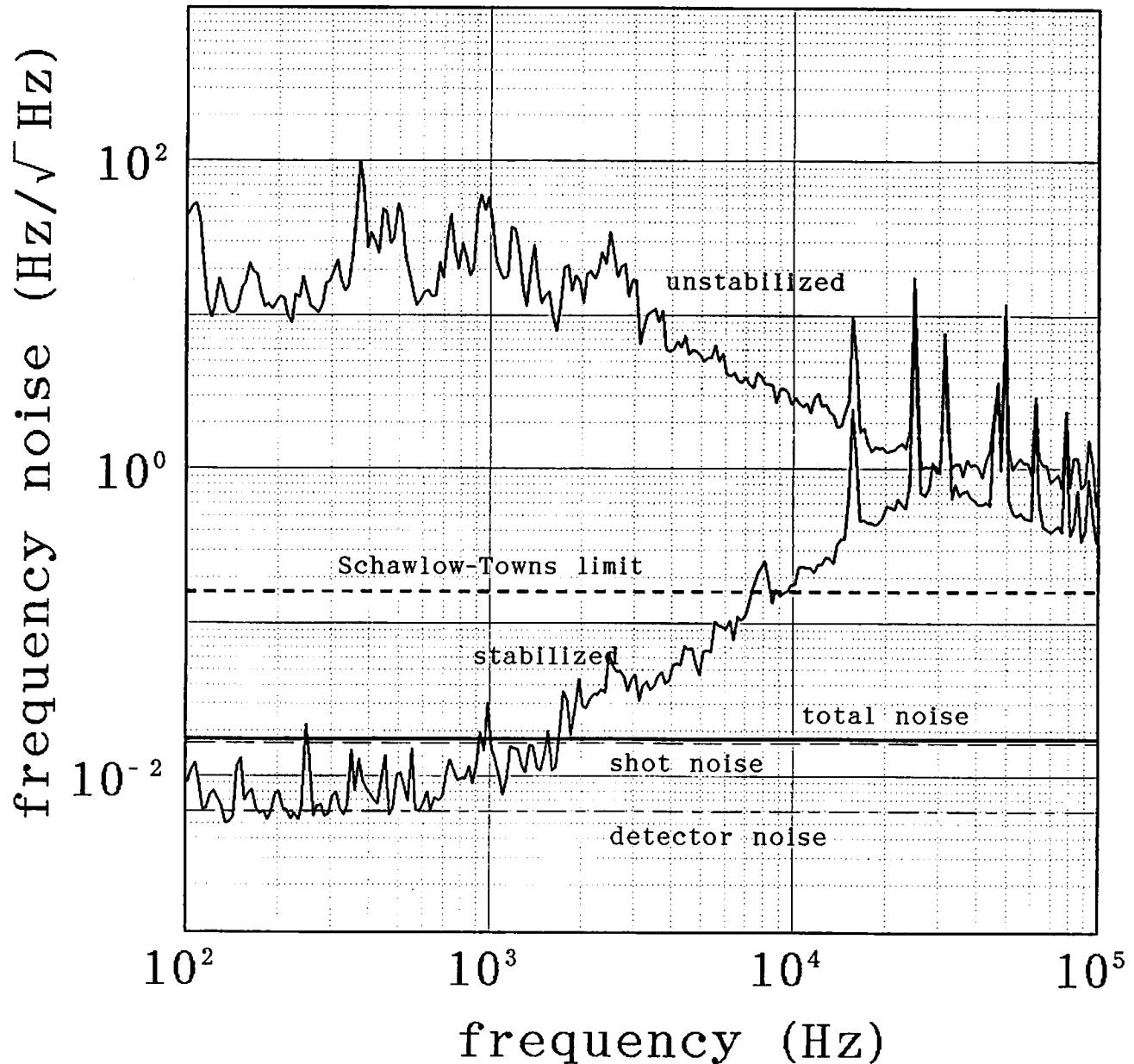


図 4.11: V_s の雑音から換算した周波数雑音スペクトル。太破線は Schawlow-Towns 限界、細破線は散射雑音 $\bar{\nu}_{\text{shot}}$ 、一点鎖線はディテクターの電気的雑音 $\bar{\nu}_{\text{det}}$ 太実線は $\bar{\nu}_{\text{shot}}$ と $\bar{\nu}_{\text{det}}$ による実際の雑音 $\bar{\nu}_{\text{tot}}$ 。

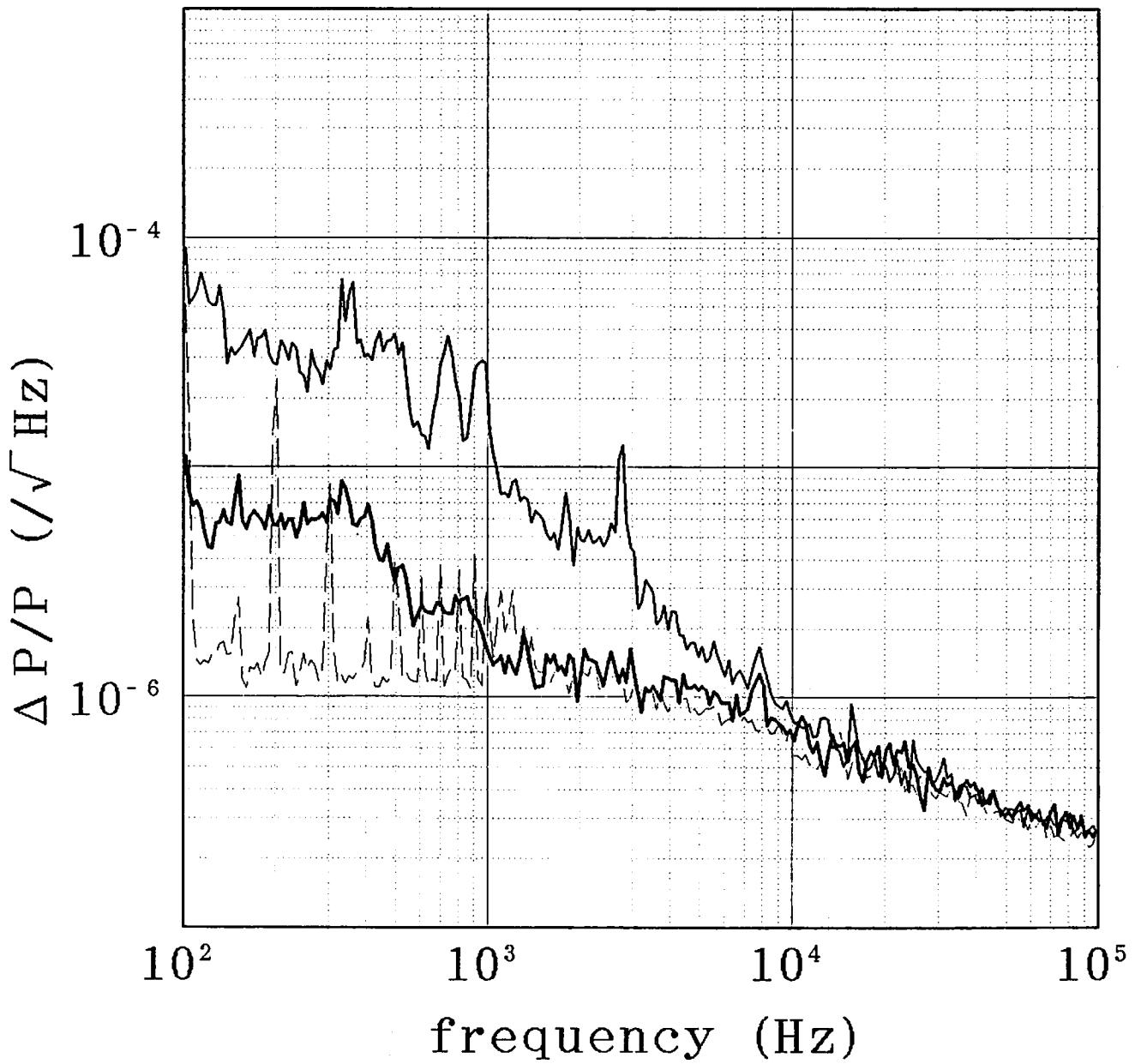


図 4.12: 入射光と透過光の強度雑音スペクトル。細破線が入射光の強度雑音である。細実線はユニティゲイン周波数の低いフィルターで安定化した場合であり、太実線は最適化フィルターで安定化したときのものである。サーボフィルターのゲインを上げていくと、透過光の強度雑音も下がる様子がわかる。

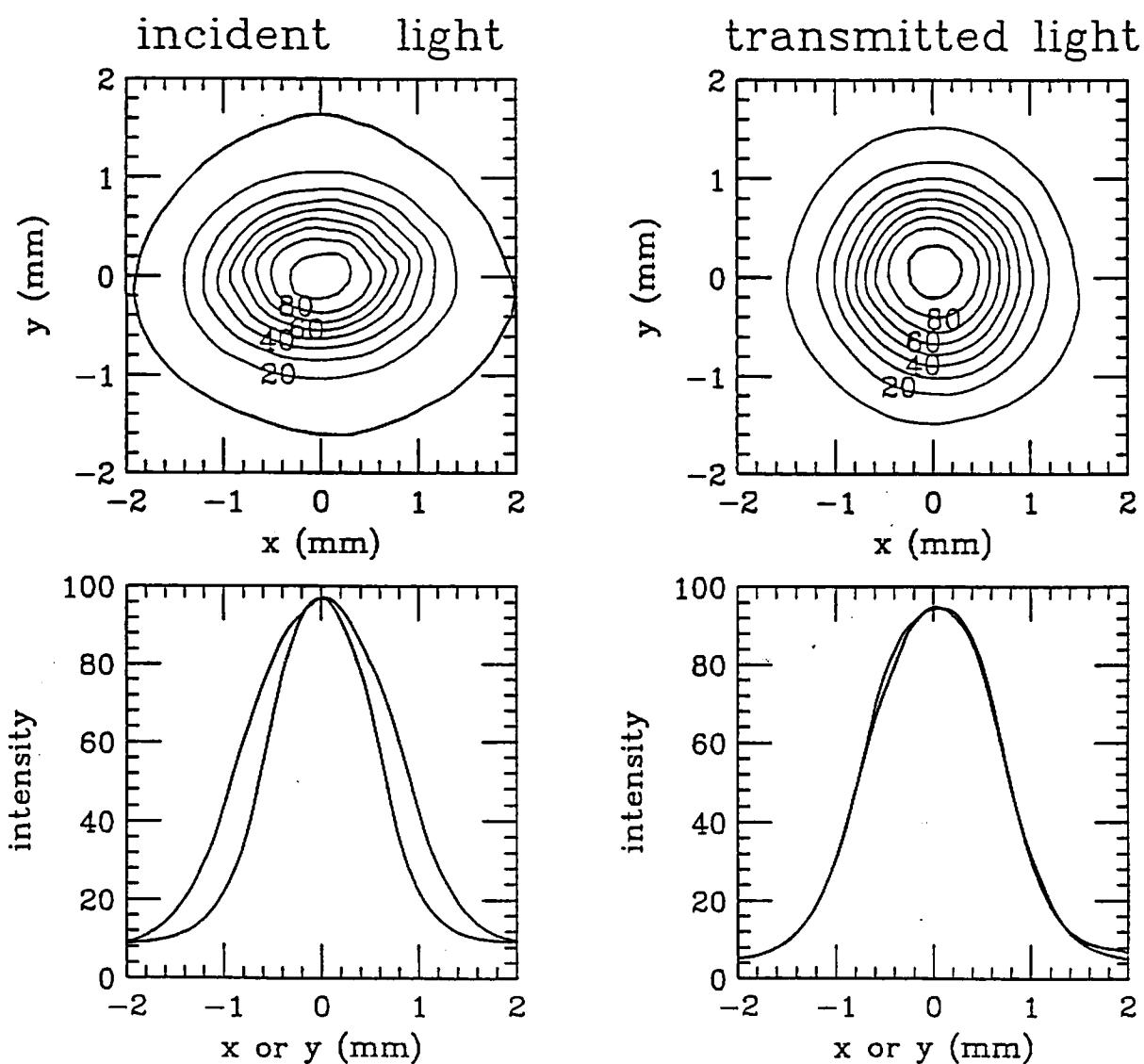


図 4.13: CCD で測定した FP 共振器の入射光と透過光の強度分布。上図は頂点が 100 になるように規格化した相対強度の等高線。下図は頂点を通る x, y 断面のプロファイル。

放射される光はモノリシックリング構造を反映してビームの断面の強度分布が楕円となることが特徴である。したがって、FP 共振器への入射光は、xz断面とyz断面でビームウェストの大きさと位置が異なるような楕円 Gaussian ビームとなる。このような入射ビームを共振器の固有モードである Laguerre Gaussian のモード TEM_{pl} (p は動径の節の数、 l は方位の節の数) で展開すると、 $2p + l = 1$ のモードはアライメントにより消去できるので、主要になる高次モードは $2p + l = 2$ のモードである。実際、図 4.13 に見られるように入射光の強度分布は楕円になっており、 $2p + l = 2$ のモードの存在を暗示している。

実験に用いた共振器の長さは共焦点となる長さから適当にはずしてあるので、 TEM_{00} だけが共振器を抜け、他のモードは反射される。この効果がモードクリーニングである。図 4.13 より、実際に測定された透過光の強度分布は入射光よりも高い軸対称性をもっていることがわかる。得られた強度分布に対して、半径 w の軸対称な Gaussian ビームの強度分布

$$I(x, y) = I_0 \exp \left\{ -\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2} \right\}$$

を 2 次元の最小二乗法でフィットし、半径 w の円環内²の測定値 I_i と試行関数 $I(x_i, y_i)$ の値の残差二乗和 $\sum_i \Delta I_i^2$ を評価した。入射光に対しては $\sum_i \Delta I_i^2 / \sum_i I_i^2 = 0.031$ 、一方、透過光に対しては $\sum_i \Delta I_i^2 / \sum_i I_i^2 = 0.0016$ 、であった。残差二乗和はおよそ 1/20 に減少したことになる。

強度分布の測定では位相の情報が失われるので、ある一箇所の断面での測定が軸対称 Gaussian であるだけではビームが TEM_{00} であることの証明にはならない。しかし、共振器と CCD の距離を変えて測定を行っても、強度分布には図に示した程度の軸対称性がみられるので、透過光はほとんど純粹な TEM_{00} になっていると結論する事ができる。

なお、反射された高次モードは散射雑音限界を持ち上げてしまうので、できるだけ入射光のモードと FP 共振器の固有モードの結合を高くし、共振時の反射光を少なくする事が望ましい。 $2p + l = 2$ の高次モード成分のうち、 TEM_{10} は軸対称なのでレーザー、レンズ、共振器の間隔を調整（いわゆるモードマッチング）することで消去する事が可能である。 TEM_{02} の方は軸対称でないため、軸対称な球面レンズだけではモードマッチングに限界が生ずるが、プリズムあるいはシリンドリカルレンズを用いて入射光を軸対称に近づけることで消去できる。しかし、もし $2p + l = 3$ 以上の高次のモードの成分が多く含まれている場合にはこの方法で改善することは非常に困難になる。そこで、入射光に位相変調をかけない状態で FP 共振器の長さをフリースペクトラル分だけ掃引したときの透過光の高次モードのピークの大きさを調べると、次の表のようになっていた。

| $2p + l$ | 強度比 |
|----------|-------|
| 0 | 0.887 |
| 1 | 0.032 |
| 2 | 0.066 |
| 3 | 0.007 |
| 4 | 0.008 |

²w は Gaussian 分布の標準偏差で 2σ に対応。

この表から、FP 共振器の反射光は TEM₀₂ と TEM₁₀ の比率が高いことを示している。したがって、球面レンズとシリンドリカルレンズによるモードマッチングを改善する余地が残っていることがわかる³。

4.5 各光学素子による強度損失

以上に見てきたような周波数安定化の実験では、最終的に得られる光は光源のレーザーに対して何も行わない状態に比べて、周波数ゆらぎと空間モードが改善された反面、パワーが低下している。パワーの低下が甚だしいと、後に続く干渉計の S/N 比を著しく損ない、最悪の場合には周波数安定化による S/N 比向上を帳消しにしてしまうことも有り得る。したがって強度損失は可能な限り最小限にとどめなければならない。

図 4.14 は 4mW レーザー、40mW レーザーのそれぞれに対する、安定化実験の際の各光学素子による強度損失の内訳を模式的に表したものである。4mW レーザーを用いた前半の実験では EOM の損失が主である。これは、用いた EOM の結晶の材質が ADP であり、波長 1064nm において吸収が大きいためである。後半の実験では EOM は LiNbO₃ を用いたものを採用したので、損失は 1% 以下に抑えられている。同時に、位相変調指数を大きくとれるようになった。透過光の強度よりも S/N 比極大を優先すると、FP 共振器の強度透過率の上限値（鏡の損失がなく空間モードの整合も完全なときの値）は $J_0^2(m)$ であり、 $m \approx 0.7$ では 0.78 程度となる。実際の透過率がこれより小さいのは主に鏡の損失による。FP 共振器の反射光と透過光の大きさより、

$$\begin{aligned} 1 - r_1 r_2 &= 0.0034 \\ t_1 t_2 &= (1 - r_1 r_2) \sqrt{\frac{I_{t(00)}}{M I_0}} = 0.0021 \\ 1 - (r_1^2 + t_1^2) r_2 / r_1 &= (1 - r_1 r_2) \sqrt{1 - \frac{1}{M} \left(1 - \frac{I_{\min}}{I_{\max}} \right)} = 0.0009 \end{aligned}$$

ただし、 M はモード整合率 $I_{i(00)} / \sum_{lm} I_{i(lm)}$ であり、前節の値 0.887 を用いた。 $t_1 t_2$ と $1 - (r_1^2 + t_1^2) r_2 / r_1$ は、 $t_1 = t_2$ 、 $r_1 = r_2$ を仮定すると鏡の単体での強度透過率、強度損失に対応し、両者を加えると $1 - (\text{強度反射率})$ になる。現在用いている鏡では $1 - (\text{強度反射率})$ の内訳は、（強度透過率）：（強度損失） = 2:1 程度であることがわかる。また、FP 共振器の透過率 0.26 は、鏡での損失の寄与 $(t_1 t_2 / (1 - r_1 r_2))^2 = 0.38$ 、モード不整合の寄与 $M = 0.89$ 、位相変調によるキャリア減少の寄与 $J_0^2(m) = 0.78$ の積として表すことができる。

FP 共振器での強度損失を現在の値より抑えるためには、損失の小さな鏡が必要となるが、技術的には十分可能である。もし鏡の損失を十分小さくできた場合、次に持ち上がってくる主な制限要因は空間モードの不整合である。これらの改善により、S/N 比を極大にする位相変調指数が下がり、透過光強度が入射光強度に近づくとともに、散射雑音限界も下がることが期待できる。

³ かりに梢円入射ビームのウェスト位置が xz 断面、 yz 断面共に FP 共振器の固有モードのウェスト位置に一致しており、梢円率が図 4.13 に見られるような 1.42:1 であると仮定すると、補遺に導いた表式を用いて、両モードの結合係数（重なり積分の 2 乗）の値は、 $0.9924 = 1 - 0.0076$ である。実際の測定値では $2p + l = 2$ の強度が 0.066 だけあるので、単純に入射光が梢円であることの寄与に帰することはできない。

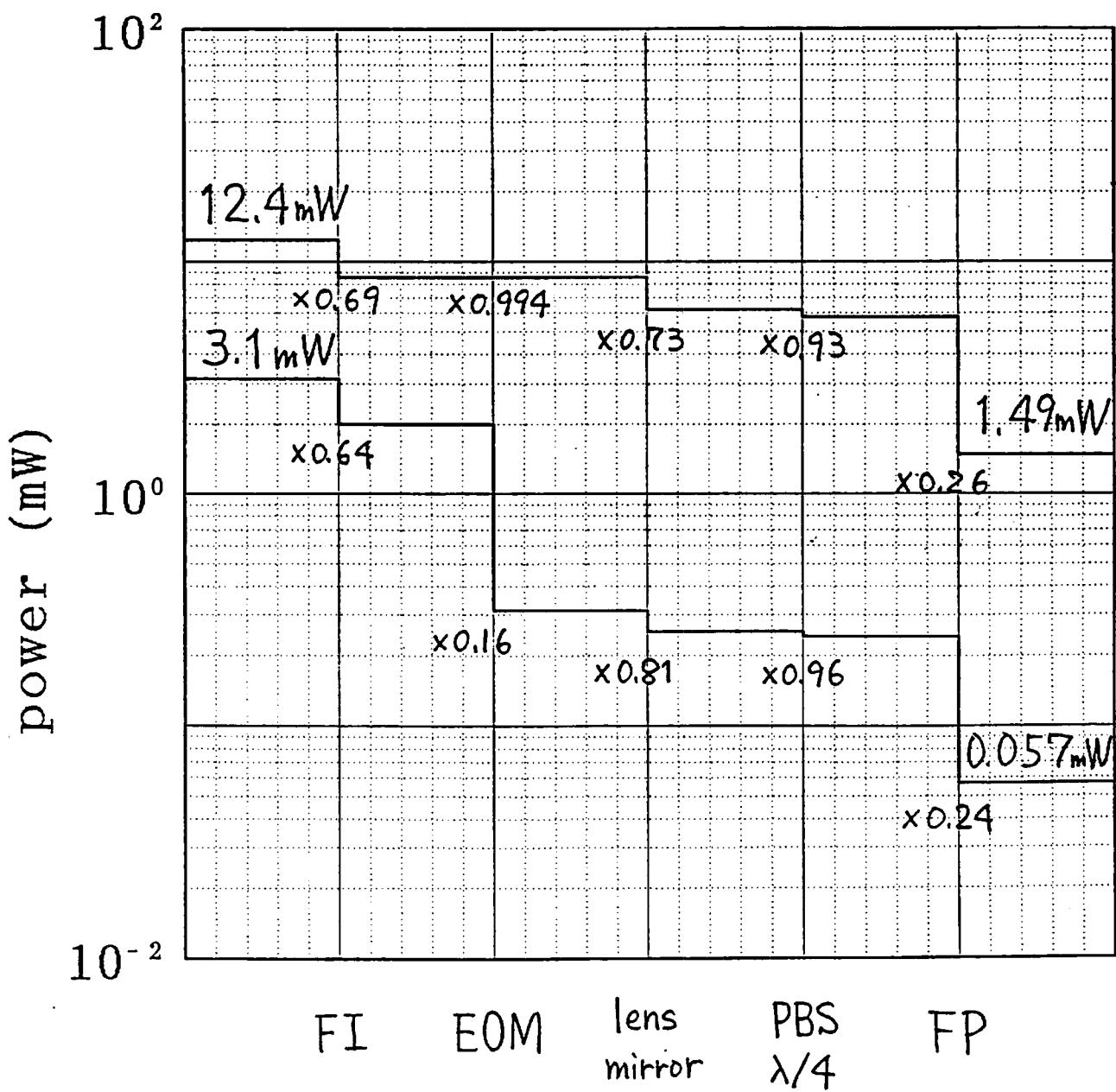


図 4.14: レーザー装置から出でてから FP 共振器を抜けるまでの光パワー損失の内訳。最も左の列がレーザーの出力パワー、最も右の列が FP 共振器の透過光パワーで、グラフの段差は各光学素子による損失を表している。下側が 4mW のレーザーを用いた前半の実験、上側が 40mW のレーザーを用いた後半の実験に対応する。前半では EOM での損失が主であったが、後半では EOM をより損失の少ないものに交換したため、FP 共振器の鏡での損失がもっとも大きくなっている。

Chapter 5

まとめ

1kHz 付近において数十 $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ であった Nd:YAG レーザーの周波数雑音を、Pound-Drever 法を用いて外部 FP 共振器にロックすることで、散射雑音限界である $20\text{mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ くらいにまで下げる事ができた。このとき、FP 共振器への入射光パワー 5.7mW に対し、透過光は 1.5mW であった。また、入射光と透過光の強度分布を CCD で測定することにより、モードクリーニング効果が確認された。ただし、ここでの周波数雑音はエラーシグナルで評価したものであり、実際には周波数基準としている共振器の長さが揺らいでいると考えられるので、真の周波数安定性を知るには同じ安定化システムをもう一つ作って干渉させ、ビート周波数のゆらぎを測る [8] ことが必要である。さらに周波数安定度を高めるには、共振器長を長くする、鏡の反射率を高くするなどの方法で FP 共振器の線幅を狭くする必要があるが、その際、鏡を独立に吊るして防振することが避けられないであろうと考えられる。したがって、実際にこのような安定化システムと主干渉計をつないでみて、周波数雑音、強度雑音、ビームの空間的な位置・方向のゆらぎが主干渉計の雑音にどのように寄与しているかを総合的に評価することが今後の課題となる。

Appendix A

Gaussian ビームの幾何

A.1 自由空間の fundamental Gaussian mode

スカラー場 $u(t, x, y, z)$ に対する波動方程式 $\square u = 0$ に、 $u = \psi(x, y, z) \exp(\omega t - kz)$ を代入し、 z 方向に伝播する単色平面波解の係数 $\psi(x, y, z)$ に対する方程式を分離すると、

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right] \psi = 0 \quad (\text{A.1})$$

ここで、 z 方向について場の変化が穏やかであると仮定して、paraxial approximation の方程式

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right] \psi = 0 \quad (\text{A.2})$$

を得る。以下、この近似の下での解について議論する [9]。

xy 平面内での強度分布が Gaussian になっていることを仮定する。ただし、異なる z に対してパラメータが一定になるような解は存在しないのでパラメータには z 依存性をもたせる。

$$\psi(x, y, z) = \exp \left\{ -iP(z) - \frac{ik(x^2 + y^2)}{2q(z)} \right\} \quad (\text{A.3})$$

これを (A.2) に代入して $x^2 + y^2$ 依存項とその他の項を等置すると、

$$i \frac{d}{dz} P = \frac{1}{q} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{d}{dz} q = 1 \quad (\text{A.5})$$

これらを積分すると積分定数が実数にして 4 個はいる。

$$q(z) = (z - z_0) + is_0 \quad (\text{A.6})$$

$$-iP(z) = -\ln q(z) + (\text{const.}) \quad (\text{A.7})$$

$$= \ln \left(\frac{is_0}{(z - z_0) + is_0} \right) + \ln \psi_0 + i\phi_0 \quad (\text{A.8})$$

よって

$$\psi(x, y, z) = \psi_0 \frac{is_0}{(z - z_0) + is_0} \exp \left\{ -\frac{ik}{(z - z_0) + is_0} \frac{x^2 + y^2}{2} + i\phi_0 \right\} \quad (\text{A.9})$$

これは自由空間の fundamental Gaussian 解と呼ばれる。4 個の積分定数 z_0, s_0, ψ_0, ϕ_0 はそれぞれ、ビームウェスト位置、ビームウェストでの半径パラメータ、振幅、位相に対応している。

A.2 Gaussian ビームの幾何的性質

幾何的性質を議論するには $z_0 = 0, \psi_0 = 1, \phi_0 = 0$ とおいた次の式で十分である。

$$\psi(x, y, z) = \frac{is_0}{z + is_0} \exp \left\{ -\frac{ik}{z + is_0} \frac{x^2 + y^2}{2} \right\} \quad (\text{A.10})$$

振幅を実数にとって \exp の肩を実虚に分けると

$$\psi(x, y, z) = \left\{ 1 + \left(\frac{z}{s_0} \right) \right\}^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{k}{S(z)} \frac{x^2 + y^2}{2} - \frac{ik}{R(z)} \frac{x^2 + y^2}{2} + i \arctan \left(\frac{z}{s_0} \right) \right\} \quad (\text{A.11})$$

ここで、

$$\frac{1}{S(z)} = \frac{s_0}{z^2 + s_0^2}, \quad \frac{1}{R(z)} = \frac{z}{z^2 + s_0^2} \quad (\text{A.12})$$

$S(z)$ は長さの次元をもったビーム半径のパラメータであり、共振器が共焦点になる長さのちょうど半分である¹。 $R(z)$ は等位相面の曲率半径であり、 z 大の方向に凸であるとき符号が正になる。 $|\psi(x, y, z)/\psi(0, 0, z)| = e^2$ となる半径 w はビーム半径またはスポットサイズと呼ばれ、

$$S(z) = \frac{kw^2(z)}{2} = \frac{\pi w^2(z)}{\lambda} \quad (\text{A.13})$$

の関係がある。

光共振器やレンズ系の幾何学的な設計の際には、式 (A.10) にしたがってビームの半径と波面の曲率がビームの伝播についてどのように変化するかを追跡しなければならない。しかし、この時必要になりかつ最も重要な表式は

$$\frac{1}{z + is_0} = \frac{1}{R(z)} + \frac{1}{iS(z)} \quad (\text{A.14})$$

である。この式と、焦点距離 f のレンズによる波面曲率の変換

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f} \quad (\text{A.15})$$

によって、レンズ系の設計を行う。

¹ $b = 2S$ となる b は一般に共焦点パラメータと呼ばれ、 S のかわりに用いられることが多い。

A.3 高次横モード

あるビーム半径の fundamental Gaussian 解にかかる複素定数 F が x, y, z に依存するとして再び (A.2) に戻すと、高次モードに対する方程式が得られる。 xy 平面において直交座標をとると Hermite Gaussian 解が、曲座標をとると Laguerre Gaussian 解が得られることが知られている。ここでは、両者の関係を比較する目的で、fundamental Gaussian 解が簡単に見えるような座標変換で方程式を書き換えてから議論することにする。

座標変換 $(x, y, z) \leftrightarrow (\xi, \eta, \zeta)$ に対して、

- ζ は phase shift そのものにとる。
- \exp の肩の実部は $-(\xi^2 + \eta^2)/2$ になるようにする。

これらの要請から、

$$\xi = \sqrt{\frac{ks_0}{z^2 + s_0^2}} x, \eta = \sqrt{\frac{ks_0}{z^2 + s_0^2}} y, \zeta = \arctan\left(\frac{z}{s_0}\right) \quad (\text{A.16})$$

$$x = \sqrt{\frac{s_0}{k}} \frac{\xi}{\cos \zeta}, y = \sqrt{\frac{s_0}{k}} \frac{\eta}{\cos \zeta}, z = s_0 \tan \zeta \quad (\text{A.17})$$

特に、 $z \leftrightarrow \zeta$ は x, y によらず 1 対 1 で、 $-\infty < z < \infty$ に対して $-\pi/2 < \zeta < \pi/2$ である。

これを用いると方程式 (A.2) と fundamental Gaussian 解は

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) + 2i \tan \zeta \cdot \left(\xi \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \right) - 2i \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] \psi = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\psi(\xi, \eta, \zeta) = F \cos \zeta \cdot e^{i\zeta} \exp \left\{ -\frac{e^{i\zeta}}{\cos \zeta} \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} \right\} \quad (\text{A.19})$$

と書き直せる。 F が ξ, η, ζ に依存するとして F に対する方程式を求める

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2\xi \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - 2\eta \frac{\partial}{\partial \eta} - 2i\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] F(\xi, \eta, \zeta) = 0 \quad (\text{A.20})$$

ここで $F = H_l(\xi)H_m(\eta)\Phi(\zeta)$ とおいて変数分離すると、

$$\left[\frac{d^2}{d\xi^2} - 2\xi \frac{d}{d\xi} + 2l \right] H_l = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$\left[\frac{d^2}{d\eta^2} - 2\eta \frac{d}{d\eta} + 2m \right] H_m = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$\left[2i \frac{d}{d\zeta} + 2(l+m) \right] \Phi = 0 \quad (\text{A.23})$$

前者 2 つは Hermite 微分方程式であり、最後の式は積分すると $\Phi = e^{i(l+m)\zeta}$ となるので、

$$\begin{aligned} \psi_{lm}(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{\sqrt{2^l l!}} H_l(\xi) \frac{1}{\sqrt{2^m m!}} H_m(\eta) \sqrt{\frac{k}{s_0 \pi}} \cos \zeta \\ &\times \exp \left\{ -\frac{e^{i\zeta}}{\cos \zeta} \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} + i(1+l+m)\zeta \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

ここで、規格化を行うには、 ξ, η を x, y に書き直して x, y で積分するか、 Jacobian $s_0/k \cos \zeta$ をかけてから ξ, η で積分することに注意しなければならない。

さらに $\xi = \rho \cos \theta, \eta = \rho \sin \theta$ によって極座標に書き直すと、微分方程式は

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \left(\frac{1}{\rho} - 2\rho \right) \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 2i \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] F(\rho, \theta) = 0 \quad (\text{A.25})$$

$F = L(\rho) \rho^l e^{il\theta} e^{ik\zeta}$ で変数分離して $\rho = \sigma^2$ で変数変換すると、

$$\left[\sigma \frac{d^2}{d\sigma^2} + (l+1-\sigma) \frac{d}{d\sigma} + \frac{k-l}{2} \right] L(\sigma) = 0 \quad (\text{A.26})$$

$k-l=2p$ とおくと Laguerre 陪多項式になる。

$$\left[\sigma \frac{d^2}{d\sigma^2} + (l+1-\sigma) \frac{d}{d\sigma} + p \right] L_p^l(\sigma) = 0 \quad (\text{A.27})$$

よって

$$\psi_{pl}(\rho, \theta, \zeta) = \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \rho^l L_p^l(\rho^2) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos \zeta \cdot \exp \left\{ -\frac{e^{i\zeta}}{\cos \zeta} \frac{\rho^2}{2} + i(1+2p+l)\zeta \right\} \quad (\text{A.28})$$

Hermite Gaussian の F_{lm} は全ての l, m に対して実数であるが、Laguerre Gaussian の F_{pl} は $l \neq 0$ のとき複素数であり、これを実虚に分けると互いに直交するモードが得られる。

A.4 楕円 Gaussian ピーム

(A.2) に Gauss 形の解を仮定して fundamental Gaussian の解を求める過程において、 x^2 と y^2 の係数が同じであるという条件をゆるめると、それぞれの方向に沿った強度分布は Gaussian であるが各々の断面の半径や最小半径を与える位置が異なるような解が得られる [10]。

$$\psi_{\text{ellip}}(x, y, z) = \exp \left\{ -iP(z) - \frac{ik}{f(z)} \frac{x^2}{2} - \frac{ik}{g(z)} \frac{y^2}{2} \right\} \quad (\text{A.29})$$

を (A.2) に代入して

$$\frac{d}{dz} f = 1, \frac{d}{dz} g = 1, 2i \frac{d}{dz} P = \frac{1}{f} + \frac{1}{g} \quad (\text{A.30})$$

積分定数は 6 個になり、

$$f(z) = (z - a_x) + is_x \quad (\text{A.31})$$

$$g(z) = (z - a_y) + is_y \quad (\text{A.32})$$

$$iP(z) = \frac{1}{2} \ln f(z) + \frac{1}{2} \ln g(z) - (\ln \psi_0 + i\phi_0) \quad (\text{A.33})$$

ψ_0, ϕ_0 を適当にとって規格化すると、

$$\begin{aligned}
\psi_{\text{ellip}}(x, y, z) &= \sqrt{\frac{k}{\pi \sqrt{s_x s_y}}} \sqrt{\frac{i s_x}{f(z)}} \sqrt{\frac{i s_y}{g(z)}} \exp \left\{ -\frac{i k x^2}{2 f(z)} - \frac{i k y^2}{2 g(z)} \right\} \\
&= \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{1}{\sqrt[4]{S_x(z) S_y(z)}} \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{k x^2}{2 S_x(z)} - \frac{k y^2}{2 S_y(z)} - i \frac{k x^2}{2 R_x(z)} - i \frac{k y^2}{2 R_y(z)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{i}{2} \arctan \left(\frac{z - a_x}{s_x} \right) + \frac{i}{2} \arctan \left(\frac{z - a_y}{s_y} \right) \right\} \tag{A.34}
\end{aligned}$$

ここで

$$\frac{1}{S_x(z)} = \frac{s_x}{(z - a_x)^2 + s_x^2}, \quad \frac{1}{R_x(z)} = \frac{z - a_x}{(z - a_x)^2 + s_x^2} \tag{A.35}$$

y についても同様。

xy 面内での強度分布は一般に橢円になり、長軸と短軸の比は z の変化に伴い変化する。 $a_x = a_y$ かつ $s_x = s_y$ のときには軸対称な Gaussian 解に一致し、 $a_x \neq a_y$ かつ $s_x = s_y$ という特別な場合には $z = (a_x + a_y)/2$ でのみ強度分布が真円、その他一般の場合には真円になる z が必ず 2 ヶ所存在する。

一般の橢円ビーム ψ_{ellip} と、 $z = 0$ で半径パラメータ s_0 を持つ軸対称基本 Gaussian ビーム ψ_{00} との重なり積分は、

$$\begin{aligned}
\int \int \psi_{00}^* \psi_{\text{ellip}} dx dy &= 2 \sqrt{\frac{s_0 \sqrt{s_x s_y}}{\{a_x - i(s_0 + s_x)\} \{a_y - i(s_0 + s_y)\}}} \\
&= 2 \sqrt{\frac{s_0^2 s_x s_y}{\{a_x^2 + (s_0 + s_x)^2\} \{a_y^2 + (s_0 + s_y)^2\}}} \\
&\quad \times \exp \left\{ -i\pi + i \arctan \left(\frac{a_x}{s_0 + s_x} \right) + i \arctan \left(\frac{a_y}{s_0 + s_y} \right) \right\} \tag{A.36}
\end{aligned}$$

$a_x = a_y = 0$ のとき、与えられた s_x, s_y に対して

$$s_0 = \sqrt{s_x s_y} \tag{A.37}$$

のとき振幅が最大であり、

$$\int \int \psi_{00}^* \psi_{\text{ellip}} dx dy = \frac{2 \sqrt[4]{s_x s_y}}{\sqrt{s_x} + \sqrt{s_y}} \tag{A.38}$$

この振幅の二乗が、橢円ビームと軸対称ビームの結合係数の最大値をあたえる。

Appendix B

フォトディテクター

レーザー光周波数と FP 共振周波数の差は FP 共振器の反射光に f_m の周波数の強度変調として検出される。ここで f_m は 10MHz、18MHz といった RF の周波数領域なので、フォトダイオードにも高速応答の可能な接合容量の小さいものを用いなければならない。ここでは、浜松ホトニクスの赤外用 Si pin フォトダイオード S3759 を用いている。光電流を増幅するプリアンプも f_m で高いゲインを確保する必要があるので、負荷として同調回路を用いる構成をとった。図 B.1 に回路図を示す。

図 B.2 は S3759 の放射感度の較正曲線である。この例では放射感度は 0.50A/W であり、ほぼカタログ値通りの値である。レーザーのフルパワー (52mW) に近いところでは線型性が悪くなっていることがわかる。ここで、パワーの測定はフォトダイオードを利用した市販の光パワーメーターを用いているので、もし S3759 とパワーメーターのフォトダイオードが同じような非線型性をもっている場合には、較正曲線から線型性が崩れていることを知ることができない。そこで、光電流がより小さいところでの線型性を確かめるために、2 つの S3759 を用いて、図 B.3 のような測定を行った。周波数安定化を行う際の反射光による光電流の DC 値は 1mA 程度であり、この領域での線型性については問題ないものと思われる。

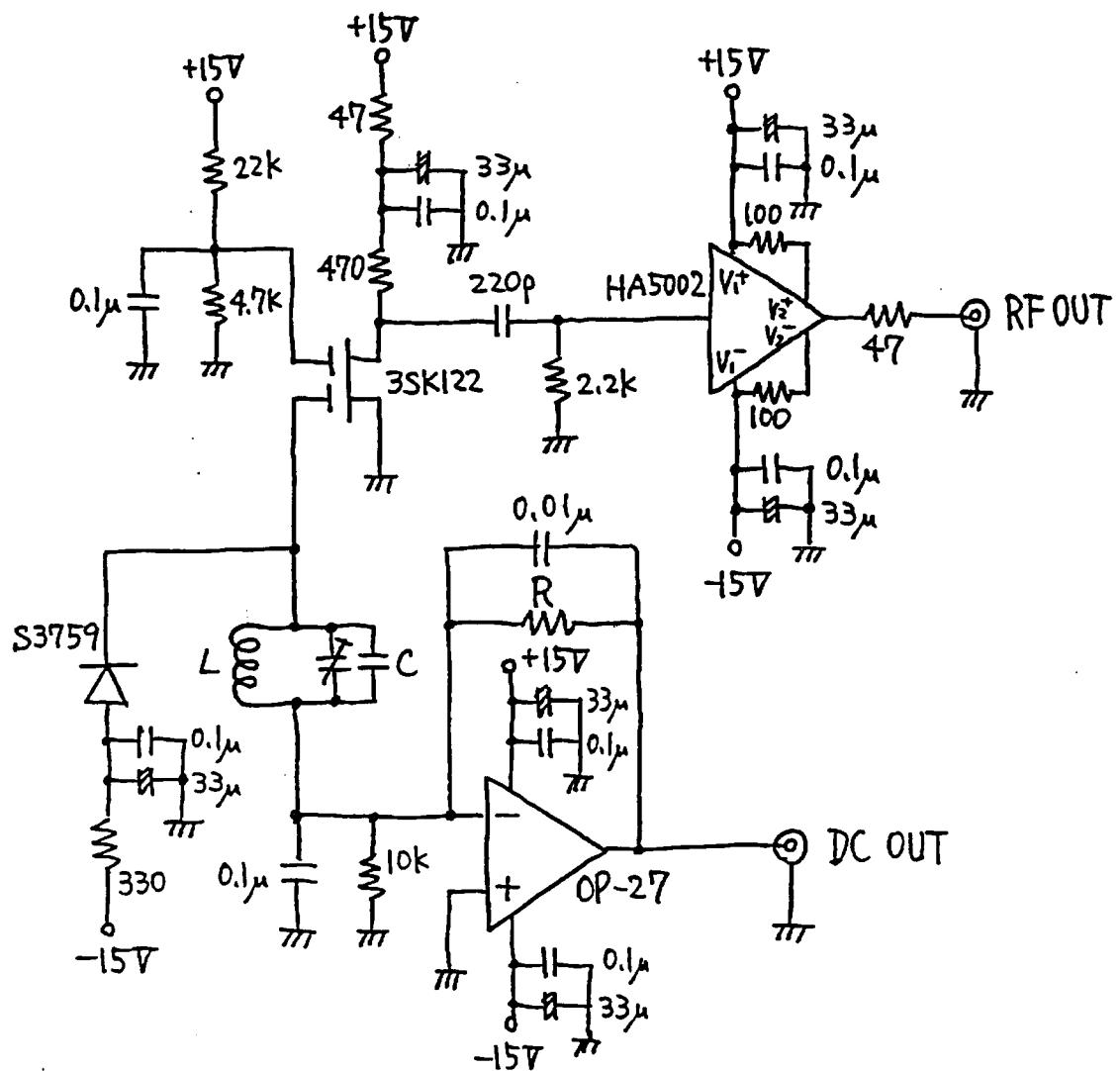


図 B.1: RF 用フォトディテクターの回路図

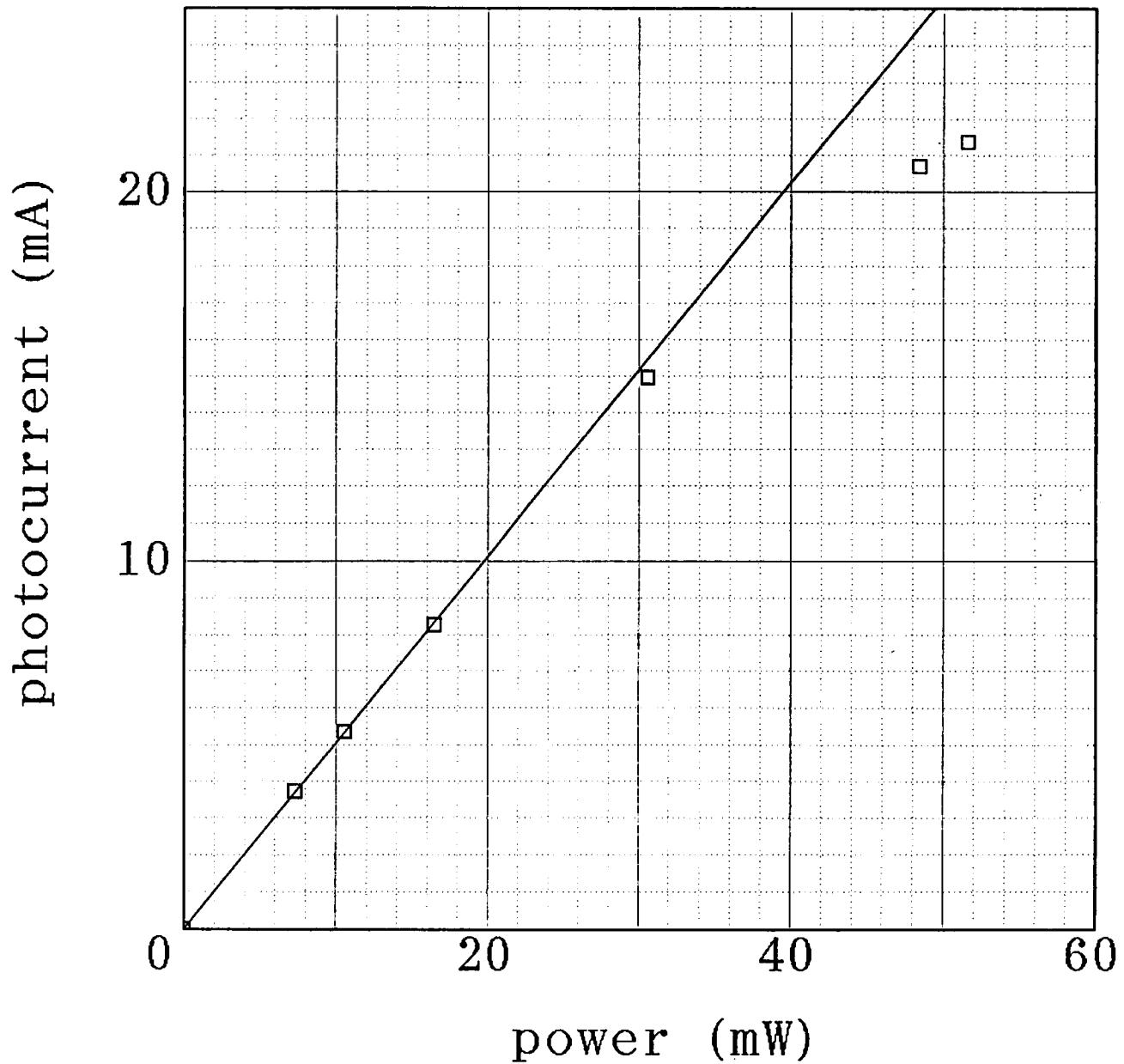


図 B.2: フォトダイオード S3759 の放射感度の較正曲線

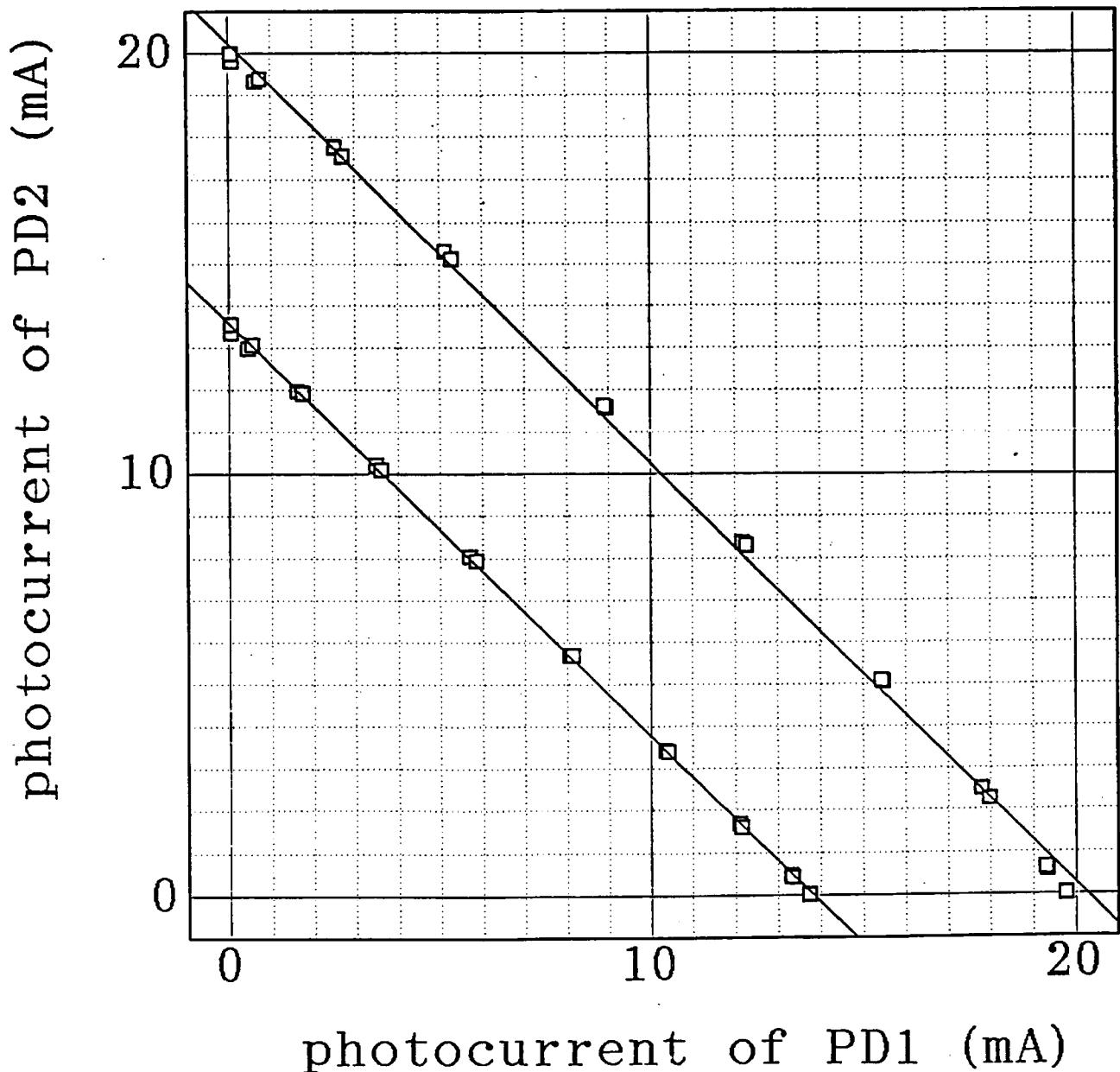
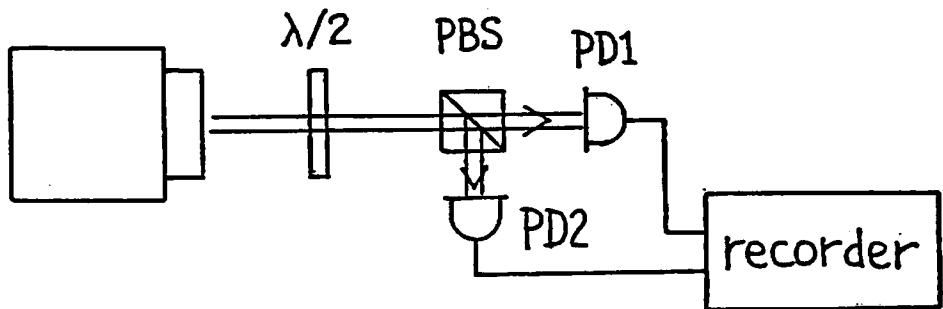


図 B.3: フォトダイオードの線型性を確かめる測定

Appendix C

EOM ドライバー

レーザーに Model 120-01A を用いた初期の実験では、結晶に ADP を用いた Electro Optic Devices 社の PC-100 が、Model 120-03A を用いた後半の実験では、結晶に LiNbO₃ を用いた New Focus 社の Model 4003 が使われた。PC-100 の半波長電圧の公称値は波長 633nm の光に対して 250V±25V であるが、Mach-Zehnder 干渉計を構成して 1kHz の変調で測定してみたところ 800V±59V であった。10MHz で十分な電圧振幅を得るために、ドライバーは EOM のキャパシタンスと空心トランスのインダクタンスによる共振回路を用いて電圧を持ち上げる構成をとっている。図 C.1 にその回路図を示す。このドライバーでは電圧振幅は 350V_{p-p} 程度とることができる。

Model 4003 は Q 値の高い共振回路を内蔵しており、ドライバーは 50Ω の負荷をドライブできるならば低電圧のもので十分である。その反面、DC 電圧を加えることができないので、先のような方法で半波長電圧を調べることができない。しかし、実際にレーザー光に $f_m=18\text{MHz}$ で位相変調をかけば、レーザーの線幅 $\Delta\nu_l$ は 1kHz 程度であり、FP 共振器の周波数線幅は $\Delta\nu_c=0.8\text{MHz}$ なのでキャリアとサイドバンドを十分周波数弁別できる。このようにして位相変調指数 m の変調周波数 f_m と変調電圧振幅 V_m (片振幅) の依存性を調べたものが図 C.2、図 C.3 である。 V_m の最大定格は 1W(50Ω) は片振幅 1V に対応するので、 m は 2 程度まで可能である。

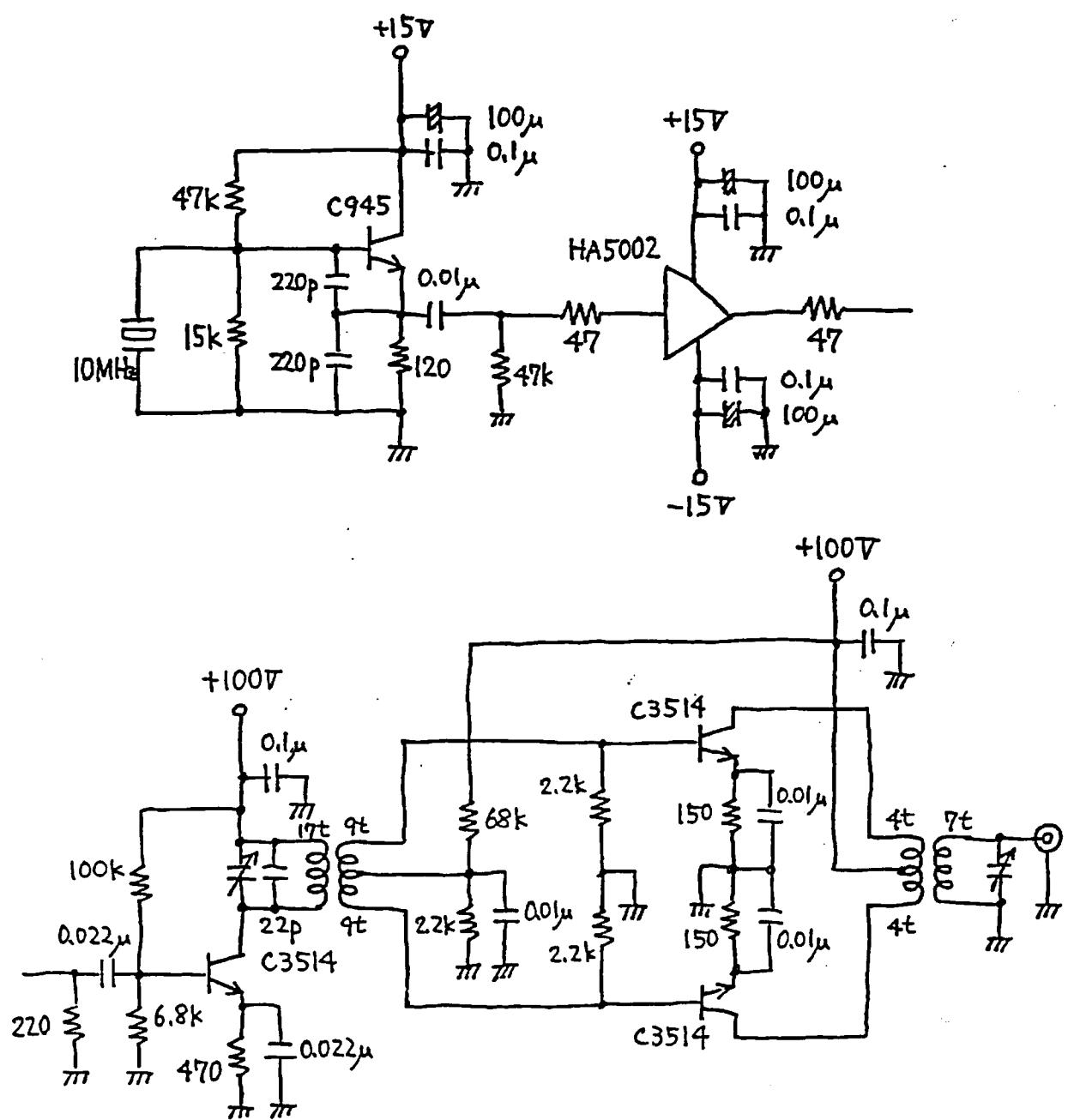


図 C.1: EOM PC-100 の高周波ドライバー

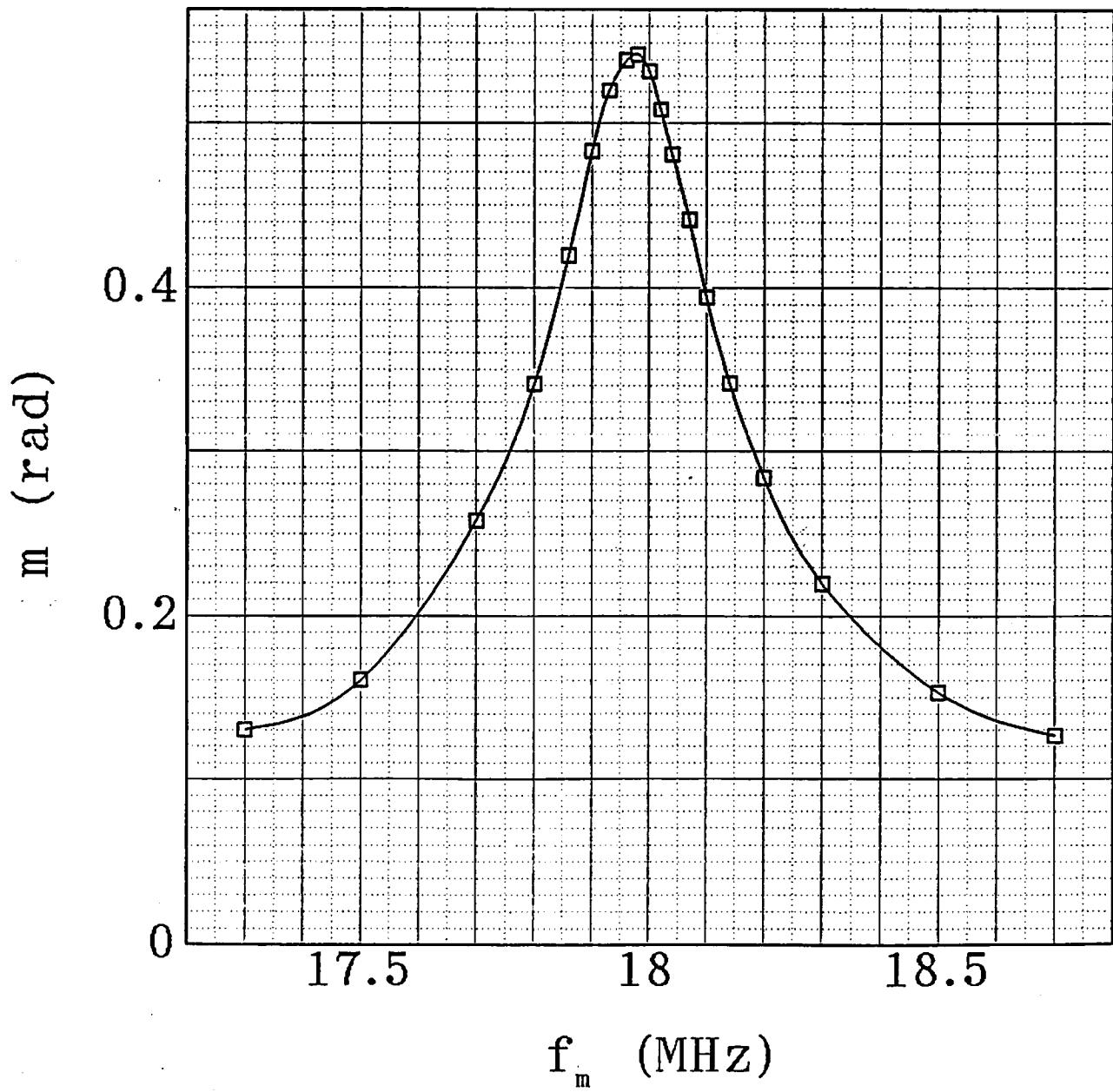


図 C.2: EOM Model 4003 の位相変調指数 m の変調周波数 f_m 依存性。測定条件は、 $V_m=2.5V$ 。

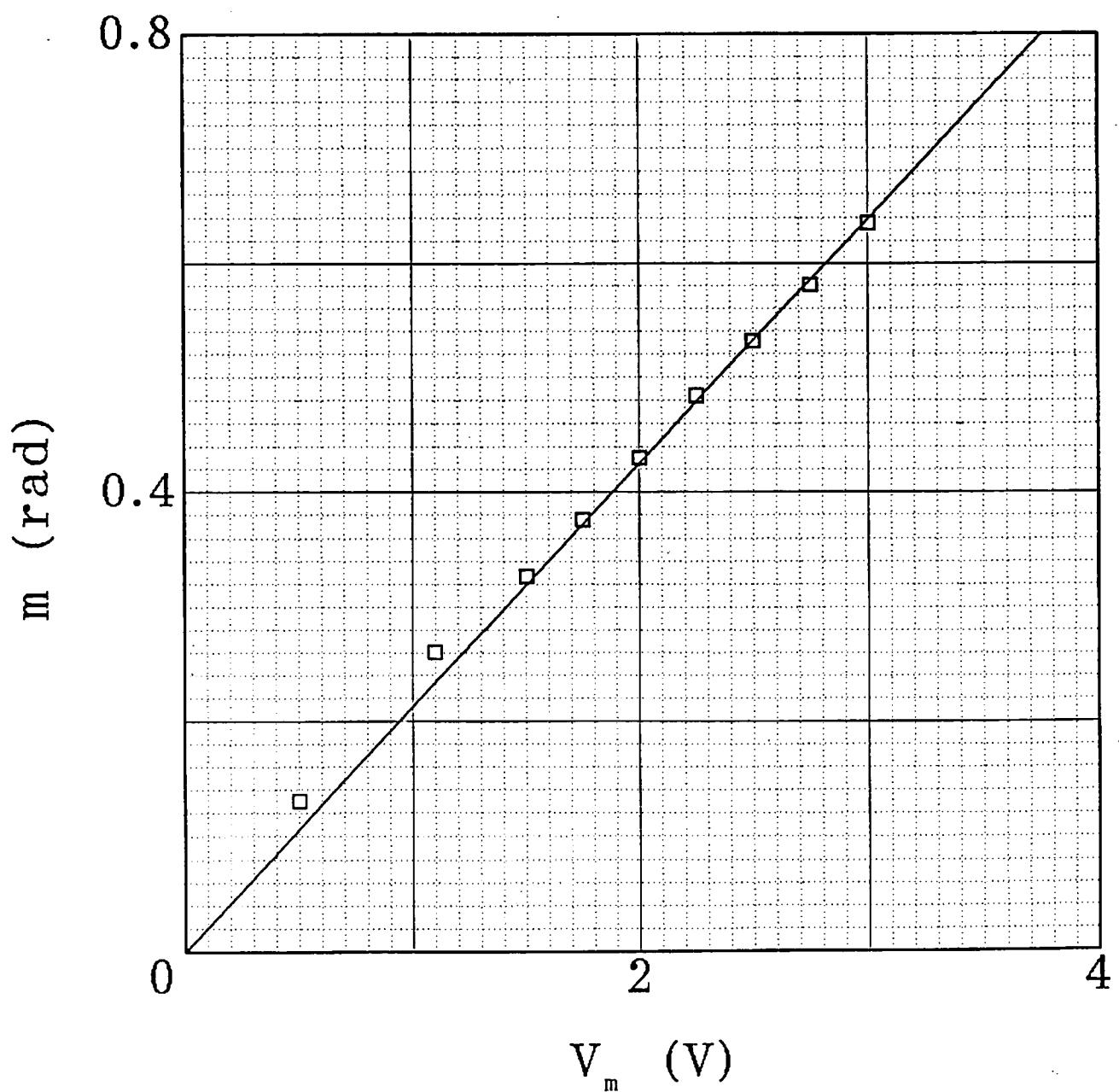


図 C.3: EOM Model 4003 の位相変調指数 m の変調電圧振幅 V_m 依存性。測定条件は、
 $f_m=18.0\text{MHz}$ 。

Appendix D

PZT ドライバー

図 D.1 は本実験で FP 共振器の PZT をドライブするのに用いた高電圧低雑音の増幅器の回路図である。オペアンプには APEX 社の PA85 を用いている。レーザーの周波数チューニング PZT のダイナミックレンジを補う目的で誤差信号の一部を FP 共振器に返すような場合に PZT ドライバーの雑音が問題となる。実際に測定された出力電圧の雑音のスペクトルを図 D.2 に示す。オフセットを 100V あたりに設定しているときが最も雑音が少ない事がわかるが、オペアンプの電源が+215V と-15V という非対称な構成をとっており、ちょうど中間の 100V 付近で電源雑音の除去比が最も良くなるようオペアンプが設計されていることを反映している。本実験の FP 共振器の鏡を光軸方向に振る PZT の伸縮率は 10nm/V 程度なので、変位雑音に換算すると、1kHz においておよそ $1 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ となる。

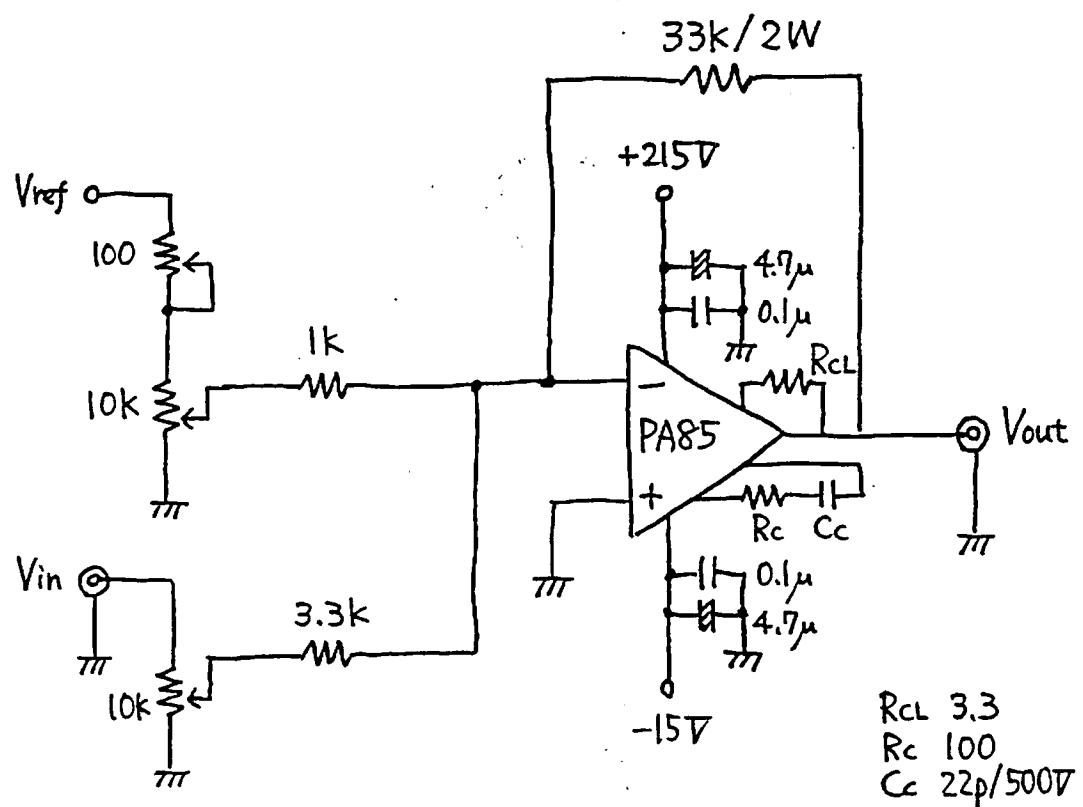
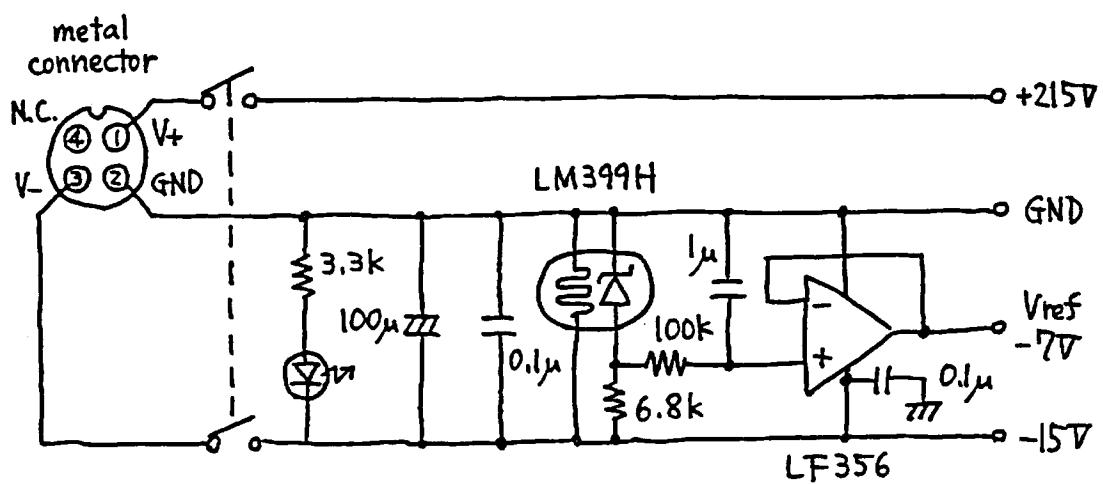


図 D.1: オペアンプを利用した PZT ドライバーの回路図

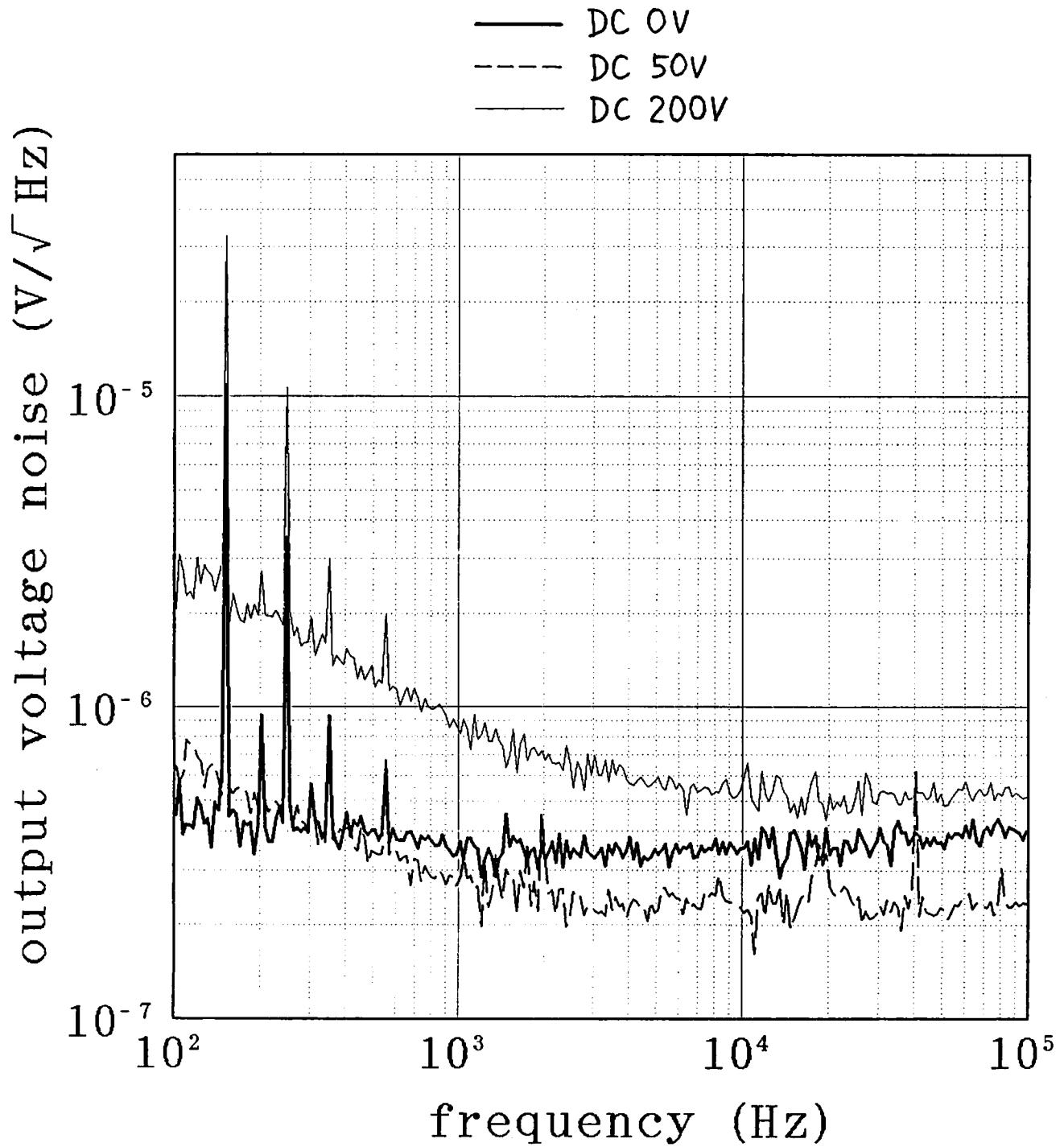


図 D.2: PZT ドライバーの出力電圧の雑音スペクトル

謝辞

指導教官の坪野公夫氏には、実験の構想、装置の製作から測定の方法に至るまで、あたたかく指導・支援して頂きました。特にサーボフィルターの最適化設計は全面的に坪野氏によるもので、散射雑音限界にまで安定化できたことは同氏の線形制御論に対する深い洞察と経験がなければ達成し得なかつたことと思われます。

三尾典克氏には FP 共振器の設計・製作をはじめとして多くの有用な助言を頂きました。特に、三尾氏の手により、本実験に先行して FP 共振器を用いた He-Ne レーザーの安定化実験が行われていたので、実験上のトラブルにも本質をつく的確な対処法を教えて頂けました。

水谷晶彦氏には位相変調の変調・復調の理論的取扱いについて支援をして下さいました。FP 共振器の応答について理解を深める事ができたのは度重なる水谷氏との議論を通してのことでした。

新谷昌人氏には RF 用フォトディテクターをはじめ高周波関係の電子回路の構成や製作上のノウハウについて指導して頂きました。また、CCD によって取り込んだ画像を非線型フィッティングするソフトウェアを提供して下さいました。

河辺径太氏には FP 共振器にレーザービームを導く際のアライメントについて理論と実践の両面にわたって多くの示唆を受けました。また、伝達関数測定の技術についていろいろ教わりました。

佐藤寿一氏は、計算機に関する仕事において多大に協力して下さいました。特に、研究室内外で定評のある CCD 画像データ取り込みのソフトウェアは佐藤氏が開発したものであり、非常に重宝しました。

試作室の大塚茂巳氏、八重樫宏文氏には、工作をする際いつも丁寧に指導して下さいました。特に本実験の要であり工作技術を要する FP 共振器の鏡を支持するプレートと super invar ロッドの仕上げは全面的に引き受けて下さり、精度が非常に高かったので鏡の角度調整の機構を設ける必要がなくなり、実験の簡素化に大いに役立ちました。

国立天文台の大橋正健氏には Nd:YAG レーザーに関する資料を提供して頂き、実験に役立つ情報を数多く得る事ができました。実験の後半で周波数安定度に大きく寄与した性能の高い EOM は、その購入には大橋氏の尽力がありました。

その他、非常に多くの方々の協力を得て実験を進めることができました。ここに心から感謝の意を表します。

Bibliography

- [1] J.H.Taylor and J.M.Weinberg: *Astrophys. J.* **345** (1989) 434.
- [2] T.J.Kane and L.R.Byer: *Opt. Lett.* **65** (1985) 65.
- [3] D.Shoemaker, A.Brillet, C.N.Man, O.Cregut and G.Kerr: *Opt. Lett.* **14** (1989) 609.
- [4] D.Shoemaker, R.Schilling, L.Schnupp, W.Winkler, K.Maischberger, and A.Rudiger: *Phys. Rev. D* **38** (1988) 423.
- [5] B.J.Meers and K.A.Strain: *Phys. Rev. D* **43** (1991) 3117.
- [6] A.Schawlow and C.Towns: *Phys. Rev.* **112** (1958) 1940.
- [7] P.Fritschel, A.Jeffries and T.J.Kane: *Opt. Lett.* **14** (1989) 993.
- [8] T.Day, E.K.Gustafson and R.L.Byer: *Opt. Lett.* **15** (1990) 221.
- [9] H.Kogelnik and T.Li: *Proc. IEEE* **54** (1966) 1312.
- [10] A.Yariv: 光エレクトロニクスの基礎, 丸善.