修士論文

ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための 高感度角度センサの開発

Development of an Improved Angular Sensor for Torsion-type Gravitational-Wave Antennae

> 東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻

宮崎 祐樹

2020年1月6日第1版提出 2020年1月31日最終版提出 2020年2月8日改訂

要旨

重力波とは時空の歪みが波のように伝搬する現象である。重力波は高い透過性を持つため、電磁波観測が困 難な対象についても、重力波では観測できることが期待される。また、重いものが速く動くほど強い重力波を 出すという性質から波源は天体現象に限られるが、波源によって放出する重力波の周波数が異なるため、様々 な天体現象の観測を行うためには幅広い周波数帯で重力波観測が必要がある。既存の地上レーザー干渉計では その感度が 10 Hz ~ 1 kHz に適しているものの、低周波での感度は低い。そのため低周波での重力波観測を 行う検出器が必要となっている。

0.1 Hz 周辺の低周波帯に感度をもつ検出器として、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA (TOrsion-Bar Antenna) が挙げられる。これは棒状試験マスを水平に懸架したもので、重力波が到来するとねじれ方向に回転するよう に応答する。TOBA を用いると中間質量ブラックホール連星合体、背景重力波、重力勾配雑音の観測ととも に、従来より早い地震速報を行うことができると期待されている。現在は小型プロトタイプである Phase-III TOBA の開発を行っており、0.1 Hz で 1×10^{-15} / $\sqrt{\text{Hz}}$ の感度を目標としている。この感度の達成のために はそれぞれの雑音が 1×10^{-15} / $\sqrt{\text{Hz}}$ より小さい必要があり、試験マスの回転変動を読み取る際の雑音(角度 読み取り雑音) もその値より小さいことが要請される。

本論文では TOBA で用いる高感度な角度センサとして「Coupled 共振器を用いた Gouy 位相補償 Wave Front Sensor (Coupled WFS)」について紹介し、散射雑音、周波数雑音、並進カップリング雑音、ビームジッ ター雑音が小さく、Phase-III TOBA の角度読み取り雑音に対する要求値を満たすことを述べる。また、似た 構成である Folded WFS と比べると、制御が比較的困難という課題があるものの、系の収縮に強いというメ リットがある。

これを受け、本研究では Coupled WFS のメリットである、角度信号が増幅すること、ビームジッター雑音 が小さいこと、周波数雑音に対して応答がないことの実証と、共振器制御の実現を目的として原理実証実験を 行った。その結果、従来の WFS に比べて鏡の角度変動による角度信号が増幅すること、その角度信号が増幅 する点での制御が実現できること、入射光のビームジッター雑音に対する角度応答が鏡の角度変動に対する 応答に比べて小さいことを実証した。これらのことから、Coupled WFS の定性的な原理実証は完了したと言 える。

目次

第1章 はし	うめに	1
第2章 重力	5波	3
2.1 重力	り波の性質	3
2.1.1	アインシュタイン方程式の波動解....................................	3
2.1.2	重力波のモード	4
2.1.3	自由質点に対する応答	5
2.1.4	重力波の放射	5
2.2 重力	り波源	6
2.2.1	コンパクト連星合体....................................	6
2.2.2	超新星爆発	8
2.2.3	パルサー	8
2.2.4	背景重力波	8
2.3 重力	り波の検出	9
2.3.1	共振型検出器	9
2.3.2	地上レーザー干渉計	10
2.3.3	宇宙レーザー干渉計....................................	10
2.3.4	ドップラートラッキング	10
2.3.5	パルサータイミング....................................	10
2.4 本重	章のまとめ....................................	11
		10
第3章ねし		13
3.1 原地		13
3.1.1		13
3.1.2	周波数心谷	14
3.2 観測		16
3.2.1	中間質量フラックホール連星台体	16
3.2.2	背景重力波	16
3.2.3		16
3.2.4	_ 地震速報	17
3.3 目積	景感度	17
3.4 先往	行研究	17
3.4.1	Phase-I TOBA	18
3.4.2	Phase-II TOBA	19
3.4.3	地面振動雑音のカップリング評価実験	21
3.5 Ph	азе-III ТОВА	22
3.5.1	観測対象	22

3.5.2	基本構成	22
3.5.3	雜音源	24
3.5.4	デザイン感度	27
3.5.5	高感度角度センサの必要性 2	27
3.6 本語	章のまとめ....................................	27
陈 •••		~~
第4章 Co	Jpled WFS 22	29 20
4.1 Co	upled WFSの原理	29 29
4.1.1	Wave Front Sensor	30
4.1.2	Coupled WFS	36
4.2 角度	<i>ま</i> センサの比較	40
4.2.1	光てこ	10
4.2.2	マイケルソン干渉計4	12
4.2.3	Folded WFS	15
4.2.4	各角度センサの比較まとめ 4	4 9
4.3 Co	upled WFS の特徴	50
4.3.1	Coupled 共振器の反射率、透過率、角度信号 </td <td>50</td>	50
4.3.2	線形レンジ	51
4.4 本重	章のまとめ....................................	52
第5号 百平		23
		າວ ະ າ
5.1 日日	y	ງວ ຊາງ
0.2 天樹 F9 凯目)) 70
0.5 武司 F 4 建国	$[\land \land$)3 - 4
5.4 伸展	&)4
5.4.1	Coupled 共振奋)7
5.4.2	読み取り光字糸 t	55 25
5.4.3	人射光字杀	57
5.4.4	制御糸	59
5.5 反复	对位相直接測定	70
5.5.1	信号取得原埋	70
5.5.2	測定結果7	72
5.5.3	誤差の考察	73
5.5.4	反射位相測定実験まとめ 7	73
5.6 理語	命信号、制御方法、実験手順 7	74
5.6.1	理論信号	74
5.6.2	制御方法	76
5.6.3	実験手順	76
第6音 史明	涂结里	70
	スロホ (unled 社振思の制御	- 9 70
0.1 00	upicu 六欧础vi则ii	19

0.1	.1	・ 前仰の夫児 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	9
6.1	.2	制御の安定性	79
6.1	.3	透過光量から補助共振器長への較正 8	30
6.2	Cou	upled 共振器の応答測定実験	31
6.2	.1	front 鏡の角度変動に対する応答 8	31
6.2	.2	入射光のジッターに対する応答8	33
6.2	.3	入射光の周波数雑音に対する応答8	35
6.2	.4	Coupled 共振器の応答測定実験結果のまとめ 8	37
第7章	考察	₹	39
7.1	大き	そく加振した場合の応答の減少	39
7.2	ミス	、アラインメントによる応答の減少....................................	<i>)</i> 0
7.3	強度	ξ雑音との相関)5
7.4	QP	D のビームスポット位置ずれによる応答の減少)8
第 8章	まと	こめと今後の展望 9)9
8.1	まと	:めg	99
8.2	今後	その展望)0
8.2	.1	角度方向の制御)0
8.2	.2	カップリング経路の特定)0
8.2	.3	強度安定化)0
8.2	.4	角度応答の大きい設計)1
8.2	.5	他の制御方法)1
8.2	.6	折り返しつきの Coupled 共振器を用いる方法)2
8.2	.7	- アラインメント手法)3
8.2	.8	TOBA への応用に向けた道筋)3
第 0 音	結論	مَ)5
ᅏッ루	까머 머머	1	

補遺 A	光学	107
A.1	ガウシアンビーム光学	107
A.2	エルミートガウシアンモードの平行移動、回転、逆行	108
A.3	Fabry-Perot 共振器	109
A.4	PDH 信号	113

記号・用語・略語一覧

記号

i	虚数単位		
π	円周率	$3.1415926535\cdots$	
e	ネイピア数	$2.71828182846\cdots$	
c	真空中の光速度	2.99792458×10^{8}	m/s
G	万有引力定数	$6.67408(31) \times 10^{-11}$	$\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}/\mathrm{s}^2$
h	プランク定数	$6.626070040(81) \times 10^{-34}$	$J\cdot s$
$k_{\rm B}$	ボルツマン定数	$1.38064852(79) \times 10^{-23}$	J/K
M_{\odot}	太陽質量	$1.9884(2) \times 10^{30}$	kg
${\mathcal F}$	光共振器のフィネス		
κ	光共振器の線幅		
λ	レーザーの波長	(本実験では $\lambda = 1064$ nm)	
ω	角周波数		
L	光共振器長		
r	鏡の振幅反射率		
t	鏡の振幅透過率		
\mathcal{L}	共振器内ロス(強度表示)		

用語

角度信号	TEM_{00} と TEM_{10} のビート
肩ロック	共振ピークの裾 (肩) で制御すること
反射位相	反射率の偏角
離調 (detune)	共振器の共振点からのずれ、あるいはそれを表すパラメータ (式 (A.47))
アラインメント	共振器の定める共振軸と入射光軸の向きを合わせること
ロック	制御すること
cavity scan (共振器長走査)	共振器長あるいはレーザー光の周波数を (一様に) 動かすことで、
	共振器の離調に応じた応答を見る測定方法

略語

BS	Beam Splitter
Coupled WFS	Coupled 共振器を用いた Gouy 位相補償 Wave Front Sensor
EOM	Electro Optic Modulator (電気光学変調器)
Folded WFS	Folded 共振器を用いた Gouy 位相調整 Wave Front Sensor
FSR	Free Spectral Range
FWHM	Full Width at Half Maximum
GW	Gravitational Wave
HWP	Half-Wave Plate $(1/2$ 波長板、 $\lambda/2$ 板)
OPLEV	OPtical LEVer
PBS	Poralizing Beam Splitter (偏光ビームスプリッタ)
PD	Photo Detector
PDH	Pound-Drever-Hall
PZT	Piezoelectric element
QPD	Quadrant Photo Diode
QWP	Quarter-Wave Plate (1/4 波長板、 $\lambda/4$ 板)
TOBA	TOrsion-Bar Antenna
UGF	Unity Gain Frequency
WFS	Wave Front Sensor

第1章 はじめに

重力波とは時空の歪みが波のように伝搬していく現象である。重力波は高い透過性を持つため、電磁波で は観測の難しい天体内部の構造や、初期宇宙についての情報を含むものとして有用であると期待されていた が、その振幅はとても小さく、長い間検出することができなかった。しかし 2015 年にアメリカのレーザー干 渉計型重力波検出器 LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) によって初検出がなさ れ[1]、以降イタリアの Virgo も観測に加わり、ブラックホールの連星合体だけでなく、中性子星連星合体か ら放出される重力波の検出にも成功している。重力波の観測によって、ブラックホールの質量や合体頻度など の天文学的知見や、一般相対論の検証などの宇宙論的知見を得ることができた。

地上のレーザー干渉計では 10 Hz ~ 1 kHz に適した感度設計になっているが、近年ではより低周波の重力 波を検出する試みがなされている。低周波の重力波を捉えることができれば、中間質量ブラックホール連星 合体を観測できるだけでなく、背景重力波についての知見を得ることができる。低周波の重力波を捉えるた めに宇宙でレーザー干渉計を組む LISA(Laser Interferometer Space Antenna)[2] や DECIGO(DECi-hertz Interfetometer Gravitational Wave Observatory)[3] のようなプロジェクトが進められているが、宇宙空間 での観測は依然技術的な課題が多く、多大な費用がかかってしまうという問題がある。

これを解決するものとして、地上で低周波の重力波を捉えることのできる、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA (TOrsion-Bar Antenna)が考案されている。これは棒状試験マスを水平に懸架したもので、重力波が到来す ると水平回転方向に応答する。TOBA を用いれば、中間質量ブラックホール連星合体の検出や背景重力波に 制限をつけることができ、また第3世代重力波望遠鏡で問題になると考えられている重力勾配雑音の観測が期 待される。さらに、従来より早い地震速報を行うこともできると考えられている。これまでには様々なプロト タイプが製作され、背景重力波に制限をつけることなどに成功している。

現在は Phase-III TOBA という小型プロトタイプの開発段階にあり、その感度は 0.1 Hz より低いところ では地面振動雑音や懸架ワイヤの熱雑音に、0.1 Hz より高いところでは散射雑音に制限される設計となって おり、この散射雑音を低減するには高感度な角度センサが必要である。そこで新しく考案されているのが、 「Coupled 共振器を用いた Gouy 位相補償 Wave Front Sensor (Coupled WFS)」であり、これは従来の Wave Front Sensor (WFS) を改善したもので、角度信号をより増幅できるという特長がある。

本研究ではこの Coupled WFS について開発を行った。まず第2章では重力波についてその性質や主な波 源について説明する。続く第3章では低周波帯に感度を持つねじれ型重力波望遠鏡 TOBA について解説し、 高感度な角度センサが必要であることを述べる。第4章では主題となる Coupled WFS を紹介し、他の角度 センサと比較してメリットが大きいことを見る。第5章では Coupled WFS の原理実証実験のセットアップ や実験手法について説明し、第6章ではその実験結果を述べる。その考察は第7章で行い、第8章でまとめと 今後の展望、第9章で結論を述べる。

第2章 重力波

本章ではまず重力波を導出し、2つの偏波が存在して、それぞれが潮汐力を生むことを見る。その後、主な 重力波源を挙げ、それぞれ放出する重力波の周波数が異なることを述べる。そして様々な重力波の検出方法に ついて、その観測周波数帯に着目しながら紹介する。

2.1 重力波の性質

2.1.1 アインシュタイン方程式の波動解

一般相対性理論によると、時空内の $2 \pm x$ 、x + dxの固有距離は

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \tag{2.1}$$

で与えられる。 $g_{\mu\nu}$ は計量テンソルと呼ばれ、次のアインシュタイン方程式を満たすものである。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$
(2.2)

ここで、

クリストフェル記号
$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(g_{\beta\mu,\nu} + g_{\beta\nu,\mu} - g_{\mu\nu,\beta})$$
 (2.3)

$$\mathcal{Y} - \mathcal{V} \tilde{\mathcal{V}} \mathcal{V} \mathcal{V} \quad R^{\alpha}_{\ \beta\mu\nu} = \Gamma^{\alpha}_{\ \beta\nu,\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\ \beta\mu,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\ \sigma\mu} \Gamma^{\sigma}_{\ \beta\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\ \sigma\nu} \Gamma^{\sigma}_{\ \beta\mu}$$
(2.4)

リッチテンソル
$$R_{\mu\nu} = R^{\sigma}_{\ \mu\sigma\nu}$$
 (2.5)

リッチスカラー
$$R = R^{\sigma}_{\sigma}$$
 (2.6)

であり、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソル、Gは万有引力定数、cは光速である。

ここでは重力場が弱く計量テンソルが線形化できるとして解を求める。具体的には

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (|h_{\mu\nu}| \ll 1)$$
 (2.7)

のように、計量テンソルを平坦な時空とそこからの微小な摂動成分に分ける。ただし

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$
(2.8)

はミンコフスキー計量で、平坦な時空を表す。

これをアインシュタイン方程式(2.2)に代入し、微小項の1次までとって計算すると、

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2.9}$$

を得る。ただし、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h^{\sigma}_{\ \sigma}$$
(2.10)

であり、ここでは Lorenz ゲージ

$$\bar{h}^{\mu\sigma}{}_{,\sigma} = 0 \tag{2.11}$$

を用いた。式 (2.9) は波動方程式となっており、波動解を持つことがわかる。これが重力波である。

2.1.2 重力波のモード

特に真空中においては $T_{\mu\nu} = 0$ であり、式 (2.9) は平面波解

$$\bar{h}_{\mu\nu} = a_{\mu\nu}e^{ik_{\sigma}x^{\sigma}} \tag{2.12}$$

を持つ。ただし $a_{\mu\nu}$ は振幅、 k_{μ} は波数ベクトルであり、

$$a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu} \tag{2.13}$$

$$a^{\mu\sigma}k_{\sigma} = 0 \tag{2.14}$$

$$k_{\sigma}k^{\sigma} = 0 \tag{2.15}$$

を満たす^{*1} 。式 (2.14) は重力波が横波であること、式 (2.15) は光速で伝搬することを表している。ここでさらに Transverse Traceless ゲージ (TT ゲージ)

$$h_{\mu 0} = 0, \quad h^{\sigma}_{\ \sigma} = 0 \tag{2.16}$$

を課す*2。簡単のために重力波は z 方向に伝搬しているとすると、

$$k_{\mu} = (\omega, 0, 0, \omega/c)$$
 (2.17)

が成り立ち、

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ & h_{+} & h_{\times} & \\ & h_{\times} & -h_{+} & \\ & & & 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-z/c)}$$
(2.18)

と表される。これは、重力波はプラスモード (h_+) とクロスモード (h_{\times}) の二つのモードを持っていることを示している。両者は図 2.1 のように 45° 回転させた関係にある。



図 2.1 重力波が紙面垂直に入射した場合の自由質点の動きを、モード毎に表したもの。両者の応答は互い に 45°回転させた関係にある。

^{*1} 一つ目の条件は計量テンソルが対称であることから、二つ目の条件は Lorenz ゲージから、三つ目の条件は波動方程式から出てくる。

^{*2 2} つ目の条件から、 $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}$ となる。

2.1.3 **自由質点に対する応答**

実験室系での重力波に対する質点の応答を考える。いま微小距離だけ離れた時空内の2点*x*、*x*+*ξ*に自由 質点があるとして、それぞれの測地線方程式は

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^{\mu}}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^{\mu}_{\ \alpha\beta}(x) \frac{\mathrm{d}x^{\alpha}}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^{\beta}}{\mathrm{d}\tau}$$
(2.19)

$$\frac{\mathrm{d}^2(x^\mu + \xi^\mu)}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\mu_{\ \alpha\beta}(x+\xi)\frac{\mathrm{d}(x^\alpha + \xi^\alpha)}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}(x^\beta + \xi^\beta)}{\mathrm{d}\tau}$$
(2.20)

となる。両者の差をとり *ξ*の一次まで残すと、

$$\frac{\mathrm{d}^2 \xi^{\mu}}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^{\mu}_{\ \alpha\beta,\gamma}(x) \frac{\mathrm{d}x^{\alpha}}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^{\beta}}{\mathrm{d}\tau} \xi^{\gamma} \tag{2.21}$$

を得る。ただしここでは微小距離を考えているため $g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu}$ 、 $\Gamma^{\mu}_{\ \alpha\beta} = 0$ となることを用いた。さらに、実験 室系での質点の動きが遅いとして、式 (2.21) の α 、 β については 0 成分のみを考えることにする。一方、リー マンテンソルについて、これはゲージ共変なので TT ゲージで求めた表式

$$R^{\mu}_{\ 0\nu0} = -\frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2 h^{\mu}_{\ \nu}}{\partial t^2}$$
(2.22)

が実験室系でも使えること、またこの系において

$$R^{\mu}_{\ 0\nu0} = \Gamma^{\mu}_{\ 00,\nu} \tag{2.23}$$

が満たされることを用いると、

$$\frac{\partial^2 \xi^i}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h^i{}_j}{\partial t^2} \xi^j \tag{2.24}$$

を得る。

 $t \to \infty$ で発散しない解を考えて、2 質点間の距離の変化量 $\delta\xi$ は、

$$\delta\xi = \frac{1}{2}h^i{}_j\xi^j \tag{2.25}$$

を満たすように応答することがわかる。具体的には、z方向から伝播して来た重力波に対し、

$$\begin{pmatrix} \delta\xi^{x} \\ \delta\xi^{y} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_{+} & h_{\times} \\ h_{\times} & -h_{+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^{x} \\ \xi^{y} \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-z/c)}$$
$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \xi^{x} \\ -\xi^{y} \end{pmatrix} h_{+} e^{-i\omega(t-z/c)} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \xi^{x} \\ \xi^{y} \end{pmatrix} h_{\times} e^{-i\omega(t-z/c)}$$
(2.26)

のように動く。この応答を表したのが図 2.1 で、円状に並んでいた自由質点が重力波から潮汐力を受けて全体 が伸縮する。その変動量は元の変位 *ξ* に重力波の振幅 *h* をかけたものに相当する。

2.1.4 重力波の放射

重力波源が小さい場合、式 (2.9) の解は

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t,x) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}(t-r/c,y)}{r} \,\mathrm{d}^3y \tag{2.27}$$

で与えられる。ただし、x は観測点、r = |x - y| は観測者から重力波源までの距離である。特に、重力波源の大きさが重力波の波長に比べて小さく、観測者から十分遠方にあるとすると、重力波の伝搬方向をz軸に取って

$$\bar{h}_{ij}(t,x) = \frac{2G}{c^4 r} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} Q_{ij}(t-r/c)$$
(2.28)

と表すことができる。ただし Q_{ij} は四重極モーメント

$$Q_{ij}(t) = \int \rho(t,y) \left(y_i y_j - \frac{1}{3} \delta_{kl} y^k y^l \right) \mathrm{d}^3 y \tag{2.29}$$

である。重力波の放射には単極子、双極子は存在せず、四重極放射が最低次である*3。

2.2 重力波源

前節で述べた通り、四重極モーメントの時間変化によって重力波は放出される。そのため我々の周囲でも絶 えず重力波は発生しており、人工的に生成することも可能であるが、その振幅はあまりに小さい。大きい振幅 を得ようとすれば、おおよそ波源の質量と加速度が大きいことが要求され、波源は天体現象に限られる。

以下では、大きい重力波を放出するような天体現象について説明を行い、その振幅や周波数について注目す る。また、重力波観測から得られる物理についても述べる。

2.2.1 コンパクト連星合体

コンパクト星とは、中性子星やブラックホールなどの比較的小さい天体を指す。コンパクト星が連星を成し たものは大きな重力波源となる。放出する重力波の波形は時間発展に伴い、次の3段階に分けられる:

(1) Inspiral: 重力で引き合いながら互いの周りを回り、回転周波数を上げながら接近していく段階。

(2) Merger: コンパクト連星が合体する段階。

(3) Ringdown: 合体して一体となった星が減衰を受けながら固有振動する段階。

(1) Inspiral の期間で放出する重力波の波形は理論的に良く知られており、時間とともに周波数と振幅が増大し ていくチャープ波形である。実際の重力波探査では様々なパラメータで計算したチャープ波形をあらかじめ用 意しておき、それと良く一致する信号を探すようなマッチトフィルター (matched filter) という手法を用いて いる。(2) Merger の期間では重力場変動が大きく、ポストニュートン近似 (post-Newtonian approximation) で計算される波形とは大幅に異なるため、波形予測のために数値相対論が用いられている。この期の重力波に は星内部の情報が多く含まれるため、中性子星の状態方程式に知見を与えると言われている。また、中性子星-中性子星連星の場合は合体時にガンマ線を大量に放射すると考えられている。(3) Ringdown では合体後の天 体に関する情報が得られる。例えば波源が中性子星の場合、中心での質量や密度が大きいので、観測によって 高エネルギー物理に関する知見が得られると期待されている。

コンパクト連星合体で観測される重力波の振幅を見積もる。ここでは質量 M の星が 2 つあり、その軌道面

^{*3} 単極子放射は質量保存則から、双極子放射は運動量保存則から禁止されていると解釈することができる。

と垂直な方向に観測者がいるとする*4。軌道運動時に出す重力波の振幅、周波数は

$$h = \frac{R_{\rm s}}{r} \frac{R_{\rm s}}{R} \tag{2.30}$$

$$f = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2GM}{R^3}} \tag{2.31}$$

で表される^{*5}。ただし、 $R_s \equiv 2GM/c^2$ はシュワルツシルト半径、r は連星と観測者との距離、R は連星間の 距離である。連星が安定して回転できる領域のうち最小の半径を Innermost Stable Circular Orbit (ISCO) と呼び、これより近づいてしまうと不安定になり合体してしまう。重力波の振幅は連星間の距離に反比例し ているため、最も接近する軌道、ISCO に到達するとき振幅が最大になると考えられる。ISCO での連星間距 離は

$$R_{\rm ISCO} = \frac{12GM}{c^4} \tag{2.32}$$

であるので、この時の重力波の振幅、周波数は

$$h_{\rm ISCO} = \frac{1}{6} \frac{R_{\rm s}}{r} = 1 \times 10^{-21} \left(\frac{M}{30M\odot}\right) \tag{2.33}$$

$$f_{\rm ISCO} = \frac{1}{6\sqrt{6}\pi} \frac{c}{R_{\rm s}} = 73 \text{ Hz} \left(\frac{30M\odot}{M}\right)$$
(2.34)

となる。

ここから重い質量の連星合体になるほど低周波の重力波を出すことがわかる。現在の主流である地上レー ザー干渉計では 10 Hz ~ 1 kHz に感度が適しており、これは質量に換算すると 1 ~ 100 M_{\odot} に対応する。よ り重い質量の天体 (中間質量ブラックホール等) からの波源を捉えるためには、より低周波に感度を持つ検出 器が必要である。



図 2.2 LIGO によって初検出された重力波 (GW150915) [1]

^{*4} 軌道面に垂直な方向に一番強く重力波が放射される。

^{*5} 重力波の周波数は公転周波数の2倍であることに注意。

2.2.2 超新星爆発

超新星爆発とは星内部の高エネルギー反応や崩壊等によって起こる爆発のことを指し、放出する電磁波のスペクトルによって様々な型に分類される。いずれもそのメカニズムや波形は解明されていないが、様々な理論が提唱されている。ここでは特に Ia 型と II 型について触れる。

Ia 型の超新星爆発とは、スペクトルに水素線がなくケイ素の吸収線が含まれるものである。波源の候補とし て白色矮星の連星合体が挙げられており、チャンドラセカール限界質量に達した時に爆発が起こるためにその 絶対強度はほぼ一定だと言われている。この性質により、輝度から波源までの距離推定に用いられる。爆発前 に同方向から連星由来のチャープ波形を捉えることができれば、起源が白色矮星連星だという証拠になり、メ カニズムの解明に繋がる。

II 型の超新星爆発とは、スペクトルに水素線が含まれるものである。考えられているメカニズムは以下の通り。電子の縮退圧で支えられる星 ($M \sim 10 M$ ☉) があり、質量の降着により重力が支配的になると外側の質量が内側へ落ちていく。内部の圧力が強くなると中心には中性子の縮退圧で支えられる核が生成され、落ちてきた物質は核に跳ね返されて高速で外へ広がる爆発となる。爆発時にはニュートリノも放出される。残された核は中性子星 ($M \sim 1.4 M$ ☉) であると言われている。

超新星爆発では (自転等に起因する) 非球対称性がある場合にバースト的な重力波を放出するが、波形はメ カニズムに依存するため未だ明らかになっていない。重力波観測では検出器での突発的なノイズ (グリッチ) と超新星爆発の信号を区別するため、複数台での同時観測が必要となる。

2.2.3 パルサー

パルサーとは高速に回転しながら軸方向に電磁波を放出する天体のことで、回転軸が地球の方を向いた時にのみ電磁波が観測される。その電磁波の間隔は非常に周期的である。パルサーの正体は中性子星と考えられており、その質量は 1.4*M*⊙、半径は 10 km 程度である。

パルサーに非軸対称性があれば回転に応じて重力波を放出する。その振幅は

$$h = 4 \times 10^{-26} \left(\frac{Q_{zz}}{10^{45} \text{ g cm}^2} \right) \left(\frac{\epsilon}{10^{-6}} \right) \left(\frac{1 \text{ kpc}}{r} \right) \left(\frac{f_{\text{rot}}}{100 \text{ Hz}} \right)^2$$
(2.35)

である。ここで Q_{zz} は回転軸周りの慣性モーメント、 $\epsilon = (Q_{xx} - Q_{yy})/Q_{zz}$ は非軸対称性、 f_{rot} は回転周波 数を表す。

パルサーは電磁波や重力波の放出などによって次第に角運動量を失い、その回転速度を下げていく。観測さ れたパルス間隔から回転速度の低下量を見積もり、それが全て重力波の放出によるものだとして、放出する重 力波の振幅に上限値が付いている。

2.2.4 背景重力波

背景重力波 (Stochastic Gravitational Wave Background) は宇宙論的起源と天文学的起源の2つの側面で 存在が予想されている重力波である。前者は原始重力波とも呼ばれ、初期宇宙での量子揺らぎから生まれ、 ビッグバンやインフレーションの情報を含んでいると考えられている。後者は、白色矮星連星などが放射する 小さな重力波が原因であるが、波源が多数あるため個々の波形に分離できず重ね合わせとして観測されるもの である。背景重力波の波形は未だ明らかになっていないが、等方的、無偏波、定常的だと考えられており、低 周波で大きいと予想されている。 背景重力波は様々な観測から制限がつけられている。背景重力波のエネルギー密度を ρ_{GW}、対応する密度 パラメータを

$$\Omega_{\rm GW}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{\mathrm{d}\rho_{\rm GW}}{\mathrm{d}\ln f} \tag{2.36}$$

で定義する。ここで $\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$ は臨界エネルギー密度、 H_0 はハッブル定数である。ハッブル定数には不定性が残るため、実験で制限されるパラメータには $h_0^2\Omega_{\rm GW}(f)$ がよく使われる。ただし $h_0 = H_0/(100 \text{ km/s/Mpc})$ である。波形がわかっていないため、地上重力波観測器の場合、1 台のデータだけだと背景重力波の信号なのか雑音なのか判断できない。そのため検出には 2 台以上のデータで相関をとる必要がある。ただし、一台の検出器でもその上限値を与えることは可能である。

実験の種類	制限	周波数带
パルサータイミング [4]	$h_0^2 \Omega_{\rm GW}(f) < 1.0 \times 10^{-8} (f/f')$	$f > f' = 4.4 \times 10^{-9} \text{ Hz}$
連星パルサー [5]	$h_0^2\Omega_{\rm GW}(f) < 6\times 10^{-8}$	$1.1 \times 10^{-11} < f < 4.4 \times 10^{-19} \ {\rm Hz}$
aLIGO[6]	$h_0^2 \Omega_{\rm GW}(f) < 7.9 \times 10^{-8}$	20 < f < 85.8 Hz
ビッグバン元素合成 [7]	$\int \Omega_{\rm GW}(f)\mathrm{d}(\ln f) < 1.1\times 10^{-6}$	

表 2.1 背景重力波のエネルギー密度に対する制限。

2.3 重力波の検出

アインシュタインが 1916 年に重力波の存在を提唱して以降、検出を目指して様々な検出器が考案、製作さ れてきた。最初の重力波検出器は 1960 年に J. Weber が考案した共振型検出器 [8] である。その後地上レー ザー干渉計が考案され、現在の主流となっている。実際に地上レーザー干渉計 (LIGO、Virgo) では重力波の 観測に成功しており、今年から KAGRA が観測に加わる予定である。将来的には地上でさらなる感度を目指 す検出器 (Einstein Telescope、Cosmic Explore) や、宇宙で観測を行う検出器 (LISA、DECIGO) が考案さ れている。重力波を捉えるその他の方法として、ドップラートラッキング、パルサータイミングについても紹 介する。

2.3.1 共振型検出器

弾性体に重力波が入射すると潮汐力が加わり振動が励起される。この振動を検出することで重力波の観測を 行う。共振型検出器は弾性体の固有振動数付近でしか感度が良くないため、パルサーなどの連続重力波の観測 に用いられる。

J. Weber は円筒型のアルミニウム合金で検出器を製作した。弾性体の中での音速をv、長さをlとして、共振周波数は $\nu = v/2l$ で与えられる。長さlを選ぶことで観測対象に合わせた共振周波数を持たせることができる。J. Weber の使用した検出器では長さがl = 1.5 m であり、アルミニウム合金中では $v \sim 5$ km/s のため、観測周波数は $\nu \sim 1.7$ kHz であった。重力波検出には弾性体中の原子の熱雑音が問題となっており、系を低温に冷やす必要がある。

2.3.2 地上レーザー干渉計

重力波を観測する手法のうち現在の主流となっているのが地上レーザー干渉計である。これは腕の長い (3 km あるいは 4 km)のマイケルソン干渉計の形をしており、加えて Fabry-Perot 共振器やパワーリサイク リング鏡を用いることでより感度を上昇させたものである。主に 10 Hz ~ 1 kHz の重力波に対して感度を持 つ。現在はアメリカの LIGO(Hanford、Livingston)とヨーロッパの Virgo が稼働しており、実際に重力波を 捉えることに成功している。本年からは日本の KAGRA も加わって観測を行う予定である。

2.3.3 宇宙レーザー干渉計

地上レーザー干渉計で低周波感度を向上させるためには、地面振動雑音を低減し、共振器長を伸ばす必要が ある。しかし前者は長い懸架ワイヤーやさらなる制御が必要なために容易ではなく、後者については地球が丸 いために懸架鏡が並行からずれてしまう問題がある。一方、宇宙でレーザー干渉計を用いて観測を行えば、宇 宙空間では地面振動がなく、共振器長も十分長く取ることができるため、低周波での高感度を達成できると期 待されている。

2.3.4 ドップラートラッキング

ドップラートラッキングとは、地球と衛星の間で電磁波を往復させ、その経路上で重力波が引き起こすドッ プラーシフトを測定し、重力波を検出する方法である。

地球と衛星の間の距離を L、電磁波の角周波数を ω として、往復してきた電磁波の位相変化は

$$\delta\phi = \frac{2L\omega}{c} + \frac{\omega}{2} \int_{t-2L/c}^{t} h(t') \,\mathrm{d}t' \tag{2.37}$$

で与えられる。観測周波数帯は往復にかかる時間スケールに対応し、1997 年に打ち上げられた Cassini[9] で はおよそ 10⁻⁴ Hz である。得られた感度は

$$h \sim 3 \times 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (f \sim 10^{-4} \text{ Hz})$$
 (2.38)

であり [9]、星間プラズマや太陽光輻射圧雑音、時計の精度などによって制限されている。将来的には光格子 時計を用いるなどして感度を3桁向上させたものが考案されている [10]。

2.3.5 パルサータイミング

パルサーが出すパルスは長期的に見ると周期的であるが、地球とパルサーの間に重力場変動がある場合は到 達時間がシフトする。観測周波数帯はパルスの時間間隔より遅い領域であり、およそ nHz である。パルスの 周波数を ν、パルスの時間ずれを δt とすると、重力波振幅は

$$h \sim 2\pi\nu\delta t \tag{2.39}$$

で表される。複数のパルサーでの観測結果から、背景重力波のエネルギー密度パラメータに

$$\Omega_{\rm GW} < 1.9 \times 10^{-8} \tag{2.40}$$

の制限がつけられている [11]。パルスの時間間隔にもともとばらつきがある*6 こと、星間物質の影響などが感 度を制限している。

^{*6} メカニズムは明らかになっていないが、パルサーやパルサーの軌道がインパルス的に変化したことが原因と考えられている。ある 程度の時間幅をとってその平均を取ると、パルス間隔はほぼ一定となる。

2.4 本章のまとめ

- アインシュタイン方程式から重力波解が導かれ、プラスモードとクロスモードが存在する。
- 重力波が到達すると潮汐力が加わり、相対変位量は重力波振幅 h である。
- 大きな重力波は天体から発生され、コンパクト連星合体はすでに観測されている。
- 低周波帯の重力波源には、大型ブラックホールの連星合体、背景重力波が存在し、宇宙初期に関する情報を含む。
- 重力波の検出法は様々あるが、現在の主流は地上レーザー干渉計であり、その観測周波数帯は 10 Hz ~ 1 kHz である。

第3章 ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA

現在の重力波観測の主流である地上レーザー干渉計では 10 Hz ~ 1 kHz での観測には適しているが、低周 波での感度は低い。一方、宇宙レーザー干渉計は低周波の重力波に感度が良いものの、規模が大きく、達成す べき技術課題も多い。また宇宙空間では修復や調整が困難であるという問題もある。そこで考案されているの がねじれ振り子を用いた重力波望遠鏡 TOBA(TOrsion-Bar Antenna) である。これは低周波 (~ 0.1 Hz) に 感度を持ち、大きさが 10 m 程度で、地上に設置可能という特長がある。また、地上で観測を行うため、第 3 世代重力波検出器の主要な雑音になり得る重力勾配雑音 (Newtonian Noise) に関する知見を得ることができ る他、地震速報を行うことも期待される。

以下では TOBA の重力波検出原理を述べ、その観測対象と目標感度について説明する。その後、最終段階 を見据えた開発段階についてまとめ、現在の段階である Phase-III TOBA に注目し、高感度な角度センサが 必要であるということを説明する。

3.1 原理

図 3.1 のようなねじれ振り子を用いた重力波の検出原理を説明する。まず重力波に対する運動方程式を導出 し、振り子の共振周波数より高い周波数帯ではクロスモードに対して一定の回転応答を示すことを見る。



図 3.1 TOBA の概略図 [12]。

3.1.1 重力波に対する運動方程式

ねじれ振り子の重心を原点に取り、懸架方向をz軸、試験マスの水平回転面をxy平面にとる。重力波が座標 ξ 周りの微小体積 dV に与える力 F は式 (2.26) より、

$$F^{i}\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\rho\ddot{h}^{i}{}_{j}\xi^{j}\mathrm{d}V \tag{3.1}$$

を満たす。ここで ρ は試験マスの密度、"は時間での二階微分を表す。これより重力波によってテストマスが 蓄えるエネルギー U は、

$$U = -\int_{V} \int_{\xi} \frac{1}{2} \rho \ddot{h}_{ij} \xi^{j} \,\mathrm{d}\xi^{j} \,\mathrm{d}V = -\frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} \int_{V} \rho \xi^{i} \xi^{j} \mathrm{d}V \tag{3.2}$$

である。ただし重力波の波長は試験マスの大きさより十分長いとして、重力波振幅 h が場所によらないとした。ここから試験マスに与えるトルク N_{GW} は

$$N_{\rm GW} = -\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} q^{ij}$$
(3.3)

と表される。 θ は回転角である。ここで q^{ij} は試験マスの四重極モーメントで、

$$q^{ij} = \int \rho \left(\xi^i w^j + \xi^j w^i - \frac{2}{3} \delta^{ij} \xi^k w_k\right) \mathrm{d}V \tag{3.4}$$

である。*w* はモード関数であり、考えているモードに対して各点がどのように動くかを表す。例えば水平回転の場合

$$w^{i} = (-y, x, 0) \tag{3.5}$$

であるから、

$$q^{11} = -q^{22} = -\int_{V} \rho(2xy) dV \equiv q_{+}$$
(3.6)

$$q^{12} = q^{21} = \int_{V} \rho(x^2 - y^2) dV \equiv q_{\times}$$
(3.7)

となり、これより試験マスの水平回転方向の運動方程式は

$$I\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + \kappa\theta = \frac{1}{4}\ddot{h}_{ij}q^{ij} = \frac{1}{2}\left(\ddot{h}_+q_+ + \ddot{h}_\times q_\times\right)$$
(3.8)

と導かれる。ここで I は回転方向の慣性モーメント、 γ は回転方向の散逸、 κ はワイヤの復元力によるばね定数である。

3.1.2 周波数応答

式 3.8 の両辺をフーリエ変換して、重力波から試験マスの回転までの伝達関数 H を計算すると、

$$H_A(\omega) \equiv \frac{\bar{\theta}(\omega)}{\bar{h}_A(\omega)} = \frac{q_A}{2I} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\omega\omega_0/Q - \omega_0^2}$$
(3.9)

となる。ここで $A = +, \times$ は重力波のモードを表し、

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}, \quad Q = \frac{\omega_0 I}{\gamma} \tag{3.10}$$

はそれぞれ振り子の回転方向の共振角周波数とQ値である。共振周波数より十分に低い周波数領域 ($\omega \ll \omega_0$)では、

$$H_A(\omega) \simeq -\frac{q_A}{2I} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \tag{3.11}$$

のように周波数の 2 次に比例した応答を示すので、低周波で応答が小さくなる。これは試験マスが共振周波数 以下では懸架ワイヤ(あるいは地面)に束縛を受けていることを表す。一方、共振周波数より十分に高い周波 数領域 ($\omega \gg \omega_0$)では、

$$H_A(\omega) \simeq \frac{q_A}{2I} \tag{3.12}$$

のように、試験マスだけで決まる一定値になる。実際の観測では共振周波数より高い周波数帯を対象とし、そ こでは試験マスは自由質点のように振る舞う。

ここで試験マスが x 軸方向に長い一様密度な質量 M の直方体だとして、x、y、z 方向の長さをそれぞれ L_x 、 L_y 、 $L_z(L_x \gg L_y, L_z)$ とすると、

$$q_{+} = 0$$
 (3.13)

$$q_{\times} = \frac{1}{12}M(L_x^2 - L_y^2) \simeq \frac{1}{12}ML_x^2$$
(3.14)

$$I = \frac{1}{12}M(L_x^2 + L_y^2) \simeq \frac{1}{12}ML_x^2$$
(3.15)

であるので、

$$H_+(\omega) = 0 \tag{3.16}$$

$$H_{\times}(\omega) \simeq \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega^2 - i\omega\omega_0/Q - \omega_0^2}$$
(3.17)

のような応答を示す。プラスモードに対しては応答を示さず、クロスモードに対しては高周波領域で一定値

$$H_{\times}(\omega) \simeq \frac{1}{2} \quad (\omega \gg \omega_0)$$
 (3.18)

をとる。これは試験マスのパラメータに依存しない。



図 3.2 x 方向に長い直方体試験マスに対する、重力波から試験マスの回転角までの伝達関数 (式 (3.17))。 共振周波数より高いところでは一定の応答を示すことがわかる。共振周波数 $\omega_0/2\pi = 5$ mHz、Q = 100を仮定した。

振り子の水平回転方向の運動には重力の復元力が働かず、その共振周波数は懸架ワイヤの弾性だけで決ま る。そのため水平回転の共振周波数は並進に比べて低くすることが比較的容易で、これがねじれ振り子を用い ることの特長である。TOBA ではねじれ振り子を用いて低周波帯、おおよそ 0.1 Hz 周辺での観測を目標とし ている。

3.2 観測対象

前述の通り、回転周波数の低さを利用することで、TOBA は 0.1 ~ 10 Hz の重力波、重力場変動に感度を 持つ。この周波数帯での観測対象は次の 4 つである。

- 1. 中間質量ブラックホール連星合体
- 2. 背景重力波
- 3. 重力勾配雜音 (Newtonian Noise)
- 4. 地震速報

以下個別に説明を行う。

3.2.1 中間質量ブラックホール連星合体

中間質量ブラックホールとは、恒星質量ブラックホール ($M < 10^2 M_{\odot}$) と超大質量ブラックホール ($M = 10^6 \sim 10^9 M_{\odot}$)の間の、質量 $10^3 \sim 10^5 M_{\odot}$ のブラックホールのことを指す。その生成過程は様々な 説があり、恒星質量ブラックホールが合体を繰り返し成長してできたものや、宇宙初期に巨大質量の恒星が誕 生しそれがブラックホールになったものなどが挙げられるが、未だ明らかになっていない。

2.2.1 項で見たように、質量の重い連星が放出する重力波の周波数は低く*7 、特に質量 $10^3 \sim 10^5 M_{\odot}$ のブ ラックホールが含まれる連星からは 0.1 Hz の重力波を放出すると見込まれている。

3.2.2 背景重力波

2.2.4 項で見た通り、初期宇宙での量子揺らぎや分離できない多数の重力波によって定常的な重力波が存在 していると考えられ、背景重力波 (Stochastic Gravitational Wave Background) と呼ばれる。その波形は未 だ明らかになっていないが、等方的、無偏波、定常的、ガウシアン等の性質を仮定することで、その片側振幅 スペクトル密度 (ampltitude spectrum density) は

$$S_{\rm GW} = \frac{3}{4\pi} f^{-2/3} \sqrt{H_0^2 \Omega_{\rm GW}}$$
(3.19)

のように表される [13]。

3.2.3 重力勾配雑音

重力勾配雑音 (Newtonian Noise あるいは Gravity Gradient Noise) とは、地面や大気の揺らぎによって ニュートン重力が変動することで起こる雑音である。これは鏡を実際に揺らすので重力波信号と区別がつか ず、将来の低周波帯で感度の良い重力波検出器 (第3世代重力波検出器、3G detector) で主要な雑音になると 予想されている。そのためニュートン重力場変動をモニターし、重力勾配雑音を打ち消すような研究が進めら れている。重力勾配雑音に関してこれまでは理論予測がされているだけで、実際に観測された例はない。そこ で、TOBA を用いて重力勾配雑音を観測し、その低減実証を行うことは将来の重力波検出器の感度向上に役 立つ。

重力勾配雑音の周波数依存性は $f^{-5\sim-3}$ と低周波領域で大きく、特に 0.1 Hz では振幅換算で $10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ と見積もられている [14]。

^{*7} 低質量の連星からも周波数の低い重力波は放出されるが、その振幅は小さく、他の重力波と分離できないと考えられている。

3.2.4 地震速報

地震は断層破壊、つまり質量の移動によって引き起こされる。このニュートン重力場変動を重力偏差計で読 み出すことで地震到来を予測することができる。

地震が発生すると P 波 (~ 7 km/s) と S 波 (~ 4 km/s) が発生し、大きい S 波は甚大な被害をもたらす。そこで現在の地震速報としては、先に到達する P 波を観測し、そこから S 波が来ることを予測して警報を出す。 例えば震源から 100 km 離れた地点では S 波到来の約 10 秒前に警報を出すことができる。

これに対して重力偏差計を用いた場合、地震発生時の断層破壊による重力場変動は光速で伝搬するため、より早く地震の兆候を掴むことができる。

断層ずれで起きる重力場変動は簡単なモデルでは解析計算されており [15]、0.1 Hz で $10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ の感度 を持つ重力偏差計を用いると、M7.0 以上の地震では震源から 100 km 離れた地点で地震発生から 10 秒以内 に検知することができる [16, 12]。これは S 波到来の約 15 秒前に相当し、従来の方法より 5 秒程度早い地震 速報を行うことができる。

3.3 目標感度

TOBA の最終目標段階 (Final TOBA) での目標感度 (図 3.3) とそれに用いたパラメータ (表 3.1) を示す。 10 m スケールの試験マスを用い、系を低温 4 K まで冷やす設計である。原理的に、低周波では輻射圧雑音、 高周波では散射雑音に制限されている。このように 0.1 Hz で 10⁻¹⁹ / $\sqrt{\text{Hz}}$ の感度を達成することができれ ば、図 3.4 のように、中間質量ブラックホールの連星合体が 1 ~ 10 Gpc の距離まで観測可能となる。また、 1 年間の観測により背景重力波に対して $\Omega_{\text{GW}} < 10^{-7}$ の制限をつけることができ、これはビッグバン元素合 成から見積もられた上限値を更新する。

パラメータ	値
試験マスの長さ	10 m
試験マスの質量	$7600 \ \mathrm{kg}$
試験マスと懸架系の温度	4 K
Q 値 (Q)	10^{7}
慣性モーメント (I)	$6.4\times10^4~{\rm kg}~{\rm m}^2$
共振周波数 $(\omega_0/2\pi)$	1 mHz

表 3.1 Final TOBA の設計パラメータの例。

3.4 先行研究

Final TOBA を最終目標として、これまでいくつかのプロトタイプが製作されてきた。各段階での特徴や 達成事項、問題点を簡単にまとめておく。



図 3.3 Final TOBA の設計感度の例。黒い太線がトータルの感度を表す。



図 3.4 Final TOBA で観測可能な中間質量ブラックホールの例。

	Phase-I	Phase-II	Phase-III	Final
位置付け	原理実証	原理実証	小型プロトタイプ	重力波観測
感度 $[/\sqrt{\text{Hz}}]$	10^{-8} (@ 0.1 Hz)	10^{-10} (@ 7 Hz)	10^{-15} (@ 0.1 Hz)	10^{-19} (@ 0.1 Hz)
試験マスの大きさ	20 cm	24 cm	$35~\mathrm{cm}$	10 m
試験マスの温度	室温	室温	低温 (4 K)	低温 (4 K)
試験マスの支持法	超伝導磁気浮上	ワイヤ懸架	ワイヤ懸架	ワイヤ懸架
雑音源	地面振動、磁場雑音	地面振動、位相雑音		
開発状況	2010年[17]	2015年[18]	(開発途中)	

表 3.2 TOBA 開発のロードマップ。

3.4.1 Phase-I TOBA

Phase-I TOBA[17] は最初に製作されたプロトタイプである。セットアップは図 3.5 のようであり、上部に ある超伝導体を冷却し、超伝導磁気浮上により試験マスの上についたネオジム磁石を支えている。これにより 共振周波数を大きく下げ (~ 5 mHz)、懸架による熱雑音を取り除くことができる。試験マスは 20 cm のアル ミニウムで、マイケルソン干渉計によって角度読み取りを行った。

図 3.6 は Phase-I TOBA の感度曲線であり、0.1 Hz で 10^{-8} / $\sqrt{\text{Hz}}$ であった。低周波領域では環境磁場変

動が試験マスにトルクを与える磁場雑音が制限している。高周波領域では地面振動雑音が制限しているが、これは角度読み出しを行う 2 つの鏡の設置が平行でない場合に並進地面振動が回転方向にも寄与するカップリングが原因であった。また、この Phase-I TOBA を用いて背景重力波に $\Omega_{GW}(f = 0.2 \text{ Hz}) < 4.3 \times 10^{17}$ の制限を与えた [17, 19]。



図 3.5 Phase-I TOBA の実験装置の概略図 [19]。



図 3.6 Phase-I TOBA の感度曲線 [19]。赤線がトータルの感度を表す。

3.4.2 Phase-II TOBA

Phase-I TOBA で磁場雑音が感度を制限していたことを鑑みて、Phase-II TOBA[18] ではタングステンワ イヤで懸架する構成を採用した。さらに光学ベンチも懸架されており、懸架点では能動防振 (hexapod-type Active Vibration Isolation Yable、AVIT) を用いて防振している。試験マスは 24 cm のアルミニウムで、光 ファイバーで導入された入射光を用いてマイケルソン干渉計によって角度読み取りを行った。また、Phase-II Thermal Shield Optical Bencb Vacuum Tank

では水平回転方向以外の信号も読み出す multi-output 方式を採用した。

図 3.7 Phase-II TOBA の実験装置の概略図 [18]。試験マスと光学ベンチが懸架されており、懸架点では 能動防振を行っている。



図 3.8 Phase-II TOBA の感度曲線 [18]。青が水平回転方向の感度、赤と緑は他方向の感度を表す。比較 のために Phase-I の感度 (黄色) も載せている。

図 3.8 は Phase-II TOBA の感度曲線で、7 Hz で 10⁻¹⁰ / $\sqrt{\text{Hz}}$ を達成し、この周波数周辺で Phase-I の感 度を 100 倍ほど向上させた。感度は干渉計の位相雑音によって制限されており、これはファイバービームス プリッタの振動雑音に起因するものと考えられている。また、この Phase-II TOBA を用いて背景重力波に $h_0^2\Omega_{\text{GW}}(f = 2.58 \text{ Hz}) < 6.0 \times 10^{18}$ (frequentist) または $h_0^2\Omega_{\text{GW}}(f = 2.58 \text{ Hz}) < 1.2 \times 10^{20}$ (bayesian) の 制限 [20]、質量 200 M_{\odot} の中間質量ブラックホール連星合体は 1.2×10^{-4} pc 以内に存在しないという制限 [18] を与えた。

3.4.3 地面振動雑音のカップリング評価実験

これまでのプロトタイプでは地面振動雑音の寄与で感度が制限されていたので、性質を理解するために並進 自由度から水平回転への伝達 (カップリング)を評価する実験が行われた。試験マスは 20 cm の溶解石英で、 反射コーティングした端面を鏡として使用することで鏡の設置の非平行度を 1 µrad 以下にし、並進カップリ ングを小さくしている。また、傾きを調整することで他自由度からのカップリングも減らしている。



図 3.9 カップリング評価実験の実験装置の概略図 [21]。



図 3.10 カップリング評価実験の感度曲線 [21]。

図 3.10 はカップリング評価実験時の感度曲線で、 $0.5 \sim 1 \text{ Hz}$ で $1.3 \times 10^{-9} / \sqrt{\text{Hz}}$ となっており、この周波 数周辺でこれまでのプロトタイプの感度を更新した。コイル-コイルアクチュエータの雑音が感度を制限して いる。

3.5 Phase-III TOBA

現在は Phase-III TOBA と呼ばれる開発段階にある。ここでは 35 cm の小型の試験マスを使用し、そのま まスケールアップすれば Final TOBA (~ 10 m)の目標感度が達成されるほどの雑音低減を目標としている。 具体的には 0.1 Hz で $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ の達成が目標である。そのために様々な開発項目が挙げられており、 検証が進められている。

3.5.1 観測対象

0.1 Hz で $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ の感度が実現されると、観測によって以下のような項目が達成されると予測される。

中間質量ブラックホール連星合体	1 Mpc(天の川銀河とその付近) 以内の探査
背景重力波	$\Omega_{\rm GW}(f \sim 0.1 \ {\rm Hz}) < 10$ の制限
重力勾配雑音	大気由来の重力勾配雑音の観測
地震速報	M7.0、震源から 100 km の地震を地震発生から 10 秒以内に検出

表 3.3 Phase-III TOBA で得られるサイエンス。

3.5.2 基本構成

重力波による微弱な回転変動を捉えるためには、(1)水平回転方向の雑音を低減する、(2)水平回転方向の 運動を精度良く読み取ることが必要である。そのために図 3.11 のような実験装置が考えられており、大まか に懸架系、冷却系、防振系、光学系の4つで構成される。前者の3つは雑音低減のため、後者は水平回転の読 み取りのためである。



図 3.11 Phase-III TOBA の実験装置の概略図 [12]。懸架系、冷却系、防振系、光学系の4つで構成される。

懸架系

試験マスには 35 cm の銅を用い、輻射でよく冷やすために表面は酸化させる。試験マスは二段振り子状に 懸架されており、共振周波数より高い周波数領域では自由質点のように振る舞い、また懸架点に対して防振さ れる。懸架系は真空層の中に入れられ、周囲の気体による雑音を低減している。

冷却系

試験マスあるいは懸架ワイヤの熱雑音を低減するために系を冷却する必要がある。真空槽内には二層の輻射 シールドが入っており、パルスチューブ冷凍機によってそれぞれ 50 K、4 K に冷却される。4 K の輻射シー ルドはヒートリンクを介して中段マスを冷却し、さらにそこから懸架ワイヤを伝って試験マスも冷却する。冷 却時間の計算 (図 3.12) によると、冷却開始から約 14 日で試験マスが 4 K に到達する。



図 3.12 Phase-III TOBA での冷却時間の計算結果 [12]。およそ 14 日で試験マスが 4 K に到達する。

防振系

地面振動は一般に低周波帯で大きく、特に 0.2 Hz 周辺では micro seismic motion と呼ばれる海の波由来の 大きな振動があり、過去のプロトタイプでも地面振動雑音が問題となっていた。また、Phase-III TOBA では 冷凍機の振動も導入されてしまうので、その振動も合わせて防振する必要がある。

試験マスの振動雑音を減らすには、懸架による受動防振に加えて、懸架点の振動を能動防振で低減する必要 がある。Phase-III TOBA では真空層の上に AVIT と呼ばれる能動防振系が設置されており、懸架点の振動 を6つの地震計で6自由度(並進3自由度、回転3自由度)読み取り、6つのピエゾアクチュエータを介して 制御する構成となっている。また、地震計で読み取る場合、低周波では傾斜変動が並進方向の変動に見えてし まうカップリングが大きくなるため、懸架点のドリフトのような低周波変動を読み取るのが難しくなってしま う。それを補うためにフォトセンサを用いた並進方向の制御や傾斜系による傾斜変動の読み取りが必要となっ ている。

光学系

重力波が来るとそれに応じて試験マスが回転する。重力波の振幅は非常に小さいため、回転を精度良く読み 取ることが必要である。

どのような光学読み取り系にするかには様々な案があり、それぞれの詳細や比較検討は次章で行う。その 候補の一つに「Coupled 共振器を用いた Gouy 位相補償 WFS (Coupled WFS)」(図 3.13) が挙げられる。 これは従来の Wave Front Sensor (WFS)の end 鏡を共振器に置き換えたような構成をしている。補助共振 器の反射率が TEM₀₀ と TEM₁₀ とで異なることを利用し、反射率の位相 (反射位相) がちょうど主共振器の Gouy 位相を打ち消すような点で角度の読み取り信号を増幅することができる。この Coupled WFS について も次章で詳しく説明する。



図 3.13 Coupled WFSの概略図。

3.5.3 **雑音源**

Phase-III TOBA で高感度を目指すにあたり、様々な雑音の低減が求められる。それに伴い要開発、要実証 項目が挙げられている。感度曲線は図 3.14 に示す通りで、主に地面振動雑音、懸架ワイヤの熱雑音、散射雑 音に制限される。以下で雑音源について説明を行う。

地面振動雑音

地面振動を水平回転成分と並進成分に分け、それぞれの伝達経路を考える。なおここでの地面振動雑音と は、冷凍機由来の振動も合わさったものを指す。

水平回転成分については、ねじれ振り子によって水平回転の共振周波数を数 mHz まで下げることができ、 多段振り子による受動防振を行えば、比較的容易に防振できることが知られている。

一方、並進成分については、原理的には試験マスの回転運動を生み出さないが、実際には重心の位置ずれ や鏡の非平行設置などから回転に寄与してしまう。35 cm スケールでの振り子では並進方向の共振周波数が 1 Hz 程度までにしか下げられず、低周波領域で受動防振することができない。そのため、カップリングの大 きさを減らすこと、あるいは能動防振によって懸架点での並進地面振動を低減することが不可欠となる。前者 はカップリング評価実験 [21] によって調査がされており、傾き調整によってカップリングの低減に成功して いる。後者についても開発がなされている [22]。

懸架ワイヤの熱雑音

試験マスは懸架ワイヤを通して熱浴と接していることを考えると、揺動散逸定理 [23] を用いて熱雑音の片側

スペクトル密度は

$$\sqrt{S_{\theta}(f)} = \sqrt{-\frac{4k_{\rm B}T}{2\pi f}} \,\mathrm{Im}\left[\frac{\tilde{\theta}}{\tilde{N}}\right] = \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{2\pi^3 I f}} \frac{\phi f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + \phi^2 f_0^2} \tag{3.20}$$

と表される。ここで T は系の温度、I は回転方向の慣性モーメント、 ϕ は loss angle (Q 値の逆数)、 f_0 は水 平回転方向の共振周波数である。共振周波数より大きい ($f \gg f_0$) ところでは

$$\sqrt{S_{\theta}(f)} \simeq \sqrt{\frac{k_{\rm B}T\phi f_0^2}{2\pi^3 I f^5}} \tag{3.21}$$

となる。試験マスのスケールによって慣性モーメントと共振周波数はおおよそ決まり、35 cm の場合ではそれ ぞれ $I \sim 0.1$ kg m²、 $f_0 \sim 5$ mHz である。ここから温度と loss angle の積に要求が課され、

$$T < 4 \text{ K}, \quad \phi < 1 \times 10^{-8}$$
 (3.22)

が要求値となっている。

散射雑音

散射雑音とは PD(Photo Detector; 光検出器) に入射する光の光子数が量子的にゆらぐことに起因する雑音 である。PD への入射光強度を *P*_{in} として、散射雑音は強度換算で

$$\delta P_{\rm shot} = \sqrt{\frac{2hcP_{\rm in}}{\lambda}} \tag{3.23}$$

である。次章で様々な角度センサの散射雑音について議論するが、角度 θ に応じて光量が $P(\theta) = P_{in}R(\theta)$ $(R(\theta)$ は入射光強度で規格化した角度に対する応答関数)*8 のように変化する角度センサの場合、散射雑音は 角度換算で

$$\delta\theta_{\rm shot} = \frac{\delta P_{\rm shot}}{(\partial P(\theta)/\partial \theta)} = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda P_{\rm in}}} \frac{1}{(\partial R(\theta)/\partial \theta)}$$
(3.24)

となる。これより、一般に散射雑音を低減するためには、入射光量を増やし、応答の大きい (=角度信号の大 きい) センサを使う必要があるとわかる。

他の雑音源

これまでに説明したもの以外で問題となり得る雑音源を下に挙げる。

- 鏡のコーティング/基材熱雑音
- 輻射圧雑音
- レーザー強度/周波数雑音
- ビームジッター雑音
- 磁場雑音
- 残留ガス雑音

^{*8} ここでの光量 $P(\theta)$ とは角度の情報を含む光強度のことで、PD で光量変化を読む場合は入射光強度、QPD で左右の光強度差を 読む場合は TEM₀₀ と TEM₁₀ のビートの強度を差す。

• 回路雜音

鏡のコーティング熱雑音には、材質の分子がブラウン運動することによる雑音 (Brownian noise) と、温度 変化によって反射面が動くことによる雑音 (thermoelastic noise) と、温度変化によって材質中の屈折率が変 化する雑音 (thermo-refractive noise) がある。基材熱雑音についても同様の雑音が存在する。雑音の大きさ は懸架ワイヤの熱雑音計算の場合と同様で、温度 T とロス ϕ に依存する。

レーザーの光は鏡に反射する際に運動量を与える。光強度を P として与える圧力は 2P/c であり、量子性 によって光子数がゆらぐと力雑音となる。これを輻射圧雑音と言い、力換算で

$$\delta F_{\rm radi} = \sqrt{\frac{8hP}{c\lambda}} \tag{3.25}$$

である。同じ量子雑音である散射雑音とは異なり、輻射圧雑音は光強度が大きいほど雑音レベルが大きく なる。

レーザーには強度ゆらぎ、周波数ゆらぎがあり、読み取り方法によっては雑音になる。強度モニターにより 強度安定化をしたり、参照共振器により周波数安定化をすることで雑音を低減することができる。

試験マスが磁気双極子モーメントを持っている場合、周囲の磁場からトルクを受けて雑音となる。Phase-I では超伝導磁気浮上に用いた強い磁石が原因で主要な雑音となっていた。磁場雑音を低減するために、アク チュエータとしてコイル-磁石ではなくコイル-コイルを用いる手法が考案されており、原理実証 [24] と雑音評 価 [25] がなされている。また環境磁場に関しては、磁気シールドによって低減できることが知られている。

残留ガス雑音は残留気体分子が試験マスに衝突することで起きる雑音である。与える圧力は試験マスの表面 積と気圧に比例するため、表面積を小さくしたり真空引きすることで低減することができる。

回路雑音は使用する電子回路由来の雑音で、特にデジタルで信号を取得する場合は ADC 雑音などが問題となり得る。

パラメータ	値
試験マスの長さ	$35~\mathrm{cm}$
試験マスの質量	$4.2 \mathrm{~kg}$
試験マスと懸架系の温度	4 K
慣性モーメント (I)	$0.056~\rm kg~m^2$
試験マスの Q 値	10^{5}
懸架ワイヤの Q 値	10^{8}
共振周波数 $(\omega_0/2\pi)$	$9 \mathrm{~mHz}$
真空度	$10^{-7} {\rm Pa}$
入射光強度	$50 \mathrm{mW}$
フィネス (F)	300
鏡基材のQ値	1×10^8
コーティングの Q 値	2×10^3

表 3.4 Phase-III TOBA の設計パラメータの例。
3.5.4 デザイン感度

以上の雑音を考慮し、表 3.4 のパラメータを用いて計算された設計感度は図 3.14 である。黒線がトータルの雑音の大きさで、0.1 Hz で振幅換算 $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ となっている。0.1 Hz より低周波では地面振動雑音 と懸架ワイヤの熱雑音に、高周波では散射雑音に制限されている。並進地面振動からのカップリング係数は系の状態に依存するのでこれより大小変化する可能性がある。



図 3.14 Phase-III TOBA のデザイン感度曲線。黒線がトータルの感度を示す。

3.5.5 高感度角度センサの必要性

図 3.14 の感度を達成するためには、散射雑音レベルを振幅換算で $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、角度換算で $\delta\theta \sim 5 \times 10^{-16} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$ までに抑える必要がある。この実現のためには角度信号の大きなセンサを使用すること が不可欠である。このような背景から、Phase-III TOBA に向けた高感度な角度センサの開発が必要であり、本論文はその研究に関連するものである。

3.6 本章のまとめ

- 低周波 (~0.1 Hz) に感度を持つねじれ型重力波望遠鏡 TOBA の開発が進められている。
- 水平回転の共振周波数より高いところでは、ねじれ振り子はクロスモードの重力波に対して一定の応答 (H_×(ω) = 1/2)を示す。
- 観測対象は主に4つあり、中間質量ブラックホールの連星合体、背景重力波、重力勾配雑音、地震速報である。
- これまで様々なプロトタイプによる原理実証が行われてきた。
- 現在は Phase-III の開発段階にあり、0.1 Hz 帯で振幅換算で $h \sim 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ 、角度換算で $\delta \theta \sim 5 \times 10^{-16} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$ の達成が目標である。
- 設計感度の実現のためには散射雑音を $\delta\theta_{shot} \sim 5 \times 10^{-16} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$ まで抑える必要があり、そのため

に高感度な角度センサが必要不可欠である。

第4章 Coupled WFS

TOBA では角度変動を読み取る高感度なセンサが必要であることを前章で述べた。そこで新しく考案 されている「Coupled 共振器を用いた Gouy 位相補償 Wave Front Sensor (Coupled WFS)」について 紹介を行う。これは従来の Wave Front Sensor (WFS) を改良したもので、Phase-III TOBA の要求感度 $\delta\theta \sim 5 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ を満たすことができるものである。

本章では Coupled WFS の原理や特長について、他の様々な角度センサと比較をしながら説明する。比較対 象とするのは、従来から使用されている光てこ (OPLEV)、マイケルソン干渉計、WFS に加えて、新しく考案 されている「Folded 共振器を用いた Gouy 位相調整 WFS (Folded WFS)」である。それぞれの角度センサ に対して信号取得原理、散射雑音ならびに主な雑音について説明する。そして 4.3 節では再び Coupled WFS に話を絞り、詳細な計算や課題について触れる。

4.1 Coupled WFS の原理

この節では、共振器内の Gouy 位相を補償する角度センサである、「Coupled 共振器を用いた Gouy 位相 補償 Wave front sensor (Coupled WFS)」を紹介する。これは WFS の後ろに鏡を1枚加えたもので、WFS の後ろの鏡を共振器に置き換えたような構成をしている (図 4.1)。

Coupled WFS は、従来の角度センサである WFS を改良したものである。WFS は共振器の鏡が傾くとそ れに応じて TEM₁₀ が生まれることを利用し、TEM₁₀ の量を測定することで鏡の傾きを読み取るものであ る。ただ、WFS では共振器内に非零の Gouy 位相が存在し、そのために TEM₁₀ を増幅することができず、 角度信号が小さいという問題があった。これを解決するものとして考案されたのが Coupled WFS である。 Coupled WFS では、補助共振器 (図 4.1 右側の共振器)の反射率が TEM₀₀ と TEM₁₀ とで異なることを利 用し、主共振器 (図 4.1 左側の共振器) 内の Gouy 位相を補助共振器が与える反射率の位相 (反射位相)の差に よって打ち消し、主共振器内で TEM₁₀ を増幅することができる。

以下ではまず WFS について紹介し、非零の共振器内 Gouy 位相によって角度信号が増幅できないことを見る。その後に Gouy 位相を打ち消すことのできる Coupled WFS について説明を行う。



図 4.1 Coupled WFS の概略図。

4.1.1 Wave Front Sensor

Wave front sensor (WFS) とは図 4.2 のような光共振器を使用したもので、鏡の傾きにより共振軸がずれ ることを読み取るものである。実際には、位相変調を利用して光の位相 (波面) を読む方法が広く用いられて いるが、ここでは変調を用いずに DC で読み取る場合についても WFS と呼ぶことにする。まず角度信号取得 原理について説明し、その後散射雑音をはじめとする主な雑音について見ていく。

信号取得原理

共振器を構成する一端の鏡が傾いた時に現れる信号を計算する。ここでは front 鏡が flat (RoC_{front} = ∞) だとして、ビームウエストが front 鏡上にあるとする。そして、入射光軸と共振器がアラインしているところ から front 鏡が微小に角度 θ だけ傾いた場合を考える。その時の電場は

$$E_{\rm c0} = t_1 E_{\rm i0} + r_1 r_2 e^{-i\phi_0} E_{\rm c0} + \beta r_1 r_2 e^{-i\phi_1} E_{\rm c1}$$

$$\tag{4.1}$$

$$E_{c1} = \beta r_1 r_2 e^{-i\phi_0} E_{c0} + r_1 r_2 e^{-i\phi_1} E_{c1}$$
(4.2)

$$E_{\rm r0} = -r_1 E_{\rm i0} + t_1 r_2 e^{-i\phi_0} E_{\rm c0} \tag{4.3}$$

$$E_{\rm r1} = -\beta r_1 E_{\rm i0} + t_1 r_2 e^{-i\phi_1} E_{\rm c1} \tag{4.4}$$

$$E_{\rm t0} = t_2 e^{-i\phi_0/2} E_{\rm c0} \tag{4.5}$$

$$E_{\rm t1} = t_2 e^{-i\phi_1/2} E_{\rm c1} \tag{4.6}$$

の関係を満たす*9*10。ただし、

$$\beta = i \frac{2\theta}{\theta_0}, \quad \theta_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{4.7}$$

は傾いた鏡に反射する時の TEM₀₀ \leftrightarrow TEM₁₀ の変換係数で、

$$\phi_0 = \frac{2L\omega}{c} - \Phi, \quad \phi_1 = \phi_0 - \Phi \tag{4.8}$$



図 4.2 WFS の概略図。

^{*9} ここではアラインしている時の共振器が定める固有モードを基底にとっている。また、TEM₀₀の光だけが入射しているとし、 $E_{i1} = 0$ である。

^{*&}lt;sup>10</sup> ここでは定常電場を仮定した。実際の共振器には 1 次のローパス特性があり、そのカットオフ周波数は $f_c = \nu_{\rm FWHM}/2 = c/2LF$ で表される。L = 10 cm、 $\mathcal{F} = 300$ とした時、 $f_c \sim 5$ MHz となり観測周波数帯に比べて大幅に高いので、以降ではローパス特性を無視して考えることにする。

は共振器を一周する間に受け取る位相 (周回位相、round-trip phase)、 Φ は共振器を一周する間の Gouy 位相 (round-trip Gouy phase) である。微小項 β の一次まで残してこれを解くと、

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0}}$$
 (4.9)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 r_2 e^{-i\phi_0}}{(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0})(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})}$$
 (4.10)

(反射ポート TEM₀₀)
$$r_0(\omega) := \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\phi_0}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0}}$$
 (4.11)

(反射ポート TEM₁₀)
$$r_1(\omega) := \frac{E_{r1}}{E_{i0}} = -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 e^{-i\phi_0} e^{-i\phi_1}}{(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0})(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})}$$
 (4.12)

(透過ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi_0/2}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0}}$$
 (4.13)

(透過ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{t1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 t_2 r_2 e^{-i\phi_0} e^{-i\phi_1/2}}{(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0})(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})}$$
 (4.14)

を得る。共振器が TEM₀₀ 共振状態にある場合には $\phi_0 = 0$ 、 $\phi_1 = -\Phi$ が成り立つので、

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2}$$
 (4.15)

$$(\#_{\rm K} \#_{\rm TEM_{10}}) \quad \frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})} \tag{4.16}$$

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{r0}}{E_{i0}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2}$$
 (4.17)

(反射ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{r1}}{E_{i0}} = -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 e^{i\Phi}}{(1 - r_1 r_2)(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})}$$
 (4.18)

(透過ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2}$$
 (4.19)

(透過ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{t1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 t_2 r_2 e^{i\Phi/2}}{(1 - r_1 r_2)(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})}$$
 (4.20)

となる。TEM₀₀の光に関しては共振器が傾いていない場合 (式 (A.25)) と変更を受けない。角度の情報を担う TEM₁₀ に関しては、共振器内で TEM₀₀ が増幅される効果 $(1 - r_1 r_2)^{-1}$ と、その光が傾いた鏡に当たって TEM₁₀ に変換された後に共振器内で重ね合わされる効果 $(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})^{-1}$ を受けていることがわかる。ただ し後者については一般の共振器の場合に $0 < \Phi < 2\pi$ であるため、 $(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})^{-1} \sim 1$ となり、必ずしも増幅を表す項ではないことに注意。

特に $r_1 \sim 1$ 、 $r_2 = 1$ の場合、フィネス $\mathcal{F} \sim \pi/(1 - r_1)$ を用いて

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \sqrt{\frac{2F}{\pi}}$$
 (4.21)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \beta \sqrt{\frac{2\mathcal{F}}{\pi}} \frac{1}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}}$$
 (4.22)

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{\rm r0}}{E_{\rm i0}} = 1$$
 (4.23)

(反射ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{\rm r1}}{E_{\rm i0}} = \beta \left(-1 + \frac{2e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right)$$
 (4.24)

となる。

これらの光を反射ポートの QPD で受けた時に得られる信号を計算する。信号取得法には 2 通りあり、そ れぞれ DC 信号と RF 信号と呼ぶことにする。DC 信号は左右の強度差を測定するもので、TEM₀₀ の光と位 相が揃っている TEM₁₀ を読み取る。RF 信号は左右の位相差を測定するもので、位相変調を利用することで TEM₀₀ のキャリア光と位相が直交している TEM₁₀ を読み取る。一般には WFS として RF 信号を用いて光 の波面 (Wave Front) を読み取る手法を採用しているが、本論文中では DC 信号を用いて角度を読み取る場合 についても WFS と呼ぶことにし、その紹介を行う。

読み取りには QPD(Quadrant Photo Detector) と呼ばれる 4 つの PD が集まった素子を用いる。一般の場合を考えて、位相変調がかけられた TEM₀₀ の電場と微小な TEM₁₀ の電場

$$E = u_{00}(J_0 E_0^{\rm c} + J_1 E_0^{\rm u} e^{i\omega_{\rm s}t} - J_1 E_0^{\rm l} e^{-i\omega_{\rm s}t}) + u_{10} E_1^{\rm c}$$
(4.25)

が QPD に入射されているとする。ただし大局的位相 $e^{i\omega t}$ は無視し、TEM₀₀ の位相を基準にして記述した。 ここで $J_{\alpha} = J_{\alpha}(\beta_{\text{mod}})$ は α 次の第一種ベッセル関数、 ω_{s} はサイドバンド角周波数、 E_0^{c} 、 E_0^{u} 、 E_0^{l} は電場の次 元を持つ実数係数、 E_1^{c} は電場の次元を持つ複素係数で、添字の c、u、l はそれぞれキャリア、 upper サイドバ ンド、lower サイドバンドを表す。u は空間分布だけ取り出したエルミートガウシアンモード (式 (A.2)) で、

$$u_{00} = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2}} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right]$$
(4.26)

$$u_{10} = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2}} \frac{2x}{w} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right]$$
(4.27)

であり、

$$\int_{0}^{\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y \, u_{00} u_{10} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \tag{4.28}$$

を満たす量である。この時 QPD を用いて得られる DC 信号と (PDH 信号と同様に) 復調した RF 信号は、

DC 信号:
$$P_{\rm DC} = 2 \int_0^\infty \mathrm{d}x \int_{-\infty}^\infty \mathrm{d}y \, u_{00} u_{10} J_0 E_0^{\rm c} \operatorname{Re}(E_1^{\rm c}) = \sqrt{\frac{8}{\pi}} J_0 E_0^{\rm c} \operatorname{Re}(E_1^{\rm c})$$
 (4.29)

RF 信号:
$$P_{\rm RF} = \int_0^\infty dx \int_{-\infty}^\infty dy \, u_{00} u_{10} J_1 \, {\rm Im}(E_0^{\rm u*} E_1^{\rm c} - E_0^{\rm l} E_1^{\rm c*}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} J_1 \, {\rm Im}(E_0^{\rm u*} E_1^{\rm c} - E_0^{\rm l} E_1^{\rm c*})$$
(4.30)

$$\sim \sqrt{\frac{8}{\pi}} J_1 E_0^{\rm s} \, {\rm Im}(E_1^{\rm c})$$
 (4.31)

(* は複素共役) と計算できる。3 行目はサイドバンド光が非共振にあることを仮定し、 $E_0^{\rm u} = E_0^{\rm l} =: E_0^{\rm s}$ とした 。DC と RF のどちらも TEM₀₀ と TEM₁₀ の掛け合わさった信号 (ビート) となっており、TEM₀₀ が局所発 信器 (Local Oscillator; LO) として機能していることがわかる。

これより、読み取る TEM₁₀ の位相を $e^{i\psi}$ として、光を反射ポートの QPD で受けた時に得られる WFS の DC 信号は

$$P_{\rm DC} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[r_0(\omega) r_1(\omega) e^{i\psi} \right]$$

$$= \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[\int_{-r_1}^{-r_2} d^{-i\phi_0} d^{-i\phi_0} \right]$$

$$= \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[\int_{-r_1}^{-r_2} d^{-i\phi_0} d^{-i$$

$$= \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[\left\{ -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\phi_0}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0}} \right\} \left\{ -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 e^{-i\phi_0} e^{-i\phi_1}}{(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0})(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})} \right\} e^{i\psi} \right]$$
(4.33)

であり、復調した RF 信号は

$$P_{\rm RF} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 \,{\rm Im} \left[\{ r_0^*(\omega + \omega_{\rm s}) r_1(\omega) - r_0(\omega - \omega_{\rm s}) r_1^*(\omega) \} e^{i\psi} \right] \tag{4.34}$$

$$\sim -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0 J_1 \operatorname{Im} \left[r_1(\omega) e^{i\psi} \right] \tag{4.35}$$

$$= -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0 J_1 \operatorname{Im} \left[\left\{ -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 e^{-i\phi_0} e^{-i\phi_1}}{(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0})(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_1})} \right\} e^{i\psi} \right]$$
(4.36)

と求まる。ただし RF 信号計算の 2 行目ではサイドバンドが非共振であることを仮定した。 共振器が TEM₀₀ の共振にある時は

$$P_{\rm DC} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[\left\{ -r_1 + \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2} \right\} \left\{ -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 e^{i\Phi}}{(1 - r_1 r_2)(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})} \right\} e^{i\psi} \right]$$
(4.37)

$$P_{\rm RF} = -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 \,\mathrm{Im} \left[\left\{ -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 e^{i\Phi}}{(1 - r_1 r_2)(1 - r_1 r_2 e^{i\Phi})} \right\} e^{i\psi} \right] \tag{4.38}$$

となり、特に $r_1 \sim 1$ 、 $r_2 = 1$ の時、

$$P_{\rm DC} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 \, \mathrm{Re} \left[\beta \left(-1 + \frac{2e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right) e^{i\psi} \right]$$
(4.39)

$$P_{\rm RF} = -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 \,{\rm Im} \left[\beta \left(-1 + \frac{2e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right) e^{i\psi} \right]$$
(4.40)

となる。これらを比較してみると、DC でも RF でも似た角度信号を取得することができることがわかる。実際にどちらを使用するか検討する時は、サイドバンドの大きさやミキサーの効率、雑音の大きさ等を考慮する 必要がある。

以降の議論で WFS の角度信号とは、式 (4.39)、(4.40) の信号が一番大きくなるように読み取り位相 ψ を 選んだ時のものを指し、これは言い方を変えれば、DC 信号の場合は TEM₀₀ と TEM₁₀ の位相が揃った時、 RF 信号の場合は TEM₀₀ と TEM₁₀ の位相が直交している時のものを指す。近似的には、

$$P_{\rm DC}^{\rm max} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 |\beta| \left(-1 + \frac{2e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right)$$
(4.41)

$$P_{\rm RF}^{\rm max} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 |\beta| \left(-1 + \frac{2e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right)$$
(4.42)

である*11 。

なお、共振器内の Gouy 位相が 0 や 2π から遠く、またフィネスが十分高い場合には

$$P_{\rm DC}^{\rm max} \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 |\beta| \sqrt{3 + \frac{2}{1 - \cos \Phi}}$$
 (4.45)

$$P_{\rm RF}^{\rm max} \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 |\beta| \sqrt{3 + \frac{2}{1 - \cos \Phi}}$$
(4.46)

*11 正しくは

$$P_{\rm DC}^{\rm max} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 |\beta| \sqrt{\frac{1 + (3 - \pi/\mathcal{F})^2 - 2(3 - \pi/\mathcal{F})\cos\Phi}{1 + (1 - \pi/\mathcal{F})^2 - 2(1 - \pi/\mathcal{F})\cos\Phi}}$$
(4.43)

$$P_{\rm RF}^{\rm max} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 |\beta| \sqrt{\frac{1 + (3 - \pi/\mathcal{F})^2 - 2(3 - \pi/\mathcal{F})\cos\Phi}{1 + (1 - \pi/\mathcal{F})^2 - 2(1 - \pi/\mathcal{F})\cos\Phi}}$$
(4.44)

であるが、ここでは簡易的な近似式として式 (4.41)~(4.42)を用いる。

となる。

散射雑音

共振器がキャリア TEM₀₀ に対して共振、かつサイドバンド TEM₀₀ に対して非共振にあるとする。また、 変調指数は小さく、 $J_0 \sim 1$ が成り立っているとする。QPD に入る光強度は左右ともに $P_{i0}/2$ であり、合計で は P_{i0} である。左右の PD で光強度の揺らぎが無相関だとして、散射雑音は光強度換算で

$$\delta P_{\rm shot}^{\rm WFS} = \sqrt{\left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_{\rm i0}}{2}\right) + \left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_{\rm i0}}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2hcP_{\rm i0}}{\lambda}}$$
(4.47)

となり、角度換算に直すと、 DC 信号の場合は式 (4.45) より、

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm WFS,DC} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm WFS,DC}}{(\partial P_{\rm DC}/\partial \theta)} = \frac{1}{4\sqrt{3+2/(1-\cos\Phi)}} \frac{1}{w_0} \sqrt{\frac{hc\lambda}{\pi P_{\rm i0}}},\tag{4.48}$$

また RF 信号の場合は式 (4.46) より、

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm WFS,RF} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm WFS,RF}}{|\partial P_{\rm RF}/\partial \theta|} = \frac{1}{4\sqrt{3+2/(1-\cos\Phi)}} \frac{1}{J_1 w_0} \sqrt{\frac{hc\lambda}{\pi P_{\rm i0}}}$$
(4.49)

と求まる。ビーム径が大きいほど、入射光が強いほど散射雑音が小さくなることがわかる。 $w_0 = 3.5 \text{ mm}, \lambda = 1 \ \mu\text{m}, P_{i0} = 50 \text{ mW}, J_1 = 0.05, \Phi = 30 \text{ deg として散射雑音レベルは}$

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm WFS,DC} \sim 2 \times 10^{-14} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{3.5 \text{ mm}}{w_0}\right) \left(\frac{50 \text{ mW}}{P_{\rm i0}}\right)^{1/2}$$
(4.50)

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm WFS,RF} \sim 4 \times 10^{-13} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{0.05}{J_1}\right) \left(\frac{3.5 \text{ mm}}{w_0}\right) \left(\frac{50 \text{ mW}}{P_{\rm i0}}\right)^{1/2} \tag{4.51}$$

となる。これらは要求値 $\delta\theta \sim 5 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ を満たしていないが、それは信号強度が不足しているため である。信号強度を増やすには、共振器内を一周する間に受ける Gouy 位相 Φ を $2\pi n(n$ は整数) にすれば良 いが、式 (A.53) より片道での Gouy 位相は $-\pi/2 < \zeta(z) < \pi/2$ の値しか取らず、共振器での往復を考える と $0 < \Phi < 2\pi$ しか取り得ない。よって $\Phi = 2\pi n$ に近づけるには、平面鏡 2 枚で構成する ($\Phi \sim 0$) か、球面 鏡 2 枚で構成する ($\Phi \sim 2\pi$) などの必要があるが、どちらも運用が難しい。

熱雑音

鏡の基材やコーティングの熱雑音によって鏡表面に角度がつき、角度信号に現れてしまう効果が存在する。 角度方向に現れる熱雑音の大きさは [12] によると、

$$\delta\theta_{\rm thermal} = \sqrt{\frac{2k_{\rm B}T}{\pi^{3/2}f} \frac{1-\nu_{\rm s}^2}{E_{\rm s}} \frac{\phi_{\rm mir}}{w_0^3}} \tag{4.52}$$

$$\phi_{\rm mir} \equiv \phi_{\rm s} + \frac{2d_{\rm c}}{\sqrt{\pi}w_0} \left(\frac{E_{\rm c}}{E_{\rm s}} \frac{(1+\nu_{\rm s})(1-2\nu_{\rm s})^2}{(1-\nu_{\rm s})(1-\nu_{\rm c}^2)} + \frac{E_{\rm s}}{E_{\rm c}} \frac{(1+\nu_{\rm c})(1-2\nu_{\rm c})}{(1-\nu_{\rm s}^2)(1-\nu_{\rm c})} \right) \phi_{\rm c}$$
(4.53)

である。ここで s、c はそれぞれ基材 (substrate) とコーティング (coating) を意味し、 ν はポアソン比、 ϕ は loss angle、 d_c はコーテイングの厚さ、E はヤング率である。鏡がサファイアとして $E_s = 335$ GPa、 $\nu_s = 0.28$

、 $\phi_s = 10^{-8}$ を、コーティングが石英-タンタルとして $E_c = 100$ GPa、 $\nu_c = 0.17$ 、 $\phi_c = 5 \times 10^{-4}$ 、 $d_c = 8 \mu m$ を仮定すると、熱雑音は

$$\delta\theta_{\rm thermal}^{\rm WFS} \sim 8 \times 10^{-18} \ {\rm rad}/\sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{T}{4 \ \rm K}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_{\rm s}}{10^{-8}}\right)^{1/2} \left(\frac{3.5 \ \rm mm}{w_0}\right)^{3/2} \left(\frac{0.1 \ \rm Hz}{f}\right)^{1/2} + 2 \times 10^{-16} \ {\rm rad}/\sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{T}{4 \ \rm K}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_{\rm c}}{5 \times 10^{-4}}\right)^{1/2} \left(\frac{3.5 \ \rm mm}{w_0}\right)^2 \left(\frac{0.1 \ \rm Hz}{f}\right)^{1/2}$$
(4.54)

となる。

周波数雑音

入射光に周波数雑音がある場合、EOM での位相変調と同様に計算できて

$$E_{i0} = E_0 e^{i\omega t + \int d\omega' \beta'_{\omega'} \sin \omega' t} \sim E_0 e^{i\omega t} \prod_{\omega'} \left(J_0(\beta'_{\omega'}) + J_1(\beta'_{\omega'}) e^{i\omega' t} - J_1(\beta'_{\omega'}) e^{-i\omega' t} \right)$$
(4.55)

のように、ゆらぎの周波数 ω' だけ離れたサイドバンドが立つと考えることができる。観測周波数帯域のゆら ぎ $\omega'/2\pi \sim 0.1$ Hz のみに注目することにすると、ゆらぎの周波数は共振器の線幅周波数 $\nu_{\rm FWHM} = c/2LF \sim$ MHz より十分小さいため、キャリアと周波数揺らぎによるサイドバンドでは共振器に対する応答が同じであ る。よって揺らぎの効果は相殺され、周波数雑音は角度信号に出てこない。

並進カップリング雑音

反射鏡に平坦な鏡を使うことで、光軸に垂直な方向の試験マスの並進移動から角度信号へのカップリングを 取り除くことができる。また光軸方向の並進移動からのカップリングについては、共振器長制御によって低減 することができる。

ビームジッター雑音

式 (4.1)~(4.6) では入射光が TEM₀₀ のみの場合を考えていたが、アラインメントが完璧でない場合、ある いは擾乱によって入射光軸が揺らいだ場合は TEM₁₀ の光も同時に入射してしまう。その時の電場の表式は

$$E_{\rm c0} = t_1 E_{\rm i0} + r_1 r_2 e^{-i\phi_0} E_{\rm c0} + \beta r_1 r_2 e^{-i\phi_1} E_{\rm c1}$$
(4.56)

$$E_{c1} = t_1 E_{i1} + \beta r_1 r_2 e^{-i\phi_0} E_{c0} + r_1 r_2 e^{-i\phi_1} E_{c1}$$
(4.57)

$$E_{\rm r0} = -r_1 E_{\rm i0} - \beta r_1 E_{\rm i1} + t_1 r_2 e^{-i\phi_0} E_{\rm c0}$$
(4.58)

$$E_{\rm r1} = -\beta r_1 E_{\rm i0} - r_1 E_{\rm i1} + t_1 r_2 e^{-i\phi_1} E_{\rm c1} \tag{4.59}$$

$$E_{\rm t0} = t_2 e^{-i\phi_0/2} E_{\rm c0} \tag{4.60}$$

$$E_{\rm t1} = t_2 e^{-i\phi_1/2} E_{\rm c1} \tag{4.61}$$

となる。ただし、添字の 1、2 はそれぞれ TEM₀₀ と TEM₁₀ を表す。front 鏡の傾きが小さく ($|\beta| \ll 1$)、ビー ムジッターが小さい ($|E_{i1}| \ll |E_{i0}|$) 場合、反射ポートの電場は

(反射ポート TEM₀₀)
$$E_{\rm r0} = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0}}\right) E_{\rm i0}$$
 (4.62)

(反射ポート TEM₁₀)
$$E_{r1} = -\beta r_1 E_{i0} - r_1 E_{i1} + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\phi_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_1}} \left(\frac{\beta r_1 r_2 e^{-i\phi_0}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_0}} E_{i0} + E_{i1} \right)$$
 (4.63)

と表される。反射ポートの TEM₀₀ 電場はジッターの影響を受けないことがわかる。ここで、共振器が TEM₀₀ 共振にあり ($\phi_0 = 0, \phi_1 = -\Phi$)、かつ $r_2 = 1$ のとき、フィネス $\mathcal{F} = \pi/(1 - r_1)$ を用いて、

$$E_{\rm r1} = \beta r_1 \left(-1 + \frac{2e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right) E_{\rm i0} + \left(-r_1 + \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \frac{e^{i\Phi}}{1 - (1 - \pi/\mathcal{F})e^{i\Phi}} \right) E_{\rm i1}$$
(4.64)

となる。

4.1.2 Coupled WFS

WFS では共振器内に非零の Gouy 位相が存在して TEM₁₀ を増幅することができず、角度信号が小さいという問題があった。これを解決するものとして考案されたのが Coupled WFS である。

以下では図 4.3 のように鏡の名前をそれぞれ front 鏡、mid 鏡、end 鏡とし、front 鏡 と mid 鏡、mid 鏡 と end 鏡で構成された共振器をそれぞれ主共振器 (main cavity)、補助共振器 (auxiliary cavity) と呼ぶこと にする。2 つの共振器が存在してその信号が混ざり合うことが Coupled の由来である。

Coupled WFS では、補助共振器の反射率が TEM₀₀ と TEM₁₀ とで異なることを利用し、主共振器内の Gouy 位相を補助共振器が与える反射位相差によって打ち消し、主共振内部で TEM₀₀ と TEM₁₀ を同時に共 振させ、角度信号を増幅することができる。

主共振器内部で TEM₁₀ も増幅する分角度信号は大きく、Phase-III TOBA の散射雑音に対する要求値を 満たすことができる。WFS と同様に周波数雑音や鏡の並進カップリングはない。また、Coupled WFS では ビームジッター雑音が小さいというメリットもある。



図 4.3 Coupled WFS の概略図。3 枚の鏡で 2 つの共振器を構成しており、WFS の end 鏡を補助共振器 に置き換えたような形になっている。

信号取得原理

ここでも front 鏡が flat だとし、入射光軸と共振器がアラインしているところから front 鏡が微小に角度 θ だけ傾いた場合を考える。その時の電場は式 (4.1)~(4.6) の表式に出てくる WFS の end 鏡由来の項 r_2 、 t_2

を補助共振器のものに変更すれば良く、補助共振器の反射率や透過率は TEM₀₀ と TEM₁₀ で異なることに注意すると、

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_{a0} e^{-i\phi_{m0}}}$$
 (4.65)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 r_{a0} e^{-i\phi_{m0}}}{(1 - r_1 r_{a0} e^{-i\phi_{m0}})(1 - r_1 r_{a1} e^{-i\phi_{m1}})}$$
 (4.66)

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{\rm r0}}{E_{\rm i0}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_{\rm a0} e^{-i\phi_{\rm m0}}}{1 - r_1 r_{\rm a0} e^{-i\phi_{\rm m0}}}$$
 (4.67)

(反射ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{r1}}{E_{i0}} = -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_{a0} r_{a1} e^{-i\phi_{m0}} e^{-i\phi_{m1}}}{(1 - r_1 r_{a0} e^{-i\phi_{m0}})(1 - r_1 r_{a1} e^{-i\phi_{m1}})}$$
 (4.68)

(透過ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{t_1 t_{a0} e^{-i\phi_{m0}/2}}{1 - r_1 r_{a0} e^{-i\phi_{m0}}}$$
 (4.69)

(透過ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{\rm t1}}{E_{\rm i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 t_{\rm a1} r_{\rm a0} e^{-i\phi_{\rm m0}} e^{-i\phi_{\rm m1}/2}}{(1 - r_1 r_{\rm a0} e^{-i\phi_{\rm m0}})(1 - r_1 r_{\rm a1} e^{-i\phi_{\rm m1}})}$$
 (4.70)

を得る*¹² 。ただし

$$r_{\rm a0} = -r_2 + \frac{t_2^2 r_3 e^{-i\phi_{\rm a0}}}{1 - r_2 r_3 e^{-i\phi_{\rm a0}}} \tag{4.71}$$

$$r_{\rm a1} = -r_2 + \frac{t_2^2 r_3 e^{-i\phi_{\rm a1}}}{1 - r_2 r_3 e^{-i\phi_{\rm a1}}} \tag{4.72}$$

$$t_{a0} = \frac{t_2 t_3 e^{-i\phi_{a0}}}{1 - r_2 r_3 e^{-i\phi_{a0}}}$$
(4.73)

$$t_{\rm a1} = \frac{t_2 t_3 e^{-i\phi_{\rm a1}}}{1 - r_2 r_3 e^{-i\phi_{\rm a1}}} \tag{4.74}$$

は補助共振器のモードごとの反射率と透過率で、

$$\phi_{\rm m0} = \frac{4\pi L_{\rm m}}{\lambda} - \Phi_{\rm m} \tag{4.75}$$

$$\phi_{\rm m1} = \frac{4\pi L_{\rm m}}{\lambda} - 2\Phi_{\rm m} \tag{4.76}$$

$$\phi_{\rm a0} = \frac{4\pi L_{\rm a}}{\lambda} - \Phi_{\rm a} \tag{4.77}$$

$$\phi_{a1} = \frac{4\pi L_a}{\lambda} - 2\Phi_a \tag{4.78}$$

は主共振器と補助共振器の周回位相である。(添字の m、a はそれぞれ主共振器 (main cavity)、補助共振器 (aux cavity) を意味する。) それぞれの鏡の反射率や透過率 $(r_1, t_1 ~ \ensuremath{\$})$ は実数であったが、補助共振器の反射 率や透過率 $(r_{a0}, t_{a0} ~ \ensuremath{\$})$ は複素数であることに注意。

TEM₀₀ と TEM₁₀ の共振条件は

$$\arg(r_{a0}) - \phi_{m0} = 2\pi n \quad (TEM_{00})$$
(4.79)

$$\arg(r_{a1}) - \phi_{m1} = 2\pi m \quad (\text{TEM}_{10})$$
 (4.80)

^{*12} ここでは補助共振器を一体の鏡として扱って計算しているが、主共振器を一体の鏡として扱い、Coupled 共振器を「主共振器と end 鏡で構成された共振器」とみなして計算をすることもできる。ただしその場合は主共振器の反射率が表面と裏面で異なること に注意。なお、透過率はどちらからの入射でも同じ値である。

(*n、m*は整数)である。ここから補助共振器の反射位相が重要であることがわかる。同時共振条件を書き換えると

$$\arg(r_{\rm a0}) - \phi_{\rm m0} = 2\pi n \tag{4.81}$$

$$\arg\left(r_{\rm a0}\right) - \arg\left(r_{\rm a1}\right) = \Phi \tag{4.82}$$

となる。第 1 式は主共振器内で TEM₀₀ が共振することを表し、第 2 式は補助共振器の与える反射位相差 $\arg(r_{a0}) - \arg(r_{a1})$ が主共振器の Gouy 位相を打ち消すことを意味する。

同時共振条件が満たされている時の電場は

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \frac{t_1}{1 - r_1 |r_{a0}^{reso}|}$$
 (4.83)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 |r_{a0}^{reso}|}{(1 - r_1 |r_{a0}^{reso}|)(1 - r_1 |r_{a1}^{reso}|)}$$
 (4.84)

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{r0}}{E_{i0}} = -r_1 + \frac{t_1^2 |r_{a0}^{\text{reso}}|}{1 - r_1 |r_{a0}^{\text{reso}}|}$$
 (4.85)

$$\left(\overline{\wp} \, \sharp \, \vec{\pi} - \mathcal{F} \, \mathrm{TEM}_{10} \right) \quad \frac{E_{\mathrm{r1}}}{E_{\mathrm{i0}}} = -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 |r_{\mathrm{a0}}^{\mathrm{reso}}| |r_{\mathrm{a1}}^{\mathrm{reso}}|}{(1 - r_1 |r_{\mathrm{a0}}^{\mathrm{reso}}|)(1 - r_1 |r_{\mathrm{a1}}^{\mathrm{reso}}|)} \tag{4.86}$$

(透過ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{t_1 t_{a0}^{reso} e^{-i \arg(r_{a0}^{reso})/2}}{1 - r_1 |r_{a0}^{reso}|}$$
 (4.87)

(透過ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{t1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 t_{a1}^{reso} |r_{a0}^{reso}| e^{-i \arg(r_{a1}^{reso})/2}}{(1 - r_1 |r_{a0}^{reso}|)(1 - r_1 |r_{a1}^{reso}|)}$$
 (4.88)

となる。特に $r_3=1$ の時は補助共振器は反射率の大きさが1となり、フィネス
 $\mathcal{F} \sim \pi/(1-r_1)$ を用いて

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \sqrt{\frac{2\overline{F}}{\pi}}$$
 (4.89)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \beta \frac{\mathcal{F}}{\pi} \sqrt{\frac{2\mathcal{F}}{\pi}}$$
 (4.90)

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{\rm r0}}{E_{\rm i0}} = 1$$
 (4.91)

(反射ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{\rm r1}}{E_{\rm i0}} = \beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$$
 (4.92)

となる。WFS の時と異なり、主共振器内の Gouy 位相が打ち消されているために TEM₁₀ も共振器内で F/π 倍に増幅されていることがわかる。反射ポートの TEM₁₀ については、共振器に入らず front 鏡 で反射して 生まれる TEM₁₀ よりも、共振器の中から出てくる TEM₁₀ の方が 2 F/π 倍大きくなっている。

WFS と同様に、QPD で得られる反射ポートの角度信号を計算する。共振器が共振状態にあるとして、DC 信号と復調された RF 信号は

$$P_{\rm DC} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[\beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi} e^{i\psi} \right]$$
(4.93)

$$P_{\rm RF} = -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 \,\mathrm{Im} \left[\beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi} e^{i\psi}\right] \tag{4.94}$$

となる。

WFS と同様に、Coupled WFS の角度信号とは、DC 信号と復調された RF 信号がそれぞれ一番大きくな るように読み取り位相 ψ を選んだ時のものとし、具体的には

$$P_{\rm DC}^{\rm max} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 |\beta| \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$$
(4.95)

$$P_{\rm RF}^{\rm max} = -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 |\beta| \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$$
(4.96)

である。ただしサイドバンドは非共振とした。

散射雑音

キャリアの TEM₀₀ と TEM₁₀ は共振、サイドバンドは非共振にあるとする。また、変調指数は小さく、 $J_0 \sim 1$ とする。WFS の場合と同じように計算して、散射雑音は光強度換算で

$$\delta P_{\rm shot}^{\rm Coupled} = \sqrt{\left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_{\rm i0}}{2}\right) + \left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_{\rm i0}}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2hcP_{\rm i0}}{\lambda}} \tag{4.97}$$

となり、角度換算に直すと、

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Coupled, DC} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm coupled, DC}}{(\partial P_{\rm DC}/\partial \theta)} = \frac{1}{8\mathcal{F}w_0} \sqrt{\frac{hc\pi\lambda}{P_{\rm i0}}}$$
(4.98)

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Coupled,RF} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm coupled,RF}}{|\partial P_{\rm RF}/\partial \theta|} = \frac{1}{8J_1 \mathcal{F} w_0} \sqrt{\frac{hc\pi\lambda}{P_{\rm i0}}}$$
(4.99)

と求まる。ビーム径が大きく、フィネスが高く、入射光が強いほど散射雑音が小さくなることがわかる。 $w_0 = 3.5 \text{ mm}, \mathcal{F} = 300, \lambda = 1 \ \mu\text{m}, P_{i0} = 50 \text{ mW}, J_1 = 0.05 \text{ として散射雑音レベルは}$

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Coupled, DC} \sim 4 \times 10^{-16} \ \text{rad}/\sqrt{\text{Hz}} \times \left(\frac{300}{\mathcal{F}}\right) \left(\frac{3.5 \ \text{mm}}{w_0}\right) \left(\frac{50 \ \text{mW}}{P_{\rm i0}}\right)^{1/2} \tag{4.100}$$

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Coupled,RF} \sim 8 \times 10^{-15} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{0.05}{J_1}\right) \left(\frac{300}{\mathcal{F}}\right) \left(\frac{3.5 \text{ mm}}{w_0}\right) \left(\frac{50 \text{ mW}}{P_{\rm i0}}\right)^{1/2}$$
(4.101)

であり、DC 信号では Phase-III TOBA の要求値を満たしている。

熱雑音

熱雑音により鏡の表面が角度方向に揺らいでしまう効果がある。その大きさは WFS の場合と同じで、

$$\delta\theta_{\rm thermal}^{\rm Coupled} \sim 8 \times 10^{-18} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{T}{4 \text{ K}}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_{\rm s}}{10^{-8}}\right)^{1/2} \left(\frac{3.5 \text{ mm}}{w_0}\right)^{3/2} \left(\frac{0.1 \text{ Hz}}{f}\right)^{1/2} + 2 \times 10^{-16} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{T}{4 \text{ K}}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_{\rm c}}{5 \times 10^{-4}}\right)^{1/2} \left(\frac{3.5 \text{ mm}}{w_0}\right)^2 \left(\frac{0.1 \text{ Hz}}{f}\right)^{1/2}$$
(4.102)

である。これは Phase-III TOBA の要求値を満たすものであるが、比較的大きく、問題となり得る雑音である。

周波数雑音

WFS の場合と同様で、周波数の揺らぎは角度信号に現れない。

並進カップリング雑音

WFS の場合と同様に、反射鏡に平坦な鏡を使うことで、光軸に垂直な方向の試験マスの並進移動から角度 信号へのカップリングを取り除くことができる。また光軸方向の並進移動からのカップリングについては、共 振器長制御によって低減することができる。

ビームジッター雑音

WFS の場合と同様に考えて、ビームジッターが存在する時の反射ポートの電場は

(反射ポート TEM₀₀)
$$E_{r0} = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_{a0}}{1 - r_1 r_{a0} e^{-i\phi_0}}\right) E_{i0}$$
 (4.103)

(反射ポート TEM₁₀)
$$E_{r1} = -\beta r_1 E_{i0} - r_1 E_{i1} + \frac{t_1^2 r_{a1} e^{-i\phi_1}}{1 - r_1 r_{a1} e^{-i\phi_1}} \left(\frac{\beta r_1 r_{a0} e^{-i\phi_0}}{1 - r_1 r_{a0} e^{-i\phi_0}} E_{i0} + E_{i1} \right)$$
 (4.104)

となる。ただし、front 鏡の傾きが小さく ($|\beta| \ll 1$)、ビームジッターが小さい ($|E_{i1}| \ll |E_{i0}|$) とした。ここ から反射ポートの TEM₀₀ はビームジッターの影響を受けていないことがわかる。Coupled 共振器が同時共振条件を満たし、かつ $r_1 \sim 1$ 、 $r_3 = 1$ のとき、フィネス F を用いて

$$E_{\rm r1} \sim \beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi} E_{\rm i0} + E_{\rm i1}$$
 (4.105)

となり、front 鏡の角度変動によって生成された TEM₁₀(第一項) は共振器内部で増幅しているのに対し、ビー ムジッターによる TEM₁₀ は増幅の影響を受けずに反射ポートに帰ってくることがわかる。このことから、 Coupled WFS は入射光のビームジッター雑音に対して十分大きな角度信号を得ることができて、良い信号雑 音比を持つことが確認される。

4.2 角度センサの比較

前節では WFS を改善したものとして Coupled WFS を紹介した。本節では比較対象として、これら以外の 様々な角度センサについて説明を行う。特に散射雑音レベル (角度信号の大きさ) が Phase-III TOBA の要求 感度を達成できるかを基準として比較する、また他の主要な雑音源についても議論する。

4.2.1 光てこ

光てこ (OPtical LEVer; OPLEV) とは図 4.4 のような構成で、対象となる鏡が傾くと反射光の光軸がずれ ることを利用して角度を読み取るものである。読み取りには QPD を用いて、4 つの PD の出力の大きさから どこにビームスポットがあるのかを検知する。特に、水平回転方向の角度を読み取る場合には、4 つの PD の うち左右の出力の差を取れば良い。光てこは構成や運用が比較的容易で、広く使用されている。

信号取得原理

鏡が角度 θ 傾くと反射光軸は 2θ 動く。鏡から QPD までの距離を *L* とすると、QPD 上でのビームスポットは $\delta x = 2L\theta$ だけ移動する。ビームスポットが QPD の中心から *x* 方向に δx だけ離れた場所にある時の



図 4.4 光てこの概略図。

QPD の差動信号は

$$P_{\text{diff},x} = P(x > 0) - P(x < 0)$$

= $\int_0^\infty dx \int_{-\infty}^\infty dy P_0 |U_{00}(x + \delta x, y, z)|^2 - \int_{-\infty}^0 dx \int_{-\infty}^\infty dy (\cdots)$ (4.106)

$$= 2 \int_0^{\delta x} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y \, P_0 |U_{00}(x, y, z)|^2 \tag{4.107}$$

$$= P_0 \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}}{w_{\rm QPD}}\delta x\right] \tag{4.108}$$

となる。ここで誤差関数 $\operatorname{erf}(x)$ は

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} \,\mathrm{d}t \tag{4.109}$$

で定義されるもので、 w_{QPD} は QPD 位置でのビーム径である。QPD の中心近傍 ($\delta x \ll w_{\text{QPD}}$) では

$$P_{\rm diff,x} \sim P_0 \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{\delta x}{w_{\rm QPD}} \tag{4.110}$$

$$=P_0\sqrt{\frac{8}{\pi}}\frac{2L}{w_{\rm QPD}}\theta\tag{4.111}$$

のように角度に関して線形な出力応答を示す。

散射雑音

光てこを用いた時の散射雑音を計算する。 QPD に入る光強度は左右ともに $P_0/2$ であり、合計では P_0 である。 散射雑音は光強度換算で

$$\delta P_{\rm shot}^{\rm OPLEV} = \sqrt{\left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_0}{2}\right) + \left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_0}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2hcP_0}{\lambda}}$$
(4.112)

となり、角度換算に直すと、

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm OPLEV} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm OPLEV}}{(\partial P_{\rm diff,x}/\partial \theta)} = \frac{w_{\rm QPD}}{4L} \sqrt{\frac{hc\pi}{\lambda P_0}}$$
(4.113)

となる。ビーム径 w_{QPD} が小さく、てこの長さ L が長く、光強度が大きいほど散射雑音が小さくなることが わかる^{*13}。これはビーム系が小さいほど QPD でのセンサー効率が高いこと、てこが長いとビームスポット 位置変化に鋭敏になることから理解できる。

 $w_{\text{QPD}} = 100 \ \mu \text{m}^{*14}, \ L = 1 \ \text{m}, \lambda = 1 \ \mu \text{m}, P_0 = 50 \ \text{mW}$ とすると、散射雑音レベルは

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm OPLEV} \sim 9 \times 10^{-14} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{w_{\rm QPD}}{100 \ \mu \rm m}\right) \left(\frac{1 \ \rm m}{L}\right) \left(\frac{50 \ \rm mW}{P_0}\right)^{1/2} \tag{4.114}$$

であり、Phase-III TOBA の要求感度には満たない。

周波数雑音

光てこは QPD の DC でビームスポットずれを見るものである。この測定では光の強度だけを取り出すため、周波数雑音は角度信号に現れない。

並進カップリング雑音

鏡に対して斜めに光を入射する場合、図 4.4 左右方向への鏡の並進移動によって反射光軸も平行移動し、 QPD 上でのビームスポットがずれる効果が存在する。光の入射角を θ_i 、鏡の移動量を δz_{mir} とすると、QPD でのビームスポットずれは

$$\delta x_{\rm trans} = 2\delta z_{\rm mir} \sin \theta_{\rm i} \tag{4.115}$$

である。直入射に近づけるほどこのカップリングを小さくすることができる。あるいは、てこの長さ *L* が長 くするほど、角度信号の大きさと比べて相対的に寄与を小さくすることができる。

また、図 4.4 上下方向への鏡の並進移動については、反射鏡に平坦な鏡を使うことで、並進運動から角度信 号へのカップリングを取り除くことができる。

ビームジッター雑音

光てこは試験マスの角度変動による反射光軸のずれを直接読み取るものであった。そのため、入射光軸の ビームジッターと鏡の角度変動の区別がつかず、(ビームジッター TEM₁₀ の位相にもよるが、) ビームジッ ター雑音が角度信号と同程度の寄与で入り込んでしまう。そのため光てこではビームジッター雑音が主要な雑 音源となる。

4.2.2 マイケルソン干渉計

マイケルソン干渉計は図 4.5 のような構成で、入射光をビームスプリッタ (Beam Splitter; BS) で二つ に分けた後、それぞれの反射光を干渉させて位相差を読み取るものである。光の干渉を利用するので波長 (~1 µm) スケールの長さが計測可能である。対象となる物体の 2 地点に対してそれぞれの距離変動の差を測 定すれば、物体の回転運動を読み取ることもできる。信号強度は 2 地点間の距離に比例するため、長い物体の 回転角計測に有用である。運用は比較的簡単で、TOBA のこれまでのプロトタイプでも使用されてきたが、 並進カップリング雑音が問題であった。またマイケルソン干渉計の雑音源として周波数雑音も挙げられる。

^{*13} 一見すると、てこの長さ L を十分長く取ればそれに応じて感度がよくなるように思えるが、ビームウエストより十分遠いところ (z ≫ z_R)ではビーム系 w(z) がウエストからの距離に比例するため、その限りではない。この問題は、ビームスポットずれの読 み取り方法を変えることで解決できる。

^{*14} 一般的な QPD のギャップ幅が ~ 10 μm であることから与えた。



図 4.5 マイケルソン干渉計の概略図。

信号取得原理

レーザーの周波数を ν、ビームスプリッタから反射鏡まで (=腕) の長さの差を *L*₋ とすると、PD で受ける 光の強度は

$$P_{\rm AS} = \frac{P_0}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi L_- \nu}{c} \right) \tag{4.116}$$

である。2つの反射鏡の距離を Lとすると、回転角 θ との間に $L_{-} = L\theta$ の関係があるため、

$$P_{\rm AS} = \frac{P_0}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi L \theta \nu}{c} \right) \tag{4.117}$$

となり、角度変動によって光強度が変化することを利用して角度を読み取ることができる。

干渉光強度は腕の長さの差 L_- に対して正弦的な応答を示し、どの点に制御するかによって性質が異なってくる。よく使われるものとして、middle fringe と dark fringe を紹介する。middle fringe は波の中腹 $(4\pi L_-\nu/c = \pm \pi/2, P_{\rm AS}^{\rm middle} = P_0/2)$ を指し、 L_- または θ に関して線形な応答

$$P_{\rm AS}^{\rm middle} \sim \frac{2\pi P_0 L_- \nu}{c} = \frac{2\pi P_0 L \nu}{c} \theta \tag{4.118}$$

を示す。一方 dark fringe は干渉縞が消える点 $(4\pi L_{-}\nu/c = 0, P_{AS}^{dark} = 0)$ を指し、 L_{-} に関して非線形な応答を示す。dark fringe に制御する場合、変位に対して線形な信号を作るために PDH 法が用いられる。以下では制御が容易で、かつ TOBA のプロトタイプで使用されていた middle fringe に絞って話を進める。

散射雑音

マイケルソン干渉計は middle fringe にあるとする。この時の散射雑音は光強度換算で

$$\delta P_{\rm shot}^{\rm MI} = \sqrt{\frac{2hcP_{\rm AS}^{\rm middle}}{\lambda}} = \sqrt{\frac{hcP_0}{\lambda}} \tag{4.119}$$

となり、角度換算に直すと、

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm MI} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm MI}}{(\partial P_{\rm AS}^{\rm middle})/\partial\theta} = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{hc\lambda}{P_0}}$$
(4.120)

となる。2 つの反射鏡の距離 *L* が長いほど、光強度が大きいほど散射雑音が小さくなることがわかる。これは 信号強度が $L_{-} = L\theta$ に比例することから理解できる。このことから、(TOBA に限らず) 長い物体の回転を 読み取るのに有用であるとわかる。

 $L=30~{\rm cm}^{*15}$ 、 $\lambda=1~\mu{\rm m}$ 、 $P_0=50~{\rm mW}$ とすると、散射雑音レベルは

$$\delta \theta_{\rm shot}^{\rm MI} \sim 1 \times 10^{-15} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{30 \text{ cm}}{L}\right) \left(\frac{50 \text{ mW}}{P_0}\right)^{1/2}$$
 (4.121)

であり、Phase-III TOBA の要求感度より2倍程度大きいが、概ね要求を満たしている。

周波数雑音

マイケルソン干渉計に腕の非対称性がある $(L_{-} \neq 0)$ 場合、入射光の周波数揺らぎが角度信号に現れてしまう。周波数雑音の大きさは光強度換算で

$$\delta P_{\rm freq}^{\rm MI} = \frac{\partial P_{\rm AS}^{\rm middle}}{\partial \nu} \delta \nu = \frac{P_0}{2} \frac{4\pi L_-}{c} \delta \nu, \qquad (4.122)$$

あるいは角度換算で

$$\delta\theta_{\rm freq}^{\rm MI} = \frac{L_-}{L} \frac{\delta\nu}{\nu} \tag{4.123}$$

となる。これが散射雑音より小さくなるためには、腕の非対称度 $L_{-} = 1$ mm、L = 30 cm、 $\lambda = 1 \ \mu$ m として、

$$\delta\nu < 5 \times 10^1 \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}} \times \left(\frac{1 \text{ mm}}{L_-}\right) \left(\frac{L}{30 \text{ cm}}\right)$$

$$(4.124)$$

が要請されるが、これは周波数安定化によって実現可能である [26]。

並進カップリング雑音

2 地点に取り付けた鏡が平行でない場合、並進移動が角度信号にも現れてしまう効果が存在する。地面振動 雑音のカップリング評価実験のように、試験マスの端面を平らに研磨し全て反射コーティングすることで鏡の 設置精度から来るカップリングを低減することができるが、これは試験マスのサイズが大きくなった時に研磨 やコーティングが困難になるという問題がある。

並進カップリングの大きさを見積もる。試験マスに取り付けた 2 つの鏡の相対傾きを $\delta\theta_{rel}$ 、入射光軸と試験マスの並進方向の相対変位雑音を \tilde{x}_{rel} とすると、角度方向に

$$\delta\theta_{\rm trans}^{\rm MI} = \frac{\tilde{x}_{\rm rel}}{L} \delta\theta_{\rm rel} \tag{4.125}$$

だけ傾いたように見える。Phase-III の構成を考えると相対変位 \tilde{x}_{rel} は、懸架点での並進方向の変位雑音 \tilde{x}_{sus} と、入射光軸と試験マスの並進運動に対する同相雑音除去比 (Common-Mode Rejection Ratio; CMRR) C_{CMRR} を用いて

$$\tilde{x}_{\rm rel} = \frac{\tilde{x}_{\rm sus}}{C_{\rm CMRR}} \tag{4.126}$$

^{*&}lt;sup>15</sup> Phase-III TOBA の試験マスの長さが 35 cm であることから与えた。

と表すことができる。 $\delta\theta_{\rm rel} = 10^{-6} \text{ rad}$ 、 $\tilde{x}_{\rm sus} = 10^{-7} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}^{*16}}$ 、 $C_{\rm CMRR} = 100^{*17}$ 、L = 30 cmを代入すると、

$$\delta\theta_{\rm trans}^{\rm MI} \sim 3 \times 10^{-15} \,\,\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \times \left(\frac{\delta\theta_{\rm rel}}{10^{-6} \,\,\mathrm{rad}}\right) \left(\frac{\tilde{x}_{\rm sus}}{10^{-7} \,\,\mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}}\right) \left(\frac{100}{C_{\rm CMRR}}\right) \left(\frac{30 \,\,\mathrm{cm}}{L}\right) \tag{4.127}$$

のような大きな寄与であることがわかる。

また、Phase-II TOBA でビームスプリッタの並進振動が問題となっていたように、光路長差を変化させる ような振動も雑音として現れてくる。

ビームジッター雑音

マイケルソン干渉計は2つの光の干渉強度をPDで読むものであった。ここに入射ビームジッター TEM₁₀ が入射した時、角度信号に現れるのは TEM₁₀ 同士のビートであり、これは微小項の2次の効果であるためと ても小さい。

4.2.3 Folded WFS

前節で紹介した WFS は信号強度が小さく、要求する散射雑音レベルを達成できなかった。信号強度を大き くするためには、共振器を一周する間に受ける Gouy 位相 Φ を $2\pi n$ (*n* は整数) にすれば良い。これを改善し た角度センサとして、曲率付き鏡で折り返す構成の共振器 (Folded 共振器) を用いて共振器内の Gouy 位相を 調節した WFS (Folded WFS) をを紹介する。

図 4.6 のように、共振器内で曲率付き鏡を用いて折り返す構成にすることで、front 鏡から mid 鏡、mid 鏡 から end 鏡までの (往復での)Gouy 位相を 0 ~ 2 π の間で独立に取ることができ^{*18}、共振器内部の Gouy 位相を 2 π となるように調整することができる。これによって共振器が TEM₀₀ に共振すると同時に TEM₁₀ も



図 4.6 Folded WFS の概略図。

^{*&}lt;sup>16</sup> [22] の要求値から見積もった。

^{*17} 懸架ワイヤの共振周波数を ~ 1 Hz、観測周波数を ~ 0.1 Hz として与えた。

^{*&}lt;sup>18</sup> 図 4.6 では front 鏡を TOBA の試験マスに取り付ける鏡として曲率を flat にした。そのためビームウエストは front 鏡上にあ り、front 鏡から mid 鏡の間の往復の Gouy 位相は 0 ~ π の値のみしか取らないが、この場合も共振器内部の Gouy 位相を 2 π となるように調整することができる。また、実際の運用の際には曲率付き鏡を複数枚用いて多段折り返しの構成にすることも考え られる。

共振させることができて、角度信号を増幅することが可能である。

信号取得原理

ここでも front 鏡が flat だとし、入射光軸と共振器がアラインしているところから front 鏡 が角度 θ だけ 傾いた場合を考える。その時の電場は式 (4.1)~(4.6) での表式を $r_2 \rightarrow r_2 r_3$ 、 $t_2 \rightarrow t_3$ に変えたものと同じで あるので省略する。Folded 共振器では共振器内の Gouy 位相を 2π となるような共振器長を選ぶことができ て、そこでは共振器を一周する間に受け取る位相を $\phi := \phi_0 = \phi_1 = 4\pi L/c$ とすればよく、

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}}$$
 (4.128)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}}{(1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi})^2}$$
 (4.129)

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{r0}}{E_{i0}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 r_3 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}}$$
 (4.130)

(反射ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{r1}}{E_{i0}} = -\beta r_1 + \frac{\beta r_1 t_1^2 r_2^2 r_3^2 e^{-2i\phi}}{(1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi})^2}$$
 (4.131)

(透過ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{t_1 t_3 e^{-i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}}$$
 (4.132)

(透過ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{t1}}{E_{i0}} = \frac{\beta r_1 t_1 t_3 r_2 r_3 e^{-(3/2)i\phi}}{(1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi})^2}$$
 (4.133)

を得る。特に $r_1 \sim 1$ 、 $r_2 = 1$ 、 $r_3 = 1$ かつ共振状態 ($\phi = 0$)では、Coupled WFS の式 (4.89)~(4.92) の場合 と同じ表式となり、

(共振器内 TEM₀₀)
$$\frac{E_{c0}}{E_{i0}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{F}}{\pi}}$$
 (4.134)

(共振器内 TEM₁₀)
$$\frac{E_{c1}}{E_{i0}} = \beta \frac{\mathcal{F}}{\pi} \sqrt{\frac{2\mathcal{F}}{\pi}}$$
 (4.135)

(反射ポート TEM₀₀)
$$\frac{E_{\rm r0}}{E_{\rm i0}} = 1$$
 (4.136)

(反射ポート TEM₁₀)
$$\frac{E_{\rm r1}}{E_{\rm i0}} = \beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$$
 (4.137)

と表される。WFS の時と異なり、 $\Phi = 2\pi$ であるために TEM₁₀ も共振器内で F/π 倍されていることがわかる。反射ポートの TEM₁₀ については、共振器に入らず front 鏡で反射して生まれる TEM₁₀ よりも、共振器 の中から出てくる TEM₁₀ の方が $2F/\pi$ 倍大きくなっている。

反射ポートの QPD で得られる信号も Coupled WFS の場合と同じで、DC 信号と復調された RF 信号は

$$P_{\rm DC} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 \operatorname{Re} \left[\beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi} e^{i\psi} \right]$$
(4.138)

$$P_{\rm RF} = -\sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 \,\mathrm{Im} \left[\beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi} e^{i\psi}\right] \tag{4.139}$$

となる。

また同様に、Folded WFS の角度信号とは、DC 信号と復調された RF 信号がそれぞれ一番大きくなるよう

に読み取り位相 ψ を選んだ時のものとし、具体的には

$$P_{\rm DC} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0^2 |\beta| \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$$
(4.140)

$$P_{\rm RF} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} P_{\rm i0} J_0 J_1 |\beta| \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$$
(4.141)

である。ただしサイドバンドは非共振とした。

散射雑音

散射雑音の計算も Coupled WFS の場合と同じであるがまとめておく。散射雑音は光強度換算で

$$\delta P_{\rm shot}^{\rm Folded} = \sqrt{\left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_{\rm i0}}{2}\right) + \left(\frac{2hc}{\lambda}\frac{P_{\rm i0}}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2hcP_{\rm i0}}{\lambda}} \tag{4.142}$$

となり、角度換算に直すと、

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Folded, DC} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm folded, DC}}{(\partial P_{\rm DC}/\partial \theta)} = \frac{1}{8\mathcal{F}w_0}\sqrt{\frac{hc\pi\lambda}{P_{\rm i0}}}$$
(4.143)

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Folded,RF} = \frac{\delta P_{\rm shot}^{\rm folded,RF}}{|\partial P_{\rm RF}/\partial\theta|} = \frac{1}{8J_1 \mathcal{F} w_0} \sqrt{\frac{hc\pi\lambda}{P_{\rm i0}}}$$
(4.144)

と求まる。ビーム径が大きく、フィネスが高く、入射光が強いほど散射雑音が小さくなることがわかる。 $w_0 = 3.5 \text{ mm}, \mathcal{F} = 300, \lambda = 1 \ \mu\text{m}, P_{i0} = 50 \text{ mW}, J_1 = 0.05 \text{ として散射雑音レベルは}$

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Folded, DC} \sim 4 \times 10^{-16} \,\,\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \times \left(\frac{300}{\mathcal{F}}\right) \left(\frac{3.5 \,\,\mathrm{mm}}{w_0}\right) \left(\frac{50 \,\,\mathrm{mW}}{P_{\rm i0}}\right)^{1/2} \tag{4.145}$$

$$\delta\theta_{\rm shot}^{\rm Folded,RF} \sim 8 \times 10^{-15} \text{ rad} / \sqrt{\rm Hz} \times \left(\frac{0.05}{J_1}\right) \left(\frac{300}{\mathcal{F}}\right) \left(\frac{3.5 \text{ mm}}{w_0}\right) \left(\frac{50 \text{ mW}}{P_{\rm i0}}\right)^{1/2}$$
(4.146)

であり、DC 信号では Phase-III TOBA の要求値を満たしている。

熱雑音

熱雑音により鏡の表面が角度方向に揺らいでしまう効果がある。その大きさは Coupled WFS の場合と同じで、

$$\delta\theta_{\rm thermal}^{\rm Folded} \sim 8 \times 10^{-18} \,\,\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \times \left(\frac{T}{4 \,\,\mathrm{K}}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_{\rm s}}{10^{-8}}\right)^{1/2} \left(\frac{3.5 \,\,\mathrm{mm}}{w_0}\right)^{3/2} \left(\frac{0.1 \,\,\mathrm{Hz}}{f}\right)^{1/2} \\ + 2 \times 10^{-16} \,\,\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \times \left(\frac{T}{4 \,\,\mathrm{K}}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_{\rm c}}{5 \times 10^{-4}}\right)^{1/2} \left(\frac{3.5 \,\,\mathrm{mm}}{w_0}\right)^2 \left(\frac{0.1 \,\,\mathrm{Hz}}{f}\right)^{1/2} \tag{4.147}$$

である。これは Phase-III TOBA の要求値を満たすものであるが、比較的大きく、問題となり得る雑音である。

周波数雑音

Coupled WFS の場合と同様で、周波数の揺らぎは角度信号に現れない。

並進カップリング雑音

Coupled WFS の場合と同様に、反射鏡に平坦な鏡を使うことで、光軸に垂直な方向の試験マスの並進移動 からのカップリングを取り除くことができる。また光軸方向の並進移動からのカップリングについては、共振 器長制御によってこれも低減することができる。

ビームジッター雑音

Coupled WFS の場合と同様に考えて、ビームジッターが存在する時の反射ポートの電場は

(反射ポート TEM₀₀)
$$E_{r0} = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 r_3}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi_0}}\right) E_{i0}$$
 (4.148)

(反射ポート TEM₁₀)
$$E_{r1} = -\beta r_1 E_{i0} - r_1 E_{i1} + \frac{t_1^2 r_2 r_3 e^{-i\phi_1}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi_1}} \left(\frac{\beta r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi_0}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi_0}} E_{i0} + E_{i1} \right)$$
 (4.149)

となる。ただし、front 鏡の傾きが小さく ($|\beta| \ll 1$)、ビームジッターが小さい ($|E_{i1}| \ll |E_{i0}|$) とした。ここ から反射ポートの TEM₀₀ はビームジッターの影響を受けていないことがわかる。Coupled 共振器内の Gouy 位相が 2π で、かつ $r_2 = 1$ 、 $r_3 = 1$ のとき、フィネス F を用いて

$$E_{\rm r1} \sim \beta \frac{2\mathcal{F}}{\pi} E_{\rm i0} + E_{\rm i1}$$
 (4.150)

となる。これは Coupled WFS の場合と同じ表式である。front 鏡の角度変動によって生成された TEM₁₀(第 一項) は共振器内部で増幅しているのに対し、ビームジッターによる TEM₁₀ は増幅の影響を受けずに反射 ポートに帰ってくることがわかる。このことから、Folded WFS についても, 入射光のビームジッター雑音に 対して十分大きな角度信号を得ることができて、良い信号雑音比を持つことが確認される。

系の収縮の影響

TOBA のように低温環境で測定を行う場合は冷却にしたがって系が収縮することが考えられる。そのため、 常温下で共振器内の Gouy 位相を 2π にするように共振器長を調整したとしても、その後に冷却を行った時に、 系が収縮して共振器内 Gouy 位相に変更がかかる恐れがある。

調整すべき長さのオーダーは (共振器長 ~ 10 cm) × (収縮度 ~ 0.3 %)^{*19} ~ 0.3 mm であると見積もられ、 これを再調整するためには低温環境で大きなレンジを持つアクチュエータが必要となる。

なお、Coupled WFS の場合は補助共振器の反射位相によって主共振器内 Gouy 位相を打ち消す構成なので 共振器の離調を変えるだけで十分で、μm 程度の長さ調整で良く、これは一般のピエゾアクチュエータで賄え る量である。

横モードと縦モードの分離

光が曲率のついた鏡に対して斜めに入射したとき、P 偏光 (入射面に平行) と S 偏光 (入射面に垂直) とでは 焦点距離が異なるという効果が存在する。

鏡の曲率半径をR、入射角を ψ とした時、焦点距離はそれぞれの偏光について

$$f_{\rm P} = \frac{R}{2}\cos\psi \tag{4.151}$$

$$f_{\rm S} = \frac{R}{2} \frac{1}{\cos \psi} \tag{4.152}$$

^{*19} Phase-III TOBA での光学ベンチは銅を使用する予定であり、銅の常温から4Kまでの熱収縮率を仮定した。

となる。この焦点距離の差を利用することで、横モード (TEM₁₀等)の共振器内 Gouy 位相は 2π にしつつ、 縦モード (TEM₀₁等)の Gouy 位相を 2π から遠ざけることが可能である。これを用いると、例えば試験マス の水平回転方向 (Yaw)の角度信号は増幅しつつも、縦回転 (Pitch)の角度信号を増幅させない構成にするこ とで、信号雑音比を向上させることができる。

横モードの共振

Folded WFS は横モードの受ける共振器内 Gouy 位相を 2π にすることで TEM₁₀ を増幅することができる が、このとき同時に TEM₂₀ や TEM₃₀ などの横モードも同時に共振してしまう。TEM₂₀ 自体は QPD-Yaw の角度信号に直接現れないが、TEM₂₀ が増幅されることによって、モードミスマッチの寄与が大きくなる効 果、TEM₀₀ ↔TEM₂₀、TEM₁₀ ↔TEM₂₀、TEM₂₀ ↔TEM₃₀ などの変換の寄与が大きくなる効果がある。 また、TEM₃₀ が増幅されることによって、角度変動に非線形な効果が信号に現れてくる効果がある。

これらの効果については詳細な計算が必要であるが、TEM₁₀の光が TEM₂₀ に変換されることによる信号 強度の低下や、非線形効果の増大による線形レンジの縮小などが考えられる。

なお、Coupled WFS の場合は補助共振器の反射位相によって主共振器内 Gouy 位相を打ち消す構成なので、TEM₂₀等は共振しないため、この問題を回避することができる。

4.2.4 各角度センサの比較まとめ

これまでに角度センサとして Coupled WFS の他、WFS、Folded WFS、光てこ、マイケルソン干渉計に ついて紹介した。比較のためこれらの角度センサについてまとめたものが表 4.1 である。

Coupled WFS、Folded WFS では大きな角度信号が得られ、Phase-III TOBA の散射雑音への要求値を満 たすことができる。マイケルソン干渉計についてもそれに近い散射雑音レベルを達成することができる。一 方、WFS や光てこでは角度信号が小さく、要求値を達成することができない。

Coupled WFS、WFS、Folded WFS、光てこは周波数雑音がなく、平坦な鏡を用いることで並進カップリ ング雑音を取り除くことができるというメリットがある一方、マイケルソン干渉計は腕の長さの非対称性に応 じて周波数雑音が角度信号に現れてしまう問題や、2つの鏡が相対的に傾いていた場合に試験マスの並進運動 が回転運動に見えてしまう問題がある。

このように散射雑音、周波数雑音、並進カップリング雑音について比較した結果、Coupled WFS と Folded WFS は雑音が小さいことがわかる。またこれらは入射光のビームジッター雑音を増幅しないという特長も持つ。以下ではこの 2 つの優れた角度センサについて比較を行う。具体的には、系の収縮の寄与、制御の困難 さ、高次モードの共振について議論する。

Folded WFS では共振器内 Gouy 位相の調整を共振器長や鏡の曲率を直接利用して行うので、冷凍環境等 で系が収縮した場合にその分の再調整が必要となる問題がある。これに対して Coupled WFS は補助共振器 の離調のみを合わせるだけでよく、系の収縮に強いと言える。

Folded WFS では長さ方向に1自由度しか持たず、制御が比較的容易であるというメリットがある。しか し Coupled WFS は長さ方向に2つの自由度があり、それらの制御信号が混ざってしまうため、制御信号を 分離するような工夫が必要で、比較的制御が困難であるという問題がある。

また、Folded WFS では共振器内 Gouy 位相を 2π にするため、TEM₂₀ のような横モードが全て共振して しまい、信号強度が小さくなってしまう問題が考えられる。一方 Coupled WFS はモード毎に異なる反射位相 を与えることから横モードに関して TEM₁₀ だけを共振させることができる。

その一方 Folded WFS では曲率付き鏡で折り返すために縦横モードを分離でき、TEM₀₁ を非共振にするこ

とができるが、Coupled WFS は (鏡が軸対称な場合に)TEM₀₁ も同時に共振させてしまう。ただ、横方向の 角度信号を QPD-Yaw で読み取る場合には原理的に TEM₀₁ の寄与は除くことができる。

本項をまとめると、散射雑音、周波数雑音、並進カップリング雑音に着目すると、Coupled WFS と Folded WFS は雑音が小さい。そしてこれらはビームジッター雑音に対して信号雑音比が良いというメリットもある。また、この2つの角度センサについてはそれぞれ特徴があり、Coupled WFS について言えば、制御が比較的困難で、TEM₀₁ も同時に共振させてしまうという問題点がある一方、冷却に伴う系の収縮に強く、2 次以上の横モードの共振を回避できるメリットがある。

	Coupled WFS	WFS	Folded WFS	光てこ	マイケルソン干渉計
散射雑音 $[rad/\sqrt{Hz}]$	4×10^{-16}	2×10^{-14}	4×10^{-16}	9×10^{-14}	1×10^{-15}
周波数雑音	なし	なし	なし	なし	あり
並進カップリング	小さい	小さい	小さい	小さい	大きい
問題点	制御	角度信号が小	系の収縮	角度信号が小	並進カップリング
	TEM ₀₁ 共振		横モード共振	ジッター雑音	

表 4.1 角度センサの比較。Phase-III TOBA の散射雑音への要求値は $5 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。

4.3 Coupled WFS の特徴

この節では Coupled WFS の詳細な計算や問題点について説明する。

4.3.1 Coupled 共振器の反射率、透過率、角度信号

図 4.7 は、Coupled 共振器について主共振器を TEM₀₀の共振点に制御した状態で補助共振器長を動かした 時の電場や光強度を計算したものである。ただし、反射率はそれぞれ $r_{\rm front}^2 = 0.99$ 、 $r_{\rm mid}^2 = 0.999$ 、 $r_{\rm end}^2 = 1$ とし (補助共振器の反射率の大きさは常に 1 である。)、共振器内にロスはなく、front 鏡が flat で、そこでの ビームウエストサイズが $w_0 = 3.5$ mm で、共振器の Gouy 位相は $\Phi_{\rm main} = \Phi_{\rm aux} = 6.3$ deg を仮定した。ま た、入射光軸と共振器がアラインしている ($E_{i1} = 0$) ところから front 鏡が微小に $\delta\theta_{\rm front} = 0.1$ µrad だけ傾 いた状況を仮定した。横軸の補助共振器長は角度信号 (上から四番目の図) が最大になるところをゼロにとっ た。補助共振器長が変わると補助共振器が TEM₀₀ に与える反射位相が変わるため、主共振器内で TEM₀₀ が 共振するように主共振器長が変化していることに注意。以下で詳細な説明を行う。

まず先に一番下の図の説明をする。これは補助共振器の反射率の位相をプロットしたものである。大きく位 相が変化しているところが二箇所あるが、左は補助共振器の TEM₀₀ 共振点を、右は TEM₁₀ 共振点を意味す る。反射位相の図には主共振器の Gouy 位相も書いており、線が交わるところで TEM₀₀ と TEM₁₀ が同時に 共振する (位相補償する) ことができる。

次に上から三番目の図について、これは主共振器内部の TEM₁₀ の電場をプロットしたものである。位相補 償点で TEM₁₀ が増幅していることが見て取れる。

一番上の図は TEM₀₀ の反射電場をプロットしたものである。補助共振器の反射率の大きさを1としている ので、一般には共振器の反射率は1となるが、共振器内での TEM₁₀ の増幅率が大きいところでは TEM₀₀ が TEM₁₀ に変換される効果によって、反射ポートに帰ってくる TEM₀₀ が減っている。

二番目の図は反射ポートに現れる TEM₁₀ である。反射ポートの TEM₁₀ は、主共振器に入らず front 鏡に

反射する時に生まれるもの (一定量) と、主共振器内で生まれて反射ポートに抜けていくものの重ね合わせで あるが、補助共振器の反射率の大きさが 1(主共振器が Over Coupling) なので常に後者の量の方が大きい。そ のため主共振器内 TEM₁₀ 電場 (上から三番目の図) と同じような振る舞いを示す。特に位相補償点では主共 振器内で増幅を受けて大きくなっていることがわかる。

四番目の図は反射ポートの TEM₀₀ と TEM₁₀ のビートであり、Coupled WFS で取得する角度信号であ る。この角度信号は特に位相補償点で大きくなっており、そこでは front 鏡の角度変動に対して大きな応答を 持つ。よって Coupled WFS はこの応答が大きい点 (動作点) で運用を行う^{*20}。また、角度信号が十分増幅 するような補助共振器長の範囲は、パラメータにも依るが、この場合は ~ 0.1 nm 程度である。



図 4.7 主共振器が TEM₀₀ にロックしている状態で補助共振器長を変えた時の Coupled 共振器の作る電場や光強度。

4.3.2 **線形レンジ**

この項では Coupled WFS が front 鏡の角度変動を読み取る際に、どの程度大きい角度変動に対して線形な 応答を示すのかについて説明を行う。

図 4.8 は、入射光軸と Coupled 共振器がアラインしている状況から、front 鏡が傾いていった時に得られる 角度信号 (反射ポートの TEM₀₀ と TEM₁₀ のビート)の大きさを front 鏡の傾き量で割って規格化したもので ある。ただし前項と同じパラメータを仮定した。front 鏡の傾きが小さい領域では角度変動に対して一定の応 答を示しているので、角度に関して線形な信号が得られていることがわかる。一方、傾きが大きくなっていく

^{*&}lt;sup>20</sup> 図 4.7 の Coupled WFS では角度応答が最大になる点が 2 つ (TEM₀₀ 共振点周りと TEM₁₀ 共振点周り) あるが、実際には TEM₁₀ 共振点周りの方を用いる。これは次の 2 つの理由による。(1) 実際には end 鏡の反射率は 1 でなく、また補助共振器内 にロスがあるために、共振点周りで補助共振器の反射率の大きさが変化する。TEM₀₀ 共振点周りの位相補償点では、補助共振器 の TEM₀₀ の反射率が低下し、そのため主共振器の TEM₀₀ のフィネスも低下し、主共振器内の TEM₀₀ の量が小さくなり、反 射ポートの TEM₀₀ の量が減少してしまう。また、主共振器内の TEM₀₀ が小さいので、そこから変換されて生まれる主共振器 内 TEM₁₀ の量も小さくなってしまう。よって反射ポートの角度信号 (TEM₀₀ と TEM₁₀ のビート) が小さくなる効果がある。 (2) Coupled WFS は、ビームジッターによる TEM₁₀ を、front 鏡の角度変動で生まれる TEM₁₀ に比べて 2 F_{00}/π 倍だけ低 減することができる。そのため、動作点では主共振器の TEM₀₀ のフィネス F_{00} 、あるいは補助共振器の TEM₀₀ の反射率を高 くする必要がある。

と角度変動に対する応答量が減っているのがわかる。これは、共振器内の TEM₁₀ の量が多い時に、TEM₁₀ から TEM₀₀ へと変換される効果が大きくなり、結果として TEM₁₀ の増幅量が減ってしまうからである。し たがって、実際に Coupled WFS を角度センサとして用いる場合には角度方向の制御を行い、常に傾きが小さ いように保つ必要がある。



図 4.8 front 鏡の傾きに応じた反射ポートの角度信号の大きさを front 鏡の傾き量で規格化したもの。

4.4 本章のまとめ

- TOBA に用いる高感度な角度センサとして Coupled WFS が考案されている。
- Coupled WFS は補助共振器の与える反射位相によって主共振器内の Gouy 位相を打ち消すことで、主 共振器内の TEM₁₀ も同時に共振させ、角度信号を増幅することができる。
- Coupled WFS は得られる角度信号が大きく、Phase-III TOBA の散射雑音への要求値を満たす。
- Coupled WFS は周波数雑音や並進カップリング雑音が小さく、入射光のビームジッターを増幅しない 点が特長である。
- ・ 似た構成である Folded WFS と比較して、制御が比較的困難という課題がある一方、系の収縮に強い というメリットがある。

第5章 原理実証実験

ここまで Coupled WFS について、角度読み取り雑音が小さいというメリットがある一方、制御が困難という課題があることを説明した。本研究では Coupled WFS のメリットを実証するとともに、制御を実現することを目的として実験を行った。その実験結果については次章に記すが、本章ではそれを得るために必要な予備 測定や制御手法、あるいはどのような結果が予想されるか等について述べる。

5.1 目的

Coupled WFS では補助共振器の位相補償により動作点で TEM₁₀ を増幅できることを説明した。そこで実際にセットアップを組み、動作点で角度応答が増幅すること、動作点に制御できることの実証を目的として実験を行った。それに加えて、Coupled WFS のメリットである、入射ビームジッターに対する角度応答が鏡の角度変動に対する応答に比べて小さいこと、周波数雑音に対して角度応答がないことも同時に実証を行う。これが完了すれば、TOBA の角度センサとしての有用性が示されることになる。

5.2 実験手法

まず Coupled 共振器の制御を実現し (制御点は後述する。)、制御された状態での front 鏡の角度変動に対 する応答、入射光のビームジッターに対する応答、周波数雑音に対する応答を測定する。応答の測定は特定の 周波数で信号を注入し、角度信号までの伝達を測定することによって行った。信号の注入方法としては、front 鏡の角度変動については front 鏡を角度方向に振ることで、ビームジッターについては共振器手前のアライン メント用鏡 (Steering 鏡) を角度方向に振ることで、周波数雑音については主共振器の長さ制御ループの中に 信号を入れて周波数変調をかけることで行う。それぞれの角度信号は反射ポートにある 2 つの QPD を用いて TEM₀₀ と TEM₁₀ のビートを取り出すことで測定する。

5.3 設計パラメータ

角度信号の増幅を確認するに当たっての共振器に関するパラメータへの要求は以下の通りである。

- 動作点での主共振器のフィネスが十分高い。
- 補助共振器の位相補償量が十分である。
- 動作点での制御が可能である。

第1の要請は、反射ポートに現れる TEM₁₀ の量がおおよそ主共振器のフィネスに比例することから来ている。 特に「動作点での」とついているのは、補助共振器を構成する鏡の反射率によっては主共振器の (TEM₀₀ あ るいは TEM₁₀ の) フィネスが低下する効果を含むためである。第2の要請については、位相補償点で角度信 号が増幅すること、第3の要請については、角度信号が十分増幅する補助共振器長の幅が狭いため、Coupled WFS の運用のためには動作点での制御が必要であることから来ている。

上の要請を元に、原理実証が可能な限りで条件を緩和したパラメータ設計を考えたい。動作点でのフィ ネスを大きくするためには front 鏡と補助共振器の反射率を高く取れば良い。位相補償については、Over Coupling の場合は常に補償可能で、Under Coupling の場合は mid 鏡と end 鏡の反射率が近い場合のみ反射 位相変化が大きく位相補償が可能である。また、Under Coupling の場合は補助共振器の反射率変化が比較的 小さく、実効的に主共振器と補助共振器の制御信号をよく分離するため制御が容易になる。そこで本実験では Under Coupling の補助共振器を用いることにした。

上に挙げた要請とは別に、TOBA のための高感度な角度センサとして用いることを考慮すると、大きい角 度信号を得るためにビーム径を大きくとることも必要である。それに付随して鏡の曲率を大きく設計した。

以上を鑑みて、本実験で使用する共振器鏡の反射率を $r_{\rm front}^2 = 0.99$ 、 $r_{\rm mid}^2 = 0.9995$ 、 $r_{\rm end}^2 = 0.999$ 、ビーム 径を $w_0 = 0.48$ mm として設計した。

なお本実験では、front 鏡を TOBA の試験マスに取り付ける鏡とみなし、その曲率を flat に設計した。

5.4 構成

本実験の実験装置の全体像を図 5.1 に示す。大きく分けて Coupled 共振器、読み取り光学系、入射光学系、 制御系で構成されている。以下でそれぞれについて説明を行う。



図 5.1 実験装置全体の概略図。



図 5.2 実験装置全体の写真。Coupled 共振器は橙で囲まれた部分で、角度信号は反射ポートの 2 つの QPD で読み取る。



図 5.3 Coupled 共振器周辺の拡大写真。アルミフレームの上にミラーマウントが固定され、ミラーマウントにはダンピングのためのゴムがクリップで取り付けられている。front 鏡のミラーマウントは光軸方向と水平方向に動かせるようなマイクロステージの上に固定されており、front 鏡と end 鏡にはピエゾアクチュエータが取り付けられている。また、front 鏡のミラーマウントにはピコモータがついており、これを用いてアラインメントの調整を行う。



図 5.4 Coupled 共振器を横から見た写真。



図 5.5 Coupled 共振器のミラーマウントを固定するアルミフレームの概略図。東京大学理学部試作室に よって製作。光学定盤との固定を行うアルミ板が底にあり、その上にマイクロステージ付きの front 鏡固 定用フレーム (左の構造) と、mid 鏡、end 鏡固定用のフレーム (右の構造) が乗る構成となっている。

5.4.1 Coupled 共振器

実験に使用した Coupled 共振器に関連する特性をまとめる。共振器にまつわるパラメータ (反射率、共振器 内ロス、Gouy 位相等) に加えて、front 鏡と end 鏡についている PZT アクチュエータや固定具等についても 触れる。

共振器に使用した鏡は Lattice Electro Optics 社製のもので、材質は溶解石英、直径 1/2 インチ、厚さ 1/4 インチである。設計反射率は $r_{\rm front}^2 = 0.99$ 、 $r_{\rm mid}^2 = 0.9995$ 、 $r_{\rm end}^2 = 0.999$ で、設計曲率は RoC_{front} = ∞ 、RoC_{mid} = 30 m、RoC_{end} = 15 m である。front 鏡を TOBA の試験マスに取り付ける鏡に見立て、曲率を flat にしてある。

図 5.3、5.4 は実際の Coupled 共振器の写真で、共振器鏡の固定、あるいはアラインメントを合わせるため に様々な要素が取り付けられている。共振器鏡 (直径 1/2 インチ) をミラーマウント (Thorlabs、KM100、1 インチ)に固定するため、アルミニウムのミラーホルダー (内径 1/2 インチ、外径 1 インチ)*²¹ に入れられて いる。そして共振器鏡間の光軸方向の相対並進運動を低減するため、ミラーマウントはアルミのフレームの上 に固定されている。フレームの概形は図 5.5 の通りで、光学定盤に止める用のアルミ板が底にあり、その上に 大まかに二つの構造物の固定を行ったものである。一つは front 鏡用のもので、アルミ板の上に直交する 2 つ のマイクロステージとその上に L 字のアルミを乗せ、そこに front 鏡を支えるミラーマウントを固定する。マ イクロステージは光軸方向と光軸に水平な方向に動かすことができ、前者は主共振器の Gouy 位相調整用で、 後者は光学素子の配置に余裕を持たせるためのものである。もう一つは mid 鏡と end 鏡用のもので、板の上 にアルミブロックを取り付け、その上にミラーマウントを固定する。なお、mid 鏡と end 鏡の間の一部を高 くしているのは、主共振器のアラインメントを合わせる際に BS を置くためである (5.6.3 項の手順 4)。また、 front 鏡のミラーマウントにはピコモータが取り付けられており、これを用いて主共振器のアラインメントの 調整を行った (5.6.3 項の手順 6)。

これらの構造物及び光学部品には共振構造があり、制御を阻害する効果が見られた。その中でも特にミラー

^{*&}lt;sup>21</sup> 東京大学理学部試作室により製作。以下で述べられるアルミニウムの構造物についても全て同試作室により製作されたものである。

マウントの持つ共振構造 (~ 300、900 Hz^{*22})は比較的周波数が低く、制御を不安定に近づける効果が大き かった^{*23}。そこでクリップを用いてミラーマウントにゴムを付着させてダンピングを行った (図 5.4)。これ によって実際に共振ピークが低くなり、制御が比較的安定となった。

フィネス測定

共振器を組み、共振器長走査測定 (cavity scan) を行った時の透過光強度の時系列データから、TEM₀₀ 共振ピークの幅 (FWHM)、隣の TEM₀₀ 共振ピークまでの間隔 (FSR) を求め、そこから共振器のフィネス $\mathcal{F} = \nu_{\text{FSR}}/\nu_{\text{FWHM}}$ を測定する実験を主共振器、補助共振器の両方について行った。その結果

$$\mathcal{F}_{\text{main}} = 5.1(7) \times 10^2, \ \mathcal{F}_{\text{aux}} = 2.2(4) \times 10^3$$
(5.1)

と求まった。

共振器内ロス、鏡の透過率測定

共振器の反射率と透過率を測定すると、共振器の中に溜まった光がどの割合で反射ポート、透過ポート、ロスで抜けていくのかがわかる (式 (A.44)~(A.46))。特に共振状態では

$$\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}} = 1 - \frac{4\kappa_{\rm in}}{\kappa} \left(1 - \frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right) \tag{5.2}$$

$$\frac{P_{\rm t}}{P_{\rm in}} = \frac{4\kappa_{\rm in}\kappa_{\rm out}}{\kappa^2} \tag{5.3}$$

に従う。これを用いて主共振器と補助共振器の共振器内ロス、構成する鏡の透過率を求めることができる。

具体的な手法としては、主共振器あるいは補助共振器を組み、共振点での反射光強度、透過光強度を測定す る。また、共振器に入射する光を全て反射ポート、透過ポートの PD に入れた時の強度も測定しておく。両測 定の比を取ることで共振器の反射率、透過率を求めることができる。なお、妥当性を見るために独立な実験 として、共振器に対して反対から光を入射した時の反射率、透過率も測定し、同じ結果が得られることを見 る*²⁴。

補助共振器に対して表から光を入れた場合と、裏から光を入れた場合とでの cavity scan 結果を図 5.6 に示す。この測定から得られたパラメータは表 5.1 のようであった。ただし補助共振器のフィネスは $\mathcal{F}_{aux} = 2.2(4) \times 10^3$ を仮定し、モードマッチング率による補正を行なっている。モードマッチング率の誤差 は 10% とした。両者の測定は誤差の範囲内で一致している。

この測定で共振器の透過率の情報からロスや鏡の透過率を求める時、共振器反射率の測定結果も使用することになるため測定誤差が大きくなってしまう。よって鏡の透過率の求め方としては、各測定でそれぞれ入射側の鏡の透過率を共振器反射率の情報から測定するものとし、両測定結果を合わせて共振器内ロスを見積もることとする。具体的には、表から光を入れた場合の実験から $\kappa_{\rm mid}/\kappa = 0.11(4)$ 、 $t_{\rm mid}^2 = 0.03(1)$ %、裏から入れた実験から $\kappa_{\rm end}/\kappa = 0.19(5)$ 、 $t_{\rm end}^2 = 0.07(2)$ %と測定され、そこから共振器内ロスは $t_{\rm loss,aux}^2 = 0.20(5)$ %と求まった。

^{*22} 対象となる鏡を一端としてマイケルソン干渉計を組み、ミラーマウントを叩いて加振した時に干渉光強度のスペクトルに現れる ピークから共振構造を見ることができる。別のミラーマウントに変えてスペクトルを取得した際にピークの周波数が変わることが 確認されたため、これらの共振構造がミラーマウント由来だと判断できる。また、この周波数帯での振動源としては音による振動 が挙げられ、これは真空層の中に入れる等して低減することができる。

^{*23} 制御を安定にしようと制御ゲインを上げると、この共振周波数でよく発振してしまうという意味。

^{*24} 実際には反対から光を入れるのではなく、共振器を裏返して実験を行った。



図 5.6 補助共振器内ロス測定での cavity scan 結果。

		測定值
表から光を入れた場合	モードマッチング率	85(9) %
	$P_{ m r}/P_{ m in}$	60(4)~%
	$P_{ m t}/P_{ m in}$	5.4(4) %
	$\kappa_{ m mid}/\kappa$	0.11(4)
	$\kappa_{ m end}/\kappa$	0.12(5)
	$\kappa_{ m loss,aux}/\kappa$	0.77(6)
	$t_{ m mid}^2$	0.03(1)~%
	$t_{ m end}^2$	0.03(2)~%
	$t_{\rm loss,aux}^2$	0.22(4) %
裏から光を入れた場合	モードマッチング率	85(9)~%
	$P_{ m r}/P_{ m in}$	39(6)~%
	$P_{ m t}/P_{ m in}$	4.5(5) %
	$\kappa_{ m mid}/\kappa$	0.06(2)
	$\kappa_{ m end}/\kappa$	0.19(5)
	$\kappa_{ m loss,aux}/\kappa$	0.75(5)
	$t_{ m mid}^2$	0.02(1)~%
	$t_{ m end}^2$	0.07(2)~%
	$t_{\rm loss,aux}^2$	0.21(4) %

表 5.1 補助共振器のロス測定結果。ただし補助共振器のフィネス $\mathcal{F}_{aux} = 2.2(4) \times 10^3$ を仮定した。

主共振器についても同様の測定を行い、表から光を入れた場合の実験から $\kappa_{\text{front}}/\kappa = 0.73(6), t_{\text{front}}^2 = 0.9(1)$ %、裏から入れた実験から $\kappa_{\text{mid}}/\kappa = 0.03(4), t_{\text{mid}}^2 = 0.03(6)$ %と測定され、そこから共振器内ロス は $t_{\text{loss,main}}^2 = 0.3(1)$ %と求まった。ただし主共振器のフィネスは $\mathcal{F}_{\text{main}} = 5.1(7) \times 10^2$ を仮定した。

以上の主共振器と補助共振器のロス測定結果を図 5.2 にまとめておく。mid 鏡の透過率はどちらの測定から も求めることができ、誤差の範囲内で一致している。この測定では共振器を構成する鏡の透過率が大きく異な る場合、低い透過率の測定誤差が大きくなってしまう。よって mid 鏡の透過率は補助共振器での測定結果の

方を採用することにする。

	測定值
$t_{\rm front}^2$	0.9(1)~%
$t_{ m mid}^2$	0.03(1)~%
$t_{\rm end}^2$	0.07(2) %
$t_{\rm loss,main}^2$	0.3(1)~%
$t_{\rm loss aux}^2$	0.20(5) %

表 5.2 主共振器と補助共振器のロス測定結果まとめ。ただしフィネスは $\mathcal{F}_{main} = 5.1(7) \times 10^2$ 、 $\mathcal{F}_{aux} = 2.2(4) \times 10^3$ を仮定した。

鏡の透過率は PD に光を直入射した時と、光路中に鏡を置いた時の強度比からも求めることができる。そこ からフィネスの測定結果を用いて共振器内ロスの大きさも計算できる。その測定結果は

$$\begin{split} t_{\rm front}^2 &= 1.06(3)\%, \ t_{\rm mid}^2 = 0.045(3)\%, \ t_{\rm end}^2 = 0.072(3)\% \\ t_{\rm loss,main}^2 &= 0.1(5)\%, \ t_{\rm loss,aux}^2 = 0.17(5)\% \end{split}$$

で、矛盾しない結果となっている*25。

Gouy 位相

共振器の Gouy 位相を cavity scan により測定した。ここから Gouy 位相が

$$\Phi_{\text{main}} = 3.2(5) \text{ deg, } \Phi_{\text{aux}} = 6.3(1) \text{ deg}$$
(5.4)

と求まった。これらは測定した共振器長 $L_{\text{main}} = 1.8(1) \text{ cm}^{*26}$ 、 $L_{\text{aux}} = 9.5(2) \text{ cm}$ と設計曲率 RoC_{front} = ∞ 、RoC_{mid} = 30 m、RoC_{end} = 15 m から求めた値

$$\Phi_{\text{main}} = 2.8(1) \text{ deg}, \ \Phi_{\text{aux}} = 6.47(7) \text{ deg}$$

に矛盾しない。

	測定值
$\Phi_{\rm main}$	$3.2(5) \deg$
$\Phi_{\rm aux}$	$6.3(1) \deg$

表 5.3 主共振器と補助共振器の Gouy 位相測定結果。

共振器の固有モード

鏡の曲率と共振器長が決まるとその共振器の固有モードがただ一つに定める。

^{*25} 主共振器内ロスの誤差が大きくなっているのは、 $t_{\text{loss,main}}^2 = 2\pi/\mathcal{F}_{\text{main}} - t_{\text{front}}^2 - t_{\text{end}}^2$ で求める時に引き算をすることによるものである。

^{*&}lt;sup>26</sup> 実際の鏡間の距離は 1.5(1) cm であるが、mid 鏡部分で厚さ 1/4 インチの基材を通る構成となっており、基材である溶解石英の 屈折率を 1.4 として見積もると、光路長換算で主共振器長が L_{main} = 1.8(1) cm となる。

主共振器の定める固有モードは、ウエスト位置が front 鏡上で、ウエストでのビーム半径が $w_0^{\text{main}} = 0.48 \text{ mm}$ である。補助共振器の定める固有モードは、ウエスト位置が front 鏡から 9.3 cm 手前で、ウエストでのビーム半径が $w_0^{\text{aux}} = 0.75 \text{ mm}$ である。両共振器で固有モードが異なるが、本実験では同時に高いモードマッチを実現することが確認されている。

front 鏡 PZT、end 鏡 PZT の効率

front 鏡と end 鏡にはそれぞれ 3 つのピエゾアクチュエータ (NEC-tokin 社、AE0203D04F) が正三角形状 に取り付けられており (以下 front 鏡 PZT、end 鏡 PZT と呼ぶことにする。)、印可電圧を調整することで共 振器長方向 (以下、長さ方向と呼ぶ。) と角度方向に動かすことができ、それらの効率を測定した。

front 鏡 PZT については上から見て左右対称になるように配置し、左右のピエゾのみに電圧を加えること を考える。印可電圧が同相の場合は長さ方向に^{*27}、逆相の場合は角度方向に振る^{*28} ことができる。

長さ方向の効率は、ピエゾのついた鏡を一端としたマイケルソン干渉計を用いることで測定した。その結果 効率は

$$A_{\rm frontPZT}^{\rm length} = 20.8(3) \text{ nm/V}, A_{\rm endPZT}^{\rm length} = 16.4(1) \text{ nm/V}$$

$$(5.5)$$

と求まった*²⁹。

角度方向の効率は、ピエゾのついた鏡の角度変動を光てこを用いて測定した。その結果効率は図 5.7 のようであり、応答測定に用いる加振周波数 *f*_{front} = 110.4 Hz で

$$A_{\rm frontPZT}^{\rm angle} = 0.95(9) \ \mu {\rm rad/V} \tag{5.6}$$



^{*&}lt;sup>27</sup> Pitch 方向 (縦方向) の角度には揺れるが、本実験では Yaw 方向 (水平回転方向) に着目するので問題とならない。



^{*28} 角度方向に振る際に印可電圧の振幅を調整してビームスポットが節になるようにすることで、長さ方向と Pitch 方向の変動を原 理的に 0 にすることが可能である。

^{*29} ただしこの効率測定は1 Hz で加振した時のものであり、後の応答測定での加振周波数~110.4 Hz とは異なる。一般に効率は周 波数によって異なる特性を示すが、後に示すように使用したピエゾは1 kHz 以下で一定の応答を示すことが確認できるので問題 ない。

と求まった。2 kHz より高いところで様々な共振構造が見えている。

また、並進から回転へのカップリングを評価するため、front 鏡 PZT を長さ方向に振った時の front 鏡の角 度変動を光てこで読み取ることで測定した。その結果カップリングの大きさは図 5.8 のようであり、応答測定 に用いる加振周波数 *f*_{front} = 110.4 Hz で

$$A_{\rm frontPZT}^{\rm length \to angle} \sim 0.1 \ \mu rad/V$$
 (5.7)

と小さいことが確認できた。2 kHz より高いところでは共振構造によって、長さ方向から角度方向へのカップ リングが大きくなっていることがわかる。



図 5.8 front 鏡の長さ方向から角度方向へのカップリング測定結果。測定に使用した QPD のカットオフ 周波数は *f* ~ 150 kHz であったので、測定周波数帯でのローパス特性は無視できる。

応答測定実験では主共振器を TEM₀₀ にロックしながら front 鏡を角度方向に振る。このとき、角度方向の 加振に伴うアラインメントの変化や、長さ変動へのカップリングに伴う共振器長変動の寄与を評価する必要 がある。そこで実際に主共振器を制御した状態で front 鏡を長さ方向あるいは角度方向に振り、制御に用い



図 5.9 主共振器を TEM₀₀ 共振点に制御した状態で front 鏡を加振した時の PDH 信号までの伝達関数測定結果。
る PDH 信号への伝達を測定した。その結果が図 5.9 のようであり、どちらも低周波側で長さ方向への伝達 が低くなっているのは、主共振器長制御によって共振器長変動が低減されていることを意味する^{*30}。特に、 1 kHz 以下では周波数の1次で上がっており、これは制御に用いている1次のローパスフィルタによる効果で ある^{*31}。

Coupled 共振器の予想される応答

測定されたパラメータを用いて Coupled 共振器の応答を計算する。図 5.10 は、Coupled 共振器について主 共振器を TEM₀₀ の共振点に制御した状態で補助共振器長を動かした時の電場や光強度を表したものである。 ただし front 鏡は微小に $\delta\theta_{\rm front} = 0.1 \ \mu {\rm rad} \ {}^{t}$ だけ傾いていたとして、他の鏡と入射光軸はアラインしている ($E_{\rm i1} = 0$) と仮定した。補助共振器長が変わると補助共振器が TEM₀₀ に与える反射位相が変わるため、主共 振器内で TEM₀₀ が共振するように主共振器長が変化していることに注意。以下で詳細な説明を行う。(4.3.1 項と重複する部分があるが、4.3.1 項と比較して、end 鏡の反射率が 1 でないために補助共振器の反射率が変 化する点、透過ポートに信号が出る点、補助共振器が Under Coupling な点など異なる部分があるので再度説 明をしておく。) 横軸の補助共振器長は TEM₁₀ の透過光量 (上から三番目の図) が最大となる点をゼロとし た^{*32}。

まず先に下二つの図の説明をする。これらは補助共振器の反射率の大きさ (下から二番目の図) と位相 (一番下) をプロットしたものである。左のピークは補助共振器の TEM₀₀ 共振点を、右のピークは TEM₁₀ 共振点 を意味する。それぞれの共振点の周りで反射位相が大きく変化している。反射位相の図には主共振器の Gouy

front 鏡の透過率	$t_{\rm front}^2$	0.9(1)~%
mid 鏡の透過率	$t_{ m mid}^2$	0.03(1)~%
end 鏡の透過率	$t_{\rm end}^2$	0.07(2)~%
主共振器内ロス	$t_{\rm loss,main}^2$	0.3(1)~%
補助共振器内ロス	$t_{\rm loss,aux}^2$	0.20(5)~%
主共振器のフィネス	$\mathcal{F}_{ ext{main}}$	$5.1(7) \times 10^2$
補助共振器のフィネス	$\mathcal{F}_{\mathrm{aux}}$	$2.2(4) \times 10^3$
主共振器長	L_{main}	1.8(1) cm
補助共振器長	L_{aux}	$9.5(2) \mathrm{~cm}$
主共振器内 Gouy 位相	Φ_{main}	$3.2(5) \deg$
補助共振器内 Gouy 位相	$\Phi_{\rm aux}$	$6.3(1) \deg$
front 鏡の曲率半径	$\mathrm{RoC}_{\mathrm{front}}$	∞ (設計値)
mid 鏡の曲率半径	$\mathrm{RoC}_{\mathrm{mid}}$	30 m (設計値)
end 鏡の曲率半径	$\mathrm{RoC}_{\mathrm{end}}$	15 m (設計値)
ビーム径	w_0	0.48 mm (設計値)

表 5.4 共振器にまつわるパラメータ。

^{*&}lt;sup>30</sup> 実際には周波数で制御を行っている。

^{*&}lt;sup>31</sup> 制御の UGF はおよそ 3 kHz で、ローパスフィルタのカットオフ周波数は 0.1 Hz であった。

^{*&}lt;sup>32</sup> この基準の取り方を選んだ理由は、本実験で補助共振器長制御として TEM₁₀ の透過光量を用いて肩ロックを採用したためである。制御法については後述。

位相も書いており、線が交わるところで TEM₀₀ と TEM₁₀ が同時に共振する (位相補償する) ことができる。 このように、測定されたパラメータから計算される補助共振器の反射位相は、主共振器の Gouy 位相を打ち消 すのに十分であることもわかる。

次に上から四番目の図について、これは主共振器内部の TEM₀₀ と TEM₁₀ の電場をプロットしたものであ る。主共振器は TEM₀₀ の共振に保たれているので一般には共振器内の TEM₀₀ の量は一定であるが、補助共 振器の TEM₀₀ 共振点周りでは補助共振器の TEM₀₀ の反射率が下がり、主共振器内部での増幅率が低下する 効果が現れている。主共振器内の TEM₁₀ の量は (主共振器内 TEM₀₀ の量 × TEM₁₀ の増幅率) で決定され るが、後者の増幅率は補助共振器による位相補償の効果と補助共振器の反射率の効果が合わさったものである ことに注意。一番下の図から位相補償点は 4 つあることがわかるが、外側の 2 点では補助共振器が共振点に近 くフィネスが高くないために主共振器内で TEM₁₀ が増幅していない。一方内側の 2 点では共振点から比較的 遠く、位相補償による増幅効果が優っている。

一番上の図は TEM₀₀ の反射電場と透過電場をプロットしたものである。主共振器は mid 鏡の反射率が front 鏡の反射率より高い Over Coupling の状態なので、一般には front 鏡で反射された電場より共振器内か ら反射ポートに抜ける電場が大きい。しかし、TEM₀₀ 共振点に近づいて補助共振器の反射率が下がっていく と、主共振器内から反射ポートに抜ける電場が減っていき、あるところで反射ポートの電場が打ち消される Critical Coupling の状態となる。そこからさらに TEM₀₀ 共振点に近づくと front 鏡で反射された電場が優 位となり、Coupled 共振器の反射率が1 に近づいていく。

二番目の図は TEM₁₀ の反射電場と透過電場である。ここでは TEM₀₀ の光のみが入射していると考え、 $E_{i1} = 0$ としていることに注意。反射ポートの TEM₁₀ は傾いた front 鏡に反射する時に変換されるもの (一定 量)と共振器内で変換されて反射ポートに抜けていくものの重ね合わせであるが、主共振器が Over Coupling なので後者の量の方が大きい。そのため主共振器内 TEM₁₀ 電場 (上から四番目の図)と同じような振る舞い を示す。透過ポートの TEM₁₀ については、主共振器内 TEM₁₀ 電場の量に補助共振器の TEM₁₀ 透過率が掛 け合わさったものとなっていて、補助共振器の TEM₁₀ 共振点周りで大きい。



図 5.10 測定されたパラメータから計算される Coupled 共振器の応答。

三番目の図は透過ポートの TEM₀₀ と TEM₁₀ の光強度であり、透過ポートの電場の大きさを自乗したものである。

五番目の図の青線は反射ポートの TEM₀₀ と TEM₁₀ のビートで、本実験で測定する角度信号である。角度 信号は特に動作点 (TEM₁₀ 側の増幅点) 周りで増幅している。これは増幅点付近で TEM₀₀ の反射電場がほぼ 一定であることを考えると、主共振器内部で TEM₁₀ が増幅していることに起因するものであるとわかる。一 方、透過ポートのビート (橙) が TEM₁₀ 共振点周りで大きくなっているのは、TEM₀₀ の透過電場の量、主共 振器内の TEM₁₀ の量、補助共振器内の TEM₁₀ の透過率の効果が合わさったものである。

重要な点だけ再度まとめておくと、測定されたパラメータを用いて Coupled 共振器の応答を計算した結果、 補助共振器の与える反射位相によって主共振器の Gouy 位相を打ち消すことができることが確認され、補助共 振器の TEM₁₀ 共振点周りの位相補償点で角度信号が増幅することが予想される。

5.4.2 読み取り光学系

反射ポートに現れる TEM₁₀ を測定するための QPD についてその効率 [V/W]、横方向の応答 [V/m]、カットオフ特性についてまとめる。

反射ポートに現れる TEM₁₀ の光は 2 つの QPD の DC 信号から読み取る。QPD の DC 信号では TEM₀₀ に対して同じ位相にある TEM₁₀ を読むことができる。2 つの QPD を Gouy 位相が 90° だけ異なる場所に置 くと、その間で TEM₀₀ は位相が 90° 回り、TEM₁₀ は位相が 180° 回るため、全ての TEM₁₀ を測定するこ とができる。

図 5.1 の BS3 を基準 z = 0 として測定されたビームプロファイルは図 5.11 のようであり、レイリーレンジ は $z_0 = 57$ mm であった。2 つの QPD をビームウエストからレイリーレンジだけ離れた 2 点に置き、その間 の Gouy 位相が 90° になるようにした。QPD 上でのビーム径は w = 197 um である。以下ではレイリーレン ジの前後にある QPD をそれぞれ QPD1、QPD2 と呼ぶことにする。



図 5.11 角度信号を読み取る QPD 周辺でのビームプロファイル。X、Y はそれぞれ横方向と縦方向を表 し、本実験では横方向に着目するので X 方向のビーム形に合わせて QPD を紫の位置に置いた。

QPD の変換効率はパワーメーターを用いてそれぞれ

$$H_{\rm OPD1}^{\rm V\leftrightarrow W} = 6.3(2) \times 10^1 \,\,{\rm V/W} \tag{5.8}$$

$$H_{\rm OPD2}^{\rm V\leftrightarrow W} = 2.26(8) \times 10^2 \,\,{\rm V/W}$$
(5.9)

と測定された。また、QPD は並進ステージ上に固定されており、ステージを横方向に動かすことでビームス

ポットずれに対する応答を測定した (図 5.12)。ここから QPD の中心周りでの横方向の応答は

$$H_{\rm QPD1}^{\rm yaw} = 2.29(5) \,\,{\rm V/mm}$$
 (5.10)

$$H_{\rm OPD2}^{\rm yaw} = 14.2(3) \,\,{\rm V/mm}$$
 (5.11)

と求まった。



図 5.12 QPD1、QPD2 の横方向 (Yaw) のビームスポットずれに対する応答。

QPD や後段のトランスインピーダンス回路、加減算回路のカットオフ特性を求める測定も行った。図 5.13、 図 5.14 は、QPD の右側あるいは左側に LED で光を入れて Yaw の出力信号までの伝達関数を測定した結果 である。QPD1 の測定でカットオフ特性が現れなかったことから、測定周波数帯で QPD1 の PD 素子や後段 の回路にカットオフ特性がないことがわかる他、LED 強度についてもカットオフ特性が無視できることが確 認できる。QPD2 の測定からはカットオフ周波数が $f_{\rm QPD2}^{\rm cutoff} = 13(1)$ kHz と求まった。後の Coupled WFS の 応答測定 (伝達関数測定) 実験では加振周波数が $f \sim 100$ Hz と低いため、QPD2 のカットオフ特性もここで は十分無視できる。



図 5.13 QPD1 のカットオフ特性。+X、-X はそれぞれ QPD1 の左側と右側の PD に光を入れた場合を表す。



図 5.14 QPD2 のカットオフ特性。

5.4.3 入射光学系

入射光学系は図 5.15 の通りで、レーザー (Lightwave electronics、126-1064-50、波長 1064 nm) から出た 光はアイソレータを通り、EOM(New Focus、4003 IR) によって位相変調をかけられる。位相変調は 15 MHz で行った。その後の 2 つのレンズはモードマッチング調整用である。PBS2 は光を直線偏光にするために置 いた。PBS2 後の HWP は光の偏光の向きを調整する役割であるが、これは主共振器が mid 鏡の基材を通 る構成になっており、複屈折の影響で縦横のモードが分離してしまう効果を防ぐためである。共振器への入 射光のビームプロファイルは図 5.16 のようで、横方向の応答を測定する目的から front 鏡に横モードのビー ムウエストが来るように調整した。ウエストでのビーム径は $w_{0,x} = 0.686(3)$ mm で、レイリーレンジは $z_{0,x} = 1.39(1)$ m であった。



図 5.15 入射光学系の概略図。



図 5.16 共振器への入射光のビームプロファイル。緑が横方向のビーム径の測定値のフィティング、紫は 主共振器の固有モード、×印は左から順に front 鏡、mid 鏡、end 鏡の位置を表す。

ジッター鏡 PZT の効率

ジッター鏡には2つのピエゾアクチュエータが左右対称に取り付けられており(以下ジッター鏡 PZT と呼 ぶことにする。)、そのうち一方のピエゾに電圧を印可することで角度方向に振ることができ、共振器への入 射光のジッターを作ることができる。ジッター鏡の角度変動を光てこで読み取ることで効率の測定を行った結 果、図 5.17 のような伝達関数が得られた。応答測定に用いる加振周波数 *f*_{front} = 129.0 Hz で

$$A_{\rm iitterPZT}^{\rm angle} = 1.28(5) \ \mu {\rm rad/V} \tag{5.12}$$

と求まった。1 kHz より高いところで様々な共振構造が見えている。



図 5.17 ジッター鏡の角度方向の効率測定結果。測定に使用した QPD のカットオフ周波数は f ~ 150 kHz であったので、測定周波数帯でのローパス特性は無視できる。

5.4.4 制御系

Coupled WFS の応答測定実験では主共振器を TEM₀₀ 共振点に、補助共振器を TEM₁₀ 共振点付近に制御 する。この理由や具体的な制御達成までの詳細な方法については後述する^{*33} が、この項では制御のために実 際に使用した装置 (図 5.1) の性能や役割について先に述べることにする^{*34} 。

主共振器長制御

主共振器長制御は Coupled 共振器の反射光の PDH 信号をレーザーの周波数アクチュエータに返すことで 行った。具体的には、反射光を RFPD で受け、ミキサーを用いて変調周波数での復調を行い*³⁵、その後制 御用フィルタとサーボ (信号増幅器)を通してレーザーの周波数アクチュエータ (Fast ポート) に信号を返して いる。使用したフィルタは SR560(Stanford Research Systems、SR560 型ローノイズ前置電圧増幅器) で、1 次のローパス特性を持たせた。サーボのゲインは

$$A_{\text{mainServo}} = 10 \tag{5.13}$$

であった。また、使用したレーザーには電圧を印可することで周波数を変化させられるアクチュエータ (Fast ポート) が付いており、その効率は腕の長さが非対称なマイケルソン干渉計を用いて、印可電圧から周波数変 動までの伝達関数を測定することで求められる。その結果、

$$A_{\text{LaserFast}} = 4.3(1) \text{ MHz/V}$$
(5.14)

^{*&}lt;sup>33</sup> 制御点をどこに取れば良いのかについては 5.6.1 項で、その点に制御を行うためのものとして本実験の制御法を用いた理由につい ては 5.6.2 項で、具体的な制御達成までの方法 (初期アラインメントや制御点引き込み) については 5.6.3 項で説明する。

^{*&}lt;sup>34</sup> どのように制御信号を取得してどのようにフィードバックを行えば良いかは、使用する光学系のパラメータ等に依存するものであ る。そのような背景から先に共振器の性能について説明を行ってきたが、それに関連して制御系の性能についてもここで先に記し ておく。

^{*&}lt;sup>35</sup> 図では記していないが、RFPD の RF ポートの出力にはオペアンプ AD811 由来のオフセット電流が乗ってしまっているので、 それを相殺するためのオフセット回路をミキサーの後段に入れている。

と得られた。

また、フィルタとサーボの間には和算回路が入っており、Coupled WFS の周波数雑音に対する応答を測定 する際にここから信号を注入することで周波数変調を行った。

補助共振器長制御

補助共振器制御は Coupled 共振器の透過光強度を一定にする (=肩ロック) ように end 鏡 PZT に信号を返 すことで行う。具体的には、一定にしたい透過光量を予め定めておいて、それに相当する直流電圧 V_{ofs} を流し ておくと、透過光量が定めた値周辺に来た時に安定な制御がかかる。透過光量を目標に近づけるためには end 鏡を動かす必要があり、それは直流電圧 V_{bias} を推移させることで行う。

使用したフィルタは SR560 で、1 次のローパス特性を持たせた。サーボのゲインは

$$A_{\rm auxServo} = 10 \tag{5.15}$$

であった。

5.5 反射位相直接测定

Coupled WFS は角度信号増幅のために補助共振器の反射位相を利用するものであった。反射位相は共振器 鏡の透過率と共振器内ロスから計算することができるが、この節ではそれとは独立に反射位相を直接測定した 実験について説明する。そのための実験装置は図 5.18 のようで、補助共振器を一端としてマイケルソン干渉 計を組むことで、補助共振器の反射位相を読むものである。ここでは、もう一端の打ち返し鏡を参照鏡、参照 鏡側から来る光を参照光 (あるいは LO 光) と呼ぶことにする。



図 5.18 反射位相測定の実験装置の概略図。

5.5.1 信号取得原理

この測定では主に4種類の光、参照鏡からの反射光と補助共振器の反射光のそれぞれキャリアとサイドバンドが PD に入射する。サイドバンド光はキャリア光に対して位相が直交した方向にサイドバンド周波数 ω_s で



図 5.19 反射位相測定での PD で受ける電場の重ね合わせ。 $\phi_{cav} := \arg(E_c^{cav})$ が求める反射位相である。

振動している。PD で受ける光の電場 EPD は

$$E_{\rm PD} = E_{\rm c}^{\rm LO} + iE_{\rm s}^{\rm LO}\sin\omega_{\rm s}t + e^{i\phi_0}(E_{\rm c}^{\rm cav} + iE_{\rm s}^{\rm cav}\sin\omega_{\rm s}t)$$
(5.16)

と書けて、 E^{LO} が実数となるように大局的位相を定めている。ここで LO は参照光、cav は補助共振器、c は キャリア、s はサイドバンドを意味する。位相 ϕ_0 は参照光と共振器反射光の相対位相である。求める反射位 相は $\arg(E_c^{\text{cav}})$ であることに注意。共振器の反射電場を複素平面に描くと共振点付近で円を描くことが知られ ており、

$$E_c^{\rm cav} = E_0 + r e^{i\psi} \tag{5.17}$$

と表すことができる。 E_0 は円の中心まで、r は円の半径を意味する (図 5.19)。 なお、共振器の共振点周りの みを考えて、サイドバンドに関しては位相が回らないとする。サイドバンドはキャリアに対して小さく、共振 器からの反射光を ND filter で減光したとすると $E_c^{\text{LO}} \gg E_c^{\text{cav}}$ 、 $E_c^{\text{LO}} \gg E_s^{\text{cav}}$ 、 $E_c^{\text{cav}} \gg E_s^{\text{cav}}$ が成り立つ。こ の仮定の元、PD で受けた時の光強度は DC 成分と角周波数 ω_s で振動する RF 成分に分けて

$$P_{\rm PD}^{\rm DC} = \left(E_{\rm c}^{\rm LO}\right)^2 + 2E_{\rm c}^{\rm LO}\left\{E_0\cos\phi_0 + r\cos(\phi_0 + \psi)\right\}$$
(5.18)

$$P_{\rm PD}^{\rm RF} = \left[2E_{\rm s}^{\rm LO}\{E_0\sin\phi_0 + r\sin(\phi_0 + \psi)\} - 2E_{\rm c}^{\rm LO}E_{\rm s}^{\rm cav}\sin\phi_0\right]\sin\omega_{\rm s}t$$
(5.19)

となることがわかる。ただし微小な項は省略した。DC 成分の第 2 項は *E*^{cav} を実軸に射影した量、RF 成分 の第 1 項は *E*^{cav} を虚軸に射影した量となっており、これらの 2 つを測定することができれば *E*^{cav}、並びに反 射位相 arg(*E*^{cav}) を求めることができる。よってその他の項を測定によって取り除くことが必要となる。DC 成分の第 1 項は参照光のみの時の光強度で、これは補助共振器への光を隠せば測定することができる。RF 成 分の第 2 項は参照項のキャリアと共振器反射光のサイドバンドのビートで、共振器のサイドバンド共振周りで のみ大きく変化する。一方 RF 成分の第 1 項は参照項のサイドバンドと共振器反射光のキャリアのビートであ り、共振器のキャリア共振周りでのみ大きく変化する。よってキャリア共振とサイドバンド共振での RF 信号



図 5.20 反射位相測定での補助共振器の cavity scan 結果。左の図が cavity scan 時の信号を表しており、測定された RF 信号 (緑) からフィッティングにより共振器反射電場の虚軸射影成分を抜き出している (赤)。右の図は反射電場を複素平面に描いたもので、反共振点 (ϕ_0) からの位相のずれ (ϕ_{cav}) が求める反射 位相である。

の大きさの比からフィッティングにより第1項のみを取り出すことが可能である*36*37。

5.5.2 測定結果

補助共振器を組み、end 鏡を長さ方向に動かすことで干渉計の出力から反射位相を測定した。得られたデー タが図 5.20(左) である。RF 信号に関してはキャリア周りで変動する項とサイドバンド周りで変動する項が混 ざっており、フィッティングにより前者 (反射光のキャリアと参照光のサイドバンドのビート)のみを抜き出 した。DC 信号から参照光強度を引いたものを横軸、抜き出した RF 信号を縦軸にとったものが図 5.20(右) で、DC と RF 信号には信号の大きさに違い (PD のトランスインピーダンス、ミキサーの効率、サイドバン ドの大きさに由来。)があるため、共振器反射光電場が円を描くという要請から、DC 信号と RF 信号の変動 の大きさが同じになるように較正した。複素平面での位相が、参照光電場から見た共振器反射電場の位相に対 応しており、反共振時の位相差 ϕ_0 を基準として、そこからの位相変動 ϕ_{cav} が求める反射位相である。この実 験で求められた反射位相は図 5.21 であり、反射位相は最大で~4 deg 変化すると測定された。これは主共振 器の Gouy 位相を打ち消すことのできる量である。また、この結果は測定された透過率と共振器ロスから計算 される反射位相と矛盾しない。

^{*&}lt;sup>36</sup> 入射ポートに EOM を入れているために参照光と共振器反射光の両方にサイドバンドが立っており、RF 信号からフィッティング による抜き出しが必要になっている。そこで参照光パスのみに EOM を入れて位相変調を加えることで、共振器反射光のサイドバ ンド項を取り除くことができる。ただその場合は EOM に入れるために一度光を絞っているためにモードが変わってしまうこと、 EOM に合わせるために偏光の向きを変えてしまっていること、別の入射経路で光を入れるために光軸を 2 自由度合わせなければ いけないことのような問題がある。つまりモードも偏光も光軸も全く異なる 2 つの光をよく干渉させるための機構が必要となる。

^{*&}lt;sup>37</sup> また、似たような測定手法として直交位相干渉計を用いる方法が挙げられる。これは参照光として円偏光を用いるもので、P 偏 光と S 偏光で位相が 90° ずれているために無限に長い測定レンジを持つ。今回のセットアップで直交位相干渉計を実現するには、 BS と参照鏡の間に λ/8 板 (往復で λ/4 板と同じ働きをする) を挿入し、干渉光を PBS で偏光ごとに分離してそれぞれ PD で受 ければ良い。



図 5.21 反射位相測定結果。横軸は補助共振器の共振点からの長さずれ、縦軸は反射位相にとった。青は 測定値、緑は透過率と共振器内ロス測定から推定される値である、赤は測定された主共振器の Gouy 位相 である。5.5.3 項で考察するように、測定された反射位相は 10% 程度小さく現れたものだと推定される。

5.5.3 誤差の考察

補助共振器の反射位相測定結果の誤差について考察する。

干渉明度の寄与

この測定での DC 信号は (測定された光強度 - 参照光強度) で求めているが、干渉明度 (Visibility) が悪い場 合には干渉による強度変化が小さい上、参照光に含まれる高次モードの光強度がオフセットとなってしまう。 本測定での Visiility はおよそ 90% で、十分反射位相が小さい (つまり複素平面上での反射電場の円が十分原 点から遠い) ことを考えると、測定結果がおよそ 10% 小さく現れていると推定される。

5.5.4 反射位相測定実験まとめ

Coupled WFS は補助共振器が TEM₀₀ と TEM₁₀ に与える反射位相の差によって主共振器の Gouy 位相を 補うものであるので、補助共振器の反射位相が重要である。測定は補助共振器を一端とするマイケルソン干渉 計を用いて行った。その結果、反射位相は最大 ~ 4 deg 変化すると測定された。これはおよそ 10% 小さく見 積もられた量だと推定される。得られた反射位相変化量は主共振器の Gouy 位相を補うのに十分であることが 示され、また鏡の透過率やロス測定から推定される量に矛盾しない。

5.6 理論信号、制御方法、実験手順

応答測定実験では Coupled 共振器を制御した状態で角度応答の測定を行う。DC 測定では揺らぎが大き いことを踏まえ、角度応答は伝達関数測定によって求める。主共振器は TEM₀₀ 共振点に、補助共振器長は TEM₁₀ 共振点付近に制御し、補助共振器の制御点の移動は制御信号のオフセットを変えることによって行 う^{*38}。また、各伝達関数の測定のために入れる信号は異なる周波数で同時に注入した^{*39}。

5.6.1 理論信号

測定されたパラメータから計算される Coupled 共振器の応答については 5.4.1 項の図 5.10 で説明を行った。この項では、角度応答測定で得られると予想される信号について解説する。

図 5.22 は、主共振器を TEM₀₀ 共振点に保ったまま補助共振器長を変化した時の角度応答について、測定 されたパラメータを用いて計算したものである。

一番上の図は、Coupled 共振器の透過光強度を表しており、左のピークが補助共振器の TEM₀₀ 共振点を、 右のピークが TEM₁₀ 共振点を意味する。

中央の図は、TEM₀₀の光のみが共振器に入射し、入射光軸と共振器がアラインしている状況から front 鏡 が微小角だけ傾いた時の、反射ポートに現れる角度信号 (TEM₀₀ と TEM₁₀ のビート)を描いたもの (青線) であり、応答測定実験で測定する「front 鏡の角度変動に対する応答」の計算値である。また、front 鏡と mid 鏡で構成される主共振器 (WFS) で得られる角度応答についてもプロットしてある (赤点線)。ただし縦軸は、 得られる角度信号を QPD への入射光強度と front 鏡の傾き量で規格化したもので、具体的な表式としては、 front 鏡が微小角 $\delta\theta_{\text{front}}$ 傾いた Coupled 共振器に TEM₀₀ が入射し、反射ポートの QPD で受ける光電場を モードごとに E_{00} 、 E_{10} と表した時、規格化された角度応答 $H_{\text{Coupled}}^{\text{front}}$ (図の縦軸) は

$$|E_{00}|^2 \times A_{\text{frontPZT}}^{\text{angle}} V_{\text{front}}$$

[(W/rad)/W]である。ただし、front 鏡 PZT の印可電圧 V_{front} と、印可電圧から角度方向への効率 $A_{frontPZT}^{angle}$ (測定値 (5.6))を用いて、3 行目では $\delta\theta_{front} = A_{frontPZT}^{angle}V_{front}$ の関係を使用した。規格化した 値で表示することで、純粋な角度センサの応答の良さを議論することができる上、入射光強度を変えた時に得 られる角度信号の大きさをスケールしやすいというメリットがある^{*40}。Coupled WFS の角度応答 (青線) は

^{*&}lt;sup>38</sup> 主共振器を制御したまま補助共振器長をスイープさせながら測定するのではなく、Coupled 共振器を制御し、制御点を動かしな がら測定する理由は次の理由による:(1) 補助共振器の TEM₀₀ 共振点周りで反射位相が大きく変わってしまい、主共振器の制御 が乱されてしまうこと。(2) 伝達関数測定をするには、局部発振器の周波数の逆数程度のタイムスケールより遅く補助共振器の状 態を変化させる必要があるが、制御を行わない状態では補助共振器の状態変化が低周波で大きく、測定中の共振器状態を一定とみ なすことができないこと。

^{*&}lt;sup>39</sup> 後述する通り、Coupled WFS の応答はアラインメントに依存するため、同条件でそれぞれの応答の大きさを見るためには同時 測定が必要である。

^{*40} また、分子の $|E_{00}E_{10}|$ と分母の $|E_{00}|^2$ はそれぞれ QPD の Yaw(左右の光強度差) と Sum(左右の光強度和) で得ることができ るため、パワーメータ等で測定される QPD の効率 $H_{\text{QPD}}^{\text{V} \leftrightarrow \text{W}}$ (測定値 (5.8)~(5.9)) が相殺され、それに伴う誤差を除くことがで きるというメリットもある。

補助共振器の TEM₁₀ 共振点周りで WFS(赤点線) に比べて増幅することが予想される。そのため、本実験で は補助共振器を TEM₁₀ 共振点周りで制御する。なお、 $|E_{00}E_{10}|/V_{\text{front}}$ の量は front 鏡への印可電圧から角度 信号までの伝達関数測定によって求める。

一番下の図は、入射光軸と共振器がアラインしており、TEM₀₀の光に加えてジッター鏡の角度変動による TEM₁₀(ビームジッター)も共振器に入射した時の、反射ポートに現れる角度信号 (TEM₀₀ と TEM₁₀ のビー ト)を描いたもの (青線) であり、応答測定実験で測定する「入射光のビームジッターに対する応答」の計算値 である。また、主共振器 (WFS) で得られる角度応答についてもプロットしてある (赤点線)。ただし中央の図 とは異なり、ここでは front 鏡もアラインしていると仮定していることに注意。縦軸は、得られる角度信号を QPD への入射光強度とジッター鏡の傾き量で規格化し、さらにジッター鏡と front 鏡のビーム径の違いを補 正することで、入射する TEM₁₀ の量を front 鏡の角度変動に換算したものである。これによって front 鏡の 角度変動に対する角度応答と、入射光のビームジッターに対する角度応答の量を単純に比較することができ る。具体的な表式としては、

$$H_{\text{Coupled}}^{\text{jitter}} = \frac{(\text{QPD} \, \tilde{\mathcal{COP}} \, \tilde{\mathcal{COP}}$$

[(W/rad)/W]である。ただし、ジッター鏡 PZT の印可電圧 V_{jitter} と、印可電圧から角度方向への効率 $A_{jitterPZT}^{angle}$ (測定値 (5.12))を用いて、3 行目では $\delta\theta_{jitter} = A_{jitterPZT}^{angle}V_{jitter}$ の関係を使用した。入射ビーム ジッターに対する Coupled WFS の角度応答 (一番下の図の青線)は、front 鏡の角度変動に対する Coupled WFS の角度応答 (中央の図の青線)よりも小さくなることが予想される。これは、ビームジッター雑音に対し て信号雑音比が良いことを意味するものである。なお、 $|E_{00}E_{10}|/V_{jitter}$ の量はジッター鏡への印可電圧から 角度信号までの伝達関数測定によって求め、ビーム径については front 鏡とジッター鏡の距離が 47(1) cm で あることと、主共振器の固有モードとを考え、 $w_{front}/w_{jitter} = 0.48(1) \text{ mm}/0.60(1) \text{ mm} = 0.80(3) とする。$

また、周波数雑音に対しては Coupled WFS についても WFS についても応答がないと予想される。縦軸の 較正は同様に、得られる角度信号を QPD への入射光強度と周波数変調の量で規格化したもので、具体的な表 式としては、

$$H_{\text{Coupled}}^{\text{freq}} = \frac{(\text{QPD } \tilde{\mathcal{C}} \mathfrak{G} \mathfrak{P} \mathfrak{I} \mathfrak{S} \mathfrak{A} \mathfrak{B} \mathfrak{E} \mathfrak{f} \mathfrak{G})}{(\text{QPD } \tilde{\mathcal{L}} \lambda \mathfrak{h} \mathfrak{f} \mathfrak{S} \mathfrak{X} \mathfrak{A} \mathfrak{B} \mathfrak{E}) \times (\mathbb{B} \mathfrak{X} \mathfrak{X} \mathfrak{F} \mathfrak{B} \mathfrak{G})}$$
$$= \frac{|E_{00} E_{10}|}{|E_{00}|^2 \times \delta \nu_{\text{freq}}}$$
(5.23)

$$= \frac{1}{|E_{00}|^2 \times A_{\text{mainServo}} A_{\text{LaserFast}} V_{\text{freq}}}$$
(5.24)

である。ただし、周波数変調によって主共振器制御ループに入り込んだ電圧 V_{freq} 、主共振器制御に用いるサーボゲイン $A_{\text{mainServo}}$ (測定値 (5.13)) と、レーザーの周波数アクチュエータ (Fast ポート)の効率 $A_{\text{LaserFast}}$ (測定値 (5.14))を用いて、3 行目では $\delta \nu_{\text{freq}} = A_{\text{mainServo}}A_{\text{LaserFast}}V_{\text{freq}}$ の関係を使用した。なお、 $|E_{00}E_{10}|/V_{\text{freq}}$ の量は主共振器制御ループ内の周波数変調から角度信号までの伝達関数測定によって求める。



図 5.22 測定されたパラメータから予想される角度応答。

5.6.2 制御方法

この項では本実験での制御方法とそれを採用した理由について述べ、実際に制御が達成可能であることを信号分離比と動作点引き込み手順から議論する。

本実験での構成では mid 鏡の反射率が front 鏡と end 鏡に比べて高く、主共振器と補助共振器の信号を比 較的良く分離するようになっている。主共振器は反射光の PDH 信号をレーザーの周波数に返すことで制御 し、補助共振器は透過光の TEM₁₀ の強度が一定になるよう (肩ロック) に end 鏡のピエゾアクチュエータに 返すことで制御する方法を採用した。

これ以外の制御方法として、(1) 主共振器長の制御で反射光 PDH 信号を front 鏡 PZT に返すもの、(2) 補助共振器長の制御で透過光の TEM₀₀ に肩ロックするものが挙げられるが、それらと比較して本制御法を採用した理由を述べる。

採用した主共振器の制御では周波数に返すため主共振器の変動が周波数を介して補助共振器へと伝搬してし まう。それに対して (1) の方法は、主共振器と補助共振器の制御を分離できることが特長である。しかし実際 には、主共振器周りには 2 kHz 周辺に front 鏡 PZT 由来の共振構造があり、front 鏡 PZT を用いた制御では その周波数で振動を励起してしまうため、制御ゲインが充分上げられないという問題があった。そのためレー ザーの周波数に返す制御を採用した。

(2) について、Coupled 共振器のアラインメントが完璧な場合は透過ポートに現れる TEM₀₀ は他の高次 モードに比べて充分多く、TEM₀₀ に肩ロックすることが可能であり、信号分離や動作点引き込みも問題ない。 しかし実際に完璧なアラインメントを達成することは難しく、透過光に高次モードの共振ピークが存在する。 補助共振器の動作点は TEM₁₀ 付近であり、そこでは TEM₀₀ よりも TEM₁₀ の強度の方が大きく、TEM₀₀ の信号で制御することは困難である。そのため TEM₁₀ の光を利用して制御する手法を採用した。

5.6.3 実験手順

以下では応答測定実験の詳細な手順について説明する。

- 1. end 鏡を置き、反射光がまっすぐ帰ってくるように合わせる。
- 2. mid 鏡を置き、反射光がまっすぐ帰ってくるように合わせる。
- 3. レーザーの周波数を振って cavity scan を行いながら、透過光を見て、end 鏡の傾きや入射光軸の向き を調整して補助共振器のアラインメントを合わせる。
- mid 鏡と end 鏡の間に BS とダンパーを置き、BS で撥ねた光を取得できるように PD とカメラの前の 鏡 (Steering 鏡)の向きを調整する。
- 5. front 鏡を置き、反射光がまっすぐ帰ってくるように合わせる。
- 6. レーザーの周波数を振って cavity scan を行いながら、撥ねた透過光を見て、front 鏡のミラーマウントに取り付けられたピコモータで front 鏡の傾きを調整して、主共振器のアラインメントを合わせる。 (ここまでで Coupled 共振器のアラインメント調整が完了する。依然補助共振器の間には BS とダンパーが入っていることに注意。)
- 7. (主共振器の制御) 反射光の PDH 信号をレーザーの周波数に返すことで、主共振器を TEM₀₀ に制御す る。モードの確認は反射光強度と、撥ねた光をカメラで直接見ることで確認する。
- 8. 角度信号読み取りのための QPD に対して光が中心に当たるように調整する。
- 9. (WFS の角度応答測定) front 鏡とジッター鏡を角度方向に振り、また周波数変調信号を入れた状態で 角度信号までの伝達を測定する。なお、front 鏡を角度方向に振った時の PDH 信号への伝達が最も小 さくなるように、左右の front 鏡 PZT に印可する電圧量を調節する。これによって、ビームスポット を節として鏡を角度方向に振ることができ、共振器長方向に振ってしまうカップリングを最小にする。
- 10. (補助共振器の制御点引き込み)補助共振器の間に入っていた BS とダンパーを取り除く。この時主共振器が引き続き TEM₀₀ に制御されていることは、反射光強度が大きく変わらないことから確認できる*⁴¹。補助共振器制御ループを閉じた状態でバイアス電圧を加えながら end 鏡を徐々に動かしていく。はじめ補助共振器は非共振の状態にあったが、次第に TEM₀₀ 共振点へと近づいていき、透過光 PD やカメラで光が確認できるようになり、一旦 TEM₀₀ 共振の肩に制御される。さらにバイアス電圧を加えると、TEM₀₀ 共振ピークを通り過ぎ、TEM₁₀ 共振の肩への制御が実現される。この時のモードはカメラで見ることができ、TEM₀₁(縦モード)ではなく TEM₁₀ に制御されていることを確認している。(ここまでで Coupled 共振器の制御が実現。)
- 11. (Coupled WFS の角度応答測定) Coupled 共振器が制御された状態で、手順9 と同様に front 鏡とジッ ター鏡を角度方向に振り、また周波数変調信号を入れた状態で角度信号までの伝達を測定する。
- (Coupled WFS の TEM₁₀ の最大透過光量の測定)補助共振器の制御を外し、主共振器は引き続き TEM₀₀ に制御したまま、end 鏡 PZT に電圧を加えて end 鏡を長さ方向に動かしながら cavity scan を行う。補助共振器が TEM₀₀ 共振点に近づくと主共振器の制御を乱してしまうので、cavity scan は 補助共振器の TEM₁₀ 共振点周りで行う。
- (主共振器のアラインメントの確認) 手順 4~6 と同様に、mid 鏡と end 鏡の間に BS とダンパーを置き、レーザーの周波数を振って cavity scan を行いながら、撥ねた透過光ピークを取得する。
- 14. (補助共振器のアラインメントの確認) front 鏡を外し、BS とダンパーを取り除き、手順3と同様に、 レーザーの周波数を振って cavity scan を行いながら、透過光ピークを取得する。

^{*&}lt;sup>41</sup> 本実験で使用した共振器は内部ロスが大きく、補助共振器が非共振の場合に、主共振器の透過ポートに end 鏡がある時とない時 で反射光強度が大きく変わらないことが予め計算されている。また、主共振器の共振モードは、主共振器の透過光をセンサーカー ドで直接見ることでも確認することができる。

以上の方法で Coupled 共振器のアラインメントをとり (手順 1~6)、共振器を制御し (手順 7、10)、WFS と Coupled WFS に対して角度応答を測定した (手順 9、11)。手順 12 (Coupled WFS の TEM₁₀ の最大透過 光量の測定) は、補助共振器の制御点を推定する際に必要なものである。

なお、手順 9、11 での応答測定 (伝達関数測定) 時には、鏡の角度方向への加振や周波数変調のような一定 周波数での変調を行うが、その変調周波数の選び方としては以下の要因を加味した。(1) 5.4 節で見たように、 front 鏡 PZT とジッター鏡 PZT についてはおよそ 1 kHz 以上で共振構造が見えているため、変調周波数は それより低くする必要がある。 (2) front 鏡 PZT を角度方向に振る際の共振器長方向へのカップリングにつ いては、主共振器長制御帯域内 (< kHz) で低減することができる。(3) 主共振器を制御して何も変調を行わな い状態の PDH 信号や角度信号のスペクトルを見て静かな周波数を採用することで、制御を通してのカップ リングを低減し、角度応答を信号雑音比よく取得することができる。(4) 大きな要因ではないが、QPD2 は $f_{\rm QPD2}^{\rm cutoff} = 13(1)$ kHz にカットオフ特性があるため、これより高い周波数で振ってしまうと角度応答の較正が 必要になる。以上のことを踏まえて変調周波数は、 $f_{\rm front} = 110.4$ Hz、 $f_{\rm jitter} = 129.0$ Hz、 $f_{\rm freq} = 80.4$ Hz と した。

第6章 実験結果

6.1 Coupled 共振器の制御

この節では Coupled 共振器の制御について述べる。Couled 共振器は 2 つの共振器の応答が互いに混ざり 合う構成となっているため、その動作点への制御は一つの課題である。本実験では Coupled 共振器の制御に 成功し、制御点の確認や制御の安定性の評価を行ったのでそれについて説明する。

6.1.1 制御の実現

この項では Coupled 共振器の動作点付近での制御が成功し、制御の符号と各共振器の共振状態から制御点 を確認し、動作点付近にあることを示す。

主共振器は TEM₀₀ 共振点に、補助共振器は TEM₁₀ 共振点付近の動作点に制御することが目標である。主 共振器の制御については、ダンパーで end 鏡を隠した状態で主共振器の後ろに BS を置いて透過光をカメラで 見ることで TEM₀₀ に制御されていることを確認し (5.6.3 項の手順 7)、ダンパーを取っても反射光強度が大 きく変わらないことから確認した^{*42} (手順 10)。補助共振器の制御については、透過ポートのカメラを用いて TEM₁₀ にロックしていることを確認した (手順 10)。そして補助共振器長制御の符号を確認し、TEM₁₀ の共 振点周りのうち、TEM₀₀ 共振点側に近い裾にロックしていることを確認した。

これより、主共振器は TEM₀₀ 共振点に、補助共振器は動作点付近に制御していることが確認された。

6.1.2 **制御の安定性**

上にあげた制御点でオープンループゲインを測定することで制御の安定性を評価する。図 6.1 が主共振器、 図 6.2 が補助共振器の測定結果である。UGF はそれぞれ $f_{\text{UGF}}^{\text{main}} \sim 4 \text{ kHz}$, $f_{\text{UGF}}^{\text{aux}} \sim 300 \text{ Hz}$ で、そこでの位相 余裕はそれぞれ $\phi_{\text{margin}}^{\text{main}} \sim 35 \text{ deg}$, $\phi_{\text{margin}}^{\text{aux}} \sim 50 \text{ deg}$ であった。位相余裕が十分あるため^{*43}、この制御は安 定だとわかる。

^{*42} Coupled 共振器がよくアラインしている場合、主共振器が TEM₁₀ にロックしてしまうと反射光強度が大きく変化してしまうの で判別できる。

^{*43} 経験測的に、位相余裕が 30 deg 以上あれば制御は安定である。



図 6.1 Coupled 共振器を制御した時の、主共振器制御ループのオープンループゲイン。



図 6.2 Coupled 共振器を制御した時の、補助共振器制御ループのオープンループゲイン。

6.1.3 透過光量から補助共振器長への較正

応答測定時の補助共振器の制御点を求めるため、補助共振器長 (あるいは TEM₁₀ 共振点からの離調)の推 定を行う。

一般に肩ロックをした時の制御点の推定には3つの情報 (例えば、フィネス (あるいは透過光 Lorentzian の幅)、制御時の透過光量、共振点での透過光量) が必要である^{*44}。フィネスについては図 5.10 あるいは図 5.22 の透過ポートの TEM₁₀ から計算することができる。制御時の透過光量は応答測定に同時に取得すれば良い。

^{*&}lt;sup>44</sup> 本測定においては補助共振器の反射位相がわかればよく、つまり TEM₁₀ 共振点からの離調がわかれば十分である。そのため フィネスの情報はなくても良い。

残る一つ、TEM₁₀ 共振点での透過光量の推定法について詳しく述べる。これは主共振器をTEM₀₀ にロックした状態で end 鏡をピエゾアクチュエータを用いて長さ方向に動かし、透過光を見ることで測定を行った (5.6.3 項の手順 12)。ただし、補助共振器が TEM₀₀ 共振点に近づいてしまうと補助共振器の反射率が大きく 変わり、主共振器の制御が乱されてしまうため、補助共振器を高次モード側から TEM₁₀ 共振点に近づけ、その周辺で小さく振る必要があった。なお、モードの確認は透過ポートのカメラによって行った。補助共振器の cavity scan によって得られた透過光量が図 6.3(a) であった。ここから、TEM₁₀ 共振点での透過光量 は 3.1(3) V と求められた (10% の測定誤差を仮定した。)。この結果を用いて推定された Coupled 共振器の TEM₁₀ 透過光量は図 6.3(b) であり、青が中央値、橙は誤差幅である。

応答測定時にはその透過光強度を取得し、図 6.3(b) の関数を元に補助共振器長に換算する。





(a) 補助共振器の cavity scan で得られた透過光。

(b) 推定された TEM₁₀ 透過光量。青が中央値、橙は 10%の誤差を仮定した時の誤差幅である。

図 6.3 TEM₁₀ 共振点での透過光量の推定。

6.2 Coupled 共振器の応答測定実験

6.2.1 front 鏡の角度変動に対する応答

Coupled 共振器を制御した状態で front 鏡を *f*_{front} = 110.4 Hz で角度方向に振り、角度信号までの伝達関 数を測定した。主共振のみ (WFS) の場合についても同様の測定を行った。応答測定時の印可電圧と角度信号 を読み取る QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンスをプロットしたものが図 6.4 である。左上は WFS(主共振 器) に対する測定時のもので、その他は Coupled WFS に対するものである。なお、データ番号は図 6.5 の測 定点を左から順に (補助共振器長が短い順に) ラベリングしたものである。これより、加振周波数 (点線) でコ ヒーレンスが高く、伝達関数が測定されていることがわかる^{*45}。

応答測定の結果を表したものが図 6.5 である。横軸は補助共振器長であり、これは前項の方法で透過光強 度から換算して求めた。縦軸は QPD で測定された角度信号 (TEM₀₀ と TEM₁₀ のビート)の大きさ [W] を front 鏡の加振量 [rad] と QPD への入射光強度 [W] で規格化したものである (5.6.1 参照)。黒点が Coupled WFS の応答の測定値、桃線が WFS(主共振器のみ)の測定値を誤差付きで表示したものであるが、後者は対 応する補助共振器長がないため、横軸方向に伸ばしてプロットした。青と赤はそれぞれに対応する予想値であ る (5.6.1 参照)。各応答は、取得された角度信号と印可電圧の時系列データを3つのセクションに分けそれぞ

^{*&}lt;sup>45</sup> コヒーレンスの計算時にはデータの3回平均をとったので、コヒーレンスの値が0.43を上回ると95%で有意に相関があると言 える。後に示すコヒーレンスの計算結果についても同様。

れで伝達関数を計算することで求め、その平均値を中央値とした。応答量 (縦軸)の測定誤差は、セクション ごとの測定された伝達関数の分散、QPD に入射する光量の揺らぎ、front 鏡 PZT の角度方向の効率の測定誤 差 (測定値 (5.6))を考慮したが、伝達関数の分散が支配的であった。制御点 (横軸)の測定誤差は、各セクショ ンで透過光量の揺らぎからくる誤差、セクションごとに測定された値の分散、前項で推定した TEM₁₀ 透過光 量の誤差を考慮したが、前者の2つが支配的であった。

実験により、front 鏡の角度変動に対する応答が

$$H_{\text{Coupled}}^{\text{front}} = 10(2) \times 10^4 \text{ (W/rad)/W}$$
(6.1)

$$H_{\rm WFS}^{\rm tront} = 4.8(7) \times 10^4 \; (W/rad)/W$$
 (6.2)

と測定され、WFS に比べて Coupled WFS の角度応答が 2.1(5) 倍大きい。ここから Coupled WFS を用い ると WFS に比べて角度応答が増幅されることが実証されたと言える。ただし、Coupled WFS と WFS の両 方において、オーダーでは一致しているものの、測定された角度応答 (黒、桃) が予想される値 (青、赤) より 1.5 倍程度小さくなっている。これについては次節で考察する。



図 6.4 front 鏡の角度変動に対する応答測定時の、印可電圧と QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンス。加振周波数は $f_{\text{front}} = 110.4 \text{ Hz}(点線)$ である。



(a) TEM00、TEM10 共振点周りでの図。



(b) 上の図を拡大したもの。

図 6.5 front 鏡の角度変動に対する角度応答の大きさ。横軸は補助共振器長で、縦軸は角度応答の大きさ を front 鏡の加振量と QPD への入射光強度で規格化したものである。

6.2.2 入射光のジッターに対する応答

Coupled 共振器を制御した状態でジッター鏡を $f_{jitter} = 129.0$ Hz で角度方向に振り、角度信号までの伝達 関数を測定した。主共振器のみ (WFS) の場合についても同様の測定を行った。応答測定時の印可電圧と角度 信号を読み取る QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンスをプロットしたものが図 6.6 である。これより、加振周 波数 (点線) でコヒーレンスが高く、信号が測定されていることがわかる。

応答測定の結果を表したものが図 6.7 である。軸の取り方や色の対応は図 6.5 と同じであるが、front 鏡と

ジッター鏡でのビーム径がそれぞれ $w_{\text{front}} = 0.48 \text{ mm}, w_{\text{jitter}} = 0.60 \text{ mm}$ であることを鑑みて、図の縦軸を front 鏡の角度変動換算量に直してある (5.6.1 参照)。応答量の測定誤差は、セクションごとに測定された伝達 関数の分散、QPD に入射する光量の揺らぎ、ジッター鏡 PZT の角度方向の効率の測定誤差 (測定値 (5.12)) を考慮したが、伝達関数の分散が支配的であった。

実験により、入射光のジッターに対する応答が

$$H_{\text{Coupled}}^{\text{jitter}} = 5.4(9) \times 10^3 \text{ (W/rad)/W}$$
(6.3)

$$H_{\rm WFS}^{\rm jitter} = 3.8(2) \times 10^3 \; (W/rad)/W$$
 (6.4)

と測定された。Coupled WFS の front 鏡の角度変動に対する応答での測定値 (6.1) と比較すると、ビーム ジッターに対する応答は 19(5) 倍小さく、入射光の TEM₁₀ の増幅が抑えられていることが実証された。ただ し、WFS(桃) に比べて Coupled WFS(黒) の方が入射光のビームジッターに対する角度応答が大きく測定さ れており、また、Coupled WFS と WFS の両方において、オーダーでは一致しているものの、測定された角 度応答 (黒、桃) が予想される値 (青、赤) より 2~3 倍大きくなっている。



図 6.6 ビームジッターに対する応答測定時の、印可電圧と QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンス。加振 周波数は $f_{\text{jitter}} = 129.0 \text{ Hz}(点線)$ である。



(a) TEM00、TEM10 共振点周りでの図。



(b) 上の図を拡大したもの。

図 6.7 ビームジッターに対する角度応答の大きさ。横軸は補助共振器長で、縦軸は角度応答の大きさを鏡 の加振量と QPD への入射光強度で規格化したものである。ただしここでの鏡の加振量とは、ジッター鏡 と front 鏡でのビーム径の比を元に、front 鏡の角度換算に直したものである。

6.2.3 入射光の周波数雑音に対する応答

Coupled 共振器を制御した状態で主共振器制御ループの中に *f*_{freq} = 83.4 Hz の信号を入れることでレー ザー周波数を振り、角度信号までの伝達関数を測定した。応答測定時の周波数変調の信号と角度信号を読み取 る QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンスをプロットしたものが図 6.8 である。これより、加振周波数 (点線) でコヒーレンスが高く、何らかの信号が測定されていることがわかる。

応答測定結果を表したものが図 6.9 である。軸の取り方や色の対応は図 6.5 と同じである。応答量の測定誤

差は、セクションごとに測定された伝達関数の分散、QPD に入射する光量の揺らぎ、レーザーの周波数調整 アクチュエータ効率の測定誤差 (測定値 (5.14)) を考慮した。

実験により、入射光の周波数雑音に対する応答が

$$H_{\rm Coupled}^{\rm freq} = 5.7(8) \times 10^{-8} \; (W/{\rm Hz})/{\rm W}$$
 (6.5)

$$H_{\rm WFS}^{\rm freq} = 9(2) \times 10^{-8} \ (W/{\rm Hz})/{\rm W}$$
 (6.6)

と測定された。

原理的には Coupled WFS と WFS のどちらも周波数雑音に対する応答はないと考えられるが、実際の測定 時には角度信号に現れていた。この結果は、実際には応答がある可能性、あるいは、他の伝達経路が存在して いた可能性を示唆するものである。



図 6.8 周波数雑音に対する応答測定時の、雑音注入箇所での信号と QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンス。加振周波数は $f_{\rm freq} = 83.4$ Hz(点線) である。



(a) TEM00、TEM10 共振点周りでの図。



(b) 上の図を拡大したもの。

図 6.9 周波数雑音に対する角度信号の大きさ。横軸は補助共振器長で、縦軸は角度応答の大きさを周波数 変調の大きさと QPD への入射光強度で規格化したものである。

6.2.4 Coupled 共振器の応答測定実験結果のまとめ

- Coupled WFS の front 鏡の角度変動に対する応答は、WFS の応答よりも 2.1(5) 倍大きく、角度信号 が増幅されていることが確認された。これは同時に、角度信号が増幅される点で制御に成功したことを 意味する。
- 入射光のジッターに対する応答は、front 鏡の角度変動に対する応答に比べて 19(5) 小さく、入射光の TEM₁₀ の増幅が抑えられていることが実証された。

しかし、

- front 鏡の角度変動に対する応答は、測定値が理論値よりも 1.5 倍程度小さくなっている。
- 入射光のジッターに対する応答は、測定値が理論値よりも 2~3 倍大きくなっている。
- 周波数雑音に対する応答が角度応答に現れている。

第7章 考察

7.1 大きく加振した場合の応答の減少

伝達関数を信号雑音比よく測定するためには、ある程度大きい信号を注入する必要がある。しかし、測定時 に front 鏡を大きく加振してしまうと、4.3.2 項で述べたように、角度応答が線形領域を外れ、得られる角度信 号が小さくなってしまう効果がある。また、入射光のジッターについても同様で、大きく加振した場合に角度 応答が小さくなってしまう。そのような背景から、本実験での front 鏡とジッター鏡の加振量を評価し、非線 形効果を見積もる。

線形レンジの計算

測定された共振器のパラメータを用いて、入射光軸と Coupled 共振器がアラインしているところから front 鏡が傾いていった時の応答を計算したものが図 7.1 である。ただし縦軸は角度応答の大きさで、反射ポートの 角度信号を front 鏡の傾き量で割ったものに相当する。(傾きが小さい時の応答の大きさを 1 としてプロット した。) これより、 2×10^{-7} rad より傾きが小さいところではほぼ一定の角度応答を示すことが確認できる。



図 7.1 front 鏡が傾いた時の応答の大きさを規格化したもの。

front 鏡の角度変動に対する応答

本実験での加振量は

$$\bar{\theta}_{\rm front} = \frac{\bar{\theta}_{\rm front}}{\tilde{V}_{\rm front}} \bar{V}_{\rm front} \tag{7.1}$$

で見積もることができる。ここで $\tilde{\theta}_{\text{front}}/\tilde{V}_{\text{front}} = 9.5(9) \text{ rad/V} (f = f_{\text{front}})$ は印可電圧から front 鏡の角度までの加振周波数での伝達関数、 \bar{V}_{front} は印可電圧の振幅である。測定時の振幅は $\bar{V}_{\text{front}} = 35(1) \text{ mV}$ であったので加振量は

$$\bar{\theta}_{\rm front} = 3.3(3) \times 10^{-8} \text{ rad}$$
 (7.2)

であった。図7.1の計算結果より、これは線形応答の範囲内にあり、加振量が大きすぎないことが確認できる。

入射光のジッターに対する応答

本実験での加振量は

$$\bar{\theta}_{jitter} = \frac{\tilde{\theta}_{jitter}}{\tilde{V}_{jitter}} \bar{V}_{jitter}$$
(7.3)

で見積もることができる。ここで $\tilde{\theta}_{jitter}/\tilde{V}_{jitter} = 1.28(5) \text{ rad/V} (f = f_{jitter}) は印可電圧からジッター$ $鏡の角度までの加振周波数での伝達関数、<math>\bar{V}_{jitter}$ は印可電圧の振幅である。測定時の印可電圧の振幅は $\bar{V}_{jitter} = 200(1) \text{ mV}$ であったので加振量は

$$\bar{\theta}_{\text{jitter}} = 2.6(1) \times 10^{-7} \text{ rad}$$
 (7.4)

であった。これを front 鏡の加振量に換算すると、front 鏡、ジッター鏡でのビーム系がそれぞれ $w_{\text{front}} = 0.48(1) \text{ mm}, w_{\text{jitter}} = 0.60(1) \text{ mm}$ であることから、

$$\bar{\theta}_{\rm front}^{\rm frontequiv.} = 2.1(1) \times 10^{-7} \text{ rad}$$
(7.5)

となる。図 7.1 の計算結果より、この加振量では測定された応答が 0.96(1) 倍に小さくなることがわかるが、 これは測定誤差より小さい量であり、また測定された応答と理論値の不一致を説明するものではない。

7.2 ミスアラインメントによる応答の減少

前項の内容と関連して、front 鏡が DC 的に傾いている場合にも角度信号の変化量が減少する。また mid 鏡や end 鏡のミスアラインメントも同じように角度応答を減少させてしまう。ここでは特に、入射光軸と Coupled 共振器がアラインしているところから front 鏡と end 鏡がミスアラインした場合の効果について考 察する^{*46}。

front 鏡のミスアライン量の見積もり

角度応答の測定前と測定後での主共振器のアラインメントを、主共振器の後に BS を置いて透過光を取得し ながら、cavity scan を行うことで確認した。cavity scan 結果は図 7.2 の通りで、擾乱によって時間経過に伴 いアラインメントが悪化している様子が現れている^{*47}。

front 鏡の傾きは透過光強度の TEM₀₀ 共振点と TEM₁₀ 共振点での比から求めることができる。図 7.3 は横軸に front 鏡の傾き、縦軸にその時の強度比を取ってプロットしたものである。これを用いると、 front 鏡は角度応答測定前で $\delta\theta_{\text{front}}^{\text{before}} = 1.65 \times 10^{-6}$ rad、角度応答測定後はアラインメントが悪化して $\delta\theta_{\text{front}}^{\text{after}} = 3.1 \times 10^{-6}$ rad 傾いていたとわかる。この考察では、角度応答測定時に front 鏡がこの間の角度で 傾いていたとして議論する。

^{*46} これは次の経験的な理由による。角度応答を測定する際には front 鏡に取り付けられたピエゾアクチュエータで front 鏡を加振 する。また、主共振器をロックしながら補助共振器長を変化させて cavity scan する際には、end 鏡に取り付けられたピエゾアク チュエータで end 鏡の位置を変化させる。これらの加振時に与える擾乱によって鏡が傾いてしまうことが考えられ、実際にその効 果が確認されている。

^{*47} この cavity scan は共振器の状態を知る目的であるので (front 鏡に取り付けられたピエゾアクチュエータではなく) レーザーの 周波数を振ることで行ったが、主共振器は FSR が 10 GHz と大きく、擾乱によって一様な cavity scan が妨げられており、波形 にふらつきが現れている。



(a) 角度応答測定前。

(b) 角度応答測定後。

図 7.2 角度応答測定前後での主共振器の cavity scan 結果。擾乱によって時間経過に伴ってアラインメントが悪化している様子が見て取れる。



図 7.3 front 鏡が傾いた時の主共振器の透過光の、TEM₀₀ 共振点と TEM₁₀ 共振点での強度比。front 鏡の傾きが大きくなるにつれて TEM₀₀ \leftrightarrow TEM₁₀ の変換が多くなることが見て取れる。

end 鏡のミスアライン量の見積もり

角度応答測定時には補助共振器を TEM₁₀ にロックするために end 鏡の位置をピエゾアクチュエータに よって動かすが、ピエゾの効率の非対称性によって、角度方向にも動いてしまうことが確認されている。そ のような背景から、end 鏡の傾きの見積もりは角度応答測定時の制御点と同じ位置で行った。その結果が図 7.4 で、ここから TEM₀₀ 共振点と TEM₁₀ 共振点での強度比が求まり、図 7.5 を用いると、end 鏡の傾きは $\theta_{aux} = (3.5 \pm 2.1) \times 10^{-6}$ rad と計算された。この誤差は、角度応答測定時に動かした程度の量だけ end 鏡の 位置を動かした時のアラインメントの変化から見積もった。



図 7.4 補助共振器の cavity scan 結果。角度応答測定時と同じ位置の end 鏡に対して行った。



図 7.5 end 鏡が傾いた時の補助共振器の透過光の、TEM₀₀ 共振点と TEM₁₀ 共振点での強度比。end 鏡 の傾きが大きくなるにつれて TEM₁₀ \leftrightarrow TEM₁₀ の変換が多くなることが見て取れる。

front 鏡の角度変動に対する応答

先で見積もられた front 鏡と end 鏡のミスアライン量を用いて、front 鏡の角度変動に対する応答がどのように変化するかを見る。

まずは主共振器のみの場合 (WFS) の角度応答について。図 7.6 は front 鏡の傾きに応じて角度応答が変 化する様子を表している。桃が測定値、赤がアラインしている時の計算値、点線がそれぞれの角度 $\delta\theta_{\rm front}$ で front 鏡がミスアラインしている場合の応答の計算値である。このように front 鏡が傾くことによって角度応 答が減少することがわかり、特に $\delta\theta_{\rm front} = 1.65 \times 10^{-6}$ rad 周辺で測定結果と矛盾のない応答の大きさとなっ ている。



図 7.6 front 鏡が傾いている場合の、主共振器の front 鏡の角度変動に対する応答の計算値 (点線)。脚注 に記されている角度は $\theta_{\rm front}$ の大きさを意味する。

次に Coupled WFS の角度応答について。図 7.7 は front 鏡と end 鏡の傾きに応じて角度応答が変化する 様子を表している。黒が測定値、青がアラインしている時の計算値、点線がそれぞれの $\delta\theta_{\rm front}$ 、 $\delta\theta_{\rm end}$ での 計算値である。図 (a) の各点線は $\delta\theta_{\rm front} = 1.65 \times 10^{-6}$ rad とした時のそれぞれの $\delta\theta_{\rm end}$ での応答、図 (b) の各点線は $\delta\theta_{\rm front} = 3.1 \times 10^{-6}$ rad とした時のそれぞれ $\delta\theta_{\rm end}$ だけ front 鏡と end 鏡がミスアラインして いる場合での応答の計算値である。比較すると、図 (a)($\delta\theta_{\rm front} = 1.65 \times 10^{-6}$ rad) の場合は、制御点での応 答が $\delta\theta_{\rm end}$ に依存して変化するのに対して、図 (b)($\delta\theta_{\rm front} = 3.1 \times 10^{-6}$ rad) の場合はあまり依存していな い。これは図 (b) の方が $\delta\theta_{\rm front}$ が大きく、非線形効果が強く現れているためだと解釈できる。図 (c) の各点 線は $\delta\theta_{\rm end} = 3.5 \times 10^{-6}$ rad とした時のそれぞれの $\delta\theta_{\rm front}$ での応答である。図 (a)、(b) と比較すると、この Coupled WFS は front 鏡の傾きにより鋭敏であることが見て取れる。

このように front 鏡が傾くことによって角度応答が減少することがわかり、特に測定で見積もられた角度 $\delta\theta_{\text{front}} = 1.65 \times 10^{-6} \text{ rad}, \delta\theta_{\text{end}} = 3.5 \times 10^{-6} \text{ rad}$ 周辺で測定結果と矛盾のない応答の大きさとなっている (図 7.8)。



(a) $\delta\theta_{\text{front}} = 1.65 \times 10^{-6}$ rad として $\delta\theta_{\text{end}}$ を変えていった時の応答 (点線)。脚注に記されている角度は $\delta\theta_{\text{end}}$ の大きさを意味する。



(b) $\delta\theta_{\text{front}} = 3.1 \times 10^{-6}$ rad として $\delta\theta_{\text{end}}$ を変えていった時の応答 (点線)。脚注に記されている角度は $\delta\theta_{\text{end}}$ の大きさを意味する。



(c) $\delta\theta_{end} = 3.5 \times 10^{-6}$ rad として $\delta\theta_{front}$ を変えていった時の応答 (点線)。脚注に記されている角度は $\delta\theta_{front}$ の大きさを意味する。

図 7.7 front 鏡と end 鏡が傾いている場合の、Coupled 共振器の front 鏡の角度変動に対する応答の計算 値 (点線)。黒と桃はそれぞれ Coupled 共振器と主共振器の測定値、青と赤はアラインしている状態での Coupled 共振器と主共振器の計算値。



図 7.8 front 鏡が $\delta\theta_{\text{front}} = 1.65 \times 10^{-6}$ rad、end 鏡が $\delta\theta_{\text{end}} = 3.5 \times 10^{-6}$ rad だけミスアラインして いる場合の、Coupled 共振器の front 鏡の角度変動に対する応答の計算値 (点線)。測定結果と矛盾のない 応答の大きさとなっている。

7.3 強度雑音との相関

本測定では信号を注入し、そこから角度信号までの伝達関数を測定したが、他のカップリング経路が存在す る場合、正しく Coupled WFS の応答を測定することができない。様々なカップリング経路が考えられるが、 ここでは強度雑音との相関を見ることで議論を進める。ただし、強度雑音と相関があったとしても、強度雑音 が角度信号に直接現れているとは限らず、強度雑音と相関があるカップリングの可能性もあることに注意。

レーザー光に強度雑音がある場合、レーザーの光強度をモニターする PD(図 5.1 の PowMon-PD) に信号と して現れる。そして強度雑音と相関のあるカップリング経路で角度信号に現れる場合には、強度モニター PD と QPD-Yaw の信号の間にコヒーレンスが存在する。

front 鏡の角度変動に対する応答測定

front 鏡の加振周波数 $f_{\text{front}} = 110.4$ Hz での、強度モニター PD と QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンス をプロットしたものが図 7.9 である。Coupled WFS の data1 を除いてコヒーレンスは低く、強度雑音と相関 のあるカップリングの効果は小さいと考えられる。

入射光のジッターに対する応答測定

ジッター鏡の加振周波数 $f_{jitter} = 129.0$ Hz での、強度モニター PD と QPD-Yaw の信号の間のコヒーレン スをプロットしたものが図 7.10 である。WFS の応答測定時についてはコヒーレンスが低く、強度雑音と相関 のあるカップリングの効果は小さいと考えられる。一方、Coupled WFS の応答測定時についてはコヒーレン スがあり、強度雑音と相関のあるカップリングが存在する可能性を示唆している。



図 7.9 front 鏡の角度変動に対する応答測定時の、強度モニター PD の信号と QPD-Yaw の信号の間の コヒーレンス。加振周波数は f_{front} = 110.4 Hz(点線) である。



図 7.10 入射光のジッターに対する応答測定時の、強度モニター PD の信号と QPD-Yaw の信号の間のコ ヒーレンス。加振周波数は $f_{jitter} = 129.0 \text{ Hz}(点線)$ である。

入射光の周波数雑音に対する応答測定

周波数雑音の加振周波数 $f_{\text{freq}} = 83.4 \text{ Hz}$ での、強度モニター PD と QPD-Yaw の信号の間のコヒーレンス をプロットしたものが図 7.11 である。Coupled WFS の data2 を除いてコヒーレンスがあり、強度雑音と相 関のあるカップリングが存在する可能性を示唆している。



図 7.11 入射光の周波数雑音に対する応答測定時の、強度モニター PD の信号と QPD-Yaw の信号の間の コヒーレンス。加振周波数は $f_{\rm freq} = 83.4 \text{ Hz}(点線)$ である。

強度雑音と相関のあるカップリング経路の例

特に「ジッター雑音に対する応答測定」と「周波数雑音に対する応答測定」において強度雑音と角度信号の 間に相関が見られた。これをもたらすカップリング経路の例を挙げる。

まずは強度雑音を介したカップリングの例について (図 7.12(a))。ジッターによって主共振器制御用の反射 光 PD の口径に入射する光量が変化し、主共振器長制御信号に入り込み周波数雑音となる。その後レーザーの 周波数アクチュエータを介して周波数雑音が強度雑音を作る。角度信号読み取り QPD に左右の効率の非対称 性がある場合や、QPD でのビームスポットがずれているとに強度雑音が角度信号に現れる。以上が考えられ る 1 つの例である。また、周波数変調を行った場合も同様の経路を介して角度信号に出ることが想定される。

次に強度雑音を介さないカップリングの例について (図 7.12(b))。ジッター雑音を作るためにジッター鏡 PZT の加振を行っているが、そこで発生した振動や音が直接共振器の鏡を揺らしてしまうことが考えられる。



図 7.12 角度信号に現れるカップリング経路の例。

7.4 QPD のビームスポット位置ずれによる応答の減少

QPD は入射光が中心にあたっているときはビームスポットずれに対して線形な応答を示す。言い方を変えると、ビームが中心にあたっていない時には、QPD にとっての TEM₀₀(左右対称な電場)と TEM₁₀(左右非対称な電場)の割合が変化してしまう。応答測定時にビームスポットが DC 的にずれていると、QPD での角度応答の読み取りが減少してしまう。

この効果を補正するため、入射光量に依存しない量として QPD の DC 信号の (Yaw / Sum) からビームス ポット位置ずれを求め、その位置での Yaw 応答の大きさがどの程度変化するか見積もった。その結果応答量 の変化は高々 1% の寄与であるとわかり、これは他の測定誤差に比べて十分小さいものである。
第8章 まとめと今後の展望

8.1 **まとめ**

Coupled WFS は補助共振器の位相補償により TEM₁₀ も共振させ、角度信号を増幅することができる。そ れを確認するため、実際に Coupled 共振器を制御した状態で front 鏡を角度方向に振って角度応答を測定し た。それに加えて、入射ビームジッターや周波数雑音も注入し、入射ビームジッターは増幅されないこと、周 波数雑音には応答がないことの検証実験も同時に行った。この実証が完了すれば、TOBA の角度センサとし ての有用性が示されることになる。

front 鏡の角度変動に対する応答

Coupled 共振器を制御した状態で front 鏡を角度方向に振り、角度信号 (反射ポートの TEM₀₀ と TEM₁₀ のビート) までの伝達を測定した。同様の測定を WFS についても行った。その結果応答は

$$H_{\text{Coupled}}^{\text{front}} = 10(2) \times 10^4 \text{ (W/rad)/W}$$
(8.1)

$$H_{\rm WFS}^{\rm front} = 4.8(7) \times 10^4 \; (W/rad)/W$$
 (8.2)

と測定され、WFS に比べて Coupled WFS の角度応答が 2.1(5) 倍大きい。ここから Coupled WFS を用い ると WFS に比べて角度応答が増幅されることが実証された。また、この結果は応答が増幅される点で制御に 成功したことを意味し、実際の運用のための第一歩となったと言える。

ただし、Coupled WFS と WFS の両方において、測定された角度応答が予想される量より 1.5 倍程度小さ くなっているが、これは front 鏡と end 鏡がミスアラインすることによる応答の減少で説明がつく。

入射光のジッターに対する応答

Coupled 共振器を制御した状態でジッター鏡を角度方向に振り、角度信号までの伝達を測定した。同様の測定を WFS についても行った。その結果応答は

$$H_{\text{Coupled}}^{\text{jitter}} = 5.4(9) \times 10^3 \text{ (W/rad)/W}$$
(8.3)

$$H_{\rm WFS}^{\rm jitter} = 3.8(2) \times 10^3 \; (W/rad)/W$$
 (8.4)

と測定された。front 鏡の角度変動に対する応答での測定値 H^{front}_{Coupled} と比較すると、ビームジッターに対する 応答 H^{jitter}_{Coupled} は 19(5) 倍小さく、入射光の TEM₁₀ の増幅が抑えられていることが実証された。

ただし、WFS に比べて Coupled WFS の方が入射光のビームジッターに対する角度応答が大きく測定され ており、また、Coupled WFS と WFS の両方において、測定された角度応答が予想される量より 2 ~ 3 倍大 きくなっている。この原因として、強度雑音との相関があることから、他経路からのカップリングが存在する 可能性が示唆されている。

入射光の周波数雑音に対する応答

Coupled 共振器を制御した状態で主共振器制御ループの中に信号を入れることでレーザー周波数を振り、角

度信号までの伝達関数を測定した。その結果応答は

$$H_{\rm Coupled}^{\rm freq} = 5.7(8) \times 10^{-8} \; (W/{\rm Hz})/{\rm W}$$
 (8.5)

$$H_{\rm WFS}^{\rm freq} = 9(2) \times 10^{-8} \; (W/{\rm Hz})/{\rm W}$$
 (8.6)

と測定された。原理的には Coupled WFS や WFS は周波数雑音に対する応答がないと考えられるが、伝達関 数測定においてコヒーレンスがあることから、何らかの周波数応答あるいは他の伝達経路からのカップリング が測定されていることがわかる。こちらについても強度雑音との相関があることから、他経路からのカップリ ングが存在する可能性が示唆されている。

8.2 **今後の展望**

Coupled WFS の原理実証実験ならびに TOBA の角度センサとしての応用を踏まえた今後の展望を述べる。 まずは実験結果と考察を受けて、この実験を改良し定量的な原理実証をするためのものとして角度方向の制御 (8.2.1 項)、カップリング経路の特定 (8.2.2 項)、強度安定化 (8.2.3 項) について述べる。その後、この実験を 発展させる方法として、角度応答の大きい設計 (8.2.4 項)、制御方法の改善(8.2.5 項)、他の共振器構成 (8.2.6 項) について説明する。そして TOBA の角度センサとして用いる場合のアラインメント手法 (8.2.7 項) につ いて詳しく述べ、まとめとして TOBA への応用に向けた道筋 (8.2.8 項) を示す。

8.2.1 角度方向の制御

本実験で見たように、Coupled 共振器を構成する鏡がミスアラインしている場合に角度応答が減少してし まう効果がある。これを解決するためには鏡の角度方向の変動を制御すれば良い。例えば光てこなどの他の角 度センサを用いたり、dither アラインメント法*⁴⁸ 等を用いて鏡の DC 的な傾き変動を読み取り、鏡に取り付 けられたアクチュエータに介して制御する方法が考えられる。

8.2.2 カップリング経路の特定

入射光のジッターに対する応答測定では測定値が理論値よりも大きく、周波数雑音に対する応答測定では何 らかの応答が測定された。レーザー光の強度雑音と角度信号の間に相関が見られたことから、何らかのカップ リング経路が存在する可能性が示唆されている。

この問題を解決するために、どのようなカップリング経路が存在するのか特定する必要がある。例えば (図 7.12(a) のような) カップリング経路を検証する場合、それぞれの変換の大きさを伝達関数等で測定すれば 良い。

8.2.3 強度安定化

前項に関連して、本実験では変調周波数での強度雑音が存在することがわかっており、カップリング経路に よってはこれが角度信号に現れてしまう。この問題を解決するためには、入射光強度を一定にするような強度 安定化の制御を入れれば良い。

^{*48} 鏡をある周波数で振り、反射/透過光強度を復調することで角度変動に対して線形な信号を得る手法。

8.2.4 角度応答の大きい設計

本実験で使用した共振器には内部ロスが大きく、補助共振器の与える反射位相が最大~4 deg と小さい。そのため動作点が補助共振器の TEM₁₀ 共振点に近くなってしまい、主共振器のフィネスが低下するため、角度 信号の増幅量が小さかった (図 5.10 参照)。 これを解決するために、ロスの少ない鏡を用いるのが良い。あるいは、多少のロスがあっても角度信号を十分増幅できるような設計をすべきである。補助共振器内ロス \mathcal{L}_{aux} は end 鏡の透過率の増加と等価であることに注意すると、次のような設計法が考えられる。(1) ロスがあったとしても Over Coupling な補助共振器 ($t_2^2 \gg t_3^2 + \mathcal{L}_{aux}$)を用いる方法。補助共振器が Over Coupling な状態 であれば反射位相変化が大きく、位相補償を行いやすい。他には、(2) Critical に近い状態の Under Coupling な補助共振器 ($t_2^2 < t_3^2 + \mathcal{L}_{aux}$) \ll 1)を用いる方法。これは言い換えれば、mid 鏡と end 鏡の透過率を上げることで、多少のロスがあっても影響が小さくなるようにするということである。

8.2.5 他の制御方法

本実験では透過ポートの TEM₁₀ 光強度を用いて肩ロックにより補助共振器長を制御したが、制御をかけや すくするには透過ポートにある程度の TEM₁₀ が存在する必要がある。そのため制御時に end 鏡がミスアラ インしていたという問題があった。また、実際に完璧なアラインメントを実現するのは難しく、補助共振器の TEM₁₀ 共振点付近では透過ポートに TEM₀₀ よりも TEM₁₀ の光の方が多く存在しており、TEM₀₀ の透過 光肩ロックにより補助共振器長を制御することは困難であった。そして、TEM₁₀ に肩ロックしている状態で は補助共振器長を TEM₁₀ 共振点のうち片側のごく狭い領域でしか動かすことができない上、角度応答が最大



図 8.1 改善した Coupled 共振器制御方法の概略図。

になる点での制御が困難になり得るという問題があった*⁴⁹。このような問題があるため、本実験で採用した 制御法には改善の余地があると考えられる。

上にあげた問題を解決する手法を一つ提案する。まず仮定として、3 枚の鏡のうち mid 鏡の反射率が一番高 いとする。この時主共振器と補助共振器の制御信号が比較的分離できる。そのような状態で、主共振器につい ては本実験と同様に反射光の PDH 信号を用いて制御し、補助共振器の制御については、Coupled 共振器の後 ろ (end 鏡側) から光を入射して (透過ポート側への)反射光の PDH 信号を用いてサイドバンドにロックする ことで行う。図 8.1 は概略を示したものである。Coupled 共振器に入射される光は、前から入射する光と後ろ から入射する光の 2 つがあり*⁵⁰ 、両者の偏光は直交しているとする。その下では 2 つの光は独立に PD で 受けることが可能となる。レーザー 1 から出た光は EOM1 によって位相変調を加えられて Coupled 共振器 に入射し、Refl PD1 で受けた反射光の PDH 信号を用いて主共振器長制御を行う。レーザー 2 から出た光は EOM2 によって位相変調を受け、PBS2 に反射した後 Coupled 共振器へと後ろから入射する。そしてその反 射光を Refl PD2 で受け、PDH 信号のサイドバンドを用いて補助共振器長を制御する。サイドバンド周波数 (EOM2 に加える変調周波数) を調整することで、補助共振器長の制御点を動かすことができ、またサイドバ ンド周波数の情報から補助共振器の離調を推定することが容易になる。

この制御方法を用いれば、end 鏡が大きくミスアラインしていなくても制御信号を取ることができ、サイド バンド周波数を変えることで補助共振器長を大きく変化させることが可能で、補助共振器の離調の推定も容易 となる。

8.2.6 **折り返しつきの** Coupled 共振器を用いる方法

補助共振器の位相補償によって主共振器内部の TEM₁₀ が増幅することを確認する原理実証としては、主共 振器内部の TEM₁₀ の量をそのまま評価する方がシンプルで良い。しかし本実験のような一列に 3 枚の鏡が並 んだ形の Coupled 共振器を用いた場合、主共振器内部の TEM₁₀ の量を直接見ることができない。また、直 列した Coupled 共振器を用いた場合、制御時に主共振器がどのモードにロックされているのかをカメラで直 接見ることができないという問題もあった。



図 8.2 主共振器内の光を取得する構成の概略図。

^{*49} パラメータにもよるが、補助共振点の TEM₁₀ 共振点と角度応答が最大になる点は近いため、その周辺では透過ポートの TEM₁₀の変化量 (制御信号) が小さくなる他、残留変動によって透過光ピークを通り越した場合に制御信号の符号が変わり、制御が不安定になってしまうという問題がある。

^{*50} 必ずしも別のレーザー光源から出す必要はないが、同じ光源を使用する場合は光の回り込みに注意。

これらを解決するためには pick-off 鏡を入れて主共振器を折り返し付きにすれば良い。図 8.2 はその構成 を示したもので、主共振器の front 鏡と mid 鏡の間に pick-off 鏡を置き、折り返すような構成になっている。 pick-off 鏡の透過光を取得することで、主共振器内部の TEM₁₀ の光強度を直接測定することができ、カメラ でモードを確認することも可能となる。

8.2.7 **アラインメント手法**

5.6.3 項で述べたように、本実験で Coupled 共振器のアラインメントをとる手法としては、(1) (front 鏡が ない状態で)補助共振器と入射光軸をアラインし、(2)補助共振器中に BS とダンパーを置き、(3) front 鏡を 入れ、(4)入射光軸に対して主共振器 (front 鏡)をアラインし、(5) BS とダンパーを取り除く、という順番で 行った。これに関連して、真空かつ低温下でどのように Coupled 共振器のアラインメントを取るかに付いて 議論する。

ここではアラインメント手法を三つ挙げる。一つ目の手法は本実験と同様に補助共振器間の光を遮断するもの、二つ目は後ろから光を入れて補助共振器を別に制御しながら行うもの、三つ目は主共振器を先にアラインするものである。ただしここでも front 鏡を TOBA の試験マスに取り付けることを仮定し、主共振器は前項で述べたような折り返しつきの構成とする。

一つ目の手法としては、まず試験マスを動かして front 鏡をミスアラインさせ、front 鏡を透過する光を用 いて補助共振器と入射光軸を合わせる。その後補助共振器の間の光を遮断するが、この方法としては、低温下 で動くシャッター等を用いれば良い。次に主共振器のアラインメントを pick-off 鏡の透過光を見ながら合わせ る。この状態で Coupled 共振器の初期アラインメントが完了する。ただし、シャッターを閉じている間に補 助共振器の状態が変化してしまうことが考えられるので、再度アラインメントを最適化するような調整が必要 となる。

二つ目の手法としては、まず試験マスを動かして front 鏡をミスアラインさせ、front 鏡を透過する光を用 いて補助共振器と入射光軸を合わせる。それと同時に後ろから光を入れるなどして、別の方法で補助共振器を 制御し、両者のアラインメントが最適化するように調整する。この状態で front 鏡を戻し、pick-off 鏡の透過 光を見ながら主共振器のアラインメントを合わせる。

三つ目の手法としては、まず end 鏡をミスアラインさせ、主共振器のアラインメントを合わせて制御する。 その後 end 鏡を戻して補助共振器のアラインメントも取る。ただしこの方法は、補助共振器の状態によって主 共振器制御を乱す恐れがあり、またどこから補助共振器のアラインメント情報を取得するかについて検討する 必要がある。

8.2.8 TOBA への応用に向けた道筋

本実験では、Coupled WFS は従来の WFS よりも角度信号が増幅できること、増幅できる点に Coupled 共振器を制御できること、そして入射光のジッターについては増幅が抑えられることを実証した。これらに よって Coupled WFS の定性的な原理実証は完了したと言える。

しかし応答測定において、鏡の角度変動に対する応答が減少していたり、他のカップリング経路が存在して いる可能性があるなど、依然課題は残っている。前者については共振器の角度制御を行う必要があり、後者に ついてはまずカップリング経路を明らかにし、経路に含まれるそれぞれの雑音を低減することが不可欠であ る。これらの改良を行った上で Coupled WFS の定量的な原理実証を完了させることが次の目標である。

その後、角度応答の大きいパラメータ設計(反射率が高くする、ビーム径を大きくする等)を行った上で、その制御方法やアラインメント手法を確立することが必要である。そして実際に低温環境で運用し、Phase-III

TOBA の要求値 $\delta\theta = 5 \times 10^{-16} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$ を目指し、高感度な角度センサを実現することが今後の展望である。

第9章 結論

0.1 Hz 周辺の低周波帯に感度を持つ重力波検出器として、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA が考案されており、現在は Final TOBA の小型プロトタイプとしての位置付けである Phase-III TOBA を開発する段階にある。Phase-III TOBA では 1 × 10⁻¹⁵ / $\sqrt{\text{Hz}}$ (試験マスの角度換算で 5 × 10⁻¹⁶ rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$)を目標としており、これが達成できると中間質量ブラックホール連星合体の観測などの成果が期待されるが、達成のためにはそれぞれの雑音がこの要求値より低減されている必要がある。そのため、雑音の一つである角度読み取り雑音(試験マスの回転変動を読み取る際の雑音) も 5 × 10⁻¹⁶ rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ より小さいことが必要である。

そこで考案されている低雑音な角度センサが Coupled WFS である。Coupled WFS は従来の WFS を改良 したもので、補助共振器の位相補償により主共振器内で TEM₁₀ も共振させ、角度信号を増幅することができ る。そしてこれは角度読み取り雑音が小さく、Phase-III TOBA の要求を満たすことができるものである。ま た、他の従来の角度センサと比較しても特長が大きい。似た角度センサである Folded WFS と比較すると制 御が困難という課題がある一方、系の収縮に強いというメリットがある。

本研究ではこの Coupled WFS のメリットである、角度応答が WFS に比べて増幅すること、ビームジッ ター雑音の応答が小さいこと、周波数雑音に対して応答がないことを実証するとともに、制御を実現すること を目的として実験を行った。

その結果、

- WFS に比べて、Coupled 共振器の角度信号が増幅すること
- 角度信号が増幅する点で制御を実現できること
- 入射光のビームジッター雑音が小さく、信号雑音比が良いこと

を実証した。これらによって、Coupled WFS の定性的な原理実証は完了したと言える。 そしてこの実験によって様々な課題を挙げることができ、定量的な原理実証に向けて、

- 角度方向の制御
- 他のカップリング経路の特定、その寄与の低減

が必要であることが明らかになった。そしてその先の展望としては、TOBA のための高感度な角度セン サとしての利用を目指し、制御方法の改善やアラインメント手法の確立を行った上で、角度読み取り雑音 $5 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ の達成が目標である。

補遺 A 光学

A.1 ガウシアンビーム光学

z軸方向に伝搬するレーザー光を考える。この光が作る電場は空間分布と時間依存の項に分離して

$$E(t, x, y, z) = \sum_{(l,m)} E_{lm} U_{lm}(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (E_{lm} は定数係数)$$
(A.1)

のように表現することができる。ここで、

$$U_{lm}(x, y, z) = U_l(x, z)U_m(y, z) \exp[-2\pi i z/\lambda + i(l+m+1)\zeta(z)] \quad (l, m \ \texttt{ki} 非負整数)$$
(A.2)

$$U_l(x,z) = \left(\frac{2}{\pi w^2(z)}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{1}{2^l l!}} H_l\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) \exp\left[-\left(\frac{x}{w(z)}\right)^2 - i\frac{\pi x^2}{\lambda R(z)}\right]$$
(A.3)

である [27, 28]。エルミート多項式とガウシアンの積で記述される空間依存項 $U_{lm}(x, y, z)$ はエルミートガウ シアンモードという。 $U_{lm}(x, y, z)$ を TEM $_{lm}$ モード、あるいは単に lm モードと呼ばれる 。エルミート多項 式 $H_l(x)$ は

$$H_l(x) = (-1)^l e^{x^2} \frac{\mathrm{d}^l}{\mathrm{d}x^l} e^{-x^2}$$
(A.4)

で表され、低次の項は例えば

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2$$
 (A.5)

である。

ω、入、w₀はそれぞれ角周波数、波長、ビームウエスト半径を表し、その他の特徴量については、

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{2} \quad (\nu \prec \vartheta - \nu \checkmark \overleftrightarrow) \tag{A.6}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad (\mathfrak{L} - \mathfrak{L} + \mathfrak{k})$$
(A.7)

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (波面の曲率)$$
(A.8)

$$\zeta(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (\text{Gouy } \acute{\square} \acute{\square})$$
(A.9)

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (ビームの広がり角)$$
(A.10)

が挙げられる。

TEM₀₀ モードのことを基本モードと呼ぶ。レーザー光は理想的にはこの基本モードとなっている。具体的な表式としては、

$$U_{00}(x,y,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2(z)}} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi z}{\lambda} - \zeta(z)\right) - (x^2 + y^2)\left(\frac{1}{w^2(z)} + \frac{\pi}{\lambda R(z)}\right)\right]$$
(A.11)

である。このように Gouy 位相 $\zeta(z)$ は平面波からのずれを表すことがわかる。

高次モード (l+m>0)の表式は TEM₀₀ モードを用いて、

$$U_{lm}(x,y,z) = \sqrt{\frac{1}{2^l l! 2^m m!}} H_l\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \exp[i(l+m)\zeta(z)] U_{00}(x,y,z)$$
(A.12)

のように書くことができる。式からわかる通り、モード間の位相差は Gouy 位相 $\zeta(z)$ である。

特にこの論文で重要となる TEM₁₀ モードの表式をあらわに書いておく。

$$U_{10}(x,y,z) = \frac{2x}{w(z)} e^{i\zeta(z)} U_{00}(x,y,z)$$
(A.13)

TEM₀₀の空間依存項が x に関して偶関数だったのに対し、TEM₁₀ は奇関数である。したがって x = 0の節 を境に強度が左右に分布する形をしている。

A.2 エルミートガウシアンモードの平行移動、回転、逆行

前述の通り、レーザー光は理想的には軸対称な TEM₀₀ モードであるが、光軸の並進や回転により、TEM₀₀ モードと高次モードは相互に変換してしまう。また鏡に反射すると光の伝搬する向きが変化する。この効果に ついてまとめておく。ここではビームウエストが原点にあるとし、光の伝搬を *z* 軸正方向にとり、光軸の並進 や回転での効果を座標変換によって求める。ただし低次の主要項のみを考える*⁵¹。導出は [28] を参照のこ と。

光軸がx軸方向に δx だけ並進した場合

$$U_{00}(x,y,z) \to \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta x}{w_0} \right)^2 \right\} U_{00}(x,y,z) + \left(\frac{\delta x}{w_0} \right) U_{10}(x,y,z)$$
(A.14)

$$U_{10}(x,y,z) \to \left\{ 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\delta x}{w_0} \right)^2 \right\} U_{10}(x,y,z) - \left(\frac{\delta x}{w_0} \right) U_{00}(x,y,z)$$
(A.15)

光軸が z 軸方向に δz だけ並進した場合

$$U_{00}(x,y,z) \to \left\{ 1 + i\frac{2}{\alpha_0} \left(\frac{\delta z}{w_0}\right) \right\} U_{00}(x,y,z) \tag{A.16}$$

$$U_{10}(x,y,z) \to \left\{ 1 + i\frac{2}{\alpha_0} \left(\frac{\delta z}{w_0}\right) \right\} U_{10}(x,y,z) \tag{A.17}$$

^{*&}lt;sup>51</sup> 具体的には、以下を考慮した。

^{1. (}微小項の次数)×(l+m)>2の項は無視する。

^{2.} ビームの広がり角 $\theta_0 \ll 1$ として、微小量の 1 次の項では係数が 1/ α_0 の項、2 次の項では係数が 1/ α_0^2 の項の寄与のみを考える。

^{3.} *z* 軸方向の並進については上記の理由から高次モードが無視でき、残った主要なモードの中では δ*z* の 1 次の項までを残せば 良い。

光軸が y 軸回りに $\delta\theta$ だけ回転した場合

$$U_{00}(x,y,z) \to \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta\theta}{\alpha_0} \right)^2 \right\} U_{00}(x,y,z) + i \left(\frac{\delta\theta}{\alpha_0} \right) U_{10}(x,y,z) \tag{A.18}$$

$$U_{10}(x,y,z) \to \left\{ 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\delta\theta}{\alpha_0} \right)^2 \right\} U_{10}(x,y,z) + i \left(\frac{\delta\theta}{\alpha_0} \right) U_{00}(x,y,z) \tag{A.19}$$

逆行する光の場合

$$U_{00}(x, y, z) \to U_{00}^*(x, y, z)$$
 (A.20)

$$U_{10}(x, y, z) \to U_{10}^*(x, y, z)$$
 (A.21)

A.3 Fabry-Perot 共振器

2 枚の鏡を向かい合わせにした光共振器を Fabry-Perot 共振器と呼ぶ。共振器内部で共振条件 (往復する間 に受け取る位相が 2π の整数倍) を満たす時にのみ光が強め合う。

長さ L の Fabry-Perot 共振器に周波数 ν の光を入射することを考える。入射光電場を E_i として、反射光電 場 E_r と透過光電場 E_t を計算したい。ただし簡単のために初めはレーザー光を平面波として扱う。鏡 i(i = 1、2)の振幅反射率、振幅透過率をそれぞれ r_i 、 t_i とすると、図 A.1 に記される各電場は次の関係を満たす。

$$E_{\rm c} = t_1 E_{\rm i} + r_1 r_2 e^{-i\phi} E_{\rm c} \tag{A.22}$$

$$E_{\rm r} = -r_1 E_{\rm i} + t_1 r_2 e^{-i\phi} E_{\rm c} \tag{A.23}$$

$$E_{\rm t} = t_2 e^{-i\phi/2} E_{\rm c} \tag{A.24}$$

ここで $\phi = 4\pi L \nu / c$ は共振器を一周する間に光が受け取る位相である。これを解くと、

$$\frac{E_{\rm c}}{E_{\rm in}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}} \tag{A.25}$$

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}} \tag{A.26}$$

$$\frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}} = \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}} \tag{A.27}$$

となる。



図 A.1 Fabry-Perot 共振器。



図 A.2 光共振器からの反射光電場と透過光電場。 $r_1^2 = 0.80$ 、 $r_2^2 = 0.97$ かつロスがないとした。

これを位相 ϕ に応じてプロットしたものが図 A.2 である。式 (A.26)、(A.27) は ϕ に関する周期関数であり、周波数で見ると周期は

$$\nu_{\rm FSR} = \frac{c}{2L} \tag{A.28}$$

で、これをフリースペクトラルレンジ (FSR) と呼ぶ。

レーザー光を PD で受けた時、その強度 (電場の大きさの自乗に比例) が測定される。ロスなし $(r_1^2 + t_1^2 = 1)$ の仮定の元で共振点周りの反射光、透過光はそれぞれ

$$\left|\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}}\right|^2 \xrightarrow{\phi\simeq 0} 1 - \frac{(1-r_1^2)(1-r_2^2)}{(1-r_1r_2)^2} \frac{1}{1 + \frac{r_1r_2}{(1-r_1r_2)^2} \left(\frac{4\pi L}{c}\right)^2 \nu^2}$$
(A.29)

$$\left|\frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}}\right|^2 \xrightarrow{\phi \simeq 0} \frac{(1-r_1^2)(1-r_2^2)}{(1-r_1r_2)^2} \frac{1}{1+\frac{r_1r_2}{(1-r_1r_2)^2} \left(\frac{4\pi L}{c}\right)^2 \nu^2} \tag{A.30}$$

となり、和が1なのでエネルギー保存則を満たしている。これらは Lorentzian の形をしており、その半値全 幅は

$$\nu_{\rm FWHM} = \frac{c}{2\pi L} \frac{1 - r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2}} \tag{A.31}$$

となる。これは共振器の線幅とも呼ばれる。

ここで、共振器の応答の鋭さを表すパラメータとして、フィネス Fを次のように定義する。

$$\mathcal{F} := \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \tag{A.32}$$

特に、 $t_1, t_2 \ll 1$ を満たすような高反射率の鏡を使用した場合には

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{t_1^2 + t_2^2}$$
 (A.33)

のように書くことができる。

図 A.3 を見るとわかる通り、光共振器は共振点の周りで位相変化に対して大きい応答を示すため、長さや周 波数の安定化に多く用いられる。ただし、これには共振点に保つような制御が必要になる。



図 A.3 光共振器からの透過光強度。隣のピークとの間隔 (FSR) と半値全幅 (FWHM) を書き入れた。

共振器内ロスがある場合

これまでロスがない場合を考えてきたが、より一般に共振器内ロスを含む表式を導出する。ここでの共振器 内ロスとは、光が共振器を一周する間に受ける損失 (round-trip loss) のことを指し^{*52}、電場の振幅換算で $t_{\rm loss}$ 、強度換算で $t_{\rm loss}^2$ または \mathcal{L} と書くことにする。

共振器に一度入射された光が外に抜けていく経路は鏡 1、鏡 2、ロスの 3 種類存在する。これは光の立場で 考えてみると、共振器を一周する間に透過率が t_1 、 t_2 、 t_{loss} の 3 つの透過ポートがあるように見えていると 言える。このことから、ロスがある時の表式は式 (A.22)~(A.24) での $e^{i\phi}$ を $\sqrt{1-t_{loss}^2}e^{i\phi}$ に書きかえれば 良く、

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 \sqrt{1 - t_{\rm loss}^2} e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 \sqrt{1 - t_{\rm loss}^2} e^{-i\phi}}$$
(A.34)

$$\frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}} = \frac{t_1 t_2 (\sqrt{1 - t_{\rm loss}^2/2}) e^{-i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 \sqrt{1 - t_{\rm loss}^2} e^{-i\phi}}$$
(A.35)

となる。

この場合のフィネスは、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 \sqrt{1 - t_{\text{loss}}^2}}}{1 - r_1 r_2 \sqrt{1 - t_{\text{loss}}^2}} \simeq \frac{2\pi}{t_1^2 + t_2^2 + t_{\text{loss}}^2}$$
(A.36)

となる。

cavity decay rate

共振器内に溜まった光が外へ抜けていく時間スケールを表す指標として cavity decay rate を紹介する。 共振器に定常的に光を入射しているところから突然入射光を切った時、共振器内電場は指数関数的に減少す る。その時定数の逆数を cavity decay rate と呼び、κ と表す。また、外に抜けていく電場の量を入射ポート、

^{*52} ロスの種類としては様々あり、空気散乱ロス、ビームクリップロス、鏡表面散乱ロス、AR コーティングロス、鏡基材ロスなど挙 げられるが、ここでは共振器内で起こるロスをひとまとまりに考える。ちなみに、共振器外で起こるロスは光強度の減少としてみ なすことができる。

透過ポート、ロスに分配したものをそれぞれ κ_{in} 、 κ_{out} 、 κ_{loss} と書くことにすると、これらには

全損失
$$\kappa = \frac{c\pi}{2L\mathcal{F}} = \frac{\pi\nu_{\text{FSR}}}{\mathcal{F}}$$
 (A.37)

鏡1からの損失
$$\kappa_{\rm in} = \frac{ct_1}{4L}$$
 (A.38)

鏡 2 からの損失
$$\kappa_{\text{out}} = \frac{ct_2}{4L}$$
 (A.39)

ロスとしての損失
$$\kappa_{\text{loss}} = \frac{ct_{\text{loss}}^2}{4L}$$
 (A.40)

の関係があり、 $\kappa_{in} + \kappa_{out} + \kappa_{loss} = \kappa を満たす$ 。

これらの比をとったものがよく使われるので記しておくと、

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = \frac{\mathcal{F}t_1^2}{2\pi} \tag{A.41}$$

$$\frac{\kappa_{\rm out}}{\kappa} = \frac{\mathcal{F}t_2^2}{2\pi} \tag{A.42}$$

$$\frac{\kappa_{\rm loss}}{\kappa} = \frac{\mathcal{F}t_{\rm loss}^2}{2\pi} \tag{A.43}$$

が成り立っており、共振器内に溜まった光がそれぞれのポートから抜ける割合を表す。

共振器の反射光、透過光強度を cavity decay rate を用いて記述することができる。具体的には、式 (A.34) \sim (A.35)の自乗を考えて、

$$\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}} = 1 - \frac{4\kappa_{\rm in}}{\kappa} \left(1 - \frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right) \frac{1}{1 + \delta^2} \tag{A.44}$$

$$\frac{P_{\rm t}}{P_{\rm in}} = \frac{4\kappa_{\rm in}\kappa_{\rm out}}{\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2} \tag{A.45}$$

$$\frac{P_{\rm circ}}{P_{\rm in}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa} \frac{1}{1+\delta^2} \tag{A.46}$$

となる [29]。ただしδは共振点からのずれ (離調、detune) を表し、

$$\delta = 4\mathcal{F}\delta z/\pi\lambda \tag{A.47}$$

 $(\delta z は共振点からの長さずれ)を満たす。$

光共振器の coupling

 $\kappa_{\rm in}/\kappa$ の大きさによって、光共振器の性質が大きく異なり、それぞれ

$$\kappa_{\rm in}/\kappa > 0.5$$
: Over Coupling (A.48)

$$\kappa_{\rm in}/\kappa = 0.5:$$
 Critical Coupling (A.49)

$$\kappa_{\rm in}/\kappa < 0.5$$
: Under Coupling (A.50)

と呼ばれる。

ガウシアンビームの場合

この項ではここまで光を平面波として扱ってきたが、(A.1)項で述べた通り実際にはエルミートガウシアン モードの形をしている。このため、TEM_{*lm*} モードの光が距離 *z* だけ伝搬する時に受け取る位相は Guoy 位相 分だけ補正を受けて $2\pi z/\lambda - (l+m+1)\zeta(z)$ となる。またこの光は伝搬に応じて広がっていくので、光共振器内を往復する間にモードが変化しないようにするには適切な曲率を持つ鏡を使用する必要がある*53。逆に、鏡の曲率と共振器長を定めると共振モードが一つに定まる。このことから光共振器はモードクリーナーとしても使用される。

曲率 R_1 、 R_2 、共振器長 Lの光共振器を考える。曲率付き鏡の性質を表すのに便利なパラメータとして g-factor を

$$g_i := 1 - \frac{L}{R_i} \quad (i = 1, 2)$$
 (A.51)

と定義する。このとき光共振器が安定に共振する条件は

$$0 < g_1 g_2 < 1$$
 (A.52)

である [30]。以下はこの条件を満たす光共振器のみを考えることにする。 光共振器内を一周する間に受け取る Gouy 位相は

$$\Phi_{\text{gouy}} = 2\arccos(\sqrt{g_1 g_2}) \tag{A.53}$$

と表され、式 (A.9) よりこの値は $0 < \Phi_{gouy} < 2\pi$ を満たす。 光共振器が定める固有モードは、レイリーレンジを z_0 、ビームウエストから鏡 *i* までの距離を d_i として、

$$z_0 = \frac{L\sqrt{g_1g_2(1-g_1g_2)}}{g_1 + g_2 - 2g_1g_2} \tag{A.54}$$

$$d_i = \frac{Lg_1g_2(1-g_i)}{g_i(g_1+g_2-2g_1g_2)} \tag{A.55}$$

(i = 1、2) と表されるものである [31]。

入射光のモードが共振器の固有モードにどれほど一致しているかを表す指標としてモードマッチング率が よく使われる。入射された光のモードを共振器の固有モード $\{U_{lm}\}$ で展開した時の各係数を $\{E_{lm}\}$ として、 モードマッチング率 η は

$$\eta = \frac{|E_{00}|^2}{\sum_{\{l,m\}} |E_{lm}|^2} \tag{A.56}$$

で与えられる。これは0から1までの値をとり、完全にモードが合っている場合は1となる。

A.4 PDH 信号

前節で見た通り、Fabry-Perot 共振器は共振点に制御する必要がある。しかし反射光/透過光強度は共振点 周りで極小/極大となっているため、強度変化を見てもどちらに位相がずれたのか判別できない。ここではそ の問題を解決するものとして、Pound-Drever-Hall (PDH) 信号を紹介する。これは共振点周りで線形となっ ているので、位相変化の増減を判別することができる。

ここでは Fabry-Perot 共振器の反射光から PDH 信号を構成することを考える^{*54}。 概略としては、角周波数 ω で振動する電場 (キャリア) に対してサイドバンド角周波数 ω_s だけ離れた角周波数 $\omega + \omega_s$ (upper サイ

^{*&}lt;sup>53</sup> 2 枚の鏡で構成された光共振器に関しては、鏡に対して光が垂直に入射すること、つまり鏡の曲率と光の波面の曲率が一致するこ とが必要である。3 枚以上の鏡で構成された光共振器に関してはその限りではない。

^{*&}lt;sup>54</sup> 共振器の透過光でも PDH 信号を構成することはできるが、そのためにはサイドバンド光が共振器を透過する必要がある。つまり、おおよそサイドバンド周波数が共振器の線幅よりも小さい必要がある。

ドバンド)、 $\omega - \omega_s$ (lower サイドバンド)を持つ二つの電場を作り、それを共振器に入射してその反射光を取得し、電場の干渉成分を抜き出すことで構成される。以下、具体的に説明する。

まずレーザーから出た光の作る電場は、その角周波数をωとして

$$E = E_0 e^{i\omega t} \tag{A.57}$$

と表される。

次にこの光を電気光学変調器 (EOM) に通して位相変調を行う。EOM に電圧を印加すると内部の結晶の 屈折率が変化し、それに応じて電場の位相を変えることができる。今回の場合は角周波数 ω_s の正弦波を印加 して位相変調をかける。すると EOM を通過した光電場は

$$E = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \omega_s)t} \simeq E_0 (J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega + \omega_s)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega - \omega_s)t})$$
(A.58)

のようになり、元の角周波数から ω_s だけ離れた角周波数の光が生成される。第1項はキャリア、第2項は upper サイドバンド、第3項は lower サイドバンドと呼ばれる。ここで β [rad] は変調指数と呼ばれ、印加電 圧の振幅を変えることで実験的に調整できる^{*55}。また、 $J_{\alpha}(\beta)$ は α 次の第一種ベッセル関数

$$J_{\alpha}(\beta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+\alpha+1)} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{2m+\alpha}$$
(A.59)

である。

位相変調がかけられた光を共振器に入射し、反射した光の強度を取得する。角周波数 ω' の光に対する共振 器の反射率は (A.26) より

$$r_{\rm cav}(\omega') := -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\phi'}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi'}}, \quad \phi' = \frac{2L\omega'}{c}$$
(A.60)

であるので、反射電場の表式は

$$E = E_0(J_0(\beta)r_{\rm cav}(\omega)e^{i\omega t} + J_1(\beta)r_{\rm cav}(\omega + \omega_s)e^{i(\omega + \omega_s)t} - J_1(\beta)r_{\rm cav}(\omega - \omega_s)e^{i(\omega - \omega_s)t})$$
(A.61)

のようになる。この光強度は電場の大きさの自乗を考えて、

$$P = P_0 (J_0^2(\beta) |r_{cav}(\omega)|^2 + J_1(\beta)^2 |r_{cav}(\omega + \omega_s)|^2 + J_1(\beta)^2 |r_{cav}(\omega - \omega_s)|^2) + 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \{ \operatorname{Re}[r_{cav}(\omega) r_{cav}^*(\omega + \omega_s) - r_{cav}^*(\omega) r_{cav}^*(\omega - \omega_s)] \cos \omega_s t + \operatorname{Im}[r_{cav}(\omega) r_{cav}^*(\omega + \omega_s) - r_{cav}^*(\omega) r_{cav}^*(\omega - \omega_s)] \sin \omega_s t \} + (2\omega_s \text{ terms})$$
(A.62)

となり、DC、角周波数 ω_s 、角周波数 $2\omega_s$ の成分に分かれる。ここで $P_0 = |E_0|^2$ である^{*56}。

このうち角周波数 ω_s の成分だけ抜き出したい。具体的には、取得信号に sin ω_st を掛け合わせ、ローパス フィルターにより DC 成分のみ取り出す。この操作を復調と呼ぶ。これにより得られる信号は (A.62) 式の 3 行目

$$P = 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \operatorname{Im}[r_{\operatorname{cav}}(\omega) r_{\operatorname{cav}}^*(\omega + \omega_s) - r_{\operatorname{cav}}^*(\omega) r_{\operatorname{cav}}^*(\omega - \omega_s)]$$
(A.63)

^{*55} 実際には共振器長走査 (cavity scan) からキャリアとサイドバンドのピーク比 J_0^2 、 J_1^2 がわかるので、ここから変調指数 β を求めることができる。

^{*&}lt;sup>56</sup> 正しくはここに比例係数がかかり、 $P_0 = (比例係数) \times |E_0|^2$ であるが、本論文中では係数を省略する。また、PD の効率 [V/W] も省略して書くことがある。

で、PDH 信号と呼ばれる。PDH 信号を位相 ϕ に関してプロットしたものが図 A.4 である。共振点周りで線 形になっていて、位相の増減を判別することができる。比較のため下に反射光強度も載せている。中央のピー クがキャリア、左右がサイドバンドの共振に対応しており、ピークが位相 $\phi_s = 2L\omega_s/c$ だけ分裂しているの はそれぞれの光の周波数が異なることを示している。



図 A.4 PDH 信号。共振点周りで線形になっている。比較のため下に反射光強度も載せた。中央のピーク がキャリアで、左右がサイドバンドの共振に対応する。

参考文献

- B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, Phys. Rev. Lett. **116** (2016) 061102.
- [2] K. Danzmann and the LISA study team, LISA: laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements, Classical and Quantum Gravity 13 (1996) A247–A250.
- [3] S. K. et al., The Japanese space gravitational wave antenna: DECIGO, Classical and Quantum Gravity 28 (2011) 094011.
- [4] S. E. Thorsett and R. J. Dewey, Pulsar timing limits on very low frequency stochastic gravitational radiation, Phys. Rev. D 53 (1996) 3468–3471.
- [5] V. M. Kaspi, J. H. Taylor and M. F. Ryba, High-Precision Timing of Millisecond Pulsars. III. Long-Term Monitoring of PSRs B1855+09 and B1937+21, apj 428 (1994) 713.
- [6] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION AND VIRGO COLLABORATION collaboration, Upper Limits on the Stochastic Gravitational-Wave Background from Advanced LIGO's First Observing Run, Phys. Rev. Lett. **118** (2017) 121101.
- [7] R. H. Cyburt, B. D. Fields, K. A. Olive and T.-H. Yeh, Big bang nucleosynthesis: Present status, Rev. Mod. Phys. 88 (2016) 015004.
- [8] J. Weber, Detection and Generation of Gravitational Waves, Phys. Rev. 117 (1960) 306–313.
- [9] J. W. Armstrong, L. Iess, P. Tortora and B. Bertotti, Stochastic Gravitational Wave Background: Upper Limits in the 10-6to 10-3Hz Band, The Astrophysical Journal 599 (2003) 806–813.
- [10] 真貝寿明 et. al., 光格子時計を用いた重力波検出法の提案, 日本物理学会 (2018).
- [11] F. A. Jenet, G. B. Hobbs, W. van Straten, R. N. Manchester, M. Bailes, J. P. W. Verbiest et al., Upper Bounds on the Low-Frequency Stochastic Gravitational Wave Background from Pulsar Timing Observations: Current Limits and Future Prospects, The Astrophysical Journal 653 (2006) 1571–1576.
- [12] T. Shimoda, Cryogenic Torsion Pendulum for Observing Low-frequency Gravity Gradient Fluctuation, Ph.D. thesis, Univ. of Tokyo (2020).
- [13] B. Allen and J. D. Romano, Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Signal processing strategies and sensitivities, Phys. Rev. D 59 (1999) 102001.
- [14] J. Harms, B. J. J. Slagmolen, R. X. Adhikari, M. C. Miller, M. Evans, Y. Chen et al., Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors, Phys. Rev. D 88 (2013) 122003.
- [15] J. Harms, J.-P. Ampuero, M. Barsuglia, E. Chassande-Mottin, J.-P. Montagner, S. N. Somala et al., Transient gravity perturbations induced by earthquake rupture, Geophysical Journal International 201 (2015) 1416–1425.
- [16] K. Juhel, J. P. Ampuero, M. Barsuglia, P. Bernard, E. Chassande-Mottin, D. Fiorucci et al., Earthquake Early Warning Using Future Generation Gravity Strainmeters, Journal of Geophysical Research: Solid Earth 123 (2018) 10,889–10,902.
- [17] K. Ishidoshiro, Search for low-frequency gravitational waves using a superconducting magnetically-levitated torsion antenna, Ph. D. thesis, Univ. of Tokyo (2010).

- [18] A. Shoda, Development of a High-Angular-Resolution Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observation, Ph.D. thesis, Univ. of Tokyo (2013).
- [19] K. Ishidoshiro, M. Ando, A. Takamori, H. Takahashi, K. Okada, N. Matsumoto et al., Upper Limit on Gravitational Wave Backgrounds at 0.2 Hz with a Torsion-Bar Antenna, Phys. Rev. Lett. 106 (2011) 161101.
- [20] Y. Kuwahara, A. Shoda, K. Eda and M. Ando, Search for a stochastic gravitational wave background at 1–5 Hz with a torsion-bar antenna, Phys. Rev. D 94 (2016) 042003.
- [21] 下田智文, ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための地面振動雑音低減法の研究, 修士論文, 東京大学 (2017).
- [22] 高野哲, ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための能動防振系の開発, 修士論文, 東京大学 (2019).
- [23] H. B. Callen and T. A. Welton, Irreversibility and Generalized Noise, Phys. Rev. 83 (1951) 34-40.
- [24] 正田亜八香, ねじれ型重力波検出器 TOBA の開発及び背景重力波探査, 修士論文, 東京大学 (2010).
- [25] 有冨尚紀, ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のためのモノリシック干渉計の開発, 修士論文, 東京大学 (2017).
- [26] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, T. Udem and T. W. Hänsch, Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities, Phys. Rev. A 77 (2008) 053809.
- [27] H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, Appl. Opt. 5 (1966) 1550–1567.
- [28] 栃久保邦治, Fabry-Perot 共振器のアラインメント, 修士論文, 東京大学 (1996).
- [29] 川崎拓也, 巨視的量子系の実現に向けた鏡の光学浮上方法の研究, 修士論文, 東京大学 (2019).
- [30] J. A. Sidles and D. Sigg, Optical torques in suspended Fabry-Perot interferometers, Phys. Lett. A 354 (2006) 167–172.
- [31] 道村唯太, Wavefront Sensor 法の原理, Techinical Note, http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/michimura/document/noteWFS.pdf (2011).

謝辞

本研究を進めるにあたって、様々な方にお世話になりました。

指導教官である安東正樹准教授には、毎週のミーティングや発表練習の際に様々なアドバイスを頂きました。常に親身になって指導してくださるだけでなく、実験装置の手配や旅費のサポートなど、私が研究しやすい環境を作っていただけて大変感謝しております。また、高感度な角度センサとして共振器内で TEM₁₀ を増幅させるというアイディアは氏が発案したもので、このテーマにたどり着けたのは氏の存在がとても大きいと感じています。

道村唯太助教は、いつも笑顔で研究室を明るく照らしてくださいました。氏の研究発表やポスターは大変わ かりやすく、これまで多く参考にしました。また氏がまとめた教育的資料は非常にためになるもので、今では 私の愛読書です。

下田智文氏は、共振器内で TEM₁₀ を増幅させるための具体的な実現方法を考えた方で、氏から Coupled WFS という素晴らしいテーマを頂かなければこの研究はありませんでした。また、何かわからないことや実験で詰まったことがあった際、氏に相談すると大変多くのアドバイスを下さりました。そして風邪を引きながらも、私の拙い修士論文第0稿にたくさんコメントしていただきとても助かりました。ありがとうございました。

長野晃士氏は、干渉計や共振器などについての理解がとても深く、これまで大変多くのアイディアを頂きま した。氏の熱心かつ楽しみながら研究をする姿勢は、私の目標とするところでした。私が修士1年の頃、氏が 先頭となって動いていた PEM injection 試験に着いて行きましたが、とても勉強になりました。

榎本雄太郎氏は、私の想像する限り何でも知っている方で、その知識を快く周囲に振る舞う姿には感嘆させ られました。共振器を一端としてマイケルソン干渉計を組むことで反射位相を測定するアイディアは主に氏か ら頂いたものです。また、KAGRAの主レーザーでのXARM制御を試みている時期に2週間ほど伺いました が、お忙しい中私の拙い質問にも真摯に答えてくださり多くのことを学べました。ありがとうございました。

有富尚紀氏は、とても研究熱心な姿が印象的でした。氏の修論はとてもまとまっており、度々参考にさせて いただきました。

武田紘樹氏は、非常に面白い方でよく研究室を盛り上げてくださいました。また、私が入学したばかりの 頃、勉強になる資料を様々教えてくださり大変感謝しております。

黄靖斌氏には、私の知らない美味しい料理をたくさん教えていただきました。食べ物の話をするときの生き 生きとした表情が忘れられません。

高野哲は、私のことをよく気遣ってくださり、気軽に議論や相談をすることができる方でした。氏の好奇心 や行動力には感心させられました。氏が開発したピコモータドライバの GUI は私の実験で大変役に立ちまし た。また、私が修士論文で忙しい時に氏が様々サポートしてくださいました。ありがとうございます。

川崎拓也氏は、いつも冷静な観点からアドバイスを下さいました。氏の使用するデータロガー全 16CH の うち、私が 14CH を勝手に占有してしまいましたが、氏は全く怒らず非常に寛容な態度を示してくださったこ と、感謝申し上げます。

喜多直紀氏は、いつも明るく研究室のムードメーカーになっていました。私が辛くなっている時に、よく氏 に声をかけてもらって支えてもらいました。同期がいて一緒に研究することができたのは、非常にありがたい ことだと思っています。

小森健太郎氏は、非常に熱心に研究を進める姿が印象的で、尊敬する方でした。まだこのテーマに辿り着い

てない間、氏が実験で使用していた参照共振器を自由に使わせてくださり、それによって共振器や制御の知識 を得ることができました。

私が重力波に興味を持ったきっかけは学士3年の時に受講した川村静児教授の授業でした。氏のおかげで重 力波検出器の面白さを知ることができました。また、学士4年で行った KAGRA のロックロス診断の研究で は端山和大准教授に大変お世話になりました。

カリフォルニア工科大学の 40 meter に研究留学した際には Rana Adhikari 教授がサポートしてください ました。また Gautam Venugopalan 氏や新井宏二氏には現地でとてもお世話になりました。

物理事務分室の庭田まゆ子氏には、旅費や物品購入の際の手続きに関して多くのサポートをしていただきま した。氏のおかげでスムーズに研究をすることができました。

東京大学理学部試作室の大塚茂巳氏、下澤東吾氏には、共振器鏡のミラーマウントを固定するためのアルミ フレームを製作していただきました。私がわかりにくい設計図を提出しても親切に対応してくださり、とても 早く納品していただけたので実験をスムーズに行うことができました。大変ありがとうございました。

宇宙線研究所の大柿航氏、田中健太氏、田中大生氏とは一緒に過ごすことも多く、多くの元気を頂きました。また、RESCEUの粂潤哉氏、筒井拓也氏、法政大学の橋本安寿佳氏、神谷峻佑氏、富山大学の杉本良介氏、新潟大学の武田芽依氏、大阪市立大学の富上由基氏、東京工業大学の小田部荘達氏、National Central University (Taiwan)の陳可翰氏、その他にも数多くの同期に感謝申し上げます。

最後に、ここに挙げきれなかった友人たち、そしてここまで支えてくださった家族に、深い感謝の意を表し たいと思います。

改訂箇所

- Coupled WFS の応答の図の横軸を、TEM₁₀ 透過光ピークが 0 となるように改訂。(図 4.7、図 5.10、図 5.22、図 6.3(b)、図 6.5、図 6.7、図 6.9、図 7.6、図 7.7)
- 図 7.8 を追加。