修士論文

巨視的振動子の遠隔光冷却

東京大学 大学院理学系研究科 物理学専攻

小森健太郎

2016 年 1 月 5 日提出
2016 年 2 月 2 日改訂

概要

基底状態まで冷却された重く共振周波数の低い振動子は、重い物体の重ね合わせ状態の実現や空間の最小単位検証など、様々な基礎物理に新たな知見を与える可能性を秘めている。しかしながらプランク質量以上の巨視的振動子は熱浴から孤立させることが難しいため基底状態まで冷却された例はなく、これまで基底状態が実現された振動子はいずれも質量が小さく共振周波数の高いものである。そこで本研究では、巨視的振動子の基底状態への冷却を目指し、そのための冷却手法の原理実証を行った。まず、冷却対象である 5 mg 鏡を一端とする三角光共振器にレーザー光を入射し、5 mg 鏡の振り子振動を光ばねで束縛する。次に、共振器を構成するアクチュエーターが装着された別の鏡に共振器長の変動信号をフィードバックし、光ばねを介して力を伝達させることで 5 mg 鏡を遠隔冷却した。この遠隔光冷却により、懸架鏡の振り子モードを実効温度 15 ± 3 mK まで冷却することに成功した。本手法が巨視的振動子を基底状態まで冷却するのに有効であることが実証された。

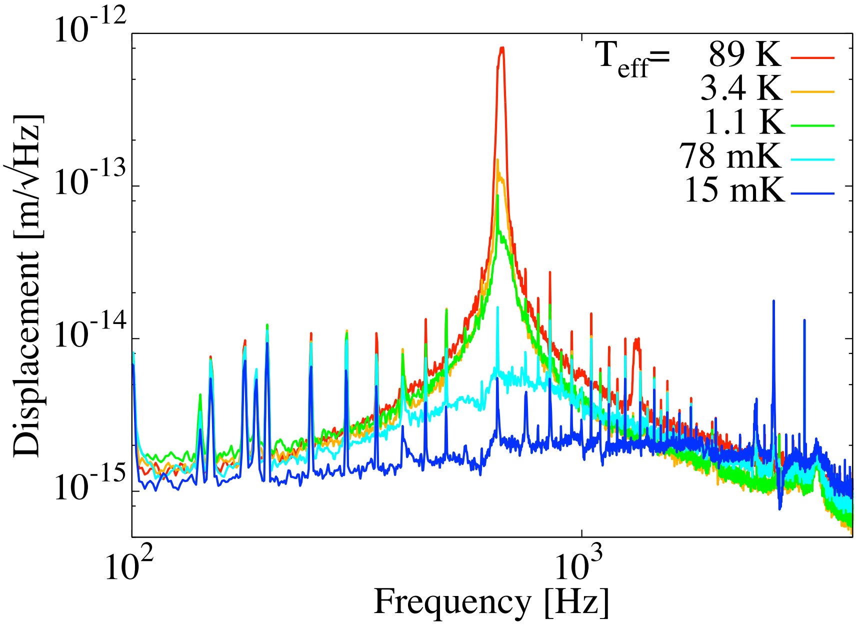

図 1　遠隔光冷却の実験結果

Macroscopic low frequency oscillators cooled to their ground states have the potential to give light on various fundamental physics, such as the realization of macroscopic superpositions and the test of minimal space. So far, however, no one has achieved the ground state cooling of heavier objects than Planck mass because it is difficult to isolate them from thermal bath. The ground state cooling has been achieved only for the microscopic high frequency oscillators. In this research, we demonstrate the cooling method towards the ground state cooling of macroscopic oscillators. Firstly, laser light enters a triangular optical cavity constructed by a 5 mg mirror, which is the object to be cooled, and then the mirror is trapped by an optical spring. Feedback force derived from the signal of cavity length change is applied to another mirror constructing the cavity with actuators. That force is transferred via the optical spring to the 5 mg mirror which results in being cooled remotely. We succeeded in cooling the suspended mirror's pendulum mode to 15 ± 3 mK effectively. This remote optical cooling method is proved to be useful for the ground state cooling of macroscopic oscillators.

目次

図目次

記号、略語一覧

i	虚数単位 $i = \sqrt{-1}$
π	円周率 $\pi = 3.14159265\cdots$
c	光速 $c = 299792458$ m/s
h	プランク定数 $h = 6.626070040(81) \times 10^{-34}$ J·s
$\hbar$	ディラック定数 $\hbar = h/2\pi$
k_{B}	ボルツマン定数 $k_{\mathrm{B}} = 1.38064852(79) \times 10^{-23}$ J/K
G	万有引力定数 $G = 6.67408(31) \times 10^{-11}$ m^3/kg/s^2
e	電気素量 $e = 1.6021766208(98) \times 10^{-19}$ C
$\hat{a}$	光子の消滅演算子
$\hat{b}$	フォノンの消滅演算子
$\hat{A}$	光子場振幅 [$\sqrt{\mathrm{Hz}}$]
ω_{L}	レーザー光の角周波数 [Hz]
ω_{c}	光共振器の共振角周波数 [Hz]
ω_{m}	機械振動子の共振角周波数 [Hz]
γ_{m}	機械振動子の散逸 [Hz]
Q_{m}	機械振動子の Q 値
g	機械光学系結合定数 [Hz/m]
$\mathcal{F}$	光共振器のフィネス
κ	光共振器の線幅 [Hz]
L	光共振器の周回長 [m]
m	機械振動子の質量 [kg]
T_{th}	熱浴の温度 [K]
P	レーザー光量 [W]
χ_{c}	光共振器の感受率 [/Hz]
χ_{m}	機械振動子の感受率 [m/N]
n_{pn}	フォノン数
S_{x}	変位スペクトル [m^2/Hz]
S_{f}	力のスペクトル [N^2/Hz]

AOM	Acousto Optic Modulator (音響光学変調器)
BS	Beam Splitter
EOM	Electro Optic Modulator (電気光学変調器)
FI	Faraday Isolator
FSR	Free Spectral Range
HWP	Half Wave Plate (1/2 波長板、$\lambda/2$ 板)
PBS	Polarizing Beam Splitter
PD	Photo Detector (光検出器)
QWP	Quarter Wave Plate (1/4 波長板、$\lambda/4$ 板)
RIN	Relative Intensity Noise (相対強度雑音)
RSNL	Relative Shot Noise Level (相対比散射雑音)
UGF	Unity Gain Frequency

第 1 章

はじめに

我々は物理学の根源にせまる以下の 2 つの問いに対し、実験的な知見を得たいと考えている。

1. 重い物体は量子力学的な重ね合わせ状態をとりうるのだろうか。
   これまでの間、実験的に質量の大きな物体の重ね合わせ状態が観測されたことはない。その原因は外部環境から巨視系を孤立させることが困難であるという単なる技術的な問題にすぎないのだろうか、あるいは系のスケールに起因した（例えば質量の大小)、量子性を示さない根源的な要因が存在するのだろうか [1, 2]。量子性のデコヒーレンス問題は、現在の物理学における大きなテーマのひとつとなっている。
2. 空間に最小単位は存在するのだろうか。
   ループ量子重力理論では、他の多くの物理量と同様に空間も離散的であり、その最小単位はプランク長であると予測されている [3, 4]。この検証のためにはプランクスケールの物理に迫る必要があるが、人類の誇る最高の時間分解能 [5]、空間分解能 [6]、エネルギー [7] をもってしても、プランクスケールには到底及ばない。

以上 2 つの問いに対し、基底状態まで冷却された巨視的な振動子を利用することで、実験的な知見を与えることができるという提案がある [8, 9]。ここで基底状態とは、振動子のエネルギー E を共振周波数 ω_m で

$$E = \hbar\omega_\mathrm{m}\left(n_\mathrm{pn} + \frac{1}{2}\right) \tag{1.1}$$

と表したときのフォノン数 n_pn が 1 より小さい状態のことを指す。$n_\mathrm{pn} < 1$ を実現するためには、振動子の変位量をその零点振動程度にまで抑える必要があるため、基底状態まで冷却するということは振動子の零点振動を観測すると言い換えることもできる。

この基底状態までの冷却は、微視的で共振周波数の高い振動子ではすでに実現されている [10, 11, 12, 13, 14]。一方、巨視的な振動子は熱浴との相互作用が大きく、熱雑音が零点振動を覆い隠してしまうため、零点振動を観測した、すなわち基底状態まで冷却した例はない。プランク質量よりも重い振動子において実現された最小フォノン数は 100 程度である [15]。

また、特に質量依存性をもつ未知のデコヒーレンスの探査を行うためには、様々な質量スケールで基底状態まで冷却された振動子を用意する必要がある。先行研究 [10, 11, 12, 13, 14] においては

fg∼ng スケールの振動子が基底状態まで冷却されており、kg スケールの振動子を用いた先行研究 [15] でも、フォノン数は 100 程度とはいえ基底状態近くまでは冷却されている。その一方で、μg∼g スケールの振動子には、基底状態近くまで冷却された振動子は存在しない。そこで本研究では、mg スケールの振動子を基底状態まで冷却することを目指した。重力波検出器の分野で培われた技術を活かすことのできる懸架鏡の位置測定に着目し、目標を懸架鏡振り子モードの零点振動の観測とした。

しかしながら、mg スケールの懸架鏡に対しては先行研究で用いられた振動子の冷却手法をそのまま適用することができないという問題点がある。例えば fg∼ng スケールの振動子は、第 3 章で詳細を述べる、光共振器を用いた「光ばね」によって散逸を加えることで基底状態まで冷却された。光ばねとは、光の輻射圧と機械系の復元力が釣り合う点で生ずる新たなばねである。ただし、散逸を加えることのできる光ばねは、復元力が負となる反ばねの効果を併せ持つ。そのため、振動子の共振周波数が MHz 以上と高い振動子の冷却においては反ばねの効果を無視できるが、共振周波数が Hz 程度の振り子の冷却では反ばねの効果を無視できず系は不安定となる。一方、kg スケールの振動子では、同じく第 3 章で述べる「フィードバック冷却」が行われている。これは振動子の位置測定信号をフィードバックすることでその変位量を小さくするという冷却手法である。フィードバック冷却には振動子にアクチュエータを装着することが必要となるが、mg 程度の小さな振動子にアクチュエータを取り付けることは技術的に困難であり、無理に取り付けようとすれば熱雑音の増大を招く。したがって、これまで用いられて来たフィードバック冷却をそのまま適用することはできない。

これらの先行研究における冷却手法と問題点を踏まえ、本研究では光ばねとフィードバック系を組み合わせた、遠隔光冷却という懸架鏡の冷却手法を試みた。まず、光共振器を構成する冷却対象でない鏡にアクチュエータを取り付け、可動鏡とする。そして正ばねの効果をもつ光ばねで懸架鏡と可動鏡を束縛し、力を伝達させられるようにする。すると、位置測定信号を可動鏡にフィードバックすることで、光ばねを経由して遠隔的に冷却対象である懸架鏡を冷却することが可能となる。この手法は、冷却対象にアクチュエータを取り付けることに伴う熱雑音が原理的に生じない点で有益であり、光ばねで懸架鏡の共振周波数を高くすることでフォノン数を減少させる点も特長である。本研究では実際に遠隔光冷却を行い、その原理実証に成功した。

また、本研究はオプトメカニクスと呼ばれる機械振動子と光の結合系においても大きな意義をもつ。オプトメカニクスは近年の技術発展とともに研究が盛んになってきた新しい分野であり [16, 17]、レーザー光の量子性を機械系に転写することで新たな物理を開拓する可能性を秘めている。中でも懸架鏡を用いたオプトメカニクスは、他の機械系と比べて質量が大きいという特性を持っている。

本論文の構成は以下のようになっている。まず第 2 章で、本論文の動機であり将来の大目標となる実験について述べる。続いて第 3 章でオプトメカニクスや本実験の基礎原理、目標感度について議論し、第 4 章では用いた実験装置と測定手法について述べる。そして第 5 章で実験結果を示し、最後に第 6 章で結果のまとめ、および今後の展望を記す。また、本論文の大筋からは外れるものの記載すべき内容は付録にまとめた。付録 A では本実験装置を生かすことのできる検証実験、付録 B では本実験で用いた電気回路、付録 C では重要なパラメータである Q 値について述べている。適宜参照していただきたい。

第 2 章

背景

この章では、巨視的振動子を基底状態近くまで冷却する動機となる研究背景を述べる。特に、

1. 重い物体は量子力学的重ね合わせ状態をとりうるのか
2. 空間に最小単位は存在するのか

という 2 つのテーマについて、その簡単な原理および提案されている検証実験を示す。なお、詳しくは第 3 章で述べるがここでの基底状態とは振動モードのフォノン数 n_{pn} が 1 を下回る状態のことを指す。

2.1　重い物体の重ね合わせ状態実現

量子力学は、原子や分子、あるいはそれ以下のスケールの物理を記述する現代の物理学の大きな柱となっている。一方で、マクロなスケールにおいては物体の運動等を記述するには古典力学や一般相対論を用いれば十分である。これはマクロな質量スケールでは量子力学的な振る舞いが観測されていないためである。その原因として、巨視的な物体は外部環境から孤立させるのが非常に難しく重ね合わせ状態が観測できなくなってしまう（デコヒーレンスが起きる）ためと考えられている。

では、考えうるデコヒーレンス要因を排除してから重ね合わせ状態を生成した場合、重ね合わせ状態は持続するのだろうか。実は、重力の効果でデコヒーレンスが生じてしまいやはり重ね合わせは観測されないという理論が存在する [1, 2]。この重力デコヒーレンスに代表されるような未知のデコヒーレンスを実験的に検証すること、さらにはその質量依存性を探査することが、重い物体の重ね合わせ状態を生成する動機のひとつである。本節では重力デコヒーレンスについて簡単に述べた後、いかにして重い物体の重ね合わせ状態を実現し、その持続時間を測定するかという提案実験について議論する。

2.1.1　重力デコヒーレンス

量子力学においては位置の重ね合わせが生じるが、一般相対論の観点から見ると異なる時空点においては固有時が異なるため、そもそも重ね合わせ状態の時間発展は非自明である。Diosi や Penrose

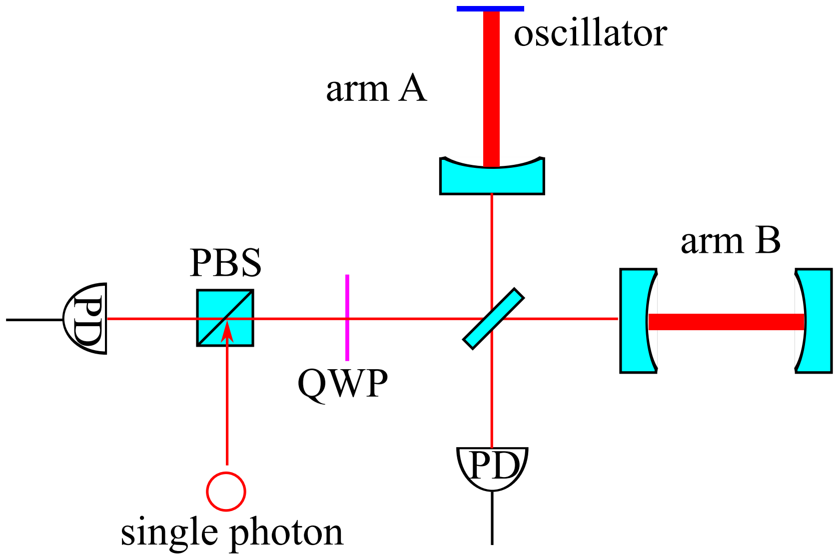

図 2.1　巨視的重ね合わせ状態生成のためのセットアップ

によって提唱されているモデル [1, 2] によれば、重力エネルギー ΔE をもつ物体の重ね合わせ持続時間 τ はおよそ

$$\tau \simeq \frac{\hbar}{\Delta E} \tag{2.1}$$

程度である。

通常、量子力学的な性質を示す原子や分子といった質量スケールでは、重力デコヒーレンスが起きるまでの時間が非常に長い。したがって、重力デコヒーレンスが起きる前に熱的デコヒーレンス等の他のデコヒーレンスによって重ね合わせ状態が観測できなくなり、重力デコヒーレンスの検証は不可能である。しかし質量の大きな物体を重ね合わせ状態にした上で、考えうる既知のデコヒーレンス要因による速さよりも圧倒的に速い速度で重ね合わせ状態が消えた場合、重力デコヒーレンスの存在が示唆されるようになる。

さらに、Diosi や Penrose のモデルではデコヒーレンス時間がそれぞれ物体の密度、質量に反比例するが、他の質量依存性をもつ可能性もある。例えばプランク質量 $M_{\rm pl} = 22\ \mu$g を境に急激に変化するモデルなどである。モデルを詳細に検証するためには、様々な質量スケールで実験を行うことが重要となる。

2.1.2　フォノンと光子のエンタングルメント

以上の背景で示した通り、重い物体の重ね合わせ状態を生成しその持続時間を測定することで、未知のデコヒーレンスが実験的に検証可能となる。重い物体の重ね合わせ状態の生成手法として提案されているのが、Marshall らによるマイケルソン干渉計を用いた実験である [8]。

図 2.1 で示したような、Fabry-Perot マイケルソン干渉計に単一光子を入射することを考える。単一光子がマイケルソン干渉計に入射すると、量子力学的な干渉が観測できる。なお、干渉計の腕が

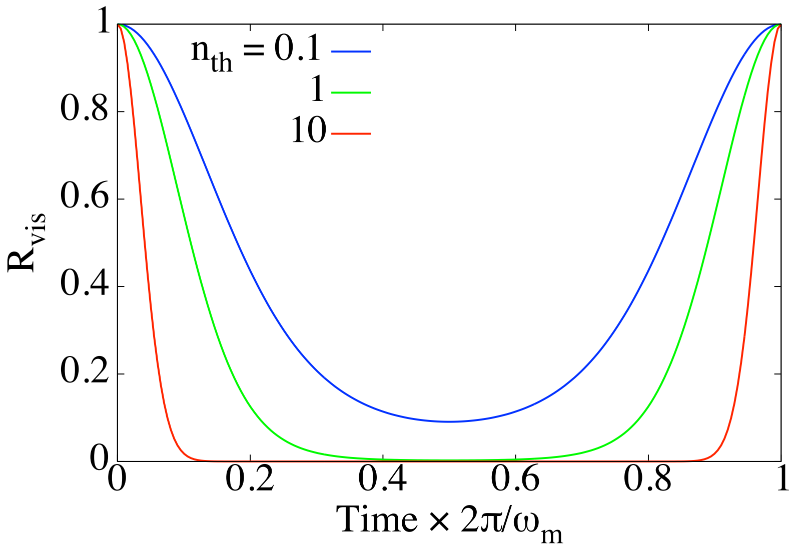

図 2.2　干渉ビジビリティの変化

Fabry-Perot 共振器となっているのは、単一光子の効果を増幅させるためである。

腕 A の先端に配置された振動子の振動モードのコヒーレント状態を $|\beta\rangle$ とする。初期状態 $t=0$ で単一光子が腕 A と腕 B のどちらにいるかが重ね合わせ状態になっているとき、波動関数は

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_{\mathrm{A}}|1\rangle_{\mathrm{B}} + |1\rangle_{\mathrm{A}}|0\rangle_{\mathrm{B}}\right)|\beta\rangle \tag{2.2}$$

と書ける。そしてその時間発展は

$$\begin{aligned}|\psi(t)\rangle = \; & \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(-i\omega_{\mathrm{opt}}t)\big\{|0\rangle_{\mathrm{A}}|1\rangle_{\mathrm{B}}|\beta\exp(-i\omega_{\mathrm{m}}t)\rangle \\ & + \exp\left[i\zeta^2\left(\omega_{\mathrm{m}}t - \sin\omega_{\mathrm{m}}t\right)\right]|1\rangle_{\mathrm{A}}|0\rangle_{\mathrm{B}}|\beta\exp(-i\omega_{\mathrm{m}}t) + \zeta\left[1-\exp(-i\omega_{\mathrm{m}}t)\right]\rangle\big\}\end{aligned} \tag{2.3}$$

である。ここで、ω_{opt}、ω_{m} はそれぞれ光子、振動子の角周波数、ζ は光子と振動子の結合の強さを表すパラメータである。(2.3) より、単一光子と振動モードのフォノンが重ね合わせ状態になっていることが分かる。振動の 1 周期 $t = 2\pi/\omega_{\mathrm{m}}$ が経過すると、(2.2) の初期状態に戻る。

また、外界の熱浴との相互作用を考慮すると単一光子の干渉ビジビリティ R_{vis} は

$$R_{\mathrm{vis}} = \exp\left[-\zeta^2(2n_{\mathrm{th}}+1)(1-\cos\omega_{\mathrm{m}}t)\right] \tag{2.4}$$

と変化する。$n_{\mathrm{th}} = k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}/\hbar\omega_{\mathrm{m}}$ は熱的なフォノン数である。$\zeta = 1$ を仮定し、各フォノン数についてビジビリティの変化をプロットすると図 2.2 のようになる。

1 周期経過後のビジビリティの復活は、エンタングルメントが 1 周期間持続していたことを意味する。したがって、ビジビリティの復活が持続する時間を測定することで、重ね合わせ状態の持続時間の測定が可能となる。

ただし、フォノン数が大きいとビジビリティが 1 程度である時間が非常に短くなり、実験的に測定

が困難となる。基底状態程度まで振動子が冷却されていれば十分な分解能が保てるので、基底状態まで冷却された振動子を用意することは本実験に必要不可欠である。

2.2 空間の最小単位の検証

連続的だと考えられてきた多くの物理量は、実際には離散的に振る舞うことが量子力学の発展に伴って実証されてきた。例えば原子のエネルギーには基底状態という最小値が存在し、そこから離散的にエネルギーが上昇していく。連続的に見えるのは、我々の生きるスケールが原子のエネルギースケールと比べて圧倒的に大きく、そのエネルギー差を区別するための分解能を持ち合わせていないからである。

それでは、他の物理量と同様に「時空」も本質的には離散的な物理量なのだろうか。プランクスケールの物理に迫ることで何らかの解答を得られると考えられるが、一般的には困難であるとされている。本節では特に空間の最小単位に着目し、簡単な背景を述べた後、検証のために提案されている実験について議論する。

2.2.1 空間の量子化

プランクスケールでは、未完成ではあるが量子重力理論を用いることで重力と他の力を統一して記述することができると言われている。その候補としては超弦理論やループ量子重力理論 [3] が挙げられる。超弦理論では長さがプランク長程度の「ひも」が物質を構成する最小単位であるとされる。またループ量子重力理論には、面積演算子 $\hat{A}_{\sum}$ と呼ばれる、スピンネットワークの固有状態 φ_{s} に作用し

$$\hat{A}_{\Sigma}\varphi_{\mathrm{s}} = 8\pi L_{\mathrm{pl}}^2 \beta \sum_I \sqrt{j_I(j_I+1)}\varphi_{\mathrm{s}} \tag{2.5}$$

を満たす演算子が存在する [4]。β は Barbero-Immirzi parameter と呼ばれる大きさが 1 程度のパラメータ、j_I はスピンネットワークのカラーで、自然数である。$L_{\mathrm{pl}} = \sqrt{G\hbar/c^3}$ はプランク長であり、(2.5) は面積の最小単位がおよそ 1 辺がプランク長の正方形であることを意味する。

ただし量子重力理論は未完成であり、特に実験的な知見は皆無である。現在の技術でプランクスケールに迫ることが困難であるというのが、その原因のひとつである。

表 2.1 は、現在の人類のもつ最高の空間、時間分解能と到達エネルギーを示したものである。このようにプランクスケールまでは 15 桁以上の開きがあり、その直接測定は困難を極める。ただし、空間に最小単位がある場合、位置と運動量の不確定性関係が $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ からずれることが理論的に示唆されており [18]、これがオプトメカニクスの実験で高精度な検証が可能であると IPikovski らによって提案された [9]。

物理量	到達可能分解能	プランクスケール
時間	光格子時計 10^{-18} s [5]	$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \sim 10^{-43}$ s
空間	重力波検出器 10^{-20} m [6]	$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \sim 10^{-35}$ m
エネルギー	素粒子加速器 10^4 GeV [7]	$\sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \sim 10^{19}$ GeV

表 2.1　現在の到達可能分解能とプランクスケールの比較

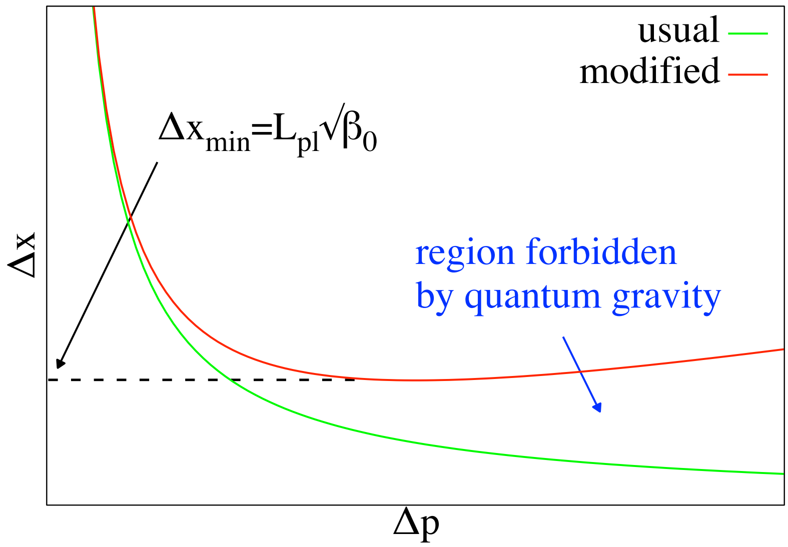

図 2.3　不確定性関係のずれ

2.2.2　交換関係のずれ測定

量子重力理論において、位置と運動量の不確定性関係は

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}\left[1+\beta_0\left(\frac{\Delta p}{M_{\mathrm{pl}}c}\right)^2\right] \tag{2.6}$$

であると言われている [18]。

図 2.3 はその様子を示したものであり、このとき空間の最小単位は $L_{\mathrm{pl}}\sqrt{\beta_0}$ である。定性的には、運動量の揺らぎがプランクスケール程度になると一般相対論的効果で時空の揺らぎが生じ、位置も揺らいでしまうと理解できる。

不確定性関係のずれに伴い、位置と運動量の交換関係も

$$[x, p] = i\hbar\left[1+\beta_0\left(\frac{p}{M_{\mathrm{pl}}c}\right)^2\right] \tag{2.7}$$

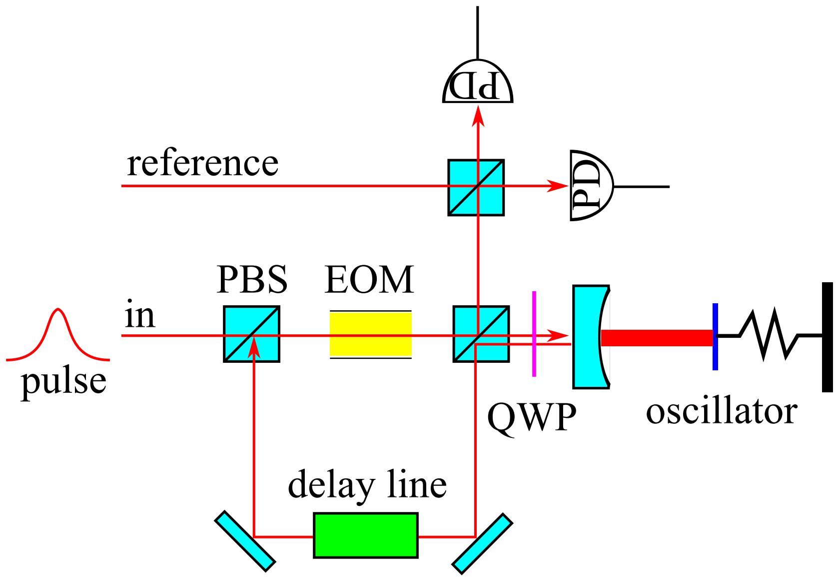

図 2.4　空間の最小単位検証実験のセットアップ

と修正される。このずれをオプトメカニクス系で $\beta_0 \sim 1$ の精度で測定可能だというのが提案論文の主張である。具体的には、対象となる振動子で構成された光共振器にレーザーパルスを入射し、振動子の 1 周期間に 4 回相互作用させた後、光子場の直交位相を測定する。交換関係が $i\hbar$ からずれていると、位相空間における光子場の回転角がずれるのである。提案されているセットアップは図 2.4 のようなものである。

ここで、光子数の損失 $\zeta_{\rm loss}$ は

$$\zeta_{\rm loss} = \exp\left[-n_{\rm pn}\lambda^2(1-\eta^2)(1-\eta^4)\right] \tag{2.8}$$

となる。λ は光と振動子の相互作用の強さを表すパラメータ、η はパルス光が 1 周する間のエネルギー損失を表すパラメータである。$\lambda \sim 1$、$\eta \sim 0.9$ を仮定し、$\zeta_{\rm loss} > 1/e$ となる条件は

$$n_{\rm pn} < 30 \tag{2.9}$$

である。直交位相の測定精度は光子数が多いほど高くなるため、基底状態近くまで十分冷却された振動子を用いなければ、光の損失の効果で $\beta_0 \sim 1$ の精度の測定ができなくなってしまう。したがって、基底状態の振動子を用意することはこの実験に向けて大きな意義がある。

第 3 章

原理

この章では、オプトメカニクスや本論文で記述する実験の基礎原理、振動子の基底状態への冷却手法、そして熱的デコヒーレンスの低減について記す。

3.1 オプトメカニクスの基礎

オプトメカニクスとは、近年盛んに研究されている、レーザー光と機械系を結合させそのダイナミクスを研究対象とした分野である。合わせ鏡にレーザー光を入射し、鏡間をレーザー光が何度も往復することで高いパワーを得ることのできる光共振器を用いて機械系との結合を強力にする。

光共振器内の光子の生成、消滅演算子を $\hat{a}^\dagger$ および $\hat{a}$、着目する機械モードのフォノンの生成、消滅演算子を $\hat{b}^\dagger$ および $\hat{b}$ とすると、オプトメカニクス系のハミルトニアン $\hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{SYS}}$ は

$$\hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{SYS}} = \hbar\omega_{\mathrm{c}}(x)\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_{\mathrm{m}}\hat{b}^\dagger\hat{b} \tag{3.1}$$

と表される [17]。ただし、$\omega_{\mathrm{c}}(x)$ は光共振器の共振角周波数であり、振動子の位置 x の関数となっている。また ω_{m} は振動子の機械的な共振角周波数である。

以下では特に、共振角周波数が位置に関して線形に変化するという近似が成り立つような微小変位でのダイナミクスを考える。この近似は共振器の周回長を L、変位を x とすると

$$x \ll L \tag{3.2}$$

のときに成り立つ。振動子に外力が加わってないときを基準点 $x = 0$ とし、このとき光共振器の共振角周波数を ω_0 とすると、

$$\omega_{\mathrm{c}}(x) = \omega_0 - gx \tag{3.3}$$

と表せる。ここで g は機械光学系結合定数であり、[19, 20] で用いられている手法で計算すると

$$g = \frac{2\omega_0 \cos\beta}{L} \tag{3.4}$$

となる。なお β は振動子のレーザー光反射角である。

図 3.1 にオプトメカニクスの概念図を示す。光共振器の光子場と振動子の変位が、結合定数 g で結ばれている。

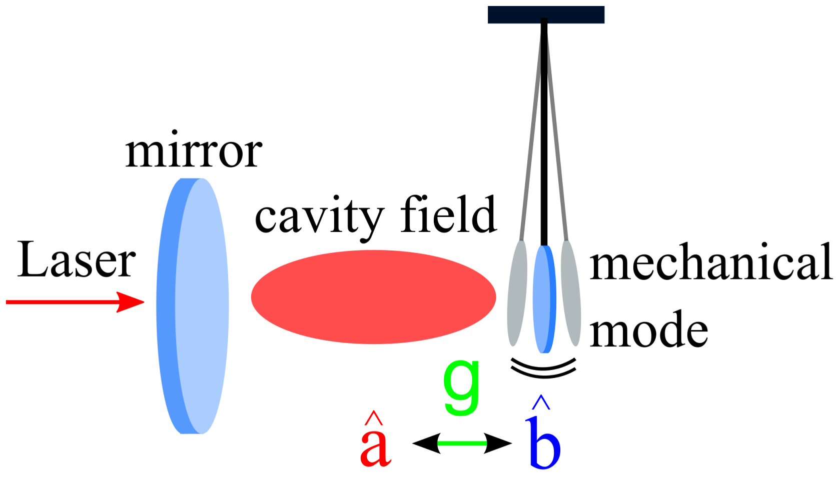

図 3.1　オプトメカニクスの概念図

3.1.1　光共振器

光子の消滅演算子 $\hat{a}$ の時間発展は、次の確率微分方程式

$$\dot{\hat{a}} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{a}, \hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{SYS}}] - \kappa\hat{a} + \sum_l \sqrt{2\kappa_l}\hat{A}_l \tag{3.5}$$

で与えられる。右辺第 1 項は量子力学におけるハイゼンベルグ方程式の項、第 2 項は光子の共振器外への流出、第 3 項は共振器への入射光を表す。κ [Hz] は共振器内の光子が失われていく時間スケールを表し、κ_l は各ポートで光子が失われる時間スケール、すなわち

$$\kappa = \sum_l \kappa_l \tag{3.6}$$

である。また、これらの項は鏡の透過率に対応する項であり、入射光がどの程度共振器内の光子を増大させるかを決定する。(3.5) の第 3 項に含まれる $\hat{A}_l$ [$\sqrt{\mathrm{Hz}}$] は各ポートにおける入射光子場振幅であり、そのポートから入射する光子場振幅が共振器内の光子の時間発展に対しどう寄与するのかを表す係数が $\sqrt{2\kappa_l}$ である。

(3.1) を (3.5) に代入し、レーザー光の角周波数 ω_{L} と同期した系で考える (e.g. $\hat{a} \to \exp(-i\omega_{\mathrm{L}}t)\hat{a}$) と、

$$\dot{\hat{a}} = -[\kappa - i(\omega_{\mathrm{L}} - \omega_0 + gx)]\hat{a} + \sum_l \sqrt{2\kappa_l}\hat{A}_l \tag{3.7}$$

が得られる。ここで、時間変化する物理量を平均値とその揺らぎ成分に分ける。すなわち

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \bar{a} + \delta\hat{a} \\ x &= \bar{x} + \delta x \\ \hat{A}_l &= \bar{A}_l + \delta\hat{A}_l \end{aligned} \tag{3.8}$$

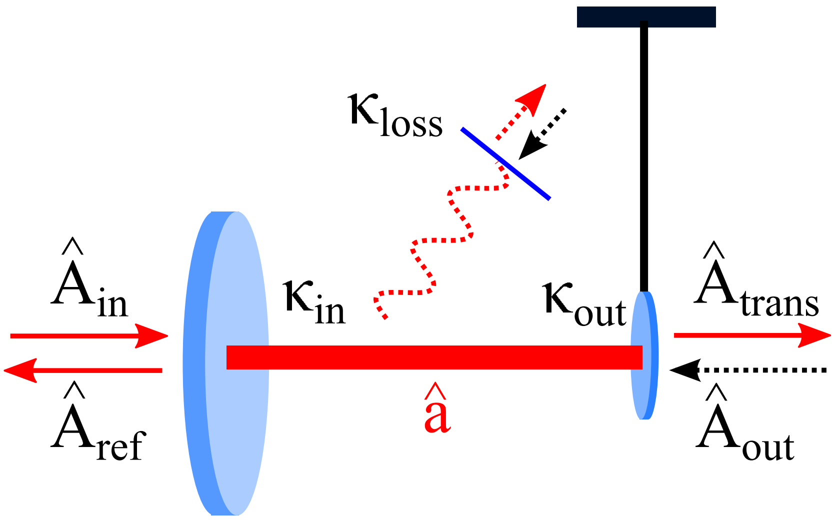

図 3.2　光共振器の光子場振幅と損失

として、揺らぎの 1 次までの近似を考慮すれば

$$0 = -(\kappa - i\Delta)\bar{a} + \sqrt{2\kappa_{\rm in}}\bar{A}_{\rm in} \tag{3.9}$$

$$\delta\dot{\hat{a}} = -(\kappa - i\Delta)\delta\hat{a} + ig\bar{a}\delta x + \sum_l \sqrt{2\kappa_l}\delta\hat{A}_l \tag{3.10}$$

が成り立つ。ただし

$$\Delta \equiv \omega_{\rm L} - \omega_0 + g\bar{x} \tag{3.11}$$

はレーザー光の角周波数と共振器の共振角周波数の離調を表している。また、$\kappa_{\rm in}$、$\bar{A}_{\rm in}$ はそれぞれレーザー光が入射するポートにおける損失と平均光子場振幅である。

光共振器と透過光、反射光、共振器内パワーを導出する。まず (3.9) から、共振器内の平均光子数振幅が

$$\bar{a} = \frac{\sqrt{2\kappa_{\rm in}}}{\kappa - i\Delta}\bar{A}_{\rm in} \tag{3.12}$$

と求められる。さらに、図 3.2 のように各光子場振幅および損失を定義すると、境界条件から

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\rm in} + \hat{A}_{\rm ref} &= \sqrt{2\kappa_{\rm in}}\hat{a} \\ \hat{A}_{\rm out} + \hat{A}_{\rm trans} &= \sqrt{2\kappa_{\rm out}}\hat{a} \end{aligned} \tag{3.13}$$

が成り立つ [21]。特にその平均値に関しては、$\bar{A}_{\rm out} = 0$ を考慮し (3.12) を代入すると

$$\begin{aligned} \bar{A}_{\rm ref} &= \left(-1 + \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa - i\Delta}\right)\bar{A}_{\rm in} \\ \bar{A}_{\rm trans} &= \frac{\sqrt{4\kappa_{\rm in}\kappa_{\rm out}}}{\kappa - i\Delta}\bar{A}_{\rm in} \end{aligned} \tag{3.14}$$

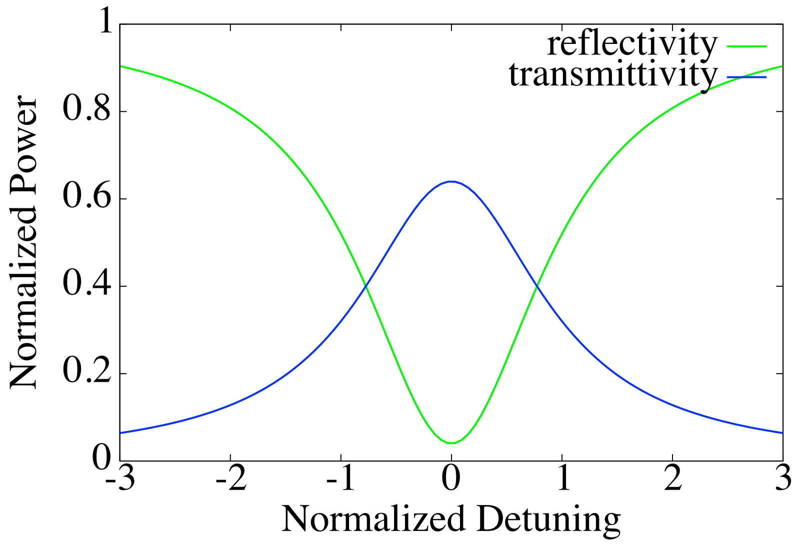

図 3.3　光共振器からの透過光量と反射光量

となり、反射光量 P_{ref} および透過光量 P_{trans} は

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{ref}} &= \hbar\omega_{\mathrm{L}}|\bar{A}_{\mathrm{ref}}|^2 \\ &= \left[1 - \frac{4\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa}\left(1 - \frac{\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa}\right)\frac{1}{1+\delta^2}\right]P_{\mathrm{in}} \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{trans}} &= \hbar\omega_{\mathrm{L}}|\bar{A}_{\mathrm{trans}}|^2 \\ &= \frac{4\kappa_{\mathrm{in}}\kappa_{\mathrm{out}}}{\kappa^2}\frac{1}{1+\delta^2}P_{\mathrm{in}} \end{aligned} \tag{3.16}$$

のように入射光量 P_{in} を用いて書ける。なお

$$|\bar{A}_{\mathrm{in}}|^2 = \frac{P_{\mathrm{in}}}{\hbar\omega_{\mathrm{L}}} \tag{3.17}$$

であり、

$$\delta \equiv \frac{\Delta}{\kappa} \tag{3.18}$$

は規格化された離調角周波数である。

図 3.3 は $\kappa_{\mathrm{in}} = \kappa_{\mathrm{out}} = 0.4\kappa$、$\kappa_{\mathrm{loss}} = 0.2\kappa$ の時の反射光量、透過光量を δ の関数として描いたものである。図のように光量はローレンチアンの形をしており、その半値半幅は $\kappa/2\pi$ となることが分かる。これが、κ が共振器の線幅とも呼ばれる所以である。

ここで線幅に続き、フィネスという物理量も導入する。光共振器は、n を整数として

$$L = \frac{2\pi nc}{\omega_{\mathrm{L}}} \tag{3.19}$$

のとき最も強く共振する。したがって、この n が $n+1$ となるような角周波数変化があるときやはり共振ピークをむかえるが、その変化 c/L は Free Spectral Range(FSR) と呼ばれる。FSR と共振

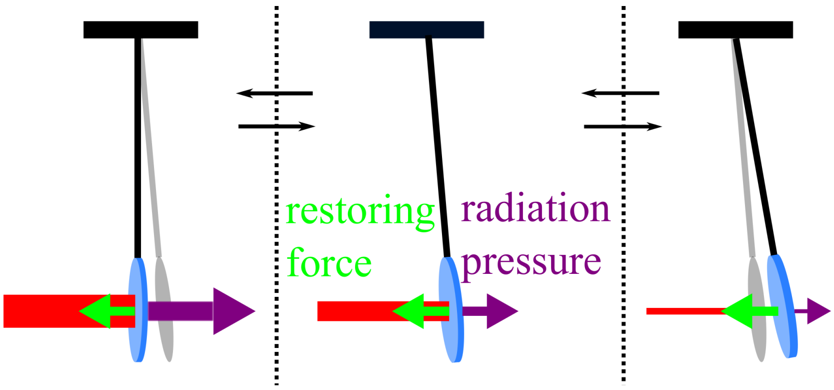

図 3.4　光ばねの定性的な描像

ピークの半値全幅 $2 \times \kappa/2\pi$ の比がフィネス $\mathcal{F}$ であり、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi c}{L\kappa} \tag{3.20}$$

となる。つまり、フィネスは光共振器の共振の鋭さを表す物理量である。

最後に共振器内光量 P_{circ} を求める。レーザー光の共振器周回時間を $\tau(=L/c)$ とすると、

$$P_{\mathrm{circ}} = \frac{\hbar\omega_{\mathrm{c}}}{\tau}|\bar{a}|^2 \tag{3.21}$$

$$\simeq \frac{2c\kappa_{\mathrm{in}}}{L\kappa^2}\frac{1}{1+\delta^2}P_{\mathrm{in}} \tag{3.22}$$

であり、反射光量や透過光量と同様に離調角周波数に対してローレンチアンの依存性を示す。そして特に $\delta = 0$ のとき

$$P_{\mathrm{circ}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi}\frac{2\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa}P_{\mathrm{in}} \tag{3.23}$$

とも表せる。これは、共振器内光量がオーダーとして入射光量のフィネス倍程度であることを意味する。

3.1.2　光ばね

光子同士は相互作用をしないが、光子とフォノンは相互作用をする。光子が機械振動子に衝突し反射する際に運動量移行が起こるのである。振動子に与える力は光の輻射圧とも呼ばれる。

離調したレーザー光が共振器に入射するとき、振動子は共振器内の光子が作るポテンシャルの影響を受ける。この新たなポテンシャルが光ばねの復元力を与える [22]。定性的には図 3.4 のように考えることができる。

加わる復元力 (懸架鏡の場合は重力) と輻射圧の平衡点で振動子が静止している状況で、共振器長が短くなると共振器内光量が増加し輻射圧優勢に、共振器長が長くなると共振器内光量が減少し復元力優勢になるのである。以下で光ばねにより系のダイナミクスがどう変化するかを定量的に示す。

まず、系に加わる輻射圧 $\hat{F}_{\mathrm{rad}}$ はハミルトニアンを位置で微分すればよく

$$\begin{aligned}\hat{F}_{\mathrm{rad}} &= \left|\frac{d\hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{SYS}}}{dx}\right| \\ &= \hbar g \hat{a}^\dagger \hat{a}\end{aligned} \tag{3.24}$$

である。

この輻射圧の平均値 $\bar{F}_{\mathrm{rad}}$ は

$$\bar{F}_{\mathrm{rad}} = \hbar g |\bar{a}|^2 \tag{3.25}$$

であり、(3.21) と比較すると

$$\bar{F}_{\mathrm{rad}} = \frac{g\tau}{\omega_{\mathrm{c}}} P_{\mathrm{circ}} \tag{3.26}$$

と書き直せる。(3.4) より、2 枚の鏡から成る線形光共振器の場合

$$g = \frac{2\omega_{\mathrm{c}}}{L} \tag{3.27}$$

であるから、輻射圧の平均値は

$$\bar{F}_{\mathrm{rad}} = \frac{2}{c} P_{\mathrm{circ}} \tag{3.28}$$

と簡潔に書ける。

続いて輻射圧の微小変動成分

$$\delta\hat{F}_{\mathrm{rad}} = \hbar g (\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger + \bar{a}^* \delta\hat{a}) \tag{3.29}$$

を計算する。このために (3.10) をフーリエ変換し $\delta\hat{a}$ について解く。ここでは物理量 $P(t)$ のフーリエ変換を

$$P(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} P(t) \exp(-i\omega t) dt \tag{3.30}$$

と定義する。(3.10) は角周波数空間で

$$\delta\hat{a}(\omega) = \chi_{\mathrm{c}}(\omega) \left(ig\bar{a}\delta x + \sum_l \sqrt{2\kappa_l}\,\delta\hat{A}_l \right) \tag{3.31}$$

と書ける。ただし

$$\chi_{\mathrm{c}}(\omega) \equiv \frac{1}{\kappa + i(\omega - \Delta)} \tag{3.32}$$

は光共振器の感受率である。

$$\delta\hat{a}(t)^\dagger = \int_{-\infty}^{\infty} \delta\hat{a}(-\omega)^\dagger \exp(-i\omega t) dt \tag{3.33}$$

であることに注意して (3.31) を (3.29) に代入すると、

$$\begin{aligned}\delta\hat{F}_{\mathrm{rad}} = &\quad i\hbar g^2|\bar{a}|^2\left[\chi_{\mathrm{c}}(\omega)-\chi_{\mathrm{c}}^*(-\omega)\right]\delta x \\ &+\hbar g\sum_l\sqrt{2\kappa_l}\left[\bar{a}^*\chi_{\mathrm{c}}(\omega)\delta\hat{A}_l+\bar{a}\chi_{\mathrm{c}}^*(-\omega)\delta\hat{A}_l^\dagger\right]\end{aligned} \tag{3.34}$$

となる。

$$\delta F_{\mathrm{opt}}\equiv i\hbar g^2|\bar{a}|^2[\chi_{\mathrm{c}}(\omega)-\chi_{\mathrm{c}}^*(-\omega)]\delta x \tag{3.35}$$

が位置変動に伴って生じる力、すなわち光ばねの効果である。(3.32) を代入すれば、その複素バネ定数 $K(\omega)$ が

$$\begin{aligned}K(\omega) &= -\frac{\delta\hat{F}_{\mathrm{rad}}}{\delta x} \\ &= 2\hbar g^2|\bar{a}|^2\frac{\Delta}{(\kappa+i\omega)^2+\Delta^2}\end{aligned} \tag{3.36}$$

であると分かる。

さらに、以下では共振器の線幅よりも十分低い角周波数帯域 $\omega \ll \kappa$ に議論を限定する。これは共振器長がそれほど長くなく、用いる振動子が巨視的で共振角周波数が低い場合は良い近似となり、(3.12) を代入して複素ばね定数は

$$\begin{aligned}K(\omega) &\simeq \frac{4\omega_{\mathrm{c}}\kappa_{\mathrm{in}}P_{\mathrm{in}}}{\kappa^3}\left(\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}}}\right)^2\frac{\delta}{(1+\delta^2)^2}\left[1-\frac{2i\omega}{\kappa(1+\delta^2)}\right] \\ &\equiv K_{\mathrm{opt}}+i\Gamma_{\mathrm{opt}}\omega\end{aligned} \tag{3.37}$$

のように実部の定数 K_{opt} と虚部の定数 Γ_{opt} に分けることができる。実部は振動子の共振周波数を変化させ、虚部は振動子の散逸を変化させる。各定数の離調角周波数依存性は図 3.5 のようになる。

3.1.3　量子輻射圧ゆらぎ

(3.9) において κ_l のうち κ_{in} のみを考えたのは、あらゆるポートのうち光子場振幅の平均値が 0 でないのがレーザー光の入射ポートのみだからである。しかし揺らぎ成分については全てのポートを考慮した。実はレーザー光の入射しないポートであっても、一定の揺らぎをもつ真空場が光共振器に入射し、共振器内光子数を変動させるのである (図 3.6)　[23]。

具体的には

$$\begin{aligned}\langle\delta\hat{A}_l^\dagger(t)\delta\hat{A}_m(t')\rangle &= N(\omega_{\mathrm{c}}) \\ \langle\delta\hat{A}_l(t)\delta\hat{A}_m^\dagger(t')\rangle &= [N(\omega_{\mathrm{c}})+1]\delta_{lm}\delta(t-t')\end{aligned} \tag{3.38}$$

である。

$$N(\omega_{\mathrm{c}}) = \frac{1}{\exp\left(\dfrac{\hbar\omega_{\mathrm{c}}}{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}}\right)-1} \tag{3.39}$$

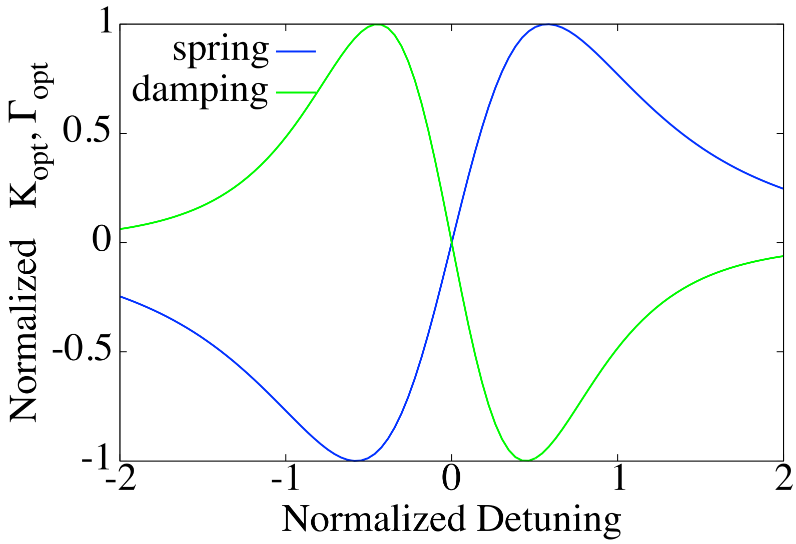

図 3.5　ばね定数の離調周波数依存性

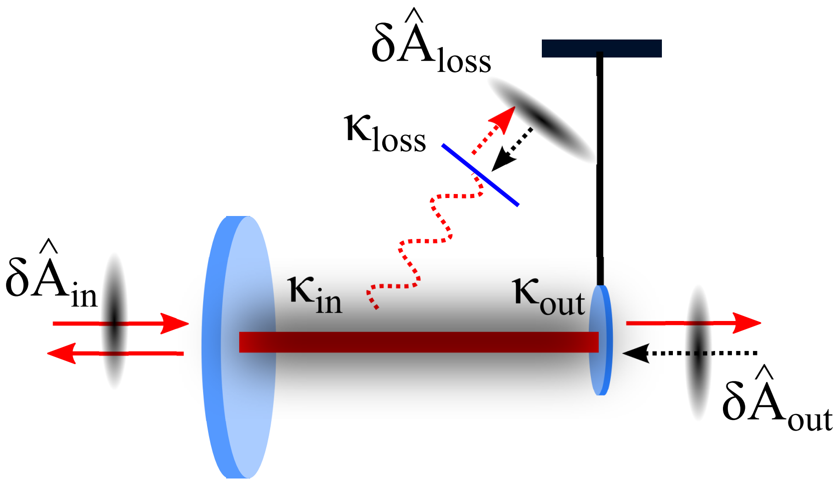

図 3.6　光共振器への真空場揺らぎ入射

は外部の熱浴によって熱的に励起される光子数であり、レーザー光子のエネルギースケール (本実験では $\omega_c/2\pi \sim 300$ THz) は常温 $T_{\rm th} = 300$ K のエネルギースケールと比較して非常に大きい ($\hbar\omega_c \gg k_B T_{\rm th}$) ので

$$N(\omega_c) \simeq 0 \tag{3.40}$$

として良い。したがって (3.38) は

$$\begin{aligned} \langle \delta\hat{A}_l^\dagger(t)\delta\hat{A}_m(t')\rangle &\simeq 0 \\ \langle \delta\hat{A}_l(t)\delta\hat{A}_m^\dagger(t')\rangle &\simeq \delta_{lm}\delta(t-t') \end{aligned} \tag{3.41}$$

となる。

そしてこの光子数の揺らぎは、(3.34) の下段の項

$$\delta\hat{F}_{\mathrm{qrp}}(\omega) \equiv \hbar g \sum_{l} \sqrt{2\kappa_l}\left[\bar{a}^*\chi_{\mathrm{c}}(\omega)\delta\hat{A}_l + \bar{a}\chi_{\mathrm{c}}^*(-\omega)\delta\hat{A}_l^\dagger\right] \tag{3.42}$$

のように振動子に加わる輻射圧の揺らぎに寄与する。これが量子輻射圧揺らぎであり、力の両側パワースペクトル $S_{\mathrm{f,qrp}}^{(2)}$ [N^2/Hz] は

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{f,qrp}}^{(2)} &= \frac{1}{2}\left[\langle\delta\hat{F}_{\mathrm{qrp}}(\omega)\delta\hat{F}_{\mathrm{qrp}}(-\omega)\rangle + \langle\delta\hat{F}_{\mathrm{qrp}}(-\omega)\delta\hat{F}_{\mathrm{qrp}}(\omega)\rangle\right] \\ &= \hbar^2 g^2 \kappa|\bar{a}|^2\left[|\chi_{\mathrm{c}}(\omega)|^2 + |\chi_{\mathrm{c}}(-\omega)|^2\right] \\ &\simeq \frac{4\hbar\omega_{\mathrm{c}}\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa^3}\left(\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}}}\right)^2\frac{P_{\mathrm{in}}}{(1+\delta^2)^2} \end{aligned} \tag{3.43}$$

と求められる。なお、以下では $-\infty < \omega < \infty$ の角周波数帯で積分すると 2 乗平均と一致する両側パワースペクトルを $S^{(2)}$、$0 < \omega < \infty$ で積分すると 2 乗平均と一致する片側パワースペクトルを $S^{(1)}$ と表記する。パワースペクトルは偶関数であり、$S^{(1)} = 2S^{(2)}$ の関係がある。

量子輻射圧揺らぎは、重力波検出器のように測定対象が別にあるような超精密測定において、低減の難しい厄介な雑音である「量子輻射圧雑音」として知られている。レーザー光を用いて振動子の変位を測定する以上、原理的に混入してしまう雑音なのである。しかし一方で、オプトメカニクスの分野ではこの揺らぎは重要な「信号」であり、高い S/N 比での測定はベンチマークとなっている。振動子が量子輻射圧揺らぎで支配的に駆動されている様子を観測することは、その振動子自身の量子的な揺らぎを測定するための大きな一歩であるからだ。現在、量子輻射圧揺らぎを直接観測した例はいくつかあり [24, 25, 26]、様々な質量スケールの振動子で盛んに研究が進められている。また、この原理的な揺らぎから来る測定限界やそれを超えた精度での位置測定に関する研究も盛んである [27, 28, 29]。

さて、この輻射圧揺らぎはレーザー光の量子性に起因するものであるが、実際にはさらにレーザー光の古典的な強度揺らぎが混入してくる。強度雑音は共振器内光量の変動となり、振動子の位置を揺らがせる。その大きさは、相対比散射雑音 (Relative Shot Noise Level: RSNL) B_{rsnl} を用いて書ける。

レーザー光の散射雑音の片側強度振幅 $\sqrt{S_{\mathrm{p,shot}}}$ [$\mathrm{W}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$] は

$$\sqrt{S_{\mathrm{p,shot}}} = \sqrt{\frac{2eP_{\mathrm{in}}}{\rho_{\mathrm{PD}}}} \tag{3.44}$$

と表せて (ρ_{PD} [A/W] は PD の量子効率)、これとレーザー光の強度雑音 $\sqrt{S_{\mathrm{p,las}}}$ [$\mathrm{W}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$] の比率が RSNL であり、

$$B_{\mathrm{rsnl}} = \sqrt{\frac{S_{\mathrm{p,las}}}{S_{\mathrm{p,shot}}}} \tag{3.45}$$

である。古典強度雑音の力の両側パワースペクトル $S_{\mathrm{f,crp}}^{(2)}$ [N^2/Hz] は

$$S_{\mathrm{f,crp}}^{(2)} = 2\hbar^2 g^2 \kappa_{\mathrm{in}}|\bar{a}|^2\left[|\chi_{\mathrm{c}}(\omega) + \chi_{\mathrm{c}}^*(-\omega)|^2\right]B_{\mathrm{rsnl}}^2 \tag{3.46}$$

となり [26]、量子輻射圧揺らぎ (3.43) との大きさの比は

$$\frac{S^{(2)}_{\mathrm{f,crp}}}{S^{(2)}_{\mathrm{f,qrp}}} \simeq \frac{4\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa}\frac{B^2_{\mathrm{rsnl}}}{1+\delta^2} \tag{3.47}$$

である。

3.2 機械振動子とフォノン

以上、オプトメカニクスについて議論を進めたが、この節では機械振動子に踏み込んだ議論を進める。振動子の感受率と Q 値、そして振動子におけるフォノンについて記す。

3.2.1 振動子の感受率と Q 値

時間微分をドットで表すと、一般的に振動子の運動方程式は m を質量、F を外力として

$$m\ddot{x} + \Gamma_{\mathrm{m}}\dot{x} + k_{\mathrm{m}}x = F(t) \tag{3.48}$$

と書ける。Γ_{m} は速度に比例して働く減衰項の比例定数、k_{m} は機械的なばね定数である。ばね定数は共振角周波数 ω_{m} を用いて

$$k_{\mathrm{m}} = m\omega_{\mathrm{m}}^2 \tag{3.49}$$

と書けて、振動子の散逸 γ_{m} [Hz] を

$$\gamma_{\mathrm{m}} \equiv \frac{\Gamma_{\mathrm{m}}}{2m} \tag{3.50}$$

と定義し、フーリエ変換 (3.30) して運動方程式を書き直せば

$$m(-\omega^2 + 2i\gamma_{\mathrm{m}}\omega + \omega_{\mathrm{m}}^2) = F(\omega) \tag{3.51}$$

となる。

振動子の感受率 $\chi_{\mathrm{m}}(\omega)$ とは、角周波数空間における位置の変動と外力の比 x/F、すなわち「ある力を加えたときどの程度変位するか」を意味する物理量であり、

$$\chi_{\mathrm{m}}(\omega) = \frac{1}{m(\omega_{\mathrm{m}}^2 - \omega^2 + 2i\gamma_{\mathrm{m}}\omega)} \tag{3.52}$$

と表せる。

さて、力の揺らぎが振動子に加わったときの変位を考える。粒子のランダムな衝突によって生じる、ブラウン運動由来の熱雑音やレーザー光の輻射圧揺らぎがこれに相当する。力のスペクトルの大きさを $S^{(2)}_{\mathrm{f}}$ とすると、変位スペクトル $S^{(2)}_{\mathrm{x}}$ [m^2/Hz] は

$$\begin{aligned} S^{(2)}_{\mathrm{x}}(\omega) &= |\chi_{\mathrm{m}}(\omega)|^2 S^{(2)}_{\mathrm{f}} \\ &= \frac{S^{(2)}_{\mathrm{f}}}{m^2}\frac{1}{(\omega_{\mathrm{m}}^2-\omega^2)^2 + 4\gamma_{\mathrm{m}}^2\omega^2} \end{aligned} \tag{3.53}$$

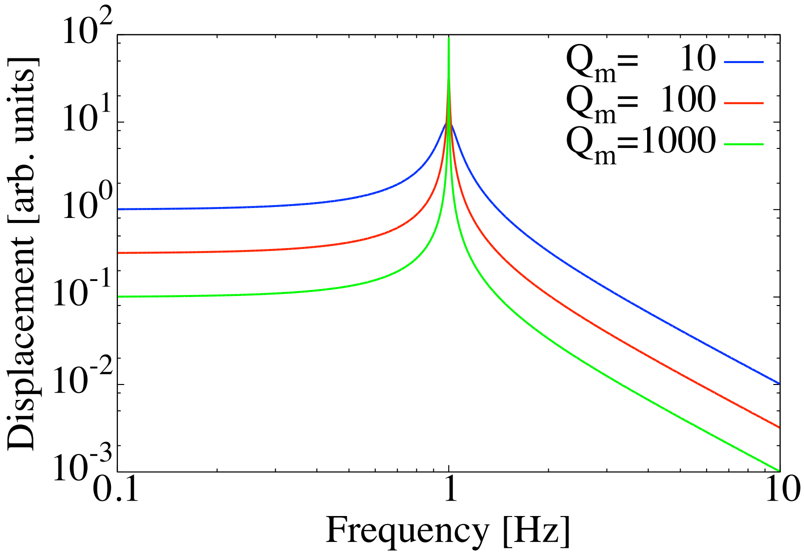

図 3.7　熱雑音の変位スペクトル

である。量子輻射圧揺らぎの場合、$S^{(2)}_{\rm f,qrp}$ は (3.43) で与えられる一方、熱雑音の大きさは揺動散逸定理より

$$S^{(2)}_{\rm f,th}(\omega) = 2\hbar\omega\gamma_{\rm m} m \left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_{\rm B}T_{\rm th}}\right) + 1\right] \tag{3.54}$$

となる [30]。厳密には周波数依存性を持つが、GHz 程度以下の測定周波数帯では十分 $\hbar\omega \ll k_{\rm B}T_{\rm th}$ の近似が成り立ち

$$S^{(2)}_{\rm f,th} \simeq 4k_{\rm B}T_{\rm th}\gamma_{\rm m} m \tag{3.55}$$

のように定数と考えて良い [31]。(3.53) の $S^{(2)}_{\rm f}$ に $S^{(2)}_{\rm f,th}$ を代入すれば、熱雑音による変位スペクトルは

$$S^{(2)}_{\rm x,th}(\omega) = \frac{1}{m}\frac{4k_{\rm B}T_{\rm th}\gamma_{\rm m}}{(\omega_{\rm m}^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_{\rm m}^2\omega^2} \tag{3.56}$$

と書ける。

ここで、Q 値という物理量を定義する。Q 値とは振動子の共振角周波数と散逸の比であり、

$$Q_{\rm m} \equiv \frac{\omega_{\rm m}}{2\gamma_{\rm m}} \tag{3.57}$$

と定義される。この Q 値を変化させた時の、(3.56) の平方根 $\sqrt{S^{(2)}_{\rm x,th}(\omega)}$ $[{\rm m}/\sqrt{\rm Hz}]$ の周波数依存性は図 3.7 のようになる。$\omega_{\rm m}/2\pi = 1$ [Hz] とし、縦軸は適当に規格化した。

共振周波数にピークをもち、共振周波数より高周波帯では周波数の 2 次で減衰していくようなスペクトルである。振動子の散逸 $\gamma_{\rm m}$ は共振ピークの線幅を決めており、Q 値はスペクトルのフロアレベ

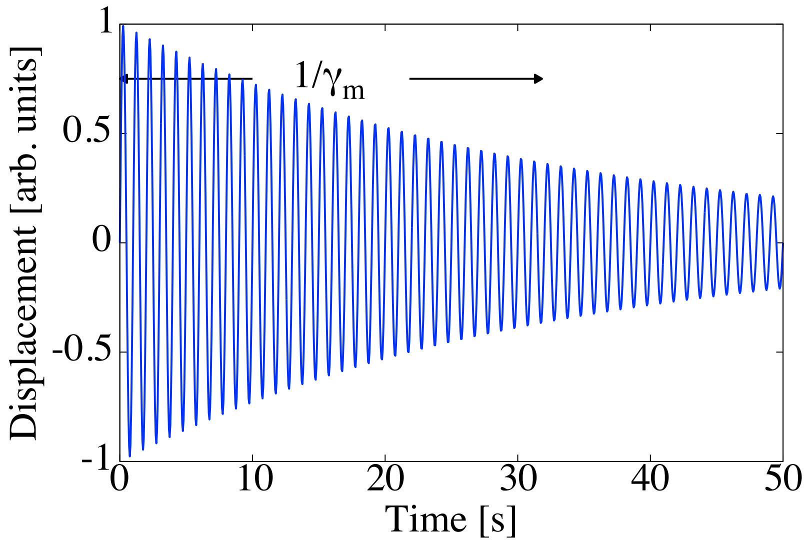

図 3.8　振動子のインパルス応答

ル $\sqrt{S^{(2)}_{\mathrm{x,th}}(\omega=0)}$ とピーク値 $\sqrt{S^{(2)}_{\mathrm{x,th}}(\omega=\omega_{\mathrm{m}})}$ の比である。したがって、Q 値の高い振動子ほど共振ピークが鋭いと言える。

また、(3.48) に $F(t)=\delta(t)$ を入力した時の出力、すなわちインパルス応答を見ると、熱平衡状態に至るまでの変位 $x(t)$ は

$$x(t) \propto \exp\left(-\frac{\omega_{\mathrm{m}} t}{2Q_{\mathrm{m}}}\right) \sin\omega_{\mathrm{m}} t \tag{3.58}$$

のように変化する。

図 3.8 では $\omega_{\mathrm{m}}/2\pi = 1$ [Hz]、$Q_{\mathrm{m}} = 100$ の場合を描いた。つまり、物理的に $\gamma_{\mathrm{m}} = \omega_{\mathrm{m}}/2Q_{\mathrm{m}}$ は振動子の寿命の逆数、Q 値はコヒーレントな振動回数を意味することが分かる。

3.2.2　振動モードのフォノンと基底状態

フォノン数 n_{pn} を定義する。フォノン数とは振動子のエネルギーが、1 量子 $\hbar\omega_{\mathrm{m}}$ を単位として基底状態よりもどれだけ大きいかを示す物理量であり、

$$n_{\mathrm{pn}} \equiv \langle \hat{b}^{\dagger}\hat{b}\rangle - \frac{1}{2} \tag{3.59}$$

と定義される。これは平均 2 乗変位量 $\langle x^2\rangle$ [m^2] を用いて

$$n_{\mathrm{pn}} = \frac{m\omega_{\mathrm{m}}}{\hbar}\langle x^2\rangle - \frac{1}{2} \tag{3.60}$$

とも書ける。厳密な基底状態では $\langle x^2\rangle = \hbar/2m\omega_{\mathrm{m}}$ なので $n_{\mathrm{pn}} = 0$ となる。

フォノン数は (3.60) のように変位量から求めることができるが、振動子の変位の要因は様々である。ここではフォノンを熱雑音起源の n_{th}、レーザー光の輻射圧揺らぎ起源の n_{rp}(以上 2 つが力の揺

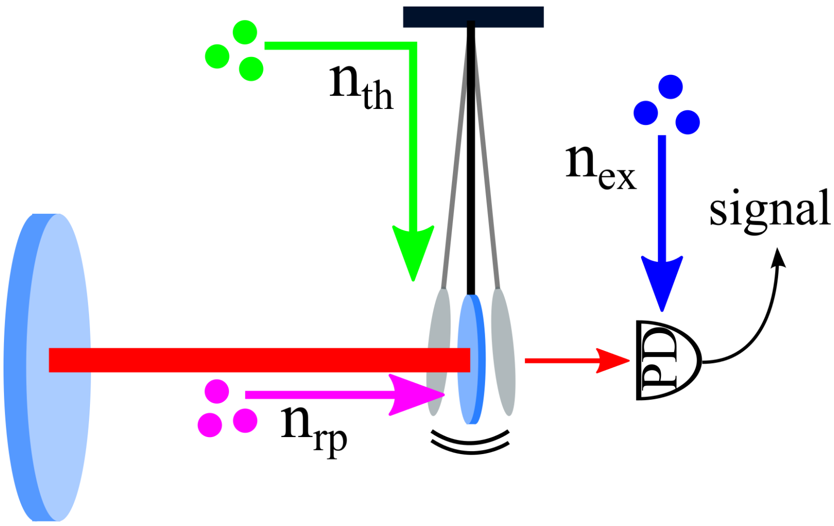

図 3.9　フォノン流入の描像

らぎから来る変位)、そして実際に振動子に力が加わって揺らいだわけではなく変位検出の際に雑音として混入してくる n_{ex} の 3 つに分け、

$$n_{\mathrm{pn}} = n_{\mathrm{th}} + n_{\mathrm{rp}} + n_{\mathrm{ex}} \tag{3.61}$$

とする。図 3.9 はそのイメージ図である。

オプトメカニクスでは慣習的に、$n_{\mathrm{pn}} < 1$ の状態を基底状態と呼ぶ [17]。したがって、少なくとも $n_{\mathrm{th}} < 1$ かつ $n_{\mathrm{rp}} < 1$ である必要がある。以下ではこの 2 つのフォノン数をいかにして 1 より小さくするかを議論する。

3.2.3　熱フォノン数

まず n_{th} について考える。エネルギー等分配則より、振動子のある 1 つのモードは $k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}/2$ の熱エネルギーをもつので

$$\frac{1}{2}m\omega_{\mathrm{m}}^2\langle x^2\rangle_{\mathrm{th}} = \frac{1}{2}k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}} \tag{3.62}$$

が成り立つ。すなわち

$$\langle x^2\rangle_{\mathrm{th}} = \frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}}{m\omega_{\mathrm{m}}^2} \tag{3.63}$$

である。一方でこの事実は、(3.56) を直接積分することによっても求めることができる。定義より

$$\langle x^2\rangle_{\mathrm{th}} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mathrm{x,th}}^{(2)}(\omega)\frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.64}$$

であり、これを計算すると

$$\begin{aligned}\langle x^2\rangle_{\mathrm{th}} &= \frac{4k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}\gamma_{\mathrm{m}}}{m}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_{\mathrm{m}}^2-\omega^2)^2+4\gamma_{\mathrm{m}}^2\omega^2}\frac{d\omega}{2\pi} \\ &= \frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}}{m\omega_{\mathrm{m}}^2}\end{aligned} \tag{3.65}$$

となる。またこの結果から、図 3.7 の積分値は散逸にかかわらず一定であり、Q 値は振動子のエネルギーがいかに共振周波数に集中しているかを表す物理量であるとも言える。

$\hbar\omega_{\mathrm{m}} \ll k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}$ の近似が成り立つ振動子においては基底状態の揺らぎは覆い隠され、(3.60) より

$$n_{\mathrm{th}} \simeq \frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}}{\hbar\omega_{\mathrm{m}}} \tag{3.66}$$

と書ける。つまり n_{th} は、熱的エネルギーと振動子の 1 量子エネルギーの比である。

次に n_{rp} を考えるが、その前にレーザー光の輻射圧による振動子の感受率変化、および n_{th} の変化について議論する。(3.37) から分かるように、光ばねの効果によって、振動子の実効的な共振角周波数 ω_{eff} と散逸 Γ_{eff}、そして感受率 χ_{eff} は

$$\begin{aligned}\omega_{\mathrm{eff}}^2 &= \omega_m^2 + \frac{K_{\mathrm{opt}}}{m} \\ \gamma_{\mathrm{eff}} &= \gamma_{\mathrm{m}} + \frac{\Gamma_{\mathrm{opt}}}{2m} \\ \chi_{\mathrm{eff}}(\omega) &= \frac{1}{m(\omega_{\mathrm{eff}}^2-\omega^2+2i\gamma_{\mathrm{eff}}\omega)}\end{aligned} \tag{3.67}$$

と変化する。

したがって熱雑音由来の平均 2 乗変位量は

$$\begin{aligned}\langle x^2\rangle_{\mathrm{th}} &= \frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}\gamma_{\mathrm{m}}}{m\omega_{\mathrm{eff}}^2\gamma_{\mathrm{eff}}} \\ &\equiv \frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{eff}}}{m\omega_{\mathrm{eff}}^2}\end{aligned} \tag{3.68}$$

となり、熱フォノン数は

$$n_{\mathrm{th,eff}} = \frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{eff}}}{\hbar\omega_{\mathrm{eff}}} \tag{3.69}$$

である。ここで実効温度は

$$T_{\mathrm{eff}} \equiv \frac{\gamma_{\mathrm{m}}}{\gamma_{\mathrm{eff}}}T_{\mathrm{th}} \tag{3.70}$$

と定義される。微視的なオプトメカニクス系の先行研究では、離調角周波数を $\delta < 0$ とし、高い共振器内光量をもって $\Gamma_{\mathrm{opt}} \gg m\gamma_{\mathrm{m}} > 0$ を達成、$\gamma_{\mathrm{eff}} \gg \gamma_{\mathrm{m}}$ を実現させて実効温度 T_{eff} を十分低減させることに成功している。このとき $K_{\mathrm{opt}} < 0$ となり反ばねの効果を生むが、いずれも振動子の共振周波数が MHz 以上と高いため $m\omega_{\mathrm{m}}^2 \gg -K_{\mathrm{opt}}$ となり系は安定なままである。

このレーザー冷却の特長は、熱雑音の力のスペクトル (3.55) を変化させずに感受率のみを変化させることで、振動子の変位量を低減、すなわち実効的な温度を下げることができる点である。振動子

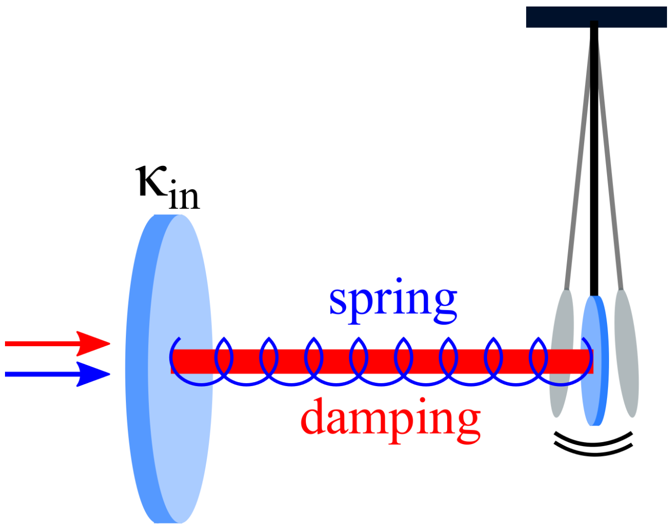

図 3.10　2 本のレーザー光を用いた正ばねと正散逸の両立

の共振周波数が $\omega_{\mathrm{eff}}/2\pi = 1$ MHz であった場合、$n_{\mathrm{th}} < 1$ を達成するにはおよそ $T_{\mathrm{eff}} < 50\ \mu$K が必要である。$T_{\mathrm{th}}$ を変化させる低温装置では到達するのが非常に難しい温度であるため、できるだけ Q 値の高い振動子を用いて γ_{m} を小さくしながら、レーザー光で振動子に大きな散逸 γ_{eff} を与えることでこの実効温度を実現する。

3.2.4　輻射圧フォノン数

続いて n_{rp} を考える。以下では機械的な復元力と比べて光ばねによる復元力が十分大きい ($k_{\mathrm{m}} \ll K_{\mathrm{opt}}$) ときを考える。(3.37) から、1 本の光ばねでは K_{opt} と Γ_{opt} の符号が逆であり、正のばね定数および正の散逸が両立せず系を安定に保つことができない。ただし離調周波数依存性が異なるため、2 本のレーザー光を用いることでその両立が可能となる [32]。

図 3.10 のように 2 種類の異なる周波数をもったレーザー光を入射した場合、力のスペクトルは (3.43) より

$$S_{\mathrm{f,qrp}}^{(2)}(\omega) = \frac{4\hbar\omega_{\mathrm{c}}\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa^3}\left(\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}}}\right)^2\left[\frac{P_{\mathrm{a}}}{(1+\delta_{\mathrm{a}}^2)^2} + \frac{P_{\mathrm{b}}}{(1+\delta_{\mathrm{b}}^2)^2}\right] \tag{3.71}$$

となり、量子輻射圧揺らぎによる平均 2 乗変位量は

$$\begin{aligned}\langle x^2\rangle_{\mathrm{rp}} &= \int_{-\infty}^{\infty} |\chi_{\mathrm{eff}}(\omega)|^2\, S_{\mathrm{f,qrp}}^{(2)}(\omega)\frac{d\omega}{2\pi} \\ &= \frac{\hbar\omega_{\mathrm{c}}\kappa_{\mathrm{in}}}{m^2\gamma_{\mathrm{eff}}\omega_{\mathrm{eff}}^2\kappa^3}\left(\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}}}\right)^2\left[\frac{P_{\mathrm{a}}}{(1+\delta_{\mathrm{a}}^2)^2} + \frac{P_{\mathrm{b}}}{(1+\delta_{\mathrm{b}}^2)^2}\right]\end{aligned} \tag{3.72}$$

と書ける。さらに (3.37) および (3.67) から

$$\gamma_{\mathrm{eff}} = -\frac{4\omega_{\mathrm{c}}\kappa_{\mathrm{in}}}{m\kappa^4}\left(\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}}}\right)^2\left[\frac{\delta_{\mathrm{a}}P_{\mathrm{a}}}{(1+\delta_{\mathrm{a}}^2)^3} + \frac{\delta_{\mathrm{b}}P_{\mathrm{b}}}{(1+\delta_{\mathrm{b}}^2)^3}\right] \tag{3.73}$$

を代入すれば、$\gamma_{\mathrm{eff}} > 0$ すなわち

$$\frac{\delta_{\mathrm{a}} P_{\mathrm{a}}}{(1+\delta_{\mathrm{a}}^2)^3} + \frac{\delta_{\mathrm{b}} P_{\mathrm{b}}}{(1+\delta_{\mathrm{b}}^2)^3} < 0 \tag{3.74}$$

を考慮するとフォノン数は

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{rp}} &= \frac{m\omega_{\mathrm{eff}}}{\hbar} \langle x^2 \rangle_{\mathrm{rp}} \\ &= -\frac{\kappa}{4\omega_{\mathrm{eff}}} \frac{\dfrac{P_{\mathrm{a}}}{(1+\delta_{\mathrm{a}}^2)^2} + \dfrac{P_{\mathrm{b}}}{(1+\delta_{\mathrm{b}}^2)^2}}{\dfrac{\delta_{\mathrm{a}} P_{\mathrm{a}}}{(1+\delta_{\mathrm{a}}^2)^3} + \dfrac{\delta_{\mathrm{b}} P_{\mathrm{b}}}{(1+\delta_{\mathrm{b}}^2)^3}} \\ &> \frac{\kappa}{4\omega_{\mathrm{eff}}} \end{aligned} \tag{3.75}$$

と分かる。つまり輻射圧によるフォノン数には下限値が存在し、今 $\omega \sim \omega_{\mathrm{eff}} \ll \kappa$ の近似のもとで議論しているので

$$n_{\mathrm{rp}} \gg 1 \tag{3.76}$$

である。したがって、いくら熱フォノン数を減らしても、安定な系を構築するためにレーザー光を 2 本用いるこの手法では輻射圧フォノン数が 1 より大きくなり、基底状態には到達できない。

3.3 遠隔光冷却

この節で、本論文の肝となる振動子の冷却手法を示す。

3.3.1 光ばねを利用したフィードバック冷却

レーザー光のみを用いる受動的な冷却手法は共振器の線幅が振動子の共振角周波数よりも十分小さいときは基底状態への冷却に有効である [33]。しかし逆の場合は前節で述べたように輻射圧フォノンに妨げられ基底状態への冷却は不可能である。そこで、能動的なフィードバック冷却を用いることを考える。

図 3.11 のように振動子の位置を測定し、位置変動に比例したフィードバック力を作用させることで振動子の揺れを抑制するのである [34, 35]。特に、ハイパスフィルターを経由させたフィードバック信号を用いることで、振動子の実ばね定数を変化させることなく大きな散逸 γ_{eff} を与えることができ、実効温度 T_{eff} を下げることができる。

ただし、この手法では冷却対象である鏡にアクチュエータを装着することになる。kg スケールの懸架鏡については鏡自体が大きいため問題なく取り付けられるが、我々の実験で用いるような mg 程度の鏡にアクチュエータを取り付けることは難しく、無理に取り付ければ Q 値の悪化、つまり γ_{m} の増大を招いてしまう。あるいはアクチュエータを取り付けずレーザー光の周波数にフィードバックを返す手法も考えられるが [36]、基底状態に到達するため周波数安定化を行うことを考慮すると、周波数へのフィードバックポートは残しておく必要がある。

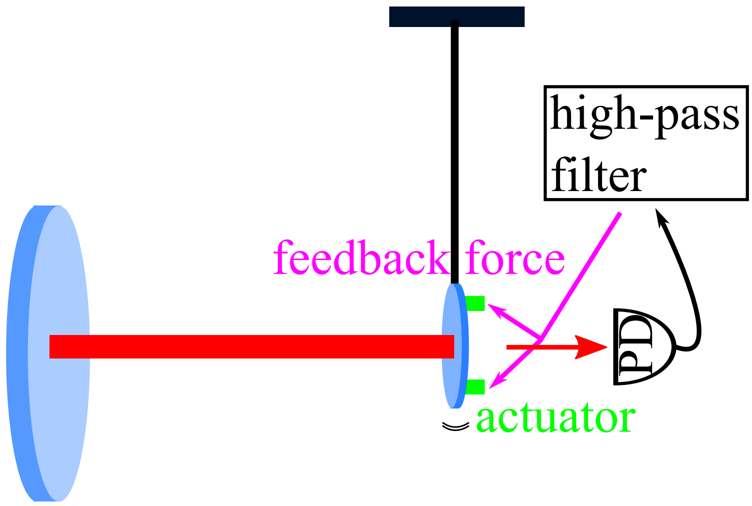

図 3.11 一般的なフィードバック冷却

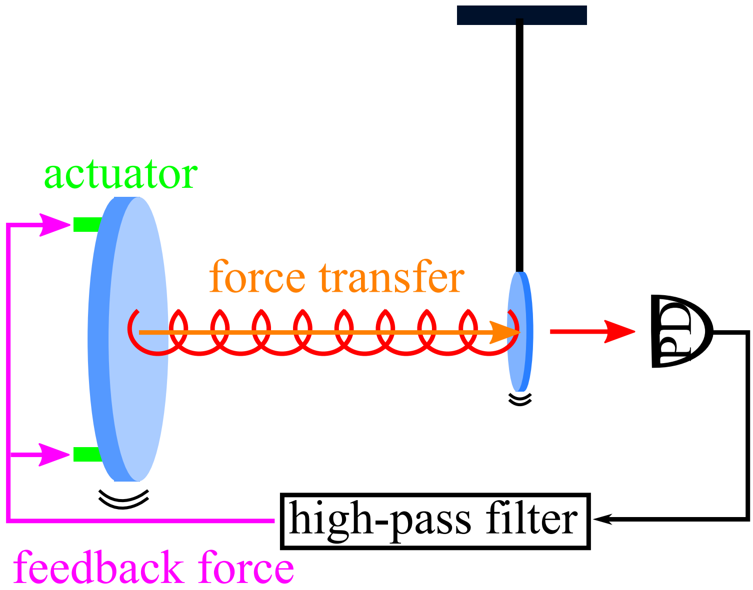

図 3.12 遠隔光冷却

そこで、図 3.12 のように冷却対象でない大きな鏡へフィードバックすることを考える [37]。離調した周波数をもつレーザー光を入射することで 2 枚の鏡は光ばねで結ばれるため、鏡間で力を伝達させることができる。したがって、大きな鏡および光ばねを介して、対象をリモートに冷却することが可能となる。これが遠隔光冷却であり、以下で定量的な議論を行う。

3.3.2 ランジュバン方程式

冷却対象である質量 m の軽い鏡と、アクチュエータのついた質量 M の重い鏡の運動方程式、および光子の消滅演算子の時間発展を考える。

それぞれの鏡の座標と機械光学系結合定数を x_i、$g_i(i=1,2$、1 が軽い鏡、2 が重い鏡) とし、共振角周波数および散逸をそれぞれ ω_m、ω_M および γ_m、γ_M とすると、各運動方程式と確率微分方程式の微小変動成分は

$$\begin{aligned} m\delta\ddot{x}_1 &= m(-2\gamma_\mathrm{m}\delta\dot{x}_1 - \omega_\mathrm{m}^2\delta x_1) + \hbar g_1(\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger + \bar{a}^*\delta\hat{a}) + \xi_1 \\ M\delta\ddot{x}_2 &= M(-2\gamma_\mathrm{M}\delta\dot{x}_2 - \omega_\mathrm{M}^2\delta x_2) + \hbar g_2(\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger + \bar{a}^*\delta\hat{a}) + \xi_2 - F_\mathrm{feed} \\ \delta\dot{\hat{a}} &= -(\kappa - i\Delta)\delta\hat{a} + i\bar{a}(g_1\delta x_1 + g_2\delta x_2) + \sum_l \sqrt{2\kappa_l}\delta\hat{A}_l \end{aligned} \tag{3.77}$$

と書ける [30]。なおここでの離調角周波数は

$$\Delta \equiv \omega_\mathrm{L} - \omega_0 + g_1\bar{x}_1 + g_2\bar{x}_2 \tag{3.78}$$

と定義されている。この連立方程式が、本実験系のランジュバン方程式となる。ξ_i はブラウン運動によって生じる熱揺動力であり、熱雑音の起源となる。その自己相関関数は

$$\langle\xi_i(t)\xi_j(t')\rangle = \delta_{ij}\int_{-\infty}^{\infty} 2\hbar\omega\gamma_\mathrm{m}\left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_\mathrm{B}T_\mathrm{th}}\right)+1\right]\exp[i\omega(t-t')]\frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.79}$$

である。また F_feed はフィードバック力である。

これをフーリエ変換 (3.30) すると、振動子の感受率 (3.52) および共振器の感受率 (3.32) を用いて

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= \chi_\mathrm{m}(\omega)\left[\hbar g_1(\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger + \bar{a}^*\delta\hat{a}) + \xi_1\right] \\ \delta x_2 &= \chi_\mathrm{M}(\omega)\left[\hbar g_2(\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger + \bar{a}^*\delta\hat{a}) + \xi_2 - F_\mathrm{feed}\right] \\ \delta\hat{a} &= \chi_\mathrm{c}(\omega)\left[i\bar{a}(g_1\delta x_1 + g_2\delta x_2) + \sum_l\sqrt{2\kappa_l}\delta\hat{A}_l\right] \end{aligned} \tag{3.80}$$

と書き直せる。

フィードバック力の大きさは、周波数空間において共振器長変動に比例する。つまり共振器の共振角周波数変動に比例するとも言えるので、$\Lambda(\omega)$ [N/Hz] を比例定数として

$$F_\mathrm{feed}(\omega) = (g_1\delta x_1 + g_2\delta x_2)\Lambda(\omega) \tag{3.81}$$

となる。このフィードバック力のもと、(3.80) を解いて軽い鏡の変位スペクトル $S_{\mathrm{x},1}(\omega)$(以下のスペクトルは全て両側スペクトルを考え、(2) は省略する) を計算すると

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{x},1}(\omega) &= |\chi_\mathrm{eff}(\omega)|^2\left[S_{\mathrm{th},1} + S_{\mathrm{rp},1} + S_{\mathrm{th},2}(\omega) + S_{\mathrm{rp},2}(\omega)\right] \\ S_{\mathrm{th},1} &= 4k_\mathrm{B}T_\mathrm{th}\gamma_\mathrm{m}m \\ S_{\mathrm{rp},1} &= \frac{4\hbar\omega_\mathrm{c}\kappa_\mathrm{in}}{\kappa^3}\left(\frac{g_1}{\omega_\mathrm{c}}\right)^2\frac{P_\mathrm{in}}{(1+\delta^2)^2} \\ S_{\mathrm{th},2}(\omega) &= \left|\frac{\chi_\mathrm{M}(\omega)K_2(\omega)}{1+\chi_\mathrm{M}(\omega)[K_2(\omega)+g_2\Lambda(\omega)]}\right|^2\left(\frac{g_1}{g_2}\right)^2\frac{\gamma_\mathrm{M}M}{\gamma_\mathrm{m}m}S_{\mathrm{th},1} \\ S_{\mathrm{rp},2}(\omega) &= \left|\frac{\chi_\mathrm{M}(\omega)K_2(\omega)}{1+\chi_\mathrm{M}(\omega)[K_2(\omega)+g_2\Lambda(\omega)]}\right|^2 S_{\mathrm{rp},1} \end{aligned} \tag{3.82}$$

である。ここで、実効的な感受率 $\chi_{\mathrm{eff}}(\omega)$ は

$$\frac{1}{\chi_{\mathrm{eff}}(\omega)} = \frac{1}{\chi_{\mathrm{m}}(\omega)} + \frac{K_1(\omega)}{1+\chi_{\mathrm{M}}(\omega)[K_2(\omega)+g_2\Lambda(\omega)]} \tag{3.83}$$

と書ける。また $S_{\mathrm{th},1}$、$S_{\mathrm{rp},1}$ は (3.55)、(3.43) と同じく軽い鏡に加わる熱雑音および量子輻射圧揺らぎであり、$S_{\mathrm{th},2}$、$S_{\mathrm{rp},2}$ はフィードバックに伴い重い鏡に加わる熱雑音および輻射圧揺らぎが光ばねを通じて伝達し、軽い鏡を揺らしてしまう効果である。そして

$$K_i(\omega) = 2\hbar g_i^2|\bar{a}|^2\frac{\Delta}{(\kappa+i\omega)^2+\Delta^2} \tag{3.84}$$

は (3.36) と同じく複素ばね定数である。

ここで、測定可能な量は軽い鏡の変位 $S_{\mathrm{x},1}$ ではなく共振器長変動であることに注意する必要がある。つまり、重い鏡の熱雑音による変位 $S_{\mathrm{x,th2}}$ が軽い鏡の熱雑音による変位 $S_{\mathrm{x,th1}}$ よりも十分小さくなければばならない。その比は

$$\sqrt{\frac{S_{\mathrm{th},2}}{S_{\mathrm{th},1}}} \sim \sqrt{\frac{\gamma_{\mathrm{M}}m}{\gamma_{\mathrm{m}}M}} \tag{3.85}$$

となる。基本的にアクチュエータを取り付けることで重い鏡での散逸は大きくなってしまうため、$S_{\mathrm{th},2} \ll S_{\mathrm{th},1}$ を実現するためにはその比率以上に重い鏡の質量を大きくする必要がある。

周波数変動をフィードバック力に線形に変換するフィルター $\Lambda(\omega)$ の周波数依存性は、ハイパスフィルターである。理想的には $\Lambda(\omega) \propto i\omega$ として全ての周波数帯で振動子の散逸を増加させたいところであるが、実際には共振周波数より十分大きな周波数にカットオフを持つハイパスフィルターを用いればよく、定数 ι、カットオフ角周波数 ω_{cut} を用いて

$$\Lambda(\omega) = \iota\frac{i\omega}{1+\omega/\omega_{\mathrm{cut}}} \tag{3.86}$$

とおける。

3.3.3 目標感度

(3.82) で示した軽い鏡の片側変位スペクトルの平方根 $\sqrt{2S_{\mathrm{x},1}(\omega)}$ を、フィルターゲイン ι を変化させながらプロットすると図 3.13 のようになる。

凡例は各々の場合の総フォノン数である。600 Hz から 1500 Hz までのスペクトルを積分して算出した。用いたパラメータは表 3.1 に示した通りである。

ただし熱雑音は、散逸に周波数依存性のある structure モデルを仮定し、

$$\gamma_{\mathrm{m}}(\omega) = \frac{\omega_{\mathrm{m}}^2}{2Q_{\mathrm{m}}\omega} \tag{3.87}$$

などとした。経験的に振り子の熱雑音は、散逸に周波数依存性のない viscous モデルではなく structure モデルに従う [31]。

目標感度を描いた図では、$Q_{\mathrm{eff}}=1$ となる程度までしかピークを潰していない。これは $Q_{\mathrm{eff}}>1$ を保ったまま $n_{\mathrm{pn}}<1$ とすることが重要なためである。次の節でその根拠を述べる。

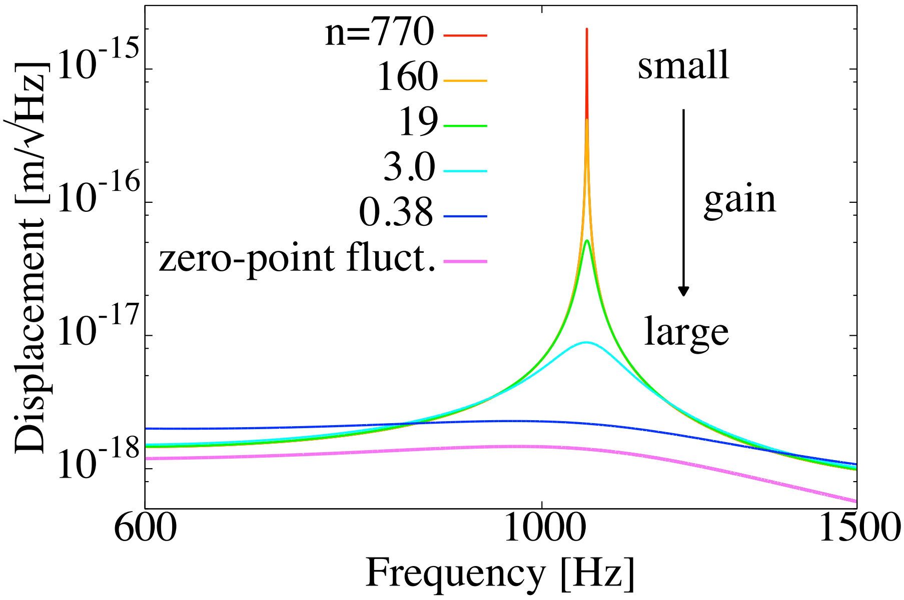

図 3.13　目標感度

レーザー光波長 $\lambda = 1064$ nm	軽い鏡の質量 $m = 5$ mg
入射光量 $P_{\mathrm{in}} = 30$ mW	共振周波数 $\omega_{\mathrm{m}}/2\pi = 2$ Hz
共振器周回長 $L = 9$ cm	Q 値 $Q_{\mathrm{m}} = 10^6$
フィネス $\mathcal{F} = 3000$	重い鏡の質量 $M = 100$ g
線幅 $\kappa/2\pi = 0.56$ MHz	共振周波数 $\omega_{\mathrm{M}}/2\pi = 2$ Hz
離調周波数 $\Delta = 2\kappa$	Q 値 $Q_{\mathrm{M}} = 10^2$
入射鏡損失 $\kappa_{\mathrm{in}} = \kappa/2$	カットオフ周波数 $\omega_{\mathrm{cut}}/2\pi = 33$ kHz

表 3.1　パラメーター一覧

3.4　熱的デコヒーレンスの低減

振動子を基底状態まで冷却したとしても、基底状態のまま、すなわち $n_{\mathrm{pn}} < 1$ を保持したまま 1 回以上振動しなければ第 2 章で述べた実験に活かすことはできない。振動のコヒーレンスを壊す原因はやはり振り子の熱雑音であり、熱フォノン n_{th} が熱浴から混入することで熱的デコヒーレンスが引き起こされる。本節では熱的デコヒーレンスの低減手法に関して述べる。なお、簡単のため熱雑音は散逸が速度に比例し周波数依存性のない viscous モデルに従うとする。

3.4.1 fQ 条件

光子場が存在せず $T_{\rm th} = 300$ K の熱浴のみと機械振動子が相互作用するとき、振動子のフォノン数の時間発展 $n_{\rm pn}(t)$ は

$$\dot{n}_{\rm pn} = -2\gamma_{\rm m}(n_{\rm pn} - n_{\rm th}) \tag{3.88}$$

と書ける。したがって、フォノン数は平衡状態に達するまで $n_{\rm th}$ に exp で漸近していく。ここで $n_{\rm pn}(t=0) = 0$ の時を考えると

$$\dot{n}_{\rm pn}|_{t=0} = 2\gamma_{\rm m} n_{\rm th} \tag{3.89}$$

となるが、振動子の 1 周期が経過した後のフォノン数の増加量

$$\begin{aligned} n_+ &= \frac{\dot{n}_{\rm pn}|_{t=0}}{\omega_{\rm m}} \\ &= \frac{n_{\rm th}}{Q_{\rm m}} \end{aligned} \tag{3.90}$$

が 1 を超えなければ、1 周期の時間は基底状態を保つ。これは言い換えると、フォノン数が 1 増加するまでの振動子の周期数 $n_{\rm osc}$ が

$$\begin{aligned} n_{\rm osc} &= \frac{1}{n_+} \\ &= \frac{Q_{\rm m}}{n_{\rm th}} > 1 \end{aligned} \tag{3.91}$$

を満たせば、基底状態での振動が 1 回以上保たれるということである。(3.66) を代入すると、

$$f_{\rm m} \cdot Q_{\rm m} \frac{h}{k_{\rm B} T_{\rm th}} > 1 \tag{3.92}$$

という条件となる ($f_{\rm m} = \omega_{\rm m}/2\pi$)。つまり、常温下 $T_{\rm th} = 300$ K のとき

$$f_{\rm m} \cdot Q_{\rm m} > 6 \times 10^{12} \tag{3.93}$$

を達成すれば、常温下で基底状態まで振動子を冷却する意義ができる。

3.4.2 光ばねによる fQ 条件の緩和

続いて、光ばねで振動子の共振周波数を大きくした場合を考える。新たに光子場とも結合したことで、フォノン数の時間発展 (3.88) は

$$\dot{n}_{\rm pn} = -2\gamma_{\rm m}(n_{\rm pn} - n_{\rm th}) - 2\gamma_{\rm eff}[n_{\rm pn} - N(\omega_{\rm c})] \tag{3.94}$$

と変化する。ただし $N(\omega_{\rm c})$ は (3.39) で出てきたように熱的に励起される光子数であり、0 としてよい。

同様に $n_{\mathrm{pn}}(t=0)=0$ とすると、(3.69) を用いれば

$$n_{\mathrm{osc}}=\frac{Q_{\mathrm{eff}}}{n_{\mathrm{th,eff}}} \tag{3.95}$$

である。したがって前節で述べたように、$n_{\mathrm{th,eff}}\sim 1$ を達成したとき同時に $Q_{\mathrm{eff}}>1$ であることが必要である。結局、基底状態まで冷却された時の実効的な Q 値というのは n_{osc} と同じく基底状態でのコヒーレントな振動回数を表している。

また $n_{\mathrm{osc}}>1$ の条件は

$$f_{\mathrm{m}}\cdot Q_{\mathrm{m}}\left(\frac{\omega_{\mathrm{eff}}}{\omega_{\mathrm{m}}}\right)^2\frac{h}{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}}>1 \tag{3.96}$$

と変化する。すなわち fQ 条件は

$$f_{\mathrm{m}}\cdot Q_{\mathrm{m}}>6\times 10^{12}\ \left(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{eff}}}\right)^2 \tag{3.97}$$

のように、元の共振周波数と実効的な共振周波数の比の 2 乗で緩和される [38]。

n_{osc} を直接測定することは難しいが、振動子の冷却をオフにしてからの平均 2 乗変位量の時間変化を見ることで n_+ を測定することは可能である。具体的には

$$n_+=\frac{6\times 10^{12}}{f_{\mathrm{m}}\cdot Q_{\mathrm{m}}}\left(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{eff}}}\right)^2 \tag{3.98}$$

となる。この熱的デコヒーレンス n_+ を様々な共振周波数で測定することができれば、光ポテンシャルによる熱的デコヒーレンスの低減を実証できる。

第 4 章

実験装置と測定手法

本章では、具体的な実験セットアップおよび測定手法について述べる [39]。

4.1 概観

図 4.1 が装置全体の写真、図 4.2 が簡単な概念図である。

右側の黄枠で囲まれた光学定盤 (4.3 節) にレーザーや AOM、レンズ等の光学部品が配置されている。その左側の緑枠で囲まれた真空槽内 (4.4 節) にはアラインメント調整のためのピコモータ付き鏡と、レーザー光の強度安定化用 PD が置かれている。そして紫枠で囲まれた真空槽内 (4.2 節) には、防振スタックに設置された三角光共振器がある。この真空槽内には赤外線 CCD カメラが入っており、光共振器周辺をモニターしている。以下で各セットアップについて詳細に述べていく。

4.2 三角共振器

図 4.3 は三角共振器の入った主真空槽内の写真、図 4.4 はその構成である。

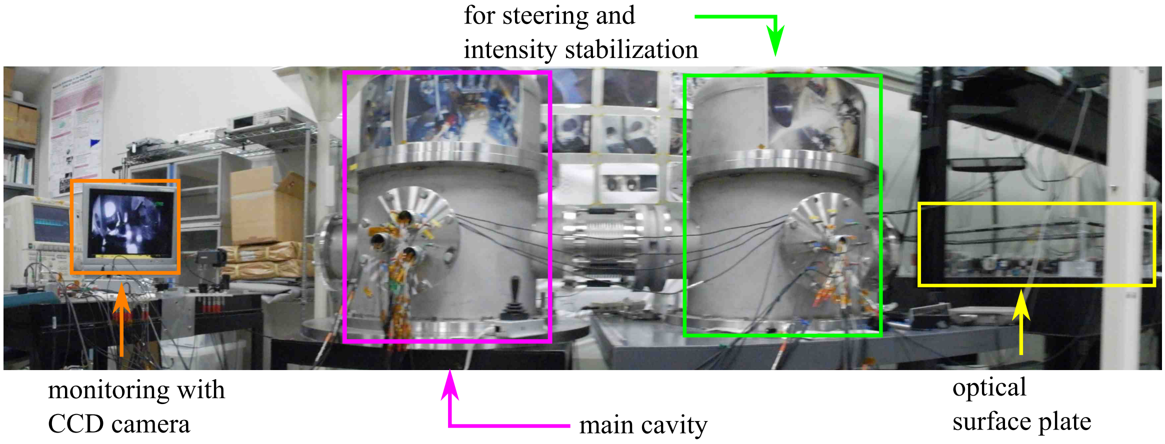

図 4.1 装置全体の写真

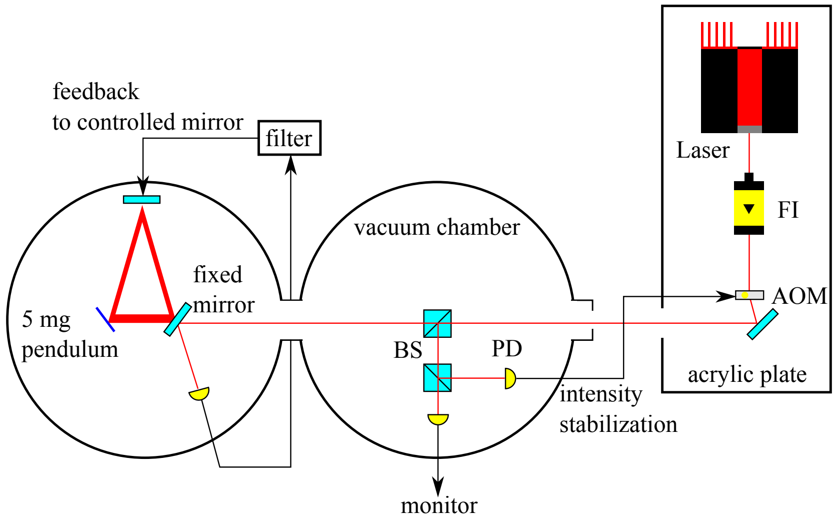

図 4.2　装置全体の構成

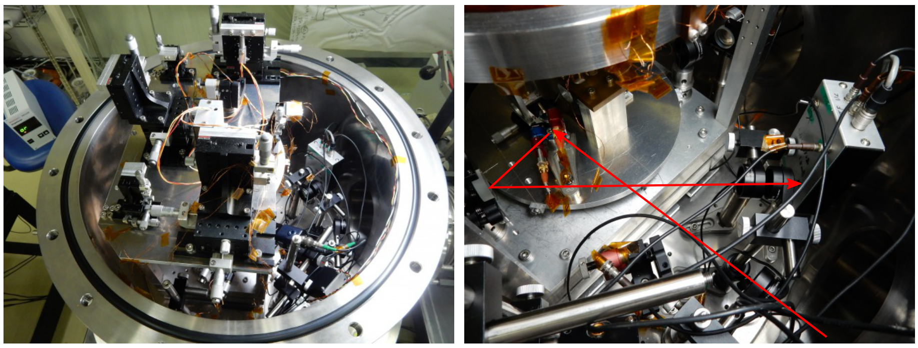

図 4.3　主真空槽内の写真

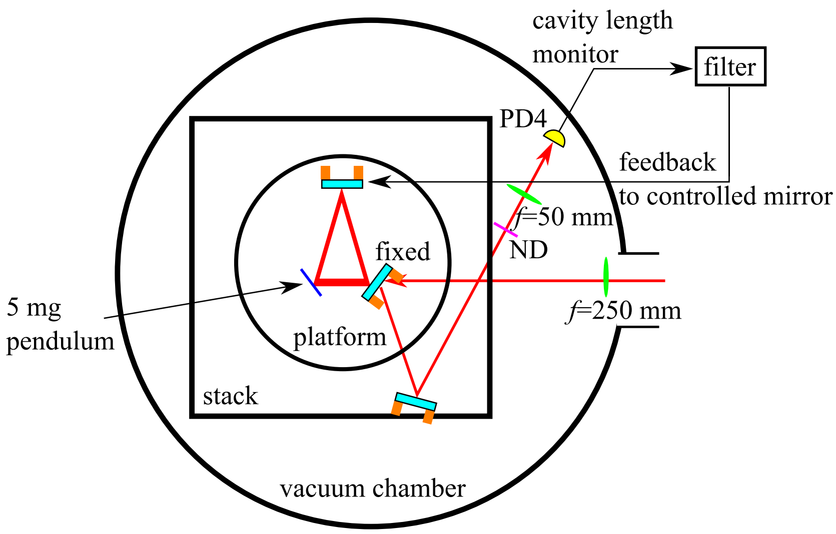

図 4.4　主真空槽内の構成

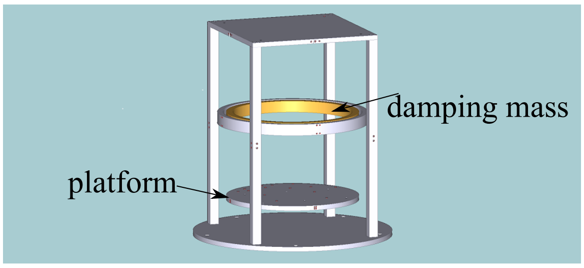

図 4.5　中段ダンピングマスとプラットフォームの構成

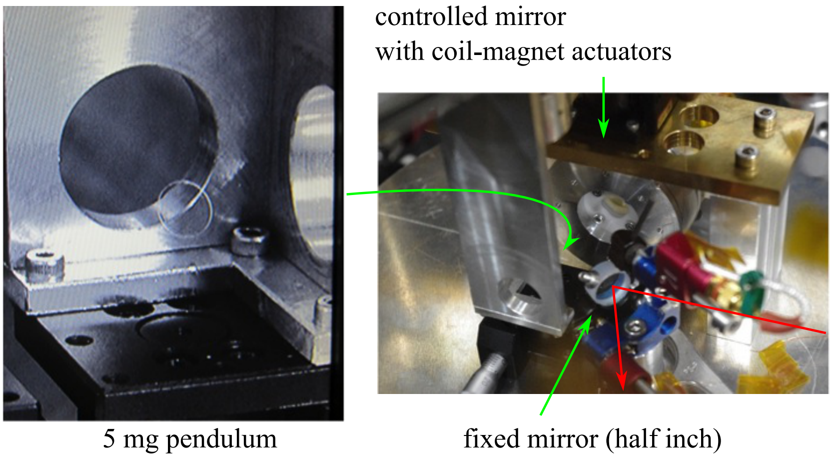

図 4.6　三角共振器の拡大写真

この真空槽に本実験の要である三角光共振器が入っており、その一端が冷却対象となる 5 mg の懸架鏡である。共振器が三角形となっているのは光ねじればねで懸架鏡を束縛するためである [40]。従来の小さな懸架鏡を一端とする Fabry-Perot 共振器では鏡の回転方向の不安定性と熱雑音のトレードオフが問題となっていたが [41, 42]、松本氏の三角共振器を用いるアイデアによりこのトレードオフは解消された。

共振器は、2 段のスタックで縦防振され、図 4.5 のように中段ダンピングマスで 2 段振り子となったプラットフォーム上に構成されている。この防振系および光ばねで懸架鏡を束縛し共振周波数を高くすることで、典型的な地面振動のスペクトル

$$\begin{cases} S_{\mathrm{x,se}}(f < 1\ \mathrm{Hz}) \sim 10^{-7}\ \mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \\ S_{\mathrm{x,se}}(f > 1\ \mathrm{Hz}) \sim 10^{-7}/f^2\ \mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \end{cases} \tag{4.1}$$

による雑音は 1 Hz 以上の高周波でさらに 4 桁程度低減される。

また、懸架鏡の位置変動は共振器からの反射光を測定することで読み取る。その信号をフィルタ回路を経由してコイルマグネットアクチュエータのついた可動鏡 (100 g) にフィードバックすることで、共振器長を制御する。三角共振器部分の拡大写真が図 4.6 であり、特に 5 mg の懸架鏡を拡大した写真が図 4.7 である [43]。

冷却対象の質量を 5 mg と軽くすることで、光ばねによる束縛を強力にする。また、タングステン

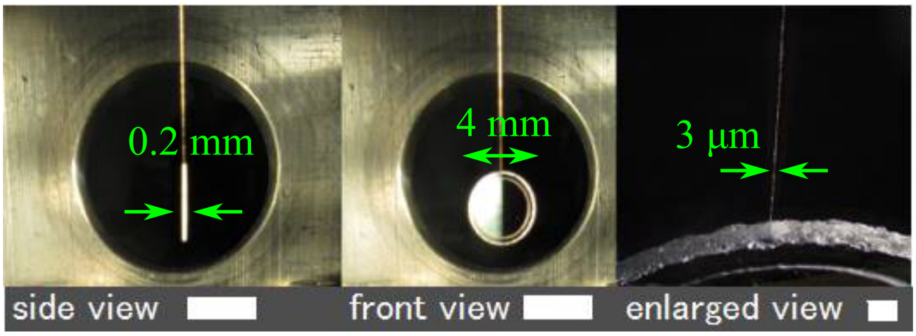

図 4.7　5 mg 懸架鏡の拡大写真

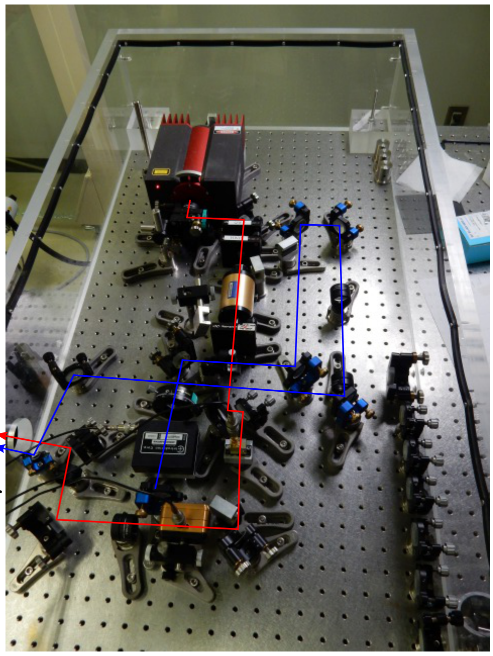

図 4.8　光学定盤の写真

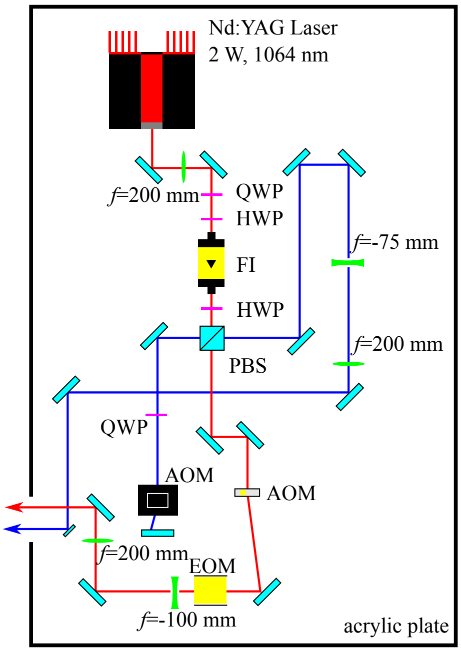

図 4.9　光学定盤の構成

製の懸架線を 3 μm と細くすることで、熱浴との相互作用を小さくし熱雑音の導入を抑制する。そして可動鏡の質量は 100 g と冷却対象の鏡と比較して非常に重く、可動鏡由来の熱雑音変位 $S_{\mathrm{th},2}(\omega)$ を 5 mg 鏡の熱雑音変位 $S_{\mathrm{th},1}$ よりも小さくできると考えられる。

共振器長の設計値は 9 cm である。可動鏡を頂角とした底辺 2 cm、斜辺 3.5 cm の二等辺三角形であり、懸架鏡の反射角は $\beta = 36.7°$ である。

4.3　入射光学系

図 4.8 は光学定盤の写真、図 4.9 はその構成である。光学定盤は、音や空気揺らぎの影響を小さくするためにアクリル板で覆われている。

用いたレーザーは Nd:YAG レーザーである。その最大出力は 2 W、中心波長は 1064 nm である。

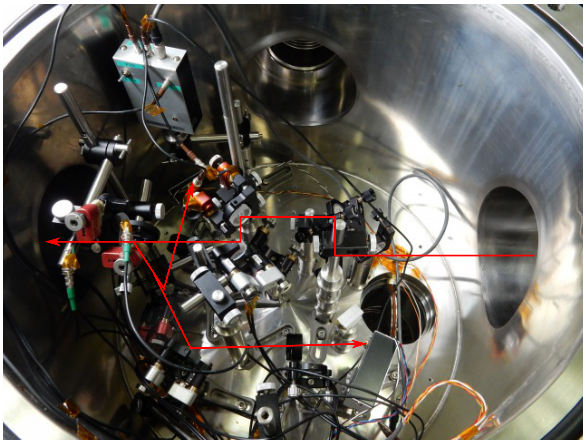

図 4.10　補助真空槽の写真

このレーザー光を凸レンズでコリメートし、1/4 波長板 (QWP) および 1/2 波長板 (HWP) で偏光を調整してファラデーアイソレータ (FI) に入射する。FI は、戻り光を防ぐために偏光板が搭載された、順方向の光のみを透過する素子である。

続いて、再び HWP により偏光を調整されたレーザー光は偏光ビームスプリッタ (PBS) に入射する。PBS は p 偏光を透過し s 偏光を反射するビームスプリッタである。

透過した p 偏光の光は音響光学素子 (AOM)、電気光学素子 (EOM) を経由し、2 枚のレンズでほぼ平行光にされ真空槽へ向かう。AOM は光に強度変調をかけられる素子である。AOM 内の結晶に超音波を流すことでレーザー光を一部回折させ、超音波の周波数分だけレーザー光の周波数を変調させる。本実験では p 偏光の光に 80 MHz の変調をかけた。この強度変調は、レーザー光の強度安定化のためのものである。また、EOM は光に位相変調をかけられる素子である。EOM 内の結晶の屈折率が振動すると、透過したレーザー光に特定の周波数成分をもったサイドバンドが立つ。本実験では 15 MHz の変調をかけられるようになっている。

4.4　強度安定化系

図 4.10 は強度安定化系の入った補助真空槽内の写真、図 4.11 はその構成である。

レーザー光はビームスプリッタ (BS) を経由し半分は三角光共振器へ向かう。もう半分の光はさらに BS で二分され、1 つはその強度変動を PD1 で読み取り AOM ドライバへフィードバックすることで強度安定化を行うために用いられる。もう 1 つは制御ループ外で強度安定度を測定するための光である。

共振器へ入射する直前の 2 つのミラー、および PD へ入射する直前のミラーにはピコモータが取り付けられている。これは、真空に引いた後でも真空槽の外から鏡のアラインメントを調整可能にするためである。

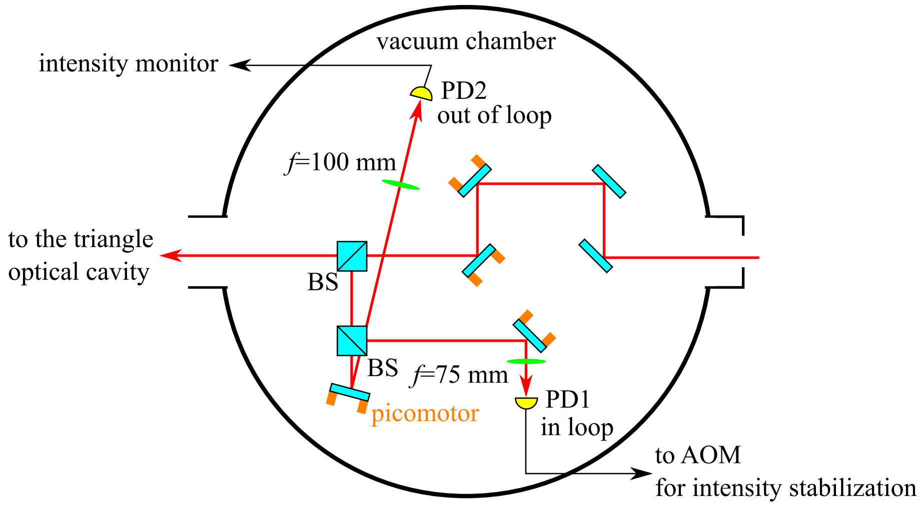

図 4.11　補助真空槽の構成

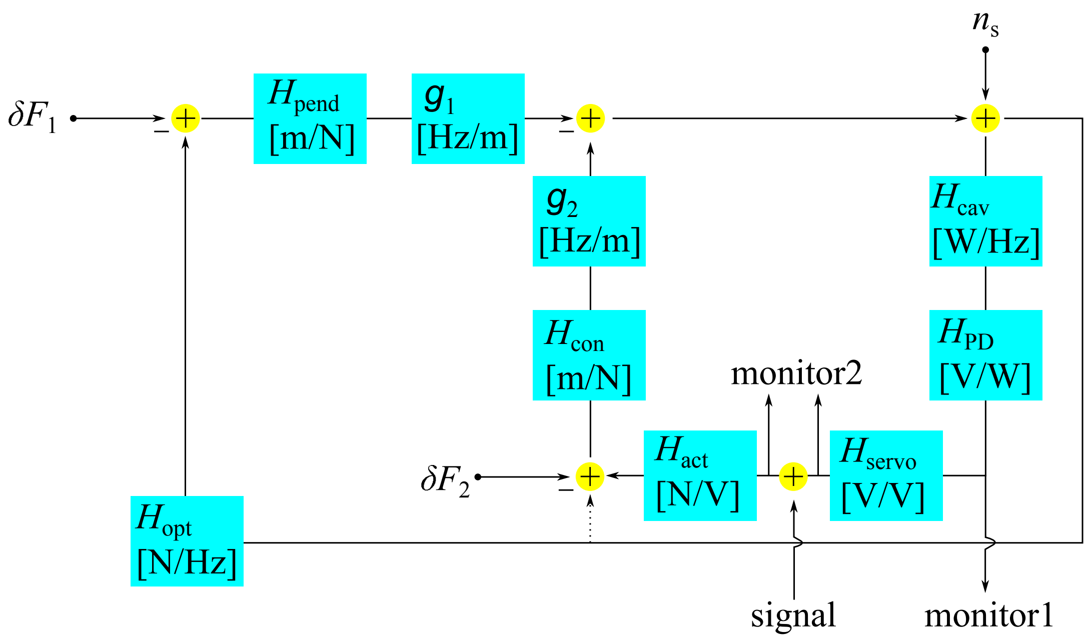

図 4.12　本実験のブロックダイヤグラム

4.5　フィードバック系

5 mg 鏡を光ばねで束縛するとともに、共振器長の位置変動を可動鏡のアクチュエータへフィードバックすることで鏡の振動を抑えフォノン数を小さくする。フィードバック系のブロックダイヤグラムは図 4.12 のようになる。

各伝達関数を次元とともに H で示した。これらは全て、入力 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ と出力

$y(t)$ のフーリエ変換 $Y(\omega)$ を

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \tag{4.2}$$

で結ぶ、線形応答する系となっている。

H_{pend} および H_{con} はそれぞれ 5 mg 鏡、可動鏡の機械的な感受率である。力の揺らぎ δF_1、δF_2 がそれぞれ加わるとその大きさに応じて変位し、機械光学系結合定数 g_1、g_2 に応じて光共振器の共振周波数が変動する。これが H_{cav} により反射光量の変動となり、PD の伝達関数 H_{PD} で電圧信号に変換される。電圧信号はフィルタ回路 H_{servo} を経由してコイルに流れる電流となり、100 g 可動鏡に接着された磁石に力を加え、可動鏡を変位させることで共振器長を制御する。フィードバック電圧に対する、可動鏡に加える力の大きさがアクチュエータ効率 H_{act} である。

ただし実際には、共振器長を制御するといっても可動鏡より 5 mg 懸架鏡の方が十分変位量は大きいため、可動鏡を経由した懸架鏡の変位を制御することになる。特に、本実験における遠隔光冷却の利点はそこにある。また、冷却時は共振周波数を変化させず共振点付近での変位量を小さくするため、感受率の散逸項を大きくする必要がある。したがって、フィルタ回路は信号の位相を 90° 進めるハイパスフィルタとなるのである。

以上で述べた制御ループは電気回路によるものであったが、本実験系にはもうひとつ光ばねによるループが存在する。光ばねのばね定数は H_{opt} で表した。これは主に懸架鏡の揺らぎに対するフィードバックとして働く。点線で示したような可動鏡へのフィードバックも存在するが、懸架鏡へのフィードバックと比較するとその質量比 2×10^4 だけ小さいため無視してよい。

なお、δF_1 を十分な精度で測定できれば共振ピークを完全に潰すことが可能であるが、他の雑音が混入する場合にはその限りではない。例えば図に $\mathrm{n_s}$ として示したような、実際に共振器長が変動したわけではないがあたかも変動したかのように見えるセンシング雑音が該当する。具体的にはレーザー光の周波数雑音や散射雑音であり、これが 3.2.2 節で言及したフォノン数 n_{ex} の起源でもある。

4.6　測定と伝達関数

測定は、補助真空槽内で強度安定化されたレーザー光を用いて行う。主に測定するのは、図 4.12 で monitor1 として示したエラー信号である。この信号から懸架鏡の変位量を求めるためには、電圧信号を変位信号に較正するための各伝達関数の大きさを求める必要がある。共振器長の変動がほぼ懸架鏡によるものだと見なせるとき、得られた電圧スペクトルを $\sqrt{S_{\mathrm{v}}(\omega)}$ [V/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$] とすると変位スペクトルは

$$\sqrt{S_{\mathrm{x},1}(\omega)} = \frac{\sqrt{S_{\mathrm{v}}(\omega)}}{g_1 H_{\mathrm{cav}} H_{\mathrm{PD}}} \tag{4.3}$$

である。

まず H_{PD} は、量子効率 ρ_{PD} [A/W] と用いる抵抗 R_{PD} [Ω] から

$$H_{\mathrm{PD}} = -\rho_{\mathrm{PD}} R_{\mathrm{PD}} \ [\mathrm{V/W}] \tag{4.4}$$

と求められる。また (3.15) から

$$H_{\rm cav} = \frac{dP_{\rm ref}}{d\Delta} = \frac{8P_{\rm in}\kappa_{\rm in}}{\kappa^2}\left(1-\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right)\frac{\delta}{(1+\delta^2)^2}\ [\mathrm{W/Hz}] \tag{4.5}$$

であるが、光ばねによる共振周波数が機械的な共振周波数よりも十分高い ($\omega_{\rm eff} \gg \omega_{\rm m}$) とき (3.4)、(3.20)、(3.37)、(3.67) より

$$g_1 H_{\rm cav} = \frac{\pi c m}{\mathcal{F}\cos\beta}\left(1-\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right)\omega_{\rm eff}^2 \tag{4.6}$$

と表すことができる。ただし、共振器の線幅 (およそ 1 MHz) と比較してレーザー光の周波数 (およそ 300 THz) は非常に大きいので $\omega_{\rm c}/\omega_0 = 1$ とした。この較正手法の利点は、共振器の離調角周波数を求める必要がないところである。共振器が共振状態にあるとき、ビームスポットがわずかに中心からずれると懸架鏡がねじれてモードマッチ率が変化するため、離調角周波数を正確に測定することは困難となるが、この較正係数は共振器のモードマッチ率変化に伴う実効的な入射光量の変動まで考慮された、誤差の小さいものである。

以上から

$$\sqrt{S_{\rm v}(\omega)} = \sqrt{S_{{\rm x},1}(\omega)}\frac{\pi c m}{\mathcal{F}\cos\beta}\left(1-\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right)\omega_{\rm eff}^2 \rho_{\rm PD} R_{\rm PD} \tag{4.7}$$

と較正すれば良いことがわかる。PD のデータシートより量子効率 $\rho_{\rm PD}$ が、PD の回路で用いる抵抗値から $R_{\rm PD}$ が求められる。したがって、あらかじめ測定しておくべき物理量は共振器のフィネス $\mathcal{F}$、5 mg 懸架鏡の反射角 β、線幅に対する入射鏡での損失の比率 $\kappa_{\rm in}/\kappa$ である。

まず、$\mathcal{F}$ および $\kappa_{\rm in}/\kappa$ は共振器を共振状態に保たずに懸架鏡を自由に振動させたときの反射光量を測定することで求めることができる。光が共振器を 1 周するときの位相変化を ϕ とすると

$$\phi = \frac{L\omega}{c} \tag{4.8}$$

であり、レーザー光の入射電場 $E_{\rm in}$ と反射電場 $E_{\rm ref}$ には

$$E_{\rm ref} = E_{\rm in}(-r_{\rm in}) + E_{\rm in}t_{\rm in}^2 r_{\rm ot}\exp(-i\phi)\sum_{n=0}^{\infty}\left[r_{\rm in}r_{\rm ot}\exp(-i\phi)\right]^n = E_{\rm in}\left[-r_{\rm in} + \frac{t_{\rm in}^2 r_{\rm ot}\exp(-i\phi)}{1-r_{\rm in}r_{\rm ot}\exp(-i\phi)}\right] \tag{4.9}$$

の関係がある。$r_{\rm in}$、$t_{\rm in}$ は入射鏡の反射率振幅、透過率振幅であり、$r_{\rm in}^2 + t_{\rm in}^2 = 1$ とする。$r_{\rm ot}$、$t_{\rm ot}$ はその他の鏡による反射率振幅、透過率振幅である。これを反射光量 $P_{\rm ref} = |E_{\rm ref}|^2$ と入射光量 $P_{\rm in} = |E_{\rm in}|^2$ の関係式に直すと

$$\frac{P_{\rm ref}}{P_{\rm in}} = 1 - \frac{(1-r_{\rm in}r_{\rm ot})^2 - (r_{\rm in}-r_{\rm ot})^2}{(1-r_{\rm in}r_{\rm ot})^2 + 4r_{\rm in}r_{\rm ot}\sin^2(\phi/2)} \tag{4.10}$$

となる。共振条件は $\phi = 2\pi N$(N は整数) である。

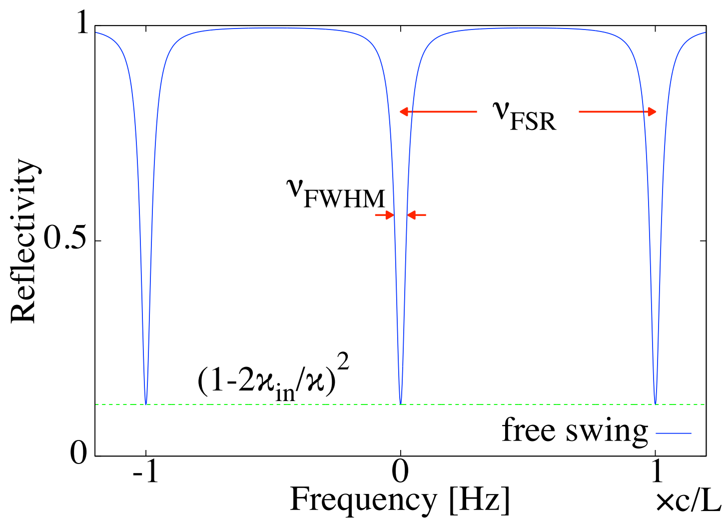

図 4.13　自由振動時の反射光量変化

特に $\phi \ll 1$、すなわち共振器の共振周波数からのずれが FSR と比べて十分小さいときは sin の展開ができ、(3.15) のようにローレンチアンの依存性となる。またこの近似が成り立つとき、共振ピークの半値全幅 $\nu_{\mathrm{FWHM}} = 2 \times \kappa/2\pi$、および FSR との比率であるフィネスは

$$
\nu_{\mathrm{FWHM}} = \frac{c(1 - r_{\mathrm{in}} r_{\mathrm{ot}})}{\pi L \sqrt{r_{\mathrm{in}} r_{\mathrm{ot}}}}
$$
$$
\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_{\mathrm{in}} r_{\mathrm{ot}}}}{1 - r_{\mathrm{in}} r_{\mathrm{ot}}} \tag{4.11}
$$

と表記できる。なお $r_{\mathrm{ot}}^2 + t_{\mathrm{ot}}^2 = 1$ および $t_{\mathrm{in}}, t_{\mathrm{ot}} \ll 1$ を仮定すればフィネスは

$$
\mathcal{F} = \frac{2\pi}{t_{\mathrm{in}}^2 + t_{\mathrm{ot}}^2} \tag{4.12}
$$

と簡潔に書ける。

地面振動によって励起された懸架鏡の振動はレーザー光の波長 1064 nm よりも大きいため、FSR と共振ピークが同時に測定できると考えられる。ピークでの反射光量を測定すれば、$\delta = 0$ での光量 (3.15) が

$$
P_{\mathrm{ref}} = \left(1 - \frac{2\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa}\right)^2 P_{\mathrm{in}} \tag{4.13}
$$

であることから $\kappa_{\mathrm{in}}/\kappa$ も測定できる。

以上から、レーザー光のアラインメントを調整した状態で懸架鏡を自由振動させると図 4.13 のような反射光が得られるはずである。ここでは $r_{\mathrm{in}} = 0.95$、$r_{\mathrm{ot}} = 0.9$ とした。フィネスは $\mathcal{F} = \nu_{\mathrm{FSR}}/\nu_{\mathrm{FWHM}}$、$\kappa_{\mathrm{in}}/\kappa$ は共振ピーク値から求められる。

そして、懸架鏡共振周波数の離調角周波数依存性は (3.37) および (3.67) を書き直して

$$
\omega_{\mathrm{eff}} = \frac{4\mathcal{F}\cos\beta}{\pi c} \sqrt{\frac{\omega_{\mathrm{c}}\kappa_{\mathrm{in}}}{m\kappa} \frac{\delta}{(1+\delta^2)^2} P_{\mathrm{in}}} \tag{4.14}
$$

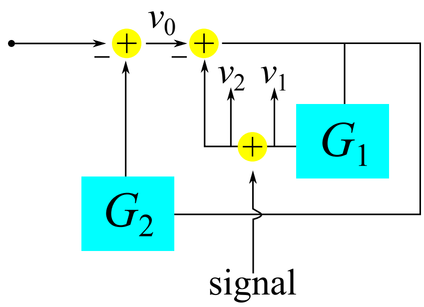

図 4.14　簡略化ブロックダイヤグラム

であるから、この依存性を測定することで $\cos\beta$ を求めることができる。依存性測定には、共振器長を制御しながら離調角周波数を変化させ、図 4.12 で示したように信号を注入しその前後の出力の比をとるオープンループ伝達関数測定を利用する。

図 4.14 で示したように、各制御ループでの伝達関数の積 (オープンループ伝達関数) をそれぞれ $G_1 \equiv H_{\rm cav}H_{\rm PD}H_{\rm servo}H_{\rm act}H_{\rm con}g_2$、$G_2 \equiv H_{\rm opt}H_{\rm pend}g_1$ とおく。信号を注入したとき、外乱よりも信号の大きさが十分大きければ図で v_0, v_1、および v_2 と示した場所の出力の大きさは

$$\begin{aligned} v_0 &= -G_2(v_0 - v_2) \\ v_1 &= G_1(v_0 - v_2) \end{aligned} \tag{4.15}$$

を満たすので、注入箇所前後の出力の比は

$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{G_1}{1+G_2} \tag{4.16}$$

である。ここで、(3.37) の複素ばね定数を用いて

$$\begin{aligned} G_1 &\propto \frac{1}{\omega^2 - \omega_{\rm M}^2 + 2i\gamma_{\rm M}\omega} \\ G_2 &\propto \frac{K(\omega)}{\omega^2 - \omega_{\rm m}^2 + 2i\gamma_{\rm m}\omega} \end{aligned} \tag{4.17}$$

と書けることから、機械的な共振周波数よりも十分大きい周波数帯 $\omega_{\rm m} \sim \omega_{\rm M} \ll \omega \ll \kappa$ においては

$$\begin{aligned} \frac{G_1}{1+G_2} &\propto \frac{\omega^2 - \omega_{\rm m}^2 + 2i\gamma_{\rm m}\omega}{\omega^2 - \omega_{\rm M}^2 + 2i\gamma_{\rm M}\omega} \times \frac{1}{\omega^2 - \omega_{\rm eff}^2 + 2i\gamma_{\rm eff}\omega} \\ &\simeq \frac{1}{\omega^2 - \omega_{\rm eff}^2 + 2i\gamma_{\rm eff}\omega} \end{aligned} \tag{4.18}$$

となる。つまり、このオープンループ伝達関数測定を行うと共振周波数前後で位相が 180° 回る様子が観察される。したがって、懸架鏡の実効的な共振周波数を求めることが可能である。共振周波数の離調角周波数依存性は、図 3.5 の第 1 象限のようになるはずである。

以上の予備測定から $\mathcal{F}$、$\kappa_{\rm in}/\kappa$、$\cos\beta$ を求めることで、(4.7) より信号を懸架鏡の変位量へ較正することができるようになる。フィルタ回路のゲインを大きくするに伴って懸架鏡の共振ピークが潰れていく様子を観測するのが本実験の最重要項目である。

第 5 章

実験結果

この章では一通りの実験結果とその考察、今後の展望について記す。

5.1　フィネス測定

まずはフィネスの測定結果について示す。4.6 節で述べたように、三角共振器に入射するレーザー光のアラインメントを調整し懸架鏡を自由に振動させることで、共振器のフィネスと線幅に対する入射鏡での損失の比を求める。図 5.1 で自由振動時の時系列データ、そのうち特に図 5.2 でフィネスや共振器のモードマッチ率測定に用いた区間を示した。

まず、測定においては共振ピークが鋭いため十分大きなサンプリング周波数をとる必要がある。本測定ではサンプリングレートを 10 MHz とした。

また、大きな共振ピーク間に複数ある小さなピークの高さを測定することで、モードマッチ率を見積もり実効的な反射率を求めた。レーザー光のモードマッチが共振器に対して完全であれば TEM 00 モードのみが共振するが、実際には不完全であり、他の高次モードの共振が残ってしまう。したがって他モードのピーク高さを合計することでモードマッチ率が分かり、モードマッチが完全であった場合の共振点での反射光量を見積もることができる。本測定ではモードマッチ率は 0.83 ± 0.03 で

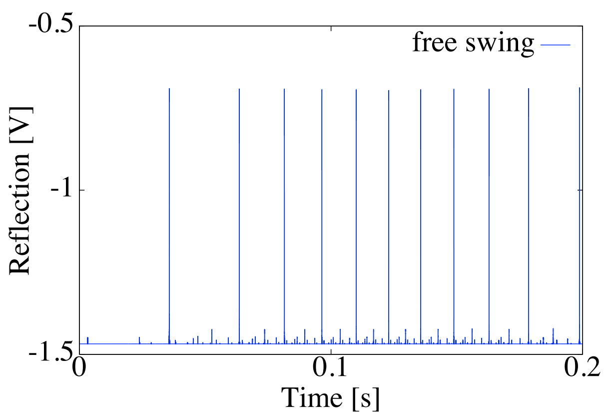

図 5.1　自由振動時の反射光量変化

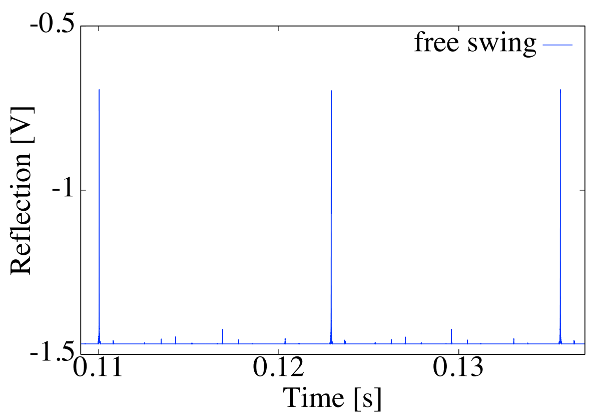

図 5.2　フィネス、モードマッチ率測定に用いた区間

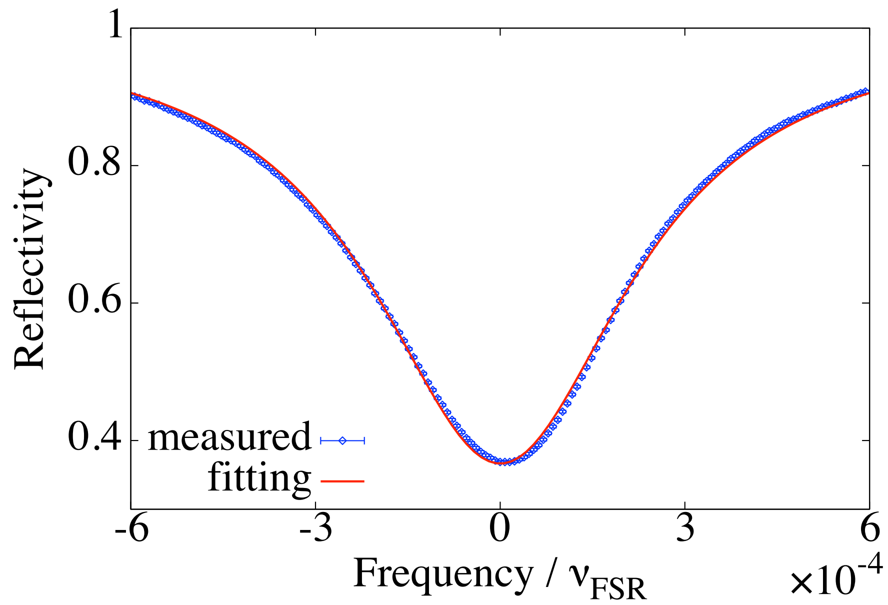

図 5.3　共振器反射率の周波数依存性

あった。

さらに、フィネス測定時の注意点として、フィッティングを行う共振ピークの選択がある。適切に FSR とピーク半値全幅の比率を求めるためには、一定速度で共振器長を変化させなければならない。しかし懸架鏡の自由振動は速度が時々刻々と変化する。ゆえに懸架鏡の加速度が最も 0 に近いと考えられる、共振ピーク間隔の変化が最も小さい箇所に挟まれたピークを用いるべきである。図 5.2 で示した区間はその該当箇所である。

中央のピークをローレンチアンで最小二乗フィッティングし、縦軸を共振器としての反射率に置き換えたグラフを図 5.3 に示す。横軸は FSR で規格化した周波数とした。FSR は図 5.2 で示した 2 間隔の平均値をとった。

ここから本実験で用いる三角共振器のフィネスは

$$\mathcal{F} = (1.98 \pm 0.08) \times 10^3 \tag{5.1}$$

と見積もられる。主な誤差要因は、ピークの半値全幅に対応するデータ点の個数によるものである。データ点数は 26 であり、この逆数を相対誤差とした。共振器周回長が設計値の 9 cm であれば、FSR は $\nu_{\rm FSR} = 3.33$ GHz、共振器の線幅は $\kappa = 0.84 \pm 0.03$ MHz である。また (4.13) より $\kappa_{\rm in}/\kappa$ を求めることはできるが一意には定まらず

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = 0.80 \pm 0.04 \quad \text{or} \quad 0.19 \pm 0.01 \tag{5.2}$$

となる。

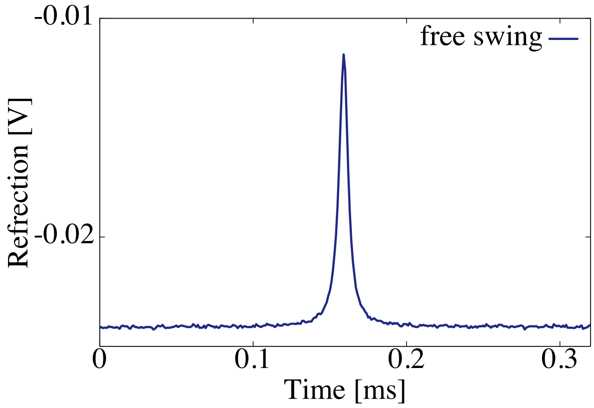

図 5.4　本測定状況における共振ピーク

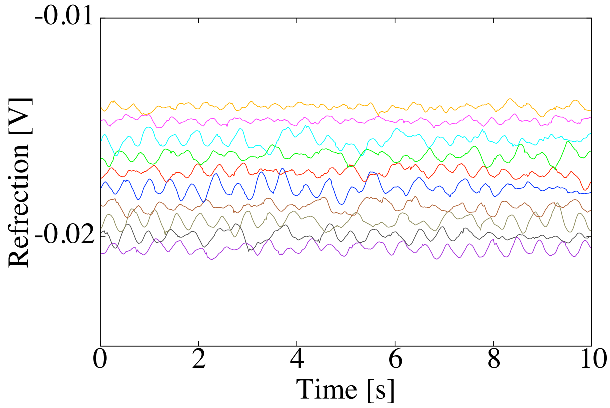

図 5.5　伝達関数測定時の時系列データ

光共振器は、その特性から

$$\kappa_{\mathrm{in}}/\kappa \begin{array}{ll} > & \text{over coupling} \\ = 1/2 & \text{critical coupling} \\ < & \text{under coupling} \end{array} \tag{5.3}$$

の 3 種類に大別でき、$\delta = 0$ での反射光量は critical coupling のとき 0、ずれていくにつれて大きくなっていく。ただし、この反射光量を見るだけでは over coupling なのか under coupling なのか区別がつかないのである。用いた光共振器が over coupling か under coupling かを特定する意味でも、次節で述べる共振周波数測定が重要となる。

5.2　光ばねの特性評価

続いて、(4.14) で述べた共振周波数の離調角周波数依存性を測定し、懸架鏡の反射角 $\cos\beta$ を求める。まず、懸架鏡を自由に振動させたときの反射光量を図 5.4 に示す。このとき、モードマッチ率まで考慮した実効的な入射光量は

$$P_{\mathrm{in}} = 0.82 \pm 0.08 \text{ mW} \tag{5.4}$$

であった。

続いて共振器長を制御し、共振器からの反射光量を測定しながら図 4.14 で示したようなオープンループ伝達関数の測定を行う。各測定における反射光量は、アクチュエート用のコイルに加えるオフセット電流を変化させることで調整した。その時系列データは図 5.5 のようになっており、ここから離調角周波数を求めた。誤差は時系列データの標準偏差である。

また、共振周波数は伝達関数の位相がその前後で 180° 回っている周波数とした。伝達関数測定の分解能が 2 Hz であったので、共振周波数の誤差は一律で 2 Hz とした。表 5.1 に規格化された離調角周波数と対応する共振周波数を示す。

この関係を (4.14) でフィッティングした。結果を図 5.6 に示す。

δ	1.66±0.08	1.47±0.08	1.31±0.07	1.16±0.07	1.01±0.07
$\omega_{\mathrm{eff}}/2\pi$ [Hz]	82±2	94±2	102±2	112±2	122±2
δ	0.90±0.07	0.79±0.07	0.70±0.07	0.59±0.07	0.51±0.08
$\omega_{\mathrm{eff}}/2\pi$ [Hz]	130±2	134±2	138±2	140±2	140±2

表 5.1　離調角周波数に対する懸架鏡共振周波数

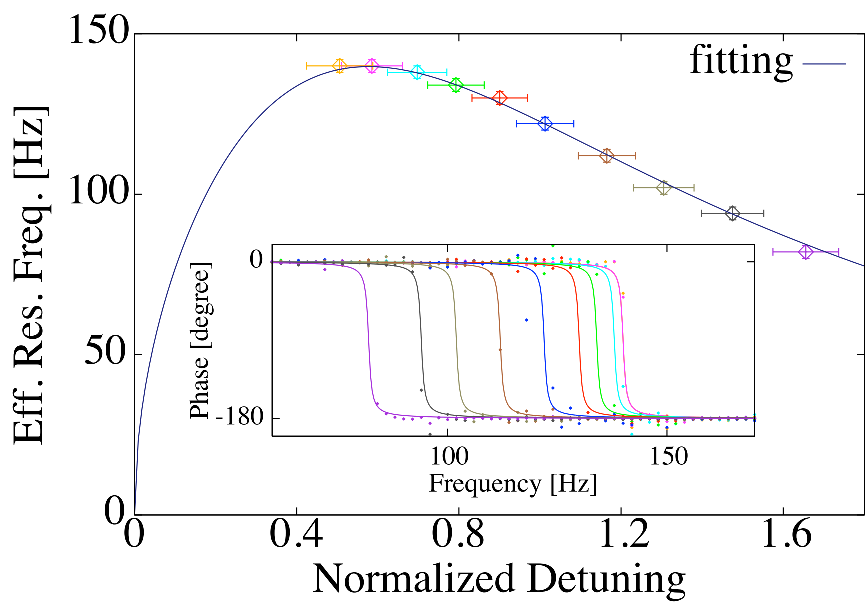

図 5.6　懸架鏡共振周波数の離調角周波数依存性

このフィッティングから

$$\frac{\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa} = 0.19 \pm 0.01 \tag{5.5}$$

が適切で、共振器が under coupling であることが分かり、反射角は

$$\cos\beta = 0.78 \pm 0.04 \tag{5.6}$$

と求められる。支配的な誤差は入射光量の誤差由来のものである。この値は、設計値である $\cos\beta = 0.80$ $(\beta = 36.7°)$ と無矛盾である。

5.3　強度安定化

懸架鏡を基底状態まで冷却するためには、レーザー光の古典強度雑音を完全に無くし、強度安定度を散射雑音レベルまで高める必要がある。本実験では散射雑音レベルまで安定化することはできなかったが、ある程度の安定化には成功した。

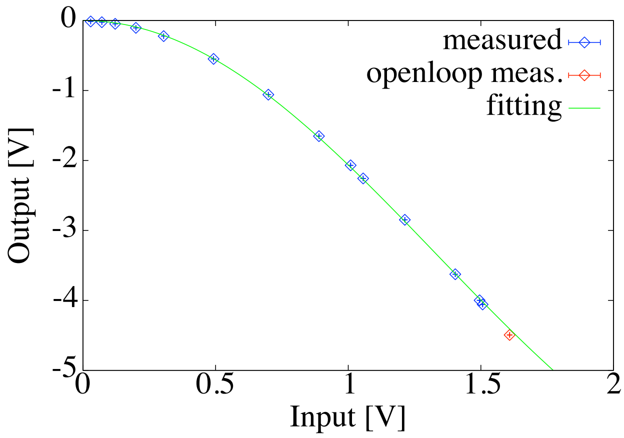

図 5.7　入力電圧に対する 1 次光の強度変化

具体的には 4.4 節で述べたように、補助真空槽内で分岐させたレーザー光の強度を測定し、AOM ドライバーにフィードバックするという手法を用いた。AOM ドライバーは入力される電圧に対してある振幅をもつ 80 MHz の正弦波を AOM 素子に送る。AOM 素子に入力する信号の振幅によって、80 MHz の変調を受けた 1 次光の光量が変化する。AOM ドライバーに入力する電圧に対する 1 次光の強度は図 5.7 のようになった。横軸がドライバーへの入力電圧、縦軸は強度測定用 PD の出力である。

入力電圧 V_{in} [V] に対して、1 次光の強度 V_{out} [V] は正弦波の形で変化することが知られており、フィッティングの結果

$$V_{\mathrm{out}} = -6.7\ \sin^2\left(\frac{\pi V_{\mathrm{in}}}{5.4\ \mathrm{V}}\right) \tag{5.7}$$

であると分かった。赤点は次に述べる強度安定化オープンループ伝達関数を測定したときの動作点である。

強度雑音は、制御ループ内の信号 (in loop) ではなく制御ループ外の信号 (out of loop) から見積もった。制御していないときの雑音の大きさ (free run) および散射雑音とともに、結果を図 5.8 に示した。スペクトルの周波数幅は 1.53 Hz であり、平均回数は 90 回である。以下で求めるスペクトルは全てこの周波数幅、平均回数である。

左縦軸は相対強度雑音 (Relative Intensity Noise: RIN) であり、出力電圧の揺らぎを DC 電圧で割った値である。右縦軸は 3.1.3 節で述べた相対比散射雑音 (RSNL) である。制御していないときと比べて、最大で 15 倍程度安定化されている。RSNL の最小値は 3 程度であった。

また、強度制御のオープンループ伝達関数を測定すると図 5.9 のようになった。

フィードバック制御は、オープンループゲインが 1 となる周波数 (Unity Gain Frequency: UGF) における位相が 180° 以上遅れているとき不安定となるため、UGF である程度の位相余裕を確保する必要がある。強度安定化における制御ループの UGF は約 35 kHz、UGF での位相は約-165° であり、位相余裕は約 15° である。赤線は別測定しておいた、強度安定化用フィルタ回路の伝達関数から

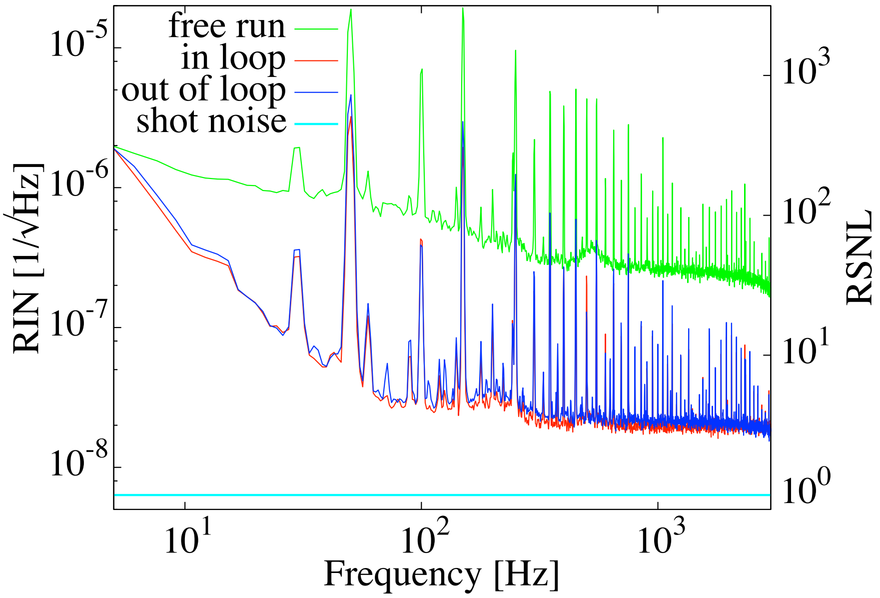

図 5.8　レーザー光の強度雑音

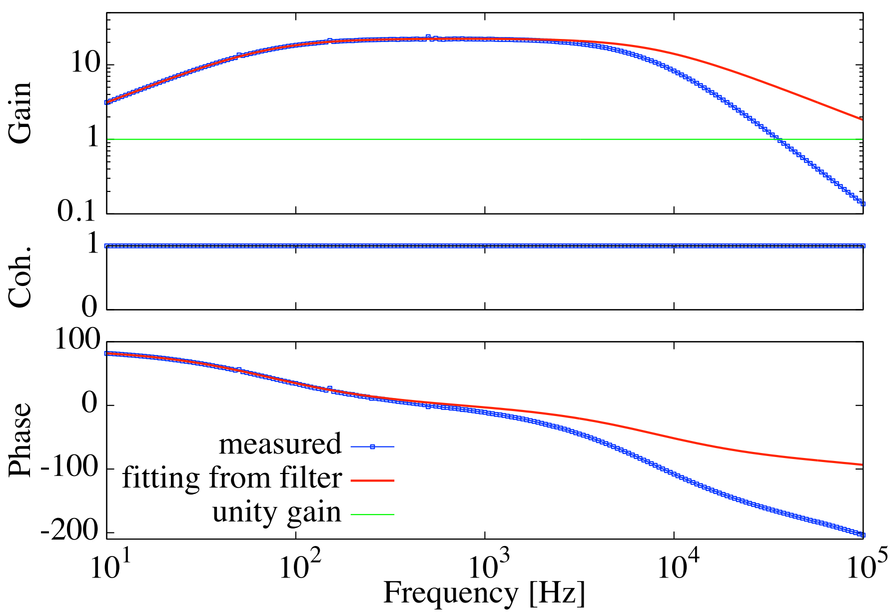

図 5.9　強度安定化のオープンループ伝達関数

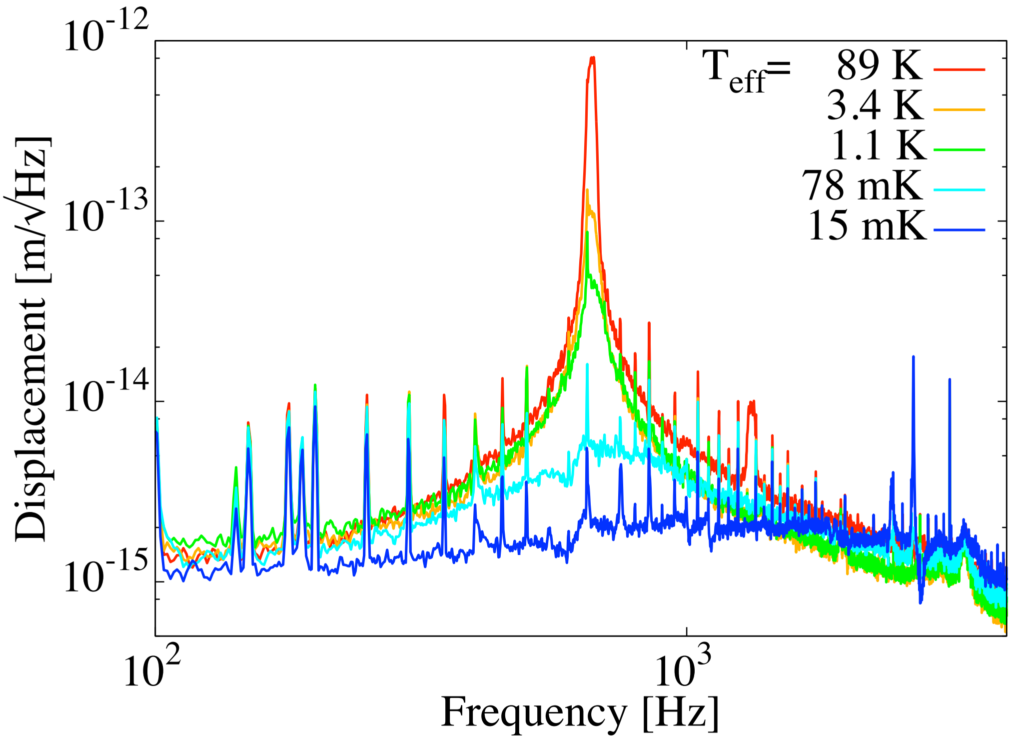

図 5.10　遠隔光冷却の実験結果

見積もられる値である。kHz 以降のゲインの低下、位相遅れは AOM ドライバによるものだと考えられる。低周波でのゲインの大きさは、図 5.7 から計算される AOM の効率と無矛盾である。

5.4　遠隔光冷却

本論文の主題である遠隔光冷却の結果を図 5.10 に示す。縦軸は懸架鏡の変位量に換算してある。なお、本実験は $P = 9$ Pa の圧力下で行った。

共振周波数を $(6.62 \pm 0.07) \times 10^2$ Hz まで固くすることに成功し、フィルタ回路として用いているハイパスフィルタのゲインを上げて行くと共振ピークがつぶれていく様子が観測できた。凡例にはそれぞれのピークにおける振り子モードの実効温度を記入した。

まずフォノン数 $n_{\rm pn}$ は、スペクトルを積分し平均 2 乗変位量 $\langle x^2 \rangle$ を求め、(3.60) から算出することができる。さらに、実効温度は

$$T_{\rm eff} = \frac{\hbar \omega_{\rm eff}}{k_{\rm B}} n_{\rm pn} \tag{5.8}$$

から計算可能である。ここでスペクトルの積分範囲は共振周波数まわりの 40% とした。赤線の低周波でのフロアとピーク値の比から見積もられる Q 値はおよそ 7×10^2 であり、$\omega_{\rm eff}/2\pi = 6.6 \times 10^2$ Hz、$Q = 7 \times 10^2$ の感受率をもつ振動子は、そのエネルギーの 99.9% を共振周波数まわりの 40% に蓄えている。それぞれのフィルタゲイン (橙線でのゲインを 1 とする) に対応するフォノン数、実効

フィルタゲイン	0	1	3
フォノン数 n_{pn}	$(2.8 \pm 0.5) \times 10^9$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^8$	$(3.5 \pm 0.7) \times 10^7$
実効温度 T_{eff} [K]	89 ± 15	3.4 ± 0.7	1.1 ± 0.2
フィルタゲイン	30	90	
フォノン数 n_{pn}	$(2.5 \pm 0.5) \times 10^6$	$(4.6 \pm 0.9) \times 10^5$	
実効温度 T_{eff} [K]	0.078 ± 0.013	0.015 ± 0.003	

表 5.2　フィルタゲインと対応するフォノン数、実効温度

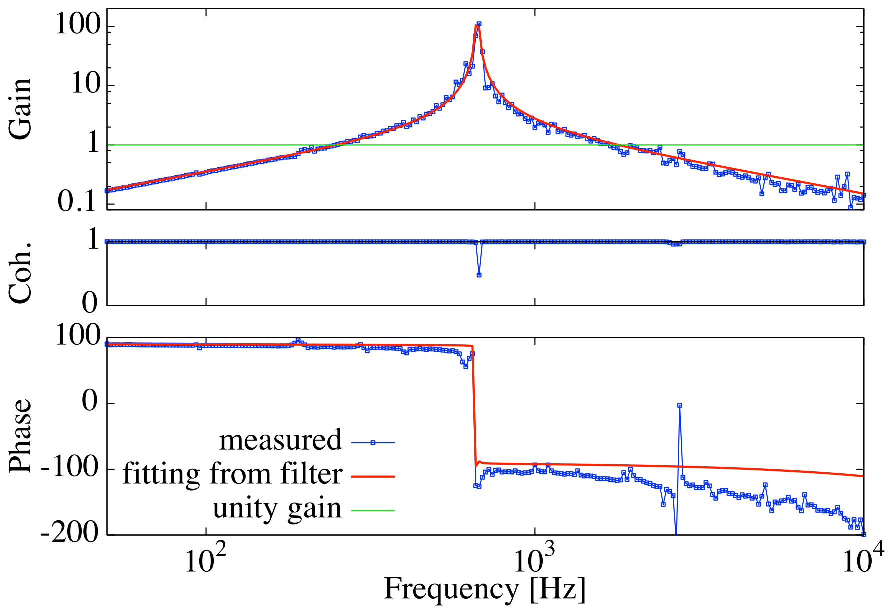

図 5.11　遠隔光冷却のオープンループ伝達関数

温度は表 5.2 にまとめた。相対誤差は、スペクトルを算出する際の平均回数が 90 回であることによる $1/\sqrt{90}$、および較正係数の誤差由来のものである。

続いて、遠隔光冷却のオープンループ伝達関数測定結果を図 5.11 に示す。青点が実測値、赤線は別で測定したフィルタ回路の伝達関数からフィッティングしたものである。

この伝達関数は、最も実効温度の低い青線時に測定した。UGF はおよそ 250 Hz および 1.7 kHz であり、位相余裕は約 65° であった。また、位相のグラフでピークとなっている 2.7 kHz には未特定の機械共振が存在し、ゲインをさらにあげていくと制御が不安定となった。

ここで、本実験では低周波の共振器長変動を制御していない点に注目したい。光共振器の線幅に対応する変位量はおよそレーザー光の波長 λ_{L} とフィネスの比 $\lambda_{\mathrm{L}}/2\mathcal{F} \sim 10^{-10}$ m 程度であり、本来は共振状態を保つため制御によって低周波での変位をこのレベルまで抑える必要がある。しかし本実験で用いている三角共振器では、制御せずとも自律的に変位量がこのレベルまで安定化されているのである。共振器長制御を行う必要がないため、光ばねの復元力を変化させることなく、散逸項のみを変

化させることができ、実効的な Q 値を 1 程度にまで小さくすることが可能となった。したがって、このDCゲイン 0 で共振状態を保持することは本実験成功の最大の鍵であった。

5.5　雑音評価

冷却の原理検証には成功したが、いまだ基底状態 $n_{\mathrm{pn}} < 1$、$T_{\mathrm{eff}} < 50$ nK には遠く及ばない。本節で、現在の感度を制限している雑音を考察する。

なお、図 5.10 で示した結果のうち赤線のスペクトルはフィルターゲインが 0 であり、本来は系が不安定となるはずであるため具体的な雑音評価は行っていない。安定な系が保たれている原因は 5.6 節で考察する。感度を主に制限していた周波数雑音、残留気体分子熱雑音については他のスペクトル全てについて、それ以外の雑音については最も冷却されている青線のスペクトルを代表として評価を行った。

5.5.1　周波数雑音

測定のために用いているレーザー光の周波数が揺らぐ効果は、共振器長の測定にとって雑音となる。これが周波数雑音であり、図 4.12 のブロックダイヤグラムで示した n_{s} [Hz/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$] である。本実験の較正はエラー信号 v_{error} を $H_{\mathrm{cav}} g_1$ で割って変位量とすることで行っているが、力の外乱 δF_1 と周波数雑音 n_{s} が存在した場合のエラー信号から見積もられる変位量 x_{error} [m/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$] は

$$x_{\mathrm{error}} = \frac{v_{\mathrm{error}}}{H_{\mathrm{PD}} H_{\mathrm{cav}} g_1} = \frac{1}{1+G_1+G_2}\left(H_{\mathrm{pend}}\delta F_1 + \frac{n_{\mathrm{s}}}{g_1}\right) \tag{5.9}$$

となる。この第 2 項の影響をここでは考える。周波数依存性はおおよそ

$$\frac{1}{1+G_1+G_2}\frac{n_{\mathrm{s}}}{g_1} \simeq \frac{1}{1+G_0}\frac{\omega^2}{\omega_{\mathrm{eff}}^2-\omega^2}\frac{n_{\mathrm{s}}}{g_1} \tag{5.10}$$

と書ける。ここで、$G_0 \equiv G_2/(1+G_1)$ は測定されたオープンループ伝達関数である。

定性的には、周波数雑音が光ばねのループにも混入しており、光ばねによってフィードバックされることで懸架鏡の共振周波数よりも低い周波数帯では、雑音の影響が抑制されると理解できる。一方、共振周波数よりも高周波数帯においては、光ばねが雑音に追随することができず、周波数雑音はセンシング雑音として直接現れる。

雑音の大きさとしては、用いているレーザーのデータシートに記載されているものを仮定する [44]。具体的なスペクトルを図 5.12 に示す。

このように仮定した n_{s} を (5.9) の第 2 項に代入し、$\delta F_1 = 0$ としたときに見積もられる変位量を図 5.13 に点線で示した。ループゲイン G_1、G_2 は図 5.11 で示したオープンループ伝達関数、および図 B.6 で示したフィルタ回路の伝達関数から見積もった。

この比較から、共振ピークまわりやそれより高周波においては、周波数雑音が感度を制限していると考えられる。ただし n_{s} はスペック値を用いて仮定しているに過ぎないため、今後実測し、実際に感度を制限していることを確かめる必要がある。

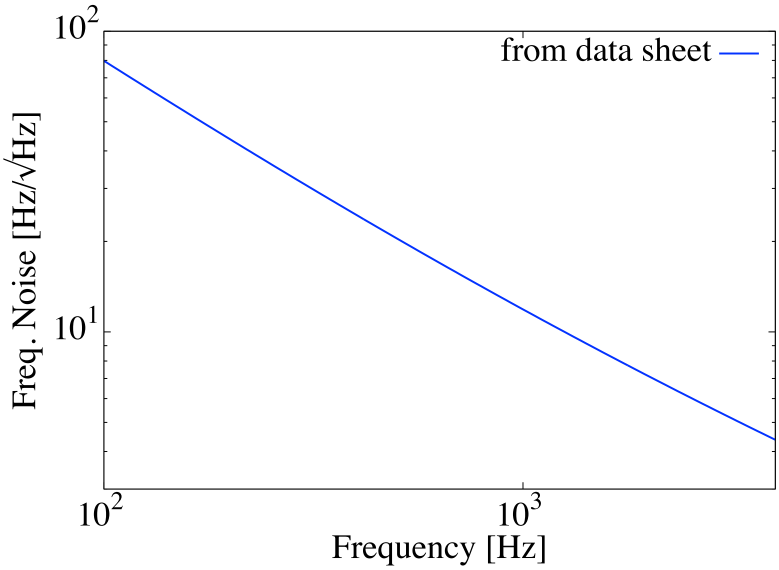

図 5.12　仮定した周波数雑音

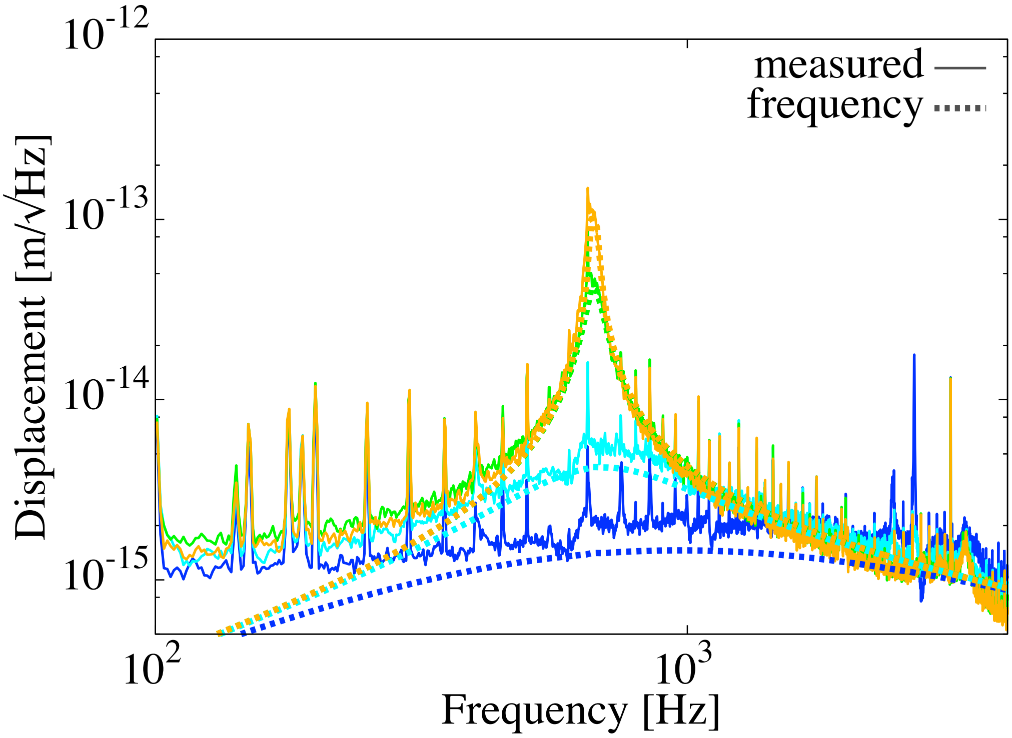

図 5.13　変位スペクトルの結果と推定される周波数雑音の比較

5.5.2 残留気体分子熱雑音

本実験は、圧力を 9 Pa という比較的低真空下で実験を行った。高真空下では懸架鏡が地面振動により励起され、変位 rms が非常に大きくなってしまい共振器のロックをかけるのが難しくなる。また一度ロックをかけてから高真空に引くと、真空度の変化に伴う共振器のアラインメント変化によってビームスポットが懸架鏡の中心からずれ、共振状態を保てなくなってしまったためである。

さて、残留気体分子があると分子がランダムに物体と衝突する。これが速度に比例した抵抗力の源であり、エネルギーの散逸を生む。散逸モデルは viscous となる。散逸の大きさ γ_{gas} は

$$\gamma_{\mathrm{gas}} = \frac{n_{\mathrm{mol}}\sqrt{m_{\mathrm{mol}} k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{th}}}}{2Cw\rho} \tag{5.11}$$

と書ける。ただし n_{mol} は分子の数密度、m_{mol} は分子の質量、C は振動子の形状に依存した、1 程度の無次元数、w は振動子が円盤の場合その厚さ、ρ は振動子の密度である。これに圧力 P [Pa] としたときの理想気体の状態方程式

$$P = n_{\mathrm{mol}} k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{th}} \tag{5.12}$$

を代入すると

$$\gamma_{\mathrm{gas}} = 3.8 \times 10^{-3} P \tag{5.13}$$

となる。ここで、本実験で用いた懸架鏡は $w = 0.2$ mm の厚さであり、素材は石英ガラス $\rho = 2.2\times10^3$ kg/m^3、また気体分子を窒素、$T_{\mathrm{th}} = 300$ K、$C = 1$ と仮定した。これらのパラメータのもと、熱雑音の大きさを (5.9) の第 1 項から見積もったエラー信号に対する寄与を図 5.14 に示す。

比較してみると、共振周波数より低周波のフロアレベルはおよそ一致しており、感度が残留気体分子による熱雑音で制限されていると考えられる。

以上 2 つの雑音の寄与を図 5.15 にまとめた。この図から、現在の感度を制限している雑音は周波数雑音と残留気体分子熱雑音であると考えられる。

続いて、以下では最も冷却されたときのスペクトルに着目し、他の雑音が現在の感度を制限していないことを確認する。

5.5.3 古典輻射圧雑音

レーザー光の強度が揺らぐとき、共振器内光量も変化するため懸架鏡に加わる力も変化し、共振器長が揺らぐ。この古典強度雑音による影響は (3.46) で与えられる。RSNL は図 5.8 で示した通りである。図 5.16 に古典強度雑音からの寄与を示す。現在の感度を制限していないと考えられる。

5.5.4 回路雑音

用いたフィルタ回路や電流源の暗雑音により、可動鏡に取り付けられた磁石は常に力の雑音を受ける。これは図 4.12 で示したブロックダイヤグラムにおいて、H_{servo} と H_{act} の間に n_{f} [V/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$] と

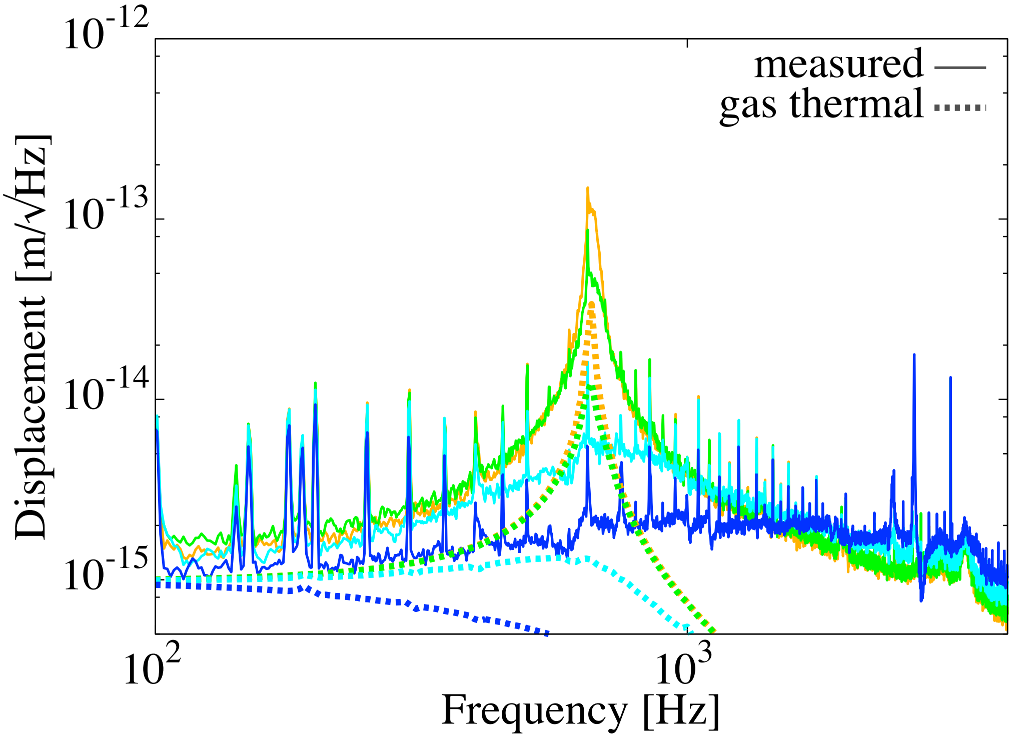

図 5.14　変位スペクトルの結果と推定される熱雑音の比較

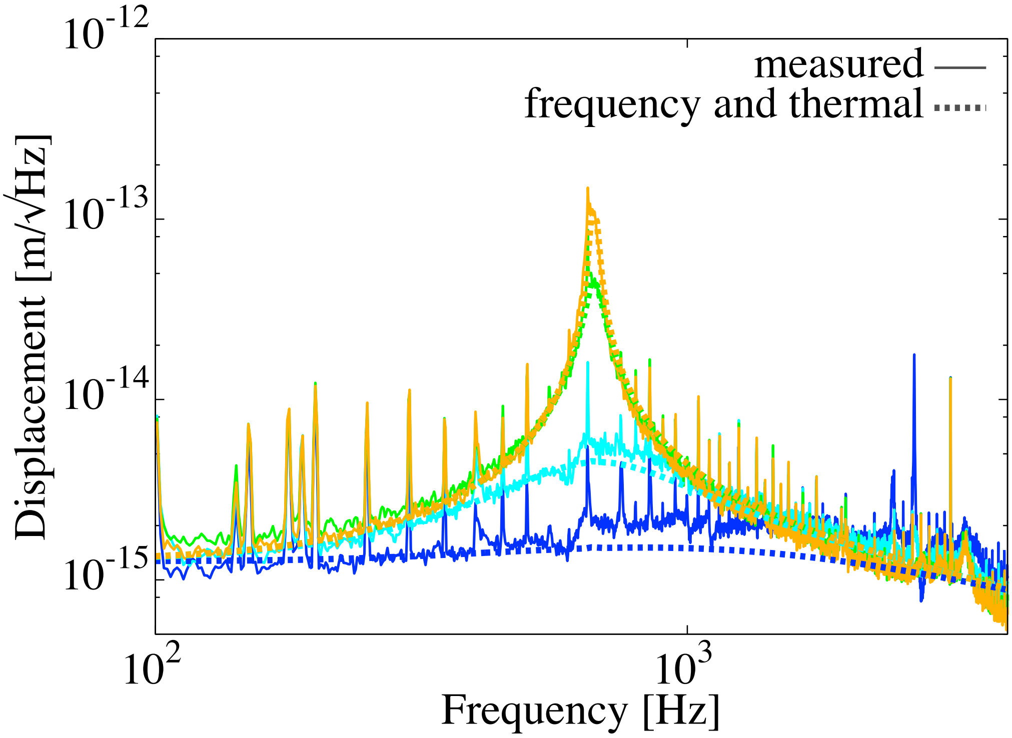

図 5.15　周波数雑音と熱雑音の寄与

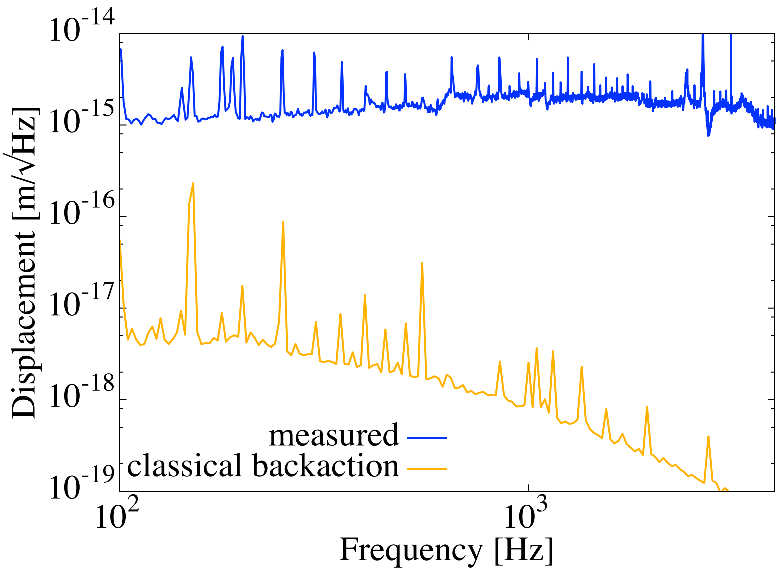

図 5.16　古典輻射圧雑音からの寄与

いう雑音が混入したと考えられる。懸架鏡変位量への n_{f} からの寄与 δx_{nf} は

$$\delta x_{\mathrm{nf}} = \frac{G_0}{1+G_0} \frac{n_{\mathrm{f}}}{H_{\mathrm{servo}} H_{\mathrm{PD}} H_{\mathrm{cav}} g_1} \tag{5.14}$$

と書ける。

図 B.9 から見積もられる暗雑音による寄与を図 5.17 に表す。現在の感度を制限していないと考えられるが 100 Hz 程度の周波数帯では現在の感度に迫っている。グラウンドの確保などに注意して雑音の小さな回路を製作する、H_{PD} を大きくするなどして改善できる余地があると考えられる。

5.5.5　その他の雑音

以上の雑音の他にその大きさを評価した雑音を示す。

1. レーザー光強度雑音

   5.5.3 節で述べたのは、レーザー光の強度揺らぎに伴い共振器内光量が変動し、実際に懸架鏡を揺らしてしまうという雑音であった。一方、本実験は反射光の強度変化から懸架鏡の変位を測定するため、この強度揺らぎは直接センシング雑音としても効いてくる。H_{cav}、H_{PD} 間に n_{p} $[\mathrm{W}/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$ という雑音が混入したとすると、その寄与 δx_{np} は

   $$\delta x_{\mathrm{np}} = \frac{n_{\mathrm{p}}}{H_{\mathrm{cav}} g_1} \tag{5.15}$$

   である。

   図 5.8 から見積もられる強度雑音による寄与を図 5.18 に示す。現在の感度を制限していないと考えられる。

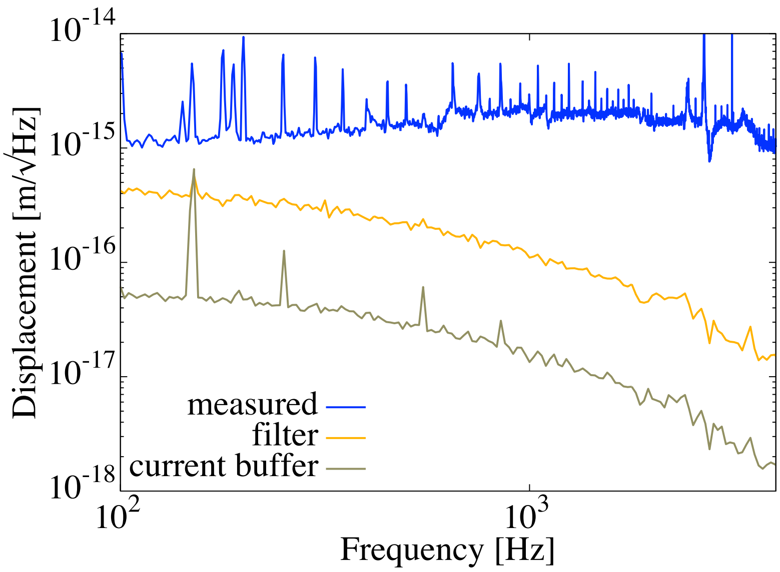

図 5.17　フィルタ回路の暗雑音からの寄与

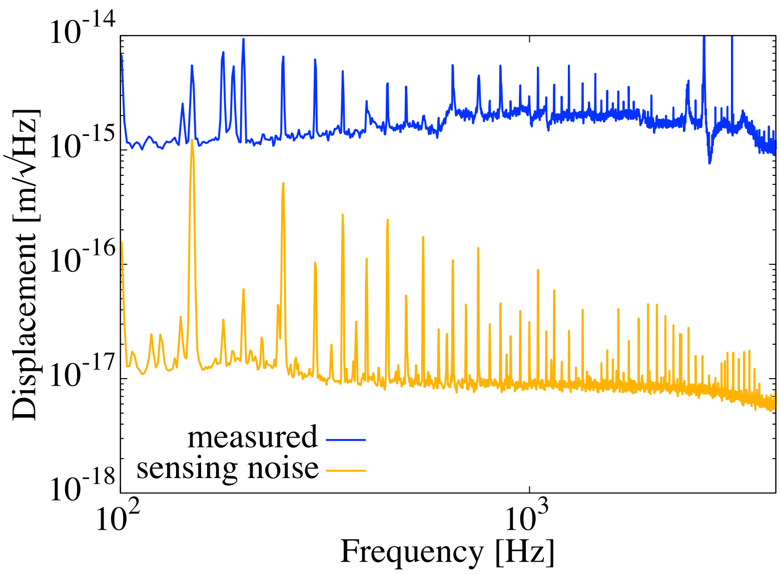

図 5.18　レーザー光強度雑音からのセンシング雑音としての寄与

2. 散射雑音

原理的なセンシング雑音として、レーザー光の散射雑音がある。PD で測定される光子数は真空場により統計的に揺らぎ、これが測定時の雑音となる。古典強度雑音があってさえセンシング雑音としての寄与は感度を制限していないので、散射雑音も感度を制限していない。その大きさは、光量の揺らぎの片側パワースペクトル $S_{\mathrm{p,sh}}^{(1)}$ [W^2/Hz] が

$$S_{\mathrm{p,sh}}^{(1)} = \frac{2eP_{\mathrm{ref}}}{\rho_{\mathrm{PD}}} \tag{5.16}$$

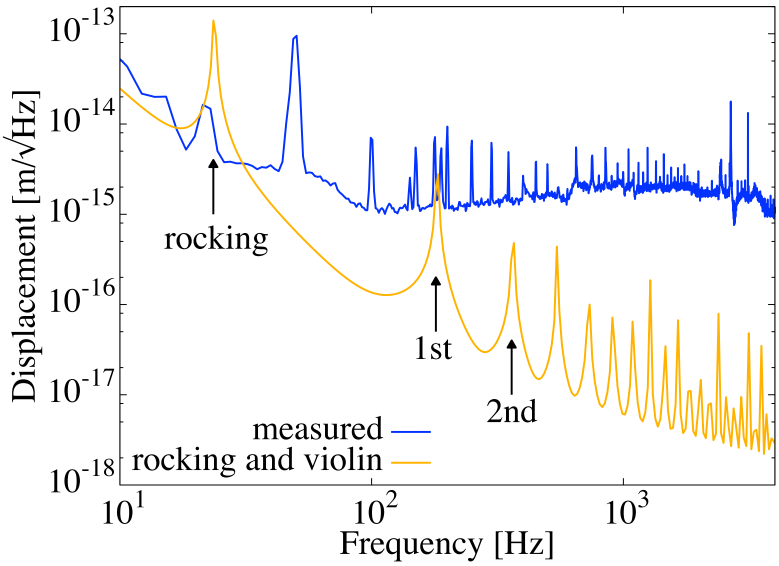

図 5.19　ロッキング、バイオリンモードによる寄与

で与えられ、遠隔冷却時の共振器からの反射光が $P_{\rm ref} \simeq 6$ mW であったため、懸架鏡の変位量に換算すると 10^{-18} m/$\sqrt{\rm Hz}$ のオーダーである。

3. バイオリン熱雑音
本実験で着目しているのは懸架鏡の振り子モードであるが、物体を吊るすことでロッキングモードやバイオリンモードといった他のモードも励起される [45]。本実験で用いたパラメータでこれらのモードによる変位を見積もったのが図 5.19 である。ロッキングモードや 1st バイオリンモードは見えているが、高周波の感度は制限していない。

4. Phase-induced Backaction
光共振器が離調しているとき、レーザー光の周波数が揺らぐと共振器の離調角周波数も揺らぐ。離調角周波数の変動と共振器内光量の変動が結合して生じる雑音が Phase-induced Backaction である。レーザー光の位相雑音の大きさを $d\varphi$、振動子の共振角周波数を $\omega_{\rm m}$ とすると、共振器内の光子の消滅演算子は

$$\hat{a}(t) \propto \frac{1}{\kappa + i\Delta} + \left[\frac{\exp(i\omega_{\rm m}t)/2}{\kappa + i(\Delta + \omega_{\rm m})} - \frac{\exp(-i\omega_{\rm m}t)/2}{\kappa + i(\Delta - \omega_{\rm m})}\right] d\varphi \tag{5.17}$$

のように、輻射圧による 0 次項と位相雑音による 1 次の補正項に分けて書ける [46]。ここから共振器内光量を計算すると

$$|\hat{a}(t)|^2 \propto \frac{1}{\kappa^2 + \Delta^2} - \frac{2\Delta\omega_{\rm m}\cos(\omega_{\rm m}t)}{(\kappa^2 + \Delta^2)^2} d\varphi \tag{5.18}$$

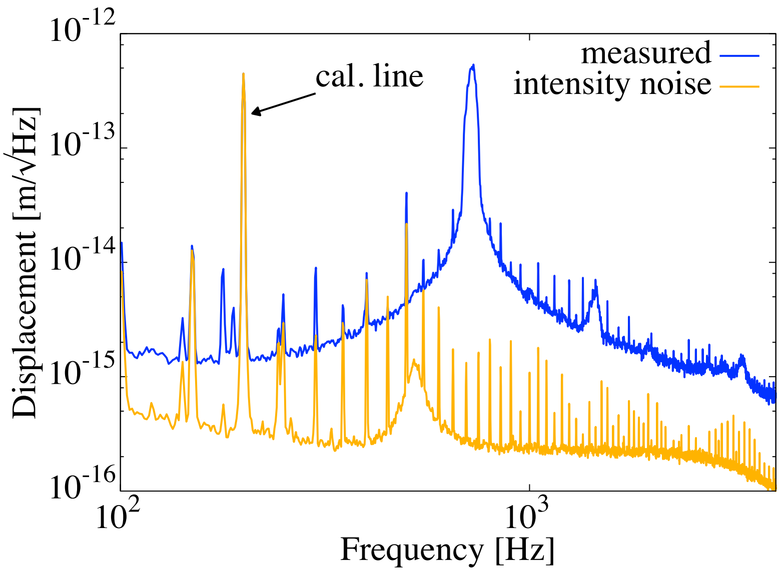

図 5.20　伝達関数の非線形性の検証

となり、輻射圧揺らぎ S_{rp} と位相雑音 S_{phase} の比は

$$\begin{aligned}\frac{S_{\mathrm{phase}}}{S_{\mathrm{rp}}} &= -\frac{2\Delta\omega_{\mathrm{m}}\cos(\omega_{\mathrm{m}}t)}{\kappa^2+\Delta^2}d\varphi \\ &= -\frac{2\omega_{\mathrm{m}}\cos(\omega_{\mathrm{m}}t)}{\kappa}\frac{\delta}{1+\delta^2}d\varphi \end{aligned} \tag{5.19}$$

である。前節より $n_{\mathrm{s}} < 10\ \mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 程度であることを考慮すると $d\varphi = df/f_{\mathrm{L}} < 10^{-13}$ であり、さらに本実験では $\omega_{\mathrm{m}} \ll \kappa$ であるからこの雑音は輻射圧揺らぎと比べても非常に小さいことが分かる。

5. 伝達関数の非線形性

伝達関数は理想的には線形系であるが、実際には非線形性を含んでおり、これがセンシング雑音となる可能性がある。例えば、伝達関数のうち共振器内光量 (本論文では懸架鏡の共振周波数に相当) が揺らいでいる状況を考える。懸架鏡が角周波数 ω_1 で変位し、共振器内光量が角周波数 ω_2 で変動しているときのエラー信号は

$$\begin{aligned}\sqrt{S_{\mathrm{v}}} &\propto \left|\sqrt{S_{\mathrm{x},1}}\right|\cos(\omega_1 t)\times|H_{\mathrm{cav}}|\cos(\omega_2 t) \\ &\propto \cos\left[i(\omega_1+\omega_2)t\right]+\cos\left[i(\omega_1-\omega_2)t\right]\end{aligned} \tag{5.20}$$

となり、周波数のアップコンバート、ダウンコンバートが起こる。

この効果を測定するため、AOM に入力する電圧を特定の周波数で振動させ、懸架鏡の共振周波数まわりにその周波数だけずれたサイドバンドが立つかどうかを検証した。もしレーザー光の強度揺らぎに伴う伝達関数の非線形性が大きい場合、共振周波数まわりに大きなサイドバンドが立つ様子を観測することができる。結果は図 5.20 のようになった。

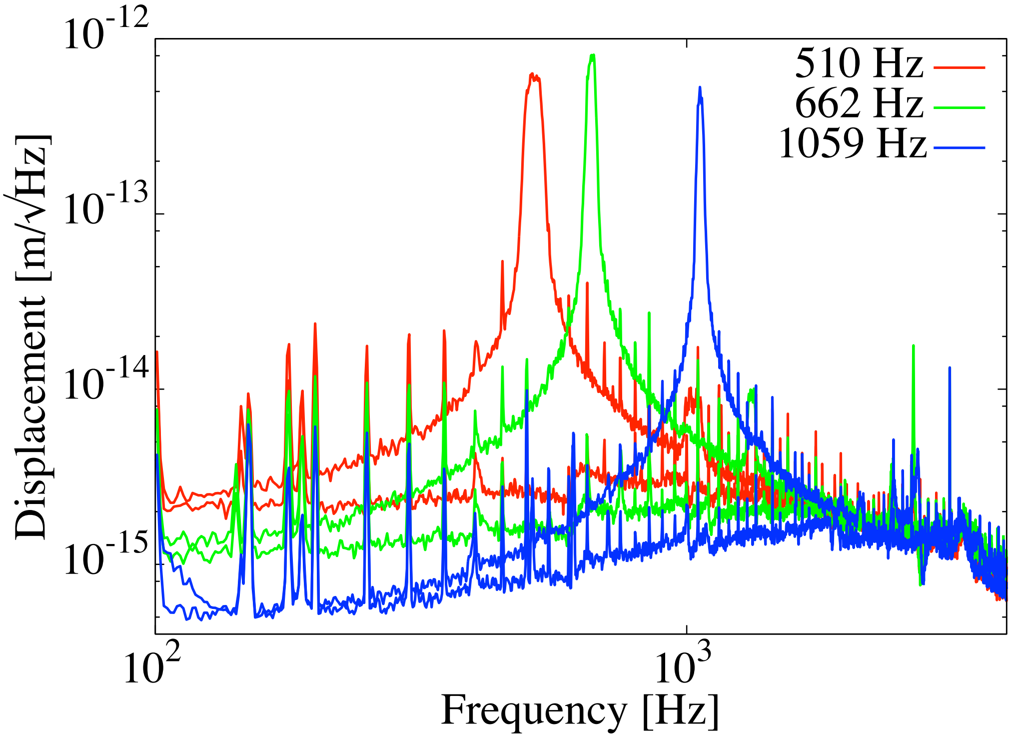

図 5.21 様々な共振周波数での感度比較

共振周波数 f_{eff} [Hz]	$(5.1 \pm 0.1) \times 10^2$	$(6.62 \pm 0.07) \times 10^2$	$(1.059 \pm 0.002) \times 10^3$
積分範囲/f_{eff}	±70 %	±40 %	±30 %
冷却時フォノン数 n_{pn}	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^6$	$(4.6 \pm 0.9) \times 10^5$	$(4.0 \pm 0.8) \times 10^5$
冷却時実効温度 T_{eff} [mK]	25 ± 5	15 ± 3	21 ± 4

表 5.3 共振周波数と対応するフォノン数、実効温度

AOM に入力した信号の周波数は 200 Hz である。本検証は強度安定化をせずに行ったが、やはり現在の感度を制限する雑音はレーザー光の強度雑音ではないことが分かる。また共振周波数まわり 200 Hz のサイドバンドが立っていないことから、伝達関数の非線形性による影響は小さいと考えられる。

さらに、雑音源検証のためその他 2 通りの共振周波数において遠隔光冷却を行いその変位量を求めた。結果を図 5.21 に示す。各々フィルターゲイン 0 でのスペクトルと、最も冷却されたときのスペクトルを示した。対応する共振周波数、フォノン数、実効温度は表 5.3 にまとめた。積分範囲は全て、スペクトルから見積もられるゲイン 0 での Q 値をもつ振動子が 99.9% のフォノンを蓄えている範囲である。また共振周波数の誤差は、スペクトルの大きさが極大値の 90% 以内に入っている周波数とした。

まず、基底状態への冷却を行うために将来的には懸架鏡の共振周波数を 1 kHz 程度にまで固くする設計であるが、1 kHz までは問題なく共振周波数を上げることができるということが分かった。

続いてスペクトルを比較してみると、100 Hz 周辺の変位量は共振周波数が上がるにつれて小さくなっていることが分かる。これは共振周波数の増大に伴い懸架鏡の感受率が小さくなっているためであり、3 通りとも残留気体分子熱雑音によって説明できる。また、kHz 以降の感度を制限しているのはセンシング雑音であると考えられ、周波数雑音の寄与である可能性を支持している。

5.6　フィルターゲイン 0 での安定性

本節では、フィルターゲインが 0 であるにもかかわらず系の安定性が保たれる原因を考察する。(5.13) より $\gamma_{\mathrm{gas}} \sim +0.03$ Hz である一方で、$\Gamma_{\mathrm{opt}}/2m \sim -1$ Hz であるため、フィルターゲインが 0 であれば $\gamma_{\mathrm{eff}} < 0$ となり系は不安定となるように思われる。

しかし、懸架鏡の実効的な感受率を表す (3.83) において、フィルターゲインが 0、すなわち $\Lambda(\omega) = 0$ のときを考えると、可動鏡の感受率 $\chi_{\mathrm{M}}(\omega)$ に依存していることが分かる。したがって、可動鏡の散逸によって系が安定に保たれる可能性が考えられた。そこでこの点について考察する。オーダーでの評価を行うため、$g_1 = g_2$、$\delta = 1$ とする。このとき光ばねの複素ばね定数は、光ばねの共振角周波数 ω_{opt} を用いて

$$K_1 = K_2 \simeq m\omega_{\mathrm{opt}}^2 \left(1 - \frac{i\omega}{\kappa}\right) \tag{5.21}$$

と書けるので、$\Lambda(\omega) = 0$ のとき (3.83) は

$$\frac{1}{\chi_{\mathrm{eff}}(\omega)} = m(\omega_{\mathrm{m}}^2 - \omega^2 + 2i\gamma_{\mathrm{m}}\omega) + \frac{m\omega_{\mathrm{opt}}^2}{1 + \dfrac{i\omega}{\kappa} + \dfrac{m\omega_{\mathrm{opt}}^2}{M(\omega_{\mathrm{M}}^2 - \omega^2 + 2i\gamma_{\mathrm{M}}\omega)}} \tag{5.22}$$

である。$M \to \infty$ のとき、(3.67) で示した理想的な光ばねによる感受率の変化が生じる。系全体の散逸が正となり安定な系を保つためには、少なくとも $\omega = \omega_{\mathrm{opt}}$ のとき第 2 項の分母の虚数成分が負となる必要がある。すなわち、

$$\frac{\omega_{\mathrm{opt}}}{\kappa} + \Im\left[\frac{m\omega_{\mathrm{opt}}^2}{M(\omega_{\mathrm{M}}^2 - \omega_{\mathrm{opt}}^2 + 2i\gamma_{\mathrm{M}}\omega_{\mathrm{opt}})}\right] < 0 \tag{5.23}$$

でなければならない。付録 C で述べるが、$\gamma_{\mathrm{M}} = 0.168 \pm 0.007 \ll \omega_{\mathrm{opt}} = 2\pi \times 660$ であり、$\omega_{\mathrm{M}} \ll \omega_{\mathrm{opt}}$ も考慮すれば、本実験では

$$\begin{aligned} -\Im\left[\frac{m\omega_{\mathrm{opt}}^2}{M(\omega_{\mathrm{M}}^2 - \omega_{\mathrm{opt}}^2 + 2i\gamma_{\mathrm{M}}\omega_{\mathrm{opt}})}\right] &\simeq \frac{2m\gamma_{\mathrm{M}}}{M\omega_{\mathrm{opt}}} \sim 4 \times 10^{-9} \\ &\ll \frac{\omega_{\mathrm{opt}}}{\kappa} \sim 8 \times 10^{-4} \end{aligned} \tag{5.24}$$

となる。したがって、可動鏡の散逸により系が安定に保たれることはないと考えられる。今後、この未知の安定性の原因をさらに考察していく必要がある。

第 6 章

まとめと今後の展望

本章で、実験結果のまとめと今後の展望を記す。本実験で行ったのは主に次の 3 点である。

1. エラー信号から懸架鏡の変位量を求めるための較正係数の測定
   較正係数は
   $$\sqrt{S_{\mathrm{v}}(\omega)} = \sqrt{S_{\mathrm{x},1}(\omega)}\frac{\pi c m}{\mathcal{F}\cos\beta}\left(1-\frac{\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa}\right)\omega_{\mathrm{eff}}^2\rho_{\mathrm{PD}}R_{\mathrm{PD}} \tag{6.1}$$
   となり、懸架鏡の自由振動時の反射光量を測定することで
   $$\begin{aligned}\mathcal{F} &= (1.98 \pm 0.08)\times 10^3 \\ \frac{\kappa_{\mathrm{in}}}{\kappa} &= 0.19 \pm 0.01\end{aligned} \tag{6.2}$$
   を得た。また離調角周波数を変化させたときの懸架鏡の共振周波数依存性を測定し
   $$\cos\beta = 0.78 \pm 0.04 \tag{6.3}$$
   を得た。
2. レーザー光の強度安定化
   AOM へフィードバックをかけることでレーザー光の強度安定化を行い、図 5.8 のような結果を得た。100 Hz から 1 kHz における強度安定度は RSNL で 3 から 5 程度であった。
3. 遠隔光冷却の実証および雑音評価
   遠隔光冷却を行い、懸架鏡の振り子モードをフォノン数 $(4.6 \pm 0.9)\times 10^5$、実効温度 15 ± 3 mK まで冷却することに成功した (図 5.10)。その雑音評価を行い、共振周波数まわりやそれより高周波数帯での感度は周波数雑音に、100 Hz 付近の感度は残留気体分子熱雑音により制限されていると考えられる。なお周波数雑音は現在データシートのスペック値を用いているため、実測による確認は必要である。また、フィルターゲインが 0 でも系が安定に保たれる原因は未特定である。

続いて、基底状態への冷却に向けて必要な要求値を述べる。図 3.13 の感度を実現する必要があり、具体的には 1 kHz で 1×10^{-18} m/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ を目指す。

1. 残留気体分子熱雑音
   現在の質量 5 mg の懸架鏡を用いる場合、散逸の大きさは (5.13) で表せる。このとき熱雑音による変位スペクトル $\sqrt{S_{\mathrm{th,gas}}}$ のフロアレベルは、$\omega_{\mathrm{eff}}/2\pi = 1$ kHz を仮定すると
$$\begin{aligned}\sqrt{S_{\mathrm{th,gas}}} &= \frac{\sqrt{8k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}\gamma_{\mathrm{gas}}m}}{m\omega_{\mathrm{eff}}^2} \\ &= 1\times10^{-18}\sqrt{\frac{P}{10^{-4}\ \mathrm{Pa}}}\end{aligned} \tag{6.4}$$
   である。つまり真空度を 10^{-5} Pa のオーダーまで上昇させることができれば良い。この真空度自体は、真空槽に入れる装置や部品を真空対応のものとすれば現在の技術で十分可能である。ただし、現在課題となっている真空度上昇に伴うアラインメント変化の問題を解決する必要がある。あるいは、高真空下でも地面振動による懸架鏡の振動励起が抑えられるような、より防振比の高い防振装置を用いることで対策が可能である。
2. レーザー光の強度雑音
   輻射圧揺らぎの観点、センシング雑音の観点いずれにおいても、散射雑音までレーザー光の強度は安定化させる必要がある。現在用いている強度安定化用フィルタ回路は 1 次のバンドパスフィルタであり、1 kHz でのオープンループ伝達関数のゲインは 20 程度にとどまっているが、フィルタの周波数依存性を工夫することでさらに 1 桁程度のゲインを稼ぐことは可能である。RSNL は 3 程度まで低減できているので、ゲインを 1 桁上昇させることで RSNL を 1 程度まで下げることはできると考えられる。また電源高調波を回避するために、強度安定化フィルタ回路を電池駆動とする手法も有効である [47]。
3. レーザー光の周波数雑音
   現在の共振器長 9 cm を仮定すると、周波数雑音は変位に換算して
$$\delta x_{\mathrm{ns}} = 1\times10^{-18}\left(\frac{n_{\mathrm{s}}}{5\ \mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}}\right) \tag{6.5}$$
   となる。この周波数安定度を実現するためには、参照共振器などの共振器長が極めて安定な共振器から信号を取得し、レーザーの周波数にフィードバックをかける周波数安定化を行う必要があると考えられる。
4. 振り子の熱雑音
   表 3.1 に示したパラメータである $Q_{\mathrm{m}} = 10^6$、$Q_{\mathrm{M}} = 10^2$ で示したパラメータが実現できれば、振り子の熱雑音は感度を制限しない。付録 C でも述べるが、現在高真空にしたときの振り子の Q 値は
$$\begin{aligned}Q_{\mathrm{m}} &= (3.2\pm1.0)\times10^5 \\ Q_{\mathrm{M}} &= 54\pm2\end{aligned} \tag{6.6}$$
   である。熱雑音の観点では、可動鏡を 4 倍程度重くし、懸架鏡の懸架線を 2 倍程度細くすれば実現可能であると考えられる。

また図 5.19 からも分かるように、1st バイオリンモードまでの周波数帯で熱雑音の変位スペクトルは $f^{-5/2}$ の依存性を持つが、3rd バイオリンモードあたりからは f^{-1} 程度の依存性となり、現在のタングステンワイヤーを用いると 1 kHz で目標感度を汚してしまう。n 次バイオリンモードの共振周波数 f_n は

$$f_n \simeq \frac{n}{2lr}\sqrt{\frac{mg}{\pi\rho_{\mathrm{w}}}} \tag{6.7}$$

であり (l は懸架線の長さ、r は懸架線の半径、ρ_{w} は懸架線の線密度)、タングステンは $\rho_{\mathrm{w}} = 19.25$ g/cm^3 と固い素材であるためバイオリン周波数が比較的低くなっている。$l = 5$ cm、$r = 1.5$ μm、$m = 5$ mg を仮定すると、$f_1 \sim 1$ kHz 程度を実現し、バイオリンモードの影響を排除するためには $\rho_{\mathrm{w}} \sim 0.7$ g/cm^3 程度の柔らかい素材を用いなければならない。したがって、付録 *C* でも述べるがさらに懸架線を細くしたうえで、密度のオーダーが 1 g/cm^3 程度であるカーボンファイバーやカーボンナノチューブファイバーを利用することを検討中である。特に、カーボンナノチューブファイバーを用いれば、懸架線の直径が 1 μm、密度が 1 g/cm^3 以下で、10^7 を超える Q 値をもつ振り子を作成できる可能性が示唆されている [48]。

5. 回路雑音
現在の回路雑音の大きさは、kHz 付近の周波数帯でおよそ 10^{-7} V/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 程度、変位量換算で 10^{-16} m/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 程度となっている。オペアンプの暗雑音スペック値は数 nV/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ であるから、電圧雑音を 1 桁下げることは十分可能である。さらに、共振器のフィネスや PD で用いる抵抗 R_{PD} などで較正係数を 1 桁大きくすることで、変位量換算での雑音を 10^{-18} m/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 程度まで下げることができると考えられる。

以上のような雑音の低減が実現できれば、1 kHz で変位感度が零点振動へ到達可能である。その上で、本実験で実証した遠隔光冷却を行えば基底状態への冷却が実現できると考えられる。各雑音の大きさを見積もり、将来的な目標感度を示したのが図 6.1 である。直径 1 μm で密度が $\rho_{\mathrm{w}} = 1$ g/cm^3 の懸架線で 5 mg の鏡を懸架し、周波数雑音は $n_{\mathrm{s}} = 1$ mHz/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$、圧力は $P = 10^{-5}$ Pa を仮定した。

また本研究では、固定鏡の熱雑音、および散射雑音をフィードバックすることにより生じる雑音について考慮していない。これら 2 つの雑音についても今後見積もりを行い、基底状態まで冷却する際に支障をきたさない設計をする必要がある。

1. 固定鏡の熱雑音
入射鏡は固定しているため、共振周波数が非常に高く懸架鏡の振り子運動には影響しない。しかし、低周波での固定鏡の熱雑音がセンシング雑音として共振器長変動測定に寄与する効果は存在する。固定鏡の熱雑音には、大きく分けて基材の熱雑音によるものと、高反射率鏡に用いられる誘電体多層膜の熱雑音によるものの 2 つがある。これらの低減手法としては、Q 値の高い基材やコーティングを用いる他、鏡に当たるレーザー光のビーム径を大きくする、などが挙げられる。

2. 散射雑音のフィードバック
遠隔光冷却に系におけるフィードバック力は (3.81) で考えているが、実際にはこのように共

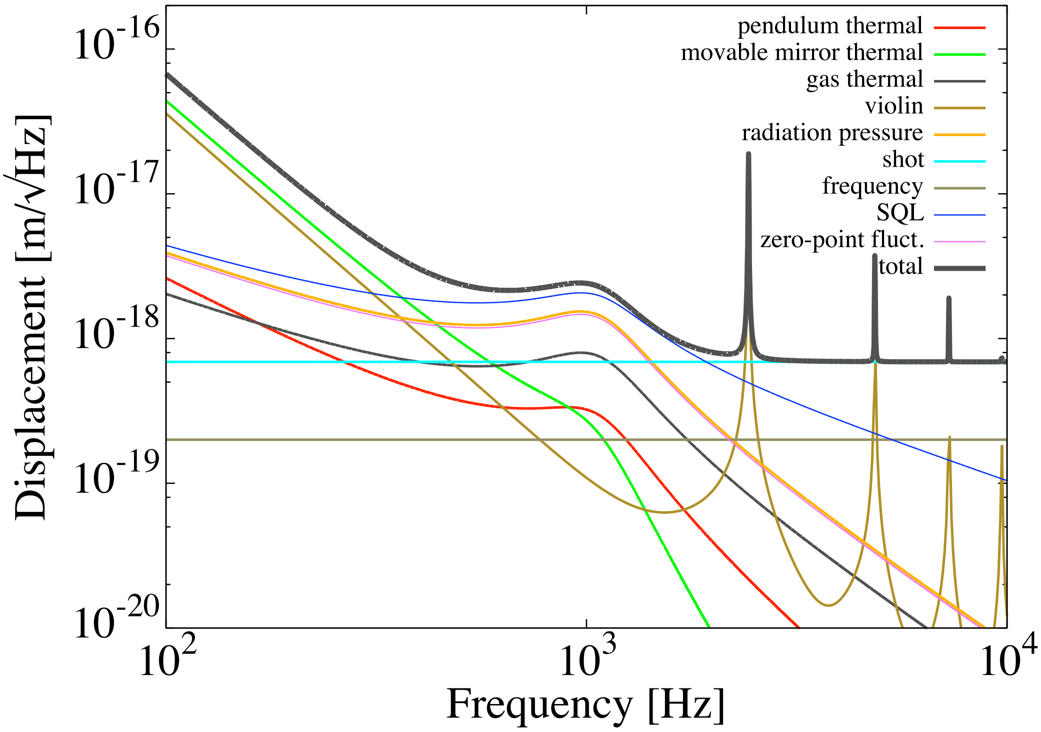

図 6.1　将来的な目標感度

振器長変動を理想的にフィードバックすることはできず、散射雑音を含めたフィードバックとなる。この効果は、フィードバック冷却における原理的な冷却限界を与えると考えられるが、現段階ではまだ考察できていない。考察のためには、ランジュバン方程式 (3.77) の段階で、光子の消滅演算子に関する方程式を直交位相の 2 成分に分け、それぞれの成分で真空場揺らぎを導入し、方程式を解けばよい。

付録 A

応用

本章では第 2 章で触れなかった、本実験で開発された実験装置や手法が応用可能な実験について述べる。ここで挙げるように、本実験は非常に幅広い応用例を持っている。

A.1 CSL モデルの検証

量子力学を支配するシュレディンガー方程式は波動関数について線形な方程式であり、その線形性は現在のところあらゆる実験結果と無矛盾である。ただし、マクロな物体でいまだ重ね合わせ状態が観測されていない事実を線形性から説明することはできないため、方程式の非線形性から議論しようというのが CSL(Continuous Spontaneous Localization) モデルである [49]。

まず、位置測定演算子が平均値のまわりにガウシアン分布している状況を考える。連続測定極限、弱測定極限をとると、波動関数 $|\psi(t)\rangle$ の時間発展は

$$d|\psi(t)\rangle = \left[\left(-i\hat{\mathcal{H}} - \frac{\lambda}{4}(\hat{x} - \langle\hat{x}\rangle)^2\right)dt + \sqrt{\frac{\lambda}{2}}(\hat{x} - \langle\hat{x}\rangle)dW\right]|\psi\rangle \tag{A.1}$$

と記述される [50]。$\mathcal{H}$ は系のハミルトニアン、λ は測定強度、dW はウィーナー過程を表す。位置の期待値が含まれているため、この方程式は波動関数について非線形なものとなっている。第 2、3 項は測定に伴う反作用を表し、波束の局在化を引き起こす。

アンサンブル平均 $E[\cdot]$ を考えれば、この方程式は密度行列 $\hat{\rho} \equiv E[|\psi\rangle\langle\psi|]$ の時間発展となり

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -i\left[\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}\right] - D_{\mathrm{sp}}[\hat{x}, [\hat{x}, \hat{\rho}]] \tag{A.2}$$

と書ける。$E[dW] = 0$ であり、測定強度 λ はデコヒーレンス強度 D_{sp} という形に書き直した。古典的には位相空間密度 $\rho(x, p, t)$ のリウヴィル方程式

$$\frac{d\rho}{dt} = \{\mathcal{H}, \rho\} + D_{\mathrm{sp}}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\rho \tag{A.3}$$

と等価であり、外界の熱浴 (温度 T_{th}) と接しているときは

$$\frac{d\rho}{dt} = \{\mathcal{H}, \rho\} + \gamma_{\mathrm{m}}\frac{\partial}{\partial p}p\rho + (D_{\mathrm{th}} + D_{\mathrm{sp}})\frac{\partial^2}{\partial p^2}\rho \tag{A.4}$$

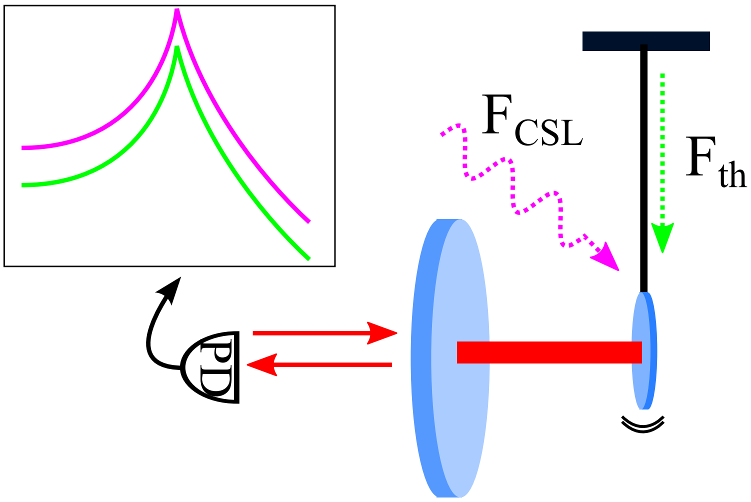

図 A.1　CSL モデル由来の揺らぎ測定

である。ここで、D_{th} [N^2/Hz] は (3.55) と同じく熱雑音のスペクトルであり $D_{\mathrm{th}} = k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{th}}\gamma_{\mathrm{m}}m$ である。つまり、波束の収縮に伴って生じるランダムな揺らぎは、振動子の熱雑音と全く同じ形で混入してくる。したがって、もし CSL モデル由来の揺らぎが熱雑音よりも大きい場合に振動子の揺らぎを測定すると、図 A.1 のようにスペクトル全体が熱雑音から予想される値よりも盛り上がって観測されるはずである。この揺らぎの測定については様々な研究がなされている [51, 52]。

熱雑音との S/N 比は上昇温度 ΔT_{sp} [K] として議論することができる [53]。これは熱雑音を測定したとき、熱浴の温度があたかも

$$\Delta T_{\mathrm{sp}} = \frac{D_{\mathrm{sp}}}{k_{\mathrm{B}}\gamma_{\mathrm{m}}m} \tag{A.5}$$

だけ上昇しているかのように観測される。D_{sp} の CSL モデルにおける具体的な形は、振動子の振動モード方向の厚さを d として

$$D_{\mathrm{sp}} = \lambda_{\mathrm{CSL}} r_{\mathrm{CSL}}^2 \frac{4\pi\hbar^2\rho m}{m_0^2 d} \tag{A.6}$$

と表せる。ρ、m はそれぞれ振動子の密度、質量、m_0 は統一原子質量単位 (amu) である。r_{CLS} [m] はデコヒーレンスの発生する典型的な大きさであり、以下では $r_{\mathrm{CSL}} = 10^{-7}$ m とする。λ_{CSL} [Hz] は局在化周波数で、実験から $r_{\mathrm{CSL}} = 10^{-7}$ m において

$$2.2 \times 10^{-17} \leq \lambda_{\mathrm{CSL}} \leq 2.2 \times 10^{-8\pm2} \tag{A.7}$$

という制限がつけられている。$\rho = 2 \times 10^3$ kg/m^3 を仮定して (A.5) に代入すると、

$$\begin{aligned}\Delta T_{\mathrm{sp}} &= \lambda_{\mathrm{CSL}} r_{\mathrm{CSL}}^2 \frac{4\pi\hbar^2\rho}{k_{\mathrm{B}} m_0^2 d}\tau \\ &= 7.6 \times 10^{-2} \frac{\lambda_{\mathrm{CSL}}\tau}{d}\end{aligned} \tag{A.8}$$

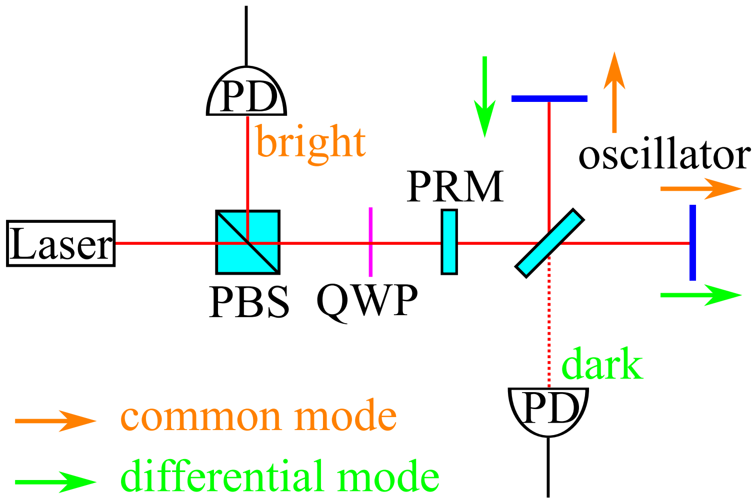

図 A.2　振り子モード同士のエンタングルメントの実現

となる。ここで $\tau \equiv 1/\gamma_{\mathrm{m}}$ [s] は振動子の寿命である。すなわち熱雑音のスペクトルを測定することで

$$\lambda_{\mathrm{CSL}} < 1.3 \times 10 \ \frac{\Delta T_{\mathrm{sp}} d}{\tau} \tag{A.9}$$

の精度で検証が可能だということである。

したがって、熱浴の温度が低いほど、振動子の厚さが薄いほど、寿命が長いほど厳しい制限をつけることが可能となる。常温で実験を行うとして $\Delta T_{\mathrm{sp}} = 30$ K を仮定し、本実験のパラメータ $d = 2 \times 10^{-4}$ m を代入、付録 C で述べるように測定結果 $\tau = 4.8 \times 10^{4}$ s を用いると

$$\lambda_{\mathrm{CSL}} < 1.7 \times 10^{-6} \tag{A.10}$$

である。本実験で熱雑音を観測できれば、現在のパラメータでも CSL モデルの局在化周波数の上限に迫ることができる。

第 3.4.1 節では、オプトメカニクスにおいて fQ が重要であると述べた。これに対し、CSL モデルの検証には振動子の寿命 Q/f が重要となってくる。先行研究と比較しても驚異的な寿命を誇る本実験の振り子は、CSL モデルの検証にも応用できる大きな可能性を秘めている。

A.2　振り子モード同士のエンタングルメント

第 2.1 節では、基底状態まで冷えた振動子の振動モードと単一光子のエンタングルメントについて述べた。一方、2 つの振動子の振り子モード同士が Laser 光を介してエンタングルメントさせることが可能であるという提案が存在する [54]。図 A.2 のような 2 つの振動子でできたマイケルソン干渉計を考え、ダークポート、ブライトポートでそれぞれ振り子の差動、同相モードを検出する。

右側、上側の振動子の位置をそれぞれ x^{E}、x^{N} とすると、差動、同相モードは $x^{\mathrm{d}} \equiv (x^{\mathrm{E}} - x^{\mathrm{N}})/2$、$x^{\mathrm{c}} \equiv (x^{\mathrm{E}} + x^{\mathrm{N}})/2$ と表せる。検出可能なのは個々の振り子の変位ではなく差動、同相モードである

ため、波動関数は

$$\Psi(x^{\mathrm{E}}, x^{\mathrm{N}}) = \psi^{\mathrm{c}}\left(\frac{x^{\mathrm{E}}+x^{\mathrm{N}}}{2}\right)\psi^{\mathrm{d}}\left(\frac{x^{\mathrm{E}}-x^{\mathrm{N}}}{2}\right) \tag{A.11}$$

となり、x^{E} と x^{N} の波動関数の積として書くことはできない。[54] での提案によれば、測定感度が標準量子限界に到達している状況では 2 つの振り子モードが確率的純粋状態となり、重ね合わせ状態が実現される。ここで、標準量子限界 (Standard Quantum Limit: SQL) とはハイゼンベルグの不確定性関係から決まる、原理的な振動子の位置測定精度の限界である。

SQL 感度に到達することで、例えば重力デコヒーレンスの検証が可能となる。到達周波数を $\Omega_{\mathrm{q}}/2\pi$ [Hz] とすると、Penrose、Diosi モデルによる重力デコヒーレンス時間 τ_{P}、τ_{D} はそれぞれ

$$\begin{aligned}\tau_{\mathrm{P}} &\simeq \frac{\Omega_{\mathrm{q}}}{G\rho}\\ \tau_{\mathrm{D}} &\simeq \frac{L^2}{G}\sqrt{\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{q}}}{m^3}}\end{aligned} \tag{A.12}$$

である [55]。L は 2 つの振動子の距離である。例えば、本実験での最終目標通り 1 kHz で感度が SQL に到達したと仮定し、$m = 5$ mg、$\rho = 2.2\times10^3$ kg/m^3、$L = 1$ mm とすれば

$$\begin{aligned}\tau_{\mathrm{P}} &= 4.3\times10^{10}\ \mathrm{s}\\ \tau_{\mathrm{D}} &= 1.1\times10^{-3}\ \mathrm{s}\end{aligned} \tag{A.13}$$

を得る。Diosi モデルにおいては、およそ 1 周期程度で重ね合わせ状態が観測されなくなると予想されるため、重ね合わせがどの程度の時間維持されるかを観測することで、重力デコヒーレンスを比較的容易に検証できる。また、様々な質量スケールでエンタングルメント持続時間を測定することにより、さらなる具体的なモデルの検証も可能である。

付録 B

電気回路

この章では、本実験で用いた電気回路のうち重要な 2 つの回路の詳細を記す。図 B.1 はその写真である。大きな方が共振器長の制御および懸架鏡の冷却に用いた回路であり、小さな方はレーザー光の強度安定化に用いた回路である。

フィードバック制御とは、測定した変動を打ち消す方向に信号を返すことでその変動を抑制するものである。ループゲインを $G(\omega)$、外乱を v_0 とすると、フィードバック後の信号 v は

$$v = \frac{v_0}{1+G(\omega)} \tag{B.1}$$

で与えられる。

この $G(\omega)$ にはフィルタ回路の伝達関数が含まれている。ゆえに基本的には回路のゲインを大きくすればそれだけ $G(\omega)$ も大きくなり、外乱による変動はますます抑制されていく。しかし伝達関数には周波数依存性が存在し、特に高周波領域では変動についていくことができず、どうしてもゲインの減少、位相の遅れが生じてしまう。もし $|G(\omega)| = 1$ となる周波数で位相が 180° 遅れていた場合、$G(\omega) = -1$ となり v は発散する。つまりフィードバックは不安定となる。

系が安定となる条件は「UGF で位相遅れが 180° より小さい」である。適切なフィルター回路を用いなければ安定な系を構築できないため、その設計は非常に重要である。ここで、オペアンプを用い

図 B.1　回路写真

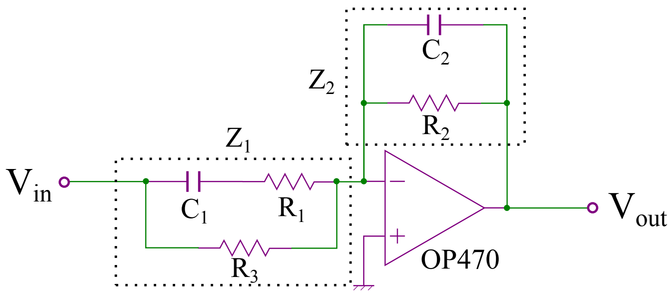

図 B.2　基本的な回路構成

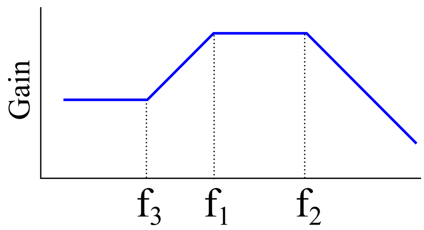

図 B.3　伝達関数のゲインの周波数依存性

た基本的なローパス、ハイパスフィルタの構成方法を述べる。

図 B.2 のような回路に信号 $V_{\rm in}$ を入力したときの $V_{\rm out}$ の周波数依存性を考える。オペアンプは広い周波数帯でマイナス端子とプラス端子の電圧が等しくなるようなフィードバックがかかる IC であり、黒点線で囲んだそれぞれのインピーダンスを Z_1、Z_2 とすると、オペアンプのプラス端子が接地されているため

$$V_{\rm out} = \frac{Z_2}{Z_1} V_{\rm in} \tag{B.2}$$

が成り立つ。コンデンサのインピーダンスが $1/(i\omega C)$ であることを考えると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_1} &= \frac{1}{R_1 + \dfrac{1}{i\omega C_1}} + \frac{1}{R_3} \\ \frac{1}{Z_2} &= \frac{1}{R_2} + i\omega C_2 \end{aligned} \tag{B.3}$$

となる。したがってこの回路の伝達関数は

$$\begin{aligned} \frac{V_{\rm out}}{V_{\rm in}} &= \frac{R_2}{R_3} \frac{1 + i\omega(R_1 + R_3)C_1}{1 + i\omega R_1 C_1} \frac{1}{1 + i\omega R_2 C_2} \\ &\equiv \frac{R_2}{R_3} \frac{1 + if/f_3}{1 + if/f_1} \frac{1}{1 + if/f_2} \end{aligned} \tag{B.4}$$

である。おのおのの時定数からカットオフ周波数が決まっており、この伝達関数のゲインの周波数依存性を簡単に図示すると図 B.3 のようになる。

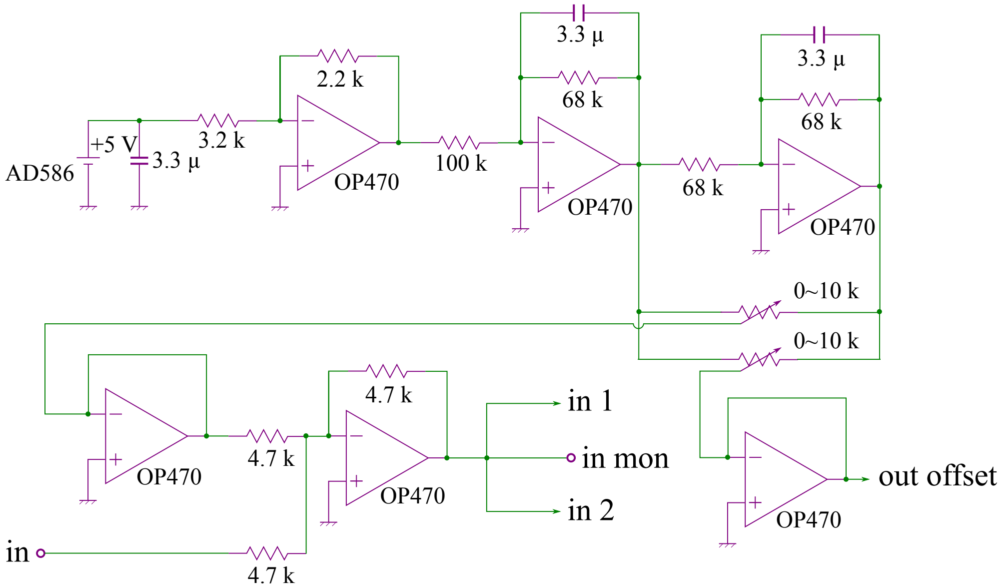

図 B.4　オフセット回路

B.1　共振器長制御および冷却用回路

まず、共振器長制御 (lock) 用、および遠隔光冷却 (damp) 用回路の回路図を示す。

図 B.4 は PD からのエラー信号に直流電圧を乗せて各回路へ入力する電圧を調整する部分である。オフセット回路は、AD586 という +5 V の電圧を生じさせる素子からの出力を、0.7 Hz にカットオフのあるローパスフィルタに通して高周波成分をできるだけ抑え、およそ ±3 V を可変抵抗調整により出力できるようにしてある。

PD からの信号が in ポートから入力され、直流電圧と足し算されエラー信号のゼロ点が決まる。足し算後の信号は in mon でモニターしつつ、lock 用回路へ向かう in 1、damp 用回路へ向かう in 2 へと分岐する。またもうひとつ可変抵抗でオフセットを作っており、これは各フィルタを経由した後の信号に加えるためのものである。

図 B.5 が、共振器長制御、および遠隔光冷却で用いた回路である。共振器長制御用回路はバンドパスフィルタ、冷却用回路はハイパスフィルタである。それぞれ可変抵抗の大きさを変化させることで、ゲインを調整することができる。フィルタからの出力は合流後、符号反転スイッチを経由し、オフセットが加えられ最終的に out ポートから出力される。

冷却に用いたハイパスフィルタ部分の伝達関数を図 B.6 に示す。これは可変抵抗を 5 kΩ として測定したときのものである。高周波で位相遅れが見られるが、10 kHz 以下の周波数帯ではおおむね理論通りの伝達関数となっている。

また in 2 の入力先を mul/nor スイッチで切り替えることで、かけ算回路経由で冷却することも可能となっている。MPY634 という素子は、2 入力 X、Y に対し出力 Z が Z=XY/10 [V] となるようなかけ算オペアンプである。mul ポートに方形波を入力することで冷却の on/off を電気的に制御し、

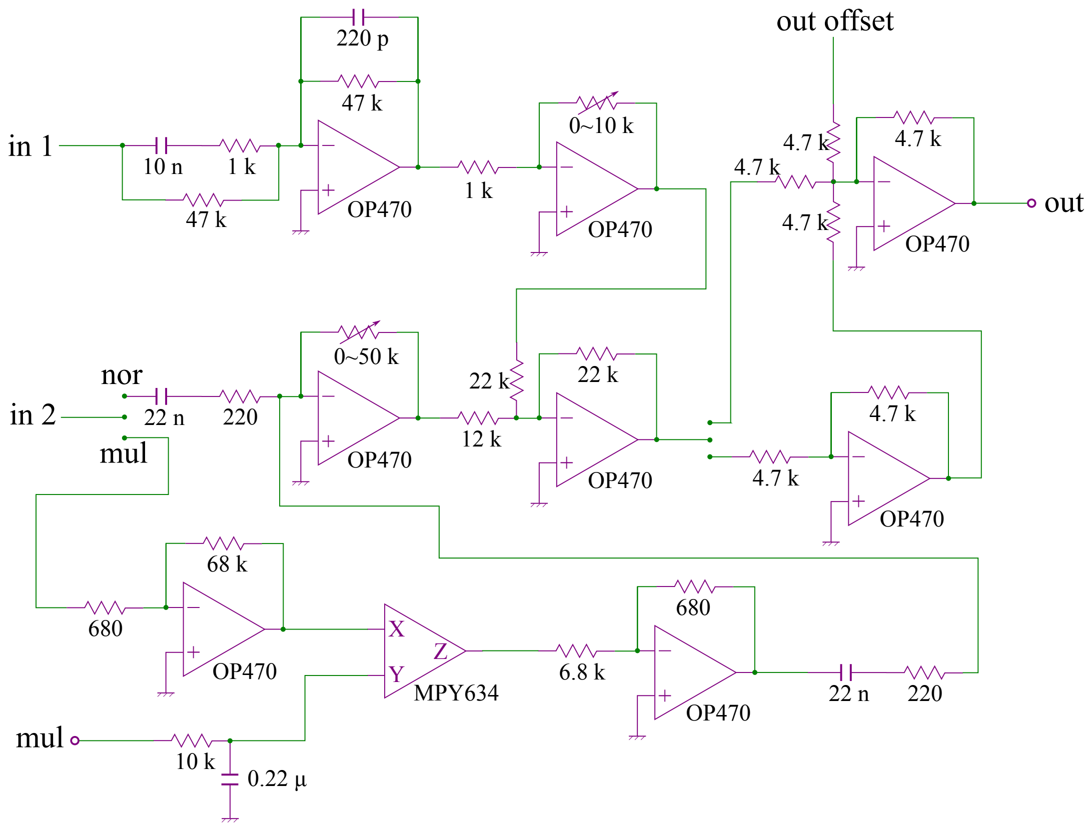

図 B.5　共振器長制御、冷却用回路

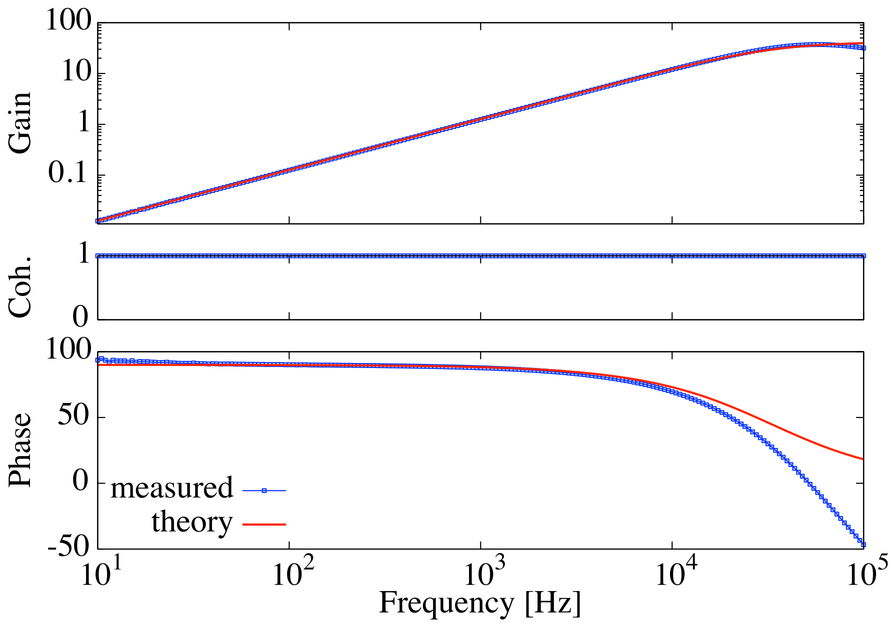

図 B.6　冷却用回路の伝達関数

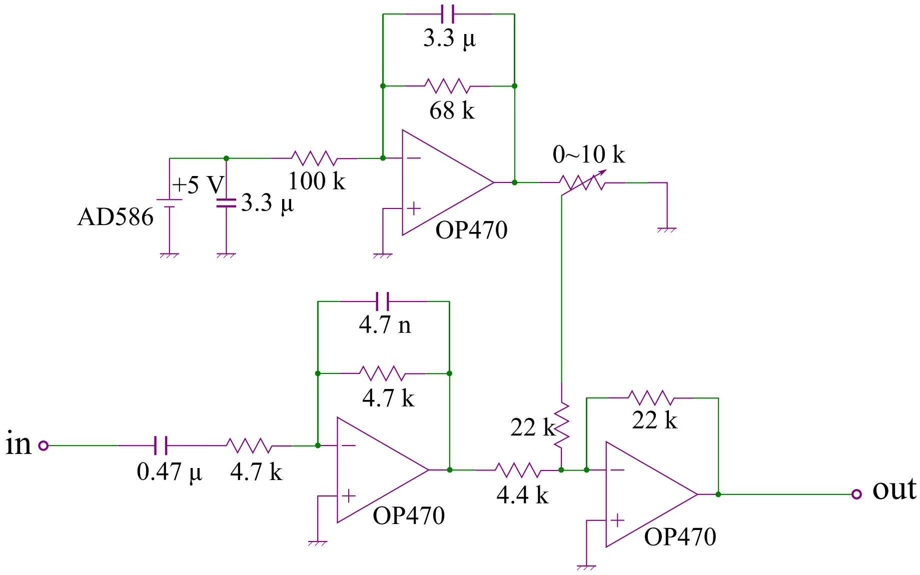

図 B.7　強度安定化用回路

フォノン数の増加を何度も測定することができる。mul ポート直後のローパスフィルタは、方形波入力に伴いフィードバック信号にパルスが混入し、振動子を励起させてしまうのを防ぐために設置している。

B.2　強度安定化用回路

続いて強度安定化用回路の回路図を図 B.7 に示す。オフセット回路により出力を 0 から 3.5 V で変化させ、AOM ドライバに直流電圧を供給する。これに加える形で強度安定化信号を送る。強度安定化 in loop 用 PD からの出力は in ポートに入力され、バンドパスフィルタを経由して out ポートから出力され AOM ドライバに向かう。

強度安定化用回路の伝達関数を図 B.8 に示す。こちらもわずかに高周波でゲインの減少、位相遅れが見られるが、ほぼ理論通りとなっている。

最後に、以上 2 つの回路、およびアクチュエータ用コイルに電流を流すためのバッファの入力を 0 Ω としたときの出力の雑音を図 B.9 に示す。電流バッファの暗電流による雑音は、その出力を 50 Ω の終端抵抗に接続し、その両端に生ずる電圧を測定することで求めた。実際にアクチュエータとして用いたコイルは内部抵抗が 10 Ω であることに注意して、図 B.9 では入力換算電圧雑音を示している。これらの暗雑音による変位感度への寄与は 5.5.4 節で見積もってある。

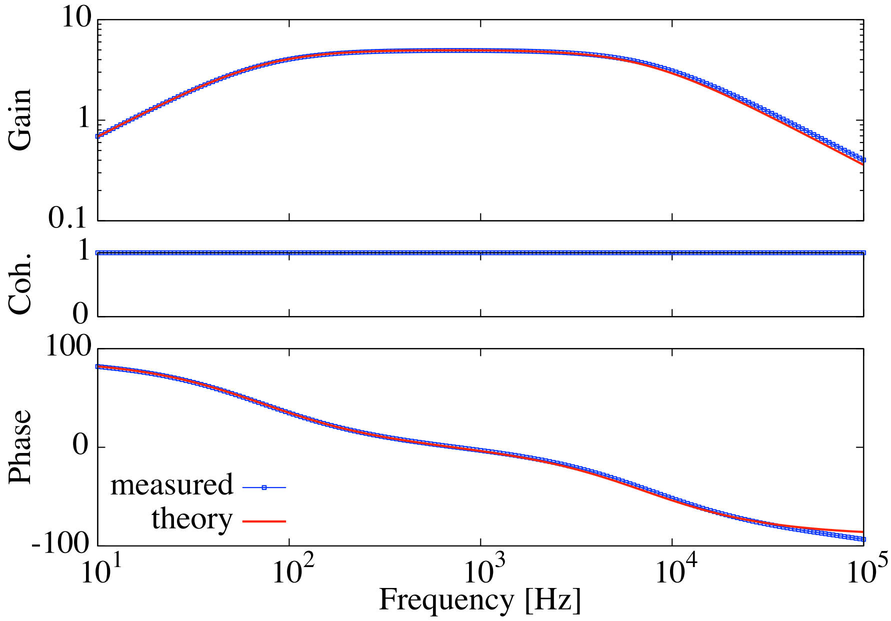

図 B.8　強度安定化用回路の伝達関数

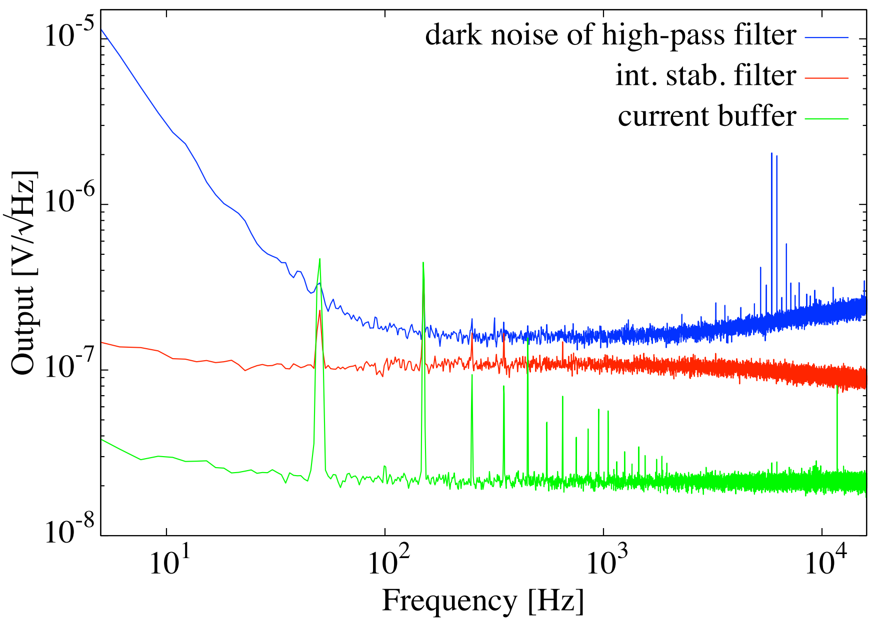

図 B.9　各回路の暗雑音

付録 C

Q 値

ここでは、振動子の冷却を行う上で極めて重要な物理量である Q 値について詳細に述べる。Q 値は熱雑音の大きさに直結する物理量であり、いかに Q 値の高い振動子を用いるかがオプトメカニクスの実験では要となる。

C.1　測定結果

本実験、特に遠隔光冷却時の真空度は 10 Pa であったため、残留気体分子熱雑音により感度が制限されていた。この時の懸架鏡振り子モードも Q 値は (5.13) より 200 程度であると考えられる。ただし、高真空下での Q 値は別で測定を行った。

測定手法としては図 C.1 のようなシャドーセンシングを用いた。

まず、懸架鏡の鏡面に対して平行にレーザー光を入射する。このとき懸架鏡はレーザー光のビーム中心から少し離した場所に配置する。レーザー光の強度分布は中心にピークをもつガウシアンの形をしているため、その線形領域で懸架鏡を振動させると、懸架鏡の陰に隠されるレーザー光量も線形に変化する。したがって、PD で受け取るレーザー光量を測定することで、懸架鏡の振動を測定することができる。

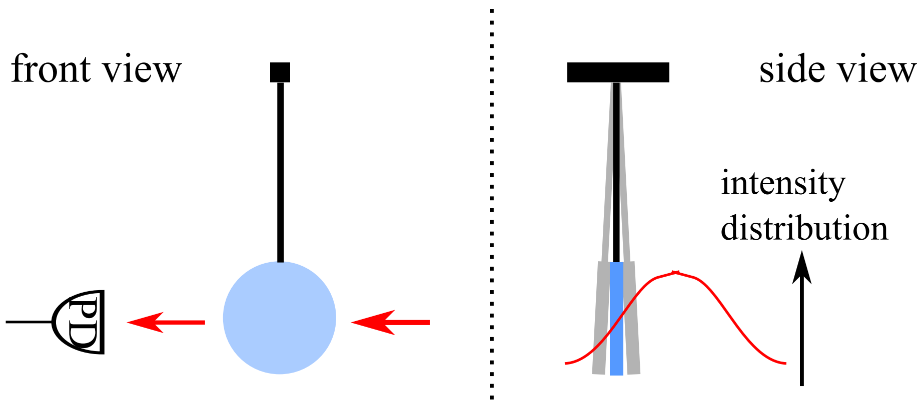

図 C.1　Q 値測定構成

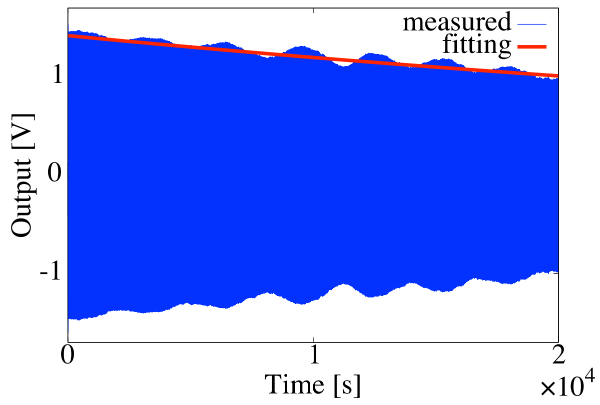

図 C.2　リングダウン時系列データ

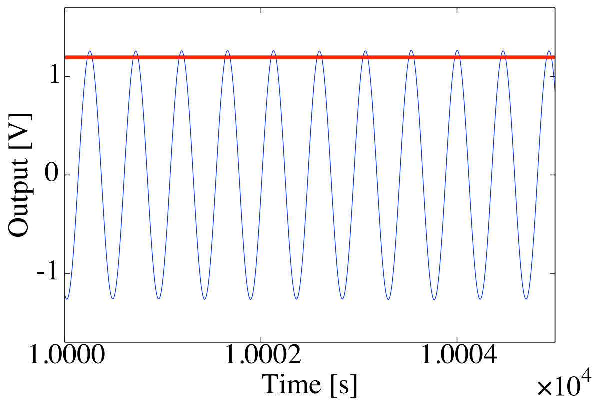

図 C.3　リングダウン時系列データ拡大

図 C.2 は Q 値測定結果の一例である。主真空槽に衝撃を与えて振り子モードを励起し、その振動が徐々に収まっていくリングダウンを測定した。図 C.3 はその一部を拡大したものである。約 300 μHz のうなりは、鏡面に平行な方向の振り子モードとのカップリングであると考えられる。

フィッティングは、PD の出力自身を参照信号とし掛け合わせた In phase(I-phase) 信号の時間平均を用いて行った。(3.58) で述べた振動子のインパルス応答の初期振幅を A とすると、I-phase 信号の時間平均は

$$\overline{x(t)^2} = \frac{A^2}{2} \exp\left(-\frac{\omega_{\mathrm{m}} t}{Q_{\mathrm{m}}}\right) \tag{C.1}$$

となるため、包絡線を抽出できる。ここで、時間平均はうなりが消える程度の十分長い時間でとった。

さらに、突発的な励起や減衰が混入していないかどうかを調べるため、I-phase に直交する Quadrature phase(Q-phase) 信号も確認した。もとの信号にローパスフィルタをかけ位相を 90° ずらし、もとの信号と掛け合わせ時間平均をとることで Q-phase 信号を取得した。

同様の測定を複数回行い、図 C.4 のインセットのようなヒストグラムを得た [43]。I-phase、Q-phase 信号は図 C.2 のデータから得たものである。ここから懸架鏡の Q 値を

$$Q_{\mathrm{m}} = (3.2 \pm 1.0) \times 10^5 \tag{C.2}$$

と推定することができる。

全測定時、真空度は 1×10^{-3} Pa 以下であり、この真空度での残留気体分子によって決まる Q 値は $Q_{\mathrm{gas}} > 2 \times 10^6$ であるため、残留気体分子によるエネルギー散逸が支配的ではないことが分かる。

また、これとは別に可動鏡の Q 値も見積もった。こちらは可動鏡および固定鏡を用いてマイケルソン干渉計を構成して干渉縞のミッドフリンジでロックし、オープンループ伝達関数を測定、感受率でフィッティングすることで求めた。その結果

$$\begin{aligned} \omega_{\mathrm{M}}/2\pi &= 2.89 \pm 0.01\ [\mathrm{Hz}] \\ Q_{\mathrm{M}} &= 54 \pm 2 \end{aligned} \tag{C.3}$$

を得た。ここで、可動鏡の質量は $M = 97$ g であり、(3.57) と (3.85) から、高真空での可動鏡と懸

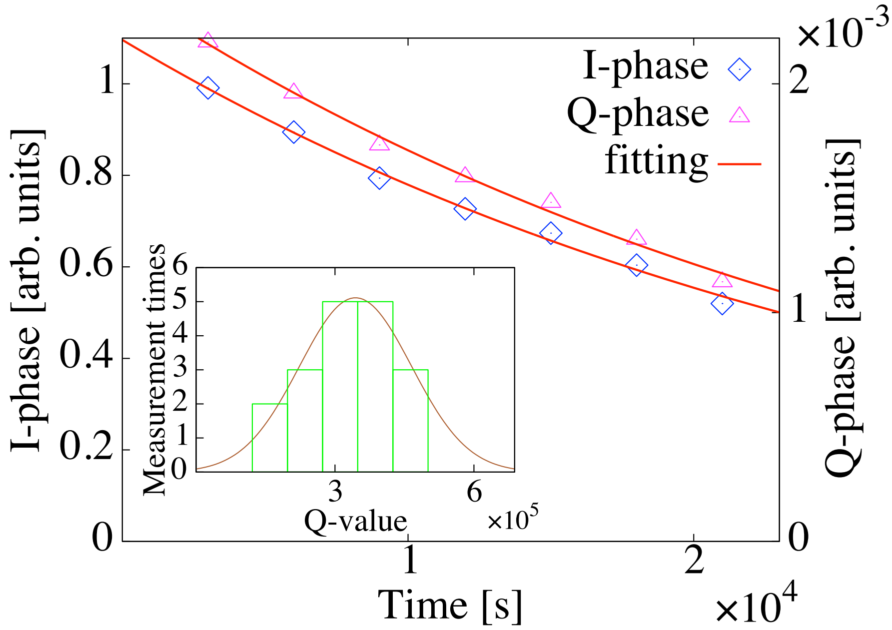

図 C.4　Q 値の測定結果

架鏡の熱雑音による変位の大きさの比は

$$\sqrt{\frac{S_{\mathrm{th},2}}{S_{\mathrm{th},1}}} = \sqrt{\frac{Q_{\mathrm{m}}\omega_{\mathrm{M}}m}{Q_{\mathrm{M}}\omega_{\mathrm{m}}M}} = 0.6 \pm 0.1 \tag{C.4}$$

である。現在の可動鏡の変位は懸架鏡と比較すると小さいもののほぼ同等であり、高真空にしたとしても共振器長変動と懸架鏡の変位がはぼ等しいとは言えない。したがって将来的には可動鏡の Q 値をさらに上げる、あるいは重くする必要がある。

C.2　重力希薄化

懸架鏡の Q 値 30 万というのは、先行研究と比較しても驚異的な大きさである。この大きさは、懸架系が細線で 1 本吊りというシンプルな構成になっている上に、その細線の直径が 3 μm と非常に小さく外界との相互作用を極限的に抑えているためである。また、3 μm という細さでも 5 mg の物体を吊ることのできるタングステンの強度のおかげでもある。

さて、今回測定された Q 値を重力希薄化 (gravitational dilution) という観点から議論する。重力希薄化とは、振り子が懸架線のばねではなく、ほぼ重力に束縛されているためにそのエネルギー散逸が希釈される効果である。

まず、懸架線の復元力のみが働くときを考える。ばね定数を k_{el} [N/m] とし、(3.51) の運動方程式を

$$-m\omega^2 + k_{\mathrm{el}}(1 + i\phi) = F(\omega) \tag{C.5}$$

と書く。ϕ は loss angle と呼ばれる散逸を表す物理量で、structure、viscous モデルにおいてそれぞれ

$$\begin{aligned}\phi_{\mathrm{st}} &= \frac{1}{Q_{\mathrm{m}}} \\ \phi_{\mathrm{vi}} &= \frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m}} Q_{\mathrm{m}}}\end{aligned} \tag{C.6}$$

となる。

ここで、懸架線の復元力に加え重力による復元力がかかるとすると、重力によるエネルギー散逸は存在しないと考えられるので、$k_{\mathrm{g}} \gg k_{\mathrm{el}}$ のとき運動方程式は

$$\begin{aligned}F(\omega) &= -m\omega^2 + k_{\mathrm{el}}(1 + i\phi) + k_{\mathrm{g}} \\ &\simeq -m\omega^2 + k_{\mathrm{g}}\left(1 + i\frac{k_{\mathrm{el}}}{k_{\mathrm{g}}}\phi\right)\end{aligned} \tag{C.7}$$

と書ける。希釈係数 D は

$$\begin{aligned}D &= \frac{k_{\mathrm{g}}}{k_{\mathrm{el}}} \\ &= \frac{4l}{n_{\mathrm{w}} r^2}\sqrt{\frac{mg}{\pi Y}}\end{aligned} \tag{C.8}$$

となる。l が懸架線の長さ、r が懸架線の半径、n_{w} が懸架本数、g が重力加速度、Y が懸架素材のヤング率である。本実験では $l = 5$ cm、$r = 1.5\ \mu$m、$n_{\mathrm{w}} = 1$、$m = 5$ mg、$Y = 411$ GPa であるので代入すると

$$D = 5.5 \times 10^2 \tag{C.9}$$

となり、Q 値を 550 倍上昇させる可能性をもつことが分かる。

一方、懸架鏡の回転方向の Q 値は別に測定してあり、これは $Q_{\mathrm{rot}} = 1.9 \times 10^3$ であった。したがって

$$\frac{Q_{\mathrm{m}}}{Q_{\mathrm{rot}}} = 1.7 \times 10^2 \tag{C.10}$$

であり、希釈係数とは 3.3 倍の違いがある。これは懸架線の固定や鏡との接着などのクランプによる損失が影響していると考えられる。

Q 値上昇に特に重要なのが懸架線の半径であり、細くすればするほどその 2 乗に反比例して Q 値は大きくなる。現在は市販のタングステン線の中で最も細い 3 μm の細線を用いているが、カーボンファイバーやカーボンナノチューブファイバーといったより loss angle の小さい、あるいは細くできる細線を用いることも検討中である。

参考文献

[1] R. Penrose, Gen. Rel. Grav. **28**, 581-600 (1996).
On Gravity's role in Quantum State Reduction

[2] L. Diósi, Phys. Lett. A **120**, 377-381 (1987).
A universal master equation for the gravitational violation of quantum mechanics

[3] C. Rovelli, Living Rev. Relativity **11**, 1 (2008).
Loop Quantum Gravity

[4] R. Gambini & J. Pullin, Oxford University Press, 110-117 (2011).
A First Course in Loop Quantum Gravity

[5] I. Ushijima, M. Takamoto, M. Das, T. Ohkubo & H. Katori, Nat. Photonics **9**, 185-189 (2015).
Cryogenic optical lattice clocks

[6] J. Aasi *et al*, Nat. Photonics **7**, 613-619 (2013).
Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light

[7] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B **716**, 1-29 (2012).
Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC

[8] W. Marshall, C. Simon, R. Penrose & D. Bouwmeester, Phys. Rev. Lett. **91**, 130401 (2003).
Towards Quantum Superpositions of a Mirror

[9] I. Pikovski, M. R. Vanner, M. Aspelmeyer, M. S. Kim & C. Brukner, Nat. Phys. **8**, 393-397 (2012).
Probing Planck-scale physics with quantum optics

[10] A. D. O'Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann, R. C. Bialczak, M. Lenander, E. Lucero, M. Neeley, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, J. M. Martinis & A. N. Cleland, Nature (London) **464**, 697-703 (2010).
Quantum ground state and single-photon control of a mechanical resonator

[11] J. D. Teufel, T. Donner, Dale Li, J. W. Harlow, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker, K. W. Lehnert & R. W. Simmonds, Nature (London) **475**, 359-363 (2011).
Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state

[12] J. Chan, T. P. Mayer Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Groeblacher, M. Aspelmeyer & O. Painter, Nature (London) **478**, 89-92 (2011).
Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state

[13] E. E. Wollman, C. U. Lei, A. J. Weinstein, J. Suh, A. Kronwald, F. Marquardt, A. A. Clerk & K. C. Schwab, Science **349**, 952-955 (2015).
Quantum squeezing of motion in a mechanical resonator

[14] R. W. Peterson, T. P. Purdy, N. S. Kampel, R. W. Andrews, P. -L. Yu, K. W. Lehnert & C. A. Regal, Phys. Rev. Lett. **116**, 063601 (2016).
Laser cooling of a micromechanical membrane to the quantum backaction limit

[15] B. Abbott *et al*, New J. Phys. **11**, 073032 (2009).
Observation of a kilogram-scale oscillator near its quantum ground state

[16] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg & F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. **86**, 1391 (2014).
Cavity optomechanics

[17] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg & F. Marquardt, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1-3 (2014).
Cavity optomechanics Nano- and Micromechanical Resonators Interacting with Light

[18] L. J. Garay, Int. J. Mod. Phys. A **10**, 145 (1995).
Quantum gravity and minimal length

[19] F. Kawazoe, R. Schilling & H. Lück, J. Opt. **13**, 055504 (2011).
Eigenmode changes in a misaligned triangular optical cavity

[20] Y. Michimura, *private communication*

[21] D. F. Walls & G. J. Milburn, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 127-133 (2008).
Quantum Optics

[22] B. S. Sheard, M. B. Gray, C. M. Mow-Lowry, D. E. McClelland & S. E. Whitcomb, Phys. Rev. A **69**, 051801 (2004).
Observation and characterization of an optical spring

[23] C. M. Caves, Phys. Rev. D **23**, 1693 (1981).
Quantum-mechanical noise in an interferometer

[24] K. W. Murch, K. L. Moore, S. Gupta & D. M. Stamper-Kurn, Nat. Phys. **4**, 561-564 (2008).
Observation of quantum-measurement backaction with an ultracold atomic gas

[25] A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, T. P. M. Alegre, A. Krause & O. Painter, Phys. Rev. Lett. **108**, 033602 (2012).
Observation of Quantum Motion of a Nanomechanical Resonator

[26] T. P. Purdy, R. W. Peterson & C. A. Regal, Science **339**, 801-804 (2013).
Observation of Radiation Pressure Shot Noise on a Macroscopic Object

[27] T. Westphal, D. Friedrich, H. Kaufer, K. Yamamoto, S. Goßler, H. Müller-Ebhardt, S. L. Danilishin, F. Ya. Khalili, K. Danzmann & R. Schnabel, Phys. Rev. Lett. **85**, 063806 (2012).

Interferometer readout noise below the standard quantum limit of a membrane

[28] Y. Ashida & M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **115**, 095301 (2015).
Diffraction-Unlimited Position Measurement of Ultracold Atoms in an Optical Lattice

[29] Y. Ashida & M. Ueda, Opt. Lett. **41**, 72-75 (2016).
Precise multi-emitter localization method for fast super-resolution imaging

[30] C. Genes, D. Vitali, P. Tombesi, S. Gigan & M. Aspelmeyer, Phys. Rev. A **77**, 033804 (2008).
Ground-state cooling of a micromechanical oscillator: Comparing cold damping and cavity-assisted cooling schemes

[31] P. R. Saulson, Phys. Rev. D **42**, 2437 (1990).
Thermal noise in mechanical experiments

[32] T. Corbitt, Y. Chen, E. Innerhofer, H. Müller-Ebhardt, D. Ottaway, H. Rehbein, D. Sigg, S. Whitcomb, C. Wipf & N. Mavalvala, Phys. Rev. Lett. **98**, 150802 (2007).
An All-Optical Trap for a Gram-Scale Mirror

[33] I. Wilson-Rae, N. Nooshi, W. Zwerger & T. J. Kippenberg, Phys. Rev. Lett. **99**, 093901 (2007).
Theory of Ground State Cooling of a Mechanical Oscillator Using Dynamical Backaction

[34] J. Jahng, M. Lee, C. Stambaugh, W. Bak & W. Jhe, Phys. Rev. A **84**, 022318 (2011).
Active feedback cooling of massive electromechanical quartz resonators

[35] D. J. Wilson, V. Sudhir, N. Piro, R. Schilling, A. Ghadimi & T. J. Kippenberg, Nature (London) **524**, 325-329 (2015).
Measurement-based control of a mechanical oscillator at its thermal decoherence rate

[36] T. Corbitt, C. Wipf, T. Bodiya, D. Ottaway, D. Sigg, N. Smith, S. Whitcomb & N. Mavalvala, Phys. Rev. Lett. **99**, 160801 (2007).
Optical Dilution and Feedback Cooling of a Gram-Scale Oscillator to 6.9 mK

[37] C. M. Mow-Lowry, A. J. Mullavey, S. Goßler, M. B. Gray & D. E. McClelland, Phys. Rev. Lett. **100**, 010801 (2008).
Cooling of a Gram-Scale Cantilever Flexure to 70 mK with a Servo-Modified Optical Spring

[38] Y. Chen, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **46**, 104001 (2013).
Macroscopic quantum mechanics: theory and experimental concepts of optomechanics

[39] N. Matsumoto, Springer Japan.
Classical Pendulum Feels Quantum Back-Action

[40] N. Matsumoto, Y. Michimura, Y. Aso & K. Tsubono, Opt. Express **22**, 12915-12923 (2014).
Optically trapped mirror for reaching the standard quantum limit

[41] J. A. Sidles & D. Sigg, Phys. Lett. A **354**, 167-172 (2006).
Optical torques in suspended Fabry-Perot interferometers

[42] S. Sakata, O. Miyakawa, A. Nishizawa, H. Ishizaki & S. Kawamura, Phys. Rev. D **81**, 064023 (2010).

Measurement of angular antispring effect in optical cavity by radiation pressure

[43] N. Matsumoto, K. Komori, Y. Michimura, G. Hayase, Y. Aso & K. Tsubono, Phys. Rev. A **92**, 033825 (2015).
5-mg suspended mirror driven by measurement-induced backaction

[44] https://www.coherent.com/downloads/Mephisto_DS_1013revA_2.pdf

[45] G. I. González & P. R. Saulson, J. Acoust. Soc. Am. **96**, 207 (1994).
Brownian motion of a mass suspended by an anelastic wire

[46] P. Rabl, C. Genes, K. Hammerer & M. Aspelmeyer, Phys. Rev. A **80**, 063819 (2009).
Phase-noise induced limitations on cooling and coherent evolution in optomechanical systems

[47] P. Kwee, B. Willke & K. Danzmann, Opt. Lett. **34**, 2912-2914 (2009).
Shot-noise-limited laser power stabilization with a high-power photodiode array

[48] Y. Kuwahara, Master thesis, The University of Tokyo, (2016).
Development of a mirror trapping technique using radiation pressure for observation of macroscopic quantum phenomena

[49] A. Bassi, K. Lochan, S. Satin, T. P. Singh & H. Ulbricht, Rev. Mod. Phys. **85**, 471 (2013).
Models of wave-function collapse, underlying theories, and experimental tests

[50] Y. Ashida, *private communication*

[51] S. Nimmrichter, K. Hornberger & K. Hammerer, Phys. Rev. Lett. **113**, 020405 (2014).
Optomechanical senseing of Spontaneous Wave-Function Collapse

[52] M. Bahrami, M. Paternostro, A. Bassi & H. Ulbricht, Phys. Rev. Lett. **112**, 210404 (2014).
Proposal for a Noninterferometric Test of Collapse Models in Optomechanical Systems

[53] L. Diósi, Phys. Rev. Lett. **114**, 050403 (2015).
Testing Spontaneous Wave-Function Collapse Models on Classical Mechanical Oscillators

[54] H. Müller-Ebhardt, H. Rehbein, R. Shnabel, K. Danzmann & Y. Chen, Phys. Rev. Lett. **100**, 013601 (2008).
Entanglement of Macroscopic Test Masses and the Standard Quantum Limit in Laser Interferometry

[55] H. Miao, S. Danilishin, H. Müller-Ebhardt, H. Rehbein, K. Somiya & Y. Chen, Phys. Rev. A **81**, 012114 (2010).
Probing macroscopic quantum states with a sub-Heisenberg accuracy

謝辞

私と関わったたくさんの人々の助力があったからこそ、本修士論文は完成しました。改めてこの場で感謝の意を述べさせて頂きます。

まず誰よりも、生まれてから今日まで私を支えてくれた家族や親戚に感謝します。思えば今自分がこうして物理学を研究しているのは、宇宙や星の好きな父親の影響です。宇宙に触れる機会に恵まれたおかげで、好奇心をずっと保っていられたのでしょう。母親はいつも私の体調や生活のことを気にかけてくれました。何度元気づけられたことでしょうか。妹や祖父母とも実家に帰省するたびに楽しく話せましたし、叔父や叔母も私の研究を応援してくれました。

指導教員である安東正樹准教授は、本研究を全面的にバックアップしてくださいました。私が学部4年前期の特別実験で安東研に入ったときから3年間、安東先生には常に研究の相談に乗っていただきました。何か報告したいことができるとよく先生の居室に行ったものですが、未熟な私の質問にも非常に丁寧に答えていただき、様々な助言をくださいました。また、不足している実験器具の購入も快く許可していただきましたし、物理学会やKAGRAのある神岡への出張費も迷わず出していただけました。そして何より、研究室の自由な雰囲気の中で伸び伸びと研究ができたことに感謝しています。安東研の1期生であるというのは私の研究生活における大きな誇りですし、それに恥じない研究者になりたいと強く思います。

安東研究室の前身の教授を務めた坪野公夫元教授、現名誉教授は、重力波という分野の大きな魅力に触れるきっかけを与えてくださいました。学部3年後期の物理学ゼミナール、実は坪野先生のゼミナールは第4志望にしており、振り分けが決まったときは正直外れたなと思ってしまいました。しかし気づいてみれば、私は重力波の魅力にとりつかれていました。これまで一度も直接検出されたことのない時空の波動が、あと数年で観測できるところまで来ていると知ったときの興奮はよく覚えています。あのゼミナールこそが、研究生活の原点だと言っても過言ではありません。

東京大学宇宙線研究所の川村静児教授には、修士1年時の干渉計基礎レクチャー、そして何と言っても学部3年春休みのスプリングスクールで大変お世話になりました。物理学ゼミナールで重力波に魅せられた私は、宇宙線研で学部3年生を対象に毎年開催されているスプリングスクールに参加し、ぜひとも重力波班で実験をしたいと考えていました。そして幸運が重なり晴れて重力波班に所属が決まり、充実した5日間を過ごすことができ、そして重力波の分野に進むことを改めて決意したのです。あの時の楽しさを片時も忘れたことはありません。私を導いてくれた川村先生は本修士論文の副査を務めてくださいます。当時と比べれば、少しは成長できているでしょうか。

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻の酒井広文准教授には、4 年後期の特別実験で細かい部分まで面倒を見ていただきました。酒井研では配列した分子や原子に強力なパルスレーザーを照射し、発生する高次高調波を観測する実験を行いました。その中でレーザーへの理解を深めることができ、また根気強くデータを取り続ける苦労も学びました。毎週の実験結果報告では非常に丁寧で的確なアドバイスをいただけました。先生の推薦により受賞できた理学部学修奨励賞は、今も大きな自信となっています。酒井先生は同じく本修士論文の副査を務めてくださいます。

同物理学専攻の五神真元教授、現東京大学総長は、およそ 1 年間リーディング大学院 ALPS の副指導教官を務めてくださいました。五神先生には懸架鏡を用いたオプトメカニクスの実験に大変興味を持っていただき、有意義な議論を交わすことができました。また先生が創設した ALPS という恵まれた制度のおかげで、金銭的に不自由することなく研究を続けられました。

同物理学専攻の湯本潤司教授は、五神先生に引き続き ALPS 副指導教官を務めてくださっています。湯本先生にも本実験に興味を持っていただき、様々な助言をいただきました。また、高い Q 値をもつ懸架鏡の開発の必要性について議論した際には、先生の共同研究者で炭素繊維を扱っている、フォトンサイエンス研究機構特任研究員の森山匡洋氏を紹介していただき、本実験の可能性を広げてくださいました。

東京工業大学大学院理工学研究科基礎物理学専攻の宗宮健太郎准教授には、イエナで開催された熱雑音に関するサマースクールに連れて行ってもらいました。そこで海外で研究することの魅力を知ることができました。また宗宮先生は非常に話しやすい方で、学会でお会いしたときや宗宮研に遊びに行ったときなど、とても楽しかったです。

国立天文台の麻生洋一准教授には、主に 4 年生の学生実験で有益なコメントをいただきました。当時は右も左も分からなかった私でしたが、助教であった麻生先生の的確な助言で実験の見通しがよくなりました。天文台へ栄転されてからも、天文台や神岡でのシフトで何度もお世話になりました。

宇宙線研究所の大橋正健教授は、シフト作業時の神岡での生活を気にかけてくださいました。快適に作業を行うための環境にまで気を配っていただき、とても感謝しています。

分子科学研究所の鹿野豊特任准教授とは、オプトメカニクスに関する多くの議論を交わしました。鹿野先生は数多くの分野に精通していて、多角的な助言を頂くことができました。先生のパワフルさには学ぶところがたくさんありました。

名古屋大学情報文化学部自然情報学科の小澤正直教授には、標準量子限界や測定に関する議論をさせていただきました。小澤先生との議論は新鮮で、数学的な議論の厳密さを垣間みることができました。

安東研究室の助教である道村唯太氏には、研究生活におけるあらゆる面でとてつもなくお世話になりました。4 年生の特別実験時は学生であった氏は、どんな質問にも丁寧に答えてくれました。それは今でも変わることなく、ちょっと疑問に思ったことをしつこいくらい質問しても、嫌な顔ひとつせず付き合ってくれます。また本実験で用いた高反射率鏡をはじめ、研究に必要なものは何でも快く買って頂けました。重力波とは異なる分野の方のセミナー等では、豊富な知識とセンスから生まれる氏の的確で鋭い質問に毎回驚かされました。さらに KAGRA でも非常に重要なポジションで計画を推進していく氏を見るにつけ、いつかこんな研究者になれたらなと憧れずにはいられません。

宇宙線研究所の助教である宮川治氏には、主に神岡でのシフト作業で面倒を見ていただきました。氏は私とデジタルシステム周りの作業をするたび、何かやりにくいところはないかと常に気にかけてくださいました。また作業中や神岡分室坑内間の移動中の車内などでは、取り組んでいる研究の議論を交わしたり、LIGO での経験をお聞きしたりすることができ、大いに刺激になりました。

国立天文台助教の阿久津智忠氏には、国立天文台でのシフト作業で助言をいただきました。氏にも常に私たちの面倒を見ていただき、測定について分からないことがあると快く質問に答えて頂けました。氏のコメントはいつも的確で、非常に勉強になりました。

宇宙線研や国立天文台の苔山圭以子特任助教、大石奈緒子助教、山元一広助教、高橋竜太郎助教、粟井恭輔技官、上泉眞裕特任専門職員、土井康平学術支援専門職員にも、各シフト作業の内容を丁寧に説明していただけたことをよく覚えています。

国立天文台学振 PD の正田亜八香氏には、神岡や天文台での作業時はもちろんのこと、氏が安東研の学生であった頃にもお世話になりました。テキパキと実験をこなす氏から刺激を受けましたし、突然疑問を投げかけても常に丁寧に答えていただけました。

安東研修士課程で同期の桑原祐也氏には、4 年生の特別実験時からお世話になりっぱなしでした。修士課程に入ってからも、行う実験は違えどお互いの実験について常に相談し合ってきましたし、ふと思いついた些細な疑問点など真っ先に気兼ねなくぶつけられたのは氏でした。2 人ともどちらかといえば夜型だったこともあり、深夜実験室や居室で議論をし始め気づくと大学の門が閉められているなんてことが多々ありました。氏の物理や実験に対するこだわりからも多くを学びました。氏の同期として研究できたことは、私にとって大きな幸運でした。

安東研博士課程の牛場崇文氏にも、4 年生の特別実験から今に至るまで本当にお世話になりました。氏には常に私の実験の進捗具合を気にかけていただき、詰まっている箇所があると一緒になって考えてくれました。氏の物理の捉え方はとても堅実であり、しっかりとした根拠に基づく的確な助言によって、問題点を解決する筋道が見えたことも数多くありました。ついつい頼りにしすぎて自分で考えるべきところも質問してしまうときもありました。氏は非常に頼もしい先輩です。

安東研修士課程の有冨尚紀氏、下田智文氏にも、ふと思いついた疑問点の議論に付き合ってもらいました。また両氏からの質問は私が考えたことのなかった観点からのものであることも多く、学ぶところがたくさんありました。両氏の優秀さを修士課程 1 年時の自分と比べてしまうと恥ずかしい限りですが、研究のモチベーションを引き上げるきっかけをたくさんもらいました。

インターンシップ生として半年間安東研に滞在していた Jake Guscott 氏からも、大きな刺激を受けました。氏の実験進捗スピードは半端なものではなく、研究室の誰よりも速く実験を進めていました。光学系の実験原理の飲み込みスピードも非常に速く、何度舌を巻いたことか分かりません。

宇宙線研博士課程の関口貴令氏には、天文台での防振系を扱う作業で大変お世話になりました。細かい作業まで面倒を見ていただいた氏には作業について気軽に相談しやすく、普段安東研では行わないような実験でも氏のおかげで何とか進めていくことができました。

安東研で特別実験を行った榎本雄太郎氏、長野晃士氏、森崎宗一郎氏とも、実験についていろいろな議論を交わし、新たな発見も多くありました。特に、本実験のブロックダイヤグラムにおけるフィルタ回路と光ばねによる二重ループの考え方は榎本氏が考案したものです。

宇宙線研の同期である田中宏樹氏、宮本昂拓氏、山中祐治氏、LIU VINGTAO 氏とは、同期で自主的に開催していた重力波のゼミや、川村先生の干渉計レクチャーでともに学びました。また田中氏、宮本氏、榎本氏に加え、宇宙線研の片山純子氏、三代浩世希氏とは、イエナのサマースクールで多くの議論を交わしました。

物理学専攻第一事務分室の伊藤彩美氏は、学会出張費や研究費、TA 勤務費などの手続きを完璧にこなしてくださいました。私が分室へ行くといつでも明るく迎えてくれた氏のおかげで、お金の手続きにおいて困ることは何ひとつありませんでした。また神岡分室の沖中美保子氏、川上亜希子氏、高山恭一氏、古田清司氏は、神岡出張時に様々なサポートをしてくださいました。宇宙線研重力波推進室事務の菊地理恵氏はイエナへの旅費手続きをしてくださいました。

理学系研究科試作室の大塚茂巳氏、南条良勝氏らには、実験で用いる部品の工作をしていただきました。質の高い部品を素早く製作していただいたおかげで、実験がスムーズに進みました。またコスモテックの高橋芳孝氏には真空ポンプや真空計の購入時、シグマ光機の松本隆信氏には高反射率鏡の購入時に手続きを進めていただきました。

物理学専攻の同期の面々には、学部時代から物理の議論をしたりくだらない話をしたりと、私にとって研究生活の大きな支えとなりました。サークルをはじめその他の友人たちとの交流もかけがえのないものです。

ここで述べられなかった方以外にも、多くの方にお世話になりました。本当にありがとうございました。そしてこれからもよろしくお願いします。

最後に、東北大学際研、通研助教の松本伸之氏に感謝し、謝辞を締めさせていただきます。氏との出会いは私の人生を大きく変えたと言っても過言ではありません。4 年時安東研に所属して以来、氏の語る物理にどれほど魅了されてきたことでしょうか。本修士論文のテーマとなった遠隔光冷却のアイデアは氏によるものであり、使った実験装置は全て氏が組み立てたものです。また私が修士 1 年のときには安東研に所属していた氏とは、輻射圧揺らぎ測定に関する研究を共同で行いました。何も分かっていない私は足を引っ張りまくりでしたが、それでも氏からは実験のノウハウを懇切丁寧に教えていただけました。あの時学んだ測定、解析手法は本論文の随所で生きています。いつの日か、教えてもらうばかりでなく氏と対等に議論できるような研究者になりたいと願わずにはいられません。