修士論文

巨視的量子系の観測に向けた 光学浮上法の安定性検証

Demonstrating the Stability of Optical Levitation Towards the Observation of Macroscopic Quantum Systems

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻 喜多直紀

> 2020年1月6日第1版提出 2020年1月31日最終版提出

要旨

量子力学は現代の物理理論の1つであり、ミクロな質量スケールにおいて複数の検証実験が行わ れてきた。一方でマクロな質量スケールにおいて、重ね合わせ状態を始めとした量子効果の観測は これまで成功していない。この問題への解釈として、環境との相互作用によるデコヒーレンスや修 正量子論など多くのモデルが提案されているが、いずれも実証には至っていない。これらを検証す ることは、量子論と相対性理論の統一理論の構築に対する助けとなり、初期宇宙の研究に関しても 大きな示唆を与える。検証を行うためには、対象質量スケールにおいて量子系を実現する必要があ り、測定精度に関して、レーザー光の量子揺らぎにより決定される限界(標準量子限界)に到達する ことが求められる。

本研究では、マクロな質量スケールの中でも mg スケールに注目し、標準量子限界への到達を目 指す。量子系の観測には、レーザー光と機械振動子を組み合わせた機械光学系がよく用いられる が、振動子の懸架によって生じる熱雑音は、対象とする mg スケールにおいて最大の障害になりう る。これを回避するため、振動子を懸架するのではなく、光輻射圧のみで浮上させる光学浮上法を 提案する。具体的には、浮上させる鏡の上下に光共振器を構築するサンドウィッチ型構成を考え る。構造としては、下側共振器は重力に対して鏡を浮上させる役割を、上側共振器は鏡の安定性を 確保する役割を担う。サンドウィッチ型構成に関して、浮上鏡のもつ自由度のうち水平方向におけ る安定性は、復元力が非線形性をもつため実験的に検証を行う必要がある。この復元力を観測する ために、水平方向に感度をもつねじれ振り子を採用し、共振器の有無による共振周波数の変化を測 定する。先行研究までの結果及び問題点を受け、新たに二段ねじれ振り子を設計・構築、また新し い鏡を用いて共振器を再構成した。その上で水平方向の安定性の検証実験を行い、ねじれ振り子と 上側共振器の同時制御及び上側共振器を導入する前後の水平方向の復元力観測に成功した。また、 曲率中心間距離 a = 8.9±0.8 mm の固定した状態で、復元力の共振器内パワー依存性を評価した 結果、復元力のバネ定数と上側共振器内パワーの関係が理論と矛盾しないことを確認できた。これ により、サンドウィッチ型光学浮上法における上側共振器による水平方向の安定性を実証すること ができた。

今後はねじれ振り子と上下共振器の同時制御及び水平方向の共振周波数変化の観測を行い、実際 に鏡を浮上させるセットアップとほぼ同じ条件下での安定性を検証する。また、実際に鏡を浮上さ せるセットアップの設計を行う。

目次

| 記号・略 | 语一覧 | iii |
|-----------------|--|-----|
| 第1章 | 序論 | 1 |
| 1.1 | 研究の背景 | 1 |
| 1.2 | 本論文の構成 | 2 |
| 第2章 | 巨視的量子力学の検証 | 3 |
| 2.1 | 不確定性原理 | 3 |
| 2.2 | 標準量子限界 | 4 |
| 2.3 | 機械光学系 | 6 |
| | 2.3.1 機械光学系における標準量子限界 | 6 |
| | 2.3.2 標準量子限界に関する先行研究 | 7 |
| 2.4 | 雜音 | 8 |
| | 2.4.1 古典雑音 | 8 |
| | 2.4.2 量子雑音 | 11 |
| 第3章 | 光学浮上 | 13 |
| 31 | サンドウィッチ型光学浮上 | 13 |
| 011 | 3.1.1 サンドウィッチ型光学浮上の安定性 | 14 |
| | 3.1.2 デザイン感度 | 18 |
| | 3.1.3 先行研究 | 22 |
| 3.2 | Fabry-Pérot 共振器 | 24 |
| | 3.2.1 反射率・透過率 | 24 |
| | 3.2.2 共振 | 26 |
| | 3.2.3 Cavity Decay Rate & Detuning | 28 |
| | 3.2.4 固有モード | 31 |
| | 3.2.5 安定条件 | 32 |
| 3.3 | 光バネ | 33 |
| 笹 4音 | 水平方向の安定性検証実験 | 30 |
| 77 7 7 | | 30 |
| +.1 1 2 | 山中, | 30 |
| 4.2 1 3 | 口你 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | 10 |
| 4 .3 | 不標月14 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ | 40 |

| | 4.3.1 | 先行研究の問題点に対する解決策 | 40 |
|------|---------|--|----|
| | 4.3.2 | 水平方向の安定性検証............................. | 40 |
| 4.4 | 実験セ | ットアップ | 41 |
| | 4.4.1 | 全体の構成 | 41 |
| | 4.4.2 | ねじれ振り子 | 42 |
| | 4.4.3 | サンドウィッチ型共振器............................. | 49 |
| | 4.4.4 | 実験環境 | 59 |
| 第5章 | 実験結 | 果と考察 | 62 |
| 5.1 | ねじれ | 辰り子の特性評価 | 62 |
| | 5.1.1 | 水平回転方向の RMS 評価 | 62 |
| | 5.1.2 | 水平回転方向の共振周波数測定 | 63 |
| 5.2 | 上側共 | 辰器の特性評価 | 66 |
| | 5.2.1 | 上側共振器の制御.............................. | 66 |
| | 5.2.2 | フィネスの評価................................ | 69 |
| | 5.2.3 | モードマッチング率の評価.............................. | 70 |
| | 5.2.4 | $\kappa_{\rm in}/\kappa$ の評価 | 71 |
| | 5.2.5 | 曲率中心間距離の評価 | 72 |
| | 5.2.6 | 設計値との比較 | 73 |
| 5.3 | 上側共 | 辰器による復元力の共振器内パワー依存性の評価 | 74 |
| | 5.3.1 | 上側共振器の制御時における共振周波数の測定........... | 74 |
| | 5.3.2 | 復元力のバネ定数と共振器内パワーの関係 | 77 |
| | 5.3.3 | 復元力のバネ定数と曲率中心間距離の関係 | 78 |
| 第6章 | 結論とな | 今後の展望 | 80 |
| 6.1 | 結論 . | | 80 |
| 6.2 | 今後の | 丧望 | 80 |
| 補遺 A | Pound- | Drever-Hall 法 | 82 |
| 補遺 B | 電気回路 | 路 | 84 |
| B.1 | Optical | lever に用いたフィルタ回路 | 84 |
| B.2 | 上側共 | 辰器の制御に用いたフィルタ回路 | 85 |
| 参考文献 | | | 86 |

89

謝辞

記号·略語一覧

記号

| i | 虚数単位 $i = \sqrt{-1}$ |
|----------------|--|
| π | 円周率 $\pi = 3.1415926535 \cdots$ |
| h | Planck 定数 $h = 6.626070040(81) \times 10^{-34}$ Js |
| ħ | Dirac 定数 $\hbar = h/2\pi = 1.054571800(13) \times 10^{-34}$ Js |
| k _B | Boltzmann 定数 $k_B = 1.38064852(79) \times 10^{-23}$ J/K |
| 8 | 重力加速度 g = 9.80665 m/s ² |
| С | 光速度 c = 299792458 m/s |
| λ | レーザー光の波長 [m] |
| ν | レーザー光の周波数 [Hz] |
| ω_L | レーザー光の角周波数 [rad/s] |
| L | 共振器長 [m] |
| ${\cal F}$ | 共振器のフィネス |
| κ | 共振器の線幅 (Cavity Decay Rate) [Hz] |

略語

| PD | Photo Detector |
|-----|-----------------------------|
| PSD | Position Sensitive Detector |
| PZT | Piezoelectric transducer |
| EOM | Electro-Optic Modulator |
| PDH | Pound Drever Hall |
| RMS | Root Mean Square |
| UGF | Unity Gain Frequency |
| FSR | Free Spectral Range |
| SQL | Standard Quantum Limit |
| | |

第1章

序論

1.1 研究の背景

量子力学は、ミクロな世界を正確に記述する物理理論としてその役割を担っている。重ね合わせ 状態やトンネル効果などがその代表例であり、これらの現象は、原理的にその質量スケールには依 らないはずである。しかしマクロなスケールにおいて、一部の量子現象について未だ観測されてい ない。例えば、ボース・アインシュタイン凝縮(BEC)や超流動は既に観測されている。一方で、重 ね合わせ状態に関して、ミクロな質量スケールにおいては電子の二重スリット実験をはじめ、確認 されている一方で、マクロな質量スケールにおける観測は、最大で10⁻²³ kg 程度の分子に留まっ ている [1,2]。このような理論と実験結果の矛盾を説明するものとして、環境との相互作用による デコヒーレンス [3] や修正量子論 [4]、またはコペンハーゲン解釈 [5] など多くの提案がされてい る。しかしいずれの提案も検証はできていないため、幅広い質量スケールにおいて量子力学を検証 し、理論と実験の間の溝を埋めていく必要がある。

では、量子力学はどのように検証されるのか。近年、巨視的量子系の観測において注目され ている、光と機械振動子の結合系の機械光学系 (Optomechanics) では、測定精度を標準量子限界 (SQL) [6] に到達させることを検証の条件としている。ここで、標準量子限界とはレーザー光の量 子ゆらぎに起因する測定限界を意味し、感度を標準量子限界に到達させるためには、あらゆる古典 雑音を量子雑音より小さくしなければならない。現在までに、ミクロな質量スケール、具体的には µg 以下の質量スケールで、標準量子限界への到達がなされている [7–10]。一方で、これより大き い質量スケールでは古典雑音が量子雑音を上回ってしまうため、到達はできていない [11–14]。古 典雑音の中でも、機械光学系において無視できない雑音が、ワイヤーなどの懸架系による熱雑音で ある。この熱雑音の低減が SQL 到達には必要不可欠であり、その一つに光学浮上が挙げられる。 光学浮上は、レーザー光の輻射圧のみで振動子 (鏡) を浮上させる手法で、懸架系を使わないため熱 雑音が生じないことが最大の利点である。光学浮上は 2 種類存在し、鏡の下からレーザー光を 3 方 向から照射する三脚型光学浮上 [15] と、鏡の上下から 2 本のレーザーを入射するサンドウィッチ 型光学浮上 [16] である。

現在は、マクロな質量スケールの中でも未だ成功例のない mg スケールに着目し、サンドウィッ チ型光学浮上を用いて標準量子限界への到達を目指している。サンドウィッチ型構成において特徴 的なのは、下側共振器による輻射圧で鏡を浮上させ、上側共振器による輻射圧で鏡の水平方向の復 元力を担う点である。これにより、鏡の全自由度に対して安定性が保証されることが理論的に示さ れている。ただし、唯一水平方向のみ、サンドウィッチ型構成由来の復元力によって安定になるた め、実験による検証が必要である。これまでに、先端部に鏡を取り付けたねじれ振り子を用いて、 水平方向の安定性検証実験が行われてきた [17–19]。ただし、ねじれ振り子は、水平回転方向(鏡の 水平方向と一致)に対して復元力が小さく、共振器による復元力をねじれ振り子の共振周波数の変 化として観測できるため採用している。各実験において、それぞれセットアップの改良を重ねてき たが、ここまで復元力を有意に測定できていない。

本研究では、先行研究における、「共振器内パワーが小さい」、「復元力のバネ定数のエラーが大 きい」、「共振器制御が周りの環境の影響を受ける」という3つの問題点に対処するため、新しい鏡 と二段ねじれ振り子を設計・導入した。その上で、復元力の測定および復元力と共振器内パワーの 関係性評価を行ない、サンドウィッチ型光学浮上の上側共振器による水平方向の安定性検証を試 みた。

1.2 本論文の構成

本論文の構成について、第2章では巨視的量子力学の概要、またその検証に関する標準量子限界 について述べる。第3章では、本論文で扱うサンドウィッチ型光学浮上の概要及び先行研究の結果 及び問題点を説明する。またそれに関する基本原理として Fabry-Perot 共振器と光バネについて述 べる。第4章では、サンドウィッチ型光学浮上法の水平方向の安定性を検証する原理実証実験につ いて詳述し、新しいセットアップの主要部である、二段ねじれ振り子と光共振器の設計について示 す。第5章では、第4章で説明した実験の結果及び考察を述べる。第6章では、本論文のまとめと 今後の展望を述べる。

なお補遺では、本論文中で説明を省略した原理・理論や作成した回路についてまとめる。

第2章

巨視的量子力学の検証

前章で述べたとおり、重ね合わせ状態などいくつかの量子現象については、未だマクロな系では 観測されていない。この理由について、「マクロな系において重ね合わせ状態は存在するが、古典 雑音に埋もれており観測できていない」とする説 [3] と、「マクロな系において重ね合わせ状態は 存在しないため、量子力学には質量スケールに関して適用限界があり、修正を加える必要がある」 とする説 [4] の2つが挙げられる。これらの説を検証するためには、幅広い質量スケールでの量子 系の実現が必要である。また、巨視的量子系には重力の効果が含まれている。したがって、観測す ることができた場合、重力デコヒーレンスをはじめとした重力の効果を反映した量子力学の検証が 行える。

この章では、まず量子力学における基本原理である不確定性原理を示し、量子揺らぎによって規 定される標準量子限界について述べる。量子系の観測によく用いられる機械光学系について説明し たのち、標準量子限界への到達を目指す際に、障害となりうる雑音についてまとめる。

2.1 不確定性原理

量子力学では、非可換の2つの物理量 \hat{A} , \hat{B} の値は同時に定まらない。交換関係 $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{C}$ が成り立つとき、標準偏差の積に対して、

$$\Delta \hat{A} \Delta \hat{B} \ge \frac{1}{2} \left| \left\langle \hat{C} \right\rangle \right| \tag{2.1}$$

が成立する。これを Robertson の不等式と呼ぶ [20]。ただし、観測量 \hat{O} に関して、 $\langle \hat{O} \rangle, \Delta \hat{O} \equiv \sqrt{\langle \hat{O}^2 \rangle - \langle \hat{O} \rangle^2}$ はそれぞれ期待値と標準偏差を示す。

式 (2.1) と同様な関係が、ある量子測定における測定精度と攪乱の間にも見られ、Heisenberg の 不確定性原理 [21] と呼ばれる。この関係は、Âの測定誤差を $\varepsilon(\hat{A})$ 、それに伴う \hat{B} への攪乱を $\eta(\hat{B})$ とすると、

$$\varepsilon\left(\hat{A}\right)\eta\left(\hat{B}\right) \ge \frac{1}{2}|\langle\hat{C}\rangle|$$
(2.2)

と表される。また、式 (2.1),式 (2.2) は、位置演算子 x と運動量演算子 p の関係に対してそれぞれ、

$$\Delta \hat{x} \Delta \hat{p} \ge \frac{\hbar}{2} \tag{2.3}$$

$$\varepsilon(\hat{x})\eta(\hat{p}) \ge \frac{\hbar}{2} \tag{2.4}$$

と書くことができる。

ここで、Heisenberg の不確定性原理 (2.2) は、常に成立するわけではない。ある測定が終わった 後、対象の波動関数の広がりが測定誤差より小さくなる場合において、Robertson の不等式から Heisenberg の不確定性原理を導出することができる [22]。

2.2 標準量子限界

前節で、不確定性原理より位置および運動量に関する測定に制限がつくことを見た。この測定精度の限界を標準量子限界 (Standard Quantum Limit: SQL) と呼ぶ。以下で、SQL の具体的な表式を 導出する。

ここでは、量子力学における間接測定を考える。間接測定の簡単なモデルを図 2.1 に示す。古典的な外力 G がプローブ (Probe) に働いており、このプローブと相互作用をもつ検出器 (Detector) で プローブの位置 \hat{x} を読み取る。このとき、同時にプローブに対してバックアクションによる力 \hat{F} が働く。また、直接測定できる検出器の出力 \hat{O} として、信号と量子ゆらぎによって生じる雑音 \hat{Z} が得られる。まず、この検出器の出力 \hat{O} は、

$$\hat{O}(t) = \hat{x}_0(t) + \hat{Z}(t) + \int_{-\infty}^t dt' R_{xx} \left(t - t'\right) \left[\hat{F}\left(t'\right) + G\left(t'\right)\right]$$
(2.5)

と表される [19]。ここで、検出器が存在しないときのプローブの自由な時間発展を \hat{x}_0 、外力に対するプローブの応答関数を $R_{xx}(t)$ とした。検出器の出力 \hat{O} の測定自体は、系に新しい雑音は与えないため、その交換関係を、

$$\left[\hat{O}(t),\hat{O}\left(t'\right)\right] = 0 \tag{2.6}$$

と書くことができる。また、プローブの位置 *x*0 の異なる時間における交換関係については、

$$\left[\hat{x}_{0}(t),\hat{x}_{0}\left(t'\right)\right] = -i\hbar R_{xx}\left(t-t'\right)$$
(2.7)

$$\hat{Z}(t) \to \varepsilon \hat{Z}(t)$$
 (2.8)

$$\hat{F}(t) \to \frac{1}{\varepsilon} \hat{F}(t)$$
 (2.9)

とスケーリングができると仮定する。ただし、 ε はパラメータとする。次に、 \hat{F} , \hat{Z} は共に検出器の 演算子であることを踏まえ、プローブの位置 \hat{x}_0 との交換関係を考えると、それぞれ交換すること が分かる。したがって、各演算子の異なる時間における交換関係、また \hat{F} , \hat{Z} の交換関係は、パラ メータ ϵ には依らず、

$$\left[\hat{Z}(t),\hat{Z}\left(t'\right)\right] = \left[\hat{F}(t),\hat{F}\left(t'\right)\right] = 0$$
(2.10)

$$\left[\hat{Z}(t),\hat{F}\left(t'\right)\right] = i\hbar\delta\left(t-t'\right) \tag{2.11}$$

と表される。式 (2.10),(2.11) をフーリエ変換すると、

$$\left[\hat{Z}(\boldsymbol{\omega}), \hat{Z}\left(\boldsymbol{\omega}'\right)\right] = \left[\hat{F}(\boldsymbol{\omega}), \hat{F}\left(\boldsymbol{\omega}'\right)\right] = 0$$
(2.12)

$$\left[\hat{Z}(\omega),\hat{F}(\omega')\right] = 2\pi i\hbar\delta\left(\omega-\omega'\right)$$
(2.13)

となる。

最後に、プローブの位置 \hat{x} の雑音スペクトル $S_{xx}(\omega)$ を考える。表式は、

$$S_{xx}(\omega) = S_{ZZ}(\omega) + 2\Re [R_{xx}(\Omega)S_{ZF}(\Omega)] + |R_{xx}(\Omega)|^2 S_{FF}(\Omega)$$
(2.14)

で与えられる。ただし、S_{AB}(ω)は、状態 |0) に対するクロスパワースペクトル密度を示し、

$$\frac{1}{4}S_{AB}(\omega)\delta\left(\omega-\omega'\right) = \frac{1}{2\pi}\left\langle 0\left|\hat{A}(\omega)\hat{B}^{\dagger}(\omega)+\hat{B}^{\dagger}(\omega)\hat{A}\left(\omega'\right)\right|0\right\rangle$$
(2.15)

で定義される。ここで、検出器における量子ゆらぎによる雑音 Ż とバックアクションによる力 F の間に相関がないと仮定すると、

$$S_{ZF}(\omega) = 0 \tag{2.16}$$

と書ける。プローブの雑音の位置スペクトル $S_{xx}(\omega)$ に関する制限を考えるため、Kennard-Robertson の不確定性関係を考えると、

$$S_{ZZ}(\boldsymbol{\omega})S_{FF}(\boldsymbol{\omega}) - |S_{ZF}(\boldsymbol{\omega})|^2 \ge \hbar^2$$
(2.17)

となり、式 (2.16) を代入して書き直すと、

$$S_{ZZ}(\boldsymbol{\omega})S_{FF}(\boldsymbol{\omega}) \ge \hbar^2 \tag{2.18}$$

と表される。以上より、プローブの雑音の位置スペクトル $S_{xx}(\omega)$ に対して、式 (2.14),(2.18)より、

$$S_{xx}(\omega) \ge 2 |R_{xx}(\omega)| \sqrt{S_{ZZ}(\omega)S_{FF}(\omega)} \ge 2\hbar |R_{xx}(\omega)|$$
(2.19)

という制限が与えられる。この下限値が、モデルに示す測定の SQL であり、

$$S_{xx}^{\text{SQL}} = 2\hbar \left| R_{xx}(\omega) \right| \tag{2.20}$$

と書くことができる [19,23]。



図 2.1 間接測定のモデル。

2.3 機械光学系

機械的振動を制御するためにレーザー光を用いる系を機械光学系と呼ぶ。機械光学系はその性質 上、量子測定によく用いられ、本論文で扱うサンドウィッチ型光学浮上に関しても、鏡とレーザー 光の結合系となっている。以下では、機械光学系における SQL を導出し、これに関する先行研究 をまとめる。

2.3.1 機械光学系における標準量子限界

機械光学系における標準量子限界は、散射雑音と輻射圧雑音の2つの量子雑音によって決定される。これらの量子雑音については2.4.2 項で述べる。機械振動子の位置測定感度に対して、散射雑音はレーザー光強度に反比例する形で、一方で輻射圧雑音はレーザー光強度に比例する形で現れる。したがって、レーザー光強度に関して散射雑音と輻射圧雑音はトレードオフの関係にあり、その下限値が機械光学系における SQL となる。図2.2 に、機械光学系の SQL の例を示す。

ここで、機械光学系の SQL の表式を導出しておく。機械振動子は自由質点と考えることができるため、自由質点の応答関数 *R*_{xx}(ω) を考えればよく、その表式は、

$$R_{xx}(\omega) = -\frac{1}{m\omega^2} \tag{2.21}$$

で与えられる。式 (2.20),(2.21) より、機械光学系における SQL の表式は、

$$S_{xx}^{\text{SQL}} = \frac{2\hbar}{m\omega^2} \tag{2.22}$$

となる。



図 2.2 機械光学系における SQL の例。レーザー光強度に関して、2 つの量子雑音はトレードオ フの関係にあるため、測定精度に下限値をもつ。低周波数側は輻射圧雑音に、高周波数側は散射 雑音に制限される。

2.3.2 標準量子限界に関する先行研究

各質量スケールにおける標準量子限界へ到達した先行研究を、図 2.3 に示す。質量スケールの小 さい fg から ng の領域では、ナノ機械振動子やメンブレン などを用いることで SQL の到達に成功 している [7–9]。さらに 2018 年には、 μ g スケールの一歩手前で、メンブレンを用いて SQL の到 達に成功した [10]。一方で、質量スケールの大きい μ g 以上の領域では、未だ SQL には到達でき ていない。



図 2.3 各質量スケールにおいて SQL に到達した先行研究。fg から µg 未満のミクロな質量ス ケールでは SQL に到達しているが、これより大きい質量スケールでは未だ到達できていない。

2.4 雑音

感度を SQL に到達させるためには、すべての古典的な雑音を量子雑音より小さくすることが必要である。ここでは機械光学系において、感度に影響を与えうる雑音について述べる。

2.4.1 古典雑音

地面振動雑音

地面は常に振動しており、共振器を構成する鏡を揺らす。これは共振器長が変化することを意味 し、鏡の位置の変化と区別できないため雑音となる。この雑音を地面振動雑音と呼ぶ。地面振動雑 音は並進振動雑音と振動雑音に分けられ、振り子を用いる機械光学系ではこの両方の雑音を低減す る必要がある。まず並進地面振動雑音に注目すると、そのスペクトルは典型的に、

$$\delta x_{\text{seis}}(f) = \begin{cases} 10^{-5} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1 \text{ Hz})\\ 10^{-7}/f^2 \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f > 0.1 \text{ Hz}) \end{cases}$$
(2.23)

と表すことができる [24]。

一方で、回転地面振動雑音は地面の回転が懸架系を通じて、ねじれ振り子を回転させてしまい生 じる雑音である。回転地面振動は並進振動に比べ小さく、

$$\delta\theta \simeq 10^{-9} \, \mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$$
 (2.24)

と見積もられる [25]。回転地面振動を低減するための防振機構として、多段ねじれ振り子がよく用いられる [26]。ねじれ振り子の性質として、その共振周波数より低周波数領域では回転地面振動がそのまま振り子に伝達し、高周波数領域では周波数の二乗に反比例して防振される。したがって、回転地面振動に関してはねじれ振り子の段数を増やすほど防振性能が向上する。ただし、導入し

た振り子の数だけ共振の数も増えるため、新たに対策が必要となる。例として、共振周波数が 30 mHz の一段ねじれ振り子と、同相、差動モードの共振周波数がそれぞれ 30 mHz と 1 Hz である二 段ねじれ振り子の回転地面振動の伝達関数を図 2.4 に示す。



図 2.4 一段振り子と二段振り子の防振の比較。赤線が共振周波数が 30 mHz の一段ねじれ振り 子、青線が同相、差動モードの共振周波数がそれぞれ 30 mHz と 1 Hz である二段ねじれ振り子 の伝達関数を示す。

残留ガス雑音

実験環境は共振器制御などの観点から、可能な限り真空に近いのが理想である。しかし、実際は ポンプの性能に制限されるため、多少のガスが残留する。残留ガスは鏡と衝突し揺らすため共振 器長が変化し、鏡の位置の変化と区別できないため雑音となる。この雑音を残留ガス雑音と呼ぶ。 残留ガスが鏡を揺らすとき、その力はガス速度に比例する。ここでは viscous damping モデルを考 え、鏡の質量、温度をそれぞれ m、T、Double optical spring による共振角周波数を ω_{opt} 、ボルツマ ン定数を $k_{\rm B}$ と書くと、残留ガス雑音の位置スペクトル $S_{xx}^{\rm gas}(\omega)$ は、

$$S_{xx}^{\text{gas}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{m} \frac{4k_{\text{B}}T\omega_{\text{opt}}Q_{\text{gas}}}{\left(\omega_{\text{opt}}^2 - \omega^2\right)^2 Q_{\text{gas}}^2 + \omega_{\text{opt}}^2 \omega^2}$$
(2.25)

で与えられる。単位を m/√Hz に合わせ、低周波数及び高周波数領域での近似を行うと、

$$\sqrt{S_{\rm xx}^{\rm gas}(\omega)} \simeq \begin{cases} \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T}{m\omega_{\rm opt}^3 Q_{\rm gas}}} & (\omega \ll \omega_{\rm opt}) \\ \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T}{\omega_{\rm opt}m\omega^4 Q_{\rm gas}}} & (\omega \gg \omega_{\rm opt}) \end{cases}$$
(2.26)

と書くことができる。ただし、 Q_{gas} は残留ガス雑音による Q 値を示し、鏡の反射面積を S、残留ガス圧力を P_{gas} 、残留ガスの平均分子質量を m_{mol} と書くと、

$$Q_{\rm gas} = \frac{Cm\omega_{\rm opt}}{SP_{\rm gas}} \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{m_{\rm mol}}}$$
(2.27)

と定義される。ここで、*C* は鏡の形状によるパラメータで、一般的に *C* ≃ 1 である。残留ガスによ る減衰率 γ_{gas} についても考えると、

$$\gamma_{\rm gas} = \frac{SP_{\rm gas}}{Cm} \sqrt{\frac{m_{\rm mol}}{k_{\rm B}T}}$$
(2.28)

で与えられる [27]。

レーザー強度雑音

レーザー強度が変動すると、鏡に働く光輻射圧も変動するため、鏡が揺らされてしまう。結果として、鏡の位置測定における雑音となり、これをレーザー強度雑音と呼ぶ。レーザー強度雑音は、レーザー光の一部をビームスプリッタ等で取り出し、その強度変動の情報をレーザーに返すフィードバック制御を行うことで低減できる。ただし、強度雑音の低減には限界があり、2.4.2 項で示す散射雑音 $\delta P_{\text{shot}} = \sqrt{2\hbar\omega_{\text{L}}P}$ によって制限される。ビームスプリッタの振幅透過率をtとして、ビームスプリッタ透過後の相対強度雑音を考えると、

$$\frac{\delta P_{\rm t}}{P_{\rm t}} = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{\rm L}}{P}} \tag{2.29}$$

となる [28-30]。式 (2.29) より、レーザー光強度 P を大きくすることで、散射雑音及び強度雑音を 小さくできることが分かる。したがって、強度雑音の要求値により、レーザー光強度が決定される。

レーザー周波数雑音

レーザー周波数が変動すると、その周波数変動 δv は共振器長変動と区別できず雑音となる。この雑音をレーザー周波数雑音と呼ぶ。レーザー周波数雑音は、共振器の共振周波数を参照して、レーザー周波数を固定することで低減できる。したがって、周波数安定性は、共振器を構成する2枚の鏡の相対位置変動によって起こる共振器長変動 $\delta L/L$ によって制限される。これを踏まえ、相対周波数雑音を考えると、

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{\delta \omega_{\rm L}}{\omega_{\rm L}} = \frac{\delta L}{L}$$
(2.30)

となる。式 (2.30) より、周波数雑音に対する要求値によって、共振器長制御の要求精度が決定される。

熱雑音

熱浴に接している物体は、散逸に比例した揺動力が働き熱振動する。機械光学系において鏡は熱 浴に接しており、弾性体である鏡の基材とコーティング膜、また鏡を吊っているワイヤーは熱振動 する。この振動で鏡が揺れる事によって生じる雑音を熱雑音と呼ぶ。光学浮上法を用いる場合、ワ イヤー等の懸架系は使わないため、鏡の基材とコーティング膜の熱雑音が SQL 到達への障害とな りうる。鏡の損失角、ポアソン比、ヤング率をそれぞれ Ø, µ, Y、レーザー光のビーム半径を w₀ とおくと、鏡の基材の熱雑音は位置スペクトルとして、

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{sub}}(\omega)} = \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{\omega} \frac{\phi_{\text{sub}}}{\sqrt{\pi}w_0} \frac{\left(1 - \mu_{\text{sub}}^2\right)}{Y_{\text{sub}}}}$$
(2.31)

で与えられる [31]。ここで、添字の sub は鏡の基材を示す。同様に、コーティングの厚さを *d*_{coat} とおくと、鏡のコーティングの熱雑音は位置スペクトルとして、

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{coat}}(\omega)} = \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{\omega} \frac{d_{\text{coat}}\phi_{\text{coat}}}{\pi w_{0}^{2}} \frac{Y_{\text{coat}}^{2} (1+\mu_{\text{sub}})^{2} (1-2\mu_{\text{sub}})^{2} + Y_{\text{sub}}^{2} (1+\mu_{\text{coat}})^{2} (1-2\mu_{\text{coat}})}{Y_{\text{sub}}^{2} Y_{\text{coat}} (1-\mu_{\text{coat}})^{2}}$$
(2.32)

で与えられる [32]。ここで、添字の cort は鏡のコーティングを示す。式 2.31 と式 2.32 は、鏡のア スペクト比 $A \simeq 1$ とレーザー光のビーム半径 w_0 が鏡の半径より十分小さいことを仮定している。

2.4.2 量子雑音

量子力学において、Heisenbergの不確定性原理に由来する量子ゆらぎが存在する。特に光学実験 の測定を行うとき、光子数の量子ゆらぎが量子雑音として現れる。鏡とレーザー光を組み合わせた 機械光学系についても例外ではなく、2 種類の量子雑音が挙げられる。一つは、検出器が検出する レーザー光の光子数の量子ゆらぎによって生じる散射雑音、もう一つは、レーザー光の光子数の量 子ゆらぎによって鏡が揺れることで生じる輻射圧雑音である。以下では、それぞれの量子雑音につ いて表式を示す [33]。

散射雑音

検出器で読み取るレーザー光の光子数が量子的にゆらぐことで出力に現れる雑音を散射雑音と呼 ぶ。散射雑音の表式は、

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\kappa}{4N_{\text{circ}} G^2} \left[1 + \frac{(\boldsymbol{\omega} - \Delta)^2}{\kappa^2} \right]$$
(2.33)

で与えられる。ここで、レーザー角周波数を ω_L 、共振器長をLとして、 N_{circ} は共振器内の光子数、 $G \in G = \omega_L/L$ とした。また、共振器内の光子数 N_{circ} は、入射光強度 P_{in} と 3.2 節で定義する各 共振器パラメータによって決まり、式(3.54)より、

$$N_{\rm circ} = \frac{2LP_{\rm circ}}{c\hbar\omega_{\rm L}} = \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2} \frac{P_{\rm in}}{\hbar\omega_{\rm L}}$$
(2.34)

と書くことができる。ここで、 κ は共振器のロスの総和、 κ_{in} は共振器のインプットミラーでの透 過ロス、 δ は Dtunig を示す (詳しくは節 3.2 を参照のこと)。したがって、入射光強度および各共 振器パラメータを用いて、式 (2.33)を書き直すと、

$$S_{xx}^{\text{shot}}\left(\omega\right) = \frac{\kappa^{3}}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{\hbar L^{2}}{\omega_{\text{L}}P_{\text{in}}} \left(1 + \delta^{2}\right) \left(1 + \frac{\omega^{2}}{\kappa^{2}}\right)$$
(2.35)

となる。

輻射圧雑音

鏡に衝突するレーザー光の光子数が量子的に揺らぐことで、鏡が受ける輻射圧が変動し鏡が揺れてしまう。これにより生じる雑音を輻射圧雑音と呼ぶ。輻射圧雑音の表式は、

$$S_{FF}^{\text{rad}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{4N_{\text{cirs}}\hbar^2 G^2}{\kappa} \left[1 + \frac{(\boldsymbol{\omega} - \Delta)^2}{\kappa^2}\right]^{-1}$$
(2.36)

で与えられる。散射雑音と同様に式 (2.34) を考え、入射光強度および共振器パラメータを用いて、 式 (2.36) を書き直すと、

$$S_{FF}^{\rm rad}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{8\kappa_{\rm in}}{\kappa^3} \frac{\hbar\omega_{\rm L} P_{\rm in}}{L^2} \frac{1}{1+\delta^2} \left(1+\frac{\omega^2}{\kappa^2}\right)^{-1}$$
(2.37)

となる。

機械光学系において、輻射圧雑音は散射雑音と不確定性関係にあるため、どちらかを減少させる と、もう片方が増大してしまう。ここで、振動子の感受率 $\chi_{m}(\omega)$ は、

$$\chi_{\rm m}(\omega) = \frac{1}{m(\omega_{\rm m}^2 - \omega^2 + i\gamma_{\rm m}\omega)}$$
(2.38)

である。ただし、振動子の共振角周波数を ω_m 、減衰率を γ_m とした。この感受率を用いると、輻射 圧雑音の位置スペクトルは、

$$S_{xx}^{\text{rad}}(\boldsymbol{\omega}) = |\boldsymbol{\chi}_{\text{m}}(\boldsymbol{\omega})|^2 S_{FF}^{\text{rad}}(\boldsymbol{\omega})$$
(2.39)

と書くことができる。したがって、散射雑音と輻射圧雑音の合計の下限値が SQL であることを考えると、

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\boldsymbol{\omega}) + S_{xx}^{\text{rad}}(\boldsymbol{\omega}) \ge 2\sqrt{S_{xx}^{\text{shot}}(\boldsymbol{\omega})} S_{xx}^{\text{rad}(\boldsymbol{\omega})} = 2\hbar |\boldsymbol{\chi}_{\text{m}}(\boldsymbol{\omega})| = S_{xx}^{\text{SQL}}(\boldsymbol{\omega})$$
(2.40)

と表すことができる。

第3章

光学浮上

この章では、本論文の主題であるサンドウィッチ型光学浮上の概要とその先行研究について述べる。また、光学浮上の安定性に関する原理として、Fabry-Pérot 共振器や光バネについて説明する。

3.1 サンドウィッチ型光学浮上

第2章で見た通り、測定精度を SQL に到達させるためには、対象質量スケールにおける古典雑音を十分に小さくする必要がある。特に mg スケールにおいては、古典雑音の中でも熱雑音による 影響が最も大きい。従来の機械光学系を用いる場合、懸架系による熱雑音の混入を避けることはで きない。この熱雑音を回避するため、懸架系を用いず、光の輻射圧のみで振動子を浮上させる方法 を光学浮上法と呼ぶ。現在、光学浮上法として、三脚型光学浮上 [15] とサンドウィッチ型光学浮 上 [16] の 2 つの方法が提案されている。各方法の概念図を図 3.1 に示す。

まず、三脚型光学浮上は、浮上鏡の下から3本のレーザー光を入射し支える構成で、浮上鏡に働く重力と釣り合う程度のレーザー強度さえ確保できればよいという利点がある。ただし、この三脚 型構成は、3本のレーザー光の方向及び強度のバランスが非常に重要であり、かつ3本レーザーを 入射させるために浮上鏡のサイズが大きくなってしまうという欠点もある。一方で、サンドウィッ チ型光学浮上は、浮上鏡の上下からレーザーを入射して浮上させる構成で、三脚型よりもレーザー の数を少なくできるという利点がある。また、3.1.1 項で示すように、浮上鏡の各自由度に関して それぞれ復元力が働くため、鏡を安定に浮上させることができ、かつ共振器長変動の方向と浮上鏡 の鉛直方向が一致しているため、鏡の並進運動を直接観測できる点も優れている。ただし、サンド ウィッチ型構成の欠点として、上下からレーザーを入射するため、下側に関して鏡に働く重力より も大きい光輻射圧、つまり高いレーザー強度が必要となる点や、光軸と重力方向を一致させなけれ ばいけない点、また上下どちらかからのレーザーは浮上鏡の基材部分を透過する形にならざるをえ ない点が挙げられる。

このように、各方法について利点、欠点があるが、シンプルな構造と浮上鏡の変動を直接計測で きるという点で、サンドウィッチ型構成を採用する。以下ではサンドウィッチ型光学浮上に注目 し、その性質を示す。



図 3.1 光学浮上の概念図。(左) 三脚型光学浮上。3本のレーザー光を浮上鏡の下から入射し浮 上させる構成となっている。(右) サンドウィッチ型光学浮上。浮上鏡の上下からレーザーを入 射させ、光バネなどの効果によって安定に浮上させる構成となっている。

3.1.1 サンドウィッチ型光学浮上の安定性

サンドウィッチ型光学浮上は、鏡を上下から光共振器で挟み込む構成となっており、下側共振器 は重力に対して鏡を浮上させる役割を、上側共振器は鏡の安定性を確保する役割を担う。以下で、 サンドウィッチ型光学浮上における浮上鏡の各自由度の安定性について示す。

まず、浮上鏡の自由度を定義する。図 3.2 のように、浮上鏡の曲率中心に原点を取り、並進方向 を (x,y,z)、回転方向を (α,β,γ) と定義する。したがって浮上鏡は 6 つの自由度をもつことになる。 ここで、サンドウィッチ型光学浮上では z 軸対称性を仮定しているので、 $y = \beta = \gamma = 0$ としても 一般性は失われない。よって、考える必要がある自由度は α 回転方向、鉛直方向 (z 方向)、そして 水平方向 (x 方向) の 3 つである。



図 3.2 浮上鏡の自由度。

α 回転方向の安定性

 α 回転方向に微小回転 $\delta\alpha$ ずれた場合を考える。図 3.3 において、紙面に向かって時計回りの方向を正、鏡が下に凸のとき曲率半径 *R* を正とすると、浮上鏡に働くトルク δN_{α} は、

$$\delta N_{\alpha} = -mgR \cdot \delta \alpha \tag{3.1}$$

となる。ただし、m は浮上鏡の質量、g は重力加速度である。式 (3.1) より、 α 回転方向について 安定になるのは、R > 0、つまり浮上鏡が下に凸のときである。

また、α 回転方向に微小回転したとき、共振器内の光軸の長さと向きは変化しないので、鏡に働 く光輻射圧は変化しない。



図 3.3 α回転方向の安定性。鏡に働く重力により、復元トルクが生まれる。

鉛直方向の安定性

図 3.4 のように、鉛直方向に微小距離 δ_z ずれた場合を考える。このとき、共振器を構成する両方の鏡には、後の 3.3 節で詳述する光バネの効果によって、復元力 δ_{F_z} が働き安定となる。光バネの複素バネ定数を $K_z = K_z^{\text{opt}} + im\omega\Gamma_z^{\text{opt}}$ と書き、鉛直方向上向きを正とすると、

$$\delta F_z = -\left(K_{z,\mathrm{U}} + K_{z,\mathrm{L}}\right)\delta z \tag{3.2}$$

ここで、添字の U, L はそれぞれ、上側 (Upper) 共振器と下側 (Lower) 共振器を示す。また、 K_z^{opt} , Γ_z^{opt} はそれぞれ、式 (3.71)、式 (3.72) で与えられる光バネのバネ定数及び Damping rate を表す。この時、安定条件として、 $K_{z,U}^{opt} + K_{z,L}^{opt} > 0$, $\Gamma_{z,U}^{opt} + \Gamma_{z,L}^{opt} > 0$ が要求される。



図 3.4 鉛直方向の安定性。浮上鏡の初期位置を透明で表示している。(左) 浮上鏡が釣り合いの 位置より上にずれた場合、光バネの効果により鉛直方向下向きに復元力が働く。(右) 浮上鏡が 釣り合いの位置より下にずれた場合、光バネの効果により鉛直方向上向きに復元力が働く。

水平方向の安定性

図 3.5 のように、水平方向に微小距離 δx ずれた場合を考える。共振する光は、共振器を構成する 2 枚の鏡の曲率中心を通過する。浮上鏡が水平方向にずれることで曲率中心も移動するので、曲率中心間距離を a とすると、共振器内の光軸は $\theta = \delta x/a$ 傾く。これにより、浮上鏡には復元力 δF_x が働き、輻射圧を F とすると、その表式は、

$$\delta F_x = -F\sin\theta \simeq -\frac{F}{a}\delta x$$
 (3.3)

で与えられる。共振器長 L と共振器のフィネスを F を用いて、鉛直方向と同様に、水平方向の複 素バネ定数を $K_x = K_x^{\text{opt}} + im\omega\Gamma_x^{\text{opt}}$ のように実数部分と虚数部分に分けて書くと、

$$K_x = \frac{F}{a} \left\{ 1 - i\omega \frac{\pi L}{c\mathcal{F}(1-G)} \right\}$$
(3.4)

となる [34]。ここで、 $G = g_1g_2$ は、式 (3.60) で表される共振器の g ファクタを掛け合わせたもの で、共振器を構成する各鏡の曲率半径をそれぞれ R_1, R_2 とすると、

$$G = g_1 g_2 = \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)$$
(3.5)

となる。なお、式 (3.3)、式 (3.4) は単一の共振器に関する表式であり、サンドウィッチ型光学浮上 法における、上下の共振器による実際のバネ定数は、

$$K_{x} = K_{x,\mathrm{U}} + K_{x,\mathrm{L}}$$
$$= \frac{F_{\mathrm{U}}}{a_{\mathrm{U}}} \left\{ 1 - i\omega \frac{\pi L_{\mathrm{U}}}{c\mathcal{F}_{\mathrm{U}}(1 - G_{\mathrm{U}})} \right\} - \frac{F_{\mathrm{L}}}{a_{\mathrm{L}}} \left\{ 1 - i\omega \frac{\pi L_{\mathrm{L}}}{c\mathcal{F}_{\mathrm{L}}(1 - G_{\mathrm{L}})} \right\}$$
(3.6)

で与えられる。水平方向の安定条件については、鉛直方向と同様、 $K_{x,U}+K_{x,L}>0$, $\Gamma_{x,U}+\Gamma_{x,L}>0$ と書くことができる。ここで、サンドウィッチ型光学浮上法の鉛直方向における要請として、下側 共振器による輻射圧を、上側共振器による輻射圧と鏡に働く重力を足したものと同程度にすること が求められる。そのため、共振器内パワーは $P_{\text{circ},U} < P_{\text{circ},L}$ となる。また、式 (3.6) から分かるよ うに、上側共振器と下側共振器によるバネ定数は逆符号を取るため、輻射圧 $F = 2P_{\text{circ}}/c$ やフィ ネス F 以外のパラメータを調整する必要がある。サンドウィッチ型光学浮上では、曲率中心間距 離 $a_U < a_L$ とすることで、水平方向および鉛直方向の安定条件を両方満たせる設計となっている。 具体的なパラメータについて、表 3.1 に示す。



図 3.5 水平方向の安定性。浮上鏡が水平方向に微小距離 δx 移動した場合、上下共振器内の光 軸がずれ、それぞれ鏡に力を及ぼす。このとき、上側共振器と下側共振器による力は逆符号とな り、安定条件を満たす設計が必要となる。

3.1.2 デザイン感度

ここまで説明してきたように、測定感度を SQL に到達させるためには、対象質量スケールにお ける全ての古典雑音を十分に小さくする必要がある。サンドウィッチ型光学浮上では、古典雑音の 中でも鏡の熱雑音が支配的であり、浮上鏡の設計に直接関わってくる。この項では、最初にサンド ウィッチ型光学浮上における各パラメータのスケーリング則について述べ、それを踏まえた上での SQL 到達を可能とするパラメータ設計について示す。なお共振器に関する各パラメータについて は、後の 3.2 節で詳述している。

スケーリング則

サンドウィッチ型光学浮上において、各パラメータに対するスケーリング則が存在するため、こ れらを考慮に含めた設計が必要となる。以下、各スケーリング則を示し、サンドウィッチ型光学浮 上の設計指針をまとめる。

まず、サンドウィッチ型光学浮上の構成から、浮上鏡の質量 m と共振器内パワーが同等となる 必要があるので、

$$m \propto \mathcal{F}P_{\rm in}$$
 (3.7)

となる。この関係を前提条件として、SQL 到達を目指す角周波数の表式を求める。2.4.2 項で示した関係から、SQL は散射雑音と輻射圧雑音が等しくなる時の量子雑音の合計であることが分かるので、Cavity pole よりも低角周波数領域 ($\omega \ll \kappa$)のとき、SQL に到達可能な角周波数 ω_{SQL} は、

$$\omega_{\rm SQL} = \sqrt{\frac{16g}{\lambda}} \mathcal{F}^{\frac{1}{2}}$$
(3.8)

と表される。ただし、レーザー波長を λ (サンドウィッチ型光学浮上では 1550 nm) としており、 Cavity pole は共振器に光を貯めることができる角周波数の最大値を意味する。したがって、SQL に到達可能な角周波数 ω_{SOL} について、

$$\omega_{\rm SQL} \propto \mathcal{F}^{\frac{1}{2}} \tag{3.9}$$

とスケーリングされる。

次に、浮上鏡の半径 $\phi/2$ と浮上鏡面上のビーム半径 $w_{\rm I}$ (I = U,L) を考える。ビーム中心からの距離を r とすると、ビーム半径 $w = w_{\rm I}$ 地点の強度分布 P(r) は、

$$P(r) = \frac{2}{\pi w_{\rm I}^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w_{\rm I}^2}\right)$$
(3.10)

と与えられる。このとき、浮上鏡の半径 φ/2 を越えた分のレーザー光は損失となり、

$$\int_{\frac{\phi}{2}}^{\infty} 2\pi r P(r) dr = \exp\left(-\frac{\phi^2}{2w_{\rm I}^2}\right)$$
(3.11)

と表すことができる。したがって、共振器の総ロスとの関係に注目すると、

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \propto \exp\left(-\frac{\phi^2}{2w_{\mathrm{I}}^2}\right) \tag{3.12}$$

となる。ここで、浮上鏡の半径 $\phi/2 \propto m^{\frac{1}{3}}$ という条件から、

$$\omega_{\mathrm{I}} \propto \frac{\phi}{2} (\log \mathcal{F})^{-\frac{1}{2}} \propto m^{\frac{1}{3}} (\log \mathcal{F})^{-\frac{1}{2}}$$
(3.13)

とスケーリングされる。

最後に、浮上鏡のコーティングの厚さ *d*_{coat} について考える。サンドウィッチ型光学浮上では屈 折率の異なる 2 種類の膜を交互に重ねて形成する誘電体多層膜を採用する。この 2 種類の膜の屈 折率をそれぞれ *n*₁、*n*₂ とすると、膜の総数 2*N* は、

$$2N = \frac{\ln\left[\frac{n_2}{n_1^2}\frac{1+\sqrt{R}}{1-\sqrt{R}}\right]}{\ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right)}$$
(3.14)

と表すことができる。ただし、R は鏡の反射率とする。また、コーティングの厚さ dcoat は、

$$d_{\text{coat}} = \frac{\lambda}{4} \left[\frac{1}{n_1} + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) N \right]$$
(3.15)

で与えられる。式 (3.14)、式 (3.15) より、コーティングの厚さ d_{coat} について、

$$d_{\text{coat}} \propto -\log R \propto -\log \mathcal{T} \propto \mathcal{F} \tag{3.16}$$

とスケーリングされる。

以上より、各パラメータに対する3つのスケーリング則(3.9),(3.13),(3.16)が導かれた。これら を用いて、鏡の熱雑音と量子雑音の位置スペクトルについてのスケーリング則を求めると、

$$S_{xx}^{\text{sub}}(\omega_{\text{SQL}}) \propto w_0^{-1} \omega_{\text{SQL}}^{-1} \propto m^{-\frac{1}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}} (\ln \mathcal{F})^{\frac{1}{2}}$$
 (3.17)

$$S_{xx}^{\text{coat}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{SQL}}) \propto d_{\text{c}} \boldsymbol{w}_{0}^{-2} \boldsymbol{\omega}_{\text{SQL}}^{-1} \propto m^{-\frac{2}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}}(\ln \mathcal{F})^{2}$$
(3.18)

$$S_{xx}^{\text{SQL}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{SQL}}) \propto m^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{SQL}}^{-2} \propto m^{-1} \mathcal{F}^{-1}$$
(3.19)

となる。量子雑音と熱雑音それぞれの位置スペクトルの比を取ると、

$$\frac{S_{xx}^{\text{SQL}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{SQL}})}{S_{xx}^{\text{sub}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{SQL}})} \propto m^{-\frac{2}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}} (\ln \mathcal{F})^{-\frac{1}{2}}$$
(3.20)

$$\frac{S_{xx}^{\text{SQL}}(\omega_{\text{SQL}})}{S_{xx}^{\text{coat}}(\omega_{\text{SQL}})} \propto m^{-\frac{1}{3}} \mathcal{F}^{-\frac{1}{2}} (\ln \mathcal{F})^{-2}$$
(3.21)

となる。式 (3.20)、式 (3.21) より、共振器のフィネス *F*、浮上鏡の質量 *m* がともに小さいほど量子 雑音を観測しやすくなる、つまり SQL 到達の実現性が高まることが分かる。なお、サンドウィッ チ型光学浮上では浮上鏡の質量を 0.2 mg に設定している。

デザイン感度

浮上鏡の位置測定精度の SQL 到達を可能とする、サンドウィッチ型光学浮上の各設計パラメー タを表 3.1 に示す [16]。3.1.1 項で説明した通り、下側より上側の共振器内パワーを小さくする必要 があるため、上側共振器の曲率中心間距離はかなり小さい設計となっている。添字について、Ta は TiO₂: Ta₂O₅ コーティングを、Si は SiO₂ コーティングを示し、s は基材を意味する。これらのコー ティング及び基材の物性値は参考文献 [35] による。雑音について考えると、例えば $P_{gas} = 10^{-5}$ Pa において、 $\gamma_{gas} = 7 \times 10^{-8}$ Hz、 $Q_{gas} = 3 \times 10^{10}$ となり、残留ガス雑音を十分に小さくできる設計 である。

また、浮上鏡の位置測定精度は図 3.6 のようになり、23 kHz において標準量子限界に到達できる 設計となっている。図中には 2.4 節で示した主要な雑音スペクトルが載せてあり、対象としている 周波数領域では全ての古典雑音が量子雑音を下回る形となる。 表 3.1 SQL 到達を可能にするパラメータ設計 [16]。一部記号を変更。

| 浮上鏡 | | |
|-------------|-------------------------------|--|
| 質量 | т | 0.2 mg |
| 半径 | $\phi/2$ | 0.35 mm |
| 曲率半径 | R | 30 mm |
| コーティングの厚さ | d_{Ta} | 91 nm \times 7 layers |
| | $d_{ m Si}$ | $237\mathrm{nm} \times 6\mathrm{layers}$ |
| ヤング率 | Y _{s, Ta, Si} | 73 GPa, 140 GPa, 73 GPa |
| ポアソン比 | V _{s, Ta, Si} | 0.17, 0.28, 0.17 |
| 損失角 | $\theta_{\mathrm{s, Ta, Si}}$ | $1 \times 10^{-6}, 2 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-5}$ |
| 屈折率 | n _{s, Ta, Si} | 1.45, 2.07, 1.45 |
| | | |
| レーザー | | |
| 波長 | λ | 1064 nm |
| 入射光強度 | Pin, U,L | 4 W, 13 W |
| 周波数雑音 | δf_{a} | $0.1 \text{ mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ |
| | | |
| 共振器 | | |
| 共振器長 | $L_{\mathrm{U,L}}$ | 50 mm, 95 mm |
| 固定鏡の曲率半径 | $R_{\rm U,L}$ | 30 mm, 120 mm |
| 曲率中心間距離 | $a_{\mathrm{U,L}}$ | 1.3 mm, 5.0 mm |
| 浮上鏡面上のビーム半径 | $m{w}_{\mathrm{U,L}}$ | 0.19 mm, 0.14 mm |
| フィネス | $\mathcal{F}_{U,L}$ | 100, 100 |
| 共振器内パワー | $P_{\rm circ, U,L}$ | 130 W, 420 W |
| Detuning | $\delta_{\mathrm{U,L}}$ | 0.0018, -0.005 |
| | | |
| 実験環境 | | |
| 温度 | Т | 300 K |
| 気圧 | Р | 10^{-5} Pa |



図 3.6 サンドウィッチ型光学浮上のデザイン感度([16]より引用)。

3.1.3 先行研究

サンドウィッチ型光学浮上に関して、これまでに理論計算とねじれ振り子を用いた安定性検証実 験が行われてきた。表 3.2 に、サンドウィッチ型光学浮上の研究の流れを示す。

| 理論提案 : | SQL 到達を可能とするサンドウィッチ型光学浮上のパラメータ設計。 | [16] |
|--------|-----------------------------------|------|
| 原理実証: | ・水平方向の安定性検証のためのセットアップ設計、及び構築、 | [17] |
| | ねじれ振り子の制御、及び浮上鏡固定時の上下共振器の同時制御。 | [1/] |
| | ・ねじれ振り子と上側共振器の同時制御。 | [18] |
| | ・セットアップの改良、及びねじれ振り子と上側共振器の同時制御。 | [19] |
| | ・セットアップの改良、及び上側共振器による復元力の測定。 | 本研究 |
| 観測実験: | 光学浮上の実現、SQL 到達、巨視的量子力学の検証。 | |
| | | |

表 3.2 サンドウィッチ型光学浮上の研究の流れ。

以下では、まず原理実証段階における最新の結果を示す。その上で、水平方向の安定性検証を行 うにあたり、対策する必要がある先行研究の問題点を提示する。

先行研究の結果

最初に、水平方向の安定性検証に関する最新 (2018) の先行研究結果を図 3.7 に示す。なお、横軸には上側共振器内パワーを、縦軸には上側共振器による復元力をバネ定数に変換して表示している。各研究についてそれぞれ 2 点プロットしてあり、左側の点が上側共振器による浮上鏡への影響がないときの、右側の点が上側共振器によって浮上鏡に復元力が働いているときのデータである。 2018 年の研究では、上下共振器内に Polarizing Beam Splitter(PBS) と呼ばれる偏光ビームスプリッタを導入することで、各共振器からの透過光を直接検出できるセットアップを構築した。この改良により、2017 年以前の先行研究の結果と比べ、共振器内パワーの誤差が減少している。また、測定の再現性も向上したためバネ定数の誤差を減らすことにも成功している。



図 3.7 先行研究の結果([19]より引用)。横軸は上側共振器内パワーを、縦軸は上側共振器によ る復元力をバネ定数に変換したものを示す。各研究についてそれぞれ、左側の点が上側共振器 による浮上鏡への影響がないときのバネ定数を、右側の点が上側共振器によって浮上鏡に復元 力が働いているときのバネ定数を示す。

先行研究の問題点

2017 年以前の先行研究の結果と比べ、2018 年の先行研究の結果の誤差が減少していることを見た。しかし、バネ定数の誤差が減少したとはいえ十分ではないため、上側共振器による復元力を有意に観測できていない。また、バネ定数の誤差の大きさだけではなく、上側共振器内パワーの設計値160 W に対して、実際は 3 W 程度で留まっている点も問題である。バネ定数の誤差が変わらないと仮定し、共振器内パワーが設計値通りだとすれば、復元力を有意に測定できると考えられる。 逆に、共振器内パワーが小さいままでも、バネ定数の誤差をより小さくすることができれば、同様に復元力を有意に測定できると考えられる。

この他に、実験セットアップが収納されている真空槽周りの環境によって、上側共振器の制御が 不安定になる問題もあった。例えば、真空槽周りにおける人の有無、装置の振動、または実験室の 温度に応じて、共振器が制御できなくなる時間帯が存在した。

以上より、改めて先行研究の問題点をまとめると、

1. 上側共振器内パワーが小さい。

2. 上側共振器によるバネ定数 (復元力)の誤差が大きい。

3. 上側共振器制御の安定性が、真空槽周りの環境に左右される。

となる。

3.2 Fabry-Pérot 共振器

3.2.1 反射率·透過率

図 3.8 のように、向かい合わせに置いた 2 枚の鏡を用いて、光を何回も往復させることで、光強度を増幅することができる共振器を Fabry-Pérot 共振器と呼ぶ。以下、本論文中で使われている共振器は Fabry-Pérot 共振器を指す。



図 3.8 Fabry-Pérot 共振器

図 3.8 において、左側の鏡をインプットミラー、右側の鏡をエンドミラーと定義し、それぞれの 振幅反射率を r_1 , r_2 、振幅透過率を t_1 , t_2 、共振器長を L とする。ただし振幅反射率について、共振 器内、共振器外からの光に対する反射率をそれぞれ r_j , $-r_j$ (j = 1, 2) とする。

インプットミラーの左側から光電場 $E_{in} = E_0 e^{i\omega_L t}$ を入射する場合を考えると、反射電場 E_r は、

インプットミラーでの反射光と、透過光が共振器内で反射し再度透過して出てきたものの足し合わ せで表すことができ、

$$E_{\rm r} = -r_1 E_{\rm in} + t_1^2 r_2 e^{-2i\phi} E_{\rm in} + t_1^2 r_2 e^{-2i\phi} (r_1 r_2 e^{-2i\phi}) E_{\rm in} + \cdots$$

$$= \left[-r_1 + t_1^2 r_2 e^{-2i\phi} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^n \right] E_{\rm in}$$

$$= \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} \right) E_{\rm in}$$
(3.22)

となる。ただし、 $\phi = \omega_L L/c$ は光が共振器内の片道を進む際に受け取る位相変化量である。同様に 透過電場 E_t は、

$$E_{t} = t_{1}t_{2}e^{-i\phi}E_{in} + t_{1}t_{2}e^{-i\phi}(r_{1}r_{2}e^{-2i\phi})E_{in} + t_{1}t_{2}e^{-i\phi}(r_{1}r_{2}e^{-2i\phi})^{2}E_{in} + \cdots$$

$$= t_{1}t_{2}e^{-i\phi}\sum_{n=0}^{\infty}(r_{1}r_{2}e^{-2i\phi})^{n}E_{in}$$

$$= \frac{t_{1}t_{2}e^{-2i\phi}}{1 - r_{1}r_{2}e^{-2i\phi}}E_{in}$$
(3.23)

となる。また、インプットミラー直後の共振器内電場 Ecirc は、

$$E_{\text{circ}} = t_1 E_{\text{in}} + t_1 (r_1 r_2 e^{-2i\phi}) E_{\text{in}} + t_1 (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^2 E_{\text{in}} + \cdots$$

$$= t_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-2i\phi})^n E_{\text{in}}$$

$$= \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} E_{\text{in}}$$
(3.24)

と表すことができる。

ここで、反射光強度、透過光強度をそれぞれ *P_r*, *P_t* とする。光強度 (パワー) が電場の 2 乗に比例することを考慮し、式 (3.22)、式 (3.23) より、共振器の強度反射率 *R*、強度透過率 *T* は、

$$R = \left| \frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} \right|^2 = \frac{\{ (r_1^2 + t_1^2)r_2 - r_1 \}^2 + 4r_1r_2(r_1^2 + t_1^2)\sin^2\phi}{(1 - r_1r_2)^2 + 4r_1r_2\sin^2\phi}$$
(3.25)

$$T = \left| \frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}} \right|^2 = \frac{(t_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2 \phi}$$
(3.26)

と表すことができる。また、入射光強度、共振器内パワーをそれぞれ P_{in} , P_{circ} とし、その比を考えると、式 (3.24) より、

$$\frac{P_{\text{circ}}}{P_{\text{in}}} = \left|\frac{E_{\text{circ}}}{E_{\text{in}}}\right|^2 = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2 \phi}$$
(3.27)

と表すことができる。

3.2.2 共振

式 (3.26) より、強度透過率を位相変化量 ϕ の関数としてプロットしたものが図 3.9 である。こ の図より、位相変化量 ϕ が π の整数倍の時に、強度透過率が最大となることが分かる。またこの 時、式 (3.27) から共振器内パワーも最大となることが分かる。このように、透過光強度と共振器内 パワーが最大となる状態について、入射光と Fabry-Pérot 共振器が共振していると表現する。共振 条件を改めて書くと、

$$\phi = n\pi$$
 (ただしnは自然数) (3.28)

となる。



図 3.9 位相変化量に対する Fabry-Pérot 共振器の強度透過率。インプットミラーとエンドミラーの性能について、 $r_1^2 = r_2^2 = 0.9, t_1^2 = t_2^2 = 0.1$ の場合をプロットしている。

以下、共振器長 L を固定して考える。L が一定のとき、式 (3.28) で示した共振条件をレーザー光の波長 λ について、

$$2L = n\lambda$$
 (ただしnは自然数) (3.29)

と書き直すことができる。これをレーザー光の周波数 v について書くと、

$$v = n \frac{c}{2L}$$
 (ただしnは自然数) (3.30)

となる。

式 (3.30) から分かるように、レーザー光の周波数を *c*/2*L* 変化させると周期的に共振が見られる。 この周期はフリースペクトラルレンジ (FSR) と呼ばれ、

$$v_{\rm FSR} = \frac{c}{2L} \tag{3.31}$$

と表される。

次に、共振器内パワーの共振ピークの半値全幅 VFWHM の表式を求める。式 (3.27)を用いて、

$$\frac{(1-r_1r_2)^2}{(1-r_1r_2)^2 + 4r_1r_2\sin^2\left(\frac{2L}{c}\frac{\mathbf{V}_{\text{FWHM}}}{2}\pi\right)} = \frac{1}{2}$$
(3.32)

と表すことができる。ここで、十分高い反射率をもつ鏡で構成される共振器に関して、*v*_{FWHM} ≪ *v*_{FSR} が成り立つので、sin の中身について、

$$\frac{2L}{c}\frac{v_{\rm FWHM}}{2}\pi = \frac{v_{\rm FWHM}}{2v_{\rm FSR}}\pi \ll 1$$
(3.33)

が成立する。よって $\sin \theta \simeq \theta$ の近似が適用でき、

$$v_{\rm FWHM} \simeq \frac{1 - r_1 r_2}{\pi \sqrt{r_1 r_2}} v_{\rm FSR} \tag{3.34}$$

と得られる。また、 v_{FSR} と v_{FWHM} の比は共振の鋭さを示す量であり、フィネス Fと呼ばれる。 フィネスの表式は、

$$\mathcal{F} = \frac{v_{\text{FSR}}}{v_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}$$
 (3.35)

で与えられる。特に $t_1 \ll 1$ かつ $t_2 \ll 1$ のとき、反射率の代わりに透過率を用いて、

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{t_1^2 + t_2^2}$$
 (3.36)

と近似できる [36]。以上説明してきた、共振器長 L を固定した場合における、強度透過率とレー ザー光の周波数の関係を図 3.10 にまとめる。



図 3.10 レーザー光の周波数に対する Fabry-Pérot 共振器の強度透過率。 $r_1 = r_2$, $\mathcal{F} = 20$ の場合をプロットしている。

最後に、考慮できていない共振器内ロス *L* を考える。ここまでエンドミラーにおける透過成分 以外にロスのない理想的な共振器を仮定してきたが、実際はレーザー光が共振器内を往復している 間に散乱したり、吸収されるなどして追加のロスが生じる。したがって、追加のロス *L* を含んだ表 式を再度考えると、近似式 (3.36) を用いて、

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{t_1^2 + t_2^2 + \mathcal{L}} = \frac{2\pi}{\mathcal{T}}$$
(3.37)

と表すことができる。ただし、 $\mathcal{T} = t_1^2 + t_2^2 + \mathcal{L}$ は共振器におけるロスの総和を表す。

3.2.3 Cavity Decay Rate & Detuning

共振器内における光の損失の時間スケールを表す指標として、Cavity Decay Rate というパラメー タが用いられる。インプットミラーとエンドミラーでの透過ロス、追加のロス、そしてロスの総和 に対する Cavity Decay Rate をそれぞれ κ_{in} , κ_{out} , κ_{loss} , κ とすると、

$$\kappa = \kappa_{\rm in} + \kappa_{\rm out} + \kappa_{\rm loss} \tag{3.38}$$

と書くことができる。Cavity Decay Rateの概念を図 3.11 に示す。



図 3.11 Cavity Decay Rate の概念図。

ここで、共振器内の光の平均滞在時間は、

$$\tau = \frac{2L}{c} \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} = \frac{2L\mathcal{F}}{c\pi}$$
(3.39)

で与えられ、これを用いると κ_{in} , κ_{out} , κ はそれぞれ、

$$\kappa_{\rm in} = \frac{1}{\tau} \frac{t_1^2}{\mathcal{T}} = \frac{ct_1^2}{4L}$$
(3.40)

$$\kappa_{\rm out} = \frac{1}{\tau} \frac{t_2^2}{T} = \frac{ct_2^2}{4L}$$
(3.41)

$$\kappa = \frac{1}{\tau} = \frac{c\pi}{2L\mathcal{F}} \tag{3.42}$$

と表せる。また、 κ_{in} と κ_{out} の関係によって共振器の振る舞いが変化し、 $\kappa_{in} > \kappa_{out}$ ($r_1 < r_2$)の時 Over Couple 共振器、 $\kappa_{in} < \kappa_{out}$ ($r_1 > r_2$)の時 Under Couple 共振器、そして $\kappa_{in} = \kappa_{out}$ ($r_1 = r_2$)の時 時 Critical Couple 共振器と呼ばれる。

共振器に関するパラメータとして他に、Detuning Δ と呼ばれるものがある。このパラメータは、 ある 1 つの共振モードの共振角周波数 $\omega_{cav} = n\pi c/L$ とレーザー光の角周波数 ω_{L} の差で定義され、

$$\Delta = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm cav} \tag{3.43}$$

で表される。例えばレーザー光による原子運動の冷却など、目的によっては Detuning をコント ロールする必要があり、手段として、detune する・detuning を行うと表現する。Detuning には共 振器長変動を表す項も含まれ、共振器長 L が微小距離 x 長くなった場合、

$$\omega_{cav}(x) = n\pi \frac{c}{L+x}$$

$$\simeq \omega_{cav} - \frac{x}{L} \omega_{cav}$$
(3.44)

$$\Delta = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm cav} + \frac{x}{L} \omega_{\rm cav} \tag{3.45}$$

と書くことができる。式 (3.43) と式 (3.45) を比較すると、共振器変動による Detuning が、

$$\Delta = \frac{x}{L}\omega_{\rm cav} \tag{3.46}$$
で与えられることが分かる。以下の議論では基準をレーザー角周波数に合わせる、つまり $\omega_{cav} = \omega_L$ とすることで、式 3.46 で定義される量を、規格化されていない Detuning Δ と呼ぶことにする。 また、これを Cavity Decay rate κ で規格化すると、

$$\delta = \frac{\Delta}{\kappa} \tag{3.47}$$

となる。

以下では、ここまで説明してきた Cavity Decay Rate κ と Detuning δ を用いて、強度反射率の 式 (3.25)、強度透過率の式 (3.26)、入射光強度と共振器内パワーの比の式 (3.27) を書き直す [37]。 まず導出の準備として、電場に関する式 (3.22)、式 (3.23)、式 (3.24) に共通する分母部分を書き直 すと、

$$\frac{1}{1-r_1r_2e^{-2i\phi}} = \frac{1}{1-r_1r_2e^{-2i(\kappa\delta L/c+n\pi)}}$$
$$\approx \frac{1}{1-r_1r_2(1-2i\kappa\delta L/c)}$$
$$= \frac{\frac{c}{2L}}{\frac{c}{2L}(1-r_1r_2)+ir_1r_2\kappa\delta}$$
$$\approx \frac{v_{\text{FSR}}}{\kappa(1+i\delta)}$$
(3.48)

となる。ただし、1 行目から 2 行目にかけて 2 $\kappa \delta L/c \ll 1$ より指数関数の一次近似を、3 行目から 4 行目にかけて $r_1r_2 \simeq 1$ を考え、 $\mathcal{F} = \pi \sqrt{r_1r_2}/(1-r_1r_2) \simeq \pi/(1-r_1r_2)$ とする近似を適用し た。得られた関係式 (3.48) を反射電場に関する式 (3.22) に適用すると、

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}}$$

$$\simeq \frac{v_{\rm FSR}}{\kappa (1 + i\delta)} \left\{ -r_1 + r_2 (r_1^2 + t_1^2) \left(1 - 2i\kappa\delta\frac{L}{c} \right) \right\}$$

$$\simeq \frac{v_{\rm FSR}}{\kappa (1 + i\delta)} \left\{ t_1^2 r_2 - r_1 (1 - r_1 r_2) - ir_2 \frac{\kappa\delta}{v_{\rm FSR}} \right\}$$

$$\simeq \frac{v_{\rm FSR}}{\kappa (1 + i\delta)} \left\{ t_1^2 r_2 - r_1 \frac{\kappa}{v_{\rm FSR}} - ir_2 \frac{\kappa\delta}{v_{\rm FSR}} \right\}$$
(3.49)

となる。同様に透過電場に関する式 (3.23)、インプットミラー直後の共振器内電場に関する式

(3.24)を書き直すと、

$$\frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}} = \frac{t_1 t_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}}$$
$$\simeq \frac{v_{\rm FSR}}{\kappa (1 + i\delta)} t_1 t_2 \left(1 - i \frac{\kappa \delta}{v_{\rm FSR}}\right)$$
(3.50)

$$\frac{E_{\text{circ}}}{E_{\text{in}}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}}$$
$$\simeq \frac{v_{\text{FSR}}}{\kappa (1 + i\delta)} t_1 \tag{3.51}$$

となる。よって、得られた式 (3.49)、式 (3.50)、式 (3.51) を用いて式 (3.25)、式 (3.26)、式 (3.27) を書き直すと、

$$\begin{split} R &= \frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}} = \left| \frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} \right|^2 \\ &= \frac{v_{\rm FSR}^2}{\kappa^2(1+\delta^2)} \left\{ (1-t_1^2) \frac{\kappa^2}{v_{\rm FSR}^2} + (1-t_2^2) \frac{\kappa^2 \delta^2}{v_{\rm FSR}^2} - 2t_1^2 r_1 r_2 \frac{\kappa}{v_{\rm FSR}} + t_1^4 (1-t_2^2) \right\} \\ &\simeq \frac{v_{\rm FSR}^2}{\kappa^2(1+\delta^2)} \left\{ \frac{\kappa^2(1+\delta^2)}{v_{\rm FSR}^2} - \frac{2\kappa}{v_{\rm FSR}} \frac{t_1^2 v_{\rm FSR}}{v_{\rm FSR}} \left(1 - \frac{t_1^2 v_{\rm FSR}}{2\kappa} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{4\kappa_{\rm in}}{\kappa} \left(1 - \frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} \right) \frac{1}{1+\delta^2} \end{split}$$
(3.52)
$$T = \frac{P_{\rm t}}{P_{\rm in}} = \left| \frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}} \right|^2 \\ &\simeq \frac{4\kappa_{\rm in}\kappa_{\rm out}}{\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2} \left\{ 1 + \left(\frac{\kappa\delta}{v_{\rm FSR}} \right)^2 \right\} \\ &\simeq \frac{4\kappa_{\rm in}\kappa_{\rm out}}{\kappa} \frac{1}{1+\delta^2} \\ &= \frac{V_{\rm FSR}}{\kappa} \frac{t_1^2 V_{\rm FSR}}{1+\delta^2} \frac{1}{1+\delta^2} \end{aligned}$$
(3.53)

が得られる。これらの式は、共振器の透過ロスに加えて、考慮できていない共振器内ロスがある場 合にも適用できる形となっている。

3.2.4 固有モード

Fabry-Pérot 共振器において、共振器を構成するインプットミラーとエンドミラーそれぞれの曲 率半径と共振器長によって決まる空間モードを、共振器の固有モードと呼ぶ。Fabry-Pérot 共振器 は、光が2枚の鏡間を何度も往復することで増幅される機構であり、その間にレーザー光の空間 モードが変化してしまうと光を増幅することはできない。共振器の性能を十分に引き出すために は、既に 3.2.2 項で見た共振条件に加え、この固有モードと入射光の空間モードを一致させること が必要である。

インプットミラーとエンドミラーの曲率半径をそれぞれ R_1 , R_2 とすると、固有モードの Rayleigh レンジ z_0 と各鏡からビームウェストまでの距離 d_1 , d_2 は、

$$z_0 = \frac{L\sqrt{g_1g_2\left(1 - g_1g_2\right)}}{g_1 + g_2 - 2g_1g_2} \tag{3.55}$$

$$d_j = \frac{Lg_1g_2(1-g_j)}{g_j(g_1+g_2-2g_1g_2)} \qquad (j=1,\ 2)$$
(3.56)

となる。ただし、Rayleigh レンジは、ビームウェストからビーム半径がウェスト半径の $\sqrt{2}$ 倍になる 位置までの距離である。また、 g_j はgファクタと呼ばれるパラメータであり、 $g_j = 1 - L/R_j$ (j = 1, 2) で定義される。

実際に入射光の空間モードを共振器の固有モードと一致させるためには、レンズなどを用いて空間モードを変形させる必要がある。この操作をモードマッチングと呼び、これによりどの程度固有モードに近づいたかを示す指標としてモードマッチング率を用いる。モードマッチング率は、入射光量に対する固有基本モードの割合として定義される。入射電場 *E*_{in} は共振器の固有モード {*U*_{l,m}} で展開することができ、

$$E_{\rm in}(x,t) = \sum_{l,m=0}^{\infty} E_{lm} U_{lm}(x,t)$$
(3.57)

と書けるので、モードマッチング率は、

$$M = \frac{|E_{00}|^2}{\sum_{l,m=0}^{\infty} |E_{lm}|^2}$$
(3.58)

と表すことができる。

3.2.5 安定条件

ここまでの説明は、共振器が光学的に安定であることを仮定していた。しかし、2枚の鏡の曲率 半径と共振器長の選び方によっては、共振器自体が安定ではなくなり光を共振させることができな くなる [38]。共振器の安定条件はgファクタを用いて、

$$0 \le g_1 g_2 \le 1$$
 (3.59)

で表される。ただし、gファクタは、共振器長をL、各鏡の曲率半径をそれぞれ R₁, R₂ として、

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}$$
, $g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$ (3.60)

と表される。また、曲率半径の符号は、共振器に対して外側に凸のとき正としている。

3.3 光バネ

Fabry-Pérot 共振器が共振している時、共振器を構成している両方の鏡に対して、光輻射圧 $F = 2P_{\text{circ}}/c$ が働く。光学浮上法において浮上鏡には重力が働くため、共振器長が長くなり共振器 内パワーが減少すると、相対的に重力による寄与が大きくなる。逆に、共振器長が短くなり共振器 内パワーが増幅すると、相対的に光輻射圧による寄与が大きくなる。どちらの場合も、共振器長の 変動を補正するように、鏡に力が働く。この効果を光バネと呼び、3.1.1 項で触れたように鉛直方 向の安定性を保証する。

以下、光バネ効果の導出を示す。共振器長が時間変動する場合を考え、 $L(t) = L_0 + \delta x(t)$ と表す。ここで L_0 , $\delta x(t)$ はそれぞれ、共振点に十分近い共振器長平均と、平均からの微小変動とする。同様に、共振器内の片道を進む際に受け取る位相変化量を $\phi(t) = \phi_0 + \delta \phi(t)$ (ϕ_0 は $L(t) = L_0$ の時の位相変化量、 $\delta \phi(t)$ は平均からの微小変動)とすると、共振器内電場 E_{circ} は式 (3.24)より、

$$E_{\text{circ}}(t) \simeq t_{1}E_{\text{in}} + t_{1}\left\{r_{1}r_{2}e^{-2i\phi\left(t-\frac{L_{0}}{c}\right)}\right\}E_{\text{in}} + t_{1}\left\{r_{1}r_{2}e^{-2i\phi\left(t-\frac{L_{0}}{c}\right)}\right\}\left\{r_{1}r_{2}e^{-2i\phi\left(t-\frac{3L_{0}}{c}\right)}\right\}E_{\text{in}} + \cdots$$

$$= t_{1}\sum_{n=0}^{\infty}\left(r_{1}r_{2}e^{-2i\phi_{0}}\right)^{n}\exp\left\{-2i\sum_{m=1}^{n}\delta\phi\left(t-(2m-1)\frac{L_{0}}{c}\right)\right\}E_{\text{in}}$$

$$\simeq t_{1}\sum_{n=0}^{\infty}\left(r_{1}r_{2}e^{-2i\phi_{0}}\right)^{n}\left\{1-2i\sum_{m=1}^{n}\delta\phi\left(t-(2m-1)\frac{L_{0}}{c}\right)\right\}E_{\text{in}}$$
(3.61)

と書ける。ただし微小変動 $\delta x(t)$, $\delta \phi(t)$ を仮定し、共振器長 L(t) をインプットミラーを固定した 場合の鏡間の相対距離として扱うことで、 $2\phi \rightarrow 2\phi \left(t - (2m-1)\frac{L_0}{c}\right)$ (*m* は自然数) と近似した。 改めて微小変動成分を分けた形式で、共振器内の電場 $E_{\text{circ}}(t) = E_{\text{circ} 0} + \delta E_{\text{circ}}(t)$ と表すと、それ ぞれの項は、

$$E_{\rm circ \ 0} \simeq t_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n E_{\rm in} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} E_{\rm in}$$
(3.62)

$$\delta E_{\rm circ}(t) \simeq -2it_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \sum_{m=1}^n \delta \phi \left(t - (2m-1) \frac{L_0}{c} \right) E_{\rm in}$$
(3.63)

と書くことができる。ここでフーリエ変換 $\tilde{F}(\boldsymbol{\omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\boldsymbol{\omega} t} dt$ を用いて、

$$\begin{split} \delta \tilde{E}_{\text{circ}} \left(\omega \right) &\simeq -2it_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \sum_{m=1}^n \delta \tilde{\phi}(\omega) \exp\left(-i\omega(2m-1)\frac{L_0}{c} \right) E_{\text{in}} \\ &= -2it_1 E_{\text{in}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \frac{e^{-i\theta} \left(1 - e^{-2in\theta} \right)}{1 - e^{-2i\theta}} \delta \tilde{\phi}(\omega) \\ &= -\frac{t_1 E_{\text{in}}}{\sin \theta} \left[\frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} - \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \right] \delta \tilde{\phi}(\omega) \\ &\simeq -\frac{2it_1 E_{\text{circ} 0}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} 0} \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \delta \tilde{\phi}(\omega) \\ &= -\frac{2iE_{\text{circ} 0}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \delta \tilde{\phi}(\omega) \end{split}$$
(3.64)

ただし、簡単のため $\theta = \omega L_0/c$ とし、 ϕ_0 , $\theta \ll 1 \ge r_1$, $r_2 \simeq 1$ の近似を用いた。式 (3.64) を、規 格化されていない Detuning $\Delta \ge$ Cavity Decay Rate κ 、そしてフーリエ変換された微小変動 $\delta \tilde{x}(\omega)$ を用いて書き直すと、

$$\delta \tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) \simeq -\frac{2iE_{\text{circ}\ 0}}{1-r_1r_2e^{-2i(\Delta+\omega)L_0/c}}\frac{\omega_L}{c}\delta \tilde{x}(\omega)$$
$$\simeq -\frac{2iE_{\text{circ}\ 0}}{(1-r_1r_2)+2i(\Delta+\omega)\frac{L_0}{c}}\frac{\omega_L}{c}\delta \tilde{x}(\omega)$$
$$\simeq -\frac{\omega_L E_{\text{circ}\ 0}}{L_0}\frac{1}{\Delta+\omega-i\kappa}\delta \tilde{x}(\omega)$$
(3.65)

となる。ここで共振器内パワー P_{circ} は共振器内電場の 2 乗 $|E_{\text{circ}}|^2$ に比例するので、変動成分について、

$$\delta \tilde{P}_{\text{circ}}(\omega) \propto E^*_{\text{circ}\,0} \delta \tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) + E_{\text{circ}\,0} [\delta \tilde{E}_{\text{circ}}(\omega)]^*$$
(3.66)

となる。 $[\delta ilde{E}_{
m circ}(\omega)]^* = \delta ilde{E}^*_{
m circ}(-\omega)$ に注意し、式 (3.66)に式 (3.65)を代入すると、

$$\delta \tilde{P}_{\text{circ}}(\omega) = -\frac{P_{\text{circ }0} \omega_{\text{L}}}{L_{0}} \left[\frac{1}{\Delta + \omega - i\kappa} + \frac{1}{\Delta - \omega + i\kappa} \right] \delta \tilde{x}(\omega)$$

$$= -\frac{P_{\text{circ }0} \omega_{\text{L}}}{L_{0}} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^{2} + \kappa^{2}} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^{2} + \kappa^{2}} + i \left(\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^{2} + \kappa^{2}} - \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^{2} + \kappa^{2}} \right) \right] \delta \tilde{x}(\omega)$$
(3.67)

と表すことができる。

鏡に働く光輻射圧が $F = 2P_{\text{circ}}/c$ で与えられることを考慮して、式 (3.67) より、光バネの複素 バネ定数 $K(\omega) \equiv -\delta F/\delta x$ は、

$$K(\omega) = \frac{2P_{\text{circ } 0}\omega_{\text{L}}}{L_{0}c} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^{2} + \kappa^{2}} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^{2} + \kappa^{2}} + i\left(\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^{2} + \kappa^{2}} - \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^{2} + \kappa^{2}}\right) \right]$$
(3.68)

と書ける。この複素バネ定数を、実部と虚部に分けて $K(\omega) = K^{opt} + im\omega\Gamma^{opt}$ と表すと、

$$K^{\text{opt}}(\omega) = \frac{2P_{\text{circ } 0}\omega_{\text{L}}}{L_{0}c} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^{2} + \kappa^{2}} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^{2} + \kappa^{2}} \right]$$
(3.69)

$$\Gamma^{\text{opt}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{2P_{\text{circ 0}}\omega_{\text{L}}}{L_0 m \omega c} \left[\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} - \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} \right]$$
(3.70)

となる。ただし*m* は鏡の質量とし、 K^{opt} と Γ^{ω} は、それぞれ光バネのバネ定数と Damping rate(減 衰率)を示す。特に低角周波数帯を考えると、 $\omega \ll \sqrt{\kappa^2 + \Delta^2}$ という近似が適用でき、式 (3.40) と 式 (3.54)より、

$$K^{\text{opt}}(\omega) \simeq \frac{4P_{\text{circ }0}\omega_{\text{L}}}{\kappa L_{0}c} \frac{\delta}{1+\delta^{2}}$$
$$= \frac{8\omega_{\text{L}}t_{1}^{2}}{c^{2}} \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^{3} \frac{\delta}{\left(1+\delta^{2}\right)^{2}} P_{\text{in}}$$
(3.71)

$$\Gamma^{\text{opt}}(\boldsymbol{\omega}) \simeq -\frac{8P_{\text{circ 0}}\omega_{\text{L}}}{\kappa^{2}L_{0}mc}\frac{\delta}{(1+\delta^{2})^{2}}$$
$$= -\frac{16\omega_{\text{L}}t_{1}^{2}}{\kappa mc^{2}}\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^{3}\frac{\delta}{(1+\delta^{2})^{3}}P_{\text{in}}$$
(3.72)

となる。式 (3.71) と式 (3.72) を見ると、低周波数領域において、光バネのバネ定数及び Damping rate は、それぞれ角周波数 ω に依存しない定数であることが分かる。Detunig δ を変化させた時の、光バネのバネ定数と Damping rate の関係を図 3.12 に示す。



図 3.12 Detunig δ を変化させた時の、光バネのバネ定数と Damping rate の関係。ここでは、 それぞれの最大値で割ることで規格化している。

ここで再度、式 (3.71) と式 (3.72) を見ると、光バネのバネ定数と Damping Rate が $\delta = 0$ の時を除き、常に逆符号を取ることが分かる。単一の光バネの場合における、Detuning δ と光バネの性質の関係を図 3.13 に示す。



図 3.13 単一の光バネの概念図。光バネの性質は Detuning δ に対応し、Red-detuned, Bluedetuned どちらの場合も、安定条件 $K^{opt} > 0$ かつ $\Gamma^{opt} > 0$ は満たせない。

光バネによる安定条件が $K^{opt} > 0$ かつ $\Gamma^{opt} > 0$ で与えられることを考えると、単一の光バネで はどのように Detunig を変えたとしても、この条件を満たせないことが分かる。したがって、安定 条件を成立させるためには Gas damping 効果を用いたり、2 つの光バネを導入する Double optical spring [39] を採用する必要がある。前者の場合、熱雑音が導入される問題点があるが、後者はこれ を回避することができ、本論文で扱うサンドウィッチ型光学浮上法で採用している。サンドウィッ チ型光学浮上法では、Detunig を適切に合わせることで、2 つの光バネによるバネ定数 $K_{U}^{opt} + K_{L}^{opt}$ 及び Damping rate $\Gamma_{U}^{opt} + \Gamma_{L}^{opt}$ に関して、

$$K_{\rm U}^{\rm opt} + K_{\rm L}^{\rm opt} > 0, \quad \Gamma_{\rm U}^{\rm opt} + \Gamma_{\rm L}^{\rm opt} > 0 \tag{3.73}$$

という関係を実現できる。ここで、添字の U, L はそれぞれ、上側 (Upper) 共振器と下側 (Lower) 共振器を意味する。Double optical spring の一例を図 3.14 に示す。



図 3.14 Double optical spring の例。2 つの光バネを組み合わせることで、安定な光バネが実現 できる。赤、緑のベクトルはそれぞれ異なる光バネを示しており、これらの合計が紫のベクトル となる。この紫のベクトルのバネ定数および Dmping rate はそれぞれ正の値となり、安定条件を 満たす。

第4章

水平方向の安定性検証実験

4.1 目的

3.1.1 項で見た通り、サンドウィッチ型光学浮上における全自由度の安定性を理論的には示すことができる。しかし浮上鏡のもつ自由度のうち、水平方向の復元力は構成由来のものであり、かつ 非線形性をもつため、実験的に保証されていない。

本研究の目的は、浮上鏡の水平方向の安定性を定量的に評価し、サンドウィッチ型光学浮上の原 理実証をすることである。本来、サンドウィッチ型光学浮上の最終セットアップを用いて、この安 定性評価を行うのが適切である。しかしその場合、浮上鏡として質量 0.2 mg, 直径 0.7 mm の鏡を 採用するため技術的に困難である点、また浮上鏡の水平方向の変動を読み取ることができない点か ら現実的ではない。したがって、本研究では水平方向の安定性評価に焦点を絞り、水平方向の変動 を読み取る機構として、浮上鏡に見立てた質量 140 mg, 直径 6.35 mm(1/4 inch) の鏡を取り付けた ねじれ振り子を用いる。

4.2 目標

前節で述べたように、本研究の目的は、ねじれ振り子を用いてサンドウィッチ型光学浮上法の水 平方向の安定性を検証することである。先行研究では、3.1.3 項で見たように複数の問題点を残し ていたため、有意な測定には至っていない。したがって、まずはこれらの問題点を改善し、確実に 上側共振器のみによる安定性検証を行う必要がある。改良点をまとめると、

- 1. 上側共振器内パワーを大きくする。
- 2. 上側共振器によるバネ定数 (復元力)の誤差を小さくする。
- 3. 真空槽周りの環境による影響を低減し、上側共振器制御の安定性を確保する。

となる。これらの達成を前提として、本研究の目標を以下のように設定する。

- ねじれ振り子と上側共振器を同時制御し、水平方向の復元力を評価する。
- ねじれ振り子と上下共振器を同時制御し、水平方向の復元力を評価する。
- サンドウィッチ型光学浮上の実現に向けて、実際に鏡を浮上させるセットアップを設計、構築する。

4.3 実験方法

この節では、最初に先行研究のそれぞれの問題点に対する解決策を提示する。その上で、サンド ウィッチ型光学浮上の水平方向における安定性の評価方法について述べる。

4.3.1 先行研究の問題点に対する解決策

まず、共振器内パワーが小さい問題について、共振器を構成する鏡自体の性能 (反射率や基材通 過時のロス) が設計通りではなく、フィネスが低い結果が得られていた。したがって、インプット ミラーおよび浮上鏡を新しい鏡と交換することで、共振器内パワーの増幅が見込める。また、入射 系に関して、フィードスルーやその他のコネクタ部分がハイパワーレーザーに耐えきれず、共振器 に入射する前の段階でパワーを小さくせざるを得ない状況があった。この対策として、本研究では ハイパワーレーザー対応のフィードスルーの作成と、コネクタ部分の融着を試みる。

次に、復元力のバネ定数の誤差が大きい問題について、先行研究で用いられていたねじれ振り子 の、水平回転方向の慣性モーメントと懸架に用いるワイヤー半径が大きかった。そのため、共振器 の有無による共振周波数の変化量が小さく、バネ定数のエラーも大きくなってしまっていた。した がって、水平回転方向の慣性モーメントと懸架に用いるワイヤー半径が小さいねじれ振り子を作 成、導入すれば、バネ定数のエラーを小さくすることができると考えられる。一方で、慣性モーメ ントを小さくすることは外力による揺れも大きくなることを意味するので、新たな防振機構が必要 となる。本研究では、防振機構として二段ねじれ振り子を設計、構築する。

最後に、真空槽周りの環境に制御の安定性が依存する問題について、先行研究が行われていた際 は特に地面振動や音に敏感であり、安定に制御できる状況が限定されていた。そこで、上に述べた 二段ねじれ振り子をはじめ、新たなゴムダンパーやより高い真空度の実現などの対策を講じる。

4.3.2 水平方向の安定性検証

サンドウィッチ型光学浮上の水平方向の安定性を検証するために、本研究では、先端部に浮上鏡 に見立てた鏡 (便宜上、以下では浮上鏡と呼ぶ)を取り付けたねじれ振り子を用いる。理由として は、ねじれ振り子は水平回転方向に感度を持ち、振り子の上下から入射されたレーザー光による復 元力を、振り子の共振周波数の変化として観測できるためである。ここで、浮上鏡の水平方向とね じれ振り子の水平回転方向は同一としてよい。主な実験手順は以下の通りである。ただし、本研 究では上側共振器のみを扱ったため、片側に関する手順を示す。以下、高周波数光検出器 (Radio Frequency Photo Diode) を RFPD と書く。

- 1. インプットミラーの中心を通過するように、レーザー光のアライメントを取り、その反射光 を読み取れるように上側に反射光用 RFPD を配置する。
- 2. 一度インプットミラーを外し、透過光を読み取れるように下側に透過光用 PD を配置する。
- 3. Optical lever を用いて、ねじれ振り子を水平方向に制御する。その後、浮上鏡の位置を調整 し、その反射光が手順2で配置した反射光用 RFPD に入るようにする。

- 4. 再度インプットミラーを取り付け、その反射光が反射光用 RFPD に入るように、インプット ミラーのアライメントを取る。
- 5. 上側共振器の制御を行い、共振を反射光用 RFPD および透過光用 PD で確認次第、真空引き を行う。
- 6. 透過光用 PD によって上側共振器内に十分なパワーが貯まったことを確認した後、Optical lever のオープンループ伝達関数を測定し、ねじれ振り子の共振周波数の変化量を測定する。

なお、実際の各光学素子の位置関係については、4.4節を参照のこと。

4.4 実験セットアップ

この節では、本研究で使う実験セットアップの概要を示す。先行研究の問題点を解決するため に、本研究では新しくねじれ振り子と鏡を導入した。最初にセットアップの全体像を示してから、 ねじれ振り子の設計思想について触れ、そのあとサンドウィッチ型共振器について示す。

4.4.1 全体の構成

本研究で用いたセットアップの全体図を図 4.1 に示す。浮上鏡に見立てた鏡をねじれ振り子の片 側の先端部に取り付け、その上下に共振器を構成する。共振器の特徴として、それぞれの共振器内 に PBS を導入しており、各共振器を独立に扱えるように、また各共振器からの透過光を直接測定 できるようになっている。

まず、本ファイバーシードレーザーから出た光は Isolator を通過し、EOM を通り過ぎた後ファ イバーアンプで増幅される。ここで、EOM とは Electro-Optic Modulator の略で、通過する光の位 相に変調を加える。ここで変調を加える理由は、本研究において共振器制御に PDH 法 (補遺 A で 詳述する)を用いるためであり、最終的に復調してエラー信号を取り出せる。光学系に話を戻すと、 増幅されたレーザー光は再度 Isolator を通過し、カップラーによって上側共振器用のレーザーと下 側共振器用のレーザーに二分される。このとき、入射光強度の要請から、上側の方に 0.5 W、下側 の方に 0.2 W の光が入射するように分割する。各々のコリメータにたどり着いた後は空間光とし て放出され、もう一度 Isolator と複数の光学素子を通過した後、各共振器に入射する。なお、各経 路における 3 つの Isolator は、それぞれシードレーザー、ファイバーアンプ、そしてコリメータへ の戻り光を防ぐために導入しており、それぞれの Isolator 通過時のパワーロスを踏まえた上で、共 振器直前のパワーが設計通りになるように調整する。

次に、浮上鏡に見立てた鏡を先端部に取り付けたねじれ振り子について、上側共振器用の光学系 を組んであるセットアップ上段部から懸架し、上下からのレーザー光の直線上に浮上鏡が位置する ように制御する。方法は、Optical lever と呼ばれる機構を用いて、ねじれ振り子の水平回転方向の 角度信号を読み取り、これをコイルマグネットアクチュエータにフィードバックする形である。

最後に、測定用のためのセットアップについて、共振器制御および共振器内パワーの計測を行う ために、それぞれの共振器からの反射光および透過光を読み取るための Photo Detector(PD) を配置 する。共振器制御に関しては、空間光用の Isolator で反射光を取り出し、PD に入れる。その出力を 復調することで得られるエラー信号を、レーザー周波数とインプットミラーに取り付けたピエゾア クチュエーターに返すことでフィードバック制御する。また、共振器内パワーの測定について、片 方の共振器からの透過光は、もう一方の共振器内の PBS をほぼ透過する配置にしているため、その先に PD を配置すれば直接計測ができる。なお、本研究ではハイパワーレーザーを用いるため、 PD の直前に ND フィルタと呼ばれる、レーザー光強度を定倍率で低減する光学素子を配置する。



図 4.1 実験セットアップの全体像。

4.4.2 ねじれ振り子

ねじれ振り子の性能

水平方向の安定性の検証のため、水平方向(本研究においては、水平回転方向と一致)に感度をも つねじれ振り子を採用する。まず、ねじれ振り子の各自由度の共振周波数の表式は、

$$f_{\rm YAW} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi G r_{\rm wire}^4}{2 l I_{\rm YAW}}}$$
(4.1)

$$f_{\rm ROLL} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I_{\rm ROLL}}}$$
(4.2)

$$f_{\rm PITCH} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I_{\rm PITCH}}}$$
(4.3)

$$f_{\rm LONG} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{4.4}$$

となる。この中でも特に、YAW 方向はねじれ振り子の水平回転方向=浮上鏡の水平方向を、ROLL 方向はねじれ振り子の鉛直回転方向=浮上鏡の鉛直方向を意味する。ただし、どちらも微小振動を 仮定している。これら4つの式を用いて、今回新しく設計したねじれ振り子の性能を、先行研究の 設計値とともに表 4.1、図 4.2、図 4.3 に示す。

| | | 先行研究 | 新しい設計値 |
|-----------------|--------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 全長 | L_{pend} | 180 mm | 180 mm |
| 質量 | mpend | 18.4 g | 8.8 g |
| 重心-懸架点間距離 | d | 4.5 mm | 13.0 mm |
| 重心-浮上鏡中心間距離 | L_{c-m} | 85 mm | 85 mm |
| ワイヤー長 | l | 105 mm | 105 mm |
| ワイヤー半径 | rwire | 25 µm | $20 \ \mu m$ |
| ワイヤー剛性率 | G | 166 GPa | 166 GPa |
| 懸架点まわりの慣性モーメント | IYAW, ROLL | $1.06 	imes 10^{-4} \text{ kg m}^2$ | $7.19 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$ |
| 振り子軸まわりの慣性モーメント | I _{PITCH} | $4.74 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2$ | $1.43 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2$ |
| | | | |
| 共振周波数 | $f_{\rm YAW}$ | 15 mHz | 38 mHz |
| | $f_{\rm ROLL}$ | 0.88 Hz | 2.2 Hz |
| | $f_{\rm PITCH}$ | 11 Hz | 15 Hz |
| | f_{LONG} | 1.5 Hz | 1.5 Hz |

表 4.1 新しいねじれ振り子の設計。比較のため、先行研究 [19] の設計値も載せている。



180 mm

図 4.2 新しく設計した二段ねじれ振り子の概要図。水平回転方向の制御に用いるコイルマグ ネットアクチュエーター用に、各腕に直径 1 mm のネオジウム磁石を差し込む構造になって いる。



図 4.3 防振用中段マス。3本のワイヤーを用いて懸架することで、水平回転方向の慣性モーメントを大きくしている。

先行研究の問題点の一つに、復元力のバネ定数のエラーが大きいことが挙げられた。本研究において、バネ定数のエラーは共振周波数の変化量のエラーと対応している。そのため、共振器による 復元力に対して、より大きい共振周波数の変化を見ることができるような設計にすれば、そのエ ラーを相対的に小さくすることができる。ここで、共振器の有無による共振周波数の変化量 *f*_{shit} は、式 (4.1) より、

$$f_{\rm shift} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi G r_{\rm wire}^4}{2 l I_{\rm YAW}} + \frac{1}{a} \frac{2 P_{\rm circ}}{c I_{\rm YAW}}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi G r_{\rm wire}^4}{2 l I_{\rm YAW}}}$$
(4.5)

と書くことができる。ただし、共振器内パワーを P_{circ} 、共振器の曲率中心間距離を a とした。第一項は共振器による復元力があるとき、第二項は復元力がないときのねじれ振り子の共振周波数を示す。式 (4.5)を見て分かるように、共振器内パワーおよび曲率中心間距離を固定した状態で、共振周波数の変化量を大きくするには、他のパラメータを調整することが必要になる。ここで、ワイヤー剛性率 G およびワイヤー長 l に関しては、真空槽の大きさなどの実験環境の面から、また、周波数変化量 f_{shift} への寄与の面から、調整の対象とはしない。一方で、水平回転方向の慣性モーメント I_{YAW} とワイヤー半径 r_{wire} に関しては調整がしやすく、特にワイヤー半径 r_{wire} は 4 乗で効くため、改良のために再設計を行うパラメータとして、この 2 つを採用した。

まとめると、このねじれ振り子の主な設計思想は、

- 水平回転 (YAW) 方向の慣性モーメントを小さくする
- 懸架に用いるワイヤー半径を小さくする

となる。新しいねじれ振り子の素材は全てアルミで統一し、先端部に取り付ける浮上鏡について も、軽量化のため 1/4 inch ミラー (質量 140 mg) を採用した。釣り合いを取るため、反対側にはカ ウンターウェイトとして、同じく質量 140 mg のアルミ円盤をはめ込む。また、懸架点から両腕方 向に 35 mm の点に直径 1 mm の穴を開けてあり、直径 1 mm のネオジム磁石を差し込み固定する 構造となっている。慣性モーメントとしては、先行研究の設計値の約 1/15 となる。ワイヤー半径 についても、25 μm から 20 μm とした。

ワイヤー強度についても考えると、先行研究と同様、引っ張り強度の高いタングステンワイヤー を採用する。この引っ張り強度は 100 kg/mm² であり、質量 8.8 g の振り子に対して、ワイヤ半径 20 μm 時の強度は 126 g となるため十分である。

地面振動雑音の低減

ねじれ振り子の軽量化により、復元力のバネ定数のエラーを小さくできる反面、水平回転方向の 雑音の影響も受けやすくなる。これに対して、二段ねじれ振り子を導入することで、回転地面振動 雑音による最下段のねじれ振り子の振動を低減できる。新しく導入した二段ねじれ振り子の、回転 地面振動に対する伝達関数を図 4.4 に示す。この二段ねじれ振り子の同相モード、差動モードそれ ぞれの共振周波数は 39.9 mHz と 2.6 Hz となり、これより高い周波数領域では周波数の-4 乗で防 振することができる。



図 4.4 新しく導入した二段ねじれ振り子の回転地面振動に対する伝達関数。同相モード、差動 モードそれぞれの共振周波数は 39.9 mHz と 2.6 Hz であり、これ以上の周波数領域では周波数 の-4 乗に比例して防振される。

Optical lever

ねじれ振り子の水平回転方向の角度情報を読み取るために、図 4.5 に示す Optical lever(光てこ) と呼ばれる機構を用いる。真空槽外部から入射した 850 nm レーザー光が、ねじれ振り子の中心部 に取り付けたアルミ鏡で反射し、その反射光を Position Sensitive Detector(PSD) で読み取る仕組み である。ここで PSD に関して、PSD 上のビームスポットの位置を X, Y, Total 信号として分けて出 力できる。ねじれ振り子の水平回転方向が PSD の X に対応するように配置すれば、この x 信号を 読み取ることでねじれ振り子の角度信号を得ることができる。本研究では、この角度信号を用いて ねじれ振り子の制御と、ねじれ振り子の共振周波数の測定を行う。



図 4.5 Optical lever(真空槽内部)。ねじれ振り子の中心にアルミ鏡が取り付けられている。



図 4.6 Optical lever(真空槽外部)。反射光を BS によって分離し、PSD で読み取る。

以下、ねじれ振り子の水平回転による浮上鏡の変位に対する、PSD のセンサー効率を求める。まず、PSD のキャリブレーションの結果を図 4.7、表 4.2 に示す。PSD の X 方向の出力特性を S_X 、ねじれ振り子に取り付けたアルミ鏡から PSD までのレーザーパスを水平面射影した長さを L_{oplev} 、ねじれ振り子に取り付けた浮上鏡-アルミ鏡間距離を L_{c-m} とおくと、PSD の浮上鏡の変位に対するセンサー効率 S は、

$$S = \frac{2}{L_{\rm c-m}} \times L_{\rm oplev} \times S_{\rm X} \tag{4.6}$$

$$= \frac{2}{85 \text{ mm}} \times 1.0 \text{ m} \times 0.27 \text{ V/mm}$$
(4.7)

$$= 6.4 \times 10^3 \,\mathrm{V/m} \tag{4.8}$$

となる。

ここまでで示した方法で得られた信号を、ねじれ振り子付近に配置した2つのコイルに返し、ね じれ振り子に取り付けた磁石との相互作用によって、水平回転方向のフィードバック制御を行う。



図 4.7 PSD のキャリブレーションの結果。(上) ビームスポットの X 方向の位置に対する出力。 (下) ビームスポットの Y 方向の位置に対する出力。

| 表 4.2 | PSD のキャ | リブレーシ | ョンの結果。 |
|-------|---------|-------|--------|
|-------|---------|-------|--------|

| | X 方向 | Y 方向 |
|-------|---------------------------|---------------------------|
| X ポート | $0.270\mathrm{V/mm}$ | $5.00 	imes 10^{-4}$ V/mm |
| Y ポート | $7.50 	imes 10^{-4}$ V/mm | 0.266 V/mm |

コイルマグネットアクチュエーター

Optical lever を用いてねじれ振り子の水平回転方向の角度信号を取得した後、ねじれ振り子の水 平回転する面上に配置した2つのコイルにこの信号を返すことでフィードバック制御する。ねじれ 振り子の両腕の中心付近には直径1mmのネオジム磁石が取り付けられており、コイルに流す電流 に比例した力がねじれ振り子に働く構成となっている。コイルマグネットアクチュエーターの実際 の写真を図 4.8 に示す。



図 4.8 コイルマグネットアクチュエーター。

4.4.3 サンドウィッチ型共振器

水平方向の安定性検証に関して、共振器内パワーを向上させるために、新しい鏡を用いてサンド ウィッチ型共振器を構築した。

鏡の性能

先行研究において、共振器を構成する鏡の性能が設計値を満たしていなかったため、本研究では 新しい鏡を導入した。この鏡の性能を表 4.3 に示す。鏡はインプットミラー、浮上鏡ともにシグマ 光機製である。ねじれ振り子の水平方向の慣性モーメントの要請から、浮上鏡の大きさは 1/4 inch サイズで設計しており、コーティングとして HR 面に IAD(Ion Assisted Deposition) コーティング を施している。ここで、基材は SiO₂ であり、その屈折率は 1550nm レーザー対応の値を表示して いる。また、上側共振器において、浮上鏡は基材部分を通過する構成となっているため、曲率半径 は屈折率に依存する。

| 浮上鏡 | | |
|--------------|--|------------------|
| 質量 | т | 0.14 g |
| 直径 | ϕ | 6.35 mm |
| HR 面の反射率 | $r_{\rm HR}^2$ | 99.95 % |
| AR 面の反射率 | $r_{\rm AR}^2$ | < 0.1 % |
| 基材の屈折率 | $n_{\rm SiO_2}$ | 1.444 |
| 曲率半径 (上側共振器) | $R_{\uparrow} = R_{\downarrow}/n_{\mathrm{SiO}_2}$ | 52 mm |
| 曲率半径 (下側共振器) | R_{\downarrow} | 75 mm |
| 厚さ | d | 2.0 mm |
| | | |
| インプットミラー | | |
| 直径 | $\phi_{\mathrm{U,L}}$ | 12.7 mm, 12.7 mm |
| 反射率 | $r_{\mathrm{U,L}}^2$ | 99.9, 99.9 % |
| 曲率半径 | $R_{\mathrm{U,L}}$ | 75 mm, 100 mm |
| 厚さ | $d_{ m U,L}$ | 6.35 mm, 6.35 mm |

表 4.3 新しい鏡の性能。

共振器設計

3.1.1 項で示したように、サンドウィッチ型光学浮上では水平方向の安定性と鉛直方向の安定性 の両方を確保する必要がある。しかし、上下共振器内パワーのバランスのみを調整した場合、同時 に両方向の安定性を確保することはできない。したがって、本研究では、上下共振器内パワーと上 下共振器の曲率中心間距離を調整することで、2 方向の安定性を保証する設計が必要となる。上下 共振器設計への具体的な要求は、

- 下側共振器内パワーによる輻射圧を、浮上鏡に働く重力と上側共振器内パワーによる輻射圧の合計と同等にする
- 上に述べた共振器内パワーのバランスを維持したまま、浮上鏡の水平方向の安定性を確保で

きるように、上側共振器の曲率中心間距離を下側に比べて十分小さくする

である。

また、先行研究では、実際の上側共振器の性能が設計値を満たしておらず、十分な共振器内パ ワーを貯められていなかった。この理由として、鏡そのものの性能が設計値よりも低かったことが 考えられるため、本研究では浮上鏡および上下インプットミラーを新調することで改善を試みる (表 4.3 参照)。また、本実験ではハイパワーレーザーを入射する必要があり、ハイパワーに耐えう る入射系の構築も行う。ただし、改善が成功しなかった場合、入射系の各ファイバー接続部分が破 損する危険もあるため、入射光強度の設計値は 0.5 W とした。一方で、モードマッチング率に関し て、設計値の最低ラインを 70 % にすることで、安定性検証には十分なパワーを確保できる。以上 の条件を踏まえた上下共振器のパラメータを、表 4.4 および図 4.9 に示す。また、上側共振器につ いて、先行研究の結果と新しい設計値の比較を表 4.5 にまとめる。

| 众 4.4 兴孤奋议司。 | | | |
|--------------|------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | | 上側共振器 $(I = U)$ | 下側共振器 $(I = L)$ |
| 共振器長 | L_I | 125.5 mm | 75 mm |
| フィネス | \mathcal{F}_{I} | 1800 | 4200 |
| モードマッチング率 | M_I | 70~% | 70~% |
| ロス比 | $\kappa_I/\kappa_{\mathrm{in}, I}$ | 0.29 | 0.67 |
| 曲率中心間距離 | a_I | 2.5 mm | 50 mm |
| 入射パワー | $P_{\text{in}, I}$ | 0.5 W | 0.2 W |
| 共振器内パワー | $P_{\text{circ}, I}$ | 116 W | 180 W |
| 復元力のバネ定数 | F_I/a_I | 3.2×10^{-4} N/m | $-2.4 	imes 10^{-5}$ N/m |

表 4.4 共振器設計。

表 4.5 上側共振器に関する、先行研究の結果と新しい設計値の比較。

| | | 先行研究の結果 | 新しい設計値 |
|-----------|-------------------------------------|----------------------------|--------------------------|
| 共振器長 | L_{U} | 125.5 mm | 125.5 mm |
| フィネス | \mathcal{F}_{U} | 660 ± 50 | 1800 |
| モードマッチング率 | $M_{ m U}$ | $67.3 \pm 0.1 \ \%$ | 70~% |
| ロス比 | $\kappa_{\mathrm{in},I}/\kappa_{I}$ | 0.0336 ± 0.0003 | 0.29 |
| 曲率中心間距離 | a_{U} | $2.3\pm0.3~\text{mm}$ | 2.5 mm |
| 入射パワー | $P_{\rm in, U}$ | $0.50 \pm 0.02 \; W$ | 0.5 W |
| 共振器内パワー | $P_{\rm circ, U}$ | $3.1\pm0.1~W$ | 116 W |
| 復元力のバネ定数 | $F_{\rm U}/a_{\rm U}$ | $(9\pm1)\times10^{-6}~N/m$ | 3.2×10^{-4} N/m |



図 4.9 共振器設計。各鏡の曲率と共振器長を記載。実際のセットアップは、共振器内パワーを 透過光強度から見積もるために、上下共振器ともに PBS が導入されており、各共振器からの透 過光を直接測定できる設計となっている。

入射光学系

シードレーザーおよびファイバーアンプとして、図 4.10 に示す NKT Photonics 製の Koheras AdjustiK C15 と Koheras Boostic HPA を用いた。シードレーザーの性能について、レーザー波長 が 1550 nm、最大出力が 10 mW、レーザー周波数の変調効率が 13 MHz/V である。ファイバーア ンプの性能について、最大で 2 W まで増幅できる。ファイバーアンプで増幅された後、レーザー 光は上下共振器用に分割される。分けられたレーザー光はそれぞれ別のコリメータを通じて空間光 として放出される。上側共振器用のコリメータは Thorlabs 製の F240APC-1550、下側共振器用の コリメータは Newport 製の F-COL-9-15-FCAPC を採用した。それぞれのビームプロファイルを図 4.11、図 4.12 に示す。



図 4.10 シードレーザー(上)とファイバーアンプ(下)。



図 4.11 上側共振器用のコリメータ通過後のビームプロファイル。横軸はコリメータ出口からの距離、縦軸はビーム半径を示す。



図 4.12 下側共振器用のコリメータ通過後のビームプロファイル。横軸はコリメータ出口からの距離、縦軸はビーム半径を示す。

また、ハイパワーレーザーを用いる際、光学系、特に各ファイバーの接続部分がハイパワー対応 であることが必要条件である。しかしファイバーを使う場合、ファイバー同士を繋げる必要がある ため、接続部分において端面が焼けてしまい、十分な出力が確保できなくなる危険性が高い。ま た、真空槽の内外を繋ぐフィードスルー部に関して、市販のものはハイパワー対応ではないという 問題もある。そこで、本研究では、ハイパワー対応のフィードスルーを自作し、かつファイバーア ンプからコリメータまでのファイバーコネクタ部を全て融着することで、ファイバーアンプの性能 を最大限活かせるセットアップを構築した。自作ファイバースルーに関しては、Thorlabs 製のファ イバーケーブル P3-1550PM-FC-1 の皮膜の一部を剥ぎ、これを中心に穴を開けたフッ化ゴム栓に 通し、真空対応エポキシ接着剤 VARIAN TS10 で完全に穴を塞ぐ、という方法で作成し、真空槽 内圧力を1Pa に維持できる性能をもつ。自作フィードスルーの写真を図 4.13 に示す。また、真空 槽内部の上下入射光学系を図 4.14、図 4.15 に示す。ただし、本研究では上側共振器のみ制御する セットアップを構築したため、下側共振器用の PD はセットアップから外してある。



図 4.13 自作フィードスルー。真空槽内圧力を 1 Pa を維持することができる。



図 4.14 実験セットアップの上段部。ここでは、下段部からの反射光および透過光用 PD は考慮していない。



図 4.15 実験セットアップの下段部。上段部からのレーザーパスを赤、下段部のレーザーパス を緑で表示している。ここでは、下段部の反射光および反射光用 PD は考慮していない。

透過光学系

2017 年の先行研究において、上下共振器それぞれに Polarizing Beam Splittr(PBS)を導入する セットアップが使われていた。このセットアップでは、各共振器からの透過光は、もう一方の共振 器内の PBS を透過するため、PD で検出することができる。本研究でもこの構成を採用し、上下 共振器からの透過光用 PD のキャリブレーションを行なった。その結果を図 4.16 に示す。フィッ ティングの結果、上側共振器用の PD のセンサ効率は 1.53×10³ V/W、下側共振器用の PD のセン サ効率は 1.47×10³ V/W となった。



図 4.16 透過光用 PD のキャリブレーションの結果。(上) 上側共振器からの透過光用 PD。(下) 下側共振器からの透過光用 PD。

本実験では、透過光強度が線形領域(8 mW)に収まるように、ND フィルタと呼ばれる光強度を 低減する素子を用いた。PD の出力から共振器内パワーを見積もるために、浮上鏡、PBS、ND フィ ルタそれぞれの透過率が必要であり、表 4.6 にまとめる。

| 浮上鏡 | <i>t</i> ² | 0.05 ± 0.01 % |
|---------|-----------------------|---------------------|
| PBS | $t_{\rm PBS}^2$ | $95\pm2~\%$ |
| ND フィルタ | $t_{\rm ND}^2$ | $28.3 \pm 0.5 \ \%$ |

ピエゾアクチュエーター

上側共振器を制御するために、インプットミラーに取り付けたピエゾアクチュエーターとレー ザー周波数にエラー信号を返すフィードバック制御を行う。本研究では、ピエゾアクチュエーター として、図 4.17 に示す Thorlabs 製の PC4GR を採用した。大きさは 8.5 mm×8.5 mm×20.0 mm、 可動レンジは 20.0 µm であり、制御に十分な可動レンジをもっている。なお、共振器制御にレー ザー周波数のフィードバック制御を用いた理由は、図 4.18 に示すように、このピエゾアクチュエー ターが 2 kHz, 10 kHz 付近に共振を moっているため、高周波数領域のゲインをレーザー周波数に よって確保する必要があるためである。



図 4.17 上側共振器用ピエゾアクチュエーター。ミラーホルダーに 3 本取り付けてある。



図 4.18 上側共振器用ピエゾアクチュエーターの特性。

4.4.4 実験環境

ねじれ振り子とサンドウィッチ型共振器以外の実験環境について、表 4.7 に示す。

| 表 4.7 | 実 | 、験環境 |
|-------|---|---------|
| 温度 | Т | 298.5 K |
| 真空度 | Р | 1.0 Pa |

先行研究では、共振器制御の安定性が真空層周りの環境に依存している、という問題があった。 本実験を進める際も、特に温度と気圧によって、共振器を安定に制御できない状況があり、対策す る必要があった。

まず温度について、実験室内はエアコンによって温度を維持している。設定温度は 20 ℃にして おり、実際の実験室内の温度は 25.5±0.5 ℃である。実験室温度は外気温から影響を受けるため、 天候や時間帯によって変化する。温度が揺らぐと、ファイバ EOM を通過するとき、レーザー光の 偏光が回る。図 4.1 に示すように、本研究では光学系に Faraday isolator を複数導入しており、レー ザー光の偏光が変化すると、共振器への入射光強度も変動してしまう。共振器制御には、補遺 A に示す PDH 法によるフィードバックを用いているため、強度変動が PDH 信号の DC 変動として 現れ、その結果、制御を不安定にする。この問題に対して、図 4.19、図 4.20、図 4.21 に示すよう に、EOM 周りのセットアップを断熱 Box 内に入れることで対策を行った。なお、EOM と Faraday isolator をそれぞれ別の断熱 Box に入れ、それらをさらに大きい 1 つの断熱 Box に入れる二重構造 としている。



図 4.19 ファイバ EOM。

図 4.20 Faraday isolator.



図 4.21 断熱 Box。ファイバ EOM と Isolator を収納する。

次に真空度について、図 4.22 に示す EDWARDS 製 RV 油圧式ロータリーベーン真空ポンプを用 いて、真空槽内の圧力を 1.0 Pa に保つ。気圧が高いと真空槽の振動がねじれ振り子に伝わってしま い、Optical lever のオープンループ伝達関数の測定に影響が出るため、圧力を低く、かつ一定に保 つ必要がある。



図 4.22 EDWARDS 製 RV 油圧式ロータリーベーン真空ポンプ。本実験では、真空度を 1Pa に保つ。

最後に、音などの空気振動や地面振動が直接真空槽を揺らすことで、インプットミラー及びねじ れ振り子が揺れる問題の対策について述べる。上で述べたように、本実験では真空ポンプを動かし た状態で測定を行うため、真空槽と真空槽内のセットアップに防振機構を組み込む必要がある。し たがって図 4.23 に示す様なゴム足を各種 4 つずつ、真空槽本体と真空槽内セットアップの下部に 導入し、防振する。



図 4.23 真空槽本体用のゴム足。



図 4.24 真空槽内セットアップ用のゴム足。

第5章

実験結果と考察

本研究では、先行研究の問題点を受け、新しいねじれ振り子と鏡を用いたセットアップを構築した。このセットアップを用いて、ねじれ振り子と上側共振器の同時制御に成功し、上側共振器による水平方向の復元力を確認した。まず、新セットアップの性能、特にねじれ振り子と上側共振器の 性能を評価する。そして主要な2つの実験についてまとめる。具体的には、上側共振器のみを制御 しているときの、復元力-共振器内パワーの関係性と復元力-曲率中心間距離の関係性の評価である。

5.1 ねじれ振り子の特性評価

5.1.1 水平回転方向の RMS 評価

ねじれ振り子の水平回転方向の揺れを測定した結果、図 5.1 のようになった。測定方法は、ねじ れ振り子の水平回転方向の制御のための Optical lever のエラー信号を取得し、表 4.2(p.48) に示す PSD のセンサ効率を用いて、浮上鏡の変位のパワースペクトルを求めている。測定時の真空度は 1.0 Pa であり、スペクトルを積分することで、浮上鏡の変位の RMS を計算すると、

となった。ただし、水平回転方向の揺れの RMS 要求値は、浮上鏡の反射面上におけるビーム半径 の 1/100 倍とした。この結果より、二段ねじれ振り子をはじめとした防振機構により、水平回転方 向の揺れが十分小さく抑えられていると考えられる。



図 5.1 制御時におけるねじれ振り子の水平回転方向のパワースペクトル。

5.1.2 水平回転方向の共振周波数測定

ねじれ振り子本体の、水平回転方向の共振周波数測定の結果を図 5.2 に示す。共振周波数は、ね じれ振り子の水平回転方向の制御に用いている、フィードバック回路の伝達関数を測定して求め た。測定回数は3回で、共振周波数は、

$$f_{\rm YAW} = 32.2 \pm 1.1 \,\,{\rm mHz}$$
 (5.2)

と得られた。



図 5.2 ねじれ振り子の水平方向の共振周波数の測定結果。

なお、Fitting に用いた関数は、

$$G(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\omega_0/Q} \frac{A(1 + \omega/\omega_{\rm f1})}{(1 + \omega/\omega_{\rm f2})(1 + \omega/\omega_{\rm f3})}$$
(5.3)

となる。ただし、 ω_0 はねじれ振り子の共振角周波数、Q はねじれ振り子の Q 値、A は制御用回路 のゲイン、 $\omega_{f1, f2, f3}$ はフィルター回路の特性角周波数を示し、それぞれ 0.3 rad/s, 21 rad/s, 30 rad/s となる。

このねじれ振り子の共振周波数は、設計値 37.9 mHz に比べ、エラーを考慮しても小さい結果となった。以下、この理由について考察する。

最初に、新セットアップを構築した直後、具体的には 2019 年 9 月 5 日時点における共振周波数 測定の結果を図 5.3 に示す。このとき得られた共振周波数は、

$$f_{\rm YAW} = 37.4 \pm 0.5 \,\mathrm{mHz}$$
 (5.4)

であった。この時点で、誤差を考慮しても設計値 37.9 mHz の範囲内に収まっていた。



図 5.3 9月5日時点における、ねじれ振り子の水平方向の共振周波数の測定結果。

その後、上側共振器のより安定した制御を実現するために、ねじれ振り子を吊った状態で、全体 セットアップの下にゴム足を導入するなどの改良作業を行った。ここで、ねじれ振り子の水平回転 方向の共振周波数は式 (4.1)(p.42) によって表されることは既に見た。再掲すると、

$$f_{\rm YAW} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi G r_{\rm wire}^4}{2 l I_{\rm YAW}}}$$

となる。まず、ねじれ振り子本体の質量および懸架点の位置は変化していないため、慣性モーメント *I*_{YAW} は定数パラメータとして考える。また、ワイヤー長*l*についても、再度計測を行なった結果 0.5 mm の誤差内に収まったことから、ここでは定数パラメータとして扱う。残るパラメータのうち、剛性率 *G* に関しても、実験室温度の変化は数℃以内に留まっており十分寄与は小さいと考えられるので、定数パラメータとする。したがって、共振周波数の変化の原因となるパラメータはワイヤー半径 *r*_{wire} であるとして、具体的に計算する。式 (5.2)、式 (5.4)の値それぞれの添字を bef, aft とすると、

$$\frac{f_{\rm YAW}^{\rm bef}}{f_{\rm YAW}^{\rm aft}} = \left(\frac{r_{\rm wire}^{\rm bef}}{r_{\rm wire}^{\rm aft}}\right)^2 \tag{5.5}$$

となる。したがって、本番測定時のワイヤー半径 r_{wire} は、
$$r_{\text{wire}}^{\text{aft}} = r_{\text{wire}}^{\text{bef}} \sqrt{\frac{f_{\text{YAW}}^{\text{aft}}}{f_{\text{YAW}}^{\text{bef}}}}$$
$$= 20 \,\mu\text{m} \times \sqrt{\frac{32.2 \pm 1.1 \text{ mHz}}{37.4 \pm 0.5 \text{ mHz}}}$$
$$= 18.6 \pm 0.3 \,\mu\text{m}$$
(5.6)

となる。この値は、実験中にワイヤーが引っ張られる等で変化した結果と考えるには変化量が大き いため、実現的ではない。

他に原因を考えると、ねじれ振り子を制御するために用いているコイルマグネットアクチュエー タによるカップリングが考えられる。したがって今後、このカップリング量について検証していく 必要がある。なお、振り子本体の共振周波数が測定中に変動しない場合、上側共振器による復元力 測定に影響を与えないため、5.3.2 項に示すように、最新の結果 5.2 を基準に設定すればよい。

5.2 上側共振器の特性評価

上側共振器の性能を評価するために、インプットミラーに取り付けたピエゾアクチュエーターに 三角波信号を入れ共振器長を変動させ、反射光強度を計測した (キャビティスキャン)。共振器の性 能としては、

- フィネス F
- モードマッチング率
- $\kappa_{\rm in}/\kappa$
- 曲率中心間距離 a

を評価すればよい。この節では、まず上側共振器の制御に用いたフィルタ回路と実際の制御の様子 を示す。その後、キャビティスキャンによる各パラメータの測定結果を示す。

5.2.1 上側共振器の制御

共振器の性能評価を行うために、共振器の動作を安定に保つ必要がある。本研究では、上側共振 器を制御するために PDH 法 (補遺 A に詳述)を用いて、レーザー周波数とインプットミラーに取 り付けたピエゾアクチュエータにエラー信号を返すフィードバック制御を用いた。この制御は階層 構造になっており、ブロックダイアグラムは図 5.4 のようになる。H は検出器効率を、A₁ はレー ザー周波数を変化させるシードレーザー内部のピエゾ効率を、A₂ はインプットミラーに取り付け たピエゾ効率をそれぞれ指す。また、ゲインについて、G₁ = HF₁A₁, G₂ = HF₂A₂ と定義する。



図 5.4 上側共振器の階層制御のブロックダイアグラム。

このフィルタ回路のオープンループ伝達関数を測定した結果を、図 5.5 に示す。



図 5.5 上側共振器制御用フィルタ回路のオープン伝達関数測定の結果。

図 5.4 中に示す赤い点の直前と直後でオープンループ伝達関数を測定すると、それぞれ G1/(1+G2), G2/(1+G1), G1+G2 が得られる。これらのデータと、G1/(1+G2), G2/(1+G1) につい て同時 Fitting を行なった結果を、図 5.5 に示している。また、この結果を用いて G1, G2 を求める と、それぞれ紫線と赤線のようになった。ここで、レーザー周波数とピエゾアクチュエーターそれ ぞれへのフィードバック回路用のフィルター F1, F2 の伝達関数を補遺 B.2 に示す。形を比較する と、F1, G1 はともにカットオフ周波数 3 Hz の 1 次ローパスフィルタであることが、F2, G2 はとも にカットオフ周波数 3 Hz の 2 次ローパスフィルタであることが分かる。2 つのゲインは約 70 Hz で交差しており、これより低周波数領域はピエゾアクチュエーターへのゲインが、これより高周波 領域はレーザー周波数へのゲインが高くなっている。これは、ピエゾアクチュエーターに 2 kHz, 10 kHz 付近に共振があり、高周波数領域のゲインをレーザー周波数によって確保する必要がある ためである。位相についても確認すると、70 Hz において 2 つのループゲインの位相差は 90 度、 また全体ゲイン G1+G2 の UGF 5 kHz における位相余裕が 45 度であった。以上より、安定な共振 器制御が実現していると考えられる。

このフィルタ回路を用いることで、上側共振器の制御に成功した。この時の各信号の時系列デー タを図 5.6 に示す。上から、透過光強度、反射光強度、インプットミラーに取り付けたピエゾアク チュエーターへのフィードバック信号、レーザー周波数へのフィードバック信号を表している。図 中で、3.9 s 時点で制御がかかり、透過光強度が大きくなるのと同時に、反射光強度は小さくなる。



図 5.6 上側共振器制御用フィルタ回路のオープン伝達関数の測定結果。上から、透過光強度、 反射光強度、インプットミラーに取り付けたピエゾアクチュエーターへのフィードバック信号、 レーザー周波数へのフィードバック信号を表しており、3.9 s 時点で制御がかかっている。

5.2.2 フィネスの評価

フィネス F は、式 (3.35)(p.27) で与えられる。したがって、フリースペクトラルレンジ V_{FSR} と 共振ピークの半値全幅 V_{FWHM} を、直接測定して求めることができる。キャビティスキャンを行い 観測した共振ピークの一例を図 5.7 に示す。



図 5.7 上側共振器の共振ピーク。

測定は、三角波の1回の立ち上がりに対して3つのフリースペクトラルレンジが含まれるように調整して行なった。各フリースペクトラルレンジの測定と同時に、半値全幅も測定しフィネスを算出 する方法をとり、これを40回繰り返した結果、

$$\mathcal{F} = 880 \pm 90 \tag{5.7}$$

が得られた。設計値 1800 と比較すると半分程度に留まっており、余計な共振器内ロスがあると考 えられる。

5.2.3 モードマッチング率の評価

モードマッチング率 *M* は、式 (3.58)(p.32) で与えられる。TEM00 モード以外の高次モードの 位相は、TEM00 モードの位相と異なるため、キャビティスキャンに対して TEM00 モードとは別 のピークとして現れる。したがって、TEM00 モードのピーク光強度と、それ以外の高次モードの ピーク光強度の合計の比を計算すれば、モードマッチング率を求めることができる。キャビティス キャンを行い観測した1つのフリースペクトラルレンジを図 5.8 に示す。



図 5.8 上側共振器のフリースペクトラルレンジ。

測定は5回行い、その結果、

$$M = 91.4 \pm 0.3 \% \tag{5.8}$$

が得られた。設計値 70 % と比較すると 20 % 以上高いモードマッチング率となっており、ハイパ ワーを十分貯められる性能が実現できた。

 $\kappa_{
m in}/\kappa$ は、式 (3.52)(p.31) から求めることができる。ここでは Detuning $\delta=0$ と考えてよいので、

$$\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}} = 1 - \frac{4\kappa_{\rm in}}{\kappa} \left(1 - \frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right)$$
$$= \left(1 - 2\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right)^2$$
(5.9)

となる。設計では、上側共振器は Under couple 共振器 ($\kappa_{\rm in}/\kappa < 1/2$) であるので、

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}}} \right) \tag{5.10}$$

と表すことができる。したがって、入射光強度と反射光強度の比を計算すれば、 κ_{in}/κ を導くこと ができる。入射光強度は、共振していない時の反射光強度とほぼ一致するとして、非共振時の反射 光強度を P_r として計測する。また、共振時の反射光強度は、実際のモードマッチング率 M を考慮 できていないため、計測結果の式 (5.8) で補正する必要がある。したがって、式 (5.10) を書き直す と、

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_{\rm r}}{MP_{\rm in}}} \right) \tag{5.11}$$

となる。この式を用いて、10回測定した結果、

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = 0.073 \pm 0.001 \tag{5.12}$$

が得られた。設計値 0.29 と比較すると約 1/4 に留まっており、フィネスの議論と同様に、余計な 共振器内ロスが存在する可能性が示唆される。

5.2.5 曲率中心間距離の評価

曲率中心間距離は、TEM00 モードと高次モードの位相差である Gouy 位相 ζ を用いて求める。 Gouy 位相 ζ は、TEM00 モードと TEM10 モードの共振ピーク間隔 v_{ζ} とフリースペクトラルレン ジ v_{FSR} の比を用いて、または共振器パラメータを用いて、

$$\zeta = 2\pi \frac{v_{\zeta}}{v_{\text{FSR}}} = 2\arccos\sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right)}$$
(5.13)

で与えられる。ただし、共振器長を L、共振器を構成する各鏡の曲率半径を R_1, R_2 とした。ここで、共振器長 L は曲率中心間距離 a を用いて、

$$L = R_1 + R_2 - a \tag{5.14}$$

と表される。したがって、式 (5.13) に式 (5.14) を代入して、

$$\zeta = 2 \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{R_1 + R_2 - a}{R_1}\right) \left(1 - \frac{R_1 + R_2 - a}{R_2}\right)}$$
(5.15)

となる。この式を a について解くと、

$$a = \frac{1}{2} (R_1 + R_2) - \frac{1}{2} \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 4R_1 R_2 \left(1 - \cos^2 \frac{\pi v_{\zeta}}{v_{\text{FSR}}}\right)}$$
(5.16)

となる。本実験では、キャビティスキャンにより、*ν*_ζ/*ν*_{FSR} を直接測定することができる。式 (5.16) を用いて、40 回測定した結果、

$$a = 8.9 \pm 0.8 \text{ mm}$$
 (5.17)

が得られた。この値は、設計値 2.5 mm と比べるとかなり外れてしまっている。しかし、水平方向 の復元力の観測自体は十分可能な値であり、かつ曲率中心間距離が大きいほど共振器制御が安定に なる点から、5.3 節で示す実験に関しては、曲率中心間距離をこの値に固定して行う。

5.2.6 設計値との比較

上側共振器の性能について、設計値と実験結果を表 5.1 にまとめる。

| | | 設計値 | 実験結果 |
|-----------|-------------------------|--------|--------------------|
| フィネス | ${\cal F}$ | 1800 | 880 ± 90 |
| モードマッチング率 | М | 70~% | $91.4 \pm 0.3 ~\%$ |
| ロス比 | $\kappa_{ m in}/\kappa$ | 0.29 | 0.073 ± 0.001 |
| 曲率中心間距離 | а | 2.5 mm | $8.9\pm0.8\ mm$ |

表 5.1 上側共振器の設計値と実験結果の比較。

実験結果を設計値と比較すると、共振器内パワーを決めるパラメータであるフィネス $F \ge \kappa_{in}/\kappa$ が低いことが分かる。以下、この理由について考察する。

まず、式 (3.40)、式 (3.42) より、インプットミラーの強度透過率 t₁² は、

$$t_1^2 = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} \tag{5.18}$$

で与えられる。したがって、フィネス F と κ_{in}/κ の測定結果 (5.7)、(5.12) を用いると、

$$t_1^2 = 0.00052 \pm 0.00005 \tag{5.19}$$

となる。この値は、設計値 0.001 と比べると約 1/2 となっている。次に、式 (3.41) より、入射光強 度 $P_{\rm in}$ と透過光強度 $P_{\rm t}$ を用いると、 $\kappa_{\rm out}/\kappa$ は、

$$\frac{\kappa_{\text{out}}}{\kappa} = \frac{P_{\text{t}}}{4P_{\text{in}}} \left(\frac{\kappa_{\text{in}}}{\kappa}\right)^{-1}$$
(5.20)

と表すことができる。パワーメーターで測定した入射光強度 *P*_{in} と、透過光用 PD で測定した透過 光強度 *P*_t の測定結果を用いると、

$$\frac{\kappa_{\rm out}}{\kappa} = 0.093 \pm 0.005 \tag{5.21}$$

が得られた。インプットミラーの強度透過率 t_1^2 と同様に、浮上鏡の強度透過率 t_2^2 は、

$$t_2^2 = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \frac{\kappa_{\text{out}}}{\kappa}$$
(5.22)

で与えられる。したがって、計測結果 (5.21) より、

$$t_2^2 = 0.00066 \pm 0.00008 \tag{5.23}$$

となる。浮上鏡の強度透過率の設計値 0.05 % と比べると、約 0.01 % 大きい。以上より、式 3.37 を用いて、共振器内ロス *L* は、

$$\mathcal{L} = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} - t_1^2 - t_2^2$$

= 0.60 \pm 0.07 \% (5.24)

となる。設計の段階で考慮した共振器内ロスは、浮上鏡の AR 面でのロス ~0.1% のみであり、約 6 倍のロスが存在することになる。考えられる理由として、まず浮上鏡の基材部分での吸収、発散 が設計値より大きくなっている可能性が挙げらえる。また、基材部分を通過する度に、基材の複屈 折によって微小角度だけ直線偏光が回る、もしくは楕円偏光になり、PBS で漏れ出てしまっている 可能性が挙げられる。これを確認するには、真空槽の外で PBS を外した共振器を組み、その性能 を評価すれば良い。ただし、浮上鏡の大きさが 1/4 inch であるため、専用のミラーホルダなどを用 意する必要があり今後の課題とする。

5.3 上側共振器による復元力の共振器内パワー依存性の評価

5.3.1 上側共振器の制御時における共振周波数の測定

上側共振器を制御した状態で、ねじれ振り子の水平回転方向の共振周波数を測定した。その結果 を図 5.9 に示す。



図 5.9 上側共振器の制御時における共振周波数。

測定回数は3回で、共振周波数は、

$$f_{\rm YAW} = 41.1 \pm 0.7 \,\,\rm mHz \tag{5.25}$$

と得られた。ねじれ振り子本体の共振周波数測定の結果 (5.2) と比較し、上側共振器による共振周 波数の上昇を測定できた。このときの上側共振器内パワーは、透過光を測定することで求め、

$$P_{\rm circ} = 23.2 \pm 7.1 \,\,\mathrm{W} \tag{5.26}$$

と得られた。以下、共振器内パワーの誤差の評価方法について述べた後、共振周波数の測定結果 と、共振器内パワーの測定結果から推定される共振周波数を比較する。

まず、共振器内パワーについて考えると、本セットアップでは透過光を PD で読み取り、各光学 素子の透過率で割ることで算出できる。表 4.6 にまとめた透過率を用いると、

$$P_{\rm circ} = \frac{P_{\rm t}}{t^2 t_{\rm PBS}^2 t_{\rm ND}^2} \tag{5.27}$$

と表すことができる。次に、周波数測定に関して、ねじれ振り子の水平回転方向の制御用フィルタ 回路のオープンループ伝達関数の測定を行うとき、ループ中に測定対象の周波数をもつ信号を入れ る必要がある。この信号を大きくするほど、伝達関数をより正確に測ることができる。しかし同時 にこれは、ねじれ振り子を水平回転方向により大きく振動させることを意味し、変位 δx に対する 共振器の光軸の傾き $\delta \theta_{axis}$ が大きくなってしまう。ここで、光軸の傾き $\delta \theta_{axis}$ は、曲率中心間距離 *a*を用いて、

$$\delta \theta_{\rm axis} = \frac{\delta x}{a} \tag{5.28}$$

と表される。光軸が傾くと、共振器のモードマッチング率は悪くなるため、結果として共振 器内パワーが低下する。モードマッチング率の最大減少率 M_{\min}/M は、光軸の傾きの最大値 $\delta \theta_{\mathrm{axis,max}} = \delta x_{\mathrm{max}}/a$ として、

$$\frac{M_{\min}}{M} = \left(\frac{\pi w_0}{\lambda} \delta \theta_{\text{axis,max}}\right)^2 \tag{5.29}$$

と表される。ただし、ウェスト位置のビーム半径を w₀、レーザー波長を λ とした。本実験では、 ループに入れる信号の大きさを 0.03V に設定し、測定を行なった。測定中の、ねじれ振り子の振動 に対応した透過光のゆらぎを図 5.10 に示す。図中に示すように、透過光強度の誤差はゆらぎの最 大値と最小値の幅を採用した。本研究では、得られた誤差付きの透過光強度を、式 (5.27) に代入す ることで、共振器内パワーを求めている。



図 5.10 共振周波数測定用の信号に伴う透過光強度のゆらぎ。オープンループ伝達関数の測定時に入れる信号と同じ周波数で、透過光強度も変動する。

最後に、共振周波数の測定結果と、共振器内パワーの測定結果から推定される共振周波数を比較 する。共振周波数の変化量は式 (4.5) より、

$$f_{\text{shift}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi G r_{\text{wire}}^4}{2 I I_{\text{YAW}}}} + \frac{1}{a} \frac{2 P_{\text{circ}}}{c I_{\text{YAW}}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi G r_{\text{wire}}^4}{2 I I_{\text{YAW}}}}$$
$$= \frac{L_{\text{c}-\text{m}}}{2\pi} \left(\sqrt{\frac{k_{\text{YAW}} + k_{\text{hor}}}{I_{\text{YAW}}}} - \sqrt{\frac{k_{\text{YAW}}}{I_{\text{YAW}}}} \right)$$
(5.30)

と表せる。ここで、ねじれ振り子本体の復元力のバネ定数を k_{YAW} 、共振器による復元力のバネ定数を k_{hor} としており、それぞれ、

$$k_{\rm YAW} = \frac{\pi G r_{\rm wire}^4}{2lL_{\rm c-m}^2} = \frac{I_{\rm YAW} (2\pi f_{\rm YAW})^2}{L_{\rm c-m}^2}$$
(5.31)

$$k_{\rm hor} = \frac{1}{a} \frac{2P_{\rm circ}}{c} \tag{5.32}$$

である。ねじれ振り子本体の共振周波数の測定結果 (5.2) を式 (5.31) に代入、また曲率中心間距離 と共振器内パワーの測定結果 (5.17)、(5.26) を式 (5.32) に代入し、足し合わせると、

$$k_{\rm YAW} + k_{\rm hor} = (5.2 \pm 0.6) \times 10^{-5} \,{\rm N/m}$$
 (5.33)

となる。したがって、上側共振器が共振しているときに推測される共振周波数は、

$$f_{\rm YAW}^{\rm est} = 39.5 \pm 2.3 \,\,{\rm mHz}$$
 (5.34)

となる。測定結果 (5.25) と比較すると、この推定値の誤差に実際の測定結果が含まれており、理論 通りの結果が得られたと言える。

5.3.2 復元力のバネ定数と共振器内パワーの関係

ねじれ振り子本体のバネ定数は、式(5.31)より、

$$k_{\rm YAW} = (3.5 \pm 0.2) \times 10^{-5} \,{\rm N/m}$$
 (5.35)

と得られた。この値を基準として、上側共振器による復元力のバネ定数の共振器内パワー依存性を 評価する。測定方法は 5.3 節で示す方法と同様である。ここで、改めて復元力のバネ定数 *k*_{hor} の表 式を考えると、

$$k_{\rm hor} = \frac{1}{a} \frac{2P_{\rm circ}}{c} = \frac{I_{\rm YAW} (2\pi f_{\rm YAW} + 2\pi f_{\rm shift})^2}{L_{\rm c-m}^2} - k_{\rm YAW}$$
(5.36)

となる。この式を用いて、共振周波数の測定結果をバネ定数として表示した結果を、図 5.11 に示 す。横軸に上側共振器内パワー、縦軸に上側共振器による復元力のバネ定数を示しており、網掛け された領域は、曲率中心間距離の測定結果 (5.17) を式 (5.32) に代入して求めた、推定バネ定数を示 す。得られた復元力のバネ定数と共振器内パワーの関係は、測定結果から求めた推定ばね定数領域 に乗っており、理論と矛盾しないことを確認することができた。



図 5.11 復元力と上側共振器内パワーの関係。横軸は上側共振器内パワー、縦軸は上側共振器 による復元力のバネ定数を示す。網掛けされた領域は、曲率中心間距離の測定結果 (5.17) を式 (5.32) に代入して求めた、推定バネ定数を示す。

5.3.3 復元力のバネ定数と曲率中心間距離の関係

共振周波数の測定結果をバネ定数として表示した結果を、図 5.12 に示す。横軸に曲率中心間距 離、縦軸に上側共振器による復元力のバネ定数を示しており、網掛けされた領域は、共振器内パ ワーの測定結果 (5.26) を式 (5.32) に代入して求めた、推定バネ定数を示す。この結果は、各誤差が 大きいこと、またデータ数が少ないことから、評価が不十分であると言える。



図 5.12 復元力と曲率中心間距離の関係。横軸は曲率中心間距離、縦軸は上側共振器による復元力のバネ定数を示す。網掛けされた領域は、共振器内パワーの測定結果 (5.26) を式 (5.32) に 代入して求めた、推定バネ定数を示す。

第6章

結論と今後の展望

6.1 結論

巨視的量子系の検証を行うために、従来の機械光学系で障害となる、懸架系からの熱雑音を回避 する手段として、サンドウィッチ型光学浮上法が提案されている。本研究では、この光学浮上にお ける水平方向の安定性の検証実験を行なった。以下に、本研究の結果をまとめる。

- 先行研究の結果を受け、新しい鏡と二段ねじれ振り子を導入した新セットアップを設計・構築した。その結果、水平回転方向の揺れの RMS の要求を満たし、安定な制御を実現できた。
 また、上側共振器について、十分高い共振器内パワーを貯められる性能を実現した。
- ねじれ振り子と上側共振器を同時に制御し、上側共振器内に十分なパワーが貯まった状態
 で、ねじれ振り子の共振周波数の測定を行った。その結果、ねじれ振り子本体の共振周波数
 より十分大きい値が得られ、上型共振器による水平方向の復元力を確認できた。
- 曲率中心間距離 a = 8.9±0.8 mm に固定した状態で、上側共振器内パワーを変化させ、水
 平方向の復元力の変化を測定した。その結果、図 5.11 に示すように、理論と矛盾しない復元力の共振器内パワー依存性が見られた。

以上の結果から本研究をもって、サンドウィッチ型光学浮上における、上側共振器による水平方向 の安定性について原理実証できたと結論づける。

6.2 今後の展望

まず、現在のセットアップについて、上側共振器の性能が設計より低い理由を解明する。具体的 には、考察でも述べたように、真空槽の外部で PBS を用いない共振器を構成し、その性能を評価 することで改良の方針を立てる。またコイルマグネットアクチュエータによるカップリングを定 量的に評価する。セットアップの改良後は、まず上下共振器を構成し、実際に鏡を浮上させるセッ トアップに近い状況を実現することを目指す。上下側共振器を共振させる場合、下側共振器による 反復元力も働く。したがって、共振器による復元力と曲率中心間距離との関係を評価し、下側共振 器による反復元力より上側共振器による復元力の方が大きいことを示す必要がある。ただし、曲率 中心間距離を小さくすることは、共振器内パワーのエラーの増加、また共振状態へのアライメント の困難につながってしまう。この対策として、ねじれ振り子の共振周波数の測定中に、共振器内パ ワーを一定に保つ制御方法や、真空槽を閉めた状態でもより精密にアライメントを取れる機構の導 入が挙げられる。

上下共振器を用いた水平方向の安定性に検証が終わり次第、サンドウィッチ型光学浮上法本来の セットアップ、実際に鏡を浮上させるセットアップの設計・構築を行い、未だ観測されていない巨 視的な系における量子現象を観測する。

補遺 A

Pound-Drever-Hall 法

入射光に変調角周波数 Ω の位相変調をかけ、戻ってきた反射光を同じ変調角周波数 Ω で復調す ると、共振点周りで 0 cross の線形信号が得られる。このように、位相変調と復調によって得られ る信号を用いて共振器制御を行う手法を、Pound-Drever-Hall 法 (PDH 法) と呼ぶ [40]。PDH 法の 利点の一つに、肩ロックとは異なり、共振器を共振ピーク周りで制御できることが挙げられる。以 下、PDH 信号の表式を示す。

レーザー入射光の電場振幅を E₀、レーザー角周波数を ω_L とする。

$$E_{\rm in} = E_0 e^{i\omega_L t} \tag{A.1}$$

入射光に、変調角周波数 Ω 、変調指数 β の位相変調をかけると、変調電場 E_{in}^{mod} は、

$$E_{\rm in}^{\rm mod} = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)}$$

$$\simeq E_0 \left[J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t} \right]$$
(A.2)

と表すことができる。ただし、 J_n は第一種 Bessel 関数であり、

$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+n+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n} \quad \left(\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt\right)$$
(A.3)

で定義される。ここで、式 (A.2) の第一項をキャリア成分、第二項および第三項をサイドバンド成分と呼ぶ。以下、変調指数 $\beta < 1$ として、1 次のサイドバンドのみ考える。式 (3.22) より、電場反射率を r とおくと、反射光強度 P_r^{mod} は、

$$P_{\rm r}^{\rm mod} = |E_{\rm r}|^2$$

$$= |E_0|^2 \left| J_0(\beta)r(\omega_{\rm L})e^{i\omega_{\rm L}t} + J_1(\beta)r(\omega_{\rm L}+\Omega)e^{i(\omega_{\rm L}+\Omega)} - J_1(\beta)r(\omega_{\rm L}-\Omega)e^{i(\omega_{\rm L}-\Omega)t} \right|^2$$

$$= P_0 \left[|J_0(\beta)r(\omega_{\rm L})|^2 + |J_1(\beta)r(\omega_{\rm L}+\Omega)|^2 + |J_1(\beta)r(\omega_{\rm L}-\Omega)|^2 \right]$$

$$+ 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \operatorname{Re} \left[r(\omega_{\rm L}) r^*(\omega_{\rm L}+\Omega) - r^*(\omega_{\rm L})r(\omega_{\rm L}+\Omega) \right] \cos \Omega t$$

$$+ 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \operatorname{Im} \left[r(\omega_{\rm L}) r^*(\omega_{\rm L}+\Omega) - r^*(\omega_{\rm L})r(\omega_{\rm L}+\Omega) \right] \sin \Omega t$$

$$+ (2\Omega \text{ term})$$
(A.4)

と書ける。反射光の信号を、変調角周波数 Ω と同じ角周波数を持つ正弦波 sin Ωt で復調し、ローパスフィルターを通すことで DC 成分だけ取り出すと、

$$P_{\rm r}^{\rm PDH} = P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \operatorname{Im} \left[r(\omega) r^*(\omega + \Omega) - r^*(\omega) r(\omega - \Omega) \right]$$
(A.5)

となる。また、相対位相が Quadrature phase の信号で復調した場合は、

$$P_{\rm r}^{\rm PDH} = P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \operatorname{Re}\left[r(\omega) r^*(\omega + \Omega) - r^*(\omega) r(\omega - \Omega)\right]$$
(A.6)

となる。ここで、キャリア成分の共振付近 $\phi = n\pi + \delta \phi \ (\delta \phi \ll 1 \text{ rad})$ を考えると、PDH 信号は、

$$P_{\rm r}^{\rm PDH} \simeq 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) r_s \operatorname{Im}[r(\omega)]$$
$$\simeq \frac{4P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) t_1^2 r_2 r_s}{(1 - r_1 r_2)^2} \delta\phi \qquad (A.7)$$

と近似できる。ただし、 $r(\omega + \Omega) \simeq r^*(\omega - \Omega) \simeq r_s(1)$ という近似式を用いた。PDH 法のみを 用いる場合、共振器長の変動 δL とレーザー角周波数の変動 $\delta \omega$ は区別がつかない。仮にレーザー 角周波数の変動 $\delta \omega = 0$ とすると、レーザー波長 λ を用いて、

$$P_{\rm r}^{\rm PDH} = \frac{8\pi P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) t_1^2 r_2 r_s}{\lambda \left(1 - r_1 r_2\right)^2} \delta L$$
(A.8)

と表され、共振器長の変動に比例した信号となる。

補遺 B

電気回路

B.1 Optical lever に用いたフィルタ回路

本研究では、ねじれ振り子の水平方向の制御を行うために、Optical lever を採用した。ねじれ 振り子の特性として、共振周波数より高い周波数領域において位相が反転するため、UGF 付近で フィードバック制御が不安定になる。これを安定にするために、位相補償用のフィルタ回路を導入 する必要がある。Optical lever に用いたフィルタ回路のオープンループ伝達関数を図 B.1 に示す。 このフィルタ回路は、0.01 Hz から 3 Hz までの位相を補償する設計となっている。 先行研究で使 われていたフィルタ回路に比べ、一桁小さい補償周波数領域をもち、これにより UGF をより小さ く、つまり全体のゲインをより小さくすることに成功した。



図 B.1 Optical lever に用いたフィルタ回路。

B.2 上側共振器の制御に用いたフィルタ回路

上側共振器の制御に用いた2つのフィルタ回路の伝達関数を図 B.2 に示す。これは実際の測定結 果を示す図に対応しており、赤線がレーザー周波数制御用のフィルタ回路を、青線が共振器長制御 (ピエゾアクチュエーター)用のフィルタ回路を示す。2つのフィルタ回路のカットオフ周波数はと もに3Hzとしており、前者が1次の、後者が2次のローパスフィルタである。また、ゲイン比は おおよそ1:2としている。



図 B.2 上側共振器の制御に用いたフィルタ回路。赤線がレーザー周波数制御用のフィルタ回路、青線が共振器長制御 (ピエゾアクチュエーター)用のフィルタ回路を示す。カットオフ周波数はともに 3 Hz、ゲイン比はおおよそ 1:2 である。

参考文献

- [1] M. Arndt and K. Hornberger, Testing the limits of quantum mechanical superpositions, Nature Physics **10** (2014) 271–277.
- [2] Y. Fein, P. Geyer, P. Zwick, F. Kiałka, S. Pedalino, M. Mayor et al., Quantum superposition of molecules beyond 25 kDa, Nature Physics 15 (2019) 1–4.
- [3] W. H. Zurek, Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical, Rev. Mod. Phys. **75** (2003) 715–775.
- [4] A. Bassi, K. Lochan, S. Satin, T. P. Singh and H. Ulbricht, Models of wave-function collapse, underlying theories, and experimental tests, Rev. Mod. Phys. 85 (2013) 471–527.
- [5] N. Bohr, The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory, Nature(London) 121 (1928) 580–590.
- [6] V. B. B. V. B. Braginsky and F. Y. Khalili, Quantum measurement, Cambridge University Press (1995).
- [7] J. Chan, T. P. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Gröblacher et al., Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state, Nature(London) 478 (2011) 89–92.
- [8] J. Teufel, T. Donner, D. Li, J. Harlow, M. Allman, K. Cicak et al., Sideband Cooling of Micromechanical Motion to the Quantum Ground State, Nature(London) 475 (2011) 359–63.
- [9] R. W. Peterson, T. P. Purdy, N. S. Kampel, R. W. Andrews, P.-L. Yu, K. W. Lehnert et al., Laser Cooling of a Micromechanical Membrane to the Quantum Backaction Limit, Phys. Rev. Lett. 116 (2016) 063601.
- [10] M. Rossi, D. Mason, J. Chen, Y. Tsaturyan and A. Schliesser, Measurement-based quantum control of mechanical motion, Nature(London) 563 (2018) 53–58.
- [11] M. Bawaj, C. Biancofiore, M. Bonaldi, F. Bonfigli, A. Borrielli, G. Di Giuseppe et al., Probing deformed commutators with macroscopic harmonic oscillators, Nature Communications 6 (2015) 7503.
- [12] N. Matsumoto, K. Komori, Y. Michimura, G. Hayase, Y. Aso and K. Tsubono, 5-mg suspended mirror driven by measurement-induced backaction, Phys. Rev. A 92 (2015) 033825.
- [13] A. R. Neben, T. P. Bodiya, C. Wipf, E. Oelker, T. Corbitt and N. Mavalvala, Structural thermal noise in gram-scale mirror oscillators, New Journal of Physics 14 (2012) 115008.
- [14] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION AND VIRGO COLLABORATION collaboration, GW150914: The Advanced LIGO Detectors in the Era of First Discoveries, Phys. Rev. Lett. 116 (2016) 131103.

- [15] G. Guccione, M. Hosseini, S. Adlong, M. T. Johnsson, J. Hope, B. C. Buchler et al., Scattering-Free Optical Levitation of a Cavity Mirror, Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 183001.
- [16] Y. Michimura, Y. Kuwahara, T. Ushiba, N. Matsumoto and M. Ando, Optical levitation of a mirror for reaching the standard quantum limit, Opt. Express 25 (2017) 13799–13806.
- [17] 桑原祐也, 巨視的量子現象の観測に向けた光輻射圧による鏡の支持方法の開発, 修士論文, 東京 大学 (2015).
- [18] 和田祥太郎, 巨視的量子力学の検証に向けた光輻射圧による浮上手法の開発, 修士論文, 東京大学 (2017).
- [19] 川崎拓也, 巨視的量子系の実現に向けた鏡の光学浮上方法の研究, 修士論文, 東京大学 (2018).
- [20] H. P. Robertson, The Uncertainty Principle, Phys. Rev. 34 (1929) 163-164.
- [21] W. Heisenberg, Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik, Zeitschrift für Physik 43 (1927) 172–198.
- [22] M. Ozawa, Position measuring interactions and the Heisenberg uncertainty principle, Physics Letters A 299 (2002) 1 – 7.
- [23] S. L. Danilishin and F. Y. Khalili, Quantum Measurement Theory in Gravitational-Wave Detectors, Living Reviews in Relativity 15 (2012).
- [24] D. Shoemaker, R. Schilling, L. Schnupp, W. Winkler, K. Maischberger and A. Rüdiger, Noise behavior of the Garching 30-meter prototype gravitational-wave detector, Physical Review D 38 (1988) 423–432.
- [25] T. Yoda, TAMA の懸架装置の開発, 修士論文, 東京大学 (2001).
- [26] 下田智文, ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための地面振動雑音低減法の研究, 修士論文, 東京 大学 (2016).
- [27] P. R. Saulson, Thermal noise in mechanical experiments, Phys. Rev. D 42 (1990) 2437–2445.
- [28] M. S. Taubman, H. Wiseman, D. E. McClelland and H.-A. Bachor, Intensity feedback effects on quantum-limited noise, J. Opt. Soc. Am. B 12 (1995) 1792–1800.
- [29] F. Seifert, P. Kwee, M. Heurs, B. Willke and K. Danzmann, Laser power stabilization for second-generation gravitational wave detectors, Opt. Lett. 31 (2006) 2000–2002.
- [30] P. Kwee, B. Willke and K. Danzmann, Shot-noise-limited laser power stabilization with a high-power photodiode array, Opt. Lett. **34** (2009) 2912–2914.
- [31] Y. Levin, Internal thermal noise in the LIGO test masses: A direct approach, Phys. Rev. D 57 (1998) 659–663.
- [32] G. M. Harry, A. M. Gretarsson, P. R. Saulson, S. E. Kittelberger, S. D. Penn, W. J. Startin et al., Thermal noise in interferometric gravitational wave detectors due to dielectric optical coatings, Classical and Quantum Gravity 19 (2002) 897–917.
- [33] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg and F. Marquardt, Cavity optomechanics, Rev. Mod. Phys. 86 (2014) 1391–1452.
- [34] S. Solimeno, F. Barone, C. de Lisio, L. Di Fiore, L. Milano and G. Russo, Fabry-Pérot resonators with oscillating mirrors, Phys. Rev. A 43 (1991) 6227–6240.
- [35] R. Flaminio, J. Franc, C. Michel, N. Morgado, L. Pinard and B. Sassolas, A study of coating mechanical and optical losses in view of reducing mirror thermal noise in gravitational wave detectors, Classical and Quantum Gravity 27 (2010) 084030.

- [36] 道村唯太, 光共振器基礎, 東京大学 (2012).
- [37] 小森健太郎, 巨視的振動子の遠隔光冷却, 修士論文, 東京大学 (2015).
- [38] E.Siegman, LASERS, University Science Books (1986).
- [39] T. Corbitt, Y. Chen, E. Innerhofer, H. Müller-Ebhardt, D. Ottaway, H. Rehbein et al., An All-Optical Trap for a Gram-Scale Mirror, Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 150802.
- [40] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley et al., Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator, Applied Physics B 31 (1983) 97–105.

謝辞

本研究をおこなうにあたり、とても多くの方のお世話になりました。

指導教員である安東正樹准教授には、研究に対する姿勢や学会発表の仕方など基本的なことか ら、実験に行き詰まったときの対処法など実践的なことまで、様々なことを丁寧に優しく教えて頂 きました。特に融着の許可を頂けたことについては、感謝してもしきれません。安東研究室の、自 由かつ何事に対しても積極的でいられる環境で2年間過ごせたことは、私にとって非常に有意義な ものでした。

道村唯太助教には、光学浮上実験について多くのアドバイスを頂きました。中でも、新しい鏡 を作るためにメーカーを探していたときに、親身に相談にのってくれたことは忘れません。また、 KAGRA という大型実験に関わりながらも、様々な分野に積極的に関わり議論をしている氏の姿を 見て、自分ももっと頑張らねばと奮い立ちました。

川崎拓也氏には、本当に、本当にお世話になりました。最初の1年は、氏を手伝う形で光学浮上 実験に参加しました。この1年で、ハイパワー用のフィードスルーや偏光など多くの問題の対処に 追われましたが、氏と実験を進めることは非常に楽しく、知識と技術を身につけることができまし た。また、私が実験を主導するようになってからも、何度も相談に乗ってくれ、沢山のアドバイス を頂きました。ここまで充実した研究室生活を送ることができたのは、氏のおかげと言っても過言 ではありません。2年間ありがとうございました。

長野晃士氏は、安東研究室でとても面倒見の良い方で、いろいろな場面でお世話になりました。 氏は、どのように説明すれば相手に正しく理解してもらえるかと意識することをとても大切にして おり、私自身が説明するときよく参考にさせて頂きました。また、幅広い分野について議論し、新 しいアイデアを生み出す氏の姿は、研究に対するモチベーションを高めてくれました。

下田智文氏には、本研究で二段ねじれ振り子の設計について、何度も相談にのって頂きました。 特に地面振動に関しての知識量が豊富で、本研究でも参考にさせて頂きました。また、問題を一つ 一つ解決し、実験を着実に進めていく氏の姿は、実験で追い込まれていた私にとって、とても心強 いものでした。

榎本雄太郎氏には、研究室にいたのが短期間であったのにも関わらず、何回も助けて頂きました。特に偏光が回る問題、コイルマグネットの問題については、氏に相談していなければ今も解決 していなかったと思います。また、氏の知識量と頭の回転の速さに驚かされることも多く、理想の 先輩の1人でした。

有冨尚紀氏は、TAMA での進捗を生む速度が凄まじく、氏の自分の実験を心から楽しんでいる様 子は、実験に対する姿勢として良い手本でした。また、光スクイージングについて勉強していたと き、関連する論文も教えて頂きました。もっと氏と議論できる場があれば良かったと思います。

武田紘樹氏には、研究についても進路についてもお世話になりました。宇宙理論やデータ解析に

関する氏の知識量はとても豊富で、伝え方も上手いため、話をする度に新鮮さと楽しさを覚えました。また、進路について比較的近い悩みを持っており、氏と話すことで自分の考えを整理すること ができました。またご飯にでも行きたいと思います。

黄靖斌氏には、私が熱雑音について悩んでいたとき助けて頂きました。また、実験室で私が一人 で作業しているとき、よく気を遣って話しかけてくれたので、気楽に実験を進めることができまし た。とても感謝しています。私が卒業するまでにラーメンを一緒に食べに行きたいです。

高野哲氏には、川崎氏と同じくらい沢山お世話になりました。いつも私が悩んでいるとき声をか けて頂けるので、抵抗感なく相談することができました。特にコイルマグネットのカップリングに ついては、氏の助言がなければ気付くことさえできませんでした。本当に感謝しています。最後 に、論文執筆に追い込まれていたとき、お誕生日飲みに参加させて頂き光栄でした。

宮崎祐樹氏は、一言で氏が同期で良かったと思える人でした。常に研究に真摯に取り組むその姿 は、私にも良い影響を与えてくれました。また、お互いの研究の悩みからどうでもいい話まで気軽 に話すことができ、研究生活を非常に豊かなものにしてくれました。ありがとうございました。

小森健太郎氏には、主に修士1年の間のみでしたが、よく面倒を見て頂きました。どうしようも ない質問をした時も、嫌な顔一つせず笑顔で答えてくださったので、落ち着いて知識と自信をつけ ることができました。

試作室の大塚茂巳氏、下澤東吾氏には、主に新しい二段ねじれ振り子の部品を作成して頂きました。小さいかつ大量の部品を頼んだ際も快く引き受けてくださり、スムーズに実験を進めることができました。また、各部品の改良点についても提案、相談してくださり、より良いセットアップを 構築することができました。

井手口研究室の井手口拓郎氏、Venkata Ramaiah Badarla 氏には、ファイバーの融着でお世話に なりました。氏の協力のおかげで、問題なくハイパワーレーザーを使うことができるようになりま した。また、連日で作業をお願いしたときも快く引き受けてくださり、とても助かりました。

物理事務分室の庭田まゆ子氏は、学会や出張、また物品購入の際にお世話になりました。いつも 楽しげに笑顔で接してくれたので、各手続きの煩わしさを感じませんでした。また、各地方のお土 産や観光名所について教えてもらったことや、お土産を喜んで頂けたことは良い思い出です。2年 間ありがとうございました。

宇宙線研究所の大柿航氏、田中健太氏、田中大生氏は、KAGRA 及び学会で共に過ごすことが多 く、何度もお世話になりました。また、RESCEU の粂潤哉氏、筒井拓也氏、法政大学の橋本安寿 佳氏、神谷峻佑氏、新潟大学の武田芽依氏、根岸諒氏、大阪市立大学の富上由基氏とも、食事や議 論を交わす機会が多く、研究へのモチベーションを高めてくれました。

最後に、今まで支えてくださった家族、友人、その他多くの方々に心より感謝申し上げます。お かげで、この修士論文を書き上げることができました。本当にありがとうございました。