修士論文

巨視的量子系の実現に向けた 鏡の光学浮上方法の研究

Optical Levitation to Realize a Macroscopic Quantum System

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 川崎 拓也

> 2019年1月4日第1版提出 2019年1月31日最終版提出

要旨

量子力学は現代の物理学において基幹をなす理論体系である。しかしながら、質量スケールの巨 視的な世界での実験的検証は未だに成功していない。マクロな系で量子的な現象が見られない原 因をめぐっては、環境との相互作用によるデコヒーレンスによるものとする他、量子力学に修正を 求める様々な理論が提案され、議論を呼んでいる。このような状況を受けて、巨視的量子系を実現 し、これらの理論を実験的に検証できるようになることが求められている。巨視的な量子系の実現 に向けて近年注目されている系が、機械振動子と光の結合系である機械光学系である。機械光学系 では、振動子の変位をレーザー光の干渉を用いて精密に測定することで、純粋に量子的な効果を観 測することが期待されている。量子的な現象を検証するにあたり一つの指標となるのが、電磁場の 量子ゆらぎに規定される標準量子限界と呼ばれる測定感度である。ng スケールまでは標準量子限 界に到達した例があるものの、それ以上のスケールとなると、振動子の懸架により導入される熱雑 音が無視できなく、標準量子限界に到達することが困難となる。そこで、本研究では、鏡を光輻 射圧により支持する方法に着目している。光輻射圧のみで鏡を支持することにより、従来のワイ ヤー懸架等の機械的支持に伴う熱雑音を回避することができる。特に、安定的な光学浮上を目指 し、サンドウィッチ型と呼ばれる、浮上鏡を上下の光共振器ではさむ構成を検証している。今回、 サンドウィッチ型構成特有の水平方向の安定性を検証するため、復元力のセンサーとしてねじれ 振り子を用いる原理実証実験を行なった。具体的には、サンドウィッチ型構成でありながら両方の 光共振器の透過光を分離可能な新たな実験セットアップを構築し、安定性検証を目指した。その 結果、ねじれ振り子の復元力を (2.60 ± 0.06) × 10⁻⁴ N/m と高精度に測定し、またねじれ振り子 と上側共振器の同時制御に成功、光輻射圧に由来する水平方向の復元力がはたらく状態を実現し た。今回は光共振器による入射光の十分な増幅が得られなかったため、光輻射圧による復元力は $(1 \pm 2) \times 10^{-5}$ N/m と測定され、有意に有限な値ではなかったものの、今後は共振器の特性を改 善し、光輻射圧による安定性を証明できる共振器内パワーを得ることで、サンドウィッチ型構成の 光学浮上の原理実証に至ることができる可能性を示した。

目次

記号・略	語一覧		iv
第1章	はじめ	に 	1
1.1	研究背	累	1
1.2	本論文	の構成	2
第2章	巨視的	量子力学	3
2.1	巨視的	量子系による物理の探求	3
2.2	機械光	学系と標準量子限界............................	3
	2.2.1	標準量子限界	4
	2.2.2	機械光学系における標準量子限界	5
2.3	巨視的	量子系による量子力学の検証実験.......................	6
2.4	光学浮	上による標準量子限界への到達........................	7
	2.4.1	光学浮上構成	7
	2.4.2	サンドウィッチ型光学浮上の先行研究	8
第3章	光学浮	上による巨視的量子系の実現	9
3.1	光共振	器の基礎	9
	3.1.1	Fabry-Pérot 共振器	9
	3.1.2	光バネ	13
3.2	サンド	ウィッチ型光学浮上の安定性...................................	17
	3.2.1	鉛直方向の安定性	17
	3.2.2	β 回転の安定性	18
	3.2.3	水平方向の安定性.................................	19
3.3	雑音源		20
	3.3.1	量子雑音	20
	3.3.2	鏡の熱雑音	21
	3.3.3	残留ガス雑音	21
	3.3.4	レーザーの雑音................................	21
	3.3.5	地面振動雑音	22

3.4	感度設計	23
	3.4.1 スケーリング則	23
	3.4.2 デザイン感度	25
第 4章	安定性を証明する原理実証実験	27
4.1	目的	27
4.2	実験方法	27
4.3	目標	27
4.4	先行研究と問題点	28
	4.4.1 先行研究までの状況	28
	4.4.2 先行研究での実験セットアップの問題点	29
	4.4.3 先行研究で残された問題の解決方策	30
4.5	実験装置	32
	4.5.1 全体の構成	32
	4.5.2 サンドウィッチ型光共振器	34
	4.5.3 ねじれ振り子	41
第5章	実験結果	46
5.1	ねじれ振り子の特性評価	46
	5.1.1 ねじれ振り子の制御と共振周波数測定	46
5.2	共振器の特性評価	48
	5.2.1 フィネスの測定	49
	5.2.2 モードマッチング率の評価	50
	5.2.3 κ_{in}/κ の評価	51
	5.2.4 曲率中心間距離の評価	51
5.3	サンドウィッチ型構成による復元力の観測	53
	5.3.1 共振器の制御	53
	5.3.2 サンドウィッチ型構成による復元力の検証	55
	5.3.3 透過光モニターによる共振器内パワーの評価	56
第6章	考察と今後の展望	60
6.1	共振周波数シフト観測へ向けての改善方法	60
	6.1.1 共振器内パワーの向上	60
	6.1.2 浮上鏡が水平に移動したときのモードマッチング率の低下について	62
6.2	サンドウィッチ型光学浮上の原理実証に向けた方針	64
第7章	結論	65

ii

補遺 A	フィードバック制御	66
A.1	線形システム	66
	A.1.1 線形システム	66
	A.1.2 伝達関数	66
	A.1.3 ブロックダイアグラム	67
A.2	フィードバック制御................................	67
A.3	オープンループ伝達関数の測定	68
A.4	階層制御の場合	69
補遺 B	Gaussian ビーム光学	71
B.1	Hermite-Gaussian $\mathcal{E} - \mathcal{F}$	71
B.2	共振器の固有モード	73
B.3	Hermite-Gaussian モードの座標変換	73
参考文献		75

謝辞

78

記号·略語一覧

記号

i	虚数单位
π	円周率 $\pi = 3.1415926535\cdots$
c	光速度 c = 299792458 m/s
g	重力加速度 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$
h	Planck 定数 $h = 6.626070040(81) \times 10^{-34}$ J s
\hbar	Dirac 定数 $\hbar = h/2\pi = 1.054571800(13) \times 10^{-34} \mathrm{Js}$
$k_{\rm B}$	Boltzmann 定数 $k_{\rm B} = 1.38064852(79) \times 10^{-23} \; {\rm J/K}$
ν	レーザー光の周波数
$\omega_{ m L}$	レーザー光の角周波数
λ	レーザー光の波長
${\cal F}$	共振器のフィネス
L	共振器長

κ 共振器の線幅

略語

EOM	Electro Optic Modulator
FSR	Free Spectral Range
PD	Photo Detector
PDH	Pound Drever Hall
PSD	Position Sensitive Detector
PZT	Piezoelectric transducer
RMS	Root Mean Square
SQL	Standard Quantum Limit
UGF	Unity Gain Frequency

第1章

はじめに

1.1 研究背景

量子力学の原理はその系のスケールに依らないものの、巨視的なスケールにおいての実験的な実 証は未だになされていない。例えば、量子的な現象として知られる重ね合わせ状態を示した電子の 二重スリット実験は、原理的には巨視的な物体でも同様の実験が行えるものの、現在重ね合わせ状 態が確認されているものは最大でもフラーレン等の分子までのサイズである [1,2]。なお、本論文 で巨視的と言った場合は、質量スケールにおいての意味である。

現在、質量スケールの大きな系では量子的な現象を観測できていないことにより、その理由を説 明しようと種々の理論が提案されている。

同時に、それらの理論を実験的に検証しようと、実際に巨視的な量子系を実現することが目指さ れている。中でも、巨視的な量子系実現のために近年注目されている系が機械光学系である。機械 光学系とは機械振動子と光の結合系であり、光の干渉を利用して振動子の位置を精密に測定するこ とで純粋に量子的な効果を観測することが期待されている。機械光学系により量子的な現象を観 測するにあたり、測定感度の一つの指標となるのが、電磁場の量子ゆらぎに規定される標準量子限 界 [3] である。

機械光学系においても、振動子がngスケール以下の実験では、標準量子限界に到達した例がある [4-6] ものの、それ以上のスケールでは古典的な雑音が支配的になり、量子的な現象の検証は行うことができていない [7-10]。巨視的な機械光学系の場合、古典的な雑音の中でも特に問題となっているのが、振動子の機械的支持に伴う熱雑音である。例えば、mg、gスケールの実験 [8,9] では、鏡を可能な限り細いワイヤーで懸架して熱雑音低減を試みているものの、標準量子限界には到達していない。

そこで本研究は、光の輻射圧により鏡を支持する光学浮上の手法を用いて、懸架による熱雑音を 排除した機械光学系を組むことにより、巨視的な量子系を実現することを目指している。これまで にも、ng スケールの微小球を光ピンセットによりトラップした例がある [11,12] が、量子力学の検 証という観点からは、光ピンセットは物体と光のカップリングを大きくできないため、たとえ物体 を基底状態まで冷却できたとしても古典的な状態と区別することができない。そこで、光輻射圧に よる鏡の支持方法が提案されている [13,14] が、3 本以上のレーザー光を組み合わせてトラップす る複雑さから、実現には至っていない。

このような状況をふまえ、鏡を光輻射圧により、かつよりシンプルな構成で浮上させるため、本 研究はサンドウィッチ型構成 [15] と呼ばれる、浮上鏡の上下で2つの光共振器を組むことで安定 した浮上を実現する光学構成について研究している。サンドウィッチ型構成では、浮上鏡下側の共 振器の輻射圧により浮上鏡を支持し、上側共振器の輻射圧は浮上鏡の安定性に寄与する。また、サ ンドウィッチ型構成は、浮上鏡の並進運動、回転運動を合わせた全自由度を安定的にトラップする ことが可能であることが理論的に示されている [15]。ただし、全自由度の中で水平方向の安定性 は、サンドウィッチ型の構造によるもので、構成独自の復元力に由来している。そこで、この水平 方向の安定性を定量的に評価するため、ねじれ振り子の腕の端に浮上鏡に見立てた鏡を取り付け、 その上下でサンドウィッチ型構成の共振器を構成し、ねじれ振り子に働く水平方向の復元力を測定 する実験が行われた。ねじれ振り子はねじれる方向、ここでは浮上鏡に見立てた鏡の水平方向の動 きに対して共振周波数が低いという特徴があり、すなわちねじれ振り子自身の復元力は小さい。し たがって、サンドウィッチ型構成由来の外部の復元力を測定することに適しており、輻射圧による 微小な復元力も測定が可能である。

しかしながら、先行研究 [16,17] までの実験装置では、共振器のパラメーターに最適化の猶予を 残し、共振器内パワーを十分大きく取れなかったため、安定性の実証には至っていない。また、サ ンドウィッチ型構成の共振器特有の問題を残していた。本研究では、これらの問題を解決するた め、実験セットアップの構成を新たにし、安定性の検証を試みた。

1.2 本論文の構成

本論文では、まず第2章にて巨視的量子力学という研究分野について概観する。巨視的量子系が 解明すべき問題を明らかにしたのち、実際に巨視的量子系を実現することが期待されている機械光 学系ついて議論する。そして、中でも本研究の主題である光学浮上を利用した機械光学系が、巨視 的量子系の実現へ向けた系として有望であることをみる。

第3章では、機械光学系の基礎的な理論を述べたのち、本研究で採用しているサンドウィッチ型 光学浮上の安定性、雑音について議論する。

第4章では、サンドウィッチ型光学浮上の安定性を検証するための原理実証実験について述べる。第5章にて実験結果を述べ、続く第6章において、実験結果に対する考察、本研究の今後の展望を述べる。最後第7章において、本論文の結論をまとめる。

2

第2章

巨視的量子力学

2.1 巨視的量子系による物理の探求

量子力学は現代の物理学において基幹をなす理論体系である。それにもかかわらず、巨視的な世 界での実験的検証は未だに成功していない。すなわち、マクロな系において、重ね合わせ状態の効 果や、結合系のエンタングルド状態といった量子的な現象が未だ観測されていない。これは、量子 力学は巨視的なスケールにおいて研究の余地を残しているということである。実際、巨視的な系で は量子力学が成立しているのか、量子力学が成立していたとして、なぜ量子的な現象を観測できな いのか、と議論を呼んでいる。

巨視的な系が古典系と変わらない振る舞いを見せる原因としては、一般的な解釈として、巨視的 な系は環境と十分に孤立させることが難しく、環境との相互作用により古典系へとデコヒーレンス を起こすとする解釈 [18] がある。

あるいは、量子力学は修正を要するという考えのもとに、Schrödinger 方程式に非線形な確率 項を加える修正を施すことにより、マクロな系での波動関数の収縮を説明する理論も多く存在す る[19]。これらの理論を実験的に検証するためには、巨視的量子系が実現が必要である。

また、巨視的量子系は、その質量スケールゆえに重力の効果を含む。これは、巨視的量子系において、重力を取り入れた量子力学の検証が可能であることを意味する。例えば、重力デコヒーレンス [20,21] は文字通り重力由来のデコヒーレンスの存在を予言した理論であるが、その存在を検証 した実験は存在しない。巨視的な量子系を実現することができれば、系のデコヒーレンス時間を直 接観測し、理論検証が行うことができるようになる。

2.2 機械光学系と標準量子限界

この節では、まず機械光学系に限らず一般的な間接測定系において、標準量子限界という測定限 界の指標が存在することを確認する。そして、機械光学系においてはそれが、レーザーパワーを変 化させた時の量子散射雑音と量子輻射圧雑音のトレードオフ関係となって現れることをみる。

2.2.1 標準量子限界



図 2.1 間接測定のモデルの概要図。

間接測定のモデルとして、図 2.1 に示す系を考える [22]。プローブに働く古典的な外力 G を知るために、プローブと相互作用のある検出器を測定する。検出器はプローブの位置 \hat{x} を読んでいるが、そのバックアクションとして力 \hat{F} がプローブに加わる。また、検出器の出力 \hat{O} には、信号と量子ゆらぎによる原理的なノイズ \hat{Z} が含まれているとする。このとき

$$\hat{O}(t) = \hat{x}_0(t) + \hat{Z}(t) + \int_{-\infty}^t dt' R_{xx}(t-t') [\hat{F}(t') + G(t')]$$
(2.1)

と表すことができる。ただし、 \hat{x}_0 は検出器がない場合のプローブの自由な時間発展を表し、 $R_{xx}(t)$ はプローブの外力に対する応答関数である。異なる時刻での \hat{x}_0 の交換関係は、 R_{xx} により

$$[\hat{x}_0(t), \ \hat{x}_0(t')] = -i\hbar R_{xx}(t-t')$$
(2.2)

と表すことができる。

検出器の出力 Ô は、今回直接測定する観測量であるので、Ô の測定自体が系に新しく雑音を与 えることはなく

$$[\hat{O}(t), \ \hat{O}(t')] = 0 \tag{2.3}$$

である。

ここで、 $\hat{Z} \ge \hat{F}$ を、パラメーター ϵ を介して、以下のようにスケーリングできるとする。

$$\hat{Z}(t) \to \epsilon \hat{Z}(t)$$
 (2.4)

$$\hat{F}(t) \to \frac{1}{\epsilon} \hat{F}(t)$$
 (2.5)

 \hat{Z} と \hat{F} は検出器の演算子であり、プローブの位置 \hat{x}_0 と交換するはずである。交換がパラメーター ϵ に依らず成り立つことから

$$[\hat{Z}(t), \, \hat{Z}(t')] = [\hat{F}(t), \, \hat{F}(t')] = 0$$
(2.6)

$$[\hat{Z}(t), \ \hat{F}(t')] = i\hbar\delta(t - t') \tag{2.7}$$

が導かれる。

これらの交換関係は、フーリエ空間に移り、角周波数をωと記すと

$$[\hat{Z}(\omega), \, \hat{Z}(\omega')] = [\hat{F}(\omega), \, \hat{F}(\omega')] = 0$$
(2.8)

$$[\hat{Z}(\omega), \ \hat{F}(\omega')] = 2\pi i\hbar\delta(\omega - \omega')$$
(2.9)

となる。

ここで、状態 $|0\rangle$ に対して片側 (クロス) パワースペクトル密度 $S_{O_1O_2}(\omega)$ を以下の定義に従い導入する。

$$\frac{1}{4}S_{O_1O_2}(\omega)\delta(\omega-\omega') = \frac{1}{2\pi} \langle 0|\hat{O}_1(\omega)\hat{O}_2^{\dagger}(\omega) + \hat{O}_2^{\dagger}(\omega)\hat{O}_1(\omega')|0\rangle$$
(2.10)

プローブの位置 *x* のノイズスペクトル

$$S_{xx}(\omega) = S_{ZZ}(\omega) + 2\Re[R_{xx}(\Omega)S_{ZF}(\Omega)] + |R_{xx}(\Omega)|^2 S_{FF}(\Omega)$$
(2.11)

が、Kennard-Robertsonの不確定性関係

$$S_{ZZ}(\omega)S_{FF}(\omega) - |S_{ZF}(\omega)|^2 \ge \hbar^2$$
(2.12)

によりどのように制限されるか考える。一般には、式 2.12 は 式 2.11 で表されるノイズスペクトル に制限を設けてはいない。ここで、信号に原理的に含まれるノイズ \hat{Z} とバックアクションによる 力 \hat{F} に相関がないと仮定する。すなわち、 $S_{ZF}(\omega) = 0$ であるとする。このとき、

$$S_{xx}(\omega) \ge 2|R_{xx}(\omega)|\sqrt{S_{ZZ}(\omega)S_{FF}(\omega)} \ge 2\hbar|R_{xx}(\omega)|$$
(2.13)

となり、すなわち

$$S_{\text{SOL}}^x = 2\hbar |R_{xx}(\omega)| \tag{2.14}$$

は標準量子限界と呼ばれる測定精度の下限を与えている。

2.2.2 機械光学系における標準量子限界

機械光学系において、量子雑音に属する雑音には散射雑音と輻射圧雑音と呼ばれる2種類の雑音 がある。散射雑音はレーザー光の光子数の量子揺らぎに起因する雑音であり、機械振動子の位置測 定感度に対しては、レーザーパワーに反比例して寄与する。輻射圧雑音は、レーザー光の輻射圧の 量子揺らぎが、機械振動子を変動させることによる雑音であり、機械振動子の位置測定感度に対し ては、レーザーパワーに比例して寄与する。したがって、機械光学系において、標準量子限界の議 論を適用することができる。

自由質点に対しては

$$R_{xx}(\omega) = -\frac{1}{m\omega^2} \tag{2.15}$$

であるから、標準量子限界は

$$S_{\rm SQL}^x = \frac{2\hbar}{m\omega^2} \tag{2.16}$$

となる。

レーザーパワーを変化させたときの量子雑音と、標準量子限界のプロットを図 2.2 に示す。標準 量子限界が、レーザーパワーを変化させても超えられない感度を示していることがわかる。



図 2.2 機械光学系での標準量子限界。レーザーパワーを変えても、散射雑音と輻射圧雑音から なる量子雑音に制限される測定感度の下限として標準量子限界があることがわかる。

2.3 巨視的量子系による量子力学の検証実験

巨視的な系においてその量子性を示すための実験がいくつか提案されている。具体的な例として は、標準量子限界に到達した測定感度をもつ2枚の鏡を用いて干渉計を構成し、その2枚の鏡の同 相モードと差動モードのエンタングルメントを生成し、検証する実験 [23] が提案されている。



図 2.3 機械光学系による巨視的量子力学の検証実験の例 [23]。

図 2.3 が示す構成の Michelson 干渉計を用いると、干渉計のテストマスである 2 つの鏡の差動 モードの信号は干渉計自体の出力ポートに、同相モードの信号は光源への反射光として現れる。 2 つのテストマスの測定感度が標準量子限界へ到達している時、差動モードと同相モードのエン

タングルメントを観測できることが理論的に示唆されている。

2.4 光学浮上による標準量子限界への到達

機械光学系において、振動子としての鏡を光輻射圧により支持すると、鏡の機械的支持に伴う熱 雑音を回避することができる。mg スケールの系で標準量子限界到達を目指すときの大きな障壁の 一つが鏡の懸架に伴う熱雑音であるので、光学浮上により浮上鏡の位置の測定感度が標準量子限界 へ到達することを期待できる。

2.4.1 光学浮上構成

光学浮上の構成として提案されているものには、図 2.4 に示す、三脚型 [14] と サンドウィッチ型 [15] がある。

三脚型はその幾何学的配置から浮上鏡の安定性が自明であるものの、3本のレーザー光のバラン スをとる難しさから実現にはいたっていない。

サンドウィッチ型は、上下2本のレーザーのみで全自由度安定に光学浮上を実現することが可 能である。加えて、光軸は鉛直に揃えられるため、浮上鏡の鉛直方向の変位を共振器の出力として 直接測定することができる。また、1点でしかビームを受けないため、鏡のサイズを小さくするこ とが可能である。ただし、上下片側の光共振器は、レーザー光が浮上鏡の基材を通るという欠点が ある。

本研究では、以上のサンドウィッチ型光学浮上の利点を受け、サンドウィッチ型構成を採用する。



図 2.4 光学浮上の構成。左型は三脚型 [14]、右側はサンドウィッチ型 [15] の構成を表している。

2.4.2 サンドウィッチ型光学浮上の先行研究

サンドウィッチ型構成の水平方向の安定性は、構成由来の独自のものであるため、ねじれ振り子 を用いてサンドウィッチ型構成由来の復元力を直接測定する原理実証実験が行われた [16,17]。た だし、復元力を検証するには至らず、サンドウィッチ型構成の欠点を受けた実験装置構成となって いた。そこで、本研究では、先行研究での問題点を解決する新たな実験セットアップを構築し、原 理実証実験を試みた。詳細は第4章にて述べる。

第3章

光学浮上による巨視的量子系の実現

3.1 光共振器の基礎

3.1.1 Fabry-Pérot 共振器

Fabry-Pérot 共振器とは、2 枚の向き合った鏡からなる共振器である (図 3.1)。共振器内を光が繰り返し往復することにより、光強度を増幅することが可能である。

光学浮上実験においては、光の輻射圧を増幅するために Fabry-Pérot 共振器を用いる。以下では、 Fabry-Pérot 共振器の基礎をまとめる。

光の入射する鏡をインプットミラー、その反対側の鏡をエンドミラーと呼ぶこととし、それぞれの振幅反射率、振幅透過率を r_1 , $t_1 \ge r_2$, $t_2 \ge t_3$ 。ただし、共振器の内側からの反射率を r_j 、外側からの反射率を $-r_j$ にとる (j = 1, 2)。また、共振器長をLとする。



図 3.1 Fabry-Pérot 共振器の概念図。

反射率、透過率と共振器内パワー

入射光の、共振器に入射する直前地点での複素電場振幅を

$$E_{\rm in}(t) = E_0 e^{i\omega_{\rm L}t} \tag{3.1}$$

とする。このとき、共振器内のインプットミラー直後の電場 Ecirc は

$$E_{\rm circ}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} t_1 E_{\rm in}(t) \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi} \right)^n$$
(3.2)

$$=\frac{t_1}{1-r_1r_2e^{-2i\phi}}E_{\rm in}(t)$$
(3.3)

となる。ただし、光が共振器を片道進む間に得る位相を $\phi=\omega_{\rm L}L/c$ とした。これより、反射する 電場 $E_{\rm r}$ と透過する電場 $E_{\rm t}$ は

$$E_{\rm r}(t) = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 t_2 e^{-2i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}}\right) E_{\rm in}(t)$$
(3.4)

$$E_{\rm t}(t) = \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi}} E_{\rm in}(t)$$
(3.5)

となることがわかる。

また、反射光、透過光、共振器内の光の強度をそれぞれ P_r , P_t , P_{circ} とし、入射光の強度 P_{in} との比を考えると

$$P_{\rm r} = \left| \frac{E_{\rm r}}{E_{\rm in}} \right|^2 P_{\rm in} = \frac{\left((r_1^2 + t_1^2)r_2 - r_1 \right)^2 + 4r_1r_2(r_1^2 + t_1^2)\sin^2\phi}{(1 - r_1r_2)^2 + 4r_1r_2\sin^2\phi} P_{\rm in}$$
(3.6)

$$P_{\rm t} = \left| \frac{E_{\rm t}}{E_{\rm in}} \right|^2 P_{\rm in} = \frac{(t_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2 \phi} P_{\rm in}$$
(3.7)

$$P_{\rm circ} = \left| \frac{E_{\rm circ}}{E_{\rm in}} \right|^2 P_{\rm in} = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2 \phi} P_{\rm in}$$
(3.8)

となる。

透過光強度をプロットしたものが図 3.2 である。



図 3.2 Fabry-Pérot 共振器の強度透過率。 $r_1^2 = r_2^2 = 0.7$, $t_1^2 = t_2^2 = 0.3$ とした場合について、 共振器を往復した光の受ける位相に対してプロットしている。

共振

共振器の往復長がレーザー波長 λ の整数倍であり、共振器内の光強度が最大となることを共振と 呼び、その条件は

$$L = \frac{n}{2}\lambda = \frac{n}{2}\frac{c}{\nu_{\rm n}} \tag{3.9}$$

すなわち

$$\nu_{\rm n} = \frac{n}{2} \frac{c}{L} \tag{3.10}$$

と表される。ただしnは1以上の整数である。

フリースペクトラルレンジとフィネス

共振が起こる周波数の間隔をフリースペクトラルレンジという。v_{FSR} と表せば

$$\nu_{\rm FSR} = \frac{c}{2L} \tag{3.11}$$

である。

共振器内パワーの共振ピークの半値全幅 VFWHM は

$$4r_1 r_2 \sin^2\left(\frac{2\pi\nu_{\rm FWHM}}{2}\frac{L}{c}\right) = (1 - r_1 r_2)^2 \tag{3.12}$$

を解くことにより求まる。 $\nu_{FWHM} \ll \nu_{FSR}$ のときは

$$4r_1 r_2 \left(\frac{2\pi\nu_{\rm FWHM}}{2}\frac{L}{c}\right)^2 = (1 - r_1 r_2)^2 \tag{3.13}$$

と近似できるので

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\rm FSR}}{\nu_{\rm FWHM}} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \tag{3.14}$$

となる。

また、 $t_1 \ll 1$ かつ $t_2 \ll 1$ の時には、

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{t_1^2 + t_2^2} \tag{3.15}$$

と近似的に計算することができる。

ここまでは、共振器内で、鏡の透過成分のみしか光が損失しない理想的な状況を考えていたが、 それ以外にも共振器内を周回する間に光が *l*² だけ損失するとした場合を考えても、同様にフィネ スは

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{\mathcal{T}} \tag{3.16}$$

と表すことができる。ただし、 $\mathcal{T} = t_1^2 + t_2^2 + l^2$ とし、損失の総和を表している。

cavity decay rate

共振器内での光の損失する時間スケールを表すパラメーターとして、cavity decay rate がある。 全損失に加えて、インプットミラーとエンドミラーでの損失に対応して、それぞれの cavity decay rate κ 、 κ_{in} および κ_{out} が、 $\tau = 2L/c$ として

$$\kappa = \frac{\mathcal{T}}{2\tau} = \frac{c\pi}{2L\mathcal{F}} \tag{3.17}$$

$$\kappa_{\rm in} = \frac{t_1^2}{2\tau} = \frac{ct_1^2}{4L} \tag{3.18}$$

$$\kappa_{\rm out} = \frac{t_2^2}{2\tau} = \frac{ct_2^2}{4L}$$
(3.19)

(3.20)

と表せる。

離調

共振状態を表現するパラメータは、フリースペクトラルレンジを周期とする周期関数として表現 できることが多いので、その場合ある一つの共振モードに注目し、その共振器の共振周波数とレー ザー光の周波数の差を考えることは等価になる。そこで、考えている共振器のある共振モードの共 振角周波数 ω_{cav} とレーザーの角周波数 ω_L との差を離調として定義する。

$$\Delta = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm cav}. \tag{3.21}$$

この時、共振器長変動による離調は、共振器長の変化を x として、

$$\Delta = \frac{x}{L}\omega_{\rm cav} \tag{3.22}$$

となる。

また、しばしば cavity decay rate κ で規格化した

$$\delta = \frac{\Delta}{\kappa} \tag{3.23}$$

を用いることがある。

反射率、透過率、共振器内パワーの一般的な損失を含む表現

共振器内で、鏡の透過分以外の光損失が存在しないと理想化した状況での反射率、透過光、共振 器内パワーの表式を cavity decay rate を用いて表現すると、その他の損失が存在する一般的な場合 にも適用可能な表現と一致している。その表現を以下にまとめると

$$\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}} = 1 - \frac{4\kappa_{\rm in}}{\kappa} \left(1 - \frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right) \frac{1}{1 + \delta^2} \tag{3.24}$$

$$\frac{P_{\rm t}}{P_{\rm in}} = \frac{4\kappa_{\rm in}\kappa_{\rm out}}{\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2}$$
(3.25)

$$\frac{P_{\rm circ}}{P_{\rm in}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa} \frac{1}{1+\delta^2}$$
(3.26)

となる [24]。

3.1.2 光バネ

共振器を構成する鏡には光輻射圧が生じるが、共振器が共振から少しずれている時には、この光 輻射圧は光バネと呼ばれる特徴的な振る舞いをみせる。

光バネの定性的な振る舞いは、共振器長に対する輻射圧の変化から以下のように理解できる。共 振器長が共振点より少し長い場合を考える。共振器長が短くなる時には輻射圧が増加し、共振器長 が長くなる時には輻射圧が減少するので、輻射圧はバネ的に振る舞う。そして、共振器長が振動し ている時、一般に輻射圧の変化は共振器長の変化から有限の遅れをとるので、1 周期の間に輻射圧 がもたらす仕事は正となり、光反減衰 (アンチダンピング)をもたらす。共振器長が共振点より少し 短い場合も同様に考え、反バネ的な振る舞いと光減衰 (ダンピング)が起こることがわかる。

以降では、光バネの振る舞いを定式化する。共振器長の変化を考え、共振器長を時間の関数と して、

$$L(t) = L_0 + \delta x(t) \tag{3.27}$$

と表すとする。ただし、 L_0 は共振器長の平均値で、共振点と十分近いとする。また、 $\delta x(t)$ は変動 成分を表し、その平均値はゼロである。

この時、光が共振器を片道進む間に得る位相も時間の関数として

$$\phi(t) = \phi_0 + \delta\phi(t) \tag{3.28}$$

と表す。ただし、 ϕ_0 は共振器長が平均値である時の位相変化である。また、 $\delta\phi(t)$ は変動成分を 表す。

この時、共振器内の電場 $E_{circ}(t)$ は

$$E_{\rm circ}(t) = t_1 E_{\rm in} + t_1 \left[r_1 r_2 e^{-2i\phi \left(t - \frac{L_0}{c}\right)} \right] E_{\rm in} + t_1 \left[r_1 r_2 e^{-2i\phi \left(t - \frac{L_0}{c}\right)} \right] \left[r_1 r_2 e^{-2i\phi \left(t - \frac{3L_0}{c}\right)} \right] E_{\rm in} + \cdots$$
(3.29)

$$= t_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \exp\left[-2i \sum_{m=1}^n \delta\phi\left(t - \frac{2m-1}{c} L_0 \right) \right] E_{\text{in}}$$
(3.30)

$$\simeq t_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \left[1 - 2i \sum_{m=1}^n \delta\phi\left(t - \frac{2m-1}{c} L_0 \right) \right] E_{\text{in}}$$
(3.31)

となる。したがって、共振器内の電場を

$$E_{\rm circ}(t) = E_{\rm circ0} + \delta E_{\rm circ}(t) \tag{3.32}$$

と変動成分を分離して表すとして、

$$E_{\rm circ0} = t_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n E_{\rm in} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} E_{\rm in}$$
(3.33)

$$\delta E_{\rm circ}(t) = -2it_1 E_{\rm in} t_1 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \sum_{m=1}^n \delta \phi \left(t - \frac{2m-1}{c} L_0 \right)$$
(3.34)

とかける。以下では Fourier 空間で考えたいため、Fourier 変換 $\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$ を施し、

 $\pm c \ \theta = L_0 \omega / c \ \varepsilon \ \pm \zeta \ \varepsilon \ ,$

$$\delta \tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) = -2it_1 E_{\text{in}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \sum_{m=1}^n \delta \tilde{\phi}(\omega) \exp\left(-i\omega \frac{2m-1}{c} L_0\right)$$
(3.35)

$$= -2it_1 E_{\text{in}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_1 r_2 e^{-2i\phi_0} \right)^n \frac{e^{-i\theta} \left(1 - e^{-2in\theta} \right)}{1 - e^{-2i\theta}} \delta \tilde{\phi}(\omega)$$
(3.36)

$$= -\frac{t_1 E_{\rm in}}{\sin \theta} \left[\frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} - \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \right] \delta \tilde{\phi}(\omega)$$
(3.37)

$$\simeq -\frac{2it_1 E_{\rm in}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\phi_0}} \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \delta \tilde{\phi}(\omega) \tag{3.38}$$

$$= -\frac{2iE_{\rm circ0}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i(\phi_0 + \theta)}} \delta\tilde{\phi}(\omega) \tag{3.39}$$

となる。ただし、 $\phi_0 \ll 1$ 、 $\theta \ll 1$ 、 r_1 , $r_2 \simeq 1$ という近似のもと計算した。この結果は、 Δ 、 κ および $\delta \tilde{x}(\omega)$ で表現すると

$$\delta \tilde{E}_{\text{circ}}(\omega) = -\frac{2iE_{\text{circ}0}}{1 - r_1 r_2 e^{-2iL_0(\Delta + \omega)/c}} \frac{\omega_{\text{L}}}{c} \delta \tilde{x}(\omega)$$
(3.40)

$$\simeq -\frac{\omega_{\rm L} E_{\rm circ0}}{L_0} \frac{1}{\Delta + \omega - i\kappa} \delta \tilde{x}(\omega) \tag{3.41}$$

となる。

さて、共振器内パワー $P_{
m circ} \propto |E_{
m circ}|^2$ であるから、その変動成分は

$$\delta \dot{P}_{\rm circ}(\omega) \propto E^*_{\rm circ0} \delta \dot{E}_{\rm circ}(\omega) + E_{\rm circ0} \delta \dot{E}^*_{\rm circ}(\omega)$$
(3.42)

となる。したがって、

$$\delta \tilde{P}_{\rm circ}(\omega) = -\frac{P_{\rm circ0}\omega_{\rm L}}{L_0} \left[\frac{1}{\Delta + \omega - i\kappa} + \frac{1}{\Delta - \omega + i\kappa}\right] \delta \tilde{x}(\omega)$$
(3.43)

$$= -\frac{P_{\rm circ0}\omega_{\rm L}}{L_0} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} \right]$$
(3.44)

$$+i\left(\frac{\kappa}{(\Delta+\omega)^2+\kappa^2}+\frac{\kappa}{(\Delta-\omega)^2+\kappa^2}\right)\right]\delta\tilde{x}(\omega)$$
(3.45)

と計算できる。よって、光バネによる複素バネ定数 Kopt は

$$K^{\text{opt}}(\omega) = \frac{2P_{\text{circ0}}\omega_{\text{L}}}{L_0c} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} + i\left(\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2}\right) \right]$$
(3.46)

と求まった。ここで、光輻射圧を受ける鏡の質量 m に対して、 $K^{opt}(\omega) = k^{opt}(\omega) + im\omega\gamma^{opt}(\omega)$ として実部と虚部に対してバネ定数 k^{opt} と 減衰率 γ^{opt} を定義すると

$$k^{\text{opt}}(\omega) = \frac{2P_{\text{circ0}}\omega_{\text{L}}}{L_0c} \left[\frac{\Delta + \omega}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\Delta - \omega}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} \right]$$
(3.47)

$$\gamma^{\text{opt}}(\omega) = \frac{2P_{\text{circ0}}\omega_{\text{L}}}{L_0 m \omega c} \left[\frac{\kappa}{(\Delta + \omega)^2 + \kappa^2} + \frac{\kappa}{(\Delta - \omega)^2 + \kappa^2} \right]$$
(3.48)

と表現できる。また、低周波領域では、 $\omega \ll \sqrt{\kappa^2 + \delta^2}$ の近似のもと

$$k^{\text{opt}}(\omega) \simeq \frac{4P_{\text{circ0}}\omega_{\text{L}}}{L_0c} \frac{\Delta}{\kappa^2 + \Delta^2}$$
(3.49)

$$= \frac{8\omega_{\rm L}t_1^2}{c^2} \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^3 \frac{\Delta/\kappa}{[1+(\Delta/\kappa)^2]^2} P_{\rm in} \tag{3.50}$$

$$\gamma^{\text{opt}}(\omega) \simeq -\frac{8P_{\text{circ0}}\omega_{\text{L}}}{L_0mc}\frac{\kappa\Delta}{(\kappa^2 + \Delta^2)^2}$$
(3.51)

$$= -\frac{16\omega_{\rm L}t_1^2}{\kappa mc^2} \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^3 \frac{\Delta/\kappa}{[1+(\Delta/\kappa)^2]^3} P_{\rm in}$$
(3.52)

となり、ωに依存しない定数となる。

離調を変化させながら光バネのバネ定数 k^{opt} および減衰率 γ^{opt} をプロットしたものが図 3.3 である。



図 3.3 離調 Δ/κ を変化させた時の規格化した k^{opt} と γ^{opt} の振る舞い。

光バネの特徴として、単体の光バネはバネ定数と減衰率の符号が異なり、同符号となることがない。したがって、その他の外力を無視した場合、1つの光バネだけでは安定な系を構成できない。 光バネによる正の復元力を利用する場合は、その光バネによる負の減衰率より大きな減衰率を導入 することが必要である。あるいは、光バネを2本導入することにより、正のバネ定数と正の減衰率 を得ることもできる[25]。

3.2 サンドウィッチ型光学浮上の安定性

鏡の光学浮上を実現させるためには、浮上鏡の安定性が重要である。そのための構成として、本 研究ではサンドウィッチ型構成という浮上鏡の上下で2つの共振器を組む構成を採用している。

この節ではサンドウィッチ型構成の安定性を考える。浮上鏡の曲率中心点を原点として、(x, y, z)と座標をとることとする。ただし、z軸を重力加速度の負の向きにとる。また、x, y, z軸周りのそれぞれの回転角を (α, β, γ) と表すこととする (図 3.4)。



図 3.4 サンドウィッチ型光学浮上における、浮上鏡周りの座標の取り方。

いま、サンドウィッチ型構成は z 軸対称な系であるので、 $y = \alpha = \gamma = 0$ としても一般性を失わない。したがって、以下では (x, z, β) の 3 自由度を考える。

3.2.1 鉛直方向の安定性

微小な鉛直方向の変位 δz に対して生じる z 軸方向の復元力 δF_z を考える。ただし、安定性は フーリエ空間で考えることとし、z なども各物理量のフーリエ変換された変数を表している。 浮上鏡の鉛直方向に働く復元力は光バネによる力のみであるから、

$$\delta F_z = -(K_{\rm L}^{\rm opt} + K_{\rm U}^{\rm opt})\delta z \tag{3.53}$$

となる。ただし、 $K_{\rm L}^{\rm opt}$ と
 $K_{\rm U}^{\rm opt}$ はそれぞれ下側共振器と上側共振器の光バネの複素バネ定数である。
これらは

$$K_I^{\text{opt}} = k_I^{\text{opt}} + im\omega\gamma_I^{\text{opt}}$$
(3.54)

と書け、 k_I^{opt} は光バネのバネ定数、 γ_I^{opt} は光バネの減衰率を表す。(I = L, U)したがって、鉛直方向に安定である条件は、 $k_L^{\text{opt}} + k_U^{\text{opt}} > 0$ かつ $\gamma_L^{\text{opt}} + \gamma_U^{\text{opt}} > 0$ である。

3.2.2 β 回転の安定性



図 3.5 β回転の安定性を示す図。浮上鏡が微小にβ回転したとき、重力により復元トルクが生じる。

微小な β 回転 $\delta\beta$ に対して生じるトルク δN_{β} を考える。浮上鏡の曲率半径 R を、下に凸な時に 正、上に凸な時に負の値で定義すると、図 3.5 からわかるように、

$$\delta N_{\beta} = -mgR \cdot \delta\beta \tag{3.55}$$

となる。ただし、重力加速度の大きさをgとした。なお、 β 回転はビームスポット位置を変化させないので、光輻射圧の変化はもたらさない。

したがって、 β 回転周りでの安定な条件は、R > 0である。すなわち、浮上鏡の反射面が下に凸な曲率を持つことである。

3.2.3 水平方向の安定性



図 3.6 水平方向の安定性を示す図。浮上鏡が微小に δx 移動したとき、共振器内の光軸が傾き、水平方向に輻射圧をおよぼす。

微小な水平方向の変位 δx に対して生じる x 軸方向の復元力 δF_x を考える。光輻射圧を F_I 、共振器を成す 2 枚の鏡の曲率中心間距離を a_I とする。

共振器内では光は 2 枚の鏡の曲率中心点を通る光路を辿るので、浮上鏡が水平方向に動いた時に は、光軸が $\theta_I = \delta x/a_I$ だけ傾く。したがって、図 3.6 からわかるように

$$\delta F_{x,I} = -F_I \theta_I = -\frac{F_I}{a_I} \delta x \tag{3.56}$$

となる。したがって、フーリエ空間に移動し、水平方向の複素バネ定数を K^{hor} とすれば

$$K_I^{\text{hor}} = k_I^{\text{hor}} + i\omega\gamma_I^{\text{hor}}$$
(3.57)

$$=\pm \frac{F_I}{a_I} \left[1 - i\omega \frac{\pi l_I}{\mathcal{F}_I c(1 - G_I)} \right]$$
(3.58)

となる [26]。ここで、*l*₁ は共振器長、*F*₁ は共振器のフィネスを表し、

$$G_I = \left(1 - \frac{l_I}{R_I}\right) \left(1 - \frac{l_I}{R}\right) \tag{3.59}$$

である。符号は、下側共振器 (I = L) ではマイナスに、上側共振器 (I = U) ではプラスとなる。

水平方向に安定である条件は、以上のように計算される複素バネ定数において、 $k_{\rm L}^{\rm hor} + k_{\rm U}^{\rm hor} > 0$ かつ $\gamma_{\rm L}^{\rm hor} + \gamma_{\rm U}^{\rm hor} > 0$ となることである。

サンドウィッチ型構成では、浮上鏡を支持するために光輻射圧は下側共振器の方が大きいが、*a*_U を *a*_L よりも十分小さくとることで、水平方向に安定した系を構成することができる。

3.3 雑音源

3.3.1 量子雑音

機械光学系における量子雑音としては、散射雑音と輻射圧雑音の2種類の雑音がある。散射雑音 は、レーザー光の光子数の量子揺らぎに起因する雑音である。

この節では、特に光共振器における散射雑音と輻射圧雑音をみる。共振器をなす機械振動子の、 散射雑音による位置の雑音スペクトル S^{shot} および輻射圧雑音による力の雑音スペクトル S^{rad} は

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) = \frac{\kappa}{4N_{\text{circ}}G^2} \left[1 + \frac{(\omega - \Delta)^2}{\kappa^2} \right]$$
(3.60)

$$S_{FF}^{\rm rad}(\omega) = \frac{4N_{\rm circ}\hbar^2 G^2}{\kappa} \left[1 + \frac{(\omega - \Delta)^2}{\kappa^2}\right]^{-1}$$
(3.61)

となる [27]。ただし、 $N_{
m circ}$ は共振器内の光子数、 $G = \omega_{
m L}/L$ である。

輻射圧維音を位置の雑音スペクトル $S_{xx}^{rad}(\omega)$ として表すならば、振動子の感受率を χ_m として、

$$S_{xx}^{\text{rad}}(\omega) = |\chi_{\text{m}}(\omega)|^2 S_{FF}^{\text{rad}}(\omega)$$
(3.62)

である。ここで、振動子の感受率 χ_m は、機械振動子の共振角周波数を ω_m 、減衰率を γ_m とすると

$$\chi_{\rm m}(\omega) = \frac{1}{m(\omega_{\rm m}^2 - \omega^2 + i\gamma_{\rm m}\omega)}$$
(3.63)

である。

N_{circ} は共振器のパラメーターと入射光のパワーによって決定される。

$$P_{\rm circ} = \frac{2\kappa_{\rm in}}{\tau\kappa^2(1+\delta^2)}P_{\rm in}$$
(3.64)

であったので、 $N_{\rm circ}$ は

$$N_{\rm circ} = \frac{P_{\rm circ}\tau}{\hbar\omega_{\rm L}} = \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa^2} \frac{1}{1+\delta^2} \frac{P_{\rm in}}{\hbar\omega_{\rm L}}$$
(3.65)

となる。ただし、 $\tau = 2L/c$ である。

したがって、式 3.60、式 3.61 より、改めて散射雑音と輻射圧雑音を共振器のパラメーターと入 射光パワーを用いて表すと

$$S_{xx}^{\text{shot}}(\omega) = \frac{\kappa^3}{8\kappa_{\text{in}}} \frac{\hbar L^2}{\omega_{\text{L}}} (1+\delta^2) \left(1+\frac{\omega^2}{\kappa^2}\right)$$
(3.66)

$$S_{FF}^{\text{rad}}(\omega) = \frac{8\kappa_{\text{in}}}{\kappa^3} \frac{\hbar\omega_{\text{L}}P_{\text{in}}}{L^2} \frac{1}{1+\delta^2} \left(1+\frac{\omega^2}{\kappa^2}\right)^{-1}$$
(3.67)

となる。

3.3.2 鏡の熱雑音

鏡の基材とコーティングは弾性体として熱振動しており、雑音源となっている。 鏡の基材の熱雑音を位置スペクトルとして表すと

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{sub}}(\omega)} = \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{\omega} \frac{\phi_{\text{s}}}{\sqrt{\pi}w_0} \frac{(1-\nu_{\text{s}}^2)}{Y_{\text{s}}}}$$
(3.68)

となる [28]。また、鏡のコーティングの熱雑音は

$$\sqrt{S_{xx}^{\text{coat}}(\omega)} = \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{\omega} \frac{d_{\text{c}}\phi_{\text{c}}}{\pi w_{0}^{2}} \frac{Y_{\text{c}}^{2}(1+\nu_{\text{s}})^{2}(1-2\nu_{\text{s}})^{2} + Y_{\text{s}}^{2}(1+\nu_{\text{c}})^{2}(1-2\nu_{\text{c}})}{Y_{\text{s}}^{2}Y_{\text{c}}(1-\nu_{\text{c}})^{2}}}$$
(3.69)

となる [29]。ここで、 k_B はボルツマン定数、T は鏡の温度、 ϕ は損失角、 w_0 は鏡上でのビーム径、 ν はポアソン比、Y はヤング率、 d_c はコーティングの厚さであり、添字 s は鏡基材を、添字 c は コーティングを示す。ただし、鏡のアスペクト比 A (直径/厚さ) が 1 近くであること、共振周波数 よりも低周波帯をみていることを仮定した。

3.3.3 残留ガス雑音

鏡のある空間に残留ガスが存在すると、残留ガスは鏡と絶えず衝突し鏡を揺らすので、位置測定の雑音となる。残留ガスが速度に比例した抵抗力となっているため、viscousの散逸モデルによってその熱雑音は求まり、その雑音スペクトルは

$$S_{xx}^{\text{gas}}(\omega) = \frac{1}{m} \frac{4k_{\text{B}}T\omega_{\text{m}}Q_{\text{gas}}}{(\omega_{\text{m}}^2 - \omega^2)^2 Q_{\text{gas}}^2 + \omega_{\text{m}}^2 \omega^2}$$
(3.70)

となる。ただし、残留ガス雑音のQ値は

$$Q_{\rm gas} = \frac{Cm\omega_0}{SP} \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{m_{\rm mol}}} \tag{3.71}$$

となることが知られている [30]。ここで、m は鏡の質量、 ω_0 は鏡の共振周波数、S は反射面の面積、P はガスの圧力、 m_{mol} ガス分子の質量を表す。また、C は鏡の形状に依存する因子で、通常1程度である。

3.3.4 レーザーの雑音

レーザーの強度雑音

レーザーの強度が揺らぐと、光輻射圧が変動し鏡を揺らすので、位置測定の雑音となる。

レーザーの強度を安定化するには、レーザー光の一部をビームスプリッターによりピックアップ し、その強度変動をモニターしてフィードバック制御する方法がある。振幅透過率 t のビームス プリッターで強度 P_{ref} の光をモニターするとき、強度雑音低減の限界は、モニター光の散射雑音 $\delta P_{\text{shot}} = \sqrt{2\hbar\omega_{\text{L}}P_{\text{ref}}}$ により決定される。よって、透過光の相対強度雑音 $\delta P/P$ は

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{\rm L}}{P_{\rm ref}}} \tag{3.72}$$

となる [31-33]。モニターするレーザー光の強度を十分大きくすることにより強度雑音を抑えるこ とができ、安定度の要求から必要なモニター光の強度が決まる。

レーザーの周波数雑音

共振器に入射する周波数 ν のレーザー光の周波数揺らぎ δν_L は、共振器長の変動と区別がつかないので雑音となる。位置測定に対する周波数雑音のスペクトル S_{freq} は

$$\sqrt{S_{\rm freq}} = L \frac{\delta \nu_{\rm L}}{\nu_{\rm L}} \tag{3.73}$$

である。

レーザー周波数の安定化の方法としては、共振器長が安定である参照共振器の共振周波数へと レーザー周波数をフィードバック制御する方法がある。この時の安定度としては、参照共振器の共 振器長を *L*_{ref}、共振器長変動を δ*L*_{ref} とすれば

$$\frac{\delta\nu_{\rm L}}{\nu_{\rm L}} = \frac{\delta L_{\rm ref}}{L_{\rm ref}} \tag{3.74}$$

となる。

3.3.5 地面振動雑音

地面が振動していることにより、共振器を構成する鏡が揺らされ、共振器長が変化する。これは 浮上鏡の位置の変化と区別がつかないので雑音となる。

典型的な値では、地面振動のスペクトルは

$$\delta x_{\text{seis}}(f) = \begin{cases} 10^{-5} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1 \text{ Hz}) \\ 10^{-7}/f^2 \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f > 0.1 \text{ Hz}) \end{cases}$$
(3.75)

と近似的に表現できることが知られている [34]。

地面振動雑音の低減方法としてよく用いられる方法の一つは、装置を振り子として懸架すること である。具体的には、振り子の共振周波数が ω_0 、Q 値がQ である時、振り子の懸架点の変位から 末端の変位の伝達関数 $H(\omega)$ は

$$H(\omega) = \frac{\omega_0 + i\omega_0\omega/Q}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega_0\omega/Q}$$
(3.76)

となる。したがって、Q 値が十分に高い振り子では、共振周波数よりも高周波の領域において、振動を ω^{-2} の特性で低減することができる。

3.4 感度設計

サンドウィッチ型構成による光学浮上において標準量子限界到達を実現するためには、標準量子 限界に達する周波数において、古典的な雑音を全て量子雑音以下に抑えなければならない。この節 では、標準量子限界へ到達するためのサンドウィッチ型光学浮上のパラメーター設計について述 べる。

なお、標準量子限界へ到達する角周波数 ω_{SQL} は、散射雑音と輻射圧雑音が等しくなる角周波数 として求めることができる。共振器の線幅よりも低周波領域では

$$\omega_{\rm SQL} = \sqrt{\frac{16g}{\lambda}\mathcal{F}} \tag{3.77}$$

となる。ただし、共振器内の輻射圧が浮上鏡を支持するつりあいの条件 $2P_{\rm circ}/c = mg$ を前提としている。

3.4.1 スケーリング則

実際にサンドウィッチ型光学浮上の設計を考える場合、浮上鏡のサイズについても考えておく必要がある。浮上鏡のサイズは、浮上鏡上でのビーム径を制限し、浮上鏡を支持するレーザーパワー を決めるので、各パラメーターに対してスケーリング則が存在する。

まず、浮上鏡上でのビーム径 w_0 を考える。ガウシアンビームの、ビーム径が w_0 の地点での強度分布 P(r) は

$$P(r) = \frac{2}{\pi w_0^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right)$$
(3.78)

であるから、浮上鏡の半径を rm とすると、鏡の外側に流れ損失するビームの割合は

$$\int_{r_{\rm m}}^{\infty} 2\pi r P(r) dr = \exp\left(-\frac{2r_{\rm m}^2}{w_0^2}\right) \tag{3.79}$$

である。この損失によりフィネスが制限されることを考えると、

$$\mathcal{F}^{-1} \propto \exp\left(-\frac{2r_{\rm m}^2}{w_0^2}\right) \tag{3.80}$$

であり、ビーム径は

$$w_0 \propto r_{\rm m} (\ln \mathcal{F})^{-1/2} \propto m^{1/3} (\ln \mathcal{F})^{-1/2}$$
 (3.81)

とスケールする。ただし、鏡のアスペクト比は一定 $(r_{\rm m} \propto m^{1/3})$ とした。

次に、鏡のコーティング熱雑音についての各パラメーターの関係をみる。コーティングとして は、屈折率の異なる膜を交互にコーティングした誘電体多層膜を想定している。それぞれの屈折率 が n_1 、 n_2 である誘電体多層膜では、鏡の反射率Rに応じて、必要なコーティング層の枚数が決まる。2 種類のコーティングがN層ずつ、計2N層のコーティングを施すとすると、

$$2N = \frac{\ln[(n_2/n_1^2)(1+\sqrt{R})/(1-\sqrt{R})]}{\ln(n_1/n_2)}$$
(3.82)

となる。そして、コーティングの厚さ *d*_c は

$$d_{\rm c} = \frac{\lambda}{4} \left[\frac{1}{n_1} + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) N \right] \tag{3.83}$$

である。したがって、コーティングの厚さは

$$d_{\rm c} \propto \ln R^{-1} \propto \ln \mathcal{F} \tag{3.84}$$

とフィネスに応じてスケールすることがわかる。 以上より、

$$\omega_{\rm SQL} \propto \mathcal{F}^{1/2}$$
 (3.85)

$$w_0 \propto m^{1/3} (\ln \mathcal{F})^{-1/2}$$
 (3.86)

$$d_{\rm c} \propto \ln \mathcal{F}$$
 (3.87)

と3つのパラメータに対してフィネスと浮上鏡の質量のスケールリング則が求まった。よって、量 子雑音と鏡の熱雑音の雑音スペクトルは

$$S_x^{\text{SQL}} x(\omega_{\text{SQL}}) \propto m^{-1} \omega_{\text{SQL}}^{-2} \propto m^{-1} \mathcal{F}^{-1}$$
(3.88)

$$S_x^{\text{sub}} x(\omega_{\text{SQL}}) \propto w_0^{-1} \omega_{\text{SQL}}^{-1} \propto m^{-1/3} \mathcal{F}^{-1/2} (\ln \mathcal{F})^{1/2}$$
(3.89)

$$S_x^{\text{coat}} x(\omega_{\text{SQL}}) \propto d_{\text{c}} w_0^{-2} \omega_{\text{SQL}}^{-1} \propto m^{-2/3} \mathcal{F}^{-1/2} (\ln \mathcal{F})^2$$
 (3.90)

とスケールされる。したがって、標準量子限界到達周波数での鏡の熱雑音の大きさは、量子雑音との比でみると

$$\frac{S^{\text{SQL}}(\omega_{\text{SQL}})}{S^{\text{sub}}(\omega_{\text{SQL}})} \propto m^{-2/3} \mathcal{F}^{-1/2} (\ln \mathcal{F})^{-1/2}$$
(3.91)

$$\frac{S^{\text{SQL}}(\omega_{\text{SQL}})}{S^{\text{coat}}(\omega_{\text{SQL}})} \propto m^{-1/3} \mathcal{F}^{-1/2} (\ln \mathcal{F})^{-2}$$
(3.92)

となる。

浮上鏡の質量と共振器のフィネスが小さいほど、標準量子限界を達成しやすいことがスケーリン グ則からわかる。ただし、浮上鏡についての力のつりあいの条件から、*m ∝ FP*_{in} であるので、浮 上鏡を製作可能な限り質量を小さく設計し、応じてフィネスを低い値に設定することで標準量子限 界到達を目指すこととなる。

3.4.2 デザイン感度

サンドウィッチ型光学浮上により、浮上鏡の位置測定感度が標準量子限界に到達するための各パ ラメータの設計 [15] を表 3.1 に示す。

浮上鏡		
質量	m	0.2 mg
半径	r	0.35 mm
曲率半径	R	30 mm
コーティングの厚さ	d_{Ta}	91 nm \times 7 layers
	d_{Si}	237 nm \times 6 layers
ヤング率	Y _{s, Ta, Si}	73 GPa, 140 GPa, 73 Gpa
ポアソン比	ν _{s, Ta, Si}	0.17, 0.28, 0.17
損失角	$\phi_{ m s,\ Ta,\ Si}$	$1 \times 10^{-6}, 2 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-5}$
屈折率	$n_{ m s, \ Ta, \ Si}$	1.45, 2.07, 1.45
レーザー		
波長	λ	1064 nm
入射パワー	$P_{ m L, U}^{ m in}$	13 W, 4 W
周波数雑音	δf_{a}	$0.1 \text{ mHz} / \sqrt{\text{Hz}}$
共振器		
共振器長	$l_{ m L,~U}$	95 mm, 50 mm
固定鏡の曲率半径	$R_{ m L,~U}$	120 mm, 30 mm
曲率中心間距離	$a_{ m L,~U}$	5.0 mm, 1.3 mm
浮上鏡上のビーム半径	$w_{ m L, \ U}$	0.14 mm, 0.19 mm
フィネス	$\mathcal{F}_{\mathrm{L,~U}}$	100, 100
共振器内パワー	$P_{ m L, \ U}^{ m circ}$	420 W, 130 W
normalized detuning	$\Delta/\kappa_{ m L, U}$	-0.005, 0.0018
環境		
温度	T	300 K
気圧	Р	10 ⁻⁵ Ра

表 3.1 標準量子限界到達のためのパラメータ [15]。

添字については、s は基材を指し、Ta は TiO₂:Ta₂O₅ コーティングを、Si は SiO₂ コーティング を表す。なお、基材およびコーティングの物性値は [35] による。また、添字 L は下側共振器を、添 字 U は上側共振器を示す。

このとき、浮上鏡の位置の測定感度は図 3.7 のようになる。



図 3.7 デザイン感度 (図は [15] より引用)。23 kHz において標準量子限界へ到達する設計である。

23 kHz にて、古典的な雑音が全て量子雑音以下となり、標準量子限界に到達する設計である。 なお、今回のデザイン感度において想定しているレーザーの周波数雑音の値は 0.1 mHz/√Hz であ り [36] の実績から、実現可能と想定しているものである。

第4章

安定性を証明する原理実証実験

4.1 目的

サンドウィッチ型構成の光学浮上において、浮上鏡の水平方向の安定性を証明し、定量的に評価 することが目的である。

サンドウィッチ型構成によって、浮上鏡は全自由度安定にトラップされることが理論的に示唆さ れている。ただし、全自由度の中で水平方向の安定性は、サンドウィッチ型構成特有のものであ り、その性能を評価することが必要である。しかしながら、標準量子限界へ到達する設計の浮上鏡 は、0.2 mg と非常に小さく、水平方向の変位を読み出す機構を付加することは容易ではないため、 直接安定性を評価することが困難である。そこで、浮上実験とは独立に、サンドウィッチ型構成の 水平方向における安定性を評価する実験を行う。

4.2 実験方法

原理実証実験としては、図 4.1 のように、浮上鏡の代わりにねじれ振り子を用い、ねじれ振り子 の腕の一端に固定された鏡を浮上鏡に見立てる。ねじれ振り子上でサンドウィッチ型構成を組むこ とにより、サンドウィッチ型構成の原理通りに浮上鏡部分に水平方向の復元力が生じた場合、ねじ れ振り子は元の復元力に加えてサンドウィッチ型構成由来の復元力が加わり、より共振周波数の高 い振動子となる。ねじれ振り子の共振周波数は、ねじれ振り子の回転角を読み取ることにより測定 可能なため、この共振周波数のシフトを観測することにより、定量的にサンドウィッチ型構成の復 元力を評価できる。

4.3 目標

意味のある原理実証とするため、サンドウィッチ型構成をなす上下共振器において、以下の2点 を満たした状態の実現を目指す。



図 4.1 ねじれ振り子を用いた原理実証実験の概念図。ねじれ振り子の片腕上にサンドウィッチ 型構成の光共振器を構成する。ねじれ振り子の共振周波数を測定することにより、サンドウィッ チ型構成に由来する新たな復元力の大きさを定量的に評価することができる。

バネ定数 k_l に関しては

$$|k_{\rm U}| > |k_{\rm L}| \tag{4.1}$$

を実現し、浮上鏡が水平方向に安定であることを示す。 共振器内パワー P_{circ,I} に関しては

$$P_{\rm circ,U} < P_{\rm circ,L} \tag{4.2}$$

を実現し、浮上鏡の支持が可能であることを示す。

これら二つの条件が満たされたとき、サンドウィッチ型光学浮上の原理実証がなされたということができる。

4.4 先行研究と問題点

4.4.1 先行研究までの状況

サンドウィッチ型構成による安定な光学浮上の理論的な提案 [15] の後、安定性を証明するため、 ねじれ振り子を用いた原理実証実験が進められた。安定性の実証には至っていないが、以下のよう に実験が進められてきた。

- ・ねじれ振り子、光学系の設計、構築、および共振器の特性評価 [16]
- ・ ねじれ振り子単体の制御、およびねじれ振り子を固定した状態での上下共振器同時制御 [16]
・ねじれ振り子と共振器の同時制御[17]

先行研究時のセットアップにて、共振器内パワーが小さく、また共振器をなす鏡の曲率中心間の 距離が設計よりも大きいため、検証に十分な復元力が得られていないことが示され [17]、原理実証 には至っていない状況であった。

4.4.2 先行研究での実験セットアップの問題点

サンドウィッチ型構成をなす共振器は、以下の2つの特徴がある。

- 1. 連なった3枚鏡で2つの共振器を成しており、2本の入射光は光軸を揃えてお互い向き合っ て入射するため、片側の共振器の透過光は、もう一方の共振器内に侵入してしまう。
- 2. 2つの共振器は、エンドミラーとして1枚の鏡(浮上鏡)を共通にしており、どちらか一方の 共振器は、共振器内のレーザー光路が鏡の基材を通る。

1つ目の特徴により、そのままの構成では透過光を分離することができない。透過光は共振器 内パワーに比例したパワーを持っており、透過光を取り出すことができれば共振器内パワーを 直接評価できる。したがって、透過光をモニターできないことは、本研究の目標の一つである、 $P_{circ L} > P_{circ II}$ を実現させるにあたり、その共振器内パワーの直接的な評価を不可能にしていた。

また、透過光を分離できないことは、技術的な点でも問題を含んでおり、サンドウィッチ型構成が3枚鏡の共振器となっているため、上下共振器を独立には扱えない可能性があった。加えて、 透過光を CCD カメラ等で確認することができないため、共振している空間モードの確証も難し かった。

次に、2 つ目の特徴により、先行研究 [17] では鏡の基材の複屈折の影響が問題となっていた。



図 4.2 先行研究 [17] での、レーザー周波数の変調量に対する反射光量のプロット (図は [17] よ り引用)。共振器内でレーザー光が鏡基材を通ることにより、鏡基材の複屈折の影響を受け、共 振器の共振ピークが偏光ごとに分離した様子を示している。プロットはそれぞれ共振器前の $\lambda/4$ 波長板の回転角を 45 度ずつ変化させており、偏光の状態によってピークの分離の様子が変わる ことを示唆している。

図 4.2 に示すプロットは、レーザー周波数を変化させた時の反射光量を測定すると、本来1つで あるはずの TEM00 モードの共振ピークが2つに分離している様子を示している。共振器前の λ/4 波長板を回すと分離している共振ピークの強度の割合が変わるため、複屈折により偏光に依って 基材内の光路長が異なり、共振ピークが分裂したと考えられた。実際、分裂した共振ピークの間 隔から光路長差を求めると、鏡基材の溶融石英での複屈折の文献値 [37] とオーダーでは矛盾がな かった。

鏡基材の複屈折により共振ピークが分離していることは、共振器が P 偏光と S 偏光を同時には 共振させられないことを意味している。したがって、共振器内パワーを低下させる要因となってお り、これによりサンドウィッチ型構成による復元力が低下し、安定性の実証に至らない原因の一つ となっていた。

4.4.3 先行研究で残された問題の解決方策

先行研究での問題点を踏まえ、以下にその解決方策を示す。

まず、図 4.3 の示すように反射光の読み出し機構を改良することにより、共振器内に入射する レーザー光の偏光が直線偏光となるようにする。先行研究 [16,17] では、一般的によく用いられる 手法である、偏光ビームスプリッターと 1/4 波長板を用いた反射光の読み出しを行なっていた。た だし、共振器内に入射するレーザー光が円偏光となるため、鏡基材の複屈折の影響を避けられな い。共振器内に直線偏光が入射するように改良することにより、まず鏡基材の複屈折の問題を解決 することが可能となる。



図 4.3 反射光読み出し機構の改良。四角内の矢印は偏光の状態を表している。

同時に、直交する直線偏光のレーザー光が互いに干渉しないことを利用して、上下2つの共振器 を独立に扱うことが可能となる。これにより、次に示す方法で透過光を分離することができる。

図 4.4 に示すように、それぞれの共振器内に偏光ビームスプリッターによる折り返しを作る。反 射型の偏光ビームスプリッターは S 偏光のみを反射するが、それぞれの共振器の偏光の向きが直交 するように折り返しのレーザー光路を 90 度ねじれている構成にすると、上下の共振器を偏光によ り独立に扱うことができる。特に、この構成では片側の共振器の透過光はもう一方の共振器内の偏 光ビームスプリッターを通過するため、透過光を観測することができるようになる。



図 4.4 本研究での実験セットアップに組み込んだ透過光の分離方法。

本研究では、実際にこれらの改善策を組み込んだ新たな実験セットアップを構築した。

4.5 実験装置

4.5.1 全体の構成

本実験の実験装置の全体像を図 4.5 に示す。



図 4.5 実験装置の全体図。

ねじれ振り子の端には鏡が取り付けられており、この鏡を浮上鏡に見たて、その上下でサンド ウィッチ型構成の共振器を組んでいる。共振器は、それぞれの透過光をモニターするために、偏光 ビームスプリッターによる折り返しがついている。

レーザー光源から共振器までの光学系を順にみる。今回、ファイバーレーザーを用いており、 シードレーザーから出力されたレーザーはアイソレーターを通ったのち、電気光学変調器 (Electro Optic Modulator; EOM) により位相変調される。その後、ファイバーアンプによりレーザーパワー を増幅し、ファイバーカプラにより 9:1 の分岐比で上側共振器用と下側共振器用の光路に分けられ る。コリメーターにより空間に出力されたレーザー光は反射光を分離するためのアイソレーターを 通り、共振器に入射する。

共振器を共振状態に保つため、反射光量をフォトディテクター (Photodetector; PD) で測定し、復 調した信号を共振器の鏡に取り付けられた圧電素子 (piezoelectric transducer; PZT) およびレーザー 光源のレーザー周波数にフィードバックし、制御している。

また、ねじれ振り子の回転を制御し、共振周波数を測定するため、ねじれ振り子の懸架点付近に 付けられた鏡にレーザー光を当て、その反射光の位置を Position Sensitive Detector (PSD) で検出 することにより、ねじれ振り子の回転角を測定している。PSD の信号を元にコイルに電流を流し、 ねじれ振り子に取り付けられた磁石とコイルによる磁場の相互作用により、ねじれ振り子の位置を フィードバック制御している。

ねじれ振り子、およびコリメーターから共振器への光学系は全て真空槽内にあり、真空に引いた 状態で実験は行った。



実際に真空槽内に構築された実験装置の写真は、図 4.6 および図 4.7 に示している。

図 4.6 実験装置上側の写真 (2 階)。左下に見えるコリメーターから上側共振器用のレーザー光 が出射される。オレンジ色で描かれた線は上側共振器の入射光および反射光の光路を示してい る。反射光はファラデーアイソレーターより分離、取得されている。また赤色で描かれた線は下 側共振器からの透過光を示している。



図 4.7 実験装置下側の写真 (1 階)。右下に見えるコリメーターから下側共振器用のレーザー光 が出射される。赤色で描かれた線は下側共振器の入射光および反射光の光路を示している。また オレンジ色で描かれた線は上側共振器からの透過光を示している。

4.5.2 サンドウィッチ型光共振器

共振器の設計

サンドウィッチ型共振器の幾何的パラメーターを設計する上で、水平方向の復元力が直接依存す るパラメーターは、共振器を成す2枚の鏡の曲率中心間の距離 *a*_I (*I* = L, U) である。浮上鏡の反 射面は下に凸であるため、上側共振器は正の復元力をもたらし、下側共振器は負の復元力をもたら す。復元力が曲率中心間距離に反比例することを考えると、水平方向に正の復元力をもたらすため には、上側共振器の曲率中心間距離を下側共振器よりも十分小さくとることが必要である。本実験 では、図 4.8 に示した共振器長、曲率を採用している。

また、鏡の反射率を含めた、全パラメータは、表 4.1 および 表 4.2 にまとめている。



図 4.8 サンドウィッチ型光共振器の曲率および共振器長に関する設計。ただし、実際には偏光 ビームスプリッターによる折り返しがついている。

		> 0
厚さ	t	6.35 mm
直径	d	12.7 mm
基材 (SiO ₂) の屈折率	n	1.444 @ 1550 nm
浮上鏡の反射率	r^2	> 99.95 %
浮上鏡の裏面の反射率	l^2	< 0.1 %
下側の鏡の反射率	$r_{ m L}^2$	> 99.9 %
上側の鏡の反射率	$r_{ m U}^2$	> 99.9 %
浮上鏡の曲率半径	R	75 mm
浮上鏡の基材側から見た曲率半径	R'=R/n	53 mm
下側の鏡の曲率半径	$R_{ m L}$	100 mm
上側の鏡の曲率半径	$R_{ m U}$	75 mm

表 4.1 共振器を構成する鏡のパラメータ。

		下側共振器 (I = L)	上側共振器 (I = U)
共振器長	L_I	75 mm	125.5 mm
曲率中心間距離	a_I	50 mm	2.5 mm
フィネス	\mathcal{F}_{I}	4200	1800
モードマッチング率	M_I	> 50 %	> 50 %
入射パワー	P_I	0.2 W	1 W
共振器内パワー	$P_{\operatorname{circ},I}$	180 W	160 W
バネ定数	F_I/a_I	$-2.4\times10^{-5}~\mathrm{N/m}$	$4.4\times10^{-4}~\mathrm{N/m}$

表 4.2 共振器の設計。

サンドウィッチ型構成では、片側の共振器は光が浮上鏡の基材側を通るため、損失が大きくなり フィネスが小さくなる。光輻射圧は下側共振器側の方が大きい必要があるため、浮上鏡の反射面は 下面とし、その結果上側共振器はフィネスが基材の損失分小さくなる。したがって、十分な水平方 向の復元力を得るため、入射パワーは上側共振器の方が大きい値に調整してある。なお、基材の損 失が大きいため、共振器内パワーを高くするためにインプットミラー側の反射率を高くしてフィ ネスをあげることは入射光量を減らす効果が優勢になり適切ではない。以上の点をふまえて、イン プットミラーの反射率は上下共振器とも共通にし、フィネスは共振器のアラインメントが技術的に 難しくならない程度 (< 1000) に高くなるよう設計した。

また、モードマッチング率についても、アラインメントが難しくない範囲で 50% 以上を要求値 とした。モードマッチング率の定義については補遺 B を参照のこと。

入射光学系

シードレーザーとして、NKT Photonics 製のファイバーレーザー Koheras AdjustiK C15 を使用 した。レーザー波長は 1550 nm で、最大出力は 10 mW である。また、本実験ではフィードバック 制御にレーザー周波数の変調も用いているが、このレーザー光源の変調効率は 13 MHz/V である。

また、ファイバーアンプとして、NKT Photonics 製の Koheras Boostic HPA を使用した。この ファイバーアンプにより、レーザーパワーを最大2W まで増幅可能である。

ファイバーにより真空槽内に導入されたレーザー光は、コリメーターにより空間へ入射する。上 側共振器用のコリメーターは Thorlabs 製の F240APC-1550 であり、そのビームプロファイルの測 定結果を図 4.9 に示す。下側共振器用のコリメーターは Newport 製の F-COL-9-15-FCAPC であ り、そのビームプロファイルの測定結果を図 4.10 に示す。



図 4.9 上側共振器用コリメーターのビームプロファイル。横軸はコリメーターからの距離、縦 軸はビーム半径を表す。点は測定点を、曲線はフィッティングした結果を表示している。



図 4.10 下側共振器用コリメーターのビームプロファイル。横軸はコリメーターからの距離、縦 軸はビーム半径を表す。点は測定点を、曲線はフィッティングした結果を表示している。

また、レーザー光を真空槽内に導入するためのファイバーフィードスルーは、市販のものがハイ

パワーレーザーに対応していないため、図 4.11 に示す自作したものを使用している。これはアク リル製のフィードスルーにすり鉢状の穴をあけ、フッ素ゴム栓をはめこむ形をしている。ゴム栓 には穴をあけ、Thorlabs 製のファイバーケーブル P3-1550PM-FC-1 を通している。ゴム栓部では、 ファイバーケーブルの被膜を取り除き、真空対応のエポキシ接着剤 (VARIAN TS10) でゴム栓内の 穴を埋めることで、10³ Pa 程度の真空を保つことができるようになっている。





図 4.11 ファイバーフィードスルーの写真。

共振器長の信号取得

本実験では、アイソレーターを用いて反射光を取得している。アイソレーターを使うことによ り、共振器へ入射するレーザー光を直線偏光に保つことができる。直線偏光のレーザー光を使用す ることにより、上下の共振器を直交した偏光を用いて独立に扱うことが可能となる。特に、偏光 ビームスプリッターを共振器内に組み込むことにより、透過光を取り出すことが可能となる。また 同時に、共振器内での鏡基材の複屈折により、共振ピークが偏光ごとに分離してしまう問題を解決 することができる。

反射光量をフォトディテクターで測定し、電気信号として取り出している。ただし、反射光量 は、共振点付近では共振器長に対して対称的である。共振器を共振状態に制御しようとする場合、 共振点からのずれを線形的な信号として取り出す必要がある。そこで、Pound-Drever-Hall法 (PDH 法) [38] と呼ばれる方法を用いて共振点に対する共振器長変動の信号を取得する。

PDH 法では、レーザー光に位相変調をかけ、取得した反射光量の信号を変調した信号と同じ周 波数の信号で復調することで、共振ピーク付近で線形な信号を得ることができる。

本実験でレーザー光に位相変調をかけるために使用した電気光学変調器 (Electro Optic Modulator; EOM) は、EOspace 製の PM-0K5-00-PFA-PFA-UL-S であり、位相変化効率は、加えた電圧に対し て $\pi/4$ rad/V である。変調信号には、周波数 15 MHz で電圧 0.4 V_{pp} の信号を用いた。この時、変 調指数 m は m = 0.16 であり、1 よりも十分小さい値となるよう選んでいる。

なお、EOM 前のファイバー内で偏光が回ると、PDH 信号のオフセットとなって現れる。温度変 化によりファイバーの特性が変動し、偏光が揺らぐことで、PDH 信号が揺らいでしまう現象が起 きたため、EOM およびその直前のアイソレーターは、図 4.12 のように発泡スチロールの箱内に入 れている。



EOM の写真

アイソレーター の写真

図 4.12 ファイバーフィードスルーの写真。

発泡スチロールに入れた EOM と アイソレーター

アクチュエーター

共振器を共振状態に保つようにフィードバック制御をする際のアクチュエーターとして、共振器 の鏡に取り付けられたピエゾ素子(図 4.13)と、レーザー光源の周波数変調を用いている。

ピエゾ素子には NEC TOKIN 製の AE0203D08DF を用いている。このピエゾ素子は可動レンジ が 9 μm あり、共振器長を制御するためには十分なレンジを持っているが、4 kHz 付近に共振を 持っているため、高周波帯の制御を行うことができない。そこで今回、広い周波数帯で制御を行う ため、レーザー周波数にもフィードバック信号を返し、高周波帯の制御ゲインをあげている。



図 4.13 インプットミラーに取り付けられたピエゾ素子。緑色の円柱状のピエゾ素子が、アル ミニウムのミラーホルダーに 3 本付いている。

透過光のモニター

透過光は、向かいの共振器内の偏光ビームスプリッターを通過し、フォトディテクターで検出される。透過光をモニターするフォトディテクターのキャリブレーション結果を図 4.14 に示す。ただし、フィッティングは使用するレンジである入射光が 8 mW までの区間で行った。結果、上側共振器用のフォトディテクターは 1.53 × 10³ V/W、下側共振器用のフォトディテクターは 1.47 × 10³ V/W の効率と測定された。



図 4.14 透過光モニター用のフォトディテクターのキャリブレーション結果。上のグラフは上 側共振器用のフォトディテクター、下のグラフは下側共振器用のフォトディテクターの結果で ある。

4.5.3 ねじれ振り子

ねじれ振り子の設計

ねじれ振り子は、ねじれる回転の方向に低い共振周波数を持つことが特徴である。これは、微小 な力に感度を持つことを意味する。



図 4.15 ねじれ振り子の概要図。

ねじれ振り子の本体はアルミニウムで作成されている。腕の端には直径 0.5 インチの鏡をはめ込 み固定している。懸架点から 35 mm の点には、コイルマグネットアクチュエーター用のネオジム 磁石が接着されている。また、左右のバランスを取るために、ねじで位置を固定できるカウンター ウエイトが左右1つずつ付いている。振り子は直径 25 μm のタングステン製のワイヤーで懸架されている。懸架点近くの中央部には、オプティカルレバー用のアルミニウムミラーが取り付けられている。

ねじれ振り子を設計した際のパラメーターは、表 4.3 にまとめた。

H	180 mm
L	85 mm
d	4.5 mm
m	18.4 g
$I_{\rm yaw, \ roll}$	$1.06 imes 10^{-4}~\mathrm{kg}~\mathrm{m}^2$
$I_{\rm pitch}$	$4.74\times10^{-7}~\mathrm{kg}~\mathrm{m}^2$
l	105 mm
a	$25~\mu{ m m}$
n	166 GPa
	H L d m I _{yaw, roll} I pitch l a n

表 4.3 ねじれ振り子のパラメータ。

各自由度におけるねじれ振り子の共振周波数は以下のようになる。

$$f_{\rm YAW} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi n a^4}{2l I_{\rm yaw}}} \tag{4.3}$$

$$f_{\rm ROLL} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I_{\rm roll}}} \tag{4.4}$$

$$f_{\rm PITCH} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I_{\rm pitch}}} \tag{4.5}$$

$$f_{\rm LONG} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{4.6}$$

したがって、本実験で使用するねじれ振り子の、各自由度に対する共振周波数の設計値は、表 4.4 に示す値となる。加えて、共振器の設計と合わせて、ねじれ振り子の YAW 回転の共振周波数は、 サンドウィッチ型構成由来の復元力により、光輻射圧がはたらく状態では 15 mHz から 35 mHz へ 上昇する設計である。

共振周波数が小さいほど、その自由度の復元力が小さいことを意味するので、サンドウィッチ型 構成による微小な水平方向の復元力を検証するためには、振り子自身の YAW 方向の復元力が十分 小さい必要がある。したがって、引っ張り強度の高いタングステンワイヤーを使用している。タン グステンワイヤーの引っ張り強度は 100 kg/mm² であり、半径 25 μm の時、強度は約 200 g であ る。振り子の質量は 18.4 g であり、十分な強度となっている。

表 4.4 ねじれ振り子の共振周波数の設計値。

$f_{\rm YAW}$	15 mHz
$f_{\rm ROLL}$	0.88 Hz
$f_{\rm PITCH}$	11 Hz
f_{LONG}	1.5 Hz

また、ねじれ振り子の YAW 回転以外の自由度に対してダンピングを導入し安定させるため、ね じれ振り子中央部の下方にはダンピング用マグネットが設置されている。そのため、ねじれ振り子 には磁性体を使用していないが、一時ねじれ振り子がわずかに磁化してしまい、共振周波数が正常 に測定できなくなったことがあった。その際には、ホーザン製の消磁器 HC-33 を使用し、ねじれ 振り子を消磁することで問題は解決した。

オプティカルレバー

ねじれ振り子の YAW 回転を読み取るため、オプティカルレバーを用いている。振り子の中央に は鏡が取り付けられており、その鏡でオプティカルレバー用のレーザー光を反射している。その 反射光の位置を Position Sensitive Detector (PSD) を用いて測定する。PSD は、PSD 上のビームス ポットの位置に比例した信号を出力する。ねじれ振り子が YAW 方向に回転するのに応じて、反射 光の角度が変わり PSD 上のビームスポットが移動するので、回転角に比例した信号を取得できる。

図 4.16 は、PSD のキャリブレーションを行なった結果である。使用する線形な領域での、ビームスポットの変位に対する出力の関係は表 4.5 にまとめた。

本研究ではねじれ振り子の YAW 回転を読み取りたいため、YAW 回転による浮上鏡の変位に対 するオプティカルレバーのセンサー効率を求めておく。ねじれ振り子中央に取り付けられているオ プティカルレバー用の鏡から PSD までのレーザーパスの、水平面に射影した時の長さは 99 cm で あった。今、振り子に取り付けられた浮上鏡とオプティカルレバー用の鏡の間の距離は 85 mm な ので、浮上鏡の変位に対する PSD のセンサー効率 *S* は

9

×(オプティカルレバーのパスの長さ) (4.8)

$$= \frac{2}{85 \text{ mm}} \times 99 \text{ cm} \times 1.98 \text{ V/mm}$$
(4.10)

$$=4.6 \times 10^4 \,\mathrm{V/m}$$
 (4.11)

となる。



図 4.16 Position Sensitive Detector のビームスポットに対する出力特性。

. 4.3	r osmon s	USITION SENSITIVE Detector 0944970 29		
		X 方向	<i>Y</i> 方向	
	X ch.	1.98 V/mm	0.0121 V/mm	
	Y ch.	0.00 V/mm	1.80 V/mm	

表 4.5 Position Sensitive Detector のキャリブレーション結果。

オプティカルレバー部の実際の写真が図 4.17 である。





[a] レーザー光源から真空槽内のねじれ振り子に [b] ねじれ振り子の中央部にオプティカルレバー 向かうオプティカルレバー入射光学系。 用のアルミミラーが付いている。

図 4.17 オプティカルレバー部の写真。

コイルマグネットアクチュエーター

ねじれ振り子には両腕にそれぞれネオジム磁石が取り付けられており、そのネオジム磁石に向き 合う位置にコイルが設置されている。コイルに流した電流に比例した力がねじれ振り子に働くこと でアクチュエーターとして機能している。フィードバック制御する際には、フィードバック信号を 電流に変換してコイルに流すことで、ねじれ振り子の位置を制御できる。

コイルマグネットアクチュエーター部分の実際の写真は図 4.18 である。



図 4.18 ねじれ振り子制御のためのコイルマグネットアクチュエーター。

第5章

実験結果

本研究では、今回セットアップを新たにし、透過光をモニターできる形で光学系を構築した。 水平方向の安定性の原理実証に向けて、現在は支配的な復元力を生む上側共振器にレーザー光を

入れて実験を行なっており、ねじれ振り子と上側共振器の制御に成功している。

以下の節では、ねじれ振り子と上側共振器の特性評価の結果について述べたのち、上側共振器を 制御し、水平方向の復元力が生じる状態でのねじれ振り子の共振周波数測定による安定性の検証に ついて結果を述べる。

5.1 ねじれ振り子の特性評価

5.1.1 ねじれ振り子の制御と共振周波数測定

ねじれ振り子の回転角を制御し、制御系のオープンループ伝達関数を測定した。ただし、測定時 には共振器にレーザー光は入れておらず、ねじれ振り子の共振周波数を測定している。測定結果を 図 5.1 に示す。



図 5.1 ねじれ振り子のオープンループ伝達関数測定結果。

ねじれ振り子の YAW 方向の共振周波数は、3 回測定した結果、

$$21.2 \pm 0.2 \text{ mHz}$$
 (5.1)

と求まった。

なお、ねじれ振り子を自由に回転させて、その回転をオプティカルレバーで観測しながら周期を 測定した予備測定では、共振周波数は 21.4 ± 0.2 mHz と測定されており、オープンループ伝達関 数による測定結果と矛盾しない。

測定された共振周波数は、設計値の 15 mHz とは不確かさの範囲を超えてずれた値となったが、 本実験ではサンドウィッチ型構成によって生じる新たな復元力を共振周波数のシフトとして観測す るので、レーザー光と入れた状態と入れてない状態で共通して生じる外力等による影響は検証の結 果に影響しない。

5.2 共振器の特性評価

共振器の共振器内パワー P_{circ} は、入射光パワー P_{in} に対して

$$P_{\rm circ} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa} M P_{\rm in} \tag{5.2}$$

と表される。ここで、*M* はモードマッチング率を表し、入射光パワーのうち共振する TEM00 モードの割合を表している。したがって、共振器の入射光を増幅する性能をみるには、これらのパラ メーターを評価すればよい。

また、サンドウィッチ型構成がもたらす光輻射圧由来の水平方向バネ定数 khor は

$$k^{\rm hor} = \frac{1}{a} \frac{2P_{\rm circ}}{c} \tag{5.3}$$

であるから、共振器の曲率中心間の距離 a の評価と合わせてバネ定数を評価できる。

以下の節では、まず入射光のパワーに対する共振器内パワーの増幅率

$$\frac{P_{\rm circ}}{P_{\rm in}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\rm in}}{\kappa} M \tag{5.4}$$

を求めるため、

- フィネス F
- モードマッチング率 M
- $\kappa_{\rm in}/\kappa$

を評価した結果を順に述べる。その後、共振器をなす鏡の曲率中心間の距離 a の評価結果について 述べる。

なお、フィネス、モードマッチング率、曲率中心間距離の評価には、キャビティスキャンの結果 を利用した。キャビティスキャンとは、レーザー光の周波数、あるいは共振器長を変化させなが ら、その透過光の光量の変化を観測することである。今回、共振器のインプットミラーに取り付け られたピエゾ素子に三角波信号を流し、共振器長を三角波の形で変化させることによりキャビティ スキャンを行った。

キャビティスキャンの結果は、図 5.2 に示した通りである。



図 5.2 キャビティスキャンの結果。

5.2.1 フィネスの測定

フィネスはフリースペクトラルレンジ VFSR と、共振ピークの半値全幅 VFWHM の比として

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} \tag{5.5}$$

として定義された。したがって、キャビティスキャンの結果から直接フリースペクトラルレンジと 共振ピークの半値全幅を評価することによりフィネスを評価した (図 5.3)。



図 5.3 キャビティスキャンによる、共振ピークの観測。

測定の結果、フィネスは

$$\mathcal{F} = 660 \pm 50 \tag{5.6}$$

と求まった。

フィネスの測定にあたっては、キャビティスキャン時のピエゾ素子の伸縮の線形性のずれや外乱 の影響を抑えてフィネスを評価するために、1 つのフリースペクトラルレンジの区間内で1 セット のフリースペクトラルレンジとピークの半値全幅を測定し、式 5.5 に従いフィネスを求め、同様の 測定を 10 回繰り返すことにより統計をためて評価した。

測定結果の 660±50 という値は、設計値の 1800 と比較して小さな値となっており、共振器内での光の損失が設計よりも大きいことを意味している。

5.2.2 モードマッチング率の評価

モードマッチング率は、共振器内で共振する TEM00 モードの光量の割合を表している。キャビ ティスキャンを行うと、TEM00 以外の高次モードは位相が異なるため、TEM00 モードとは異なる 周波数で共振しピークとなって現れる。 したがって、モードマッチング率 M は

$$M = \frac{\text{TEM00 モードの共振ピークの光強度}}{\text{全モードの共振ピークの光強度の和}}$$
(5.7)

として求めることができる。

5回の測定の結果、モードマッチング率は

$$M = 67.3 \pm 0.1\% \tag{5.8}$$

と求まった。設計値の 50% と比べて、十分なモードマッチング率を達成した。

5.2.3 _{*k*in}/*k* の評価

 κ_{in}/κ は、共振器内を光が往復するときに、インプットミラーでの損失の割合を示す指標である。 κ_{in}/κ は共振時の反射光量 P_r と入射光量 P_{in} の比から求めることができる。

$$\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}} = \left(1 - 2\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa}\right)^2 \tag{5.9}$$

であるので、この 2 次方程式を解くことにより κ_{in}/κ を決定できる。ただし、方程式を解くにあたり、上側共振器は設計から、 $\kappa_{in}/\kappa < 1/2$ の under coupling であると推察されるので、

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_{\rm r}}{P_{\rm in}}} \right) \tag{5.10}$$

と2次方程式の解の符号をとっている。

今回の測定では、共振器のモードマッチングが完璧でないことを補正するため、実際に測定され た反射光量をモードマッチング率 *M* で割り、モードマッチング率が 100% である時の *P*_r を推定し て求めている。また、*P*_{in} についても、フィネスが十分大きい値であるとして、反共振時の反射光 量から *P*_{in} を推定している。

5回の測定を行なった結果

$$\frac{\kappa_{\rm in}}{\kappa} = 0.0336 \pm 0.0003$$
 (5.11)

と求まった。

5.2.4 曲率中心間距離の評価

曲率中心間距離は、キャビティスキャンの結果から Gouy 位相 ζ を求めることで評価している。 Gouy 位相は TEM00 モードと高次モードとの位相差として現れる。今回、レーザー周波数を変化 させた時の、TEM00 モードと TEM10(TEM01) モードの共振ピークの間隔 ν_{ζ} が

$$\zeta = 2\pi \frac{\nu_{\zeta}}{\nu_{\rm FSR}} \tag{5.12}$$

と Gouy 位相と関係付いていることから、キャビティスキャンの結果より ν_{ζ}/ν_{FSR} を測定し Gouy 位相を求めている。

Gouy 位相と曲率中心間距離の関係式については、以下のようになる。まず、Gouy 位相 ζ は共振器を成す2つの鏡の反射面の曲率 R_1 、 R_2 と共振器長Lを用いて

$$\zeta = 2 \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)}$$
(5.13)

と表せる。曲率の *R*₁ および *R*₂ は使用した鏡のスペックから既知のものとして、Gouy 位相を測 定することにより共振器長 *L* が決定できることがわかる。ここで、

$$L = R_1 + R_2 - a \tag{5.14}$$

であるので、 $L \ge a$ は未知の自由度としては等価である。したがって、改めて Gouy 位相 ζ と 曲率 中心間距離 a の関係を書くと、

$$\cos\frac{\zeta}{2} = \sqrt{\left(1 - \frac{R_1 + R_2 - a}{R_1}\right)\left(1 - \frac{R_1 + R_2 - a}{R_2}\right)}$$
(5.15)

であり、

$$a^{2} - (R_{1} + R_{2})a + R_{1}R_{2}\left(1 - \cos^{2}\frac{\zeta}{2}\right) = 0$$
(5.16)

と a の 2 次方程式として関係がつく。したがって

$$a = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) - \frac{1}{2}\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 4R_1R_2\left(1 - \cos^2\frac{\zeta}{2}\right)}$$
(5.17)

$$= \frac{1}{2}(R_1 + R_2) - \frac{1}{2}\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 4R_1R_2\left(1 - \cos^2\frac{\pi\nu_{\zeta}}{\nu_{\rm FSR}}\right)}$$
(5.18)

(5.19)

となる。

1 つのフリースペクトラルレンジの領域からフリースペクトラルレンジ ν_{FSR} と Gouy 位相 ν_{ζ} を 測定して中心曲率間距離 a を求めることを 10 回繰り返すことで統計をため、

$$a = 2.3 \pm 0.3 \text{ mm}$$
 (5.20)

と求まった。曲率中心間距離は、設計値の 2.5 mm に合わせて適切に調整されていることを示す結 果となった。

5.3 サンドウィッチ型構成による復元力の観測

5.3.1 共振器の制御

ねじれ振り子を制御した状態で上側共振器を制御し、上側共振器を共振状態に保つことに成功した。今回、広い周波数帯域で制御するため、PDH 法により得られたエラー信号をレーザー周波数 と鏡に取り付けられたピエゾ素子の両方に返す階層制御を行っている。

上側共振器の制御に成功した時の各信号の時系列データを図 5.4 に示す。上から順に、透過光、 反射光、レーザー周波数へのフィードバック信号、ピエゾ素子へのフィードバック信号をプロット している。



図 5.4 共振器をフィードバック制御した時の、各信号の時系列データのプロット。上から順に、 透過光、反射光、レーザー周波数へのフィードバック信号、ピエゾ素子へのフィードバック信号 をプロットしている。

-1.9 秒付近で、制御がかかり、以降共振器が共振状態に保たれている。制御がかかり共振器が共振すると、透過光が最大化し信号として現れ、その分反射光が減少している様子がみえる。また、フィードバック信号をみると、低周波の1Hz程度の揺らぎは主にピエゾ素子がフィードバックし、高周波成分はレーザー周波数の変調によりフィードバック制御されていることが時系列データからもわかる。

次に、共振器の制御に成功したので、制御ループの特性を明らかにするためオープンループ伝達 関数の測定を行った。階層制御のブロックダイアグラムは、図 5.5 にようになっている。



図 5.5 上側共振器のフィードバック制御のブロックダイアグラム。

本実験の共振器制御において PDH 法によるエラー信号と、レーザー周波数を変調するレーザー 内のピエゾ、共振器長を操作する鏡に取り付けられたピエゾ共に、その伝達関数は制御する帯域で はフラットな周波数特性を示す。フィルターのデザインについては、レーザー周波数制御側 (F1) は3 Hz に極をもつ1次のローパス、共振器制御側 (F2) は3 Hz に極をもつ2次のローパスとなっ ている。低周波領域では、レンジの広い鏡に取り付けられたピエゾにより制御を行うため、共振器 長制御の方がゲインが高く、かつピエゾの共振を避けるため、高周波領域で2次の特性でゲインを 下げている。高周波領域で、共振器制御に代わり、レーザー周波数制御を主に行うために、F1 は 1次のローパス特性となっている。

オープンループ伝達関数の測定結果を図 5.6 に示す。制御ループ内の測定箇所により、それぞ れ G1 + G2、G1/(1 + G2)、G2/(1 + G2)が測定できる (図 5.5)。今回、全体の制御ゲインが高 かったため、100 Hz 以下の領域では直接 G1 + G2 を測定することができず、G1/(1 + G2) および G2/(1 + G1)を測定することにより、その結果から $G1 \ge G2$ を求めている。



図 5.6 共振器のオープンループ伝達関数の測定結果。

共振器のオープンループ伝達関数の測定結果を確認すると、実際に 45 Hz 付近までは共振器長制 御のゲインが高く、以降はレーザー周波数制御のゲインが高くなっていることがわかる。

制御の安定性について考えると、2 つの制御ループのゲインが等しくなる 45 Hz 点では、2 つの 制御ループの相対的な位相差は 90 度であり、不安定となる 180 度と比べて十分離れた値だと言え る。また、全体としての制御ループの、UGF での位相余裕は 45 度程度あり、十分安定だと言える。 したがって、オープンループ伝達関数の測定結果は、共振器の安定な制御が行えていることを示し ている。

5.3.2 サンドウィッチ型構成による復元力の検証

サンドウィッチ型構成による復元力を検証するため、上側共振器を制御した状態でねじれ振り子の制御系のオープンループ伝達関数を測定した。測定結果を図 5.7 に示す。



図 5.7 上側共振器を制御した状態でのねじれ振り子のオープンループ伝達関数測定結果。

上側共振器を制御した状態でのねじれ振り子の YAW 方向の共振周波数は、3 回測定した結果、

$$21.6 \pm 0.6 \text{ mHz}$$
 (5.21)

と求まった。元のねじれ振り子の共振周波数は 21.2 ± 0.2 mHz であるので、今回有意な大きさで 共振周波数のシフトを検出することはできなかった。

5.3.3 透過光モニターによる共振器内パワーの評価

共振器を制御した時の共振器内パワーの評価は、透過光強度をモニターすることにより行うこと ができる。

本実験で構築した、偏光ビームスプリッターによる折り返しのあるサンドウィッチ型の共振器で は、片側の共振器の透過光は向かい側の共振器内の偏光ビームスプリッターを透過したのち、透過 光用のフォトディテクターで検出される。したがって、偏光ビームスプリッターの透過率を t_{PBS} と すれば、

$$P_{\rm circ} = \frac{1}{t^2} P_{\rm t} = \frac{1}{t^2} \frac{1}{t_{\rm PBS}^2} P_{\rm PD}$$
(5.22)

となる。ここで、浮上鏡の透過率は*t* である。また、浮上鏡直後の透過光の強度を *P*t とし、その後 偏光ビームスプリッターを通過したフォトディテクター直前のビームの強度を *P*pD とした。

浮上鏡と偏光ビームスプリッターの透過率を、前後のビームの強度をフォトディテクターで測定 することにより求めた結果を表 5.1 に示す。

表 5.1 浮上鏡と偏光ビームスプリッターの透過率。

	スペック値	測定值
浮上鏡 t^2	0.05%	0.0532(2)%
偏光ビームスプリッター t_{PBS}^2	95%	96(2)%

今回、共振時の透過光強度は 2.4±0.1 V であったので、共振器内パワーは

$$P_{\rm circ} = 3.1 \pm 0.1 \,\,{\rm W} \tag{5.23}$$

と見積もられる。

また、比較のため共振器の特性評価の結果から共振器内パワーを見積もる。入射パワーをパワー メーターで測定し、500±20 mW という結果を得たので、共振器内パワーは共振器の増幅性能から

$$P_{\text{circ}} = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \frac{2\kappa_{\text{in}}}{\kappa} M P_{\text{in}}$$
(5.24)
= $\frac{660 \pm 50}{\pi} \times (2 \times (0.0336 \pm 0.0003)) \times (0.673 \pm 0.001) \times (500 \pm 20 \text{ mW})$ (5.25)
= $4.8 \pm 0.4 \text{ W}$ (5.26)

と見積もられる。透過光モニターによる評価 3.1±0.1 W と有意に異なる値となっているため、い ずれかの評価に今回考慮しきれていない未知の不確かさが存在している。ただし、共振器の特性評 価の結果の不確かさは、キャビティスキャンの結果の統計的な振る舞いに起因する不確かさであ り、一方透過光のキャリブレーションエラーは系統的な不確かさである点に留意する必要がある。 今後共振周波数シフトが観測され、透過光量と共振周波数シフトの関係が複数の点で測定できれ ば、フィッティングによりキャリブレーションファクターを決定できるので、透過光から共振器内 パワーの対応は1%程度以下の精度を得られると考えられる。

また、今回ねじれ振り子のオープンループ伝達関数測定時に、ねじれ振り子の振動に伴いモード マッチング率が低下、透過光量が減少する現象がみられた。この問題については、次章、6.1.2 節 にて議論する。

次に、共振器内パワーが 3.1 ± 0.1 W の時のねじれ振り子の共振周波数を確認する。ねじれ振り 子自身の YAW 方向のバネ定数を、浮上鏡の変位に対して k^{YAW} とすれば

$$k^{\rm YAW} = \frac{I_{\rm yaw} (2\pi f_{\rm YAW})^2}{L^2}$$
(5.27)

となる。ただし、f_{YAW} はねじれ振り子の元の共振周波数であり、L はねじれ振り子の重心から鏡 までの距離である。今回の共振周波数 f_{YAW} の測定結果より

$$k^{\rm YAW} = (2.60 \pm 0.06) \times 10^{-4} \,\mathrm{N/m}$$
 (5.28)

と求まる。共振器により水平方向に新たに復元力が生じ、そのバネ定数が k^{hor} とすると、ねじれ振り子の実効的な共振周波数 f_{YAW}^{eff} は

$$f_{\rm YAW}^{\rm eff} = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k^{\rm YAW} + k^{\rm hor}}{I_{\rm yaw}}}$$
(5.29)

へと高くなる。今回の共振器内パワー Pcirc と曲率中心間距離 a の測定結果より

$$k^{\rm hor} = \frac{1}{a} \frac{2P_{\rm circ}}{c} \tag{5.30}$$

$$= (9 \pm 1) \times 10^{-6} \,\mathrm{N/m} \tag{5.31}$$

となるので、

$$k^{\text{YAW}} + k^{\text{hor}} = (2.69 \pm 0.06) \times 10^{-4} \text{ N/m}$$
 (5.32)

である。

したがって、実効的な共振周波数は

$$f_{\rm YAW}^{\rm eff} = 21.5 \pm 0.2 \,\,{\rm mHz}$$
 (5.33)

に上昇したと見積もられる。これは、共振器を制御した時の共振周波数の測定精度では、有意には 検証できない共振周波数シフトである。

実験結果をまとめ、設計値との比較をすると表 5.2 のようになる。

		設計値	測定値
入射パワー	$P_{\rm in}$	1 W	$500\pm20~\mathrm{mW}$
フィネス	${\cal F}$	1800	660 ± 50
モードマッチング率	M	50%	$67.3\pm0.1\%$
$\kappa_{ m in}/\kappa$	$\kappa_{ m in}/\kappa$	0.29	0.0336 ± 0.0003
共振器内パワー	$P_{\rm circ}$	160 W	$3.1\pm0.1~\mathrm{W}$
曲率中心間距離	a	$2.5 \ \mathrm{mm}$	$2.3\pm0.3~\mathrm{mm}$
水平方向バネ定数	k^{hor}	$4.4 imes 10^{-4} \ \mathrm{N/m}$	$(9\pm1)\times10^{-6}~{\rm N/m}$

表 5.2 実験結果に対する設計値と測定値の比較。

また、実験結果として得られたバネ定数を、先行研究 [17] の結果とともにプロットしたものが 図 5.8 である。



図 5.8 ねじれ振り子にはたらく復元力のバネ定数の測定結果。共振器に光を入射した場合と、 入射していない場合の、光輻射圧によるバネ定数をプロットしている。また、曲率中心間距離の 測定結果から見積もられる、共振器内パワーに対するバネ定数を表示している。

本研究では、先行研究に比べ、透過光を直接モニターしたことにより、共振器内パワーの不確か さが減少している。また、ねじれ振り子の共振周波数測定の再現性が向上したことにより、バネ定 数の不確かさも減少している。

第6章

考察と今後の展望

6.1 共振周波数シフト観測へ向けての改善方法

まず、有意に共振周波数シフトが観測できる最小の水平方向バネ定数 k^{hor} を計算しておく。共振 周波数測定の不確かさは、今回の実験結果と同等だと仮定する。すなわち、ねじれ振り子自体の共 振周波数は 21.2 ± 0.2 mHz であり、共振周波数シフト後の測定結果には ± 0.6 mHz の不確かさが 伴うとする。このとき、上側共振器に光を入れた状態でのねじれ振り子の共振周波数が 22.0 mHz より高ければ、共振周波数シフトを有意に観測できる。これだけの共振周波数シフトをもたらす水 平方向バネ定数 k^{hor} は

$$k^{\rm hor} = 2.0 \times 10^{-5} \,\,{\rm N/m} \tag{6.1}$$

と計算される。したがって、今回の測定値は $k^{hor} = (9 \pm 1) \times 10^{-6} \text{ N/m}$ であるから、2 倍の改善 により、有意に共振周波数シフトが観測できることが示唆されている。

水平方向のバネ定数を2倍にするためには、今回設計値に至らなかった入射パワー、フィネス、 κ_{in}/κ のいずれか、あるいは組み合わせが2倍の値となればよい。

次の節ではこれらのパラメーターの改善案について述べる。

6.1.1 共振器内パワーの向上

入射光量のハイパワー化

本研究では、レーザー光源にファイバーレーザーを使用しており、ファイバー同士の結合に FC/APC と呼ばれる規格のコネクタを使用している。

ただし、FC/APC コネクタのような、ファイバ端面の接触によるコネクションは、コネクタ部で 生じる光損失が無視できなく、特に1W クラスのハイパワーレーザーを使用するときは、端面が 損傷する可能性がある。

今回はレーザー光の取り回しの利便さからコネクタ接続を採用しているが、現在の入射光量である 500 mW を、これからさらにハイパワー化する場合には、このコネクタ部の改善を考える必要がある。以下に 3 点、今後の改善案を述べる。

まず、1つ目の案は、ファイバーフィードスルーを通して真空槽にレーザー光を導入することを やめ、ファイバーアンプ直後にコリメーターによりレーザー光を空間へ出射させ、以降空間光のま ま真空槽内のセットアップまでレーザー光を導入するという案である。入射部のセットアップは変 更、追加する必要があるものの、コネクタの問題がなくなり、ハイパワーレーザーを導入すること が可能になる。

2 つ目の案は、ファイバーキャップの導入である。ファイバーキャップとは、ファイバーのコ ア部分と同じ素材でできた円筒状のキャップをファイバー端面に取り付けるもので、ファイバー キャップがついた端面同士をコネクタで接続することができる。ただし、ファイバーキャップ部に おいて、コアから広がった光は、端面では十分大きなウエストになっているため、接続部で単位面 積あたりの光量を下げることができ、よりハイパワーのレーザー光を損傷なく接続できるように なる。

3 つ目の案は、ファイバー同士を融着接続することである。コネクタの代わりに、融着してしま うことで、コネクタを排除し、損失を小さくできる。コネクタによる付け外しができなくなるため、 利便性は低下するものの、今のセットアップを概ね崩すことなくそのままハイパワーに対応させる ことができる。

コネクタ接続の問題が改善すれば、入射光量を現在の値の2倍である1Wまで向上させること が可能である。

鏡特性の改善

共振器の特性評価の結果より、フィネス F および κ_{in}/κ が設計値よりも小さく、合わせると共振器内パワーを設計の 1/24 に減少させているファクターとなっている。この 2 つのパラメーターは、鏡の反射率と共振器内での光損失によって決定する。共振器の特性評価の結果から、共振器内の反射面以外での損失は、(0.87±0.07)% であり、これは、AR コーティングでの損失のスペック値 0.2% よりも大きく、想定していなかった損失の存在を示している。

例えば、鏡表面が汚れていると大きな光損失となる可能性がある。ただし、Photonic Cleaning Technologies 製のオプティクス用クリーナー First Contact による共振器用鏡のクリーニングをす でに 2 回試みたが、改善は見られなかった。また、予備の新品の鏡に交換も行なったが、同様に改善は見られなかった。

また、使用した鏡の基材は合成石英であるが、一般に合成石英は波長 1.38 μm 付近に吸収をもつ ので、その吸収ピークの裾野が影響して今回使用した波長 1.55 μm のレーザー光を一部吸収してい る可能性もある。その場合、広く赤外域で吸収ピークのない無水合成石英を鏡基材に選ぶことによ り、問題を解決できる。

本実験で使用した鏡は、先行研究 [16,17] でも使用された物であるが、先行研究でも同様に本研 究程度にフィネスが設計値以下になる問題が生じているため、鏡自体の性能を調べ、必要であれば 新規鏡への交換を検討したい。

6.1.2 浮上鏡が水平に移動したときのモードマッチング率の低下について

今回、共振器を制御した状態でねじれ振り子のオープンループ伝達関数を測定しようとねじれ振 り子を YAW 方向に揺らすと、それに伴い共振器のモードマッチング率が低下してしまう現象が見 られた。図 6.1 は、オープンループ伝達関数測定時の透過光モニターの出力をプロットしたもので ある。このとき、10 mHz でねじれ振り子を振動させており、実際 10 mHz で透過光量が減少する 様子が見られる。

共振器のモードマッチング率が低下すると、共振器内パワーが揺らぐこととなり、すなわち光輻 射圧による復元力が揺らぐため、光輻射圧が効いた状態でのねじれ振り子の共振周波数測定時、不 確かさが増加してしまった一因であると考えられる。



図 6.1 ねじれ振り子のオープンループ伝達関数測定時の透過光モニター出力。

この現象について考えるため、以下では浮上鏡が水平方向に動いた時のモードマッチング率の低 下を理論的に計算する。

基本モードの光が、ビームウエスト位置が δx だけずれており、光軸が $\delta \theta$ だけ傾いている状況を 考える。この時、このビームの電場 U(x, y, z, t) は、座標の z 軸を光軸に、x = y = z = 0 の原点 にビームウエストをもつ基本モードの電場 $U_{00}(x, y, z, t)$ と 10 モードの電場 $U_{10}(x, y, z, t)$ の重ね 合わせとして、

$$U(x, y, z, t) = U_{00}(x, y, z, t) + \left(\frac{\delta x}{w_0} - i\frac{\pi w_0}{\lambda}\delta\theta\right)U_{10}(x, y, z, t)$$
(6.2)

と表せる。ただし、 δx 、 $\delta \theta$ の 1 次までの項を残し、 $w_0 \gg \lambda$ とした。なお、表式の導出は補遺 B を 参照のこと。 この式から、浮上鏡が水平に動いた時の、モードマッチング率の低下について定量的に議論がで きる。以下では、上側共振器について考えているが、下側共振器でも同様の議論が可能である。 浮上鏡が *δh* だけ水平に移動したとする。この時、共振器内のビームは

$$\delta\theta = \frac{\delta h}{a} \tag{6.3}$$

だけ傾く。次にビームウエストのずれを考えるため、まず元のビームウエストの位置を考える。浮 上鏡からビームウエストまでの距離 *d* は

$$d = \frac{Lgg_{\rm U}(1 - gg_{\rm U})}{g(g + g_{\rm U} - 2gg_{\rm U})}$$
(6.4)

となる。ただし g ファクターと呼ばれるパラメーター

$$g = 1 - \frac{L}{R'} \tag{6.5}$$

$$g_{\rm U} = 1 - \frac{L}{R_{\rm U}} \tag{6.6}$$

を用いて表現している。また、Lは上側共振器の共振器長を表すとする。

浮上鏡が δh だけ水平に移動したとき、ビームウエストは元の位置から

$$\delta x = \frac{R' - d}{a} \delta h \tag{6.7}$$

だけ移動する。

したがって、式 6.2 の 10 モードの項の係数は

$$\frac{\delta x}{w_0} = \frac{1}{w_0} \frac{R' - d}{a} \delta h \tag{6.8}$$

$$\frac{\pi w_0}{\lambda} \delta \theta = \frac{\pi w_0}{\lambda} \frac{1}{a} \delta h \tag{6.9}$$

という形で浮上鏡の変位 δh に依存している。

さて、本研究では、各パラメーターは

$$\lambda = 1550 \text{ nm} \tag{6.10}$$

$$a = 2.5 \text{ mm} \tag{6.11}$$

$$R' = 53 \text{ mm}$$
 (6.12)

$$R_{\rm U} = 75 \text{ mm}$$
 (6.13)

$$L = 125.5 \text{ mm}$$
 (6.14)

$$w_0 = 66 \ \mu \text{m}$$
 (6.15)

であり、またねじれ振り子のオープンループ伝達関数の測定時には、 $\delta h = 11 \ \mu m$ の振幅でねじれ振り子を振動させている。これらの値から、ビームウエスト位置のずれと光軸の傾き毎にそれぞれ

に起因するモードマッチング率の低下を見積もると

(ビームウエスト位置のずれ):
$$\left(\frac{1}{w_0}\frac{R'-d}{a}\delta h\right)^2 = 0.45\%$$
 (6.16)

(光軸の傾き):
$$\left(\frac{\pi w_0}{\lambda} \frac{1}{a} \delta h\right)^2 = 34\%$$
 (6.17)

となる。光軸の傾きを主な原因としてモードマッチング率が低下することがわかる。図 6.1 を見る と、測定時のねじれ振り子の振動の非対称性から 12% と 45% のモードマッチング率の低下が交互 に起きているが、これは対称的であれば 29% となることが推察されるので、計算結果の 34% とい う値は今回実際に観測された透過光量の減少量を説明する値である。

ねじれ振り子の伝達関数測定時、モードマッチング率の低下が 10% 以下であることを求めると、 $\delta h/a$ が現状の 1/3 になる必要がある。

そのためには、オープンループ伝達関数測定時のねじれ振り子の振幅 δh を小さくしなければな らない。方法としては、ねじれ振り子の残留 RMS を下げることと、伝達関数の測定点ごとの平均 回数をあげることで、より小さな δh でオープンループ伝達関数が測定可能となる。

6.2 サンドウィッチ型光学浮上の原理実証に向けた方針

今後は、まず優勢な復元力を生む上側共振器の運用により、共振周波数シフトの観測を目指す。 そのためには、この章で議論した通り、入射光量と共振器の特性を改善し、安定性の原理実証に十 分な共振器内パワーを得る必要がある。同時に、ねじれ振り子のオープンループ伝達関数測定時 に、共振器内のビームのモードが崩れてしまう現象を、影響が無視できる 10% 程度にまで低減す ることを目指す。

これらの改善により、上側共振器を共振点に制御した状態のとき、ねじれ振り子の共振周波数が 上昇し、水平方向の復元力が有意に働いていることを検証する。

上側共振器による水平方向の復元力の観測に成功したのち、下側共振器にも光を入射しサンド ウィッチ型構成を完成させる。下側共振器側の輻射圧の方が優勢でありながら、水平方向の復元力 は上側共振器が優勢であり、系が安定であることの実証を行う計画である。
第7章

結論

本研究では、機械光学系において懸架による熱雑音を排除できる光学浮上の手法に着目し、サン ドウィッチ型構成による光学浮上実現を目指して、その原理実証実験を行なった。

本研究で得られた主な成果は以下のようになる。

- ねじれ振り子を用いた原理実証実験のセットアップを、サンドウィッチ型の共振器の透過光 をモニターできる構成で新たに構築した。
- ねじれ振り子の共振周波数を 21.2 ± 0.2 mHz と高精度に測定した。
- ねじれ振り子と上側共振器を同時に制御し、光輻射圧に由来する水平方向の復元力がはたらく状態でのねじれ振り子の共振周波数を測定することに成功した。その結果、共振周波数21.6±0.6 mHzを得た。
- ・現段階では、光輻射圧による復元力は (1±2)×10⁻⁵ N/m と求まり、有意に有限の値とは なっていないが、各パラメーターの評価により現状の共振器内パワーでは共振周波数シフト を有意に観測できないことを確認し、改善すべきパラメーターを解明した。

以上の成果をもって、本研究は、サンドウィッチ型構成において光輻射圧がもたらす水平方向の 復元力を高精度に検証する方法を確立したと言える。

今後は以下の事項に取り組み、サンドウィッチ型構成の光学浮上の原理実証を行う。

- •入射光パワーの向上、鏡特性の改善を行い、上側共振器による復元力を有意に観測する。
- 下側共振器へ光を入射し、サンドウィッチ型構成を完成させる。
- ・光輻射圧は下側共振器の方が優勢でありながら、水平方向の復元力は上側共振器の方が優勢 となりうるか検証し、サンドウィッチ型構成の光学浮上の原理実証を行う。

サンドウィッチ型構成による光学浮上の原理実証に成功したのちには、実際に微小鏡を浮上させ る実験セットアップの構築に取り掛かり、巨視的量子系の実現を目指す。

補遺A

フィードバック制御

本研究では、フィードバック制御によりねじれ振り子の位置を制御し、共振器を共振状態に保っ ている。ここでは、フィードバック制御について基礎的な内容をまとめる。

A.1 線形システム

A.1.1 線形システム

以下のように入力 $x_i(t)$ に対して、出力 $y_i(t)$ をもつシステムを考える。

$$x_i(t) \to y_i(t).$$
 (A.1)

この入出力関係が線形性を持つとき、すなわち、任意の定数 a と b に対して

$$ax_1(t) + bx_2(t) \to ay_1(t) + by_2(t)$$
 (A.2)

が成り立つとき、そのシステムは線形システムである。例えば、入力に対する演算子として、定数 倍や微分、積分からなるシステムは線形システムである。

A.1.2 伝達関数

入力 x(t) と 出力 y(t) をもつ線形システムにおいて、Laplace 変換

$$X(s) = \int_0^t x(t)e^{-st}dt \tag{A.3}$$

を考えると、このシステムの入出力関係は

$$Y(s) = H(s)X(s) \tag{A.4}$$

という形で表すことができる。このとき、H(s)をこの線形システムの伝達関数と呼ぶ。

A.1.3 ブロックダイアグラム

線形システムは、しばしば図 A.1 ブロックダイアグラムと呼ばれる図を用いて表現される。ブ ロックダイアグラムとは、伝達関数をブロックとしてかき、入力信号や出力信号を矢印の線で表現 する。



図 A.1 線形システムのブロックダイアグラム。

A.2 フィードバック制御

線形システムによるフィードバック制御について考える。具体的には、センサー*S*、フィルター *F*、アクチュエーター *A*からなる、図 A.2 に示すようなシステムを考える。ここでは、それぞれ の伝達関数の具体的な形は想定していないが、一般には制御対象物の制御したい物理量 *x* をセン サーで検出し、制御を特徴付けるフィルターを通した信号は、アクチュエーターにより制御対象物 にフィードバックされる。このフィードバック制御により、元の変動量 x_0 は、残留変動 *x* まで抑 えられる。なお、センサーで残留変動 *x* を検出した信号 $v_{\rm er} = Hx$ をエラー信号と呼び、アクチュ エーターに返す信号 $v_{\rm fb} = FHx$ をフィードバック信号と呼ぶ。



図 A.2 フィードバック制御系のブロックダイアグラム。

ブロックダイアグラムにより残留変動 x を計算する。

$$x = x_0 - AFHx \tag{A.5}$$

であり、フィードバックループのオープンループ伝達関数G = AFHとして

$$x = \frac{1}{1+G}x_0\tag{A.6}$$

となる。したがって、オープンループゲイン |G| を十分大きくとることにより、残留変動を小さく 抑えることが可能である。

フィードバック制御が安定であるかを判定する方法の一つに、Nyquist の判定法がある。オープ ンループ伝達関数 G のゲインが 1、すなわち |G| = 1 となる点での位相 $\arg G$ の -180 度からの差 を位相余裕と呼ぶが、Nyquist の判定法によると位相余裕が 0 より大きいとき、フィードバック制 御は安定である。経験的には、位相余裕が 30 度程度以上となるとき、十分安定なフィードバック 制御を行うことができる。

A.3 オープンループ伝達関数の測定

オープンループ伝達関数を測定する方法の一つとして、フィードバックループ中に信号を注入して、その前後の信号の比をとる方法をみる。図 A.3 のような、センサー S、フィルター F、アクチュエーター A からなるフィードバックループを考え、センサーとフィルターの間に信号 s_{in} を注入するとする。実際には、信号を注入する場所はループ内のどこでも同じ測定結果を得ることができる。



図 A.3 オープンループ伝達関数の測定方法。

この時、ループ内の信号 x は

$$x = x_0 - AF(Hx + s_{\rm in}) \tag{A.7}$$

を満たすので

$$x = \frac{x_0 - As_{\rm in}}{1 + G} \tag{A.8}$$

である。したがって、信号を注入した前後の信号はそれぞれ

$$s1 = \frac{HFx_0 - Gs_{\rm in}}{1 + G} \tag{A.9}$$

$$s2 = \frac{HFx_0 + s_{\rm in}}{1+G} \tag{A.10}$$

となる。ここで、注入する信号が十分大きく、 $s_{in} \gg HFx_0$ ならば、

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{HFx_0 - Gs_{\rm in}}{HFx_0 + s_{\rm in}} \simeq -G \tag{A.11}$$

であり、信号を注入した前後の信号の比を取ることで、オープンループ伝達関数 G が測定できる ことがわかる。

A.4 階層制御の場合

フィードバックループが複数あるとき、そのフィードバック制御は階層制御と呼ばれる。以下で は図 A.4 が示すように、二重にループが組まれたフィードバック制御を考える。



図 A.4 階層制御のブロックダイアグラム。

まず、このフィードバック制御の残留変動 x について考える。一つのフィードバックループのときと比べて、 $AF = A_1F_1 + A_2F_2$ となっているので、

$$x = \frac{1}{1 + G_1 + G_2} x_0 \tag{A.12}$$

と計算できる。ただし、 $G_1 = A_1F_1H$ 、 $G_2 = A_2F_2H$ とした。

また、同様に考えて、オープンループ伝達関数を点 P_0 に信号を注入し前後の信号の比を取ることにより測定すると、 $-G_1 - G_2$ を測定することができる。

次に、各ループの内部の点 P_1 、 P_2 での信号を考える。 A_1F_1H のループは、伝達関数としては $H/(1+G_1)$ である。したがって、点 P_2 においてオープンループ伝達関数を測定すると、 $G_2/(1+G_1)$ の測定結果を得る。同様に、点 P_1 においてオープンループ伝達関数を測定すると、 $G_1/(1+G_2)$ の測定結果を得る。

補遺 B

Gaussian ビーム光学

光共振器の電場応答等を考えるときには、電場は平面波として考えれば十分であるが、通常レー ザー光源による電場は Gaussian ビームと呼ばれる電場分布を持っている。したがって、実際に光共 振器を構成するときには、ビームと共振器の空間モードを考える必要がある。以下では、Gaussian ビームの空間モードについて基礎的な事項をまとめる。

B.1 Hermite-Gaussian $\mathbf{E} - \mathbf{k}$

電磁場の波動方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}, t) = 0$$
(B.1)

の解の形として

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})e^{i\omega(t-z/c)}$$
(B.2)

を考える。これは、z方向に進行する平面波と、空間的にゆっくり変化する振幅部分を分離して表現した形になっている。そこで、 $\psi(x)$ のz方向の変化は十分小さい、すなわち

$$\left|\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right| \ll \frac{\omega}{c} \left|\frac{\partial \psi}{\partial z}\right| \tag{B.3}$$

という近似を認めるとする。この近似は近軸近似と呼ばれる。このとき、波動方程式は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2i\frac{\omega}{c}\frac{\partial}{\partial z}\right)\psi(\boldsymbol{x}) = 0$$
(B.4)

とかける。

これ以降は、光の1つの偏光に着目し、電場の xy 平面の一方向の成分のみ考えるとする。近軸

近似された波動方程式の解として

$$\psi_{lm}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sqrt{2^l l! 2^m m!}} \sqrt{\frac{2}{\pi w^2(z)}} H_{lm}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}, \frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right)$$
(B.5)

× exp
$$\left[\left(-\frac{1}{w^2(z)} - i\frac{k}{2R(z)} \right) (x^2 + y^2) + i(l+m+1)\zeta(z) \right]$$
 (B.6)

がある。ただし、

$$H_{lm}(x,y) = H_l(x)H_m(y) \tag{B.7}$$

とし、

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$
(B.8)

は Hermite 多項式である。また、 $k = \omega/c$ は波数、 w_0 はビームウエスト半径であり、その他の記号は以下のようである。

$$z_0 = \frac{kw_0^2}{2} \qquad \text{Rayleigh } \nu \not \rightarrow \not i$$
(B.9)

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$$
 ビーム半径 (B.10)

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right]$$
 波面の曲率半径 (B.11)

$$\zeta(z) = \arctan \frac{z}{z_0}$$
 Gouy 位相. (B.12)

この Hermite 多項式と Gaussian の積で表される解の組 $\{\psi_{lm}\}$ を Hermite-Gaussian モードという。 ψ_{lm} を TEM lm モード、あるいは単に lm モードと呼ぶ。特に TEM00 モードは基本モードと呼ば れることがある。通常のレーザー光は TEM00 モードで表される。

Hermite-Gaussian モードは、正規直交性

$$\int dx dy \,\psi_{lm}^*(\boldsymbol{x})\psi_{l'm'}(\boldsymbol{x}) = \delta_{ll'}\delta_{mm'} \tag{B.13}$$

および完全性

$$\sum_{l,m=0}^{\infty} \psi_{lm}^*(x,y,z)\psi_{lm}(x',y',z) = \delta(x-x')\delta(y-y').$$
(B.14)

を示す。したがって、任意の電場を Hermite-Gaussian モードで展開することが可能である。

Hermite-Gaussian モードが近軸近似の条件を満たすかどうかを考えると、式 B.3 については

$$\left|\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right| / \frac{\omega}{c} \left|\frac{\partial \psi}{\partial z}\right| \sim 1/(kw_0)^2 \sim \left(\frac{\lambda}{w_0}\right)^2 \tag{B.15}$$

であるため、ビームウエスト半径がレーザー波長よりも十分大きい場合は近軸近似が成立している ことがわかる。例えば本研究で利用したレーザー波長は $\lambda \sim 1 \, \mu m$ 程度、ビームウエスト半径は $w_0 \sim 100 \, \mu m$ 程度であり、近軸近似の条件を満たす。

B.2 共振器の固有モード

光共振器は、2枚の鏡の間を光が往復する。光の空間モードも考えると、Gaussian ビームが鏡 で反射するときに、ビームの波面の曲率半径が鏡の曲率半径と一致していなければ、反射したビー ムの空間モードが変化してしまい、光が共振器内を多重干渉しながら往復することができない。し たがって、共振器をなす鏡の曲率半径と共振器長が決まると、その共振器で共振するビームの空間 モードが決まる。これを、共振器の固有モードと呼ぶ。

2 枚の鏡の曲率半径をそれぞれ R_1 と R_2 、共振器長を L とすれば、この共振器の固有モードの Rayleigh レンジ z_0 と各鏡からのビームウエスト位置 d_i (i = 1, 2) は

$$z_0 = \frac{L\sqrt{g_1g_2(1-g_1g_2)}}{g_1 + g_2 - 2g_1g_2} \tag{B.16}$$

$$d_i = \frac{Lg_1g_2(1-g_i)}{|g_i(g_1+g_2-2g_1g_2)|}$$
(B.17)

となる。ただし、 g_i は

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i} \tag{B.18}$$

と定義される gファクターと呼ばれるパラメーターである。

共振器に入射する光のパワーのうち、共振器の固有基本モードのパワーの割合をモードマッチン グ率と呼ぶ。Hermite-Gaussian モードは完全系をなすので、入射光の電場 *E*_{in} は

$$E_{\rm in}(\boldsymbol{x},t) = \sum_{l,m=0}^{\infty} E_{lm} U_{lm}(\boldsymbol{x},t)$$
(B.19)

と共振器の固有モード $\{U_{lm}\}$ で展開でき、モードマッチング率 M は

$$M = \frac{|E_{00}|^2}{\sum_{l,m=0}^{\infty} |E_{lm}|^2}$$
(B.20)

と表すことができる。

B.3 Hermite-Gaussian モードの座標変換

ミスアラインメントの影響をみるため、ビームがz軸方向に進行し、ビームウエストが原点に存 在する状況からの微小なずれを考える。ずれる前のビームは、Hermite-Gaussian モード $\{U_{lm}\}$ の U_{00} モードであったとする。

まず、図 B.1 のように、光軸が xz 平面で $\delta\theta$ だけ傾き、ビームウエスト位置が原点から δx ずれ ている状況を考える。



図 B.1 ビームジッターをもつ基本モードのビーム

この時の電場 $U(\mathbf{x}, t)$ は、 δx 、 $\delta \theta$ の 1 次の項までを残し、 $w_0 \gg \lambda$ とすれば

$$U(\boldsymbol{x},t) \simeq U_{00}(\boldsymbol{x},t) + \left(\frac{\delta x}{w_0} - i\frac{kw_0}{2}\delta\theta\right)U_{10}(\boldsymbol{x},t)$$
(B.21)

となる。したがって、ビームジッターをもつ基本モードには、TEM10 モードの混入が見られる。 同様に、yz 平面でのビームジッターを考えると、TEM01 モードが現れる。

次に、Rayleigh レンジが z_0 から $z_0 + \delta z_0$ へ、ウエスト位置が δz へとずれている状況を考える。 この時の電場 $U(\mathbf{x}, t)$ は、 δz_0 、 δz の 1 次の項までを残すと

$$U(\boldsymbol{x},t) = \left[U_{00}(\boldsymbol{x},t) + \left(\frac{\delta z_0}{2z_0} + i\frac{\delta z}{2z_0}\right)\frac{U_{20}(\boldsymbol{x},t) + U_{02}(\boldsymbol{x},t)}{\sqrt{2}}\right]e^{i\left(k\delta z - \frac{\delta z}{2z_0}\right)}$$
(B.22)

となる。したがって、Rayleigh レンジおよびビームウエスト位置のずれは、TEM20, TEM02 モードの混入となって現れる。

参考文献

- [1] M. Arndt and K. Hornberger, *Testing the limits of quantum mechanical superpositions*, *Nature Physics* **10** (2014) 271.
- [2] S. Eibenberger, S. Gerlich, M. Arndt, M. Mayor and J. Tüxen, *Matter–wave interference of particles selected from a molecular library with masses exceeding 10000 amu, Physical Chemistry Chemical Physics* 15 (2013) 14696–14700.
- [3] V. B. Braginsky, V. B. Braginsky and F. Y. Khalili, *Quantum measurement*. Cambridge University Press, 1995.
- [4] J. Chan, T. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Gröblacher et al., Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state, Nature 478 (2011) 89.
- [5] J. Teufel, T. Donner, D. Li, J. Harlow, M. Allman, K. Cicak et al., Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state, Nature 475 (2011) 359.
- [6] R. Peterson, T. Purdy, N. Kampel, R. Andrews, P.-L. Yu, K. Lehnert et al., *Laser cooling of a micromechanical membrane to the quantum backaction limit, Physical review letters* 116 (2016) 063601.
- [7] M. Bawaj, C. Biancofiore, M. Bonaldi, F. Bonfigli, A. Borrielli, G. Di Giuseppe et al., *Probing deformed commutators with macroscopic harmonic oscillators*, *Nature communications* 6 (2015) 7503.
- [8] N. Matsumoto, K. Komori, Y. Michimura, G. Hayase, Y. Aso and K. Tsubono, 5-mg suspended mirror driven by measurement-induced backaction, Physical Review A 92 (2015) 033825.
- [9] A. R. Neben, T. P. Bodiya, C. Wipf, E. Oelker, T. Corbitt and N. Mavalvala, *Structural thermal noise in gram-scale mirror oscillators, New Journal of Physics* **14** (2012) 115008.
- [10] Virgo, LIGO Scientific collaboration, B. P. Abbott et al., GW150914: The Advanced LIGO Detectors in the Era of First Discoveries, Phys. Rev. Lett. 116 (2016) 131103, [1602.03838].
- [11] A. Ashkin, Acceleration and trapping of particles by radiation pressure, Physical review letters 24 (1970) 156.
- [12] A. Ashkin and J. Dziedzic, Optical levitation by radiation pressure, Applied Physics Letters 19 (1971) 283–285.
- [13] S. Singh, G. Phelps, D. Goldbaum, E. Wright and P. Meystre, All-optical optomechanics: an

optical spring mirror, Physical review letters 105 (2010) 213602.

- [14] G. Guccione, M. Hosseini, S. Adlong, M. Johnsson, J. Hope, B. Buchler et al., Scattering-free optical levitation of a cavity mirror, Physical review letters 111 (2013) 183001.
- [15] Y. Michimura, Y. Kuwahara, T. Ushiba, N. Matsumoto and M. Ando, Optical levitation of a mirror for reaching the standard quantum limit, Opt. Express 25 (2017) 13799–13806.
- [16] 桑原祐也, **巨視的量子現象の観測に向けた光輻射圧による鏡の支持方法の開発**, 修士論文, 東京 大学, 2016.
- [17] 和田祥太郎, **巨視的量子力学の検証に向けた光輻射圧による浮上手法の開発**, 修士論文, 東京 大学, 2018.
- [18] W. H. Zurek, Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical, Reviews of modern physics 75 (2003) 715.
- [19] A. Bassi, K. Lochan, S. Satin, T. P. Singh and H. Ulbricht, Models of wave-function collapse, underlying theories, and experimental tests, Reviews of Modern Physics 85 (2013) 471.
- [20] L. Diósi, Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations, Physical Review A 40 (1989) 1165.
- [21] R. Penrose, On gravity's role in quantum state reduction, General relativity and gravitation **28** (1996) 581–600.
- [22] S. L. Danilishin and F. Y. Khalili, *Quantum measurement theory in gravitational-wave detectors*, *Living Reviews in Relativity* 15 (2012) 5.
- [23] H. Müller-Ebhardt, H. Rehbein, R. Schnabel, K. Danzmann and Y. Chen, *Entanglement of macroscopic test masses and the standard quantum limit in laser interferometry*, *Physical review letters* 100 (2008) 013601.
- [24] 小森健太郎, **巨視的振動子の遠隔光冷却**, 修士論文, 東京大学, 2016.
- [25] T. Corbitt, Y. Chen, E. Innerhofer, H. Müller-Ebhardt, D. Ottaway, H. Rehbein et al., An all-optical trap for a gram-scale mirror, Physical review letters 98 (2007) 150802.
- [26] S. Solimeno, F. Barone, C. De Lisio, L. Di Fiore, L. Milano and G. Russo, Fabry-perot resonators with oscillating mirrors, Physical Review A 43 (1991) 6227.
- [27] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg and F. Marquardt, *Cavity optomechanics, Reviews of Modern Physics* 86 (2014) 1391.
- [28] Y. Levin, Internal thermal noise in the ligo test masses: A direct approach, Physical Review D 57 (1998) 659.
- [29] G. M. Harry, A. M. Gretarsson, P. R. Saulson, S. E. Kittelberger, S. D. Penn, W. J. Startin et al., *Thermal noise in interferometric gravitational wave detectors due to dielectric optical coatings*, *Classical and Quantum Gravity* 19 (2002) 897.
- [30] P. R. Saulson, Thermal noise in mechanical experiments, Physical Review D 42 (1990) 2437.
- [31] M. S. Taubman, H. Wiseman, D. E. McClelland and H.-A. Bachor, *Intensity feedback effects on quantum-limited noise*, JOSA B 12 (1995) 1792–1800.

- [32] F. Seifert, P. Kwee, M. Heurs, B. Willke and K. Danzmann, Laser power stabilization for second-generation gravitational wave detectors, Optics letters 31 (2006) 2000–2002.
- [33] P. Kwee, B. Willke and K. Danzmann, *Shot-noise-limited laser power stabilization with a high-power photodiode array, Optics letters* **34** (2009) 2912–2914.
- [34] D. Shoemaker, R. Schilling, L. Schnupp, W. Winkler, K. Maischberger and A. Rüdiger, Noise behavior of the garching 30-meter prototype gravitational-wave detector, Physical Review D 38 (1988) 423.
- [35] R. Flaminio, J. Franc, C. Michel, N. Morgado, L. Pinard and B. Sassolas, A study of coating mechanical and optical losses in view of reducing mirror thermal noise in gravitational wave detectors, Classical and Quantum Gravity 27 (2010) 084030.
- [36] D. Martynov, E. Hall, B. Abbott, R. Abbott, T. Abbott, C. Adams et al., *Sensitivity of the advanced ligo detectors at the beginning of gravitational wave astronomy*, *Physical Review D* 93 (2016) 112004.
- [37] R. Priestley, *Birefringence dispersion in fused silica for duv lithography*, in *Optical Microlithography XIV*, vol. 4346, pp. 1300–1306, International Society for Optics and Photonics, 2001.
- [38] E. D. Black, An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization, American journal of physics 69 (2001) 79–87.

謝辞

本研究をおこなうにあたり、多くの方にお世話になりました。ここに感謝の意を表します。 指導教員である安東正樹准教授には、事あるごとに実験のアドバイスを頂きました。また、研究 計画のたて方、研究発表の仕方と、研究の一切を全面的に教えていただきました。そして何より、 安東研究室という自由で自発的な、理想の研究環境を整えてくださいました。

道村唯太助教は、本研究のサンドウィッチ型光学浮上の提案者であり、実験に困難なことがあった時にはいつも相談にのってくださいました。また、光学浮上の他にも、アクシオン探査をはじめとする幅広い研究分野への見識により、私の知的好奇心を刺激してくれました。

小森健太郎氏は、いつも実験のことを気にかけてくださり、頼りになる先輩でした。氏の奥深い オプトメカニクスの知識を共有していただき、自分の実験についての理解が深まりました。

有富尚紀氏は学部4年次の特別実験の頃からお世話になりました。何か実験に関する質問をする と、毎回地下の実験室まで降りて様子を見にきてくれました。

榎本雄太郎氏は、特に量子雑音に関してのその卓越した理解により、常々私の疑問を解決してく れました。また、私の突飛な思いつきにも真摯に考えてくれ、関連する論文を探して紹介していた だきもしました。

下田智文氏は、回路や実験技術に関して丁寧に教えていただきました。また、氏の精密な実験装置の設計は、今回の実験セットアップを設計する際にも大変参考になりました。

長野晃士氏は当初光学浮上実験を共同で行なったこともあり、大学院に入ってから実験の基礎的 なことを事細かに教えていただきました。また、その豊かな発想力で、実験に行き詰まった時に相 談すればいつも新しい解決法を提案してくれました。

武田紘樹氏は、宇宙全般の理論的なことに明るく、氏の研究内容を聞くことはいつも楽しくあり ました。また常に気軽に声をかけて実験の進捗を気にかけてくださったこと、感謝しています。

和田祥太郎氏は、この光学浮上の原理実証実験を私に引き継いでくれました。氏に教わり、得た 経験をもって、本研究をここまで進めることができました。また、氏は研究室を離れた今となって も、質問を送るとすぐに返事をくれ、大変助かりました。

黄靖斌氏は、なんども研究に対してポジティブに励ましてくれ、勇気づけられました。また、実 験室でも声をかけてくれ、お互いの実験の状況を話しあうことができました。

高野哲氏には、タフな研究姿勢にいつも舌を巻いていました。同時に、研究室の同期として細か な相談をいつも気軽に受けてくれたため、研究室生活が非常に円滑なものとなりました。 喜多直紀氏は実験の共同研究者として、献身的に実験をサポートしてくださいました。共に研究 を進めてくれたことに感謝しています。

宮崎祐樹氏は、ストイックに研究を進める姿が印象的でした。また、氏の実験結果に興味を持っ て質問すると、丁寧に教えてくれました。

試作室の大塚茂巳氏、下澤東吾氏には、実験装置の多くの部品を製作していただきました。 物理事務分室の庭田まゆ子氏には、出張や物品購入の事務手続きで大変お世話になりました。手 厚くサポートしていただき、おかげで研究に集中することができました。

最後に、研究生活を支えてくれた家族、友人に深い感謝の意を表したいと思います。