# 修士論文

# ねじれ型重力波望遠鏡TOBAのための モノリシック干渉計の開発

# 東京大学 大学院理学系研究科 物理学専攻 安東研究室 有冨尚紀

2017年1月5日提出 2017年1月31日更新

# 目次

概要 4				
記号・疄	記号·略語一覧 5			
第1章	はじめに 6			
第2章	重力波 8			
2.1	<b>重力波の導出</b>			
	2.1.1 Einstein 方程式の線形化			
	2.1.2       重力波の平面波解       8			
	2.1.3       自由質点に対する重力波の影響       10			
第3章	ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA 11			
3.1	重力波に対する応答 11 11			
0.11	311 運動方程式 11			
	312 周波数応答 12			
3.2	観測対象			
	3.2.1 中間質量ブラックホール連星			
	3.2.2 背景重力波			
	3.2.3 ニュートン雑音			
	3.2.4 地震速報			
3.3	$TOBA o \Box - F \neg \neg J \dots \dots$			
3.4	Final TOBA			
3.5	プロトタイプ TOBA			
	3.5.1 Phase-I TOBA			
	3.5.2 Phase-II TOBA			
筆4音	Phase-III TOBA			
4 1	10 卸 対象 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10			
4.2	图 <i>经</i> 酒日			
7.2	4.2.1       峦位结み取り独音       20			
	1.2.1         文目前の4A 2 m目         20           1.9.9         磁념維音         99			
	1.2.2     磁物时日     2.2.2       1.9.3     地面振動雑音     99			
	1.2.0     2.2.0     2.2.0     2.2.0     2.2.0       1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1       1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1       1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1       1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1       1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1       1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1     1.2.1			
4.3	測定原理			

		4.3.1	Michelson 干涉計
		4.3.2	Fabry-Perot 共振器         24
		4.3.3	Power Recycling Michelson 干涉計 27
	4.4	その他	<b>の雑音源</b>
		4.4.1	量子雑音
		4.4.2	レーザー雑音
		4.4.3	試験マス熱雑音
		4.4.4	· 熱輻射雑音
		4.4.5	<b>残留分子気体熱雑音</b>
		4.4.6	電気回路雑音
	4.5	雑音源	のまとめ
第	5 章	モノリ	シック干渉計の開発 38 
	5.1	実験装	$\underline{\mathbb{Z}} \dots $
		5.1.1	全体の構成
		5.1.2	制御系
		5.1.3	$\mathbf{F} \mathbf{\mathcal{I}} \mathbf{\mathcal{I}} \mathbf{\mathcal{I}} \mathbf{\mathcal{I}} \mathbf{\mathcal{I}} \mathbf{\mathcal{I}} \mathbf{\mathcal{I}}$ 41
		5.1.4	アラインメント
		5.1.5	紫外線硬化樹脂
		5.1.6	紫外線照射
		5.1.7	光源
		5.1.8	<b>モードマッチング</b> 45
		5.1.9	<b>アクチュエータ</b>
	5.2	実験結	<b>果</b>
		5.2.1	<b>アラインメント</b> 手順 47
		5.2.2	openloop 伝達関数 48
		5.2.3	<b>アシンメトリの測定</b>
		5.2.4	<b>変位感度</b>
	5.3	まとめ	<b>と今後の展望</b>
		5.3.1	まとめ
		5.3.2	今後の展望 51
<u>~</u>	o ±		
퐈	0早	コイル	コイルアクテュエータの開光 33
	0.1	<b>原理</b> .	$0 = \langle 1 \rangle_{1} = 1 = 1$
		0.1.1	2 J1 ルショート型
		6.1.2	
	0.0	0.1.3	Pnase-III IOBA にのりる幽场雑首の見積もリ56 
	6.2	<b>実</b> 験装	直
		6.2.1	
		6.2.2	<b>アクナユエータコイルの相互インタクタンス</b>
		6.2.3	ヘルムホルツコイルの磁場計測 60

		6.2.4 制御系	62
	6.3	実験結果	63
		6.3.1 openloop 伝達関数	63
		6.3.2 磁場雑音の測定	64
	6.4	まとめと今後の展望・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	66
		6.4.1 まとめ	66
		6.4.2 今後の展望	66
第	7章	まとめ	67
	7.1	まとめ....................................	67
	7.2	Phase-III TOBA <b>へ向けて</b>	67
A		試験マス熱雑音の導出	68
	A.1	両端自由梁の固有振動・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	68
	A.2	換算質量	69
в		コイルの磁気モーメント	70
С		電気回路	71
参	考文南	ξ.	72
謝	锌		75

概要

重力波は時空の歪みが伝搬する現象である。初期宇宙や星の内部など電磁波では見ることので きない領域を見ることができる。重力波望遠鏡として現在主流なのは干渉計型重力波望遠鏡であ るが、干渉計の鏡を吊るす振り子の共振周波数は1 Hz 程度のため、観測帯域はこれより高周波の 10 Hz-1 kHz 程度に限られている。

そのような中、ねじれ振り子を用いたねじれ型重力波望遠鏡 TOBA が提案された。ねじれ振り 子の回転の共振周波数は mHz 程度と低いため、地上でも 10 mHz-1 Hz 程度に感度をもつことが できる。TOBA は最終的には 10 m スケールのねじれ振り子を用いる計画であるが、そのための 原理実証として、30 cm スケールのねじれ振り子を用いて 0.1 Hz で 10<sup>-15</sup> / $\sqrt{\text{Hz}}$  という感度に到 達することを目指す。

本研究では、この要求値への到達を妨げる変位読み取り雑音および磁場雑音の低減へ向けた実 証実験を行った。変位読み取り雑音に対しては、モノリシック光学系を用いたパワーリサイクリン グマイケルソン干渉計を構築した。紫外線硬化樹脂を用いた接着、テンプレートやマイクロメー タを用いたアラインメントによって干渉計を動作させることに成功し、0.1 Hz で 10<sup>-9</sup> m/√Hz と いう変位感度を達成した。また、磁場雑音に対してはコイルコイルアクチュエータという新型の アクチュエータの環境磁場雑音とのカップリングを評価し、環境磁場雑音のダウンコンバージョ ンが理論通り起きていることを実証した。

# 記号・略語一覧

AR	Anti Reflection
AS	Anti Symmetric
BS	Beam Splitter
DECIGO	DECi-hertz Interferometer Gravitational-Wave Observatory
EOM	Electro Optic Modulator
FP	Fabry-Perot
HCB	Hydroxide Catalysis Bonding
LIGO	Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory
LISA	Laser Interferometer Space Antenna
MI	Michelson Interferometer
PBS	Polaring Beam Splitter
PD	Photo Detector
PRC	Power Recycling Cavity
PRM	Power Recycling Mirror
PRMI	Power Recycling Michelson Interferometer
QWP	Quater Wave Plate
REFL	REFLection
RIN	Relative Intensity Noise
TOBA	TOrsion Bar Antenna

# 第1章 はじめに

2015 年 9 月 14 日 (UTC)、アメリカの重力波望遠鏡 LIGO が重力波の初観測に成功した [1]。観 測されたのはブラックホール連星の合体からの重力波であった。さらに同年 12 月 26 日 (UTC) に は 2 回目の重力波観測に成功した [2]。この発見により、重力波の存在が直接証明され、重力波天 文学という新しい天文学が幕を開けた。

重力波とは 1916 年に Einstein によって予言された、時空の変動が波として空間を伝わる現象で ある。重力波は透過力が高いため、星の内部や晴れ上がり前の宇宙といった電磁波では観測でき ない領域を観測することができる。

重力波観測の試みは Weber の共振型重力波検出器に始まった。1969 年には重力波の観測を主 張した [3] が、これは現在では否定されている。1974 年には Hulse と Taylor が PSR B1913+ 16 という連星パルサーを発見し、その公転周期の減少から重力波の存在を間接的に証明した [4]。こ の業績によって 2 人は 1993 年のノーベル物理学賞を受賞した。また 1972 年、Weiss がレーザー 干渉計を用いた広帯域の重力波望遠鏡を考案した [5]。1990 年代から 2000 年代には LIGO, Virgo, GEO, TAMA といった第一世代と呼ばれる大型の干渉計型重力波望遠鏡が建設され、重力波観測 を試みたが、検出には至らなかった。その後 advanced LIGO, advanced Virgo, KAGRA といっ た第二世代の重力波望遠鏡が建設され、観測を開始し、2015 年、advanced LIGO が重力波の初観 測に成功した。しかし、advanced LIGO の 2 台の干渉計のみでは重力波源の方向決定精度は悪く、 advanced Virgo、KAGRA も含めた複数台による重力波同時観測が待たれる。

以上に述べた地上の干渉計型重力波望遠鏡の観測周波数帯はおよそ 10 Hz 以上に限られている。 干渉計に用いられる鏡を吊るす振り子の共振周波数は 1 Hz 程度のため、これより低周波では地面 振動を防振することができないためである。一方で 0.1 Hz 付近の低周波の重力波源には、中間質 量ブラックホール連星合体や初期宇宙からの背景重力波など非常に重要なものがあり、低周波の 重力波を観測することの意義は大きい。低周波の重力波をターゲットとして、地面振動のない宇 宙で重力波を観測しようという計画もあり、LISA[6] や DECIGO[7] といった宇宙空間レーザー干 渉計型重力波望遠鏡の衛星計画が進められている。しかしこれらの衛星計画は多大な時間と費用 がかかってしまう。

そのような中、新しい原理の低周波重力波望遠鏡として、ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA (TOrsion-Bar Antenna) が提案された [8]。これは重力波による潮汐力を、懸架された試験マスの回転として読み出すというものである。ねじれ振り子の回転の共振周波数は低い (mHz 程度) ため、0.1 Hz 付近でも自由質点として振る舞うことができ、地上にも関わらず 0.1-1 Hz の低周波の重力波に感度をもつ。TOBA は最終的には長さ 10 m のねじれ振り子を用いて、量子雑音に制限された感度  $10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ @0.1 Hz に到達する計画である。この感度が達成されれば、10 Gpc というほぼ宇宙 全域の中間質量ブラックホール連星合体を観測することができ、背景重力波についてはビッグバン元素合成から与えられる上限値を超えるレベルでの探査が可能となる。

この最終目標を実現するためのステップとして、長さ 20 cm 程度の小型のねじれ振り子での原

理検証が行われてきており、これまでにプロトタイプが2台製作されている。一つは超伝導磁気 浮上を用いたねじれ振り子で、0.1 Hz で重力波振幅換算で $10^{-8}/\sqrt{\text{Hz}}$ の感度に到達した[9]。もう 一つは同じく長さ20 cm の懸架されたねじね振り子で、5 Hz で $10^{-10}/\sqrt{\text{Hz}}$ という感度に到達し た[10]。これらのプロトタイプは背景重力波のエネルギー密度や中間質量ブラックホール連星の 合体頻度にも上限値を付けた。しかしこれらのプロトタイプはいずれも重力波を観測できる感度 ではなく、変位読み取り雑音、磁場雑音、地面振動雑音によって感度が制限されていることが分 かったので、それらに対策する必要がある。

本研究では、変位読み取り雑音および磁場雑音の低減のため、モノリシック干渉計およびコイ ルコイルアクチュエータの開発を行った。モノリシック干渉計については、アラインメント手法 の確立、制御の試験のため、アルミ製の光学系土台上でモノリシックパワーリサイクリングマイ ケルソン干渉計を製作し、その変位感度を評価した。また、コイルコイルアクチュエータについ ては、コイルコイルアクチュエータを用いてねじれ振り子を制御した状態で、ヘルムホルツコイ ルにより大きな磁場雑音を与え、コイルコイルアクチュエータの磁場雑音へのカップリングの評 価を行った。

本論文の構成は以下のようになっている。まず第2章で重力波の基本事項を説明し、第3章で はTOBAの原理、開発の流れについて述べる。第4章ではこれから目指す Phase-III TOBA およ び Phase-III TOBA における本研究の意義について述べる。第5章でモノリシック干渉計の開発、 第6章でコイルコイルアクチュエータの開発について述べた後、最後に第7章で本論文のまとめ と、Phase-III TOBA へ向けた今後の展望を述べる。補遺では、本論で省いた理論や回路につい て述べる。

# 第2章 重力波

この章では重力波についての基礎事項を簡単にまとめる。

# 2.1 重力波の導出

# 2.1.1 Einstein 方程式の線形化

一般相対性理論の帰結である Einstein 方程式は以下のように書ける。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$
(2.1)

ここで、 $R_{\mu\nu}$  はリッチテンソル、 $g_{\mu\nu}$  は計量テンソル、R はリッチスカラー、 $T_{\mu\nu}$  はエネルギー運動量テンソルである。 $R_{\mu\nu}$  と R はリーマンテンソル

$$R^{\lambda}_{\mu\rho\nu} = \frac{\partial\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}} - \frac{\partial\Gamma^{\lambda}_{\mu\rho}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\lambda}_{\alpha\rho}\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\beta\nu}\Gamma^{\beta}_{\mu\rho}$$
(2.2)

を用いて

$$R_{\mu\nu} = R^{\alpha}_{\mu\alpha\nu} \tag{2.3}$$

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \tag{2.4}$$

と書ける。

以下のような計量の微小な摂動を考える。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \tag{2.5}$$

これを Einstein 方程式に代入して、 $\eta_{\mu\nu}$ の1次まで考える。 $\overline{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$ を定義して (trace reverse tensor)、Lorentz gauge  $\overline{h}^{\mu\alpha}_{,\alpha} = 0$ を課すと、Einstein 方程式は波動方程式

$$\overline{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2.6}$$

に帰着する。これは時空の微小な変動が波として伝播することを示している。これが重力波である。

# 2.1.2 重力波の平面波解

真空中  $(T_{\mu\nu} = 0)$  を伝播する重力波は

$$\overline{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{2.7}$$

となる。この解として $\overline{h}_{\mu\nu} = a_{\mu\nu}e^{ik_{lpha}x^{lpha}}$ を考える。 $\overline{h}_{\mu\nu}$ の対称性、Lorentz gauge、波動方程式から

$$a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu} \tag{2.8}$$

$$a_{\mu\alpha}k^{\alpha} = 0 \tag{2.9}$$

$$k_{\alpha}k^{\alpha} = 0 \tag{2.10}$$

となる。式 (2.9) は重力波が横波であることを表しており、式 (2.10) は重力波が光速で伝播することを表している。

残っている座標変換の自由度を消すために以下のように Transverse Traceless gauge (TT gauge)

$$h_{\mu 0} = 0 \tag{2.11}$$

$$h_{ij}^{\ \ ,j} = 0$$
 (2.12)

$$h^{j}_{\ j} = 0$$
 (2.13)

を課すと重力波の振幅  $a_{\mu\nu}$  は以下のようになる。

$$a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.14)

これより重力波は $h_+$ と $h_{\times}$ の2つの自由度をもつことが分かる。

具体的に z 方向に進む角周波数 ω の平面波

$$h_{\mu\nu}^{\rm TT} = a_{\mu\nu} \exp\left[-i\omega(t-z)\right] \tag{2.15}$$

が入射したとすると、ミンコフスキー時空の空間的線素は

$$dl^{2} = (\delta_{ij} + h_{ij}^{\text{TT}})dx^{i}dx^{j}$$
  
=  $[1 + h_{+}\cos\omega(t - z)]dx^{2} + [1 - h_{+}\cos\omega(t - z)]dy^{2} + dz^{2}$   
+  $2h_{\times}\cos\omega(t - z)dxdy$  (2.16)

のように変化する。ただし、ここでは*h<sub>ij</sub>*の実部をとった。

重力波の振幅は極めて小さく、計量がミンコフスキー時空のままであると解釈した場合、式 (2.16) は 2 点間の微小距離が

$$dl^2 = \delta_{ij} dx^{\prime i} dx^{\prime j} \tag{2.17}$$

$$dx' = \left(1 + \frac{h_+ \cos \omega(t-z)}{2}\right) dx + \frac{h_\times \cos \omega(t-z)}{2} dy$$
(2.18)

$$dy' = \left(1 - \frac{h_+ \cos \omega (t-z)}{2}\right) dy + \frac{h_\times \cos \omega (t-z)}{2} dx$$
(2.19)

のように変化することを意味する。この変化を図示すると図 2.1 のようになる。



図 2.1: 重力波の + モードと × モード。赤点が自由質点で、紙面に垂直な方向から、それぞれ  $h_+, h_\times$ の重力波が入射したときの自由質点の動きを表す。

# 2.1.3 自由質点に対する重力波の影響

近接した  $2 \leq x^{\mu} \geq x^{\mu} + \xi^{\mu}$ にある 2 つの質点が従う運動方程式は

$$\frac{d^2 x^{\mu}}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}_{\ \alpha\beta}(x) \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \frac{dx^{\beta}}{d\tau} = 0$$
(2.20)

$$\frac{d^2(x^{\mu}+\xi^{\mu})}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}_{\ \alpha\beta}(x+\xi)\frac{d(x^{\alpha}+\xi^{\alpha})}{d\tau}\frac{d(x^{\beta}+\xi^{\beta})}{d\tau} = 0$$
(2.21)

である。これらの差をとって ξ<sup>μ</sup> の 1 次まで考えることで、測地線偏差の方程式

$$\frac{D^2 \xi^{\mu}}{D\tau^2} + R^{\mu}_{\ \alpha\beta\gamma} \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \xi^{\beta} \frac{dx^{\gamma}}{d\tau} = 0$$
(2.22)

が導かれる。ここで

$$\frac{D\xi^{\mu}}{D\tau} \equiv \frac{dx^{\beta}}{d\tau} \xi^{\mu}_{\ ;\beta} \tag{2.23}$$

は絶対微分である。観測点の近傍を考えると  $d\tau \sim dt$ 、  $dx^{\mu}/d\tau \sim (c,0,0,0)$  と近似できる。リーマンテンソルはゲージ不変なので、TT gauge の条件を課すと、測地線偏差の方程式は

$$\ddot{\xi}^i = \frac{1}{2}\ddot{h}_{ij}\xi^j \tag{2.24}$$

に帰着する。つまり実験室系では、質量 mの自由粒子に重力波によって

$$F_i = \frac{m}{2}\ddot{h}_{ij}\xi^j \tag{2.25}$$

の力が加わることを表している。

# 第3章 ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA

TOBAとはTOrsion Bar Antennaの略であり、図 3.1 のように重力波による潮汐力を試験マスの回転として読み取る新しい原理の重力波望遠鏡である [8]。この章では TOBA の原理とその科学的意義、開発のロードマップについて述べる。



図 3.1: TOBA の原理

# 3.1 重力波に対する応答

# 3.1.1 運動方程式

重力波が試験マスに及ぼす力は、式(2.25)より

$$F^{i}dV = \frac{\rho}{2}\ddot{h}^{i}_{j}\xi^{j}dV \tag{3.1}$$

と書ける。ここで  $\rho$  は試験マスの密度、 $\xi^i$  は微小体積 dV の位置である。この時試験マスに蓄えられるエネルギーは

$$U = -\int \int F^{i} dV d\xi_{i} = -\frac{1}{4} \rho \ddot{h}_{ij} \xi^{i} \xi^{j} dV$$
  
$$= \frac{\ddot{h}_{ij}}{4} \int \rho \xi^{i} \xi^{j} dV \qquad (3.2)$$

となる。ただし、試験マスの長さは重力波の波長に対して十分短いとし、*h<sub>ij</sub>*は距離に依らないとした。よって、試験マスにかかる潮汐力は

$$F_{\rm GW} = -\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \ddot{h}_{ij} q^{ij} \tag{3.3}$$

となる。ただし、 $\theta$  はねじれ振り子の z 軸回りの回転角、 $q^{ij}$  は試験マスの四重極モーメントで

$$q^{ij} = \int \rho \left(\xi^i w^j + \xi^j w^i - \frac{2}{3} \delta^{ij} \xi^k w_k\right) dV \tag{3.4}$$

で定義される。 $w^i$ はモード関数で、考えているモードについて試験マスの各点がどのように変位 するのかを表す。z軸回りの回転の場合  $w^i = (-y, x, 0)$  で与えられるので

$$q^{11} = -q^{22} = -\int \rho(2xy)dV \equiv q_+$$
 (3.5)

$$q^{12} = q^{21} = \int \rho(x^2 - y^2) dV \equiv q_{\times}$$
 (3.6)

となる。

以上より、試験マスの z 軸を回転軸とした回転方向の運動方程式は

$$I\ddot{\theta}(t) + \gamma \dot{\theta}(t) + k\theta(t) = \frac{1}{4}\ddot{h}_{ij}q^{ij}$$
(3.7)

となる。ここで、Iはz軸回りの試験マスの慣性モーメント、 $\gamma$ とkはそれぞれ回転方向の散逸とばね定数である。

### 3.1.2 周波数応答

$$h(t) = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0\\ h_\times & -h_+ & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.8)

の振幅をもった重力波がねじれ振り子に入射したとする。式 (3.7) をフーリエ変換すると

$$-I\omega^{2}\tilde{\theta}(\omega) + i\gamma\omega\tilde{\theta}(\omega) + k\tilde{\theta}(\omega) = -\frac{1}{2}\omega^{2}(\tilde{h}_{+}q_{+} + \tilde{h}_{\times}q_{\times})$$
(3.9)

となる。よって、ねじれ振り子の角度変動は

$$\tilde{\theta}(\omega) = \sum_{A=+,\times} H_A(\omega)\tilde{h}_A \tag{3.10}$$

$$H_A(\omega) = \frac{q_A}{2I} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - i\gamma\omega/I}$$
(3.11)

となる。ここで、 $\omega_0 = \sqrt{k/I}$ はねじれ振り子の回転の共振角周波数とした。この $H_A(\omega)$ が重力波から試験マスの回転への伝達関数である。

より具体的に、長さL、幅および高さW、質量Mの一様な棒状試験マスがx軸上にあるとき、

$$q_{+} = 0$$
 (3.12)

$$q_{\times} = \frac{1}{12}M(L^2 - W^2) \simeq \frac{1}{12}ML^2$$
 (3.13)

$$I = \frac{1}{12}M(L^2 + W^2) \simeq \frac{1}{12}ML^2$$
(3.14)

なので

$$H_{+}(\omega) = 0 \tag{3.15}$$

$$H_{\times}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - i\omega\gamma/I}$$
(3.16)

となる。つまり、x 軸上に試験マスがあるとき、 $\times$  モードの重力波にのみ感度があり、さらに回転の共振周波数より高周波帯で $H_{\times} \simeq 1/2$ となり感度をもつことになる。観測する運動の共振周波数より高周波帯で感度があるという点では干渉計型重力波望遠鏡と同じであるが、ねじれ振り子の場合、回転の共振周波数はmHz程度にすることが可能なので、地上にも関わらず、0.1-1 Hzの低周波に感度をもつことができるのである。

# 3.2 観測対象

## 3.2.1 中間質量ブラックホール連星

中間質量ブラックホール (Intermediate Massive Black Hole: IMBH) とは、 $10M_{\odot}$  程度の恒星質 量ブラックホールと $10^6M_{\odot}$  以上の超大質量ブラックホール (Super Massive Black Hole: SMBH) の中間程度の質量のブラックホールのことである。特に $10^4M_{\odot} - 10^5M_{\odot}$  程度のブラックホール 連星は0.1-1 Hz 帯で合体するので、TOBA の観測対象となる。この IMBH 同士の連星合体は銀 河中心の SMBH の形成過程として考えられている候補の1つであり、IMBH の観測により合体頻 度などが見積もれれば、SMBH の形成過程の解明に繋がる可能性がある。

中間質量ブラックホールは HLX-1 という X 線による観測例 [11] が報告されているのみであり、 重力波による観測の意義は大きい。

## 3.2.2 背景重力波

背景重力波は、初期宇宙の量子揺らぎ起源の重力波と、区別できない無数の天体からの重力波 の重ね合わせで表される。背景重力波の時系列波形を予想することはできないが、平均振幅が一 定、無偏波、等方的、波形がガウシアンといった仮定をおくことでスペクトルは見積もることが できる。[12] によれば、背景重力波の片側パワースペクトル密度は

$$\sqrt{S_{\rm GW}} = \frac{\sqrt{3}H_0}{2\sqrt{\pi}} f^{-3/2} \sqrt{\Omega_{\rm GW}}$$
(3.17)

である。ただし、 $H_0$  はハッブル定数、 $\Omega_{\rm GW}$  は重力波のエネルギー密度を表すパラメータで、以下のように定義される。

$$\Omega_{\rm GW}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\rm GW}}{d \ln f}$$
(3.18)

ここで、 $\rho_c = 3c^2 H_0^2/8\pi G$ は宇宙の臨界エネルギー密度、 $\rho_{\rm GW}$ は重力波のエネルギー密度である。 式 (3.17)の周波数依存性は  $f^{-3/2}$ のため、低周波数ほど有利となる。

## 3.2.3 ニュートン雑音

ニュートン雑音とは、地面や大気のゆらぎによる重力場変動が直接試験マスに力を及ぼす雑音の ことである。この雑音は未だ観測されていないが、将来の地上重力波望遠鏡の低周波での感度を制 限すると考えられている。地面、大気によるニュートン雑音をそれぞれ地面ニュートン雑音、大気 ニュートン雑音というが、大気ニュートン雑音の寄与は特に大きく、0.1 Hz で  $10^{-16} - 10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ 程度と見積もられている [13]。ただし、大気ニュートン雑音を引き起こす大気圧力ゆらぎは季節や 時間帯、場所によって数桁変動することが分かっている [14]。

# 3.2.4 地震速報

現状の地震速報は伝播速度の速い p 波を観測することで、伝播速度は遅いが振幅の大きい s 波が到達する前に速報を出すというシステムである。これを p 波ではなく光速で伝播する地震による重力場変動を観測することで、従来より速い地震速報が可能となるというものである。地震による重力場変動は [15] で計算されており、0.1 Hz で  $10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ の感度であれば 100 km 離れた M6 の地震も検出可能だと見積もられている。

# 3.3 TOBA のロードマップ

TOBA は最終的には 10 m スケールのねじれ振り子を用い、0.1 Hz で量子雑音に制限された 感度  $10^{-19}$  / $\sqrt{\text{Hz}}$  に到達する計画である (Final TOBA)。この TOBA の最終目標に到達するため には、まず小型のプロトタイプで量子雑音に制限された感度を実現する必要がある。これまでに 20 cm スケールのプロトタイプ TOBA が 2 台開発されたが、いずれも量子雑音レベルには至って いない。Final TOBA とプロトタイプ TOBA については 3.4 節と 3.5 節で詳細に述べる。

そこでプロトタイプ TOBA と Final TOBA を繋ぐステップとして、長さ 30 cm スケールのねじ れ振り子を用いて、量子雑音レベル  $10^{-15}/\sqrt{\text{Hz}}$ @0.1 Hz という感度を目指す (Phase-III TOBA)。 TOBA 開発のロードマップを図 3.2 に示す。

Phase-III TOBA は最終的には低温化し、試験マスの材質には低温で散逸の小さいシリコンを 用いる予定であるが、低温にする前のステップとしてまず常温で実現可能な感度に到達すること を目指す。具体的には懸架ワイヤの熱雑音に制限された感度  $10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}$ @0.1 Hz を目指す。この 常温 TOBA では長さ 20 cm、常温で散逸の小さい合成石英の棒状の試験マスを用いる予定である (図 3.3)。そしてこの常温 TOBA を実現した後、試験マスを長さ 30 cm、ダンベル状のシリコンに し、散逸の小さいワイヤを用いた懸架、低温化によって Phase-III TOBA の目標感度に到達する。 Phase-III TOBA の目標感度に到達するためには、これまでプロトタイプで問題になっていた 変位読み取り雑音、磁場雑音、地面振動に対して対策を行う必要がある。本研究では特に、変位 読み取り雑音と磁場雑音低減のために、モノリシック干渉計およびコイルコイルアクチュエータ を開発した。詳細は第4章で改めて述べる。



図 3.2: TOBA 開発の流れ



図 3.3: 合成石英試験マス。側面はミラーコーティングされている。

# 3.4 Final TOBA

TOBA は最終的には 10 m スケールのねじれ振り子を用い、0.1 Hz で量子雑音に制限された感度  $10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$  に到達する計画である (図 3.4)。この感度に到達すると、 $10^4 - 10^5 M_{\odot}$ の中間質量 ブラックホール連星を 10 Gpc という領域で探査することが可能となる (図 3.5)。

また、背景重力波に対しては1年間の観測で0.1 Hzで $\Omega_{\text{GW}} < 10^{-7}$ という上限値を付けることができ、ビッグバン元素合成から予想される上限値を超えることができる[8]。



Total Mass of Black holes [M<sub>o</sub>]

図 3.5: Final TOBA のブラックホールの観測可能距離 [8]

# 3.5 プロトタイプTOBA

この 10 m スケールの TOBA の原理実証のため、これまでに 20 cm スケールの小型のプロトタ イプが 2 台開発された。

# 3.5.1 Phase-I TOBA

Phase-I TOBA は超伝導磁気浮上によって試験マスを保持することで地面振動雑音の影響を抑 えた構成である (図 3.6)。しかし低周波では超伝導磁石やアクチュエータ磁石と外部磁場のカップ リング雑音で感度が制限されていた (図 3.7)。



⊠ 3.6: Phase-I TOBA



図 3.7: Phase-I TOBA の感度 [9]

# 3.5.2 Phase-II TOBA

Phase-Iで超伝導磁石の磁場雑音が問題になることが分かったので、Phase-IIでは超伝導磁気浮上 ではなく、図 3.8 のように試験マスをワイヤで懸架した。このときの感度は図 3.9 である。Phase-II TOBA では試験マスの回転を読み取るために光ファイバーを用いていたが、この光ファイバーの 位相雑音で感度が制限されていた。よって変位読み取り光学系をファイバーではなく空間光で構 成する必要があることが分かった。



⊠ 3.8: Phase-II TOBA



図 3.9: Phase-II TOBA の感度 [10]。青線が感度で、赤線がファイバーの位相雑音、緑線は強度雑音である。

# 第4章 Phase-III TOBA

前章で述べたように、Phase-III TOBA では、長さ 30 cm、シリコンのねじれ振り子を用いて 量子雑音に制限された感度  $10^{-15}/\sqrt{\text{Hz}}$ @0.1 Hz を目指す。表 4.1 ではこの感度を回転角換算、ト ルク換算した値をまとめた。トルクは慣性モーメントによるが、 $I = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 程度を仮定して いる。

この章では、Phase-III TOBAの観測対象、開発項目、測定の原理および雑音源について述べる。

重力波振幅	$10^{-15}$ $/\sqrt{\text{Hz}}$		
回転角換算	$5 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$		
トルク換算	$1 \times 10^{-17} \text{ Nm}/\sqrt{\text{Hz}}$		

表 4.1: Phase-III TOBA の目標感度@0.1 Hz

# 4.1 観測対象

Phase-III TOBA の目標感度  $10^{-15}/\sqrt{\text{Hz}}$ @0.1 Hz は 0.1 Hz における世界最高感度でもあるの で、Phase-III TOBA は大型化への足がかりとなるだけでなく、以下のような様々な科学的意義も ある。

- 中間質量ブラックホール連星探査: 0.1 Mpc(天の川銀河とその近傍)の範囲での探査
- 背景重力波振幅への制限: Ω<sub>GW</sub> < 10</li>
- ニュートン雑音:大気ニュートン雑音の直接観測
- 地震速報: M6の地震について 100 km 程度まで

# 4.2 開発項目

Phase-III TOBA の目標感度を実現するために特に開発すべき項目は以下の4つである。

- 変位読み取り雑音:モノリシック干渉計の開発(本研究)
- •磁場雑音:コイルコイルアクチュエータの開発(本研究)
- 地面振動雑音:並進から回転へのカップリング低減、能動防振など
- 懸架ワイヤの熱雑音: 散逸の少ない懸架ワイヤの開発、低温化

以下にそれぞれの雑音について詳細を述べる。

変位読み取り雑音とは、変位を読み取る光学系の光学素子の振動による雑音のことである。この雑音を低減するために、本研究では変位読み取り光学系として、モノリシックパワーリサイクリングマイケルソン干渉計を製作した。

モノリシック光学系とは、通常の光学系のようにミラーマウントなどは用いず、光学系を構成 する鏡を直接光学系土台に接着し、土台と光学素子が一体となった光学系のことである。モノリ シック光学系は LIGO や LISA Pathfinder などで変位読み取り光学系として使用されており、変 位読み取り雑音を低減する有望な技術である。特に LISA Pathfinder では、宇宙空間ではあるが、  $0.1 \text{ Hz} \ \ c \ 3.5 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  という変位感度が達成されている [16]。

モノリシック光学系では、光学素子と土台を何らかの方法で接着する必要がある。図 4.1 は、代 表的な接着方法である紫外線硬化樹脂、Hydroxide Catalysis Bonding (HCB)[17] および optical contact[18, 19] を比較した図である。

	紫外線硬化 樹脂	НСВ	optical contact
機械強度	中*	大	大
機械安定度	中*	大	大
低温	*	0	0
取り扱い	<b>_</b> *	×	×
アライン メント	<b>_</b> *	×	×

\*:あまり調査されていない

# 図 4.1: 接着方法の比較

HCB と optical contact は機械強度や機械安定度が高いことが分かっているが、一度接着する と基本的には取り外すことができないため、これらを用いたモノリシック光学系の製作は困難と なる。一方、紫外線硬化樹脂は取り外し可能であり、アラインメント後すぐに光で固めることが できるため、接着手法として有望であるが、機械強度や機械安定度などの性能評価はあまり行わ れておらず、実験的に検証する必要がある。

そこで本研究では、紫外線硬化樹脂を用いた接着、アラインメント手法の確立および機械安定 度の評価のため、紫外線硬化樹脂を用いてモノリシック干渉計を製作した。

このモノリシック光学系を用いて、本研究ではパワーリサイクリングマイケルソン干渉計(PRMI) を製作したが、パワーリサイクリングを導入する理由は

• 変位読み取りの光量を上げ、散射雑音を低減できる

- 試験マスの回転運動だけでなく、並進運動も読み取れる
- パワーリサイクリング共振器が光の高次モードフィルタになり、ビームジッター雑音を低減 できる

といった利点があるからである。特に、Final TOBA では 10 kW 程度という非常に大きな光量が 必要なため、パワーリサイクリングは将来的に必須の技術である。また PRMI ではなく、試験マ スの両腕を 2 つの Fabry-Perot 共振器で読み取り、それらの信号を足し引きすることで回転と並 進を測定することもできるが、PRMI はマイケルソン干渉計で回転を直接測定できるので雑音の 点で優れている。

しかし、これまでモノリシック光学系でパワーリサイクリングマイケルソン干渉計を構築した 例はなく、そのアラインメント手法を確立する必要がある。

Phase-III TOBA における試験マスとモノリシック干渉計の CAD 図とその概略図を図 4.2、4.3 に示す。試験マスの一面はミラーコーティングされており、試験マスの両端をエンドミラーとした干渉計となっている。



図 4.2: 試験マスとモノリシック干渉計の CAD 図



図 4.3: 試験マスとモノリシック干渉計の概略図

4.2.2 磁場雑音

試験マスが磁気双極子モーメント  $\mu$ をもっており、外部磁場が B のとき、試験マスにトルク

$$N = \mu \times B \tag{4.1}$$

がかかる。東京大学理学部1号館地下の実験室で測られた外部磁場の値 $B = 10^{-8}(0.1 \text{ Hz}/f) \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$ [20] を仮定すると、試験マスがもつ磁気双極子モーメントに対して

$$\mu < 10^{-9} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \tag{4.2}$$

という要求値が課される。よってコイルマグネットアクチュエータを用いるために磁石を試験マ スに取り付けることは難しい。

この要求値を満たすためには、磁気シールドを用いて外部磁場を低減する、もしくはコイルコ イルアクチュエータ [21] といった環境磁場に強いアクチュエータの開発が必要となる。

先行研究 [21] では、コイルコイルアクチュエータによってねじれ振り子を制御し、駆動力の評価が行われたが、環境磁場とのカップリングは未だ評価されていない。

そこで本研究では、コイルコイルアクチュエータにヘルムホルツコイルによって一様な磁場を かけることで、コイルコイルアクチュエータの環境磁場とのカップリングの評価を行った。

# 4.2.3 地面振動雑音

地面振動は大きく分けて二つある。回転地面振動と並進地面振動からのカップリングである。試 験マスの回転を読み取るので、理想的には並進地面振動の寄与はないはずだが、試験マスの重心 と懸架点のずれや鏡の平行度のずれが並進地面振動とカップルして回転の雑音となって出てくる。 回転地面振動に対しては、3段ねじれ振り子にし、試験マスと光学系土台の同相雑音除去によって要求値を満たすことができる [22]。

一方並進振動は、振り子の共振周波数 (~1 Hz) 以下では防振することが困難なため、並進から 回転へのカップリングを低減し、加えて能動防振する必要がある。カップリングを低減するため には、試験マスの傾きを制御する、試験マスを一体研磨して平行度の良い鏡面を作るなどする必 要がある [22]。

### 4.2.4 懸架ワイヤの熱雑音

懸架ワイヤが周囲の熱浴からのエネルギーを受け取って回転してしまう雑音である。この雑音 は揺動散逸定理により計算でき

$$\delta\theta_{\rm sus} = \sqrt{-\frac{4k_BT}{\omega}} {\rm Im}\left[\frac{\tilde{\theta}}{\tilde{N}}\right] = \sqrt{\frac{4k_BT}{\omega}\frac{\omega_0^2\phi_{\rm sus}}{I\omega^4}}$$
(4.3)

となる。ただし、回転の共振角周波数は $\omega_0 << \omega$ である。 $\phi_{sus}$ は懸架ワイヤの散逸である。 $\omega_0 = 5$ mHz、液体ヘリウムを用いて4Kまで冷却したとして、この雑音が要求を満たすためには懸架ワイヤの散逸は

$$\phi_{\rm sus} < 5.6 \times 10^{-9} \tag{4.4}$$

でなければならない。懸架ワイヤの材質としてはシリコンが有力であり、板ばね形状、低温で  $\phi < 10^{-6\sim-7}$ の散逸が達成されている [23]。シリコンをワイヤ形状にしたときの低温での散逸は 実験的に評価しなければならない。

# 4.3 測定原理

先に述べたように Phase-III TOBA ではねじれ振り子の回転をパワーリサイクリングマイケル ソン干渉計 (PRMI) で読み取る。この節では PRMI を含めた干渉計の原理について述べる。

## 4.3.1 Michelson 干涉計

簡単のため、ビームスプリッター (BS) でのロスを考えず、エンドミラーの反射率は1とする。 図 4.4 のような Michelson 干渉計において、x 方向の腕の長さ (BS からエンドミラーまでの距離) を  $l_x$ 、y 方向の腕の長さを  $l_y$ 、レーザー光の角周波数を  $\omega$  とすると、x, y 方向の腕の往復で位相  $\phi_x = 2l_x\omega/c$ 、 $\phi_y = 2l_y\omega/c$  がかかるので Anti-Symmetric port (AS port) での電場は

$$E_{\rm AS} = \frac{1}{2} E_{\rm i} (e^{-i\phi_x} - e^{-i\phi_y}) = -iE_{\rm i} e^{-i\frac{\phi_+}{2}} \sin\frac{\phi_-}{2}$$
(4.5)

となる。ただし、 $E_{i}$ は入射光の電場、 $\phi_{+} \equiv \phi_{x} + \phi_{y}$ 、 $\phi_{-} \equiv \phi_{x} - \phi_{y}$ とした。



図 4.4: Michelson 干涉計

よって Photo Detector (PD) に入射する出力強度は

$$P_{\rm AS} = |E_{\rm AS}|^2 = E_0^2 \sin^2 \frac{\phi_-}{2} \tag{4.6}$$

となる。ただし、 $E_0 = |E_i|$ である。この出力強度が半分になるところを mid fringe、出力強度が 0 になるところを dark fringe という。後に説明するパワーリサイクリングするためにはこの dark fringe にする必要がある。

式 (4.5) はマイケルソン干渉計の透過光とみなすこともできる。反射光も同様に計算することができ、マイケルソン干渉計の透過率と反射率は

$$t_{\rm MI} = \frac{1}{2} (e^{-i\phi_x} - e^{-i\phi_y}) = -ie^{-i\frac{\phi_+}{2}} \sin\frac{\phi_-}{2}$$
(4.7)

$$r_{\rm MI} = \frac{1}{2} (e^{-i\phi_x} + e^{-i\phi_y}) = e^{-i\frac{\phi_+}{2}} \cos\frac{\phi_-}{2}$$
(4.8)

となる。

# 4.3.2 Fabry-Perot 共振器

Fabry-Perot 共振器とは図 4.5 のように 2 枚の鏡を向かい合わせることで中で光を何度も往復させ、実効的に光を「溜める」ことができるものである。以下では、Fabry-Perot 共振器の基本的な 性質についてまとめる。

# 反射率と透過率

図 4.5 のような Fabry-Perot 共振器において、共振器長を L、フロントミラーの反射率と透過率 をそれぞれ  $r_{\rm F}$ 、 $t_{\rm F}$  とし、同様にエンドミラーの反射率と透過率を  $r_{\rm E}$ 、 $t_{\rm E}$  とする。ただし、ここで の反射率、透過率は振幅反射率、振幅透過率とする。



図 4.5: Fabry-Perot 共振器

フロントミラーへの入射光の電場を E<sub>i</sub>とすると、反射光の振幅は

$$E_{\rm r} = E_{\rm i}(-r_{\rm F}) + E_{\rm i}t_{\rm F}^{2}r_{\rm E}e^{-i\phi} + E_{\rm i}t_{\rm F}^{2}r_{\rm E}^{2}r_{\rm F}e^{-2i\phi} + \cdots$$
  
$$= E_{\rm i}(-r_{\rm F}) + E_{\rm i}t_{\rm F}^{2}r_{\rm E}e^{-i\phi}\sum_{n=0}^{\infty}(r_{\rm F}r_{\rm E}e^{-i\phi})^{n}$$
  
$$= E_{\rm i}\left(-r_{\rm F} + \frac{t_{\rm F}^{2}r_{\rm E}e^{-i\phi}}{1 - r_{\rm F}r_{\rm E}e^{-i\phi}}\right)$$
(4.9)

となる。ここで  $\phi$  は光が共振器を往復するときの位相変化であり

$$\phi = \frac{2L\omega}{c} \tag{4.10}$$

である。

同様に透過光の振幅は

$$E_{t} = E_{i}t_{F}t_{E}e^{-i\phi/2}\sum_{n=0}^{\infty}(r_{F}r_{E}e^{-i\phi})^{n}$$
  
=  $E_{i}\frac{t_{F}t_{E}e^{-i\phi/2}}{1-r_{F}r_{E}e^{-i\phi}}$  (4.11)

となる。つまり Fabry-Perot 共振器の反射率 r、t は

$$r_{\rm FP}(\phi) = -r_{\rm F} + \frac{t_{\rm F}^2 r_{\rm E} e^{-i\phi}}{1 - r_{\rm F} r_{\rm E} e^{-i\phi}}$$
(4.12)

$$t_{\rm FP}(\phi) = \frac{t_{\rm F} t_{\rm E} e^{-i\phi/2}}{1 - r_{\rm F} r_{\rm E} e^{-i\phi}}$$
(4.13)

となる。

透過光強度は

$$P_{\rm t} = |E_{\rm t}|^2 = \frac{(t_{\rm F} t_{\rm E})^2}{(1 - r_{\rm F} r_{\rm E})^2 + 4r_{\rm F} r_{\rm E} \sin^2 \phi/2} P_{\rm in}$$
(4.14)

となる。ここで、 $P_{
m in}=|E_{
m i}|^2$ である。強度透過率 $|t_{
m FP}(\phi)|^2$ を図示すると図 4.6のようになる。



図 4.6: 位相の変化に対する Fabry-Perot 共振器の強度透過率  $(r_{\rm F} = r_{\rm E})$ 、  $\mathcal{F} = 10$  の場合)

透過光強度が最大となるとき、共振器内部の光強度は最大となっており、Fabry-Perot 共振器は 共振しているという。共振条件は

$$\phi = 2\pi m \qquad (m = 1, 2, \cdots)$$
 (4.15)

である。式 (4.10) と  $\omega_L = 2\pi c/\lambda$  を用いると、この条件は

$$2L = m\lambda \qquad (m = 1, 2, \cdots) \tag{4.16}$$

と書くことができる。

共振器長 *L* を固定してレーザーの周波数を変化させたとすると、透過光強度は周期的に変化する。この周期をフリースペクトラルレンジ (FSR) といい、式 (4.15) より

$$\Delta \phi = \frac{2L\omega_{\rm FSR}}{c} = 2\pi \tag{4.17}$$

であるから

$$\nu_{\rm FSR} = \frac{\omega_{\rm FSR}}{2\pi} = \frac{c}{2L} \tag{4.18}$$

となる。

透過光強度ピークの半値全幅 *v*<sub>FWHM</sub>は式 (4.14)より

$$\frac{1}{1 + \frac{4r_{\rm F}r_{\rm E}}{(1 - r_{\rm F}r_{\rm E})^2}\sin^2\left(\frac{\pi L\nu_{\rm FWHM}}{c}\right)} = \frac{1}{2}$$
(4.19)

を解けばよい。ここで  $\frac{\pi L \nu_{\rm FWHM}}{c} = \frac{\pi \nu_{\rm FWHM}}{2 \nu_{\rm FSR}} \ll 1$ とする <sup>1</sup> と sin の展開ができ

$$\nu_{\rm FWHM} = \frac{c(1 - r_{\rm F}r_{\rm E})}{2\pi L \sqrt{r_{\rm F}r_{\rm E}}} \tag{4.20}$$

となる。

ν<sub>FSR</sub>とν<sub>FWHM</sub>の比は共振の鋭さを表し、フィネスという。フィネスは以下のようになる。

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\nu_{\rm FSR}}{\nu_{\rm FWHM}} = \frac{\pi \sqrt{r_{\rm F} r_{\rm E}}}{1 - r_{\rm F} r_{\rm E}} \tag{4.21}$$

Michelson 干渉計は $\mathcal{F} = 2$ の場合に対応する。

強度反射率  $R = r^2$ 、強度透過率  $T = t^2$ を用いて、式 (4.21) を  $t_{\rm F}$ 、 $t_{\rm E} \ll 1$  という条件のもとで 近似すると

$$\mathcal{F} \simeq \frac{2\pi}{\sum T} \tag{4.22}$$

となる。ここで、 $\sum T = T_{
m F} + T_{
m E}$ である  $^2$ 。

# 4.3.3 Power Recycling Michelson 干涉計

次に、本研究のテーマである Power Recycling Michelson Interferometer (PRMI) について説明 する。



図 4.7: Power Recycling Michelson 干涉計

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>これはフィネス (式 (4.21) 参照) を 1 より十分大きくとることに対応しており、妥当な仮定である。 <sup>2</sup>損失項  $T_{\rm loss} \ll 1$ を考慮に入れると、 $\sum T = T_{\rm F} + T_{\rm E} + T_{\rm loss}$ となる。

マイケルソン部分を1つの複合鏡とみなすと、PRMI はパワーリサイクリングミラー (PRM) と マイケルソン干渉計のなす共振器だと考えることができる。PRM の透過率と反射率を $t_{\rm R}, r_{\rm R}$  とし、 PRM と BS を往復する際の位相変化を  $\phi$  とすると、PRMI の透過率と反射率は式 (4.12)、(4.13) より

$$t_{\text{PRMI}} = \frac{t_{\text{R}}e^{-i\phi/2}}{1 - r_{\text{R}}r_{\text{MI}}e^{-i\phi}}t_{\text{MI}}$$

$$(4.23)$$

$$r_{\rm PRMI} = -r_{\rm R} + \frac{t_{\rm R}^2 r_{\rm MI} e^{-i\phi}}{1 - r_{\rm R} r_{\rm MI} e^{-i\phi}}$$
(4.24)

となる。ここで、 $\phi_+/2 + \phi$ を改めて  $\phi_+$  と置き直すと、これらの式は

$$t_{\text{PRMI}} = \frac{t_{\text{R}}}{1 - r_{\text{R}}r_{\text{MI}}} t_{\text{MI}}$$
(4.25)

$$r_{\rm PRMI} = -r_{\rm R} + \frac{t_{\rm R}^2 r_{\rm MI}}{1 - r_{\rm R} r_{\rm MI}}$$
 (4.26)

と書くことができる。ただし

$$t_{\rm MI} = -ie^{-i\frac{\phi_+ - \phi}{2}} \sin \frac{\phi_-}{2}$$
(4.27)

とする。

パワーリサイクリングゲイン

式 (4.25) より、PRMI の透過光は MI の透過光より

$$g = \frac{t_{\rm R}}{1 - r_{\rm R} r_{\rm MI}} \tag{4.28}$$

だけ増幅されており<sup>3</sup>、 $G = |g|^2$ をパワーリサイクリングゲインという。基本的には PRM の反射 率を大きくすればリサイクリングゲインも大きくなるが、反射率が大きすぎると、ロスやコント ラスト (マイケルソン干渉計の干渉具合)の悪化の影響を大きく受け、リサイクリングゲインは小 さくなってしまう。

信号取得法

パワーリサイクリングを最適化するためには、マイケルソン干渉計をダークフリンジにロック し、パワーリサイクリング共振器を共振点にロックする必要がある。しかし干渉計の透過光や反 射光の DC パワーだけ見ていても、ロックする場所からずれたときの符号が分からない。この符 号を知るために、入射光に位相変調をかける。

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>PRC 内の電場が g だけ増幅されていると言ってもよい。

位相変調

入射光 E<sub>0</sub>e<sup>iωt</sup> が位相変調を受けると

$$E_{\rm i} = E_0 e^{i\omega t} e^{i\gamma\cos\omega_m t} \tag{4.29}$$

となる。ここで、 $\gamma$  は変調指数、 $\omega_m$  は変調周波数である。この式はベッセル関数によって展開することができて

$$E_{\rm i} = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n e^{i(\omega + n\omega_m)t}$$
(4.30)

となる。この式は無数の周波数の足しあわせたものであるが、1番大きいn = 0の項と次に大き い $n = \pm 1$ の項のみを考えればよいことが多い。n = 0の項を carrier、 $n = \pm 1$ の項を sideband と呼ぶ。

この電場が PD に入る時、周波数  $\omega_m$  の成分は

$$P_1 = \sum_{m=0}^{\infty} [E_{m+1}E_m^* + E_{-m}E_{-m-1}^*]$$
(4.31)

となる。特にm = 0のみを考える場合は

$$P_1 = E_1 E_0^* + E_0 E_{-1}^* \tag{4.32}$$

となる。これは carrier と sideband の干渉項であり、carrier の電場に比例する信号である。よって carrier が持つ位相情報を得ることができるのである。これによって dark fringe にロックしたり共振器をロックしたりすることができる。

PD に入った  $\omega_m$  の項は  $\omega_m$  の信号で復調される。独立な復調位相は 2 つあり in phase (I phase) と quadrature phase (Q phase) という。I phase の場合は信号を  $\cos \omega_m t$  で復調することに対応し、 Q phase は  $\sin \omega_m t$  で復調することに対応する。

この変調法で PRMI の差動信号、同相信号に比例した信号を得ることができることを具体的な 計算によって示す。

## 動作点

信号の計算に進む前に、パワーリサイクリングが最適化される動作点での carrier と sideband に 対する条件をまとめる。

まず、carrier は MI でダークフリンジ ( $t_{MI,0} = 0$ )、PRC で共振 ( $r_{MI,0} = 1$ ) であるから、式 (4.27)、(4.8) より

$$\phi_{-0} = 2\pi n_1 \ (n_1 : \mathbf{\underline{B}}\mathbf{\underline{B}}) \tag{4.33}$$

$$\phi_{+0} = \phi_{-0} + 4\pi n_2 \quad (n_2 : \mathbf{2}) \tag{4.34}$$

となる。

sideband について、sideband に対しての干渉計の往復位相は、carrier の往復位相からのずれとして

$$\phi_{\text{dof},\pm 1} = \frac{2l_{\text{dof}}(\omega + \omega_m)}{c} = \phi_{\text{dof}0} \pm \frac{2l_{\text{dof}}\omega_m}{c}$$
(4.35)

と書ける。ただし、dof は -(差動)、+(同相) を表し、特にマイケルソン干渉計の腕の長さの差  $l_{-} = l_x - l_y$  をアシンメトリと呼ぶ。

carrier からのずれのパラメータ  $\alpha, \beta$  を

$$\alpha = \frac{l_{-}\omega_m}{c} \tag{4.36}$$

$$\beta = \frac{l_+\omega_m}{c} \tag{4.37}$$

と定義すると、sideband に対する往復位相は

$$\phi_{-,\pm 1} = \phi_{-0} \pm 2\alpha \tag{4.38}$$

$$\phi_{+,\pm 1} = \phi_{+0} \pm 2\beta \tag{4.39}$$

#### と書ける。

sideband について、差動、同相信号の大きさは sideband の光量に比例するため、sideband も PRC で共振する ( $r_{\text{MI},\pm1} = 1$ ) 状態がよい。式 (4.8) よりこの条件は

$$\beta = 2\pi n_3 \quad (n_3 : \mathbf{\underline{8}}\mathbf{\underline{3}}) \tag{4.40}$$

となる。ただし、 $\alpha << 1$ とした<sup>4</sup>。

# 信号取得

PRMI は差動と同相の2つの自由度があるが、これらの信号を独立に取り出す手法について述べる。2つの自由度の変化に対するAS、REFL の信号変化を考える。各ポートのI, Q phase がどのような信号になるかを行列で表すと、以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial\phi_{-}} \\ \frac{\partial}{\partial\phi_{+}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{\rm AS}^{I} & P_{\rm AS}^{Q} & P_{\rm REFL}^{I} & P_{\rm REFL}^{Q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_{\rm AS}^{I}}{\partial\phi_{-}} & \frac{\partial P_{\rm AS}^{Q}}{\partial\phi_{-}} & \frac{\partial P_{\rm REFL}^{I}}{\partial\phi_{-}} & \frac{\partial P_{\rm REFL}^{Q}}{\partial\phi_{-}} \\ \frac{\partial P_{\rm AS}^{I}}{\partial\phi_{+}} & \frac{\partial P_{\rm REFL}^{Q}}{\partial\phi_{+}} & \frac{\partial P_{\rm REFL}^{Q}}{\partial\phi_{+}} \end{pmatrix}$$
(4.41)

見たいポートでの *n* 次の電場を  $E_n = x_n E_{i,n}$  と書くと (AS の場合は  $x = t_{\text{PRMI}}$ 、REFL の場合 は  $x = r_{\text{PRMI}}$ )、それぞれの行列成分は以下のようになる。

$$\frac{\partial P^{I}}{\partial \phi} = P_{0} \sum_{n=0}^{\infty} J_{n} J_{n+1} \operatorname{Im} \left\{ x_{n} \frac{\partial x_{n+1}^{*}}{\partial \phi} + x_{-n} \frac{\partial x_{-n-1}^{*}}{\partial \phi} + \frac{\partial x_{n}}{\partial \phi} x_{n+1}^{*} + \frac{\partial x_{-n}}{\partial \phi} x_{-n-1}^{*} \right\}$$
(4.42)  
$$\frac{\partial P^{Q}}{\partial P^{Q}} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -\frac{\partial x_{n+1}^{*}}{\partial \phi} + x_{-n} \frac{\partial x_{n+1}^{*}}{\partial \phi} + \frac{\partial x_{n+1}}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial P^{\ast}}{\partial \phi} = P_0 \sum_{n=0} J_n J_{n+1} \operatorname{Re} \left\{ -x_n \frac{\partial x_{n+1}}{\partial \phi} + x_{-n} \frac{\partial x_{-n-1}}{\partial \phi} - \frac{\partial x_n}{\partial \phi} x_{n+1}^* + \frac{\partial x_{-n}}{\partial \phi} x_{-n-1}^* \right\} (4.43)$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>今回の実験では変調周波数 14.7 MHz、アシンメトリ 1 mm なのでこれは成り立っている。

1次の sideband のみを考え、上式の n = 0の項のみを考えると

$$\frac{\partial P^{I}}{\partial \phi} = P_{0}J_{0}J_{1}\operatorname{Im}\left\{x_{0}\left(\frac{\partial x_{1}^{*}}{\partial \phi} + \frac{\partial x_{-1}^{*}}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial x_{0}}{\partial \phi}\left(x_{1}^{*} + x_{-1}^{*}\right)\right\}$$
(4.44)

$$\frac{\partial P^Q}{\partial \phi} = P_0 J_0 J_1 \operatorname{Re} \left\{ x_0 \left( -\frac{\partial x_1^*}{\partial \phi} + \frac{\partial x_{-1}^*}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial x_0}{\partial \phi} \left( -x_1^* + x_{-1}^* \right) \right\}$$
(4.45)

となる。

まず AS の場合を求める。carrier は MI ではダークフリンジ ( $t_{\text{PRMI},0} = 0$ ) なので、式 (4.44)、 (4.45) を計算するには  $\partial t_{\text{PRMI},0} / \partial \phi$  を求めればよい。式 (4.25) から

$$\int \frac{\partial}{\partial \phi_{-}} t_{\rm PRMI} = -\frac{i}{2} g \left( \frac{r_{\rm R}}{t_{\rm R}} g t_{\rm MI}^2 + r_{\rm MI} \right)$$
(4.46)

$$\frac{\partial}{\partial \phi_{+}} t_{\text{PRMI}} = -\frac{i}{2} g t_{\text{MI}} \left( \frac{r_{\text{R}}}{t_{\text{R}}} g r_{\text{MI}} + 1 \right)$$
(4.47)

であり、動作点では carrier は  $t_{MI,0} = 0$ ,  $r_{MI,0} = 1$  であるから、これらの式は

$$\int \frac{\partial}{\partial \phi_{-}} t_{\text{PRMI},0} = -\frac{i}{2} g_0 \tag{4.48}$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi_+} t_{\text{PRMI},0} = 0 \tag{4.49}$$

となる。sideband については、通常は sideband が PRC で共振するように変調周波数、PRC 長を 選ぶが、今回の場合 sideband は PRC で完全には共振していない ( $\beta \neq 2\pi n_3$ )。しかし、今回の実 験では変調周波数 14.7 MHz、共振器長 16 cm で  $\beta << 1$  なので  $\beta = 0$  として計算する <sup>5</sup>。よって  $\beta = 0$  ( $\phi_{+,\pm 1} = 0$ ) とすると

$$\frac{\partial P_{\rm AS}^Q}{\partial \phi_-} = -g_0 g_1 \sin \alpha \tag{4.50}$$

$$\frac{\partial P_{\rm AS}^I}{\partial \phi_-} = \frac{\partial P_{\rm AS}}{\partial \phi_+} = 0 \tag{4.51}$$

となり、AS port の Q phase で差動信号のみを取り出すことができる。 REFL port に関しても同様に計算することができ

$$\frac{\partial P_{\text{REFL}}^{I}}{\partial \phi_{+}} = r_{\text{PRMI},0} g_{1}^{2} \cos \alpha - g_{0}^{2} r_{\text{PRMI},1}$$
(4.52)

$$\frac{\partial P_{\text{REFL}}^{\varphi}}{\partial \phi_{-}} = r_{\text{PRMI},0} g_1^2 \sin \alpha \tag{4.53}$$

$$\frac{\partial P_{\text{REFL}}^Q}{\partial \phi_+} = \frac{\partial P_{\text{REFL}}^I}{\partial \phi_-} = 0 \tag{4.54}$$

となり、REFL port の I phase で同相信号を取り出すことができる。ただし、REFL の Q phase に差動信号が混ざってくるが、今回の場合は  $\alpha << 1$  なので同相信号に比べこれは無視できる。

 $<sup>{}^5\</sup>beta \neq 0$  として計算しても、AS に同相信号が混じるようなことはなく、I phase と Q phase の信号比が少し変わるだけである。

# 4.4 その他の雑音源

先に述べた4つの雑音の他にも、Phase-III TOBA で考えられる雑音源は様々ある。この節では 考えられる雑音源およびその対策を述べる。

# 4.4.1 量子雑音

### 散射雑音

散射雑音は、光が光検出器に入るときに、その光子数が量子的に揺らぐことに起因する雑音である。光検出器に平均光電流 *I*<sub>DC</sub> が流れるとき、散射雑音は

$$\delta I_{\rm shot} = \sqrt{2eI_{\rm DC}} \tag{4.55}$$

となる。光子1個が電子に変換される割合として量子効率 $\eta \equiv (I_{\rm DC}/e)/(P_{\rm DC}/\hbar\omega_{\rm L})$ を定義すると、 光検出器に入るパワーの散射雑音は

$$\delta P_{\rm shot} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{\rm L}P_{\rm DC}}{\eta}} \tag{4.56}$$

となる。ここで、 $P_{\rm DC}$ は光検出器に入る光の平均パワー、eは電気素量、 $\hbar$ は換算プランク定数、  $\omega_{\rm L}$ はレーザーの角周波数である。

PRMIの場合のねじれ回転角換算の散射雑音は

$$\delta\theta_{\rm shot} = \frac{\delta P_{\rm AS,shot}}{\left(\frac{\partial P_{\rm AS}}{\partial\theta}\right)} \tag{4.57}$$

となる。干渉計の効率  $\partial P_{\rm AS}/\partial \theta$  は  $P_{\rm AS,DC}$  に比例するため、 $\delta \theta_{\rm shot} \propto 1/\sqrt{P_{\rm AS,DC}}$  となり、散射雑 音はパワーを大きくするほど下がる。動作点での AS port での DC パワーは sideband の項のみで

$$P_{\text{AS,DC}} = P_0 \sin^2 \alpha (J_1^2 |g_1|^2 + J_{-1}^2 |g_{-1}|^2) \simeq 2P_0 \sin^2 \alpha J_1^2 g_1^2$$
(4.58)

なので

$$\delta P_{\rm AS,shot} = 2J_1 g_1 \sin \alpha \sqrt{\frac{\hbar \omega P_0}{\eta}} \tag{4.59}$$

となる。 $\partial P_{\rm AS}/\partial \theta$  は式 (4.50) から計算できるので、式 (4.57) は

$$\delta\theta_{\rm shot} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar c\lambda}{2\pi\eta} \frac{1}{G_0 P_0}} \tag{4.60}$$

となる。ただし、 $P_0$  は入射パワー、 $G_0$  はリサイクリングゲインであり、 $J_0 \simeq 1$  とした。

輻射圧雑音

鏡で光が反射すると鏡は光子 1 個あたり運動量  $2\hbar\omega_L/c$ を受け取り、輻射圧  $F_{\rm rad} = 2P/c$ を受ける。この光子数が量子的に揺らぐことで鏡への輻射圧が揺らぐ雑音が輻射圧雑音である。その力のスペクトルは

$$\delta F_{\rm rad} = \frac{2}{c} \sqrt{2\hbar\omega_{\rm L}P} = 4\sqrt{\frac{\pi\hbar}{c\lambda}}P \tag{4.61}$$

となる。

PRMIの場合、鏡に当たる光は $P = G_0 P_0/2$ であるから、回転角換算の輻射圧雑音は

$$\delta\theta_{\rm rad} = \frac{2L}{I\omega^2} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{c\lambda} G_0 P_0} \tag{4.62}$$

となる。

標準量子限界

散射雑音と輻射圧雑音はレーザーパワーに関してトレードオフの関係になっており、その二つの雑音から決まる原理的な測定限界を標準量子限界 (Standard Quantum Limit: SQL) という。 SQL は

$$\sqrt{\delta\theta_{\rm shot}^2 + \delta\theta_{\rm rad}^2} \geq \sqrt{2\delta\theta_{\rm shot} \cdot \delta\theta_{\rm rad}} = \delta\theta_{\rm SQL} \tag{4.63}$$

$$\delta\theta_{\rm SQL} = \sqrt{\frac{4\hbar}{I\omega^2}} \tag{4.64}$$

となる。ただし、量子効率 $\eta = 1$ とした。

SQL が要求値を満たすという条件から慣性モーメントに対する要求値が

$$I > 2.1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \tag{4.65}$$

と決まる。 今仮定している慣性モーメントは $5 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ なので、これは満たしている。

## 4.4.2 レーザー雑音

周波数雑音

周波数雑音はアシンメトリとカップルして位相雑音となる。回転角換算では

$$\delta\theta_{\rm freq} = \frac{l_-}{L} \frac{\delta\nu}{\nu} \tag{4.66}$$

となる。ただし、 $\nu$ ,  $\delta \nu$  はそれぞれレーザーの周波数、周波数雑音である。アシンメトリを 1 mm として周波数雑音に対する要求値は 0.1 Hz で

$$\delta\nu < 20 \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}} \tag{4.67}$$

となる。これは参照共振器を用いて十分達成可能な値である [24]。

# 強度雑音

完全なダークフリンジであれば強度雑音は効かないが、実際はダークフリンジ周りで残留 rms δθ<sub>rms</sub>だけ揺らいでおり、これが強度雑音とカップルして雑音となる。回転角換算の雑音としては

$$\delta\theta_{\rm int} = \frac{\rm RIN}{2} \delta\theta_{\rm rms} \tag{4.68}$$

となる。ここで RIN (Relative Intensity Noise) はレーザーの相対強度雑音である。これより相対 強度雑音と残留 rms に対する実現可能な要求値は

$$RIN < 10^{-6} / \sqrt{Hz} = 0.1 Hz, \ \delta \theta_{rms} < 1 nrad$$
 (4.69)

となる。残留 rms を抑えるため、制御ゲインは十分大きくする必要がある。

# ビームジッター雑音

レーザーの角度方向の揺らぎ (ビームジッターと呼ばれる) や、水平鉛直方向の揺らぎは高次モードとなり雑音となる。これを低減するために、光を干渉計に入射する前にモードクリーナーと呼ばれる TEM<sub>00</sub> モードのみを通す共振器を入れることが多い。Phase-III TOBA ではパワーリサイクリングを導入することで、パワーリサイクリング共振器がモードクリーナーの役割を果たすので、ビームジッター雑音低減が期待できる。

# 4.4.3 試験マス熱雑音

これは試験マスの機械共振が熱的に励起されるために生じる雑音である<sup>6</sup>。試験マスをモード展 開したとき、差動変動に最も効くのは図 4.8 のような 2 次のモードである。試験マスは観測周波数 帯では自由質点なので、両端自由梁と考えることができる。



図 4.8: 試験マスの2次のモード

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>通常の鏡の場合の substrate thermal のことである。

 $\omega << \omega_2 \, \mathfrak{Clt}$ 

$$\delta\theta_{\rm bar} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{4k_B T}{\omega} \frac{\phi_{\rm bar}}{\mu_2 \omega_2^2}} \tag{4.70}$$

となる。ここで  $\phi_{bar}$  は試験マスの散逸である。 $\mu_2$ 、 $\omega_2$  は 2 次モードの換算質量、共振周波数であり、細かい導出は補遺 A とするが  $\omega_2$  は

$$\omega_2 = \frac{\lambda_2^2}{L^2} \sqrt{\frac{Y_s I_A}{\rho A}} \tag{4.71}$$

によって与えられる。ここで、 $ho, Y_s, A, I_A$ はそれぞれ試験マスの密度、ヤング率、yz面の断面積、断面 2 次モーメントである。 $\lambda_2$  は境界条件によって決まり、両端が自由の場合は  $\lambda_2 = 7.853$  である。形状、材質にもよるが  $\omega_2$  は  $2\pi \times 10$  kHz 程度であり、 $\mu_2$  は、0.3 kg 程度となる。

これより、4Kのもとで試験マスの散逸に対する要求値が

$$\phi_{\rm bar} < 10^{-1}$$
 (4.72)

となる。シリコンはこれを満たす。

## 4.4.4 熱輻射雑音

試験マス周辺からの熱輻射の変動による雑音である。回転にもっとも大きな相関を持った場合

$$\delta\theta_{\rm trad}(\omega) = \frac{1}{I\omega^2} \frac{4\sigma T^3 a L}{c} \delta T \tag{4.73}$$

となる。ただし、 $\sigma$ は Stefan-Boltzmann 定数、aはxz 面の試験マスの側面積、 $\delta T$ は試験マス周辺の温度変動である。この式から温度変動に対して  $\delta T < 7.6 \times 10^{-2} \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}} @0.1 \text{ Hz}$ が課される。

# 4.4.5 残留分子気体熱雑音

残留分子気体が試験マスに衝突することで試験マスの速度に比例する力が加わる。これは gas damping とも呼ばれる。ねじれ振り子が $\theta$ だけ回転したとき、ねじれ振り子の微小側面積 Wdl に かかる力の大きさは以下のようになる [29]。

$$dF = -\frac{1}{4}n_{\rm mol}m_{\rm mol}\overline{v}_{\rm mol}Wdl\dot{x} = -\frac{1}{4}n_{\rm mol}m_{\rm mol}\overline{v}_{\rm mol}Wldl\dot{\theta}$$
(4.74)

ここで $n_{mol}, m_{mol}, \overline{v}_{mol}$ はそれぞれ残留気体分子の数密度、質量、平均速度であり、Wは試験マスの高さである。よって試験マスにかかるトルクは

$$T = 2 \int_{0}^{L/2} dF \cdot l = -\frac{1}{48} n_{\rm mol} m_{\rm mol} \overline{v}_{\rm mol} W L^{3} \dot{\theta}$$
(4.75)
となる。Maxwell 分布  $\overline{v}_{mol} = \sqrt{3k_BT/m_{mol}}$ を用いると、gas damping の散逸  $\gamma_{gas}$  は

$$\gamma_{\rm gas} = \frac{1}{48} n_{\rm mol} \sqrt{3k_B T m_{\rm mol}} a L^2 \tag{4.76}$$

ということになる。理想気体の状態方程式  $n_{mol} = P/(k_B T)$  を用いて、残留分子気体熱雑音は

$$\delta\theta_{\rm gas}(\omega) = \frac{1}{I\omega^2} \left(\frac{1}{12} a L^2 P\right)^{1/2} (3k_B T m_{\rm mol})^{1/4}$$
(4.77)

となる。残留気体分子として窒素分子を仮定して、この雑音が要求値を満たすためには圧力 P に 対して  $P < 5.9 \times 10^{-8}$  Pa が課される。

#### 4.4.6 電気回路雑音

制御系には大きく分けるとセンサ、フィルタ、アクチュエータがあるが、それぞれに使用される 電気回路の雑音が混じってくる。センサ、フィルタに関しては、制御信号を大きくして S/N を上 げることで雑音を下げることができる。またアクチュエータに関しては、防振によって試験マス の rms 振幅を下げ、アクチュエータ効率を下げることで雑音を下げることができる。

## 4.5 雑音源のまとめ

最後に、以上で述べた Phase-III TOBA への様々な要求値を表にまとめる。

パラメータ名	値	
材質	シリコン	
長さ	30 cm	
慣性モーメント	$5 \times 10^{-2} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$	
散逸	$10^{-6}$	

表 4.2: 試験マスパラメータ

表 4.3: 懸架ワイヤパラメータ

パラメータ名	値
材質	シリコン
散逸	$5.6  imes 10^{-9}$

表 4.4: 光字糸バラメータ		
パラメータ名	値	
共振器内パワー	1 W	
周波数雑音	$20 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$	
相対強度雑音	$10^{-6}/\sqrt{\text{Hz}}$	

火労女 パニューク +

表 4.5: 外部環境パラメータ

パラメータ名	値	
温度	4 K	
温度変動	$7.6  imes 10^{-2} \mathrm{K}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$	
圧力	$5.9\times 10^{-8}$ Pa	

# 第5章 モノリシック干渉計の開発

本研究では、紫外線硬化樹脂を用いた接着、アラインメント手法の確立のため、アルミニウム の光学系土台上でモノリシックパワーリサイクリングマイケルソン干渉計を製作した。

## 5.1 実験装置

5.1.1 全体の構成

全体の構成は図 5.1 である。実験装置は真空槽の中に入っているが、光源の光ファイバを真空槽 内に通すファイバーフィードスルーでの光の損失が大きかったため、真空には引かずファイバー を直接真空槽の中に通した。

レーザー光源からファイバを通して位相変調器 (Electro Optic Modulator: EOM) に入った後、 ファイバー BS に入る。ファイバー BS で分けられた片方の光が干渉計に入射し、もう片方はダン プする。ファイバー BS を入れた理由は、干渉計から光源側に戻ってくる反射光を見ながら、入射 光を PRM にまっすぐ当てるようアラインメントするためである。この反射光はファイバー PD で 見ている。

干渉計に入射する光はコリメータによってファイバ光から空間光に変換された後、BS によって 分けられ、片方は強度モニタ PD には入り、片方は PRM に入射する。この BS は干渉計からの反 射光を REFL の信号として取る役割も果たしている。

干渉計は基本的には PRM、BS、試験マスの代わりの2つのピエゾ付きエンドミラーの4つが PRMIになっており、その他は反射率1のミラーおよびレンズである。干渉計の制御は、この2 つのピエゾ付きエンドミラーによって差動と同相の2自由度を制御する。



図 5.1: 全体の構成



図 5.2: 全体の構成 (真空槽内)の写真

光学系のパラメータは表 5.1 である。PRM の強度反射率 0.9 は  $r_{\rm MI,0} = 1$  という理想的な状況 でリサイクリングゲイン 38 となる。1%のロスやコントラストの悪化を見込んでもリサイクリン グゲイン 32 であり、ロス、コントラストの悪化の影響が小さいような反射率となっている。

衣 0.1: 元子尔ハフ <b>クーク</b>		
パラメータ名	値	
共振器長(設計値)	$16~{\rm cm}$	
アシンメトリ (設計値)	$1 \mathrm{mm}$	
PRM 強度反射率	0.9	
共振器入射パワー	$2.5 \mathrm{~mW}$	
変調周波数	14.7  MHz	
変調指数	0.39 rad	

表 5.1: 光学系パラメータ

5.1.2 制御系

制御系のブロックダイアグラムは図 5.3 である。PRMI からでてくる差動と同相の信号が AS、 REFL に入り、復調される。その後零点を合わせるためのオフセット回路、フィルタ回路として のカットオフ周波数 15 Hz のローパスフィルタを経て、ピエゾドライバに入る。同相信号は両方 のピエゾに入るが、差動信号は片方にのみ入る。



図 5.3: 制御系のブロックダイアグラム

# 5.1.3 テンプレート

光学系を配置する際には図 5.4 のようなテンプレートを用いた。光学素子を置く場所に穴が開い ており、それぞれの穴に図 5.5 のように 3 点の突起がある。この 3 点の突起に沿ってミラーを置く ことで、ミラーの位置を一意に定めることができる。テンプレートと光学系土台の位置関係は図 5.6 である。テンプレートが光学系土台の 2 mm 上となるように設計した。



図 5.4: テンプレート



図 5.5:3 点突起による支持



図 5.6: テンプレートと光学系土台

## 5.1.4 アラインメント

今回の実験では、モノリシックではなく 1/2" ミラーマウントに乗っている光学素子が3つあり、 ピエゾが付いている2つのエンドミラーおよびコリメータである。よってこれらは通常の光学系 のようにアラインメントできる。そのほかに M1,2,3の3つのミラーは図5.7のようにテンプレー トに乗ったマイクロメータによってアラインメントできるようになっている。マイクロメータは 2自由度あるので、土台平面内で回転、並進方向にミラーを動かすことができる。



図 5.7: マイクロメータ

図 5.8 で表される pitch 方向に関しては、モノリシック光学系ではアラインメントすることはで きず、pitch 方向の精度は鏡の直角度の機械精度で決まる。本研究で用いた鏡の直角度は 0.01 °以 下であるが、これは PRC のモードマッチ率が 98 % 以上になるような精度である。ただし本研究 では、2 つのエンドミラーによって pitch 方向をアラインメントした。



#### 5.1.5 紫外線硬化樹脂

鏡と光学系土台を固定するための接着剤として、本研究では紫外線硬化樹脂を用いた。先にも 述べたように、紫外線硬化樹脂は固定後にも取り外し可能であり、紫外線硬化樹脂を付けたミラー をアラインメントした後、紫外線を照射するだけでアラインメントを損なうことなく固定するこ とができる。今回用いた紫外線硬化樹脂は Norland 社の Optical Adhesive 60 である。これは固定 した後もアセトンで溶かすことができるものである。

接着に関して、本実験では土台と接する鏡の底側に接着剤をつけた。本実験ではスペースの都 合でできなったが、アラインメントの際に pitch 方向に大きくずれることがあるので、接着剤は鏡 の側面に付けた方が良いと思われる。



図 5.9: 紫外線硬化樹脂

## 5.1.6 紫外線照射

本研究で用いた紫外線照射器は Thorlabs 社の高出力 UV 硬化 LED システム CS2010 (365 nm, 最大出力 27 W/cm<sup>2</sup>) である。紫外線硬化樹脂の量にも依るが、100 mW/cm<sup>2</sup> の光量を 2 秒間照 射すると、pre cure と呼ばれる軽く固定された状態になる。この状態でアラインメントをとり、さ らに 20 秒間照射すると full cure という完全に固定された状態になる。



図 5.10: 紫外線照射器



図 5.11: 紫外線照射の様子

## 5.1.7 光源

使用した光源は NKT Photonics 社のファイバーレーザー Koheras AdjustiK C15 (1550 nm, 最 大出力 10 mW) である。このファイバー光を空間光に変換するコリメータは Thorlabs 社のファイ バーコリメータ CFS5-1550-APC である。

コリメータ直後のビームプロファイルは図 5.12 である。これよりウェスト半径 0.428± 0.005 mm と求まり、コリメータのスペック値 0.435 mm と 2σ の範囲で合っていた。



図 5.12: コリメータのビームプロファイル。横軸はコリメータからの距離。

5.1.8 モードマッチング

入射光ビームをパワーリサイクリング共振器のモードに合わせるために、二つのモードマッチ ングレンズを入れており、それぞれ焦点距離は-60 mm、75 mm である。図 5.13 は PRM 後のビー ムプロファイルである。このビームプロファイルと PRC のモードから計算されたモードマッチン グ率は 95 %であった。モードマッチを合わせられるようにモードマッチングレンズも動かせるよ うにした方が良いかもしれない。



図 5.13: PRM 後のビームプロファイル。横軸は PRM からの距離。

### 5.1.9 アクチュエータ

干渉計制御のためのアクチュエータにはピエゾ素子を用いた。アクチュエータ効率を測るため、 PRM を取り外してただのマイケルソン干渉計を構成し、干渉計をミッドフリンジにロックしたとき の openloop gain からアクチュエータ効率を求めた。その結果、2 つのピエゾの効率は 7.55 × 10<sup>-9</sup> m/V, 8.15 × 10<sup>-9</sup> m/V と求まった。この 2 つのピエゾの効率の違いを補償するために、両方のピ エゾを同相に動かした時干渉縞が見えないようにピエゾドライバーのゲインを合わせた。その結 果ピエゾドライバーとピエゾの効率の積が両方とも 1.56 × 10<sup>-7</sup> m/V となった。



図 5.14: ピエゾ素子

## 5.2 実験結果

#### 5.2.1 アラインメント手順

まずファイバー BS の反射光が最大化されるようにコリメータとミラー M1 をアラインメントして、入射光を PRM にマッチさせる。その後マイケルソン干渉計の片腕を遮ると、もう片腕はフィネスの小さい共振器になっているので、この共振が大きくなるようにエンドミラーをアラインメントする。同じことをもう片方の腕にも行う。最後は以下に説明する correlation diagram を見ながら、PRC の共振と MI のコントラストが両立するようにエンドミラーを再度アラインメントした。

### correlation diagram

AS や REFL の信号から干渉計の状態を理解するのに便利なものとして、correlation diagram というものがある。これは横軸を REFL、縦軸を AS の信号とした 2 次元プロットで干渉計を表現 する方法である。実験での correlation diagram は図 5.15 である。アラインメントの際にはオシロ スコープの XY モードを用いて correlation diagram を見ながらアラインメントを行った。制御点 である MI がダークでかつ PRC が共振する点は、図 5.15 の resonant と書かれている点である。



図 5.15: 実験での correlation diagram。干渉計は紫線で囲まれた領域を動く。

干渉計の制御

制御の様子を図 5.16 に示した。300 秒あたりまでは dark fringe まわりで 2 つのピエゾを同相に 動かしている。その後 300 秒あたりで制御をかけ、AS と REFL がそれぞれ動作点にそれぞれ制御 された。



#### 5.2.2 openloop 伝達関数

差動ループと同相ループの openloop 伝達関数は図 5.17、5.18 のようになった。ロックが安定ではなく、どちらも正しく測定できていない可能性がある。

#### 5.2.3 アシンメトリの測定

本研究では、モノリシック光学系をどの程度の精度で構築できるかが重要な実験的検証項目の 一つであるので、製作した干渉計のアシンメトリ(設計値1mm)を調べた。

アシンメトリを求める方法は、まずアシンメトリの分かっている非対称マイケルソン干渉計(ア シンメトリ 15 cm)を作り、それをミッドフリンジにロックする。その上でレーザーの周波数に変 調をかけることで周波数雑音を入れ、そのときのフィードバック信号の周波数雑音によるピーク の大きさを読み取る。次に、先と同じ光源、同じ周波数雑音、同じアクチュエータを用いてモノ リシック干渉計でも同じことを行い、そのときのフィードバック信号の周波数雑音によるピーク の大きさを非対称マイケルソンの場合と比べることによって、アシンメトリを求めた。以上に述 べたことを式で表すと

$$A\delta v = \frac{\delta\nu}{\nu}l_{-} \tag{5.1}$$





図 5.18: 同相ループの openloop 伝達関数

である。ここで、Aはアクチュエータ効率、 $\delta v$ はフィードバック信号のピークの大きさ、 $\nu, \delta \nu$ は レーザー周波数、周波数雑音、 $l_-$ はアシンメトリである。ただし、この式が成り立つのは周波数 雑音の変調周波数 (今回は 10 Hz) が制御帯域内にあるときのみであるが、それは満たされている。 非対称マイケルソンとモノリシック干渉計で  $A, \nu, \delta \nu$  は同じなので、フィードバック信号のピーク の大きさはアシンメトリに比例することになる。

実際に得られたフィードバック信号のスペクトルは図 5.19 である。レーザー周波数変調によっ て 10 Hz にピークが見えている。この結果から、モノリシック干渉計、非対称マイケルソン干渉 計のピークの大きさはそれぞれ 0.037 V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ 、2.3 V/ $\sqrt{\text{Hz}}$  であった。これより、モノリシック干 渉計のアシンメトリは 2.4 mm と求まった。これは設計値 1 mm に対して少しずれているが、M2, M3 のミラーが設計値とは少しずれたところに固定されていたことが原因と考えられる。今後はこ れらのミラーをマイクロメータによって調整し、設計値 1 mm を実現する。



図 5.19: アシンメトリの測定結果。赤線、緑線はそれぞれモノリシック干渉計、非対称マイケル ソン干渉計のフィードバック信号である。10 Hz のピークの大きさを比較することでアシンメト リを求めた。

#### 5.2.4 变位感度

フィードバック信号から見積もられたモノリシック干渉計の変位雑音は図 5.20 のようになった。 現在感度を制限している雑音は強度雑音であると思われる。この図から、0.1 Hz で  $10^{-9} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ という変位感度を達成し、Phase-II TOBA を超える変位感度の変位読み取り光学系を構築できた。



図 5.20: 変位感度の結果。赤線が得られた変位感度、緑線は強度雑音、青線は Phase-II TOBA の 変位感度である。

## 5.3 まとめと今後の展望

#### 5.3.1 まとめ

Phase-III TOBA における変位読み取り雑音を低減するため、変位読み取り光学系としてモノリ シックパワーリサイクリングマイケルソン干渉計を製作した。紫外線硬化樹脂を用いた接着、テ ンプレートやマイクロメータによるアラインメントにより、パワーリサイクリングマイケルソン 干渉計のアラインメントがとれ、ロックすることができた。またその変位感度を評価し、0.1 Hz で 10<sup>-9</sup> m/√Hz という Phase-II TOBA を超える変位感度を達成した。

本研究でのモノリシック干渉計の構築によって得られた知見としては、まず接着手法に関して、紫 外線硬化樹脂によってアラインメントを損なうことなく接着ができることが分かった。また、紫外線 硬化樹脂による接着は干渉計を構成するのに十分な機械強度であり、少なくとも $10^{-9}$  m/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @0.1 Hz 以下の機械安定度であることが分かった。

またアラインメントに関しては、本研究で用いたマイクロメータによるアラインメントの再現 性がよくなかったので、マイクロメータと鏡が一体となって動くような機構にするべきであるこ とが分かった。

#### 5.3.2 今後の展望

リサイクリングゲインを直接測定するために、共振器内にピックオフミラーを入れる、エンド ミラーの透過光または BS の AR 光を取ることで共振器内パワーをモニターできるようにする必要 がある。また、モードマッチングやアシンメトリの計測結果が設計値とずれているので、設計を 見直すなど、その原因も特定しなければならない。 Phase-III TOBA の要求値を満たす変位感度に到達するためには、具体的には以下のような対策を行う必要がある。

- 変位読み取り雑音:真空下での測定、フルモノリシック化、必要に応じて防振
- 周波数雑音:アシンメトリ1 mm、周波数雑音 20 Hz/√Hz@0.1 Hz
- 強度雑音:コントラスト改善、相対強度雑音  $10^{-6}/\sqrt{\text{Hz}}$  @0.1 Hz、残留 rms 1 nrad

変位読み取り雑音については、まずファイバーフィードスルーを取り替え、真空下で雑音測定す る。また、エンドミラーも含めて全ての光学系をモノリシックにする。周波数雑音については、ア シンメトリを1mmにした上で、参照共振器を用いて周波数安定化する。現在感度を制限してい る強度雑音については、マイクロメータを改良することによってアラインメントを改善してコン トラストを上げることに加え、強度安定化、残留rmsを低減する必要がある。

# 第6章 コイルコイルアクチュエータの開発

通常制御に用いられるコイルマグネットアクチュエータは永久磁石を制御対象に貼り付けるこ とになるため、磁場雑音がしばしば問題となる。そこで、永久磁石を用いず、駆動力も大きい新し いアクチュエータとしてコイルコイルアクチュエータが考案された [21]。先行研究ではコイルコイ ルアクチュエータの基本的な原理を定式化し、実際にねじれ振り子の制御まで成功している [21]。 本研究では、コイルコイルアクチュエータによってねじれ振り子を制御した上で、ヘルムホル ツコイルを用いて一様磁場をかけて磁場雑音を評価し、コイルコイルアクチュエータが環境磁場 に対して理論通り振る舞っていることを実証した。

6.1 原理

6.1.1 2コイルショート型

まず、基本事項の確認として、図 6.1 のような 2 コイルショート型と呼ばれる構成の原理を説明 する。制御対象に 2 つのコイルが付いており、それらはショートされている (ショートコイル)。そ のさらに外側の 2 つのコイル (ドライブコイル) に交流電流を流して、両側のコイル同士の磁気相 互作用で制御対象に力を及ぼす。



図 6.1: 2 コイルショート型

制御対象を、慣性モーメント I、共振周波数  $\omega_m$ 、Q 値  $Q_m$  のねじれ振り子だとして、この系の ラグランジアンと散逸関数は

$$\mathcal{L} = \frac{I}{2}(\dot{\theta}^2 - \omega_m^2 \theta^2) + \frac{1}{2}L_0 I_0^2 + \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M_1 I_0 I_1 + M_2 I_0 I_2$$
(6.1)

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} I \frac{\omega_m}{Q_m} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} R_0 I_0^2 \tag{6.2}$$

である。ただし、 $I_k$ ,  $R_k$ ,  $L_k$  (k = 0, 1, 2) はそれぞれコイル k に流れる電流、コイル k の抵抗、コイル k の自己インダクタンスであり、 $M_k$  (k = 1, 2) はコイル 0 とコイル k の相互インダクタンス である。

コイル1とコイル2が対称だとすると、相互インダクタンスは*θ*の関数として

$$M_1 = M_0 + \mu\theta \tag{6.3}$$

$$M_2 = M_0 - \mu\theta \tag{6.4}$$

と近似できる。このときラグランジュ方程式は

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\theta}} = 0$$
(6.5)

$$\left\langle \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_0} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q_0} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial I_0} = 0 \right\rangle$$
(6.6)

つまり

$$\int I(\ddot{\theta} + \frac{\omega_m}{Q_m}\dot{\theta} + \omega_m^2\theta) - \mu I_0(I_1 - I_2) = 0$$
(6.7)

$$(R_0 I_0 + L_0 \dot{I}_0 + M_0 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \mu (\dot{\theta} I_1 + \theta \dot{I}_1 - \dot{\theta} I_2 - \theta \dot{I}_2) = 0$$

$$(6.8)$$

となる。式(6.8)をフーリエ変換して I<sub>0</sub>について解くと

$$\tilde{I}_0(\omega) = \frac{-i\omega}{R_0 + i\omega L_0} [M_0(\tilde{I}_1(\omega) + \tilde{I}_2(\omega)) + \mu \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \tilde{\theta}(\omega')(\tilde{I}_1(\omega - \omega') - \tilde{I}_2(\omega - \omega'))]$$
(6.9)

となる。理想的な定電流源として

$$\int I_1(t) = i_1 e^{i\omega_d t}$$
(6.10)

$$\int I_2(t) = i_2[1+a(t)]e^{i(\omega_d t + \phi(t))} \simeq i_2[1+a(t) + i\phi(t)]e^{i\omega_d t}$$
(6.11)

とすると

$$\int \tilde{I}_1(\omega) = i_1 \delta(\omega - \omega_d) \tag{6.12}$$

$$\tilde{I}_2(\omega) \simeq i_2[\delta(\omega - \omega_d) + \tilde{a}(\omega - \omega_d) + i\tilde{\phi}(\omega - \omega_d)]$$
(6.13)

となるので、式 (6.9) は

$$\tilde{I}_{0}(\omega) = \frac{-i\omega}{R_{0} + i\omega L_{0}} [M_{0}(i_{1} + i_{2})\delta(\omega - \omega_{d}) + M_{0}i_{2}\{\tilde{a}(\omega - \omega_{d}) + i\tilde{\phi}(\omega - \omega_{d})\} + \mu(i_{1} - i_{2})\tilde{\theta}(\omega - \omega_{d}) - \mu i_{2}(\tilde{\theta}\tilde{a} + i\tilde{\theta}\tilde{\phi})(\omega - \omega_{d})]$$
(6.14)

## となる。これを再びフーリエ変換して

$$I_{0}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{I}_{0}(\omega) e^{i\omega t} = e^{i\omega_{d}t} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{I}_{0}(\omega + \omega_{d}) e^{i\omega t}$$

$$= e^{i\omega_{d}t} \left[ \frac{-i\omega_{d}}{R_{0} + i\omega_{d}L_{0}} M_{0}(i_{1} + i_{2}) + \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} \frac{-i(\omega + \omega_{d})}{R_{0} + i(\omega + \omega_{d})L_{0}} \{ M_{0}i_{2}(\tilde{a}(\omega) + i\tilde{\phi}(\omega)) + \mu(i_{1} - i_{2})\tilde{\theta}(\omega) - \mu i_{2}(\tilde{\theta}\tilde{a} + i\tilde{\theta}\tilde{\phi})(\omega) \} \right]$$

$$(6.15)$$

 $\omega << \omega_d$ という領域でのみ、 $\tilde{a}, \tilde{\phi}, \tilde{\theta}$ がノンゼロと仮定すると

$$I_0(t) = \frac{-i\omega_d}{R_0 + i\omega_d L_0} [M_0\{i_1 + i_2(1 + a(t) + i\phi(t))\} + \mu\theta(t)\{i_1 - i_2(1 + a(t) + i\phi(t))\}]e^{i\omega_d t}$$
(6.16)

#### となる。

アクチュエータの影響を表す項 $K = -\mu I_0(I_1 - I_2)$ を考えるために、ここからは $I_1, I_2$ を複素数ではなく、その実部で考える。つまり式 (6.10)、(6.11)を

$$I_1(t) = i_1 \cos \omega_d t \tag{6.17}$$

$$I_{2}(t) = i_{2}[\{1 + a(t)\}\cos\omega_{d}t - \phi(t)\sin\omega_{d}t]$$
(6.18)

とする。このとき式 (6.16) は

$$I_0(t) = \operatorname{Re}(i_0 e^{i\omega_d t}) = \operatorname{Re}(i_0) \cos \omega_d t - \operatorname{Im}(i_0) \sin \omega_d t$$
(6.19)

となる。ここで $i_0$ は式(6.16)の $e^{i\omega_d t}$ の係数である。

アクチュエータの影響 Кは

$$K = -\mu \{ \operatorname{Re}(i_0) \cos \omega_d t - \operatorname{Im}(i_0) \sin \omega_d t \} [\{ i_1 - i_2(1+a) \} \cos \omega_d t + i_2 \phi \sin \omega_d t ]$$
  
$$= -\frac{\mu}{2} \{ \operatorname{Re}(i_0) \{ i_1 - i_2(1+a) \} - \operatorname{Im}(i_0) i_2 \phi \} ) + (2\omega_d \mathcal{O}\mathfrak{I}\mathfrak{g})$$
(6.20)

となる。 $2\omega_d$ の項は無視して、第1項のうち $\theta$ に依らない項は、 $a, \phi$ の1次の項まで考えると

$$K_0 = -\mu M_0 \frac{\omega_d^2 L_0}{R_0^2 + \omega_d^2 L_0^2} i_1^2 (a + \frac{R_0}{\omega_d L_0} \phi)$$
(6.21)

となる。ただしここでは、 $i_1 = i_2$ とした。これは振幅変調 aと位相変調  $\phi$ に比例した力となっており、コイルコイルアクチュエータにより、振幅制御もしくは位相制御することが可能となる。

以上では $i_1 = i_2$ としたが、 $i_1 = -i_2$ とすることもできる。振幅制御、位相制御の駆動力の大き さは変わらないが、ショートコイルに流れている電流は大きく違う。 $i_1 = i_2$ の場合は、ショート コイルに流れる両側のコイルの誘導電流は同じ向きで、大きな電流が流れているが、力の向きは 逆で打ち消し合う。一方 $i_1 = -i_2$ の場合は、力の向きは同じだが、ショートコイルに流れる誘導 電流が打ち消しあっている。どちらのタイプにも長所と短所があり、磁場雑音の観点ではショー トコイルの電流が小さい前者の方がよい。また、ばね定数もこちらの方が小さい。一方、熱雑音 の観点ではショートコイルの熱雑音との S/N 比は後者の方がよい。

#### 6.1.2 磁場雑音

コイルコイルアクチュエータにおける磁場雑音によるトルクは次のようになる。

$$N_{\rm mag} = SI_0B \tag{6.22}$$

 $SI_0$ はショートコイルに流れる電流 $I_0$ が作る磁気モーメント、Bはそれに直交する外部磁場である。

ショートコイルに流れる電流  $I_0$  は式 (6.19) より

$$I_0(t) = \operatorname{Re}(i_0 e^{i\omega_d t})$$
  
=  $|i_0| \cos(\omega_d t + \phi_{i_0})$  (6.23)

である。ただし、 $\phi_{i_0}$ は $i_0$ の位相であり、簡単のため $a = \phi = \theta = 0$ とする。 これをフーリエ変換すると

$$\tilde{I}_0(\omega) = \frac{1}{2} |i_0| (e^{i\phi_{i_0}} \delta(\omega - \omega_d) + e^{-i\phi_{i_0}} \delta(\omega + \omega_d))$$
(6.24)

となる。

よって外部磁場を $\tilde{B}(\omega)$ とすると、磁場雑音によるトルクのスペクトルは

$$\tilde{N}_{\text{mag}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' S \tilde{I}_{0}(\omega') \tilde{B}(\omega - \omega') 
= \frac{1}{2} S |i_{0}| (e^{i\phi_{i_{0}}} \tilde{B}(\omega - \omega_{d}) + e^{-i\phi_{i_{0}}} \tilde{B}(\omega + \omega_{d})) 
\simeq S \operatorname{Re}(i_{0}) \tilde{B}(\omega_{d})$$
(6.25)

となる。ただし、最後の式では  $\omega << \omega_d$  と近似した。2 行目の式から、周波数  $\omega$  の力の雑音となるのは、周波数  $\omega \pm \omega_d$  の外部磁場がドライブ周波数  $\omega_d$  だけダウン (アップ) コンバートされたものであり、周波数  $\omega$  付近の外部磁場は雑音とはならないことが分かる。

ω << ω<sub>d</sub> の場合には3行目の式になり、ドライブ周波数の環境磁場が低周波の雑音となる。一般に高周波の方が環境磁場雑音は小さくなっていくので、ドライブ周波数を高くすればそれだけ 磁場雑音を抑えることができることになる。

ドライブ周波数を大きくするとドライブコイルのインダクタンスも大きくなり、電流が小さく なっていってしまう問題もあるが、ドライブコイルに直列にコンデンサを加えて RLC 共振回路を 作ることで、共振周波数に対応した任意の周波数の電流を電流量を落とすことなく流すことがで きる。

6.1.3 Phase-III TOBA における磁場雑音の見積もり

磁場雑音を見積もるために、まず駆動力の大きさを決める。駆動力は、アクチュエータ雑音が 要求値を満たす条件とアクチュエータのダイナミックレンジ [31] から決まる。ダイナミックレン ジはアクチュエータの駆動回路の最大出力電圧 (V) と出力雑音 (V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ )の比でほぼ決まってしま い、 $10^9$ 程度となる。トルクへの要求値は  $10^{-17}$  Nm/ $\sqrt{\text{Hz}}$  なので、駆動力に対する要求値は  $10^{-8}$ Nm 以下となる。

この駆動力の大きさからショートコイルに流れる電流 I<sub>0</sub> を決める。I<sub>0</sub> はコイルのパラメータに 依存するが、コイルのパラメータは以下のように本実験で用いた値を仮定する。

パラメータ	値	
$M_0$	0.78 mH	
$\mu = dM/d\theta$	$6.5 \times 10^{-3} \text{ H/rad}$	
$R_0$	11.4 Ω	
$L_0$	$2.77 \mathrm{~mH}$	
S	$4.4\times 10^{-2}~{\rm m}^2$	

表 6.1: 磁場雑音見積もりにおけるパラメータ

ただし、Sはショートコイルを円形電流の和として考えたときの実効的な面積であり、この値の導出は補遺 B に示す。

振幅制御の場合を仮定し、駆動力の式 (6.21) より、駆動力  $10^{-8}$  Nm のとき、 $i_1^2 a = 1.1 \times 10^{-5}$  A<sup>2</sup> となる。 $i_1, a$  の決め方は一意ではないが、 $i_1 = 10$  mA, a = 0.11 のように決めると、式 (6.25) より、外部磁場に対して

$$B(f_d) < 8 \times 10^{-14} \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$$
 (6.26)

という要求値が課される。環境磁場雑音のモデル $B = 10^{-8}(0.1 \text{ Hz}/f) \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$ [20]を仮定すると、ドライブ周波数を $f_d = 12.5 \text{ kHz}$ とすれば、Phase-III TOBA の要求値を満たすことができる。

### 6.2 実験装置

本研究ではコイルコイルアクチュエータを用いてねじれ振り子を制御し、ヘルムホルツコイル を用いて大きな磁場雑音を入れ、それがドライブ周波数だけダウンコンバートされ、雑音となる ことを実証した。

#### 6.2.1 全体の構成

全体の構成とその写真をそれぞれ図 6.2、図 6.3 に示す。TOBA と同じように懸架されたねじれ 振り子の回転をマイケルソン干渉計で読み取り、コイルコイルアクチュエータで振幅制御した。ね じれ振り子のパラメータは表 6.2 の通りであり、ドライブコイル、ヘルムホルツコイルに流した電 流は表 6.3 の通りである。ただし、2 つのドライブコイルに流す電流の符号は同じとした。(*i*<sub>1</sub> = *i*<sub>2</sub>)

磁場雑音によるトルクを励起するために、図 6.2 のようにコイルコイルアクチュエータの磁気双 極子モーメントに直交する方向に、直径 40 cm のヘルムホルコイルに電流を流すことによって一 様な磁場をかけた。ヘルムホルツコイル間の距離がその直径 (40 cm) と一致するとき、ヘルムホ ルツコイルの中点は最も一様な磁場になるが、実験のスペース上の問題で 36 cm とした。この場 合でも中点付近では十分一様である。ヘルムホルツコイルの磁場の測定結果は 6.2.3 で述べる。

試験マスに付いているショートされたコイル (ショートコイル) の位置はヘルムホルツコイルの 中心軸からそれぞれ左右に 2 cm 程度離れている。



図 6.2: 全体の構成。青矢印はヘルムホルツコイルによる磁場、緑矢印はショートコイルによる磁 気双極子モーメントを表す。



図 6.3: 全体の構成の写真

表 6.2: ねじれ振り子のパラメータ

パラメータ	値	
材質	アルミニウム	
寸法	$20 \times 3 \times 3 \ {\rm cm}^3$	
慣性モーメント	$1.3  imes 10^{-3} \ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$	

表 6.3: 電流のパラメータ

パラメータ	電流振幅	周波数
ドライブコイル電流	$93 \mathrm{mA}$	$1 \mathrm{~kHz}$
ヘルムホルツコイル電流	$36 \mathrm{mA}$	1 kHz+ $\delta$

使用したコイルとヘルムホルツコイルは図 6.4、6.5 である。図 6.4 の左側の少し大きいコイル がドライブコイルであり、右側の小さいコイルがショートコイルである。また使用したコイルの パラメータは表 6.4 の通りである。



図 6.4: アクチュエータコイル



図 6.5: ヘルムホルツコイル

コイルの種類	$R(\Omega)$	L (mH)
ショートコイル	11.4	2.77
ドライブコイル	36	16
ヘルムホルツコイル	44.1	40

表 6.4: コイルのパラメータ (実測値)

6.2.2 アクチュエータコイルの相互インダクタンス

ドライブコイルに電流 *I* を流し、ショートコイルでの誘導起電力 V = -MdI/dt を測定することで、ドライブコイルとショートコイルの相互インダクタンス *M* を求めた。相互インダクタンス の 2 つのコイル間の距離依存性は図 6.6 のようになった。

本研究での実験セットアップではドライブコイルとショートコイルの距離は 2 mm であったの で、M = 0.78 mH、相互インダクタンスの傾きから dM/dx = -0.13 H/m と求まった。



図 6.6: 相互インダクタンス

6.2.3 ヘルムホルツコイルの磁場計測

ヘルムホルツコイルに 1 kHz、36 mA の交流電流を流したときの中点付近での磁場を磁気セン サで測定した。使用した磁気センサは Bartington Instruments 社の Mag649 である。この磁気セ ンサの磁場から電圧への変換係数は  $3 \times 10^4$  V/T である。ヘルムホルツコイル間の距離は 36 cm とした。

まずヘルムホルツコイルの磁場の理論値を示しておく。ヘルムホルツコイルの中心軸上の磁場は

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I r^2}{2} [\{r^2 + (x + l/2)^2\}^{-3/2} + \{r^2 + (x - l/2)^2\}^{-3/2}]$$
(6.27)

である。ここで、 $\mu_0$  は真空の透磁率、N, I, r はそれぞれコイルの巻き数、コイルに流れる電流、 コイルの半径であり、x は 2 つのコイルの中点からの中心軸上の距離、l はコイル間の距離である。 今回用いたヘルムホルツコイルは N = 200, r = 20 cm である。

磁気センサで測定された中心軸上の1 kHz の磁場は図 6.7、中心点から中心軸に垂直な方向の1 kHz の磁場は図 6.8 のようになった。



図 6.7: 中心軸上の磁場



図 6.8: 中心点から中心軸に垂直な方向の磁場

図 6.7 のように、実測値は理論値より2倍程度大きい値となった。この原因は特定できていないが、可能性としては磁気センサのキャリブレーションが数年されていなかったため、変換効率が変わってしまったことが考えられる。

また図 6.8 から分かるように、ショートコイルがある中心軸から 2 cm 程度の領域では、磁場は ほぼ一様で  $B(1 \text{ kHz}) = 2.9 \times 10^{-5} \text{ T}$  と考えてよい。

6.2.4 制御系

制御系のブロックダイアグラムは図 C.2 である。1 kHz の発振器をドライブ電圧として、電流源 1,2 でドライブ電流に変換する。発振器の片方の電圧は試験マスの変位に応じて振幅変調を受け、 振幅制御する。フィルタ後のフィードバック信号から、ヘルムホルツコイルによる磁場雑音を見 積もる。



図 6.9: 制御系のブロックダイアグラム

# 6.3 実験結果

## 6.3.1 openloop 伝達関数

測定された openloop 伝達関数は図 6.10 である。この openloop gain からアクチュエータ効率を 計算した結果、アクチュエータ効率が  $(2.8 \pm 0.2) \times 10^{-6}$  Nm/A と求まった。一方、式 (6.21) で 表される理論的なアクチュエータ効率

$$A = -\mu M_0 \frac{\omega_d^2 L_0}{R_0^2 + \omega_d^2 L_0^2} i_1$$
(6.28)

を計算してみると  $6.0 \times 10^{-5}$  Nm/A となり、実測値は理論値より 20 倍程度小さかった。この原因は特定できていないが、回路の飽和で予想されるより電流が流れていなかったためだと考えられる。



図 6.10: openloop 伝達関数

#### 6.3.2 磁場雑音の測定

コイルコイルアクチュエータのドライブ周波数が  $f_d = 1$  kHz のとき、ヘルムホルツコイルに流 す 36 mA の電流の周波数を 1001 Hz, 1003 Hz, 1010 Hz と変えたときのフィードバック信号は図 6.11 のようになり、ヘルムホルツコイルの磁場雑音がドライブ周波数  $f_d$  だけダウンコンバートさ れてピークとして現れている様子が見えた。

このフィードバック信号の磁場雑音ピークから見積もられる試験マスの回転の周波数依存性を



図 6.11: ダウンコンバートの様子



図 6.12: 磁場雑音ピークの周波数依存性

# 6.4 まとめと今後の展望

#### 6.4.1 まとめ

Phase-III TOBA における磁場雑音を低減するため、環境磁場に強い新型のアクチュエータであるコイルコイルアクチュエータの磁場カップリングを評価した。その結果、環境磁場のダウンコンバージョンが理論通り起きていることを実証し、コイルコイルアクチュエータによって Phase-III TOBA の要求値を満たすことができることを示した。

6.4.2 今後の展望

コイルコイルアクチュエータの駆動力が理論と異なっているため、制御系を見直すなどしてその原因を特定する必要がある。

また、コイルコイルアクチュエータの磁場雑音の理論値に関しては不定性があるので、それも 特定していく必要がある。例えば、コイルの磁気モーメントの計算、磁気センサの変換効率など である。

さらに、熱雑音や回路雑音など、コイルコイルアクチュエータのその他の雑音を評価し、Phase-III TOBAの要求値を満たすアクチュエータであることを実験的に確認していく必要がある。

# 第7章 まとめ

# 7.1 まとめ

本研究では、Phase-III TOBA の要求値到達を妨げる変位読み取り雑音および磁場雑音の低減 のため、モノリシック干渉計およびコイルコイルアクチュエータの開発を行った。それぞれにつ いて得られた結果を以下にまとめる。

#### モノリシック干渉計の開発

変位読み取り光学系として、紫外線硬化樹脂を用いたモノリシックパワーリサイクリングマイケ ルソン干渉計を製作し、動作させることに成功した。またその変位感度を評価し、0.1 Hz で 10<sup>-9</sup> m/√Hz という Phase-II TOBA を超える変位感度を達成した。

### コイルコイルアクチュエータの開発

コイルコイルアクチュエータにヘルムホルツコイルによる一様磁場をかけることで環境磁場と のカップリングを評価し、環境磁場のダウンコンバージョンを実証した。またファクターの違い はあるが、理論通りの磁場雑音の大きさであることを実証し、Phase-III TOBA の要求値を満た すことが可能なことを示した。

# 7.2 Phase-III TOBAへ向けて

Phase-III TOBA の要求値到達における開発項目は以下のようなものであった。

- 変位読み取り雑音:モノリシック干渉計の開発(本研究)
- 磁場雑音:コイルコイルアクチュエータの開発(本研究)
- 地面振動雑音:並進から回転へのカップリング低減、能動防振など

本研究でのモノリシック干渉計およびコイルコイルアクチュエータの開発によって、変位読み取 り雑音および磁場雑音の要求値到達への道が示された。モノリシック干渉計、コイルコイルアク チュエータに加え、地面振動雑音の低減技術の開発、散逸の少ない懸架ワイヤの開発および低温 化によって、Phase-III TOBA の目標感度に到達する。

# A 試験マス熱雑音の導出

# A.1 両端自由梁の固有振動

試験マスを Euler-Bernoulli 梁 (剪断変形は無視)と考える。梁の運動方程式は

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + Y_s I_A \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \tag{A.1}$$

である。ここで、 $\rho, Y_s, A, I_A$ はそれぞれ試験マスの密度、ヤング率、yz面の断面積、断面 2次モーメントである。

y(x,t) = Y(x)T(t)と変数分離すると運動方程式は

$$\frac{d^2T(t)}{dt^2} = -\omega^2 T(t) \tag{A.2}$$

$$\frac{d^4Y(x)}{dx^4} = k^4Y(x)$$
 (A.3)

となる。ここで $\,\omega$ は定数であり、 $k^4 = rac{
ho A \omega^2}{Y_s I_A}$ である。

振幅関数 Y(x) の基本解は cos kx, sin kx, cosh kx, sinh kx であり、定数  $C_i$  (i = 1, 2, 3, 4) を用いて

$$Y(x) = C_1(\cos kx + \cosh kx) + C_2(\cos kx - \cosh kx) + C_3(\sin kx + \sinh kx) + C_4(\sin kx - \sinh kx)$$
(A.4)

と書く事ができる。未知数は $C_1, C_2, C_3, C_4, k$ の5つだが、これらは4つの境界条件と規格化条件から決めることができる。

両端自由の境界条件は

$$\frac{d^2Y}{dx^2}(0) = \frac{d^3Y}{dx^3}(0) = 0, \quad \frac{d^2Y}{dx^2}(L) = \frac{d^3Y}{dx^3}(L) = 0 \tag{A.5}$$

である。これを解くと

$$C_2 = C_4 = 0, \ C_1 = -\frac{\sin kL - \sinh kL}{\cos kL - \sinh kL}C_3$$
 (A.6)

$$\cos kL - \cosh kL \tag{A.7}$$

$$\cos kL \cosh kL = 1 \tag{A.7}$$

となる。固有振動モードは式 (A.7) の解である。この解を  $k_n$  (n = 0, 1, 2...) として、規格化条件 として  $C_3 = 1$ を課すと、固有振動モード関数は

$$Y_n(x) = -\frac{\sin k_n L - \sinh k_n L}{\cos k_n L - \cosh k_n L} (\cos k_n x + \cosh k_n x) + (\sin k_n x + \sinh k_n x)$$
(A.8)

となる。

# A.2 換算質量

換算質量は [30] に従って求める。2次のモードの実効的な光路長変動  $\Delta l$  は

$$\Delta l = \int_{S} Y_2(x) (P_1(x, y) - P_2(x, y)) dS$$
(A.9)

と考えられる。S は試験マス鏡面の面積、 $P_i(x, y)$  (i = 1, 2) はビーム中心が  $x = x_i$  のレーザーの 強度分布で、w を鏡面におけるビーム半径として

$$P_i(x,y) = \frac{1}{\pi w^2} \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2 + y^2}{w^2}\right)$$
(A.10)

である。

2次のモードの換算質量は

$$\mu_2 = \frac{\rho \int_V Y_2^2 dV}{(\Delta l)^2} \tag{A.11}$$

で求めることができる。V は試験マスの体積である。

長さ 30 cm、高さ、幅 3 cmの棒状試験マスでの数値計算の結果、 $\mu_2 = 0.3 \text{ kg}$ となる。

# B コイルの磁気モーメント

ここでは、コイルコイルアクチュエータに用いたショートコイルの磁気モーメントの見積もり を行う。

ショートコイルは、半径  $r_{in} = 3 \text{ mm}$ 、長さ h = 8 mmの円筒型の芯の周りを、半径  $r_{out} = 7.35 \text{ mm}$ になるまで直径 d = 0.22 mmの導線が巻かれた構成となっている。つまり、導線は長さ方向に 8 mm/0.22 mm = 36 層、半径方向に (7.35 - 3) mm/0.22 mm = 20 層巻かれていると考えられる。このとき、コイル全体の巻き数は  $36 \times 20 = 720$  となる。ただし実際のショートコイルの巻き数は 630 であったので、この計算は 15 %程度巻き数を大きく見積もっている。

さて、ショートコイルを 720 個の円形電流の和だと考えて、ショートコイルの磁気モーメントを 計算する。 面積 S、電流 I の円形電流の磁気モーメントの大きさは m = IS であるので、ショー トコイルの磁気モーメントは

$$m = I_0 \times 36 \times \sum_{i=1}^{20} \pi [\{3.11 + (i-1) \cdot 0.22\} \times 10^{-3}]^2$$
  
= 4.4 \times 10^{-2} I\_0 (B.1)

と見積もることができる。

# C 電気回路

本実験で使用した電気回路のうち主要なものを示す。



図 C.1: コイルコイルアクチュエータ実験で用いた振幅変調器。出力は $V_{\text{out}} = A(1+B)$ である。 MPY634 が AB/10を出力し、その後の抵抗により 10 倍され、A と足される。



図 C.2: コイルコイルアクチュエータ実験で用いた定電流源。入力電圧  $V_{\rm in}$  に対して、 $V_{\rm in}/10$ の定電流を出力する。
## 参考文献

- B. P. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. 116, 061102 (2016).
  Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger
- B. P. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. 116, 241103 (2016).
  GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence
- [3] J. Weber, Phys. Rev. Lett. 25, 180184 (1970).Anisotropy and Polarization in the Gravitational-Radiation Experiments
- [4] J. H. Taylor and J. M. Weisberg, The Astrophysical Journal 345, 434-450 (1989).
  Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+ 16
- [5] R. Weiss, Quarterly Progress Report, Research Laboratory of Electronics, MIT, 105, 54 (1972).
   Electromagnetically Coupled Broadband Gravitational Antenna
- [6] K. Danzmann *et al.*, Class. Quantum Grav. 13, A247 (1996).LISA: Laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements
- [7] S. Kawamura *et al.*, Class. Quantum Grav. 23, S125 (2006). The Japanese space gravitational wave antenna: DECIGO
- [8] M. Ando *et al.*, Phys. Rev. Lett. 105, 161101 (2010).Torsion-Bar Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observations
- [9] K. Ishidoshiro *et al.*, Phys. Rev. Lett. 106, 161101 (2011).Upper Limit on Gravitational Wave Backgrounds at 0.2 Hz with a Torsion-Bar Antenna
- [10] A. Shoda, Doctor thesis, The University of Tokyo (2015).
  Development of a High-Angular-Resolution Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observation
- [11] S. A. Farrell *et al.*, Nature (London) 460, 73-75 (2009).An intermediate-mass black hole of over 500 solar masses in the galaxy ESO 243-49
- B. Allen and J. D. Romano, Phys. Rev. D 59, 102001 (1999).
  Detecting a stochastic background of gravitational radiation: Signal processing strategies and sensitivities

- [13] J. Harms *et al.*, Phys. Rev. D 88, 122003 (2013).
  Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors
- [14] J. R. Bowman, G. E. Baker, M. Bahavar, Geophys. Res. Lett. VOL. 32, L09803 (2005). Ambient infrasound noise
- [15] J. Harms *et al.*, Geophys. J. Int. 201, 1416 (2015).Transient gravity perturbations induced by earthquake rupture
- M. Armano *et al.*, Phys. Rev. Lett. 116, 231101 (2016).
  Sub-Femto-g Free Fall for Space-Based Gravitational Wave Observatories: LISA Pathfinder Results
- [17] A. M. A. van Veggel and C. J. Killow, Adv. Opt. Techn. 3, 3, 293-307 (2014).
  Hydroxide catalysis bonding for astronomical instruments
- [18] J. Haisma and G. A. C. M. Spierings, Mater. Sci. Eng. 37, 1-60 (2002). Contact bonding, including direct-bonding in a historical and recent context of materials science and technology, physics and chemistry - historical review in a broader scope and comparative outlook
- [19] V. Greco, F. Marchesini and G. J. Molesini, Opt. A: Pure Appl. Opt. 3, 85-88 (2001). Optical contact and van der Waals interactions: the role of the surface topography in determining the bonding strength of thick glass plates
- [20] 岡田健志,東京大学修士論文 (2010). 低周波重力波探査のための超伝導磁気浮上型ねじれ振り子の研究
- [21] 正田亜八香,東京大学修士論文 (2012). ねじれ型重力波検出器 TOBA の開発及び背景重力波探査
- [22] 下田智文,東京大学修士論文 (2017).
  ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA のための地面振動雑音低減法の研究
- [23] S. Reid *et al.*, Phys. Lett. A, 351, 205 (2006).Mechanical dissipation in silicon flexures
- [24] B. C. Young *et al.*, Phys. Rev. Lett. 82, 3799 (1999).Visible Lasers with Subhertz Linewidths
- [25] G. I. Gonzalez and P. R. Saulson, J. Acoust. Soc. Am. 96 (1) (1994). Brownian motion of a mass suspended by an anelastic wire
- [26] M. Evans *et al.*, Phys. Rev. D 78, 102003 (2008).Thermo-optic noise in coated mirrors for high-precision optical measurements

- [27] G. M. Harry *et al.*, Class. Quantum Grav. 19, 897-917 (2002).
  Thermal noise in interferometric gravitational wave detectors due to dielectric optical coatings
- [28] Y. Levin, Phys. Rev. D 57, 659 (1998).Internal thermal noise in the LIGO test masses: A direct approach
- [29] P. R. Saulson, WorldScientific, section 7.2 (1994).Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors
- [30] 沼田健司,東京大学修士論文 (2000).鏡材料の機械損失に関する研究
- [31] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健, 京都大学学術出版会 (1998). 重力波をとらえる

## 謝辞

本研究を行うにあたって多くの方にお世話になりました。

指導教員である安東正樹准教授は TOBA を考案した本人であり、実験テーマから実験上の細か い部分まであらゆる面でお世話になりました。また国際会議等でオーストラリアやイタリアに連 れて行って頂くなど、貴重な経験を数多くさせて頂きました。安東研の助教である道村唯太氏は KAGRA の MIF サブシステムのチーフということもあり、干渉計のことについて色々と教えて下 さいました。安東研ポスドクの牛場崇文氏は、コイルコイルにおいて共振回路にすることでドラ イブ周波数を上げるというのを提案してくれました。また実験について度々質問させてもらいま したが、その都度的確に答えて頂きました。安東研博士課程の小森健太郎氏はコイルコイルアク チュエータの開発をかつて行っていたこともあり、様々なことを教えて頂きました。同じく安東 研博士課程の桑原祐也氏には特に熱雑音について、何も分かっていない私にも分かりやすく説明 して頂きました。安東研修士課程で同期の下田智文氏は TOBA の地面振動雑音の低減をテーマと しており、二人で幾度となく TOBA について議論し、理解を深め合いました。安東研修士課程の 武田紘樹氏、和田祥太郎氏の二人は、とても気遣いのできる後輩で、修論提出前の忙しい時期に もかかわらず飲み会に誘ってくれました。

安東研究室以外の様々な方にもお世話になりました。カリフォルニア工科大学の新井宏二氏は LIGOのOutput Mode Cleaner を作成した経験があり、モノリシック干渉計の設計やアラインメ ントについて非常に重要なコメントをしてくださいました。東京工業大学の宗宮健太郎准教授は、 ドイツ・イエナ大学で熱雑音ワークショップを開いて頂き、熱雑音の基礎を勉強させてもらいまし た。APC Paris の Matteo Barsuglia 氏とは定期的にミーティングをして研究方針などについて話 し合いました。同じく APC Paris の Donatella Fiorucci 氏は 2 回に渡って本研究室を訪問し、モ ノリシック干渉計実験を手伝ってもらいました。また、TOBA における大気ニュートン雑音を計 算してくれました。UC Berkeley の Meng Luo 氏はコイルコイルアクチュエータの実験を手伝っ てもらい、特にヘルムホルツコイルの磁場測定を行ってくれました。

また大塚茂巳氏をはじめとした試作室の方々には、様々な実験部品を作って頂きました。 最後に、生活を支えてくれた家族、友人に心から感謝します。ありがとうございました。