

修士論文

レーザー干渉計を用いた

高感度地震計の開発

1992年1月

物理学専門課程

新谷昌人

目次

第1章	はじめに	1
§1.1	重力波の検出	1
§1.2	レーザー干渉計型重力波アンテナ	2
§1.3	レーザー干渉計と地面振動	4
§1.4	地面振動	6
§1.5	地震計開発の経緯	7
第2章	地震計の設計・製作	9
§2.1	目標性能	9
§2.2	原理	9
§2.3	本体の製作	11
2.3.1	レーザー	12
2.3.2	干渉計	12
2.3.3	固定鏡	13
2.3.4	自由鏡	14
2.3.5	磁石とコイル	14
2.3.6	フォトダイオード	15
§2.4	特性	15
2.4.1	コイルと磁石	15
2.4.2	コイルドライバー	16
2.4.3	フィードバックフィルター	19
2.4.4	振り子	19
2.4.5	オープンループ伝達関数	24
2.4.6	補正因子	25
2.4.7	市販地震計との比較	26
第3章	較正	29

§3.1 原理	29
§3.2 固定鏡の変位の較正	30
§3.3 実際の較正例	31
第4章 感度	35
§4.1 ノイズの要因	35
4.1.1 レーザー光のショットノイズ	35
4.1.2 レーザー光の強度ノイズ	36
4.1.3 レーザー光の周波数ノイズ	37
4.1.4 電気系のノイズ	38
§4.2 干渉計のノイズ	40
第5章 地面振動の測定	45
§5.1 音の影響	45
§5.2 東大構内の地面振動	51
§5.3 神岡鉱山の地面振動	53
第6章 まとめ	56
Appendix A 本体の設計図	57
Appendix B 制御系の回路	59
Appendix C フォトセンサー	63
Appendix D 振り子の共振	65
Appendix E レーザーのノイズ	69
Appendix F 真空中での測定	71
References	72

謝辞

第1章 はじめに

レーザー干渉計を用いての重力波検出が試みられているが、地面の振動が大きいと干渉計の検出感度が下がってしまうため干渉計を設置する場所の地面振動のレベルを知る必要がある。ところが、市販の地震計は感度が悪くこの目的には不十分である。そこでレーザー干渉計の技術を応用して高感度の地震計を開発することになった。

§ 1.1 重力波の検出

一般相対論によって重力波の存在が予言されてから70年以上経過しているが、いまだに直接的な検出に成功していない。もし検出に成功すれば一般相対論を検証するのみならず、従来の電磁波に代わる新しい手段として天体現象の観測に利用することができる。このような「重力波天文学」を成り立たせるためには多数の天体現象を観測する必要があり、そのためには検出器の高い感度が要求される。現在、感度向上のためにさまざまな努力がなされている。

重力波検出器には大きく分けて2つの形式があり、次のようになっている。

・ レーザー干渉計型（フリーマス型）重力波アンテナ

自由落下している質点系に重力波が入射するとそれらの質点間の固有距離が変化する。この距離の変化をレーザー干渉計を用いて高感度に読みとれば重力波を検出できる。しかし、実際に質点を自由落下させるわけにはいかないため、質点を振り子のように吊るして水平方向の成分のみを検出するようにすれば振り子の共振周波数よりも十分高い周波数では質点はあたかも自由落下しているようにふるまい、重力波による水平成分の効果を検出できる。

・共振型（弾性体共振型）重力波アンテナ

レーザー干渉計型は質点間の距離の変化を直接読み取るものであるが、共振型は距離の変化を弾性体の弾性エネルギーとして蓄えるものである。もし弾性体の共振周波数を重力波の周波数と等しくしておけば弾性体に効率よくエネルギーが蓄えられる。重力波が特定の周波数を持たない場合でも、強いバースト的な重力波が弾性体に入射し、もし重力波が弾性体の共振周波数の成分を少しでも持っていれば弾性体が共振周波数で励起されるため、弾性体の振動を長い積分時間で観測すれば重力波の入射がわかる。

歴史的には共振型アンテナの方が古くから行われており感度向上のノウハウがたくわえられているが、現在ではレーザー干渉計型アンテナの重力波に対する感度は共振型と同程度となっている。前に述べた「重力波天文学」に使用するという観点では重力波の振幅を直接検出できるレーザー干渉計型アンテナの方が有望であり、日本を含め各国で研究が進んでいる。最近では大型レーザー干渉計の建設計画（LIGO）がアメリカで始まった。そこで、次にレーザー干渉計についてさらに考えてみる。

§ 1.2 レーザー干渉計型重力波アンテナ

レーザー干渉計型重力波アンテナは 図 1.1 のように、吊るされた 2 枚の鏡のマイケルソン干渉計で構成される。この干渉計に、垂直方向（z 方向）の重力波が入射して時空の計量が

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

$$\left[\begin{array}{l} g_{\mu\nu}: \text{計量テンソル} \\ |h_{\mu\nu}| \ll 1 \\ \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right]$$

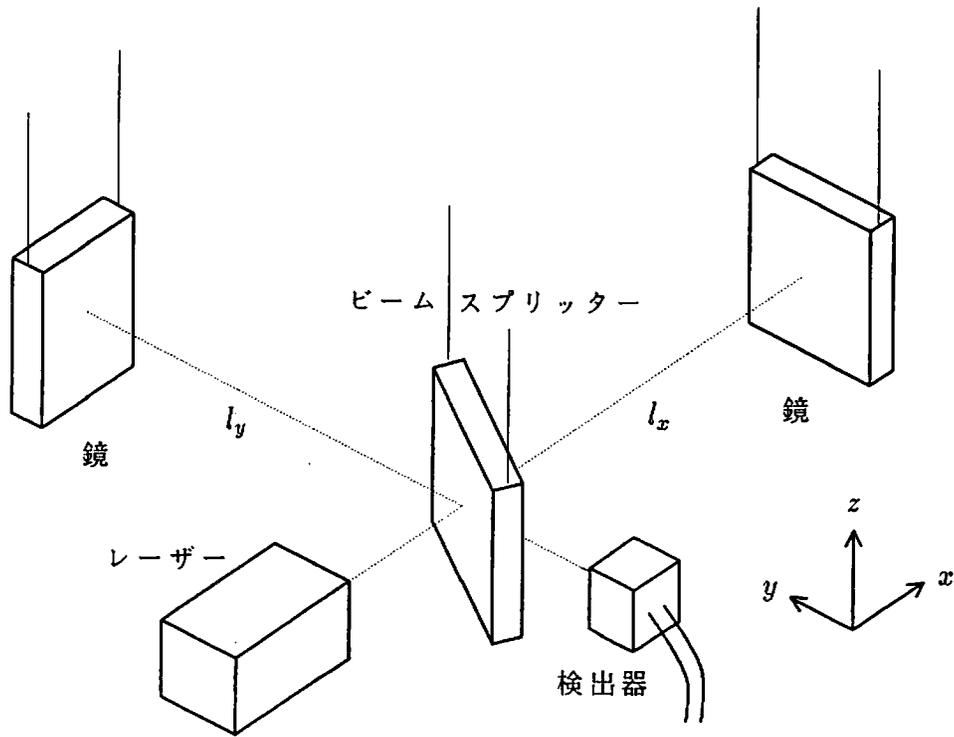


図 1.1 レーザー干渉計型重力波アンテナ

となったとする。適当なゲージ変換をすると

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & h_+ & h_\times & \\ & h_\times & -h_+ & \\ & & & 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

とすることができ、この計量の変化によって2点間（ビームスプリッターと鏡の間）

の距離は、 $\begin{cases} l_x = l + \Delta x \\ l_y = l + \Delta y \end{cases}$ とおくと

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{l}{2}(h_+ + h_\times) \\ \Delta y = \frac{l}{2}(h_\times - h_+) \end{cases} \quad (1.3)$$

だけ変化する [1]。この結果、マイケルソン干渉計の出力としては両腕の長さの差

$$\Delta l = l_x - l_y = \Delta x - \Delta y = lh_+ \quad (1.4)$$

が検出される。

干渉計の Δl に対する感度は l によらないとすると l が大きいほど h_+ に対する感度が良くなる。現在目標としている h_+ に対する感度は

$$h_+ \sim 10^{-21}$$

であり、この程度の感度があると 10 Mpc 以内の距離（乙女座銀河団）にある星の重力崩壊で放出される重力波を検出でき、月 1 回程度の観測が期待できる。この感度を実現するには Δl の感度としては、 $l \sim 1 \text{ km}$ とすると式 (1.4) より

$$\Delta l \sim 10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (1.5)$$

が必要となる。

§ 1.3 レーザー干渉計と地面振動

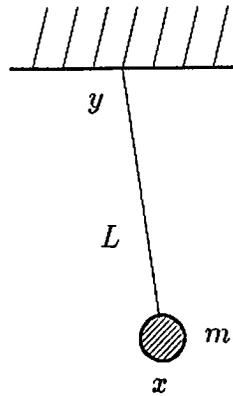
さて、 l の大きさは数 km 程度が限界であるので h_+ に対する感度を上げるには Δl の検出感度を上げなければならない。 Δl の検出感度を決定する要因としては以下のノイズが挙げられる。

- ・ レーザー光のショットノイズ
- ・ レーザー光の周波数ノイズ
- ・ レーザー光の強度ノイズ
- ・ 鏡の熱振動
- ・ 地面振動

これらのうち数百 Hz 以下の帯域での主なノイズ源は地面振動である。レーザー干渉計の鏡やビームスプリッターは吊るされているが、これは鏡が水平方向に対して自由落下しているのと同じ状態（フリー）にすると同時に、地面振動が鏡などに伝わりノイズとならないようにする防振の効果もある。

今、図 1.2 のように地面振動 y が固有角振動数 $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ の振り子に加わったとすると、質点の変位 x について

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}(\dot{x} - \dot{y}) + \omega_0^2(x - y) = 0$$



L : 糸の長さ
 m : 質点の質量
 Q : 振り子の Q 値
 g : 重力加速度

図 1.2 地面振動の影響

が成り立つ。従って周波数領域では

$$x = \frac{i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2}{-\omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2} y \quad (1.6)$$

となる。ところで、重力崩壊で放出される重力波について関心のある周波数帯は 100 Hz 以上であるから、振り子の固有振動数を 1 Hz 程度とすると $\omega \gg \omega_0$ が成り立つ。さらに $Q \gg \frac{\omega}{\omega_0}$ (減衰の少ない振り子) とすると

$$x \sim -\frac{\omega_0^2}{\omega^2} y \quad (1.7)$$

となり周波数が高いほど質点に地面振動が伝わりにくくなることがわかるが、逆に周波数が低いと地面振動の影響がでてしまう。ここで、地面振動変位の典型的なスペクトル

$$y \sim \frac{10^{-7}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad f: \text{地面振動の周波数 [Hz]} \quad (1.8)$$

を用い、重力波の観測周波数を $\frac{\omega}{2\pi} \sim 1 \text{ kHz}$ とすると式 (1.7) は

$$\begin{aligned}
 |x| &\sim \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 y \\
 &\sim \left(\frac{1}{10^3}\right)^2 \frac{10^{-7}}{(10^3)^2} = 10^{-19} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}
 \end{aligned}$$

となり Δl の必要感度 (式 (1.5)) より小さい。しかし、 $\frac{\omega}{2\pi} \sim 100 \text{ Hz}$ とすると

$$x \sim 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

となるので感度にかかなり影響する。周波数が低くなると地面振動の変位が大きくなる (式 (1.8)) だけでなく鏡の防振もききにくくなるからである。特に振り子の共振周波数付近 (数 Hz) では地面振動の影響が顕著である。たとえこの周波数帯域での観測をしなかったとしても振動が大きいと干渉計のオペレーションが不安定になり、その結果本来打ち消されるはずのレーザーのコモンモードノイズがあらわれて低周波域のみならず高周波域 (観測帯域) の感度低下をもたらす。従って、観測帯域以下の防振も重要である。しかし、数 Hz 以下の防振は難しく、補助的な防振系を何段か組み合わせても防振系の共振周波数を $\sim 0.1 \text{ Hz}$ 以下にするのは困難である。それゆえ、もともとの地面振動の低周波域のレベルが小さいことはレーザー干渉計の建設地の重要な条件となる。

§ 1.4 地面振動

ここで、地面振動について考えてみる。地面振動は次の 2 つに大きく分けられる。

a. 地震

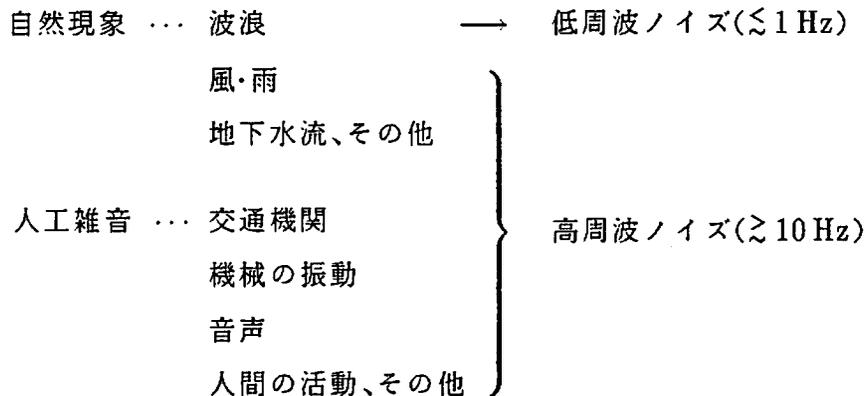
b. 常時微動

a. は地殻変動などによる突発的な大きい地面の揺れであり、このときには重力波の観測はほぼ不可能となる。b. は定常的な地面の微小振動で式 (1.8) のスペクトルにほぼ従う。a. と b. はともに重力波観測に影響をもたらすが、両者の間に直接的な相関はない。従って、重力波アンテナの設置場所としては

- ・ 地震の頻度が小さい
- ・ 常時微動のレベルが小さい

ことが必要である。ここでは重力波の観測に常時影響してくる b. について述べる。

常時微動は次のような発生源によって生じる。



これらのうち人工的な雑音を避けるためには都会から離れることが必要である。また、風や雨によるノイズは地表で発生するものであるから地下ではそれらの影響が少ないと予想される。実際に測定した例 [2, 3] によると、地表から 300 m 程度の地下では数十 Hz のノイズが地表の $\frac{1}{10}$ 以下に減衰する。しかも、表面波となって地表を伝播する振動の影響も地下では受けにくい。このように、地下に重力波アンテナを建設することは技術的困難を別にすれば地表に比べて振動が少ない点で有利である。

§ 1.5 地震計開発の経緯

低周波（数 Hz）から高周波（数百 Hz）までの地面振動が干渉計の感度に影響することを 1.3 で述べたが、このような地面振動を知るためには広帯域の振動計が必要である。しかし、通常地震を記録するのに用いられる地震計はせいぜい ~ 100 Hz までの振動しか検出できない。1.4 で挙げた地下振動の測定例で用いられた地震計も 100 Hz 以下のものである。機械振動などの測定で用いられる振動計は数 kHz まで使える反面、感度が悪く常時微動のような微弱な振動を検出できない。例えば 1 kHz の振動レベルを式 (1.8) を用いて計算すると

$$y \sim \frac{10^{-7}}{(1 \times 10^3)^2} = 10^{-13} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

と微弱なものとなりこれを検出するには干渉計を利用するのがよい。レーザー干渉計を用いた加速度計は感度のよいものが市販されている（(株) RION（東京国分寺））

が、これも周波数帯域としては 100 Hz 以下となっている。なお、今回製作した地震計の出力はこの加速度計の出力と比較し動作を確認した (2.4.7)。

結局市販の地震計や振動計には要求されている性能のものがないため、高感度・広帯域の地震計を今回開発することとなった。開発した地震計はレーザー干渉計重力波アンテナの鏡を制御する技術を応用しており、高感度に地面の加速度を検出するものである。

第2章 地震計の設計・製作

振り子に鏡をつけておきそのゆれを干渉計により高感度に読みとることで地面の加速度が得られる。この地震計はレーザー干渉計型重力波アンテナで用いられる技術の応用の一つである。

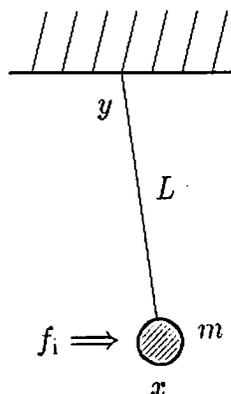
§ 2.1 目標性能

今回開発した地震計はレーザー干渉計型重力波アンテナに影響があると考えられる地面振動を測定するものであるから、次のような性能を目標にした。

- ・重力波アンテナに影響の大きい、水平の1方向の振動を検出する
- ・周波数帯域はDC付近～数kHz
- ・1kHz付近の検出感度は $\sim 10^{-13} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ 以上(1.5)
- ・持ち運びできるもの(屋外でも使えるもの)

§ 2.2 原理

地震計の基本原理は次の通りである。



- x : おもりの変位
- y : 地面の変位
- L : 糸の長さ
- m : おもりの質量
- $2m\gamma(y - \dot{x})$: 減衰力
- f_i : 外力
- g : 重力加速度

図 2.1 地震計の基本原理

図 2.1 のように地面（天井）に振り子が吊るされていたとする。質点についての運動方程式は

$$\ddot{x} + 2\gamma(\dot{x} - \dot{y}) + \frac{g}{L}(x - y) = \frac{f_i}{m} \quad (2.1)$$

となるが、もし質点の地面に対する相対変位 $d = x - y$ がつねに 0 となるようにフィードバック力 f_i を制御すると式 (2.1) は $d \equiv 0$ より

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{f_i}{m} \\ &= \ddot{y} \end{aligned} \quad (2.2)$$

となり、 $\frac{f_i}{m}$ が地面の加速度をあらわす。

しかし、実際にはフィードバック系の制限から d を常に完全に 0 にすることはできない。このような場合は $\frac{f_i}{m}$ がそのまま地面の加速度を表すわけではないので次にこれを考えてみる。

式 (2.1) を d と y を用いて書きかえると

$$\ddot{d} + 2\gamma\dot{d} + \frac{g}{L}d = \frac{f_i}{m} - \ddot{y} \quad (2.3)$$

となる。今、検出したい量は地面振動 y であるが、実際には y のスペクトル $y(\omega)$ を知れば十分であるので式 (2.3) をフーリエ変換したものを考えると

$$\left(-\omega^2 + 2i\gamma\omega + \frac{g}{L}\right)d = \frac{f_i}{m} + \omega^2 y \quad (2.4)$$

のようになる。 $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$, $Q = \frac{\omega_0}{2\gamma}$ とおくと ω_0 と Q は振り子の共振周波数と Q 値をそれぞれ表し、式 (2.4) は下のよう書き直せる。

$$\begin{aligned} H(\omega) \left(-\omega^2 y - \frac{f_i}{m}\right) &= d \\ \left[H(\omega) = \frac{-1}{-\omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2} : \text{振り子の伝達関数} \right] & \end{aligned} \quad (2.5)$$

すると、 $d = 0$ となるように f_i を制御するためのフィードバック系は図 2.2 で表される。ここで、 $F(\omega)$ はフィルターの伝達関数である。このフィードバック系がロックしているときは

$$\left(-\omega^2 y - \frac{f_i}{m}\right)HF = \frac{f_i}{m}$$

が成り立つから地面振動スペクトル $y(\omega)$ は

$$|y(\omega)| = \frac{1}{\omega^2} \left| \frac{1+HF}{HF} \right| \frac{|f_i|}{m} \quad (2.6)$$

となり式 (2.2) と比べると $\left| \frac{1+HF}{HF} \right|$ という因子の補正が必要となることがわかる。もし、オープンループゲイン $|HF|$ が 1 より十分に大きいときには式 (2.2) の場合に帰着される。従って、補正を少なくするには広い周波数帯にわたってオープンループゲインが大きいフィードバック系を設計する必要がある (2.4.3)。

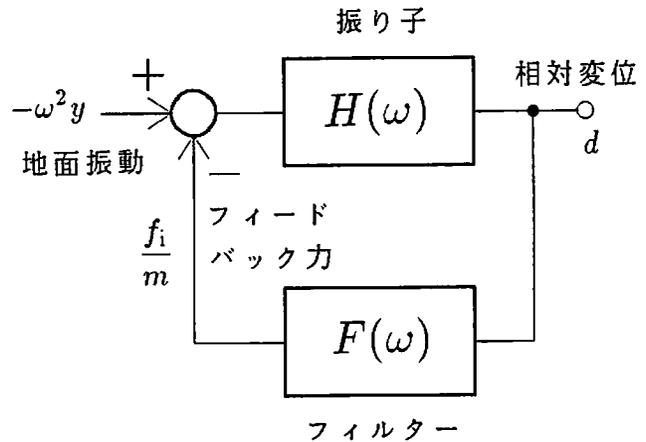


図 2.2 フィードバック系

§ 2.3 本体の製作

2.2 にあるように地面振動を検出するには地面に吊るした振り子と地面との相対変位を検出すればよい。本体の概念図を図 2.3 に示す。レーザー光をビームスプリッターで 2 つに分け、地面に固定された鏡 (fixed mirror) と振り子に付けた鏡 (free mirror) でマイケルソン干渉計を構成し、干渉光をフォトダイオードで検出すれば式 (2.3) の d を検出したことになる。これが 0 になるように振り子に力をフィードバックする。振り子への力は、コイルに電流を流して振り子に付けた磁石との磁気相互作用によって与える。そのときのコイルに流れる電流により f_i がわかるので、式 (2.6) から地面振動のスペクトルが計算できる。

ここで注意しなければならないのは装置全体を頑丈に作ることである。なぜなら測定したい地面振動の周波数は数 kHz までであり、この帯域内に地震計の部品の機械的な共振があると 2.2 で考えたような理想的な動作ができなくなるからである。とくに、振り子を吊るしている支点や固定鏡が地面と同じ運動をしないと測定値は無意味なものになってしまう。一般に、同じ物質では大きさが小さいほどその物体の機械的共振周波数は高くなる。そこで、この地震計は装置全体をなるべく小型化し数 kHz 以下の共振を極力減らした。

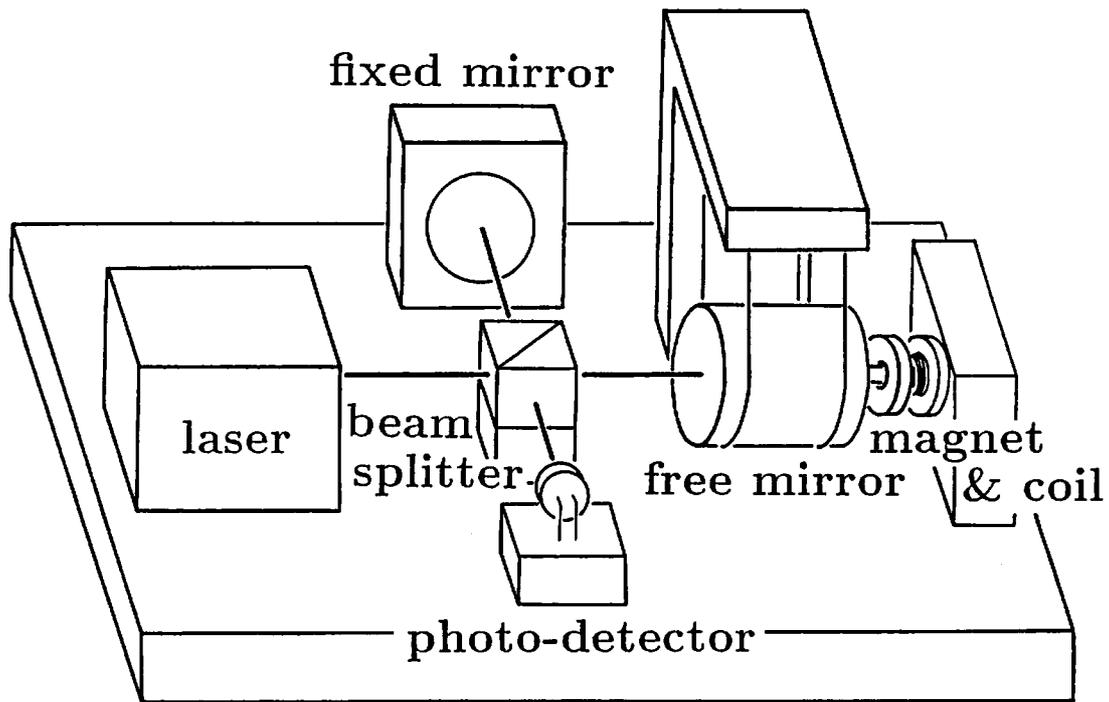


図 2.3 本体の概念図

次に地震計の各部分について以下順に説明する。なお、本体の設計図は Appendix A にある。

2.3.1 レーザー

変位を高感度に読みとるのにレーザー干渉計を用いるが、その光源としては He-Ne レーザーを使用した。レーザー光の強度と周波数を一定に保つためにレーザーは 2-mode 法により安定化され、出射口での出力は 0.89 mW であった。

2.3.2 干渉計

He-Ne レーザーからのビームはプリズムの全反射により方向を 90° 曲げられ干渉計に入射する。入射光は無偏光ビームスプリッターで半々に分けられ固定鏡と自由鏡でそれぞれ反射されビームスプリッターに戻り干渉する。干渉計の腕の長さ（ビームスプリッターと各鏡との距離）はともに 5 cm である。干渉光はビームスプリッターから 2 方向に出てくるが、入射光と垂直に出てきた干渉光は直接フォトダイオード（PD1）で検出され、入射光の方向へ出た干渉光はプリズムで向きを変えられてからフォトダイオード（PD2）に入射する（図 2.4）。

ビームスプリッターの分岐パワー比 $\left(\frac{\text{各分岐パワー}}{\text{入射パワー}} \right)$ は

$$\begin{aligned} \text{自由鏡方向} : \text{固定鏡方向} &= \frac{390 \mu\text{W}}{860 \mu\text{W}} : \frac{403 \mu\text{W}}{860 \mu\text{W}} \\ &= 45\% : 47\% \end{aligned}$$

であり、プリズム全反射時の損失は

$$1 - \frac{860 \mu\text{W}}{885 \mu\text{W}} = 2.8\%$$

であった。

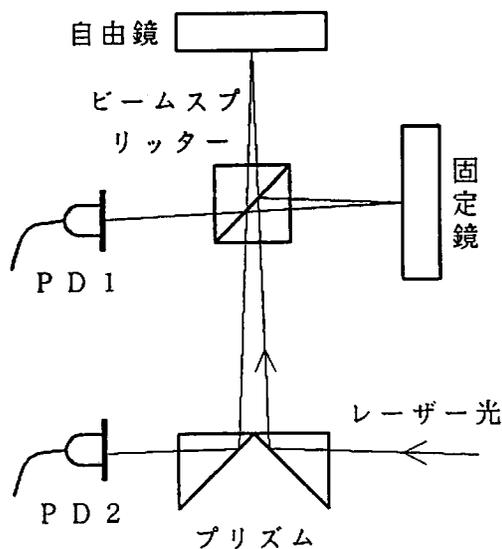


図 2.4 干渉計

2.3.3 固定鏡

アルミ平面鏡に較正用(第3章)の厚さ 1mm の piezo素子を付けたものをベークライトの円柱に接着し、この円柱をミラーマウントにねじ止めした(図 2.5)。

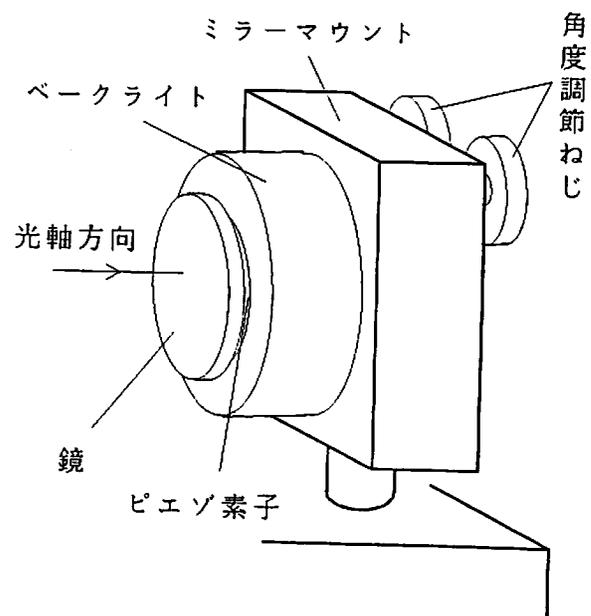


図 2.5 固定鏡

ミラーマウントの調節ねじにより固定鏡は上下・左右のあおりと、前後(光軸方向)の平行移動の合わせて3自由度の調節ができる。固定鏡は常に地面とともに

移動しなければならず、測定帯域内に力学的共振があってはならないのでできるだけ堅牢な造りにした。しかし、共振を測定するのは困難であったためこの点については特に確認はしていない。そのため、他の地震計との出力を比較してこの地震計が正しい動作をしているか確認する必要がある（2.4.7）。

2.3.4 自由鏡

振り子に鏡を付けたものが自由鏡だが、この振り子を吊るすために真鍮製のやぐらが組まれている。このやぐらから直径 0.1 mm のタングステン線 4 本により 3 cm 立方の銅製のブロックが吊るされており、この銅ブロックに鏡が貼り付けられている。なお、このブロックはブロック自体が持つ共振の Q 値を低くするために 2 つのブロックをまん中ではり合わせたものである。振り子の質量は 241 g であった。また、振り子の回転運動の自由度を抑えるために、光軸方向からみて上部の幅が狭くなるようにタングステン線で吊るされている（図 2.6）。こうすることによって振り子の自由度は光軸方向とそれに垂直方向の 2 つの水平運動のみとなる。しかし、現実にはタングステン線の剛性などのため他の自由度の運動も若干みられる（2.4.7）。

さらに、このままでは振り子は地面振動や外乱により励起され振り子の共振周波数でいつまでも振動をつづける。この振り子運動を減衰させないと振り子を制御するのが困難なので振り子を吊るすやぐらの部分に強力な磁石（Nd 磁石）を貼りつけ、渦電流により振り子との相対速度に応じた減衰力を生じさせるようにした。この減衰力は光軸方向以外の不必要な運動を減衰させる役割も果たす。

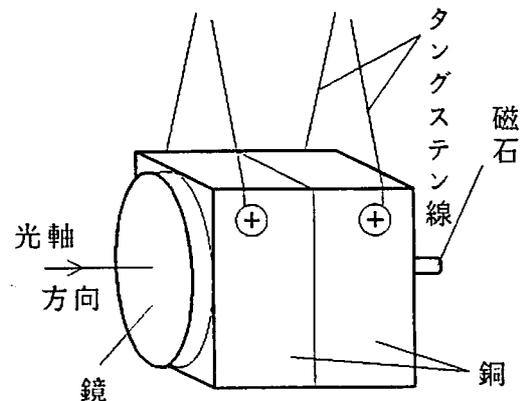


図 2.6 自由鏡

自由鏡の場合も固定鏡の場合と同様に共振の問題があるが、これも他の地震計と比較して固定鏡の場合と併せて考察することにする（2.4.7）。

2.3.5 磁石とコイル

振り子にフィードバックする力は磁石とコイルの磁気相互作用によって生じさせる。

磁石は直径 2 mm 長さ 10 mm のアルニコ磁石を振り子のブロックの鏡と反対側に接着した (図 2.6)。この磁石は減衰用の Nd 磁石 (2.3.4) に影響されないように磁力が弱いものを使用した。コイルとしては外径 6 mm 長さ 10 mm のボビンに銅線を 1000 回ほど巻いたものを用いた。ボビンの中央には内径 4 mm の穴が開いており、この中に振り子の磁石が挿入される。コイルが受ける反作用が本体に伝わらないようにゴムの台にコイルを接着し、この台を本体に取りつけた。コイルと磁石の磁気結合定数などは 2.4.1 に記した。

2.3.6 フォトダイオード

干渉光はフォトダイオードで検出される。外部の電氣的ノイズを避けるため、フォトダイオード出力の光電流は本体内で直ちに電圧変換され (Appendix A)、シールド被覆線により外部のコントロール回路へつながれる。

本体の材質は振り子は銅でやぐらは真鍮だが、それ以外はアルミニウムである (Appendix A)。電気回路はフォトダイオードの電流-電圧変換回路以外はすべて本体とは別のコントロールボックスに納められ、シールド被覆線により本体と接続される (Appendix B)。コントロールボックス内の回路はフィルター回路、コイルドライバー回路などよりなる。

§ 2.4 特性

地震計のブロックダイアグラムは図 2.7 のようになっている。干渉計の出力をフィルターとコイルドライバーを介して振り子にフィードバックし、干渉縞が一定となるようにロックする。そのときにコイルに流れる電流を抵抗 R で電圧に変換し出力を得る。図中の各部の特性を実測した結果を次に示す。なお、各回路図は Appendix B に記してある。

2.4.1 コイルと磁石

コイルに一定の電流を流していてもボビンの中の磁石の位置が変化すると相互作用が変わって力が変化してしまう。図 2.8 のように磁石の位置と力の関係を測定したところ、図 2.9 のようになった。 $d = 3$ mm 付近では力が最大になると同時に

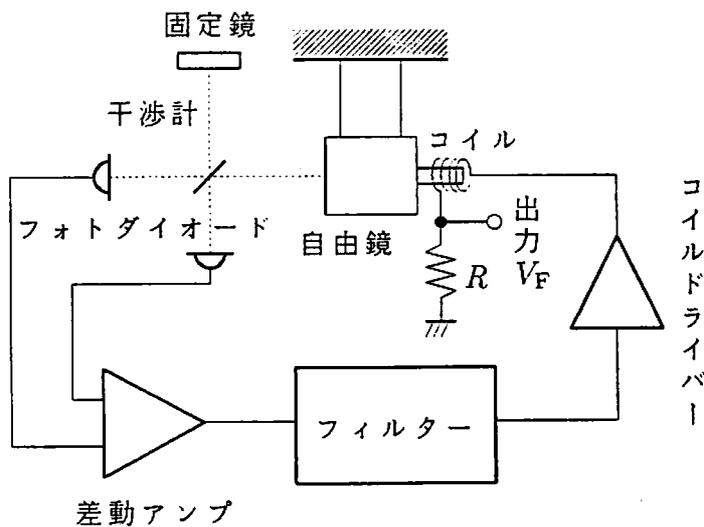


図 2.7 ブロックダイアグラム

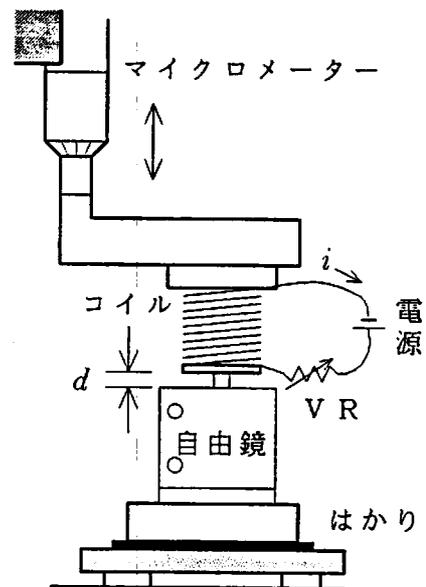


図 2.8 結合定数の測定

位置の変化による力の変化が最小となるから、実際の測定で振り子の位置が何らかの原因で変化してもほぼ同じ力がフィードバックされる。そこで、振り子とコイルの距離が $d = 3 \text{ mm}$ となるように本体を設計した。

次に $d = 3 \text{ mm}$ における電流と力の関係を前と同じ図 2.8 の方法で測定した結果を図 2.10 に示す。これにより、コイルと磁石の結合定数 α は

$$\alpha = 0.123 \text{ N/A} \quad (2.7)$$

と求められた。

2.4.2 コイルドライバ

振り子にフィードバックするのは力であるので、コイルに流れる電流 i を制御すれば力 f_i は

$$f_i = \alpha i \quad (2.8)$$

で与えられる。従って、コイルドライバとしては入力電圧に比例した電流を出力するタイプ（電流ドライバ）が必要となる。Appendix B にあるコイルドライバの回路では、入力電圧 V_{in} に対して出力電流 i は

$$\begin{aligned} i &= \frac{V_{in}}{r} \\ &= \frac{V_{in}}{50 \Omega} \end{aligned} \quad (2.9)$$

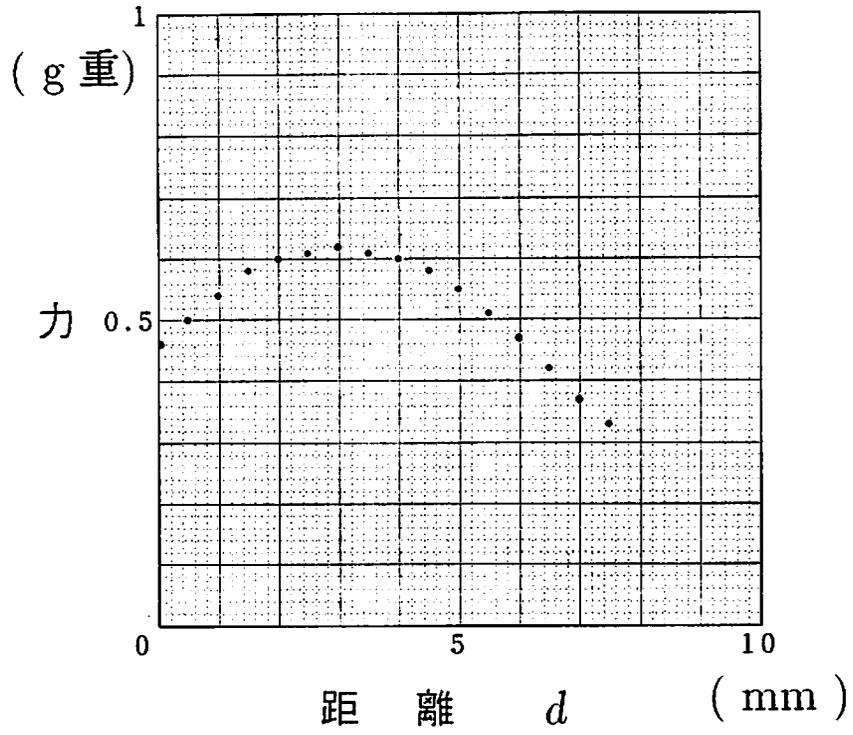


図 2.9 距離と力の関係 ($i = 50 \text{ mA}$)

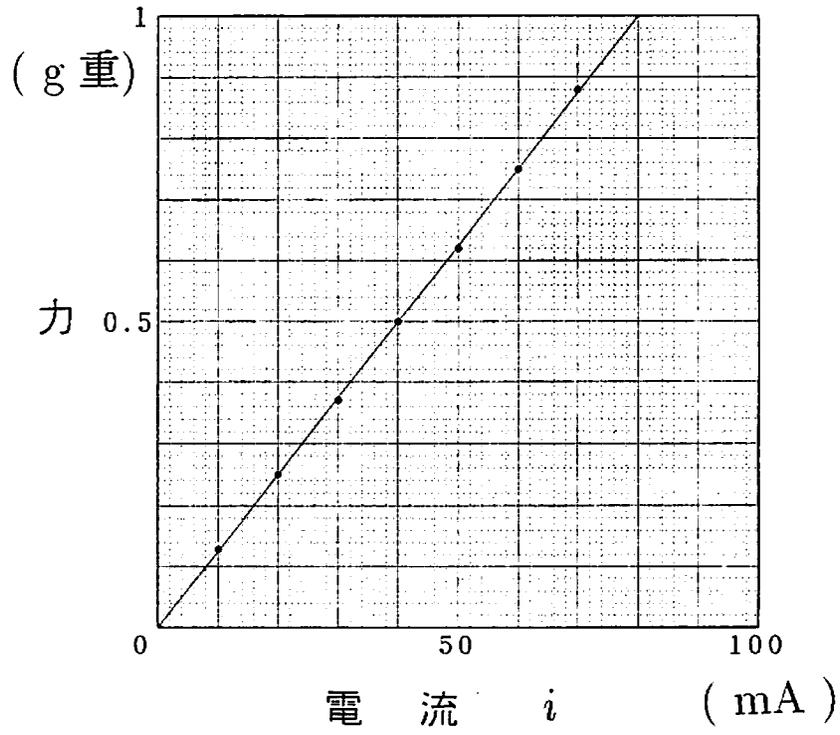


図 2.10 電流と力の関係 ($d = 3 \text{ mm}$)

となる。図 2.11 の構成でコイルドライバの伝達関数 $A(\omega) = V_{out}(\omega)/V_{in}(\omega)$ を測定し、周波数特性をみた (図 2.12)。

周波数が 10 kHz まではほぼ平坦な特性が得られているので、フィードバックフィルタの設計にはあまり影響しない。また、

$$\begin{aligned} V_{out} &= 10\Omega \times i \\ &= 0.2V_{in} \end{aligned}$$

となるので、式 (2.9) もほぼ成り立っている。

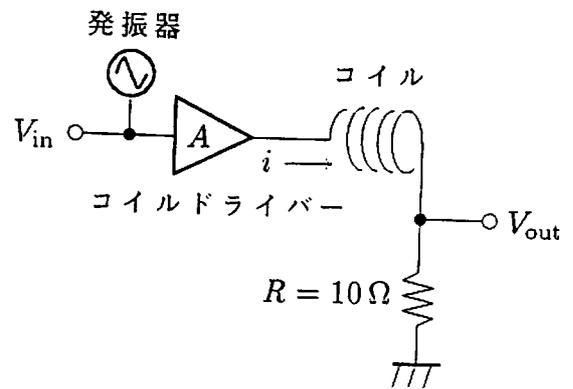


図 2.11 $A(\omega)$ の測定

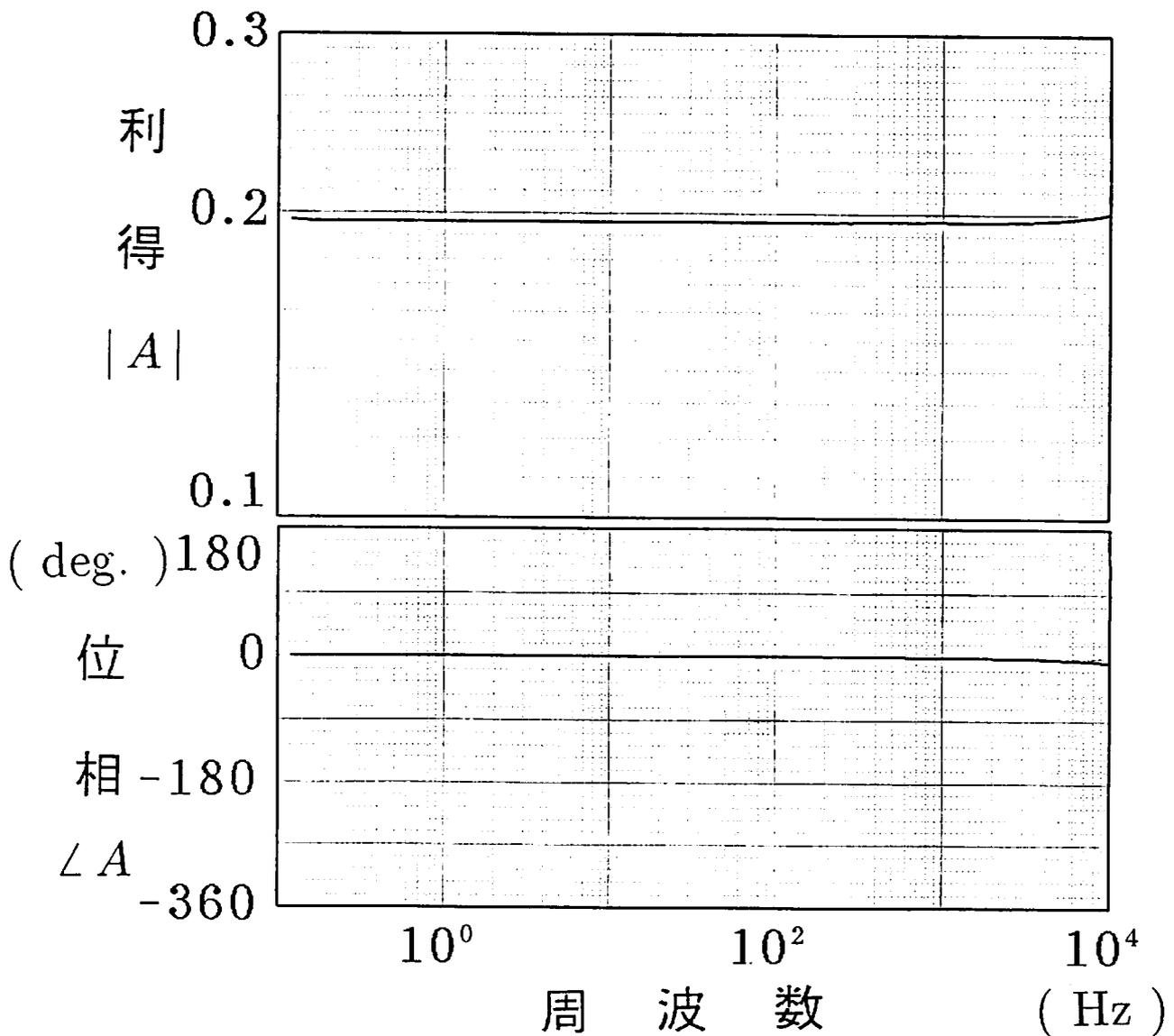


図 2.12 コイルドライバの伝達関数 $A(\omega)$

2.4.3 フィードバックフィルター

この地震計のフィードバック系は、振り子、フィードバックフィルター、コイルドライバーの伝達関数をそれぞれ $H(\omega)$, $F(\omega)$, $A(\omega)$ とすると図 2.13 のように表されるが、ロックをかけるためにはオープンループ伝達関数 $H(\omega)F(\omega)A(\omega)$ が安定条件を満たさなければならない。安定条件のうち実際の扱いが容易な無条件安定条件

- ・オープンループゲインが 1 となる周波数（ユニティゲイン周波数）

までは位相が 180° 以上おくれけない

を満たすようにフィルターを設計した [4]。多くの場合フィルターの設計は経験と勘に頼るところが大きいですが、最近当研究室でモンテカルロ法を用いた最適フィルターを設計するプログラムが開発されたため、これによってフィードバックフィルターを設計した。その際振り子の伝達関数 $H(\omega)$ については式 (2.5) の形を、コイルドライバーの伝達関数 $A(\omega)$ については実数定数をそれぞれ仮定した。

当初、ユニティゲイン周波数は 10 kHz を目標としたが、力学系（振り子や固定鏡）の共振の影響で 2.8 kHz とした（2.4.5）。設計したフィルターの伝達関数を実測したものを図 2.14 に示す。

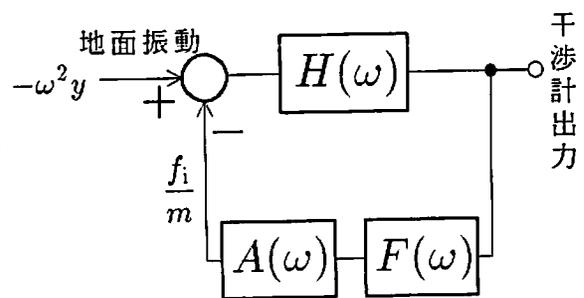


図 2.13 フィードバック系

2.4.4 振り子

振り子の伝達関数は 2 種類の方法で測定した。振り子の変位が干渉計で測定できないほど大きい ~ 10 Hz 以下の周波数帯域では反射型フォトセンサー（PS）を（図 2.15）、 ~ 100 Hz 以上は変位が小さく PS では測定できないので干渉計を用いてロックした状態で（図 2.16）測定した。

測定結果は図 2.17 のようになったが、2 つのデータの食い違いは PS と干渉計の変位に対する利得の違いによって生じる。PS の利得 κ は Appendix C にあるように $\kappa = 7.50 \times 10^2$ V/m である。

一方、干渉計の利得は次のように計算できる。図 2.18 のように電場が $Ae^{i\omega t}$ で表されるレーザー光が干渉計に入射したとすると、フォトダイオード（PD1, 2）

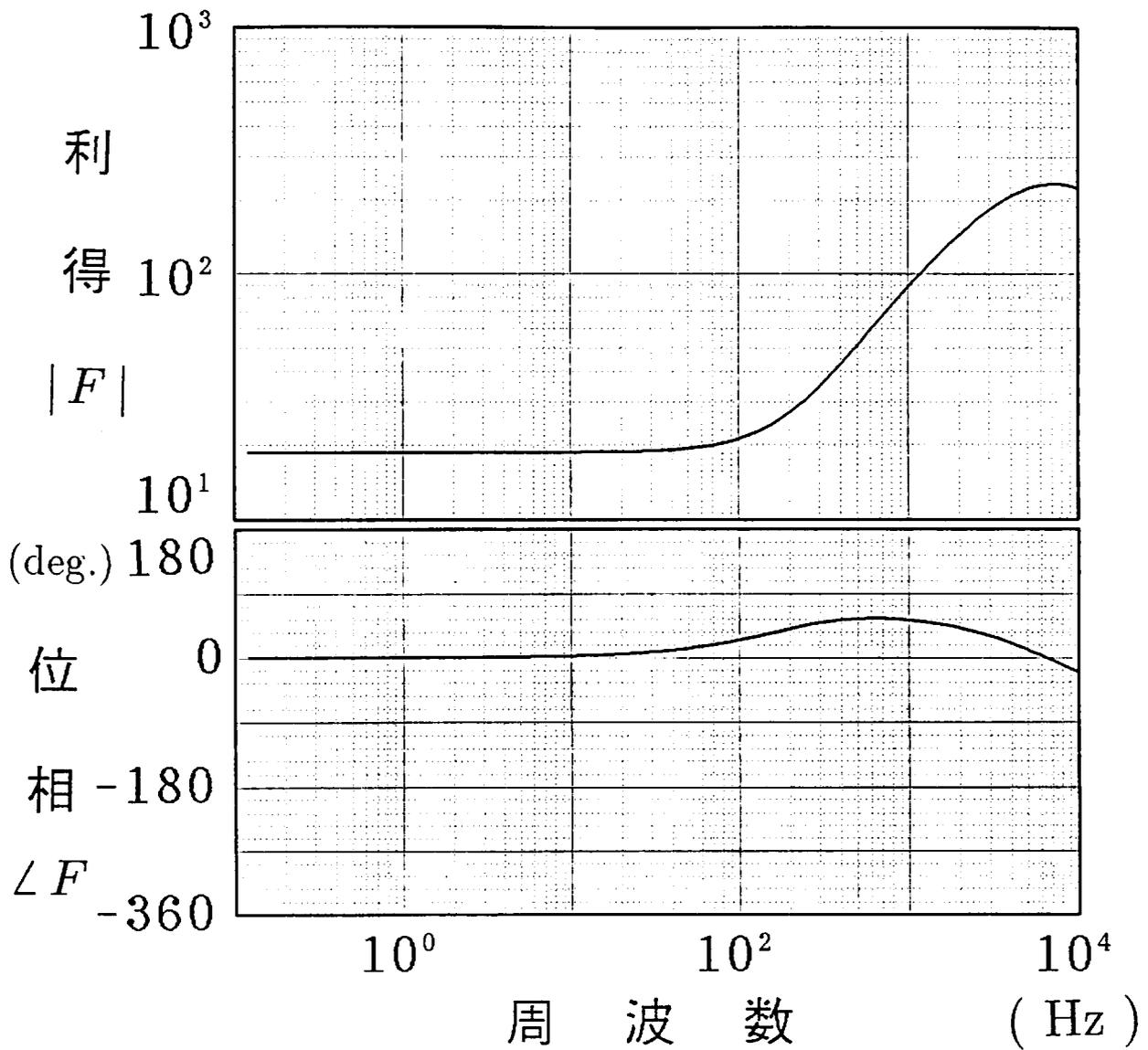


図 2.14 フィルターの伝達関数 $F(\omega)$

で検出される干渉光の強度 I_1, I_2 は

$$\begin{aligned}
 I_1 &\propto |rtAe^{i(\omega t - 2kl_1)} - rtAe^{i(\omega t - 2kl_2)}|^2 \\
 &= 2r^2t^2A^2(1 - \cos 2k\Delta l)
 \end{aligned}
 \tag{2.10a}$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &\propto |t^2Ae^{i(\omega t - 2kl_1)} + r^2Ae^{i(\omega t - 2kl_2)}|^2 \\
 &= A^2(r^4 + t^4 + 2r^2t^2 \cos 2k\Delta l)
 \end{aligned}
 \tag{2.10b}$$

$$\left[\begin{array}{l} k: \text{波数} \left(= \frac{2\pi}{\lambda} \right) \\ \Delta l = l_1 - l_2 \end{array} \right.$$

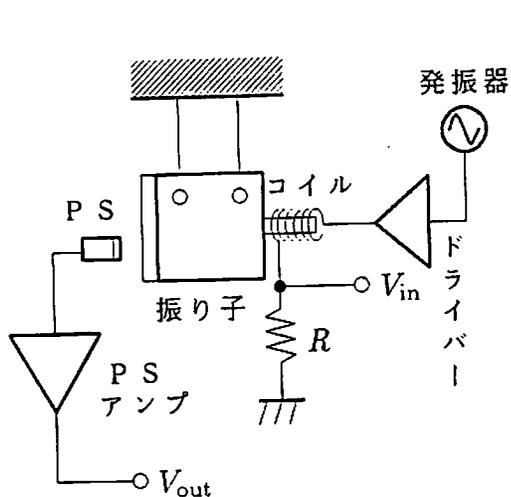


図 2.15 PS による $H(\omega)$ の測定

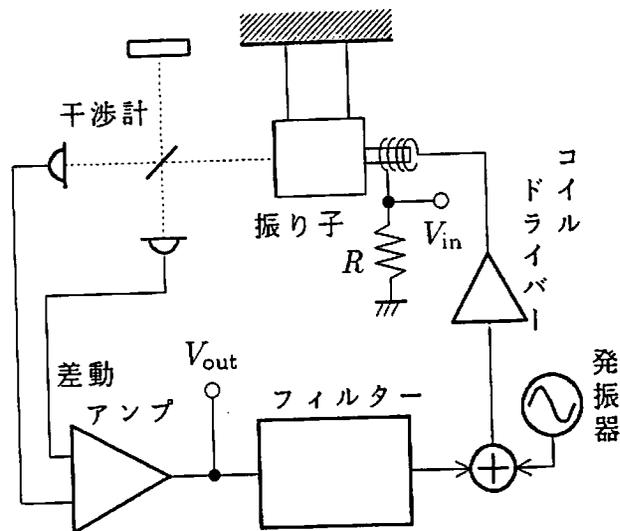


図 2.16 干渉計による $H(\omega)$ の測定

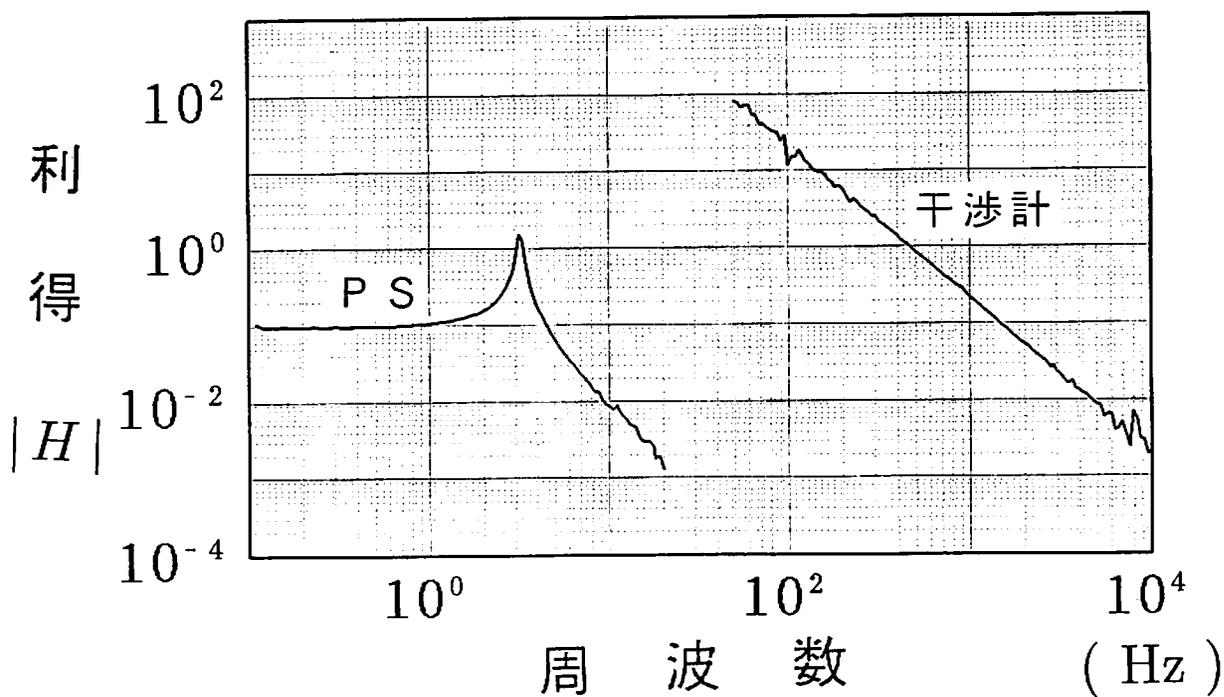


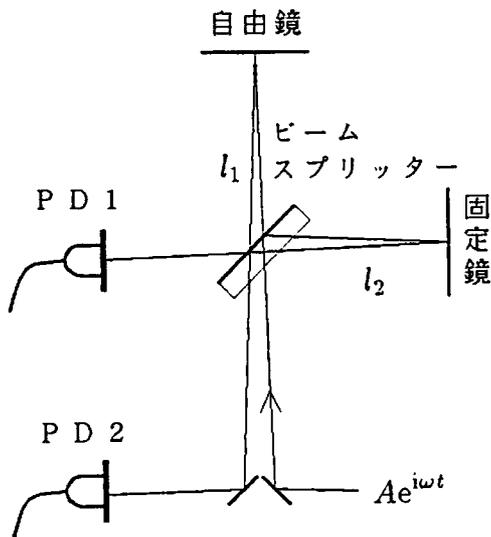
図 2.17 $H(\omega)$ の測定結果

となるが、実際にはこの差動出力を干渉計出力 I として得るから

$$I = I_2 - I_1 \propto A^2(r^2 - t^2)^2 + 4A^2r^2t^2 \cos 2k\Delta l \quad (2.11a)$$

$$\Rightarrow I = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} + \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} \cos 2k\Delta l \quad (2.11b)$$

となる。ここで、 I_{\max} , $-I_{\min}$ はそれぞれ干渉計出力の最大値、最小値（負の値）で



$$\Delta l = l_1 - l_2$$

r : ビームスプリッターの振幅反射率

t : ビームスプリッターの振幅透過率

k : レーザ光の波数 $(= \frac{2\pi}{\lambda})$

図 2.18 干渉計の利得の計算

ある。 $I = 0$ にロックしている状態では

$$\cos 2k\Delta l = -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

が成り立っているが、このときの Δl に対する微分係数 $\frac{\partial I}{\partial \Delta l}$ がロック時における干渉計の変位に対する利得になる。これを計算すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial \Delta l} &= k(I_{\max} + I_{\min}) \sin 2k\Delta l \\ &= k(I_{\max} + I_{\min}) \sqrt{1 - \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}\right)^2} \\ &= 2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

となる。

以上より、図 2.17 の PS のデータを干渉計のものに対応させるには PS のデータを $\frac{2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}}{\kappa}$ 倍すればよい。測定時の値、 $I_{\max} = 8.8 \text{ V}$, $I_{\min} = 8.5 \text{ V}$ とレーザーの波長 $\lambda = 633 \text{ nm}$ を用いると

$$\frac{2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}}{\kappa} = 2.29 \times 10^5$$

と求められ、この値を使って図 2.17 の PS の値を補正したものが図 2.19 である。式 (2.5) の伝達関数の形

$$H(\omega) = \frac{A_0}{-\omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2}$$

を仮定して最小二乗法でこの測定値にフィットさせた振り子の伝達関数も併せて示した。フィットした値は

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = 3.20 \text{ Hz}$$

$$Q = 21.0$$

$$A_0 = 8.41 \times 10^6 \text{ Hz}^2$$

であった。振り子の伝達関数 $H(\omega)$ としてはこのフィットしたものを以後用いる。

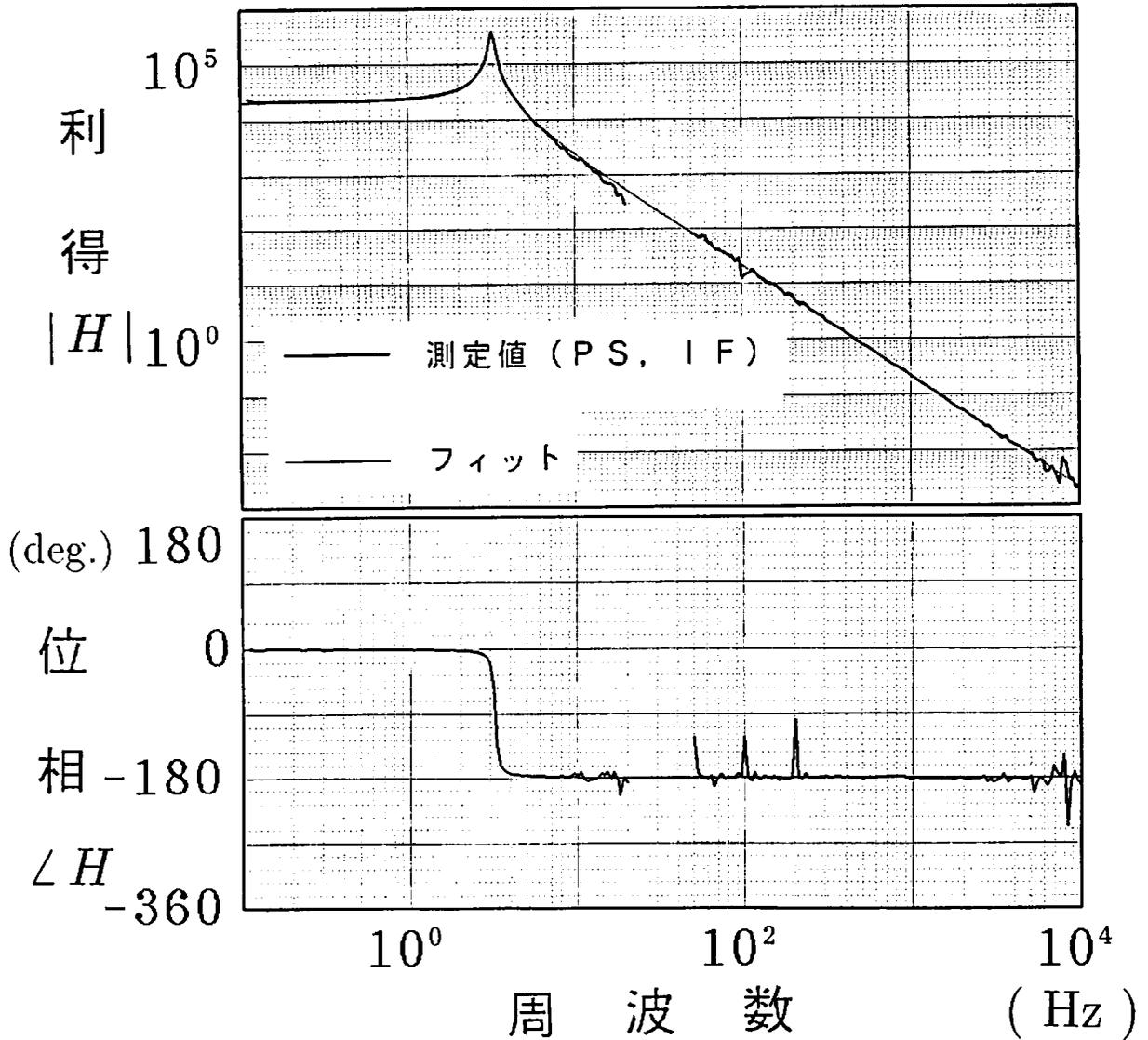
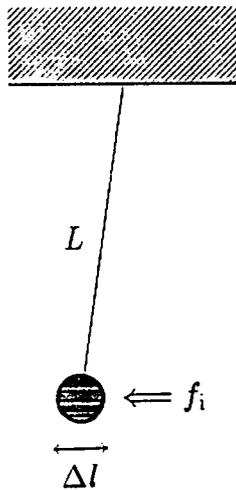


図 2.19 振り子の伝達関数 $H(\omega)$

A_0 の値を用いてコイルと磁石の結合定数 α を求めることができるので、式 (2.7) の値と比較してみる。 $\omega = 0$ のとき図 2.20 よりつりあいの式



$$f_i = mg \frac{\Delta l}{L}$$

$$f_i = \frac{\alpha}{R} V_{in}$$

$$V_{out} = 2k \sqrt{I_{max} I_{min}} \cdot \Delta l$$

図 2.20 振り子のつり合い

が成り立つので

$$H(0) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$= \frac{2\alpha k \sqrt{I_{max} I_{min}} L}{mgR}$$

$$= \frac{A_0}{\omega_0^2} = \frac{A_0 L}{g}$$

である。ゆえに

$$\alpha = \frac{A_0 m R}{2k \sqrt{I_{max} I_{min}}}$$

$$= 0.118 \text{ N/A} \tag{2.13}$$

となり、式 (2.7) の値とほぼ一致する。以後、コイルと磁石の結合定数としては式 (2.13) の α の値を用いることにする。

2.4.5 オープンループ伝達関数

今までに求めた振り子、フィルター、コイルドライバーの伝達関数 $H(\omega)$, $F(\omega)$, $A(\omega)$ を用いるとフィードバック系の伝達関数 HFA を計算できる。これを示したものが図 2.22 である。また、図 2.21 のようにしてオープンループ伝達関数を測定したのも同時に示してある。

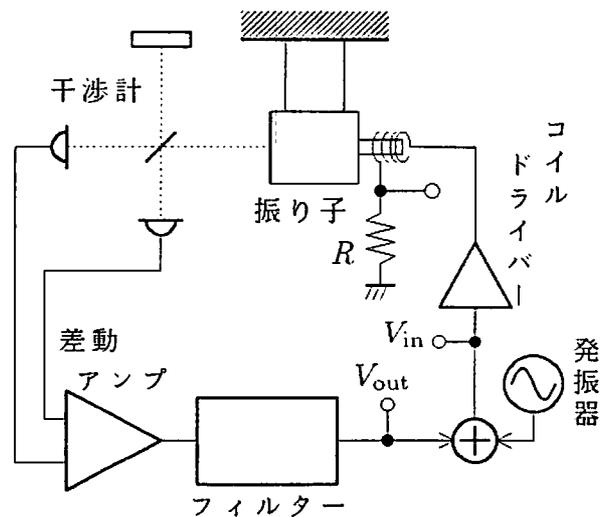


図 2.21 HFA の測定

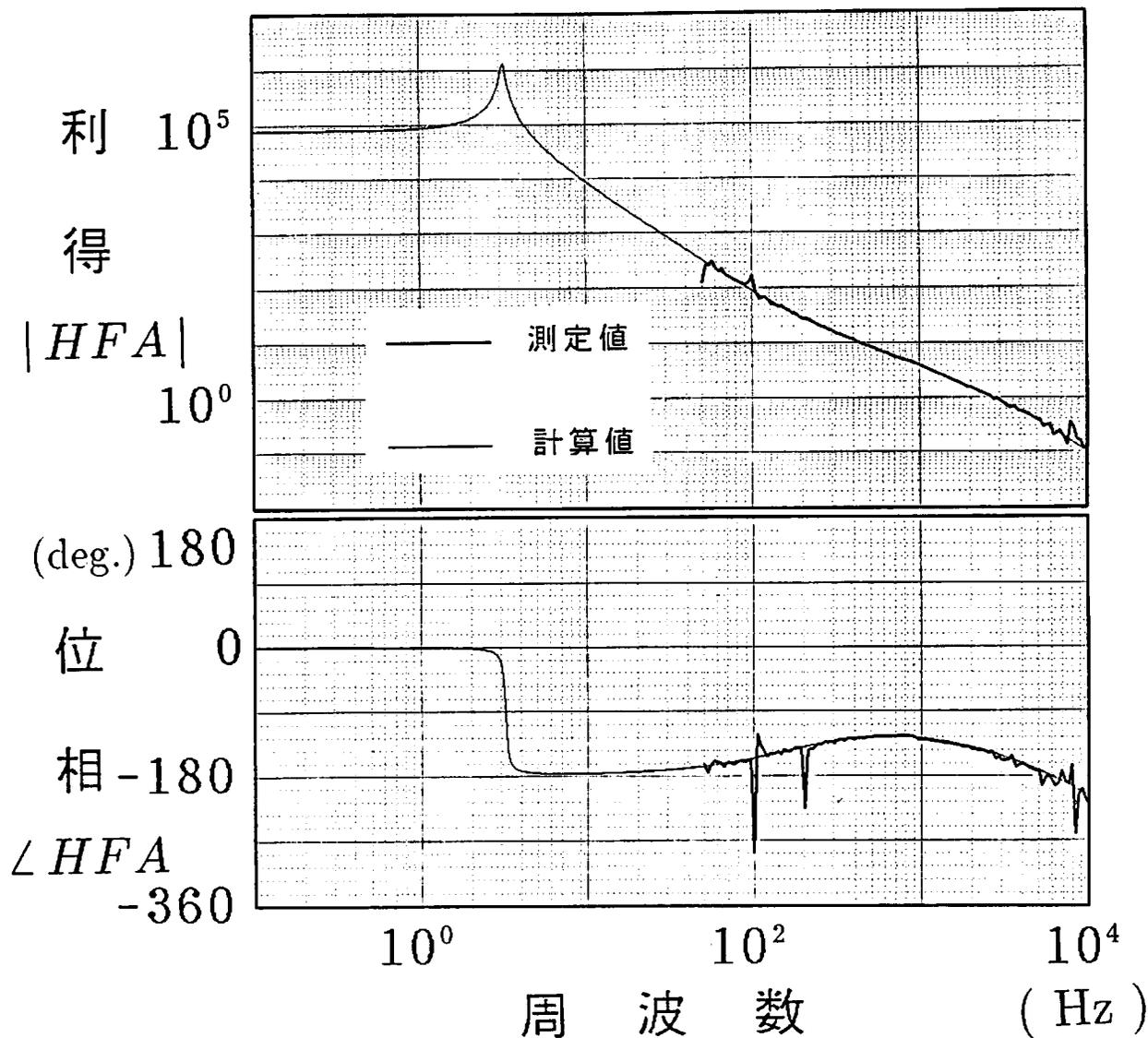


図 2.22 オープンループ伝達関数

グラフより、

$$\begin{aligned} \text{ユニティゲイン周波数} &= 2.8 \text{ kHz} \\ \text{位相余裕} &= 30^\circ \end{aligned} \quad (2.14)$$

となっている。

2.4.6 補正因子

上のオープンループ伝達関数を用いれば式 (2.6) の補正因子が計算できるのでそれを図 2.23 に示した。図より、周波数が 1 kHz 以下では 10% 程度の誤差を許せば補正因子は必要ないことがわかる。しかし、今回の実験ではこの補正因子を用い

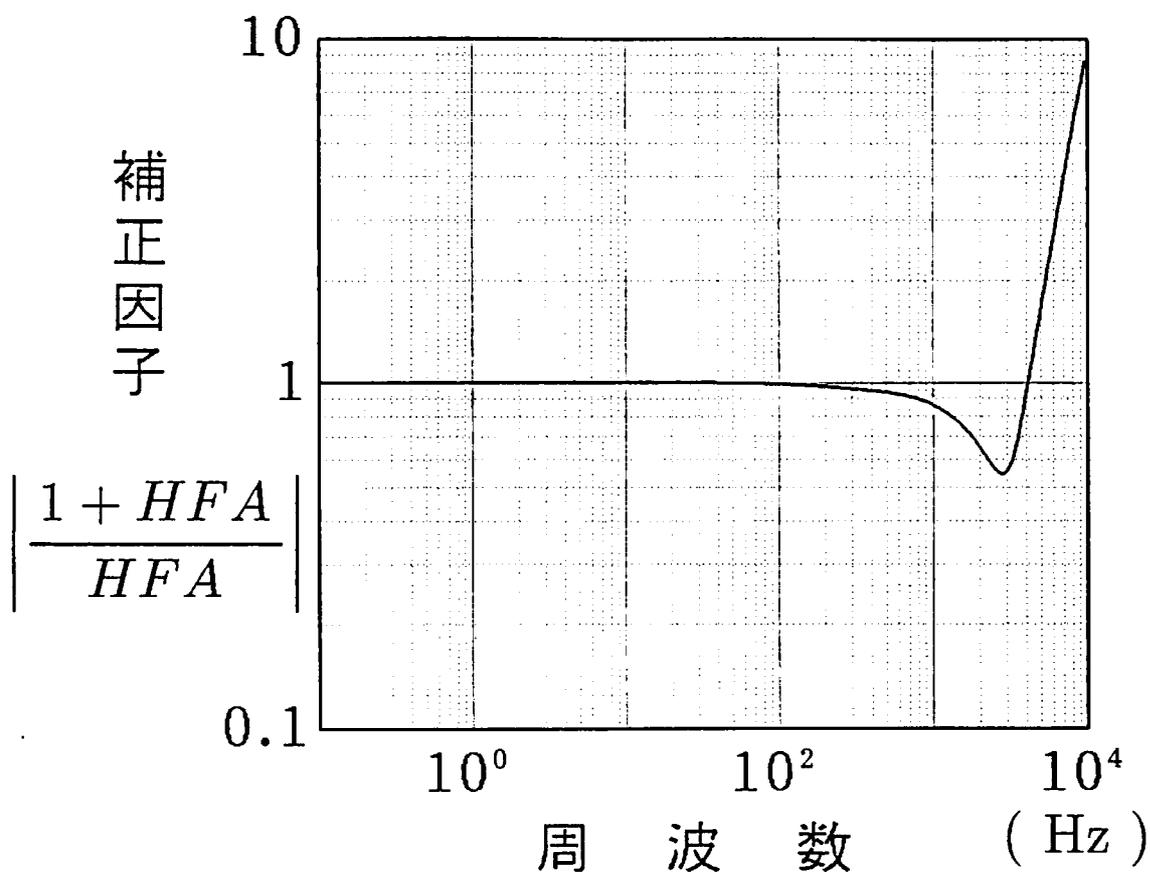


図 2.23 補正因子

てスペクトルの補正を行い、周波数が 10 kHz までの地面振動のスペクトルを求めることにする。

2.4.7 市販地震計との比較

1.5 で (株) RION の高感度加速度計について紹介したが、この加速度計と今回開発した地震計の出力を比較してみた。ただし、RION の加速度計は 100 Hz 以下の感度しか保証していないのでこの周波数帯域で比較することにする。

測定場所は光学定盤上で、エアクッションにより防振がなされている。定盤上に 30 cm×30 cm×15 mm のアルミ板を置き、このアルミ板に加速度計と地震計をねじ止めした。さらに両方に風よけの箱をかぶせ出力信号を記録した。測定したスペクトルを式 (2.6) によって変位に換算したものを図 2.24 に示す。

100 Hz 以下ではほぼ完全にスペクトルが一致している。0.2 Hz 以下で RION のほうがレベルが低いのは DC カットのコンデンサーが加速度計本体に内蔵されて

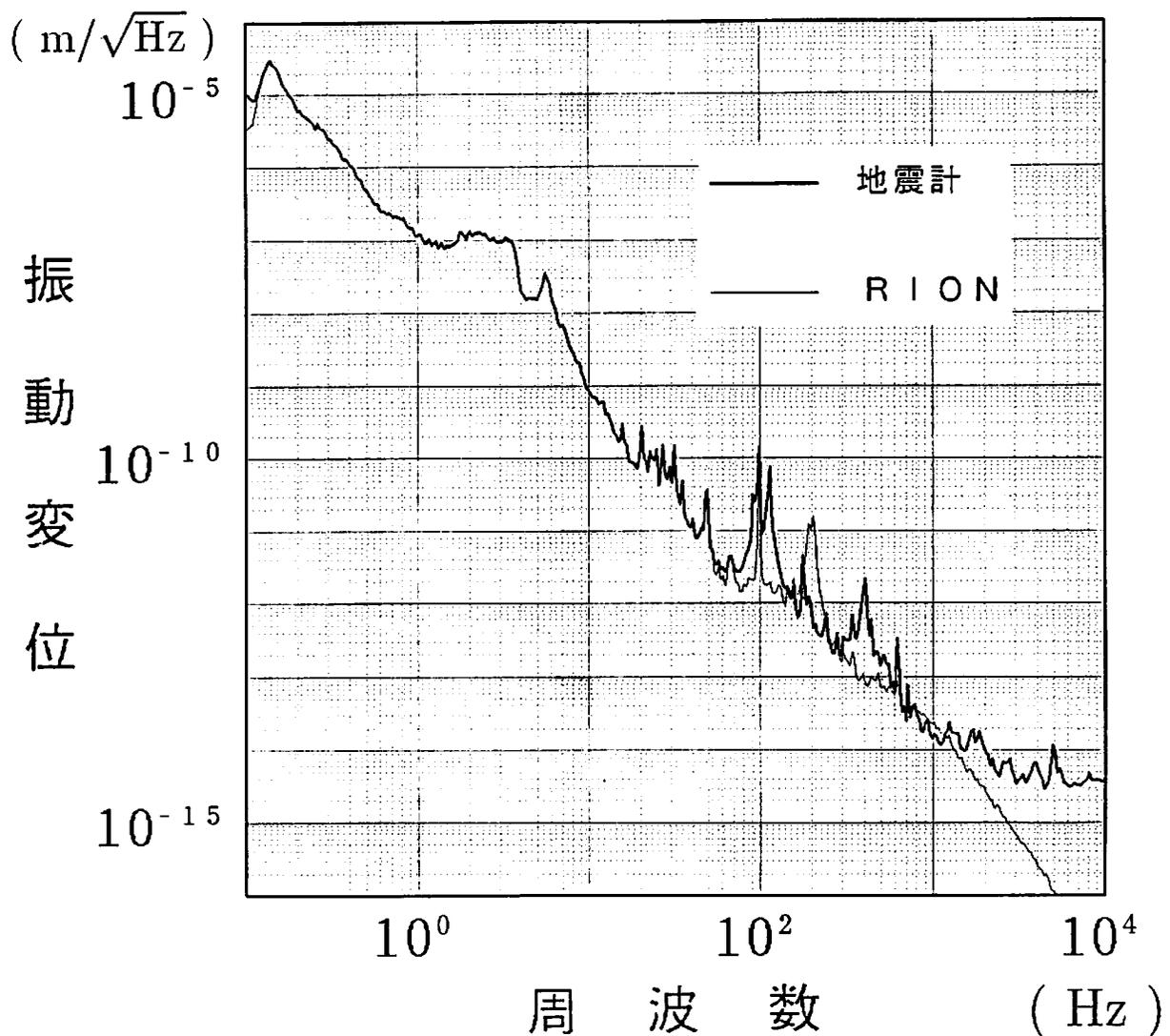


図 2.24 市販の加速度計 (RION) との比較

いるためか、あるいは地震計のノイズレベルのため (4.2) だと考えられる。

100 Hz から ~500 Hz では両者に若干の違いがみられるが、どちらのデータが正しいスペクトルを表しているかはわからない。RION の加速度計の規格は 100 Hz 以下となっているので ~100 Hz 以上では加速度計本体に共振が生じている可能性がある。また、開発した地震計本体にもこの帯域での共振の要素が考えられる。振り子を吊るしているタングステン線の剛性によるモードが Appendix D のように 100 Hz 程度になる。

~500 Hz 以上では RION の加速度計本体の高周波カットフィルターによりレベルが下がっている。地震計のほうは ~3 kHz 以上で一定のレベルとなっているが、

これはショットノイズで決まる感度限界である(4.1)。このグラフをみると防振台上であるにもかかわらず、ほぼ式(1.8)のスペクトルにしたがっているがこの点については5.1で考察する。

第 3 章 較正

地震計の出力を変位に変換するにはフィードバック系のオープンループ伝達関数およびコイルと磁石の結合定数を用いるので、もしこれらの値が変化すると変換された値は不正確なものとなってしまいます。そこで何らかの較正法が必要となるが、固定鏡をピエゾ素子で振動させることにより較正ができることを確かめた。

§ 3.1 原理

式 (2.6) にあるように、地震計の出力を変位に換算する式は (図 2.7 参照)

$$y(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left| \frac{1 + HFA}{HFA} \right| \frac{\alpha V_F(\omega)}{m R} \quad (3.1)$$
$$\left[\begin{array}{l} f_i = \alpha i \\ = \alpha \frac{V_F}{R} \end{array} \right.$$

であるが、もしこれらの因子の値が何らかの原因で変化すると換算された変位の値が正しくなくなってしまう。特に α の値は磁石の磁力の経年変化や振り子の設置方法 (タングステン線の長さの違いや地震計の水平度) により若干の変化が予想される。地面振動の測定の都度 α の値を測定するのはわずらわしいので何らかの方法で地震計の出力を較正することが望ましい。

この地震計はレーザー干渉計によって固定鏡と自由鏡の相対変位 Δl を検出しているので (2.4.4)、もし固定鏡を一定の振幅・周波数で光軸方向に振動させれば地面が同じ振幅・周波数で振動していることと等価になる。このことを利用して較正を行う。

2.3.3 にあるように固定鏡には厚さ 1 mm のピエゾ素子が付けてあり、この電極に発振器の出力電圧をかけることにより鏡を一定の振幅・周波数で振動させる。ピエゾ素子が 1 mm と薄いために固定鏡の振幅をあまり大きくできないので、地面振動の振幅が十分小さくなる高い周波数で振動させないと較正信号が地面振動に隠されてしまう。ピエゾ素子の振幅は 10^{-10} m 程度なので、図 2.24 を参考に較正信号の周波数を 1 kHz とした。

§ 3.2 固定鏡の変位の較正

1 kHz の一定の電圧振幅に対してピエゾ素子がどのくらいの変位で動き、固定鏡を振動させるかを調べなければならない。1 kHz 程度の比較的高い周波数でピエゾ素子を振動させると鏡やミラーマウントの共振の影響で固定鏡の振動振幅が固定方法により変化してしまうため、振幅の再現性が乏しくなってしまう。そこで、地震計を較正する前に固定鏡がどの程度の振幅で振動しているかを較正した後に、その結果を使って地震計の較正を行う。

固定鏡の較正は次のように行う。図 3.1 のように地震計のフィードバックフィルターを通常のものではなく、別のフィードバックフィルター $G(\omega)$ に替える。このフィルター G によって 1 kHz ではオープンループゲイン HGA が 1 より十分小さくなるようにロックすれば、下に示すように干渉計の出力 V_E から固定鏡の振幅が得られる。

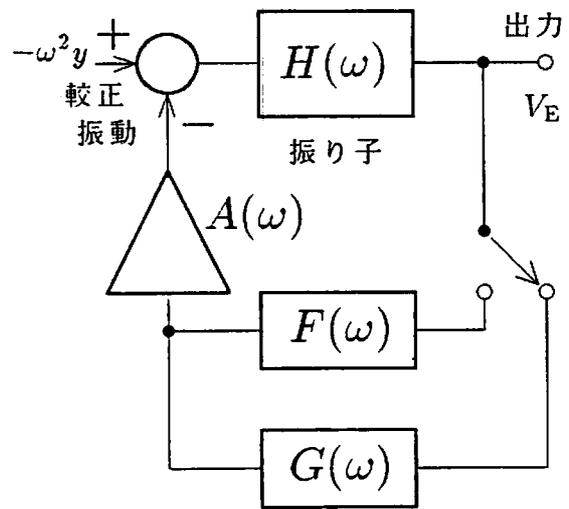


図 3.1 較正用フィルター G

固定鏡を振幅 y で振動させると図 3.1 より

$$(-\omega^2 y - GAV_E)H = V_E$$

が成り立つ。従って

$$\begin{aligned} V_E &= \frac{-\omega^2 y}{1 + HGA} H \\ &= \frac{-\omega^2 y}{1 + HGA} \frac{A_1}{-\omega^2 + i\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

となる。ここで $H(\omega)$ として式 (2.5) の形を用いた。図 3.1 で H を加速度 $\frac{f_i}{m}$ に対する伝達関数と考えると干渉計の出力電圧 V_E は再び図 2.20 を参考にすると

$$\begin{aligned} V_E = V_{\text{out}} &= H(0) \frac{f_i}{m} = \frac{A_1 L}{g} \frac{f_i}{m} \\ &= \frac{2\alpha k \sqrt{I_{\text{max}} I_{\text{min}}} L}{mgR} V_{\text{in}} \\ &= \frac{2k \sqrt{I_{\text{max}} I_{\text{min}}} L}{g} \frac{f_i}{m} \end{aligned}$$

であるので

$$A_1 = 2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}$$

と求められる。今、 $\frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$, $Q = 21.0$, $\frac{\omega_0}{2\pi} = 3.20 \text{ Hz}$ であるから式 (3.2) は近似的に次のようになる。

$$V_E = \frac{2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}}{1 + HGA} y$$

較正する周波数 1 kHz でオープンループゲイン $|HGA|$ が 1 より十分小さければ

$$y \simeq \frac{V_E}{2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}} \quad (3.3)$$

のように固定鏡の振幅が求められる。フィルターの回路図は Appendix B にあり、伝達関数は図 3.2 のようになっている。

2.4.5 と同様に、オープンループ伝達関数 HGA の実測値と計算値を図 3.3 に示す。この計算値によると 1 kHz において $|HGA| = 3.3 \times 10^{-2}$ であるから式 (3.3) で計算した値と真の値とのずれは 3% 程度となる。実際には地面振動の影響が 1 kHz 付近にも若干あるため V_E の読みにもこの程度の誤差が含まれる。従って、式 (3.3) を用いてもまったく問題ない。

§ 3.3 実際の較正例

以下に固定鏡の振動の振幅を較正した例を示す。

- ・ ピエゾ素子に 1 kHz で一定の振幅の電圧をかけて固定鏡を振動させ、フィルター G でロックする。この状態で干渉計出力により較正した固定鏡の変位
- ・ 固定鏡の同じ振動に対してフィルター F を用いてロックし（通常の動作）、地震計のフィードバック出力を式 (3.1) で変位に換算した値

の 2 つの方法で求めた変位を比較した。なお、後者の場合に必要となるオープンループ伝達関数 (HFA) とコイルと磁石の結合定数 (α) は同じ設定であらかじめ測定した値 (第 2 章にある値) を用いたので、この両者の較正值は一致するはずである。実際に測定したところ、

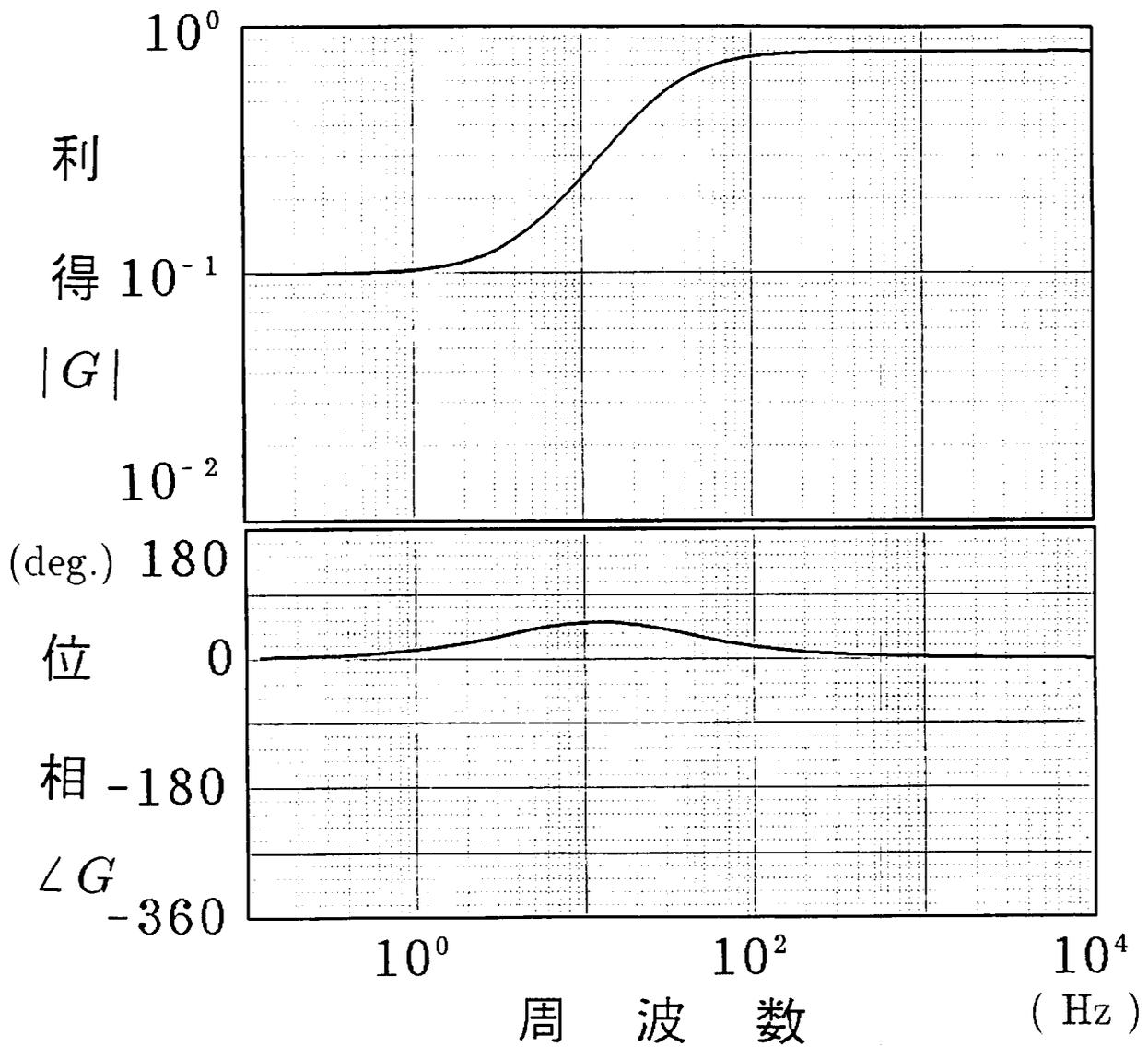


図 3.2 較正用フィルターの伝達関数 $G(\omega)$

・ 干渉計の出力を用いた (G を用いた) 固定鏡の較正

1 kHz の振幅成分は干渉計出力で 12 mV であったので

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{V_E}{2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}} \\
 &= 7.0 \times 10^{-11} \text{ m}
 \end{aligned}$$

となった。

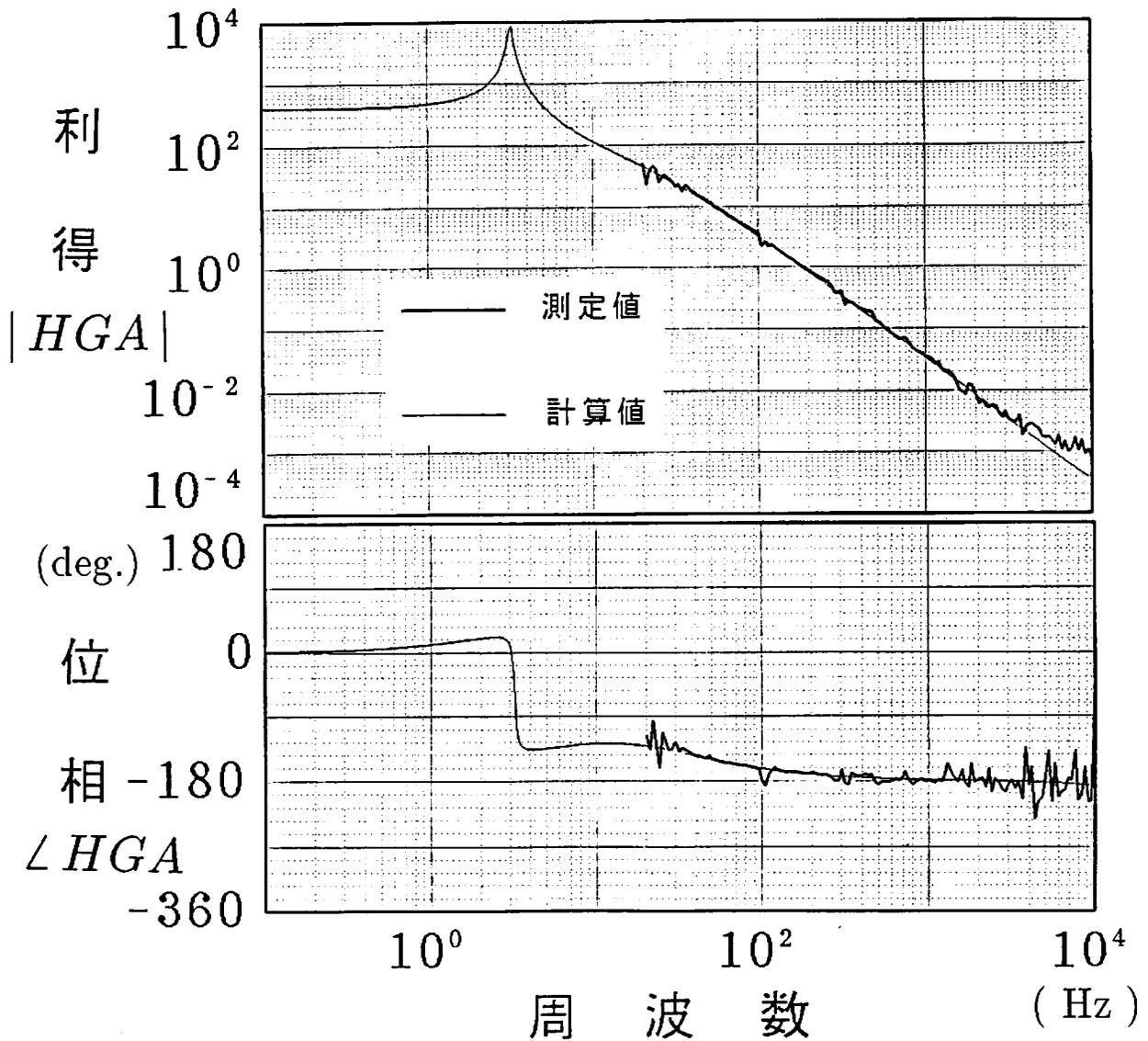


図 3.3 較正用オープンループ伝達関数 HGA

・地震計のフィードバック出力信号を変位に換算したもの

フィードバック出力の 1 kHz 成分の振幅は 65 mV であり、1 kHz の補正因子は図 2.23 より 0.86 だから、式 (3.1) より

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{\omega^2} \left| \frac{1 + HFA}{HFA} \right| \frac{\alpha V_F}{m R} \\
 &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

となった。

このように両者の値は数 % の範囲内で一致している。もし、両者の値が食い違っていた場合は α が変化したためだと考える。

今、 α がもとの値から比 r_α だけ変化して $r_\alpha\alpha$ になったとする。その結果、地震計のフィードバック出力から求めた変位の値が、真の値 (G を使って干渉計の出力から求めた値) y から比 r_y 変化して $r_y y$ になったとする。 α が r_α 変化することにより $H(\omega)$ が r_α 変化する (図 2.16 参照) ので式 (3.1) は

$$y = \frac{1}{\omega^2} \left| \frac{1 + r_\alpha HFA}{r_\alpha HFA} \right| \frac{r_\alpha \alpha V_F}{m R} \quad (3.5)$$

$$r_y y = \frac{1}{\omega^2} \left| \frac{1 + HFA}{HFA} \right| \frac{\alpha V_F}{m R} \quad (3.6)$$

と書き直せる。式 (3.5), (3.6) より r_α を求める。 $HFA = L$ とおくと、

$$r_y = \left| \frac{1 + L}{1 + r_\alpha L} \right|$$

となる。さらに $\frac{\Re(L)}{|L|^2} = a$, $\frac{\Im(L)}{|L|^2} = b$ とおくと、結合定数の変化 r_α は

$$r_\alpha = \frac{1}{r_y} \left\{ \sqrt{(1 + a)^2 + (1 - r_y^2)b^2} - r_y a \right\} \quad (3.7)$$

と求められる。このようにして較正の周波数 1kHz で r_α の値を求めておけば、この値を式 (3.5) に代入することによりすべての周波数で正しい変位 $y(\omega)$ が計算できる。

第4章 感度

地震計がどのくらい微小な地面振動まで読み取れるかという感度の評価をしなければ、測定データが地面振動を表しているか、あるいは単なる装置のノイズなのか区別がつかない。そこで、第4章では地震計の感度の評価を試みる。

§ 4.1 ノイズの要因

地震計の感度は装置内で生じるさまざまなノイズにより決定されるが、ノイズの要因としては次のものが考えられる。

- ・ レーザー光のショットノイズ
- ・ レーザー光の強度ノイズ
- ・ レーザー光の周波数ノイズ
- ・ フィルターやアンプなどの電気系のノイズ

以下、各ノイズについて考察する。

4.1.1 レーザー光のショットノイズ

光の粒子性により生じるノイズで、他のノイズとことなりレーザーパワーによってノイズレベルが決まってしまう。従って、感度限界は理想的にはショットノイズで決まる。変調法など他の方法を用いてロックをかけた場合も同様である。

光電流 i_D によって生じるショットノイズによる出力電圧のノイズ $V_{\text{shot}}(\omega)$ は

$$V_{\text{shot}}(\omega) = \sqrt{2ei_D R_L} \quad e: \text{素電荷}$$

で与えられる [5]。ここで、 R_L はフォトダイオードの負荷抵抗である。光の強度が出力電圧で V_D の時は $i_D = \frac{V_D}{R_L}$ より、

$$V_{\text{shot}}(\omega) = \sqrt{2eV_D R_L}$$

となる。今、2つのフォトダイオードからの出力の差をとっているので、ノイズとしては両者の和になる。フォトダイオード PD1, PD2 の出力電圧をそれぞれ V_{D1} , V_{D2} とすると、干渉計出力にあらわれるショットノイズ $V_{shot}(\omega)$ は

$$\begin{aligned} V_{shot}(\omega) &= \sqrt{2eV_{D1}R_L + 2eV_{D2}R_L} \\ &= \sqrt{2e(V_{D1} + V_{D2})R_L} \end{aligned} \quad (4.1)$$

とかけ、 $R_L = 33 \text{ k}\Omega$ (Appendix B), $V_{D1} = V_{D2} = \frac{I_{max}}{2} = 4.4 \text{ V}$ を式 (4.1) に代入すると

$$V_{shot}(\omega) = 3.0 \times 10^{-7} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$$

となる。感度を評価するときにはこれを変位に換算すると地面振動と比較する際に便利である。図 4.1 でわかるように、これを振り子の伝達関数 $H(\omega)$ で割れば変位 $y(\omega)$ に換算できる。図 4.5 に変位換算したショットノイズ (計算値) を示した。

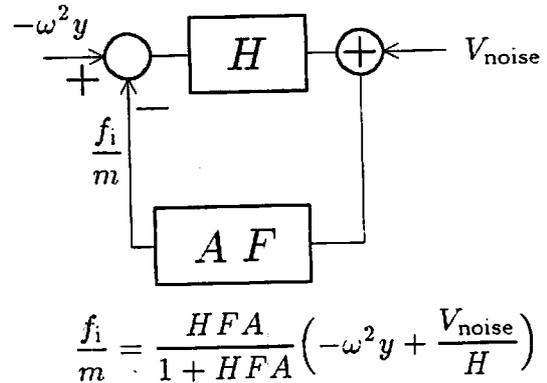


図 4.1 ノイズの地面変位換算

4.1.2 レーザー光の強度ノイズ

レーザー光の強度のゆらぎが干渉計出力のゆらぎとなってノイズ源になる可能性がある。式 (2.11a) は定数 r, s を用いて式 (4.2) のように書き直せる。

$$I = P(r + s \cos 2k\Delta l) \quad (4.2)$$

ここで、 P はレーザー光のパワーを表す。 $P, \Delta l$ がそれぞれ $dP, d\Delta l$ だけ微小変化したときの出力 I の変化 dI は

$$\begin{aligned} dI &= (r + s \cos 2k\Delta l)dP - 2Psk \sin 2k\Delta l \cdot d\Delta l \\ &= I \frac{dP}{P} - 2Psk \sin 2k\Delta l \cdot d\Delta l \end{aligned} \quad (4.3)$$

となるが、オフセットなく $I = 0$ にロックされていれば P の微小変化 dP は出力に影響しない。ここでは、レーザー光の強度ノイズを実測し (図 4.2, Appendix E)、

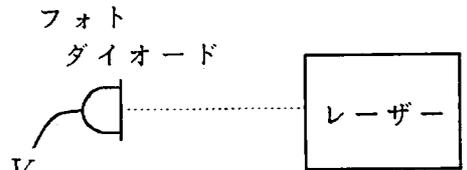


図 4.2 強度ノイズの測定

干渉計出力でのオフセットが 5 mV の時の強度ノイズを計算して (式 (4.3)) 変位になおしたものを図 4.5 に示した。

4.1.3 レーザー光の周波数ノイズ

レーザー発振管の長さの変化や発振スペクトル線幅が有限なことにより、レーザー光の周波数は常に揺らいでいる。使用したレーザーは 2-mode 法によりある程度、強度や周波数の安定化がされているが完全ではない。2本の腕の長さがまったく同じマイケルソン干渉計では周波数ノイズが打ち消されるが、そうでないときはノイズ源となる。図 2.18 を使って前と同様に考察し、周波数ノイズの影響を計算する。ただし、入射光として $Ae^{i\omega t}$ の代わりに周波数ノイズ $\frac{\Delta\omega(\Omega)}{2\pi} \cos \Omega t$ を含めた $Ae^{i(\omega t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t)}$ を用いる。すると、式 (2.10a), (2.10b) の代わりに

$$\begin{aligned} I_1 &\propto \left| r t A e^{i(\omega t - 2k l_1 + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin\{\Omega(t - \frac{2l_1}{c})\})} - r t A e^{i(\omega t - 2k l_2 + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin\{\Omega(t - \frac{2l_2}{c})\})} \right|^2 \\ &= 2r^2 t^2 A^2 \left(1 - \cos \left[2k \Delta l + \frac{2\Delta\omega}{\Omega} \sin \left(\frac{\Omega \Delta l}{c} \right) \cos \left\{ \Omega \left(t - \frac{l_1 + l_2}{c} \right) \right\} \right] \right) \\ I_2 &\propto \left| r^2 A e^{i(\omega t - 2k l_1 + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin\{\Omega(t - \frac{2l_1}{c})\})} + t^2 A e^{i(\omega t - 2k l_2 + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin\{\Omega(t - \frac{2l_2}{c})\})} \right|^2 \\ &= A^2 \left(r^4 + t^4 + 2r^2 t^2 \cos \left[2k \Delta l + \frac{2\Delta\omega}{\Omega} \sin \left(\frac{\Omega \Delta l}{c} \right) \cos \left\{ \Omega \left(t - \frac{l_1 + l_2}{c} \right) \right\} \right] \right) \end{aligned}$$

c : 光速

が得られる。よって、周波数ノイズによる等価的雑音変位 Δl_{FM} は

$$\begin{aligned} \Delta l_{\text{FM}} &= \frac{2\Delta\omega}{2\Omega k} \sin \left(\frac{\Omega}{c} \Delta l \right) \\ &\simeq \frac{\Delta\omega}{kc} \Delta l \\ &= \frac{\Delta\omega}{\omega} \Delta l \end{aligned} \tag{4.4}$$

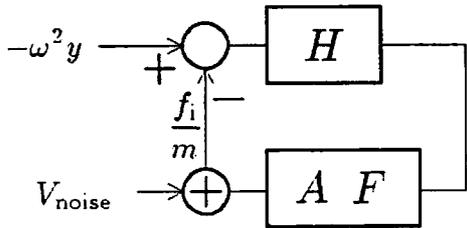
となる。

周波数ノイズとしては 2本のレーザー光のビート信号を測定したデータ (Appendix E) をもとにした。これより式 (4.4) で等価的変位 Δl_{FM} を求め、それを地面振動変位に換算した (図 4.1 参考) ものを図 4.5 に示した。ただし、ビートを測定したデータは地震計に使用した He-Ne レーザーのものではなく、同様の仕様の

別の He-Ne レーザー（2-mode 法で安定化）のデータである。なお、 $\Delta l = 5 \text{ mm}$ とした。

4.1.4 電気系のノイズ

電気系のノイズは、図 4.3 のように測定した。これを地面変位に換算した（図 4.4 参考）ものを図 4.5 に示した。



$$\frac{f_i}{m} = \frac{HFA}{1 + HFA} \left(-\omega^2 y + \frac{V_{\text{noise}}}{HFA} \right)$$

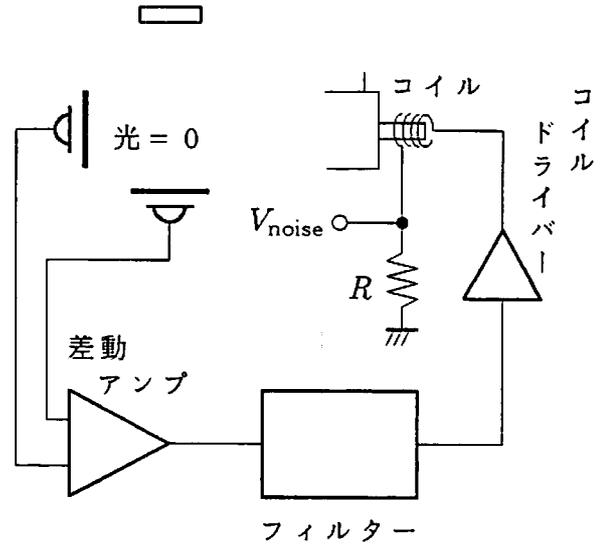


図 4.3 電気系ノイズの測定

図 4.4 電気系ノイズの地面変位換算

以上のノイズを地面変位に換算したグラフを図 4.5 に示す。すなわち、これらのノイズを合計したものが地面の変位に対する地震計の感度を与える（図 4.6）。実測データ（2.4.7）と比較すると $\sim 3 \text{ kHz}$ 以上ではショットノイズレベルに達している。低域のノイズは周波数ノイズと電気系ノイズが占めているが、グラフにある地面振動レベルに比べるとかなり小さい。

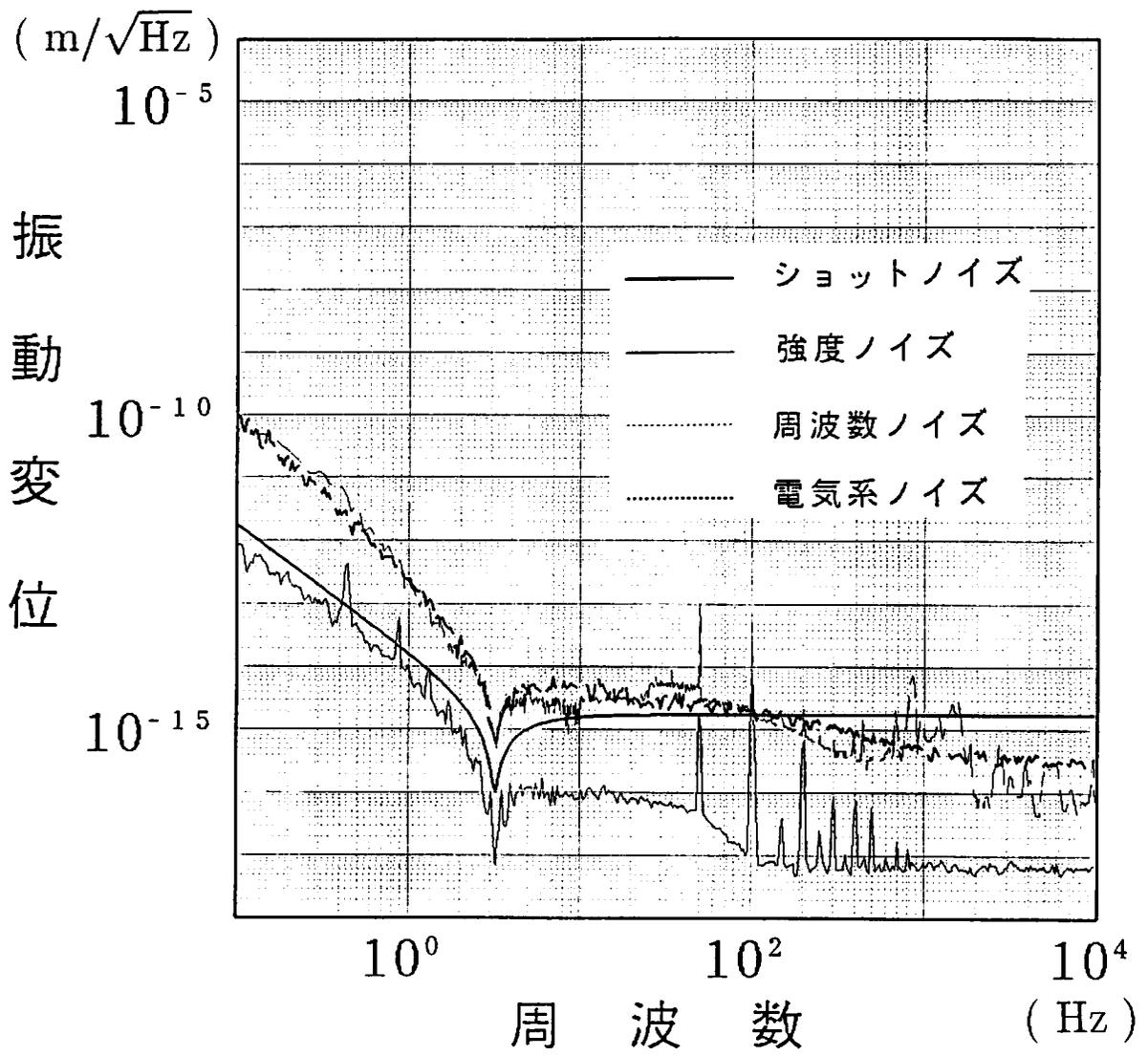


図 4.5 各ノイズの地面振動変位換算

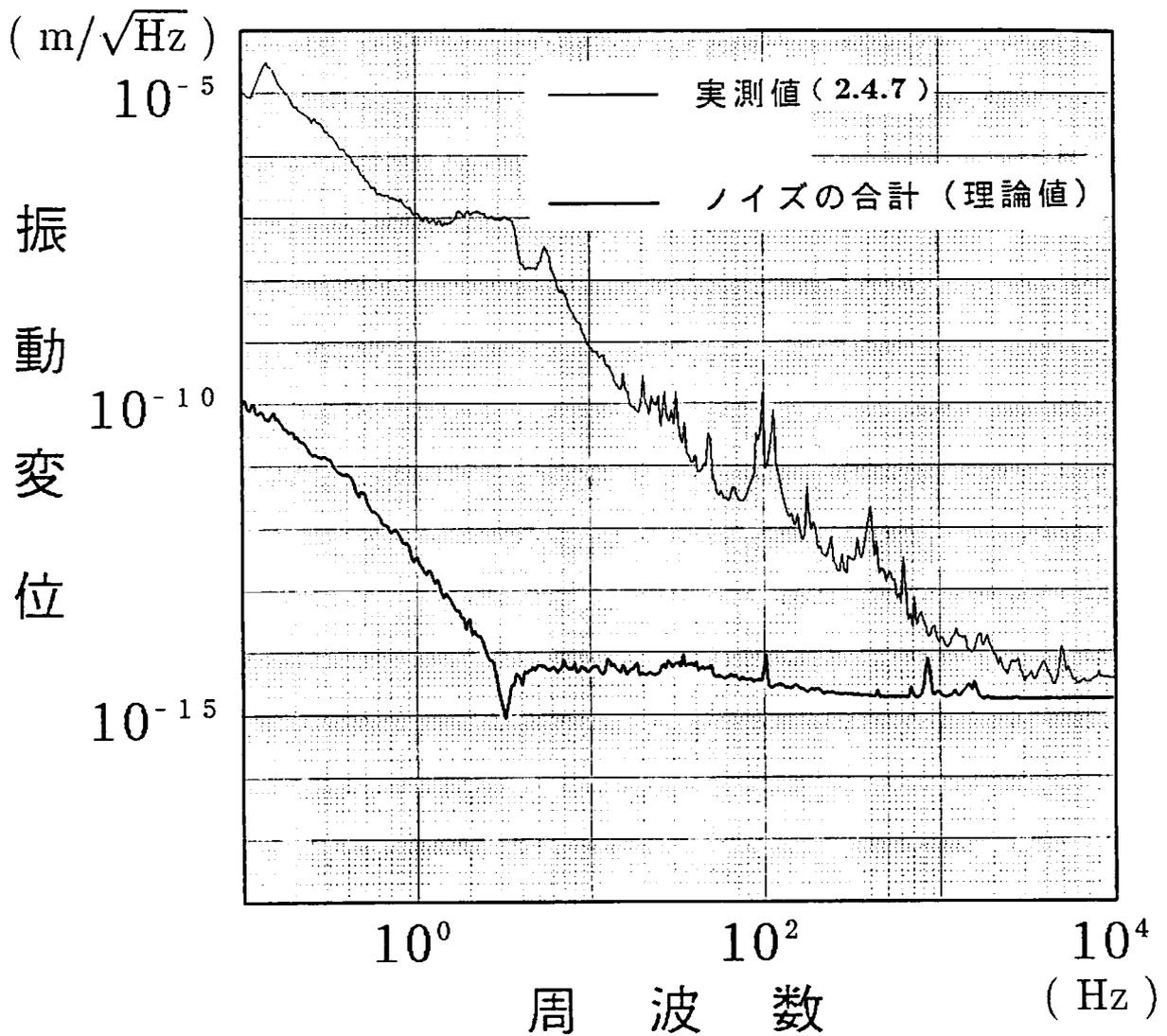


図 4.6 ノイズと実測値

§ 4.2 干渉計のノイズ

4.1 ではノイズの個々の要因について考えたが、本当にこれらのノイズのみによって感度が決定されているか確かめる必要がある。また、周波数ノイズについて不確定な要素 (Δl の値、異なるレーザーでの測定値である点) があるので、実際に地震計の干渉計を組んだ状態で生じるノイズを測定した。

理想的には振動がまったくない環境で地震計の出力を測定すれば感度が得られるが、そのような環境をつくるのは非常に困難である。なぜなら、地面の振動が何らかの経路で伝わってしまうからである。~100 Hz 以上の地面振動は台を吊るすこ

とによりある程度防振できるが、音の影響が残る（5.1）。 $\sim 10\text{ Hz}$ 以下の地面振動を防振するには共振周波数の低い巨大な防振系を組むなどかなり大がかりになるが、それでも完全な防振はできない。そこで、以下のような測定を行った。

図 4.3 の測定で電気系のノイズは評価ができています。不確定なノイズは周波数ノイズや強度ノイズであるので、干渉計から出るノイズが測定できれば地震計の感度がわかることになる。このときに地面振動の影響をなくすために、自由鏡をやぐらに固定してしまえば純粹に干渉計から発生するノイズが測定できる。実際には地面振動や温度変化により干渉縞が動いてしまうので、図 4.7 のようにフィルター $D(\omega)$ によって固定鏡に低い周波数のみのフィードバックをかけて常に干渉計の差動出力が 0 になるように固定鏡の位置をピエゾ素子で制御する。このようにして得た出力 V_E にフィルター D による補正をすれば干渉計で生じるノイズが得られる。しかし、地面振動や温度による影響もこれに含まれてしまうので、このようにして得られるノイズは干渉計のノイズの上限を与えるものと見るべきである。なお、固定鏡のピエゾ素子は今回の測定に限りダイナミックレンジの大きい長いピエゾ素子を用いた。今回の測定以外で長いピエゾ素子を用いなかったのは、固定鏡に共振があらわれフィードバック系が発振するのを避けるためである。

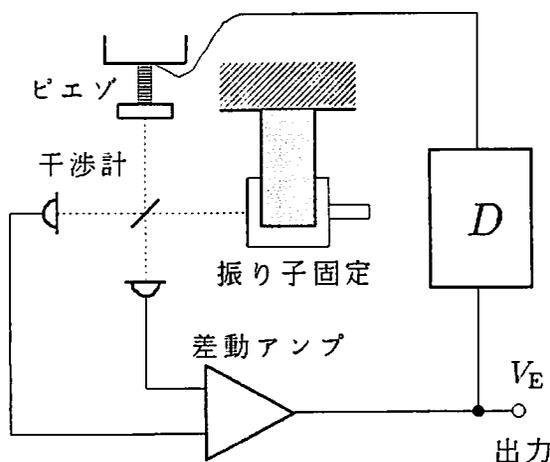


図 4.7 干渉計のノイズの測定

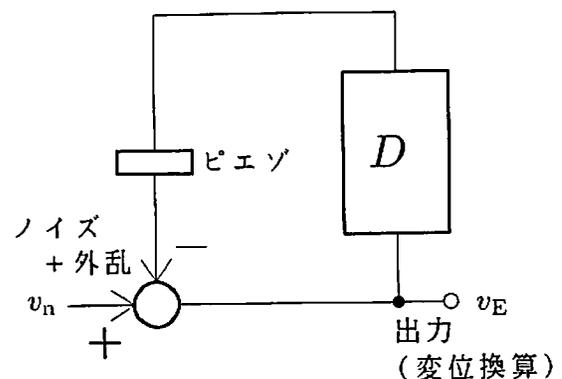


図 4.8 ノイズ測定のためのサーボ系

フィルター D によるフィードバック系は図 4.8 のようになっている。ここで、 v_n は干渉計から生じるノイズ（地面振動や温度変化などの外乱の影響も含んだもの）を鏡の変位に換算したものを表す。図 4.8 では干渉計の出力 V_E を鏡の変位に換

算したものを v_E とし ($v_E = V_E/2k\sqrt{I_{\max}I_{\min}}$)、 v_E に対して干渉計の鏡にフィードバックするフィルター (ピエゾ素子の変位係数を含んだもの) の伝達関数を D とした。 v_E に関しては

$$(v_n - Dv_E) = v_E$$

が成り立つから

$$v_n = (1 + D)v_E \quad (4.5)$$

となり、 $(1+D)$ という補正により v_n が求められる。図 4.8 のフィードバック系のオープンループ伝達関数を図 4.9 に示す。計算値はフィルターの回路 (Appendix B) を基に測定値にフィットさせたもので、これよりピエゾ素子の変位係数が $3.38 \times 10^{-8} \text{ m/V}$ と求められた。この値はあらかじめピエゾ素子単独で測定した値 $\frac{\lambda}{16} / \text{V}$ とほぼ等しい。

図 4.9 の計算値のオープンループ伝達関数を用いて式 (4.5) で v_n の値を計算して干渉計のノイズを求め、これを地面振動変位に換算したものを図 4.10 に示す。前にも述べたように、 v_n にはレーザーのショットノイズ、強度ノイズ、周波数ノイズとともに外乱の影響が含まれている。測定は防振された容器内で行い外乱の影響を抑えるようにしたが、若干の影響は避けられない。同じ容器内での振動測定例が 5.1 にあるので、外乱やノイズについての考察はそこで述べる。ここでは $\sim 1 \text{ kHz}$ 以上の帯域で干渉計のノイズがショットノイズレベルになっていることを指摘しておく。とにかく、この測定により「地面振動の実測データが干渉計から生じるこのノイズレベルよりも大きければ、それは (地震計のノイズではないという意味で) 正しい地面振動を与える」という感度の上限が得られたことになる。

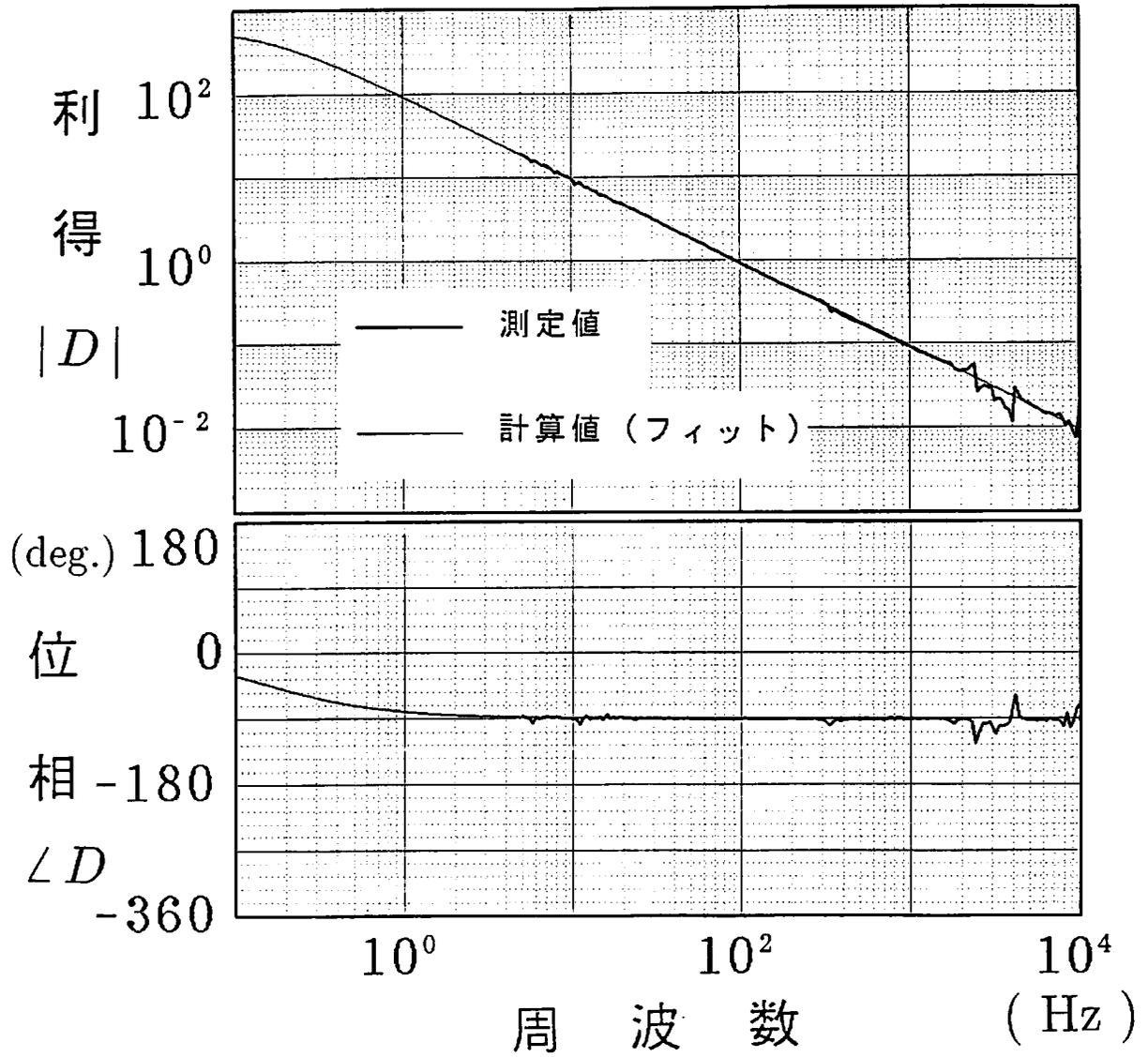


図 4.9 オープンループ伝達関数 $D(\omega)$

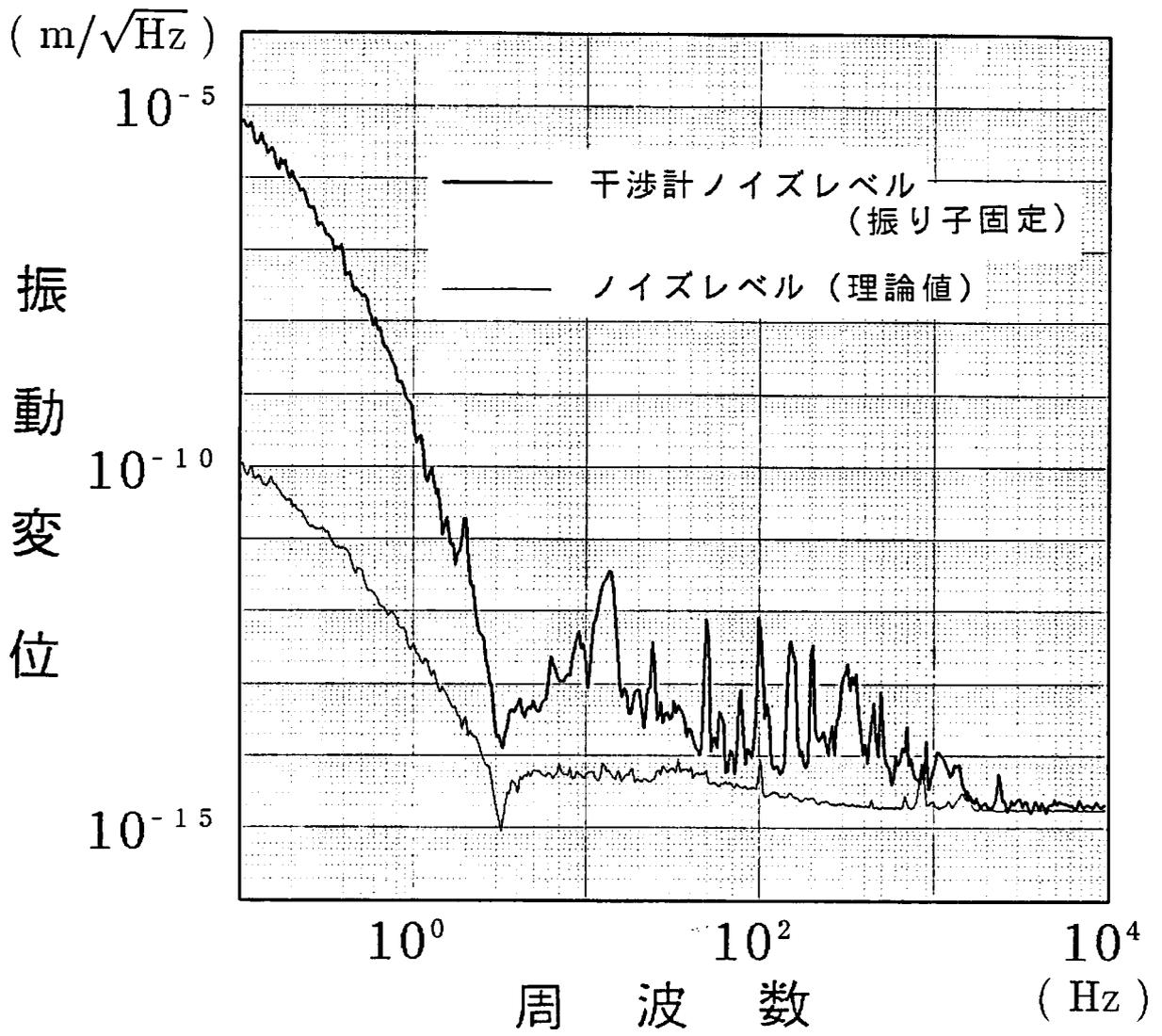


図 4.10 干渉計のノイズ (地面変位換算)

第5章 地面振動の測定

第3章、第4章で地震計の較正及び感度の評価ができたので、この章では地震計を用いて実際に地面の振動を測定した結果を示す。測定場所としては東大構内（東京）、神岡鉱山（岐阜）の2ヶ所であるが、その測定結果の前にまず音の影響について考え、4.2で測定したノイズレベルについて考察する。

§ 5.1 音の影響

2.4.7で光学定盤上の振動を測定したが、図2.24を見ると振動の変位スペクトル y は振動の周波数を f とすると

$$y \propto \frac{1}{f^2} \quad (5.1)$$

の傾向をもっている。地面振動も式(1.8)に記したように同じ傾向があるが、定盤上は空気ばねで防振されているために高域 (≥ 100 Hz) ではこれよりも小さくなるはずである。実際の振動が式(5.1)のようになっている原因としては音などの振動が伝わったか、あるいは高域が地震計の感度限界になっているということが考えられる。4.1で評価した感度限界(図4.6)と比べると、このレベルが感度限界とは考えにくい。一方、以前から振動測定の際に音の影響がかなりあるらしいことを感じていたため音の影響について調べることにした。

音の影響を調べるには防音された環境で振動を測定すればよい。測定場所は真空容器中の共振型重力波アンテナ上とした。真空容器は直径2m程度ありふたを閉めると外部の音をかなり遮断できる。もし容器内部を真空にすれば外部の音をほぼ完全に遮ることができるが、He-Neレーザーの放熱の問題があるためこれはできない。実は、レーザー光源として半導体レーザーを使って真空にして測定を試みたが、半導体レーザーは周波数ノイズが大きく He-Neレーザーを使用した場合に比べてかなり感度が悪くなってしまった。そのため実際の測定には半導体レーザーは用いなかったが、参考のためにこの容器内で真空にして振動を測定した結果を Appendix

F に示す。この節で扱うデータは He-Ne レーザーを用いて常圧中で測定したものである。

さて、この真空容器の中には $1.65\text{ m} \times 1.65\text{ m} \times 0.19\text{ m}$ の大きさのアルミニウム製の共振型重力波アンテナが吊るされており、このアンテナ上は防振がかなりきいている。従って、容器のふたを開けた状態と閉めた状態のスペクトルを比較すれば外部の音の影響がわかる。図 5.1 にその結果を示す。なお、ふたを開けたときのデータは 10 Hz 以下は測定していない。数 Hz 以下にいくつか見られるピークはアンテナの防振系の共振だと思われる。

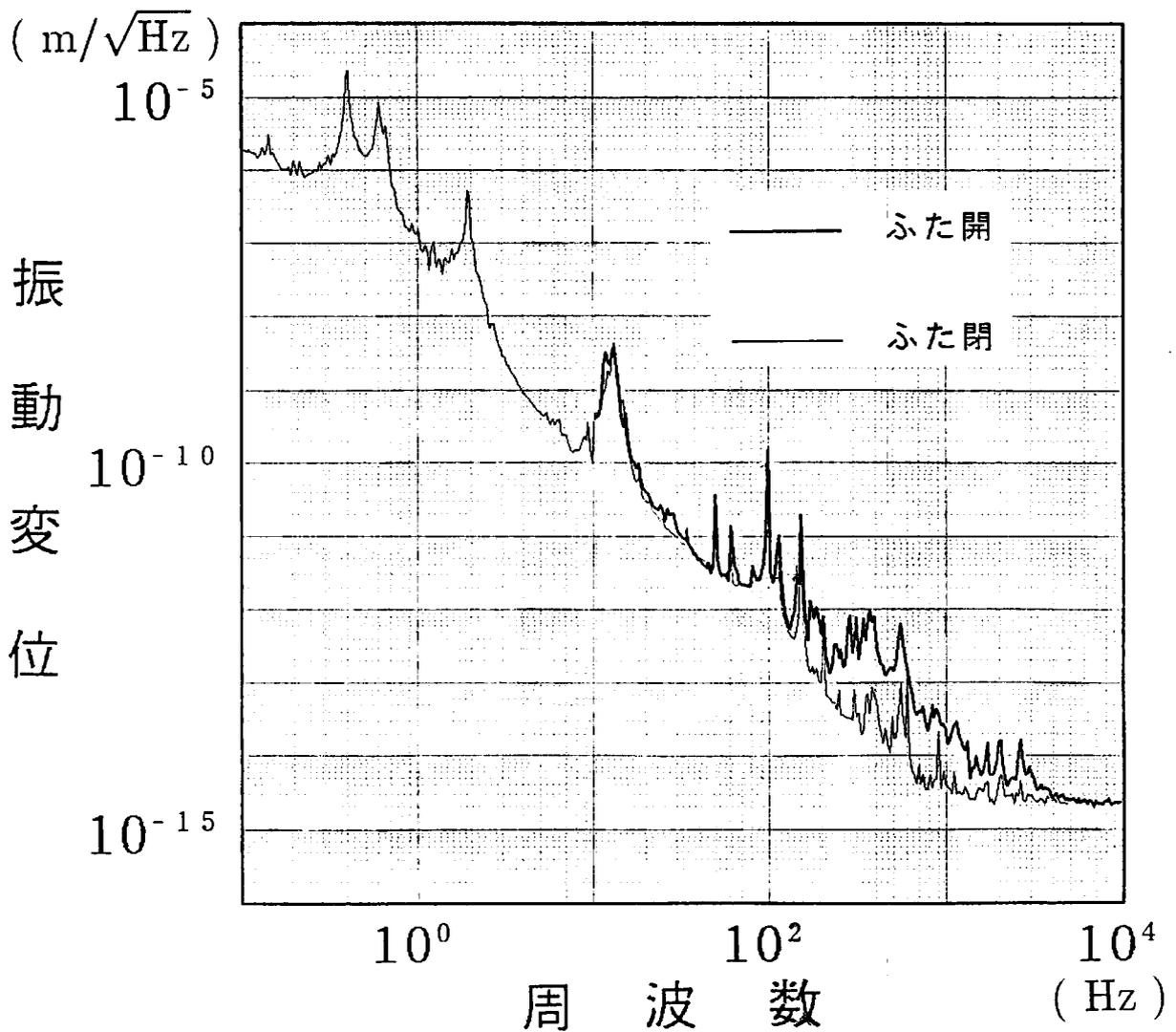


図 5.1 音の影響

100 Hz 以上の帯域では音の影響が明らかにみられ、レベルに 10 倍程度の差がある。しかし、100 Hz 以下ではほとんど影響がない。Appendix F の真空のデータと比較すると、図 5.1 でふたを閉めた場合の 100 Hz 以上に見られるピークは音によるものと考えられる。このような、音による振動は真空容器から容器内の空気を伝わってアンテナあるいは地震計本体を振動させる。地震計の部分全体にさらに音よけのおおいをすれば、音がアンテナを振動させているかあるいは地震計を直接振動させているかが明らかになる。もしおおいをしても出力のレベルに変化がなければ音がアンテナを振動させていることになり、変化があれば地震計本体を振動させていることになる。実際の地面振動の測定で音の影響を考える場合、前者のような影響であれば音による振動も地面振動に含めてしまえばよく、後者であれば防音のおおいを地震計にかぶせて測定すればよいことになる。

次に、ノイズレベルについて考えてみる（図 5.2）。図中のノイズレベルとあるのは 4.2 で振り子を固定させてノイズレベルを測定したときのもので、これも同じ重力波アンテナ上で容器のふたを閉めて行った。4.2 でも述べたように、このノイズレベルには地震計本体のノイズのほか外乱の影響が含まれている。その外乱として温度変化や振動がある。温度変化は地震計本体の熱伸縮をひき起こし、干渉計の腕の長さを変化させる。また、振動は本体の伸縮のほか固定鏡や振り子のやぐらを振動させ干渉計の腕の長さを変化させる。あるいは音が直接固定鏡ややぐらに当たって振動させている可能性もある。このような外乱の影響が込みで図 5.2 のノイズレベルに含まれている。

もしこのような外乱が自由鏡を固定した場合の干渉計の腕の長さに影響を与えるならば、この地震計の原理である「振り子と地面との相対変位を干渉計により検出する」ことが不可能になる。問題となるのは外乱の影響の程度で、自由鏡で本来読みとられるべき変位の大きさに比べて、外乱が干渉計の腕の長さに与える影響が小さければ問題とはならない。このことを調べるには同じ外乱に対して、自由鏡をやぐらに固定した場合と固定しなかった場合、すなわち図 5.2 の「ノイズレベル」と「ふたを閉めた場合」を比較すればよい。

~100 Hz 以下では「ノイズレベル」のほうが「閉めた場合」に比べて十分小さいので、この帯域では「ノイズレベル」より大きいレベルの測定結果は地面振動を正しく与える。ただし、0.1 Hz 付近は除く。0.1 Hz 付近では実測データがノイズレ

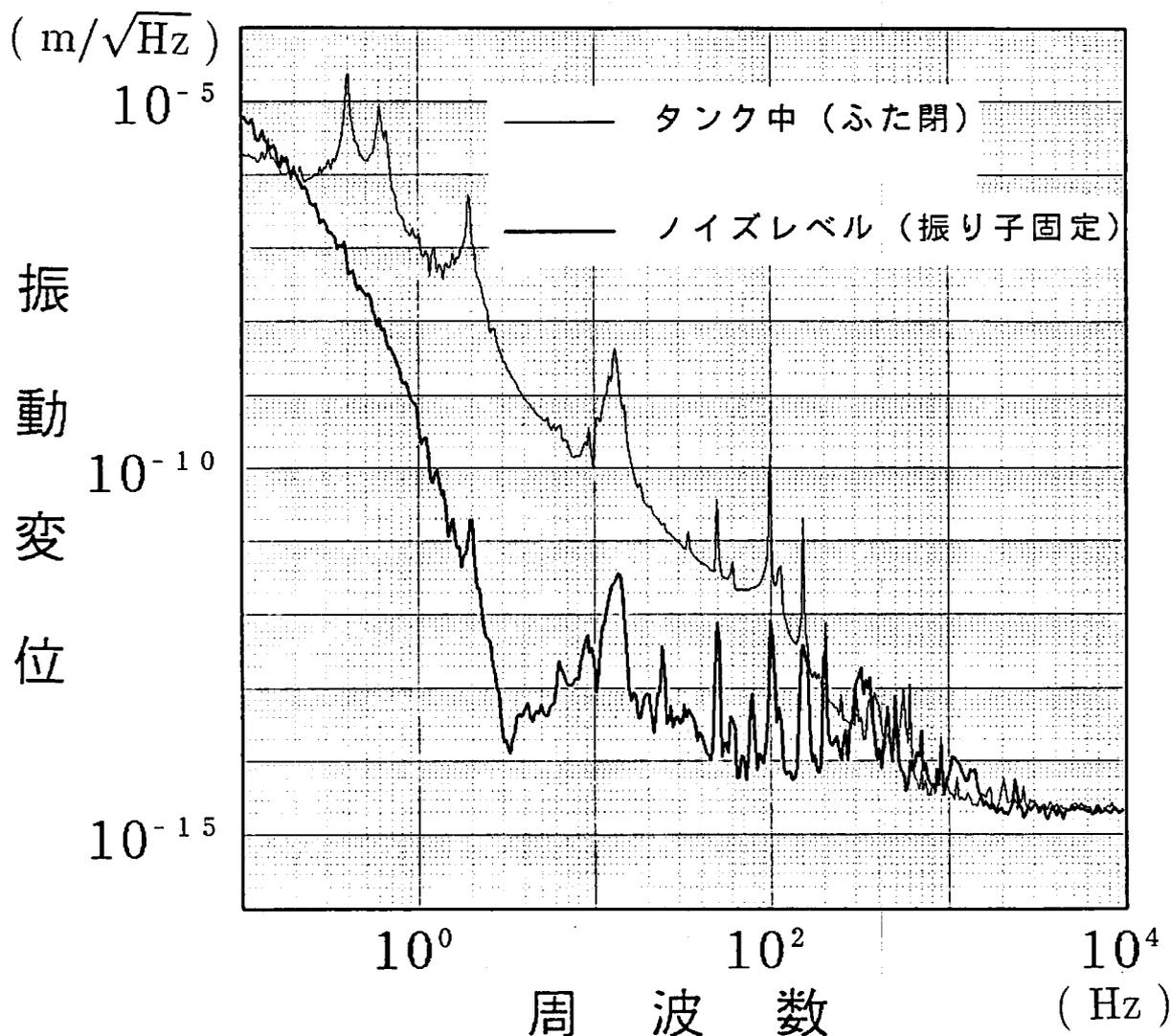


図 5.2 ノイズレベル

ベルにほぼ達していることがわかるが、図 4.5 のノイズの評価では 0.1 Hz 付近のノイズはおもに周波数ノイズと電気系ノイズであった。振り子を固定して測定した「ノイズレベル」は 0.1 Hz 付近ではこれらよりもはるかに大きい。電気系ノイズは図 4.5 のレベルのはずであるし、周波数ノイズの影響もこれほど大きいとは考えにくい。そこで考えられるのが外乱が干渉計に及ぼす影響である。外部の振動 $y(\omega)$ による振り子のおもりの変位の量と干渉計自身の変位量（振動が直接干渉計の土台の金属を伸縮させる量）をくらべてみる。

おもりの変位：

図 2.20 より、

$$\Delta l \simeq \frac{\omega^2 y}{\omega_0^2}$$

であり、 $\frac{\omega}{2\pi} = 0.1 \text{ Hz}$, $y = 10^{-6} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ とすると

$$\Delta l \simeq 9.8 \times 10^{-10} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (5.2)$$

となる。

干渉計の伸縮：

外乱の加速度による土台の伸縮を考える。干渉計の土台（アルミニウム）のヤング率を E とすると

$$E \frac{\Delta l}{l} = P \quad P: \text{外乱による圧力}$$

である。地震計の質量のうち m_s 程度が伸縮に関与するとし、土台の断面積を S とすると

$$\begin{aligned} \Delta l &= \frac{Pl}{E} \\ &= \frac{\omega^2 m_s l y}{SE} \end{aligned}$$

となる。 $E = 7.03 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $l = 5 \text{ cm}$, $m_s = 1 \text{ kg}$, $S = 17 \text{ cm} \times 12 \text{ mm}$ とすると

$$\Delta l \simeq 1.4 \times 10^{-16} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

と伸縮量が求められる。

従って、 0.1 Hz では外部の振動が干渉計に影響しているとは考えにくい。次に温度の影響について考えてみる。干渉計の2本の腕に温度差 Δt があったとすると、温度による腕の長さの違いは

$$\Delta l \simeq \alpha_t l \Delta t$$

と表される。ここで、 α_t は土台の金属の熱膨張率である。 $\Delta t = 1 \text{ mK}/\sqrt{\text{Hz}}$ とすると

$$\Delta l \simeq 1.2 \times 10^{-9} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

となるので、式 (5.2) とほぼ同じレベルになる。従って、0.1 Hz 付近のノイズは温度変化によるものだと考えられる。~0.1 Hz よりも高い周波数を問題にする場合、あるいは地面の揺れが大きい場合はこのノイズはあまり影響がないが、低域の微小振動を測定する場合はこれが感度限界になってしまう。温度変化の影響を少なくするには、保温された環境で測定するか地震計を熱膨張率の小さい材質で作ることが考えられる。いずれにしても実際の測定で大事なことは、地震計を設置してから十分長い時間置いておき地震計が周囲と熱平衡に達してから測定をすることである。測定中の急激な温度変化に注意することはいうまでもない。もしこのようにしないと温度変化の影響で低域のノイズレベルが上がることになる。すると、図 5.2 のノイズレベル（熱平衡に達してから測定）と比較して地面振動かノイズレベルかを判別することができなくなる。このように低域（ $\lesssim 1$ Hz）の地面振動を測定するときには温度変化に注意する必要がある。

さて、図 5.2 で~100 Hz 以上では「ノイズレベル」と「閉めた場合」はほぼ同じレベルになっている。もし、この「ノイズレベル」がレーザーの周波数ノイズなどの地震計のノイズによるものが主ならばこれより大きいレベルの測定結果は地面振動を与えるが、もしアンテナの振動などの外乱の影響であればこの地震計はこの帯域では正しい振動を測定していないことになる。干渉計の腕の長さが自由鏡の変位によるよりも、外乱によって変化してしまうためである。この帯域における外乱は音によるものが主であるが、もし音がアンテナを振動させているならば地面振動自体が干渉計の（自由鏡以外の部分の）腕の長さを変化させていることになり、この地震計でのこの帯域の振動測定は原理的に不可能となる。しかし、もし音が地震計本体の固定鏡などに直接当たって干渉計の腕の長さを変化させているならば、地震計に防音のおおいをかぶせることによりこのような外乱の影響を防ぐことができる。おおいをかぶせておいて再び、自由鏡を固定した場合と固定しない場合のレベルを比較して、固定したほうのレベルが小さくなればそのレベルより大きい振動に対しては正しい振動が測定できることになる。

このように、音がどの部分を振動させているかは地震計の性能に大きく響いてくるので、地震計に防音のおおいをかぶせての測定を行う必要がある。しかし、防音のおおいを製作するのは容易なことではない。持ち運んでの使用を考えると真空タンクのような大がかりなものは適さない。防音比としては少なくとも 20 dB は必

要であるので防音材を層状に詰めるなどの工夫をしたおおいが必要である。今回はこのようなおおいを作るにいたらなかったため、 ~ 100 Hz 以上のこの地震計の出力が本当の地面振動を表しているかはわからない。従って、以下 5.2, 5.3 の実測データを見る場合は

- ・ ~ 100 Hz 以下の帯域ではノイズレベルより大きければ正しい地面振動変位を与える
- ・ ~ 100 Hz 以上の帯域ではノイズレベルより大きくても正しい地面振動変位とは限らないが、少なくとも地面振動変位の上限值とみなすことはできる

ことに注意する必要がある。

§ 5.2 東大構内の地面振動

地面振動の実測例として東大構内の地面振動を測定した。測定場所の条件としては

- ・その場所が地面の変位を与える（建物の構造などの影響がない）
- ・音が静かである（5.1 を考慮）

である。これらの条件を満たす測定場所として理学部化学館地下の重力定点地下室を選んだ。この地下室は重力加速度の定点として重力加速度計の較正に使われる場所であるが、地下二階にあるために構内では比較的音の静かな場所である。しかも、定点の石（80 cm 四方、高さ 1 m）が地面から突き出ているためこの石の上では地面の変位が測定できる。

この石の上にまず 30 cm 四方、厚さ 15 mm のアルミ板をエポキシ系接着剤で貼り付け、そのアルミ板に地震計をねじ止めした。エポキシ系接着剤で固定した理由は、固定が容易なこと、および文献 2, 3 によるものである。また、地震計には風よけのおおいをかぶせた。

地面振動の測定は日曜日の午後 7 時頃と月曜日の午後 1 時頃の 2 回行い、構内の活動度による違いを見た（図 5.3）。図中の「ノイズレベル」は図 5.2 と同じものである。

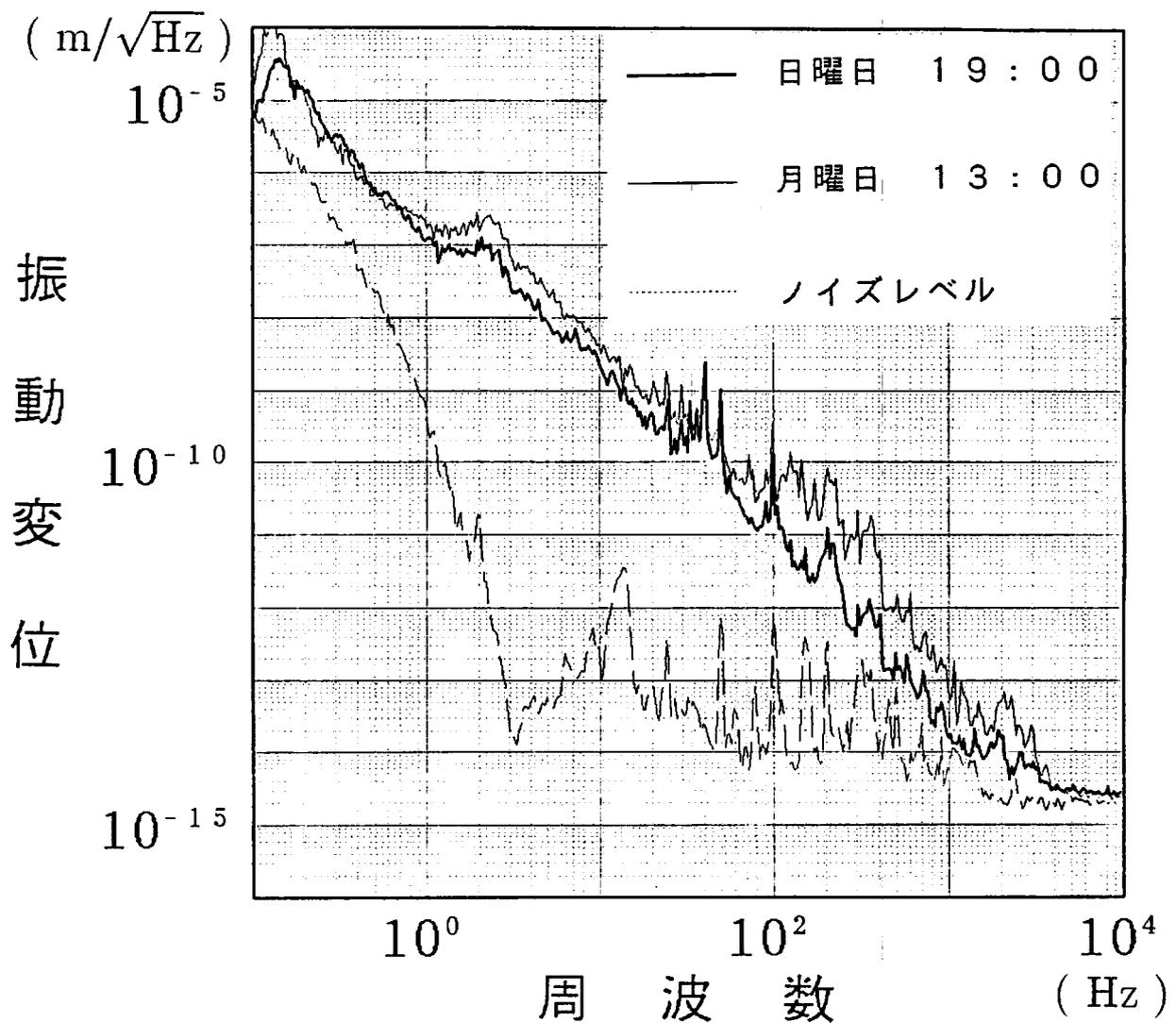


図 5.3 東大構内の地面振動

~100 Hz 以下の帯域では数倍の変化がみられ、学内外の活動による振動レベルの増大がみられる。0.2 Hz 付近でスペクトルが持ち上がっているが、これは海の波による影響らしい。~100 Hz 以上は音による影響が主とみられるが、10 倍程度の違いがみられる。

グラフより、東大構内の地面振動変位は

$$y \sim \frac{10^{-7}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

という標準的な式にはぼしたがうことがわかる。

§ 5.3 神岡鉱山の地面振動

1.4 で地下のほうが地面振動が小さいことを述べたが、これを確認するために神岡鉱山（岐阜県）内の地下で地面振動を測定した。神岡鉱山はニュートリノ検出器の KAMIOKANDE で有名だが、重力波検出のための大型レーザー干渉計の建設地の候補に挙げられている。

今回の測定は KAMIOKANDE の近くで地下約 1000 m の地点（標高約 300 m）で行った（図 5.4）。測定当日は KAMIOKANDE は休止していたため通常よりも静かな環境となったが、場所が事務所の近くであったため他の場所と比較すると活動度が比較的大きい。測定場所は仕切られた小さな部屋の中で、地面にはコンクリートが打ってある。そのコンクリートの上に東大の測定の時と同様に地震計を固定した。12月7日（土）の午後1時頃測定した結果を図 5.5 に示した。

～100 Hz 以下では東大のレベルの $\frac{1}{10}$ 以下になっていて確かに地面振動が小さいが、神岡の地表で測定したデータがないためにこれから直ちに地下は振動が小さいと結論することはできない。しかし、1.3 で述べたように防振のききにくい数 Hz 以下で地面振動レベルが小さいことから、神岡鉱山のほうが重力波アンテナにとって有利な場所であることは間違いない。～100 Hz 以上のレベルはほぼ東大のレベルと同じだが、これは音の影響だと思われる。

図中の「ノイズレベル」は前出の共振型重力波アンテナ上で（自由鏡を固定して）測定したものであるが、温度変化が神岡と同程度と考えると感度限界はこの程度になるはずである。しかし、神岡でのノイズレベルの測定は行っていないので実際のところはよくわからない。とにかく、神岡のスペクトルの 0.1 Hz 付近は温度変化によるノイズレベルの可能性がある。

グラフから、神岡鉱山の地面振動変位は東大よりも 1 桁小さい

$$y \sim \frac{10^{-8}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

にほぼしたがうことがわかった。

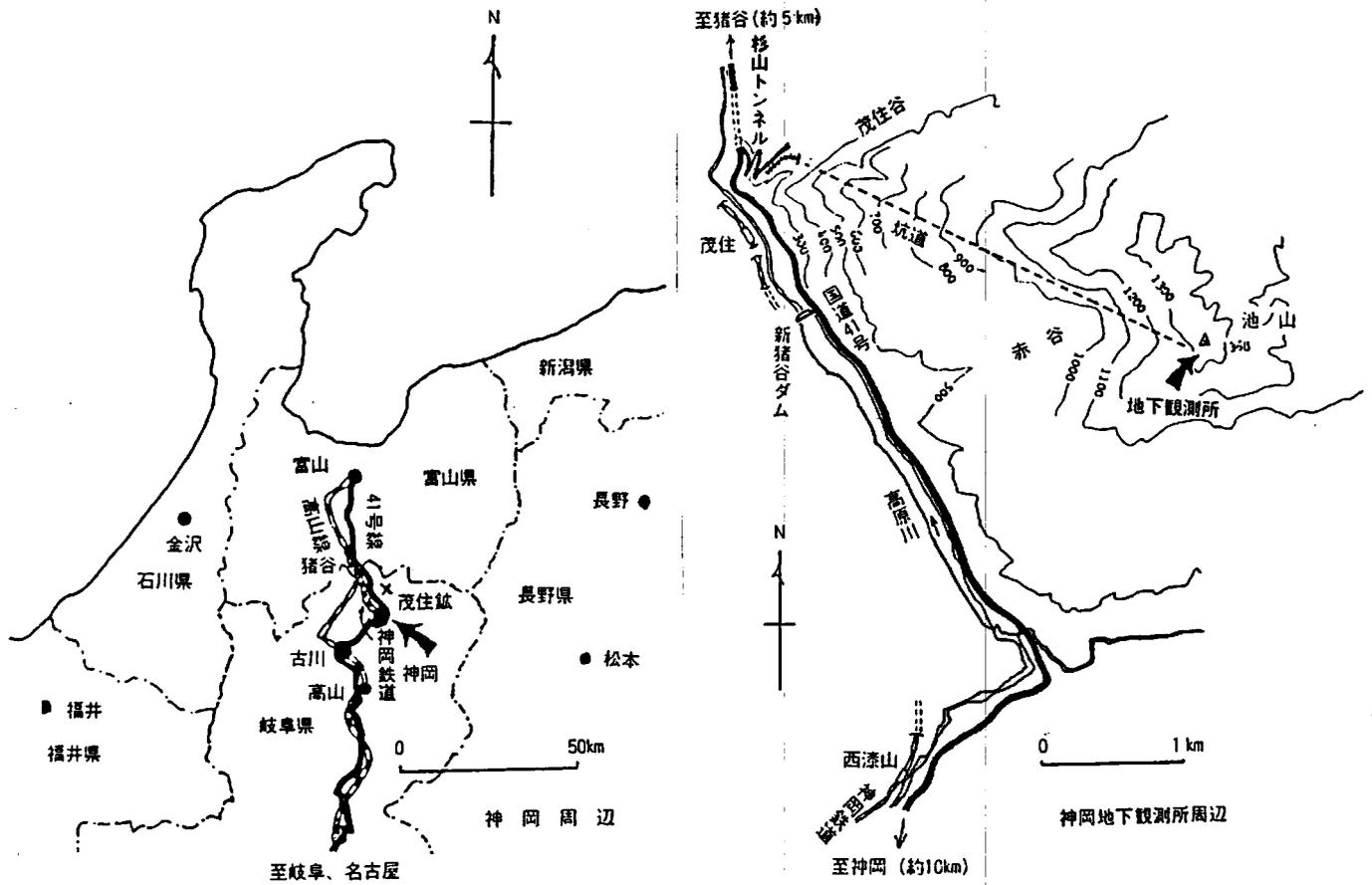


図 5.4 測定地点

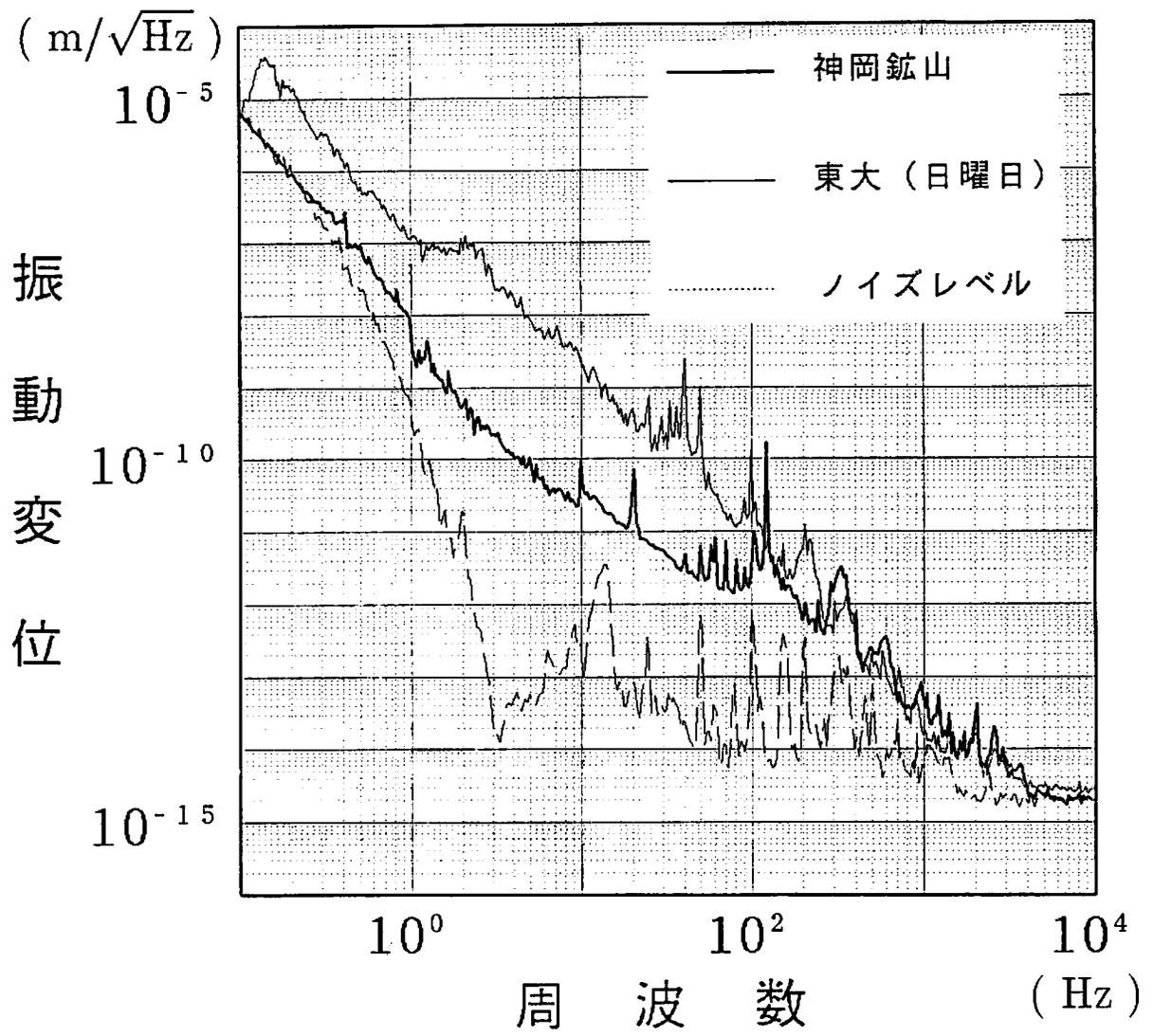


図 5.5 神岡鉦山の地面振動

第 6 章 まとめ

レーザー干渉計を用いて広帯域 (0.1 Hz ~ 10 kHz)・高感度地震計を製作し、~1 kHz 以上でショットノイズ限界の $2 \times 10^{-15} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ の感度が得られた。低域 ($\lesssim 1 \text{ Hz}$) では感度は温度変化に左右される。今回の測定では数百 Hz の帯域で音による影響があるのでこの帯域での測定データは地面振動の上限値を与えるにすぎない。この帯域でのノイズレベルを評価するには防音のおおいを地震計にかぶせて測定する必要がある。

この地震計を用いて地面振動を測定した結果、振動変位スペクトルは次のようになった。

$$\text{東大構内: } \frac{10^{-7}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

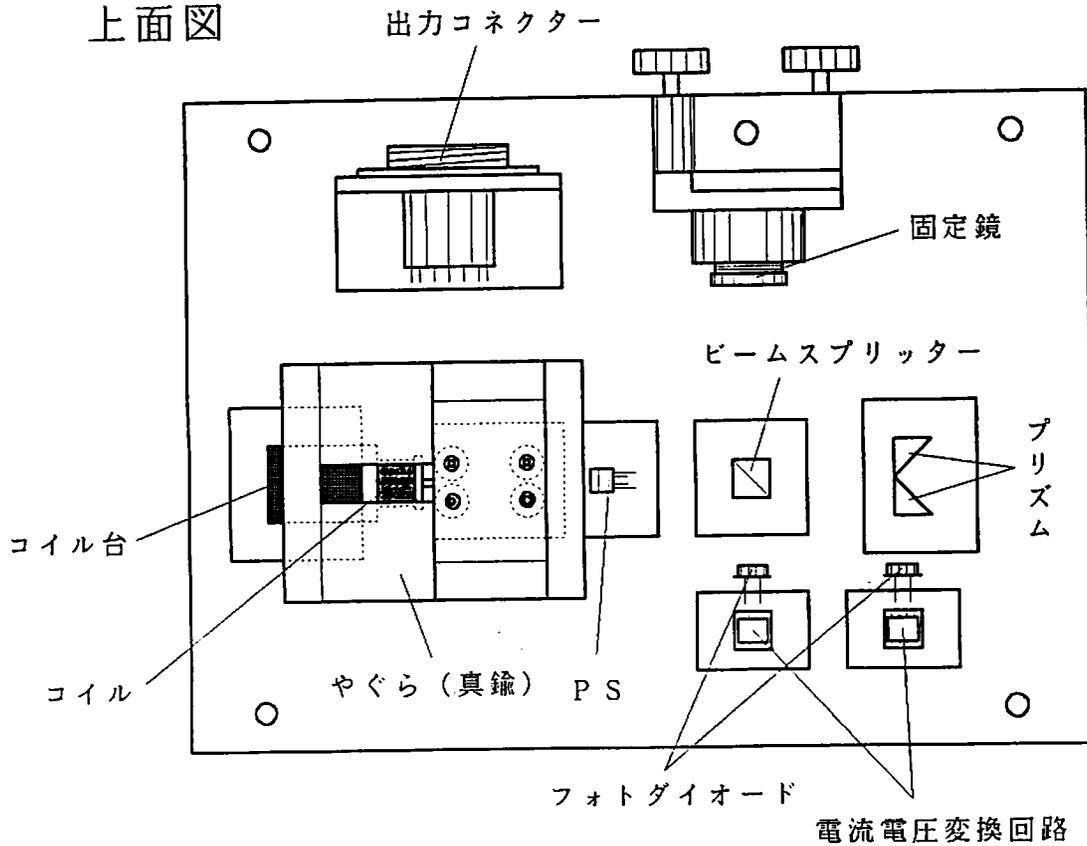
$$\text{神岡鉦山: } \frac{10^{-8}}{f^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

このように、重力波観測のレーザー干渉計にとって重要な、数 Hz 以下の振動レベルが神岡鉦山では東大の $\frac{1}{10}$ 以下であることがわかった。

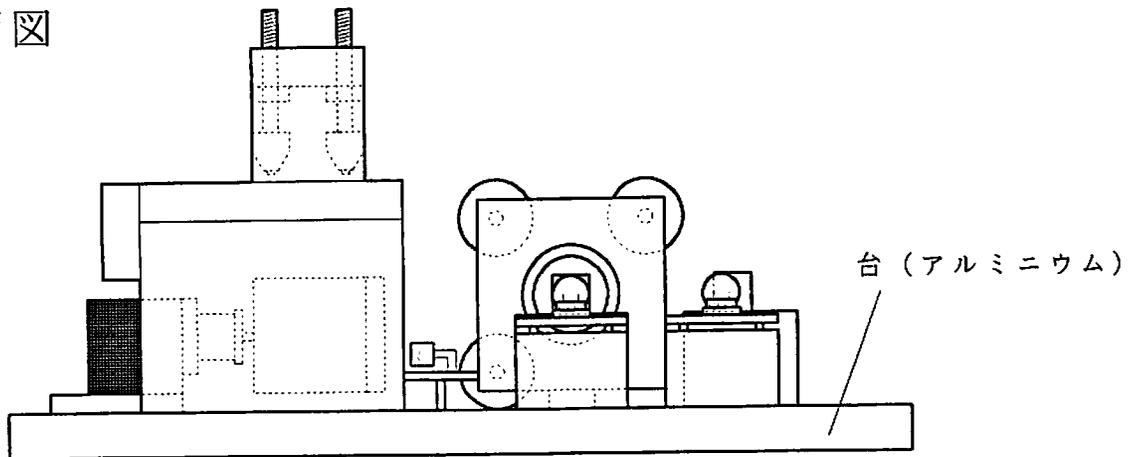
Appendix A 本体の設計図

全体図 (縮尺 1/2)

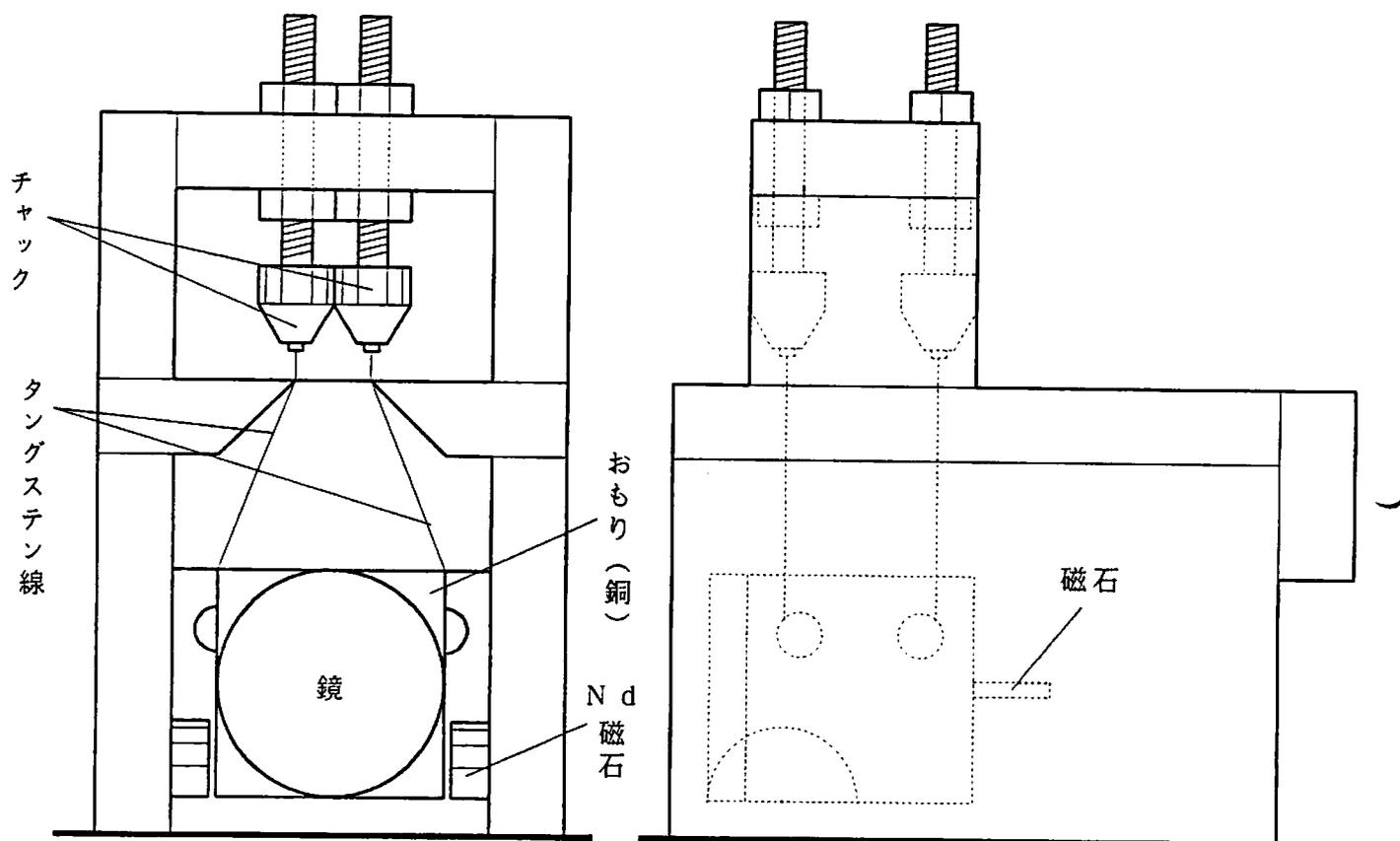
上面図



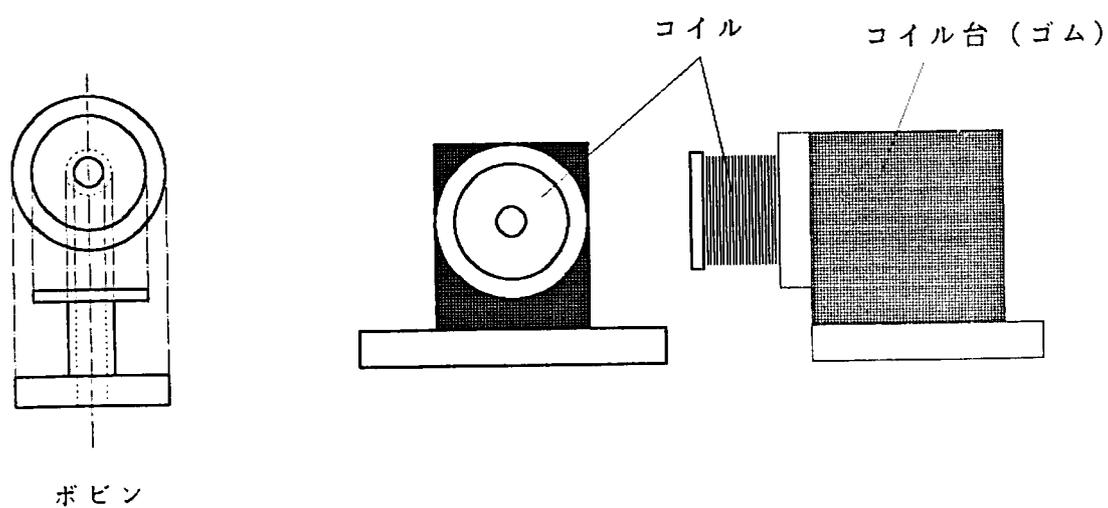
側面図



自由鏡部分 (実寸)

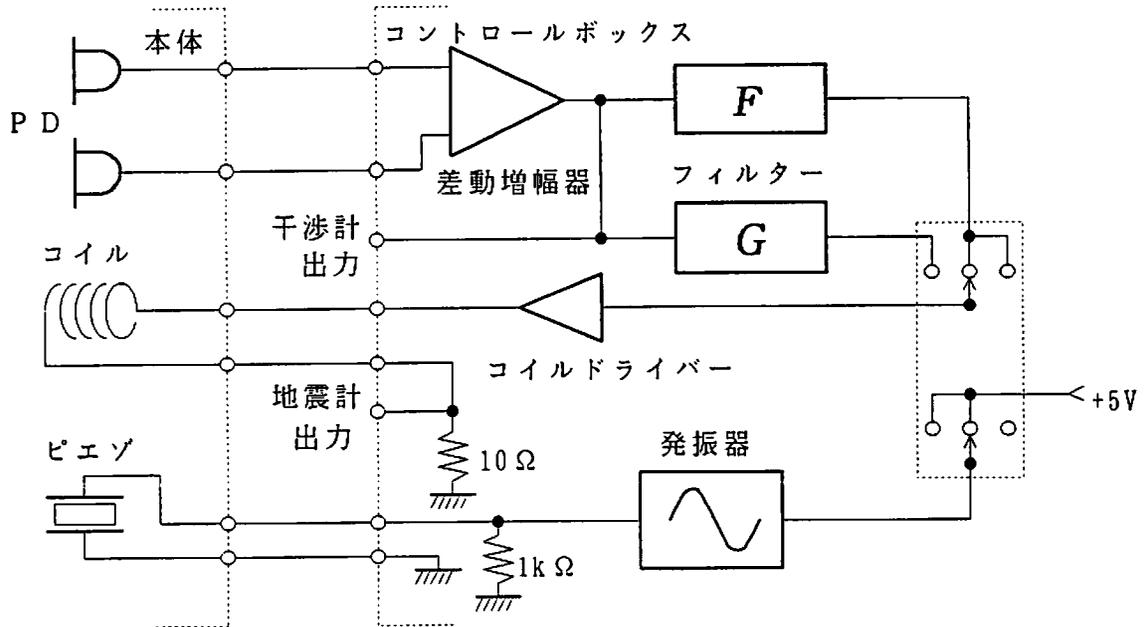


コイル部分 (実寸)

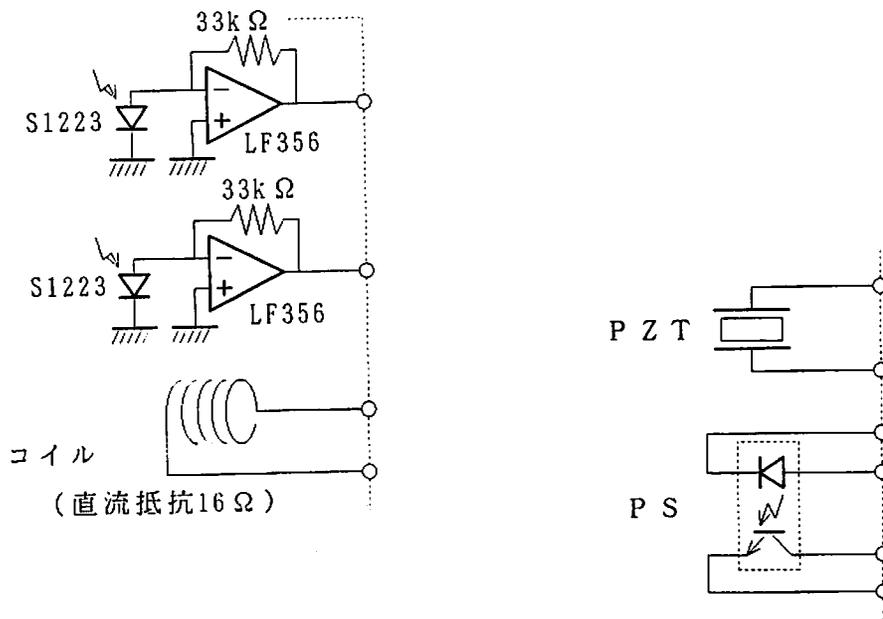


Appendix B 制御系の回路

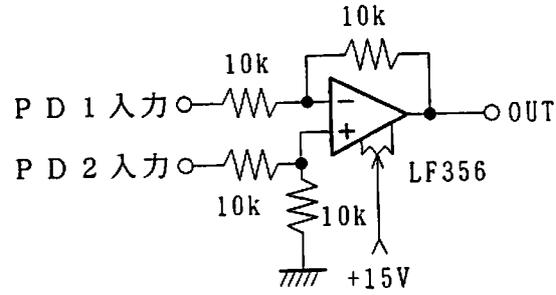
ブロックダイアグラム



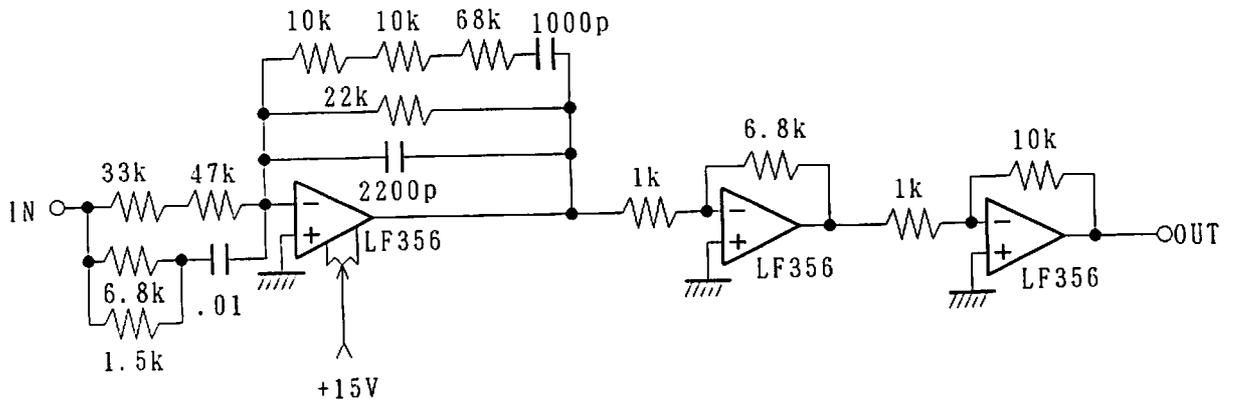
本体の回路図



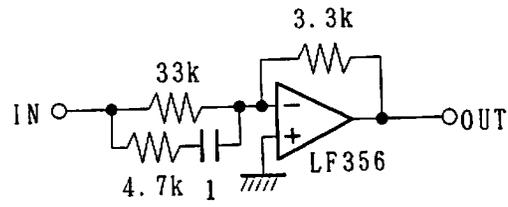
差動アンプ



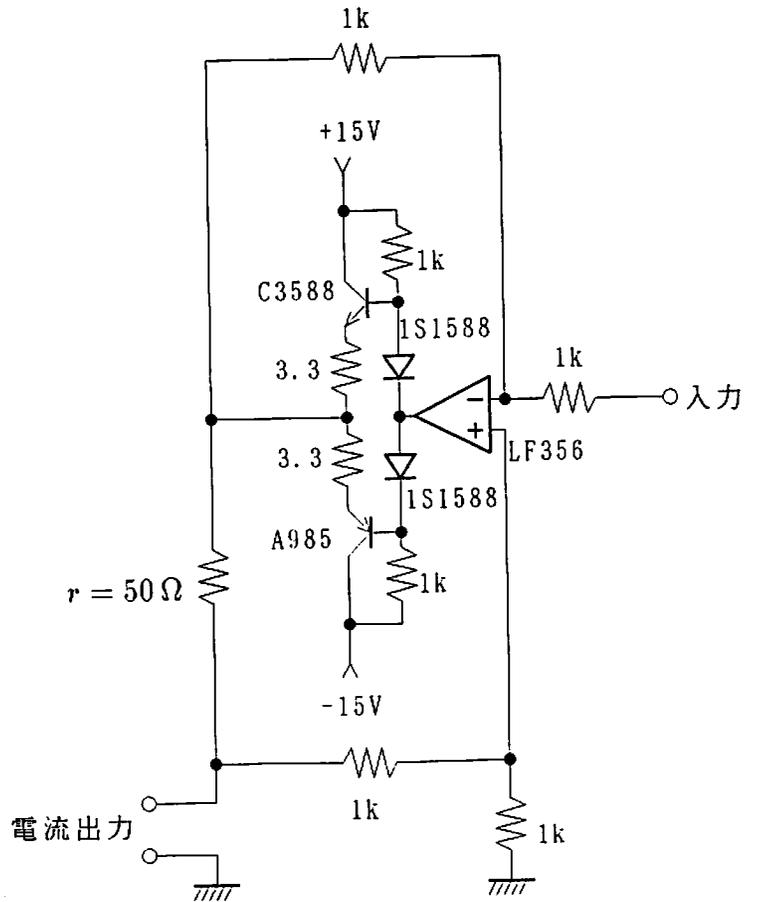
フィルター F



フィルター G



コイルドライバー



発振器

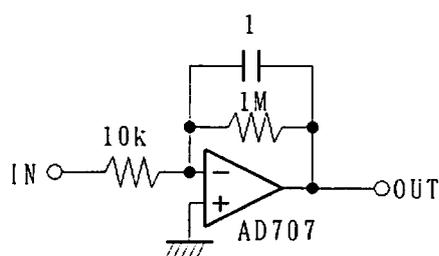
発振周波数: 1.0 kHz

発振電圧振幅: 1.0 V

出力波形: 正弦波

という発振回路 (TTL IC 使用) である。一般的な回路なので回路図は省略する。

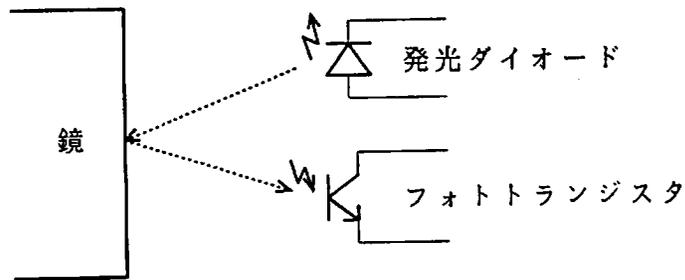
フィルター D



Appendix C フォトセンサー

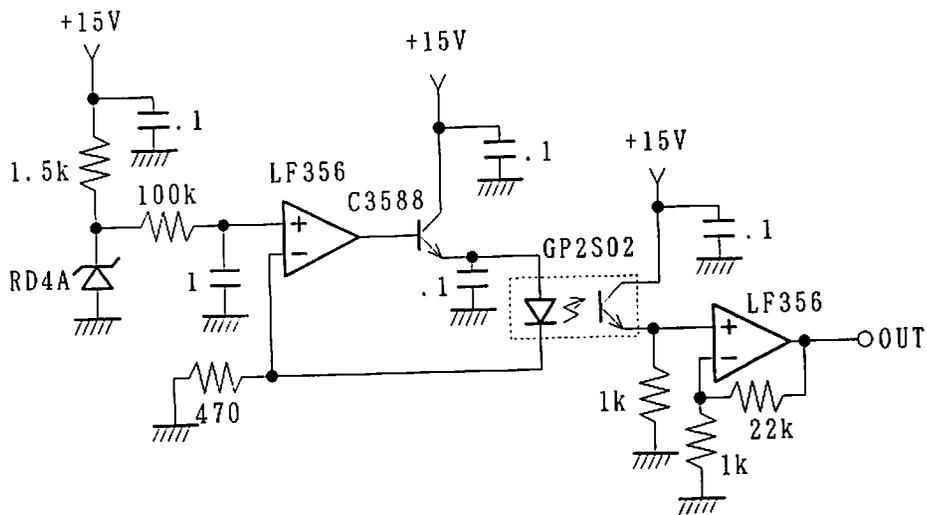
原理

発光ダイオードから出た光の反射光をフォトトランジスタで受けることにより、鏡までの距離を検出する（下図）。



回路

センサー部分（発光ダイオードとフォトトランジスタ）が一体となった素子が市販されているのでそれを用いて下の回路を作った。



特性

距離に対する出力電圧の依存性は図1のようになるので、矢印の部分の直線性

を利用して距離を検出する。図2のように距離と出力電圧の（矢印の部分に相当する）依存性を測定したところ図3のようになった。

図3より、変位係数は $\kappa = 7.50 \times 10^2 \text{ V/m}$ となった。

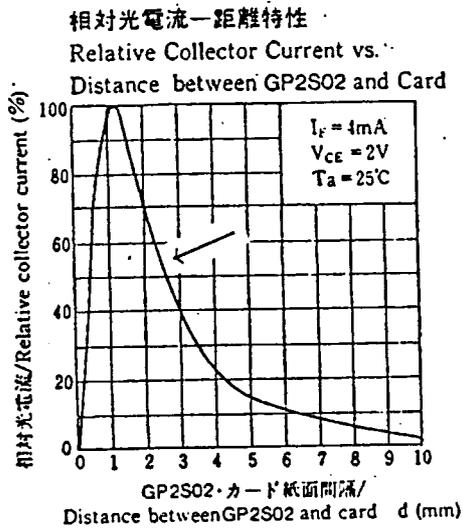


図1 特性

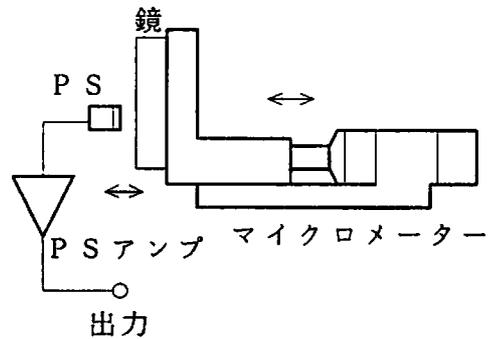


図2 変位係数の測定

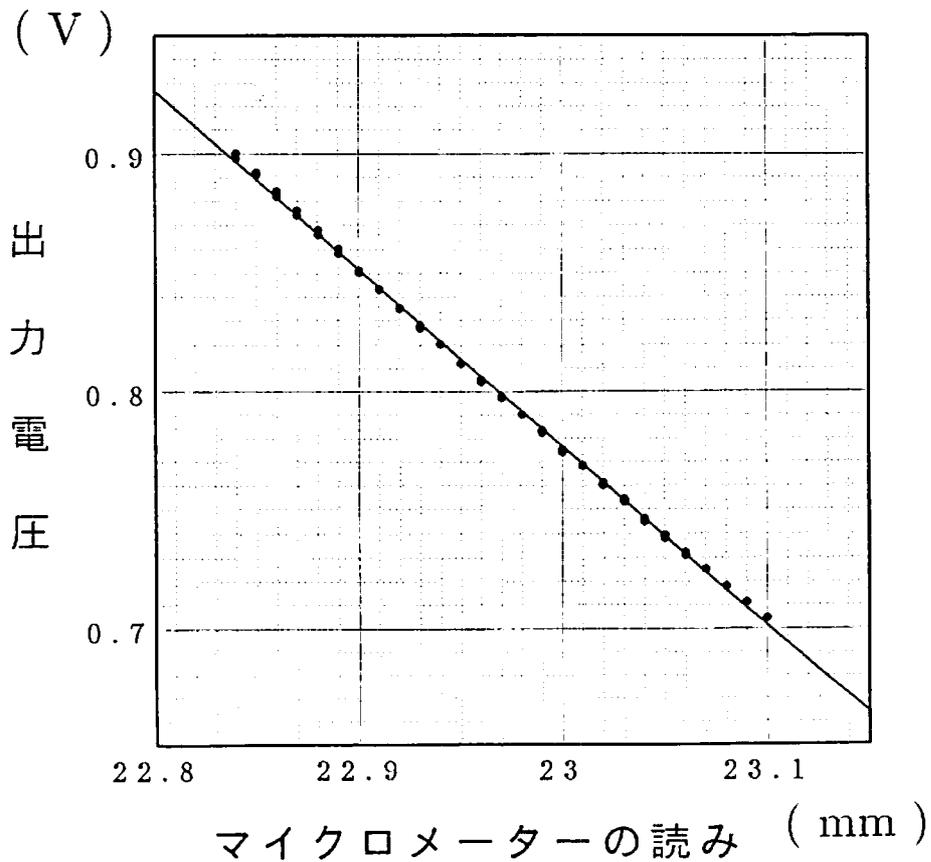


図3 測定結果

Appendix D 振り子の共振

振り子の基本モード（3.20 Hz）以外のモードのうち、制御系に影響がありそうなものを考える。

タングステン線の剛性によるもの

すべての自由度を同時に考えるのは難しいので、まず図1のような z と θ の2自由度に限定して考える。

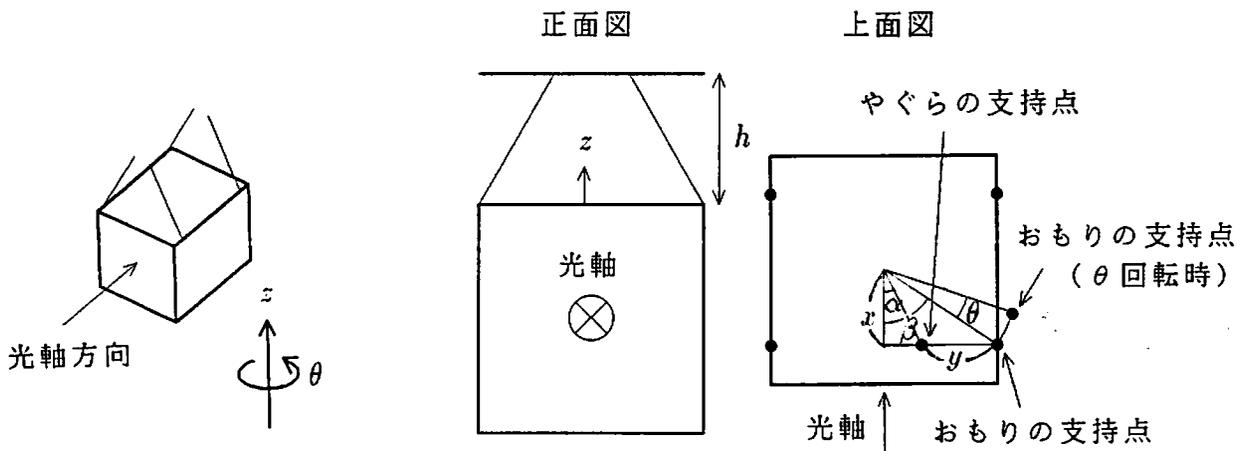


図 1

図 2

図2の notation を用いるとやぐらとおもりのワイヤー支持点間の距離 $d(\theta, z)$ は

$$d = \sqrt{(h-z)^2 + x^2(1 - \cos\theta + \sin\theta \tan\beta)^2 + x^2(\sin\theta + \cos\theta \tan\beta - \tan\alpha)^2}$$

$$\simeq \sqrt{h^2 + y^2 + 2xy\theta - 2hz}$$

$$\simeq \sqrt{h^2 + y^2} + \frac{xy\theta - hz}{\sqrt{h^2 + y^2}} \quad \left[|\theta| \ll 1, |z| \ll h \right]$$

と表されるのでおもりの質量を m 、 θ まわりの慣性モーメントを I_θ とするとラグランジアン \mathcal{L} は

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}I_\theta\dot{\theta}^2 - mgz - k(d(\theta, z) - d_0)^2 - k(d(-\theta, z) - d_0)^2$$

k : タングステン線の弾性定数

d_0 : タングステン線の自然長

となる。すると、各方向の運動方程式は下のようになる。

z 方向 :

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= -mg - 2k(d(\theta, z) - d_0) \frac{-h}{\sqrt{h^2 + y^2}} - 2k(d(-\theta, z) - d_0) \frac{-h}{\sqrt{h^2 + y^2}} \\ &= -mg + 4kh - \frac{4khd_0}{\sqrt{h^2 + y^2}} - \frac{4kh^2}{h^2 + y^2}z \end{aligned} \quad (1)$$

θ 方向 :

$$\begin{aligned} I_\theta \ddot{\theta} &= -2k(d(\theta, z) - d_0) \frac{xy}{\sqrt{h^2 + y^2}} - 2k(d(-\theta, z) - d_0) \frac{-xy}{\sqrt{h^2 + y^2}} \\ &= -4k \frac{x^2 y^2}{h^2 + y^2} \theta \end{aligned} \quad (2)$$

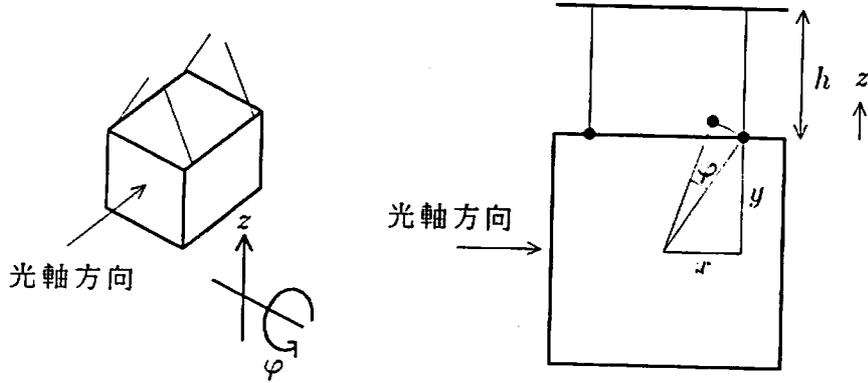


図 3

同様に図 3 のような 2 自由度については

$$d \simeq \sqrt{h^2 + y^2} - \frac{h(z + x\varphi)}{\sqrt{h^2 + y^2}}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}I_\varphi\dot{\varphi}^2 - mgz - k(d(\varphi, z) - d_0)^2 - k(d(-\varphi, z) - d_0)^2$$

z 方向の運動方程式 :

$$m\ddot{z} = -mg + 4kh - \frac{4khd_0}{\sqrt{h^2 + y^2}} - \frac{4kh^2}{h^2 + y^2}z \quad (3)$$

φ 方向 :

$$I_\varphi \ddot{\varphi} = -4k \frac{h^2 x^2}{h^2 + y^2} \varphi \quad (4)$$

となる。式(1)～(4)より、各モードの共振周波数 f は

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4kh^2}{m(h^2 + y^2)}} = 186 \text{ Hz}$$

$$f_\theta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4kx^2y^2}{I_\theta(h^2 + y^2)}} = 60.7 \text{ Hz}$$

$$f_\varphi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4kh^2x^2}{I_\varphi(h^2 + y^2)}} = 152 \text{ Hz}$$

となる。ただし、

$$x = 1 \text{ cm}, \quad h = 2.5 \text{ cm}$$

$$y = 1 \text{ cm}, \quad m = 0.24 \text{ kg}$$

$$I_\theta = I_\varphi = 3.6 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$k = \frac{E\pi r^2}{\ell} = 9.5 \times 10^4 \text{ N/m}$$

$$\left[\begin{array}{l} E: \text{ タングステンのヤング率} \\ r: \text{ タングステン線の半径}(50 \mu\text{m}) \\ \ell: \text{ タングステン線の長さ}(\approx 3 \text{ cm}) \end{array} \right.$$

とした。この共振周波数の値は4本のタングステン線の張り具合によりかなり変化すると思われる。

タングステン線の弦モード

弦モードの共振周波数 f_v は次のようになる。これもタングステン線の張り具合により変化する。

$$f_v \approx \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}} = 1.16 \text{ kHz}$$

$$\left[\begin{array}{l} T: \text{ タングステン線の張力}(\approx \frac{mg}{4}) \\ \rho: \text{ タングステン線の線密度} \\ \ell: \text{ タングステン線の長さ}(2.7 \text{ cm}) \end{array} \right.$$

おもり自体の伸縮モード

おもりの光軸方向の基本伸縮モードの共振周波数 f_M は次のようになる。

$$f_M = \frac{c_1}{2a} = 83.5 \text{ kHz}$$

$$\left[\begin{array}{l} c_1: \text{銅の縦波の音速} \\ a: \text{おもりの光軸方向の長さ(3 cm)} \end{array} \right.$$

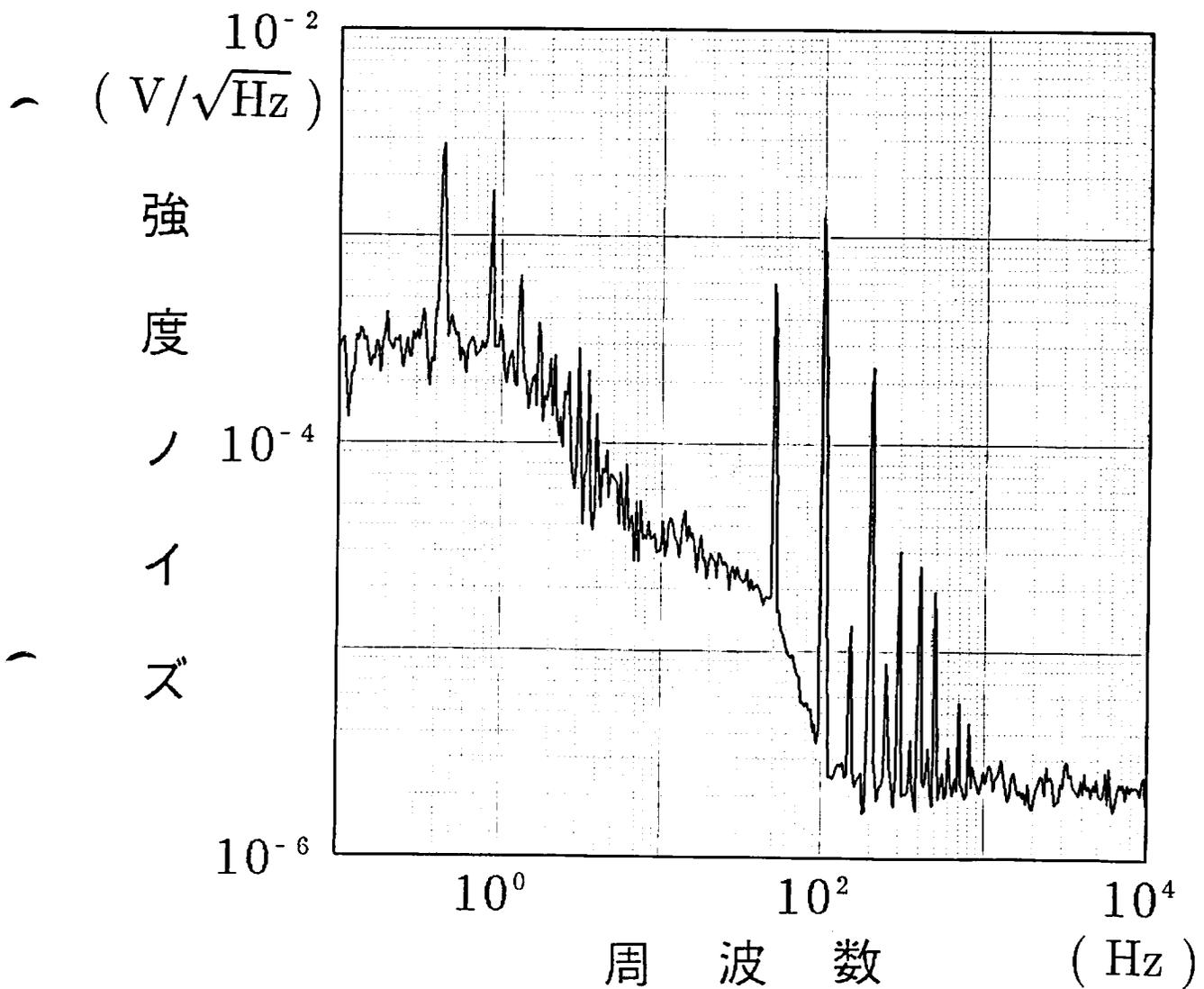
おもりは2つの部分を接着したうえに鏡や磁石などがついているためにこの周波数から若干のずれがある。制御系の動作から 50 kHz 付近の共振がわかっているが、それはこのおもりの共振であると思われる。

Appendix E レーザーのノイズ

強度ノイズ

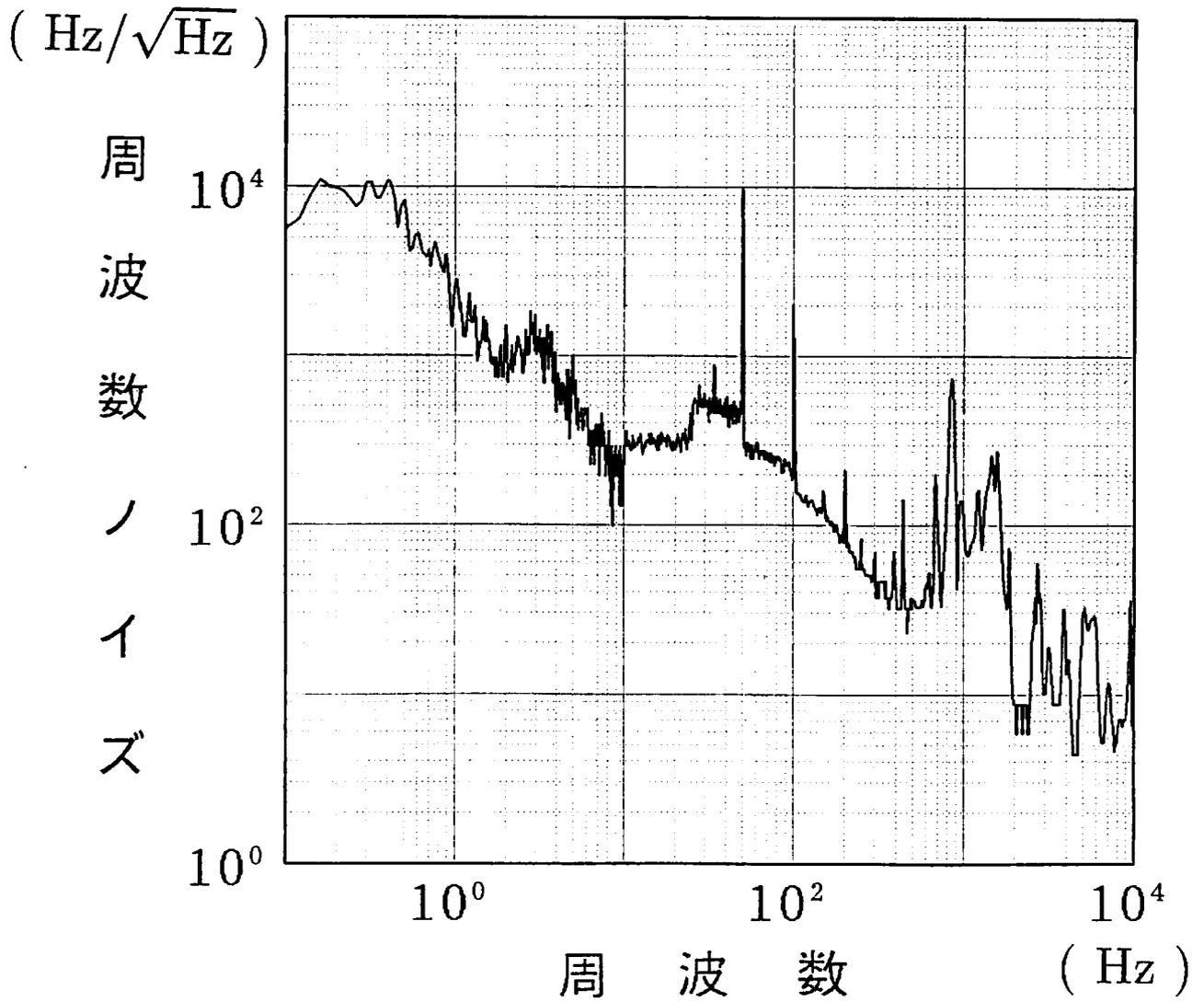
地震計で使用した He-Ne レーザー（2-mode 法で安定化）の強度ノイズを測定したもの（本文図 4.2）を下に示す。

（レーザー光の強度が検出器の出力電圧で 9.7V のとき）



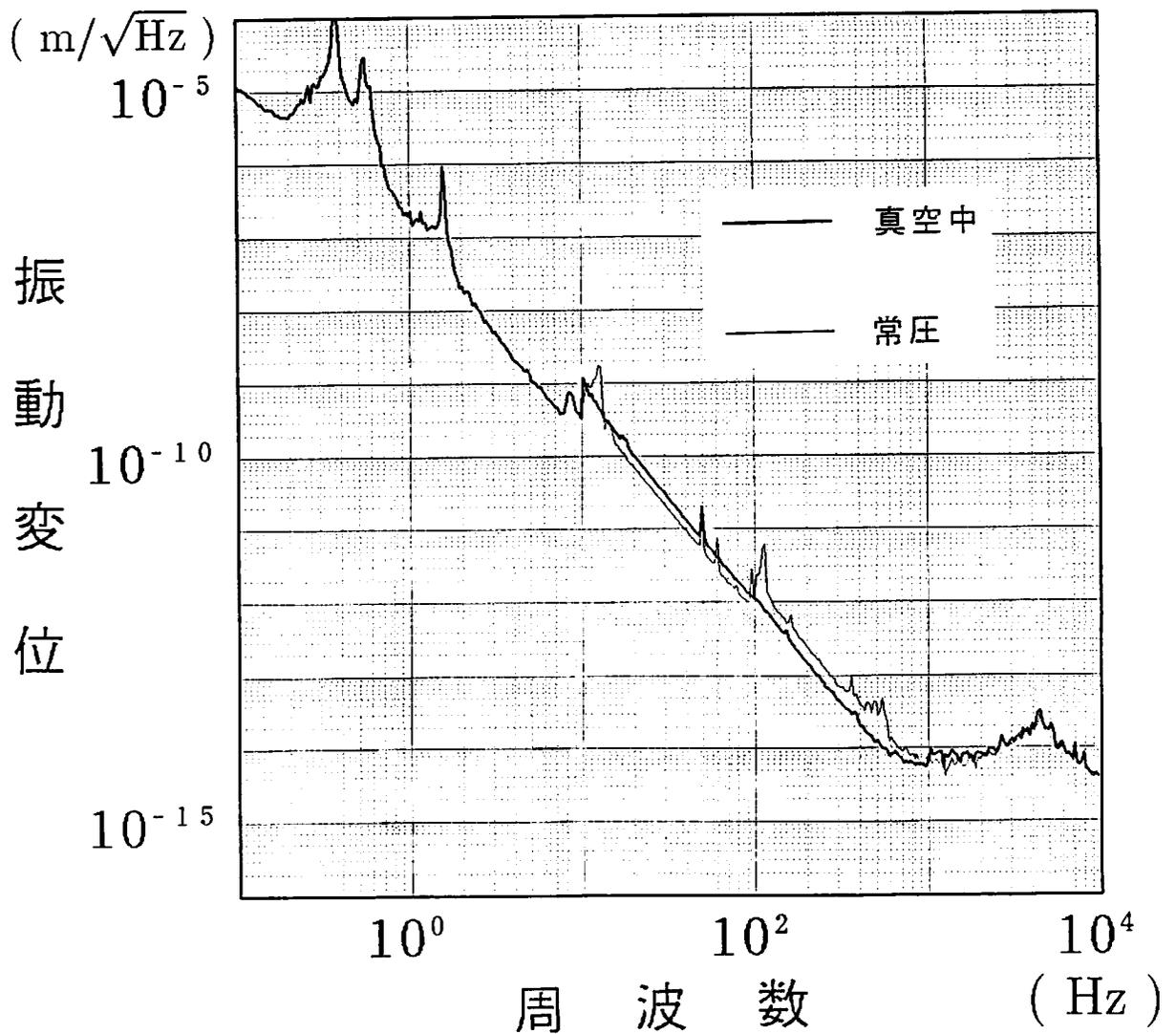
周波数ノイズ

地震計で使用したのとは別の2本の He-Ne レーザー (2-mode 法で安定化) のビート信号によって求めた周波数ノイズを示す。



Appendix F 真空中での測定

He-Ne レーザーの代わりに半導体レーザーを用いて真空中 (~ 1 torr) の重力波アンテナ上の振動を測定した。下図がその結果で、比較のために容器のふたを閉めたままの常圧のデータも示してある。



半導体レーザーの周波数ノイズのために 1kHz 以上の感度は悪い。常圧のデータの数百 Hz 付近の細かいピークは音の影響であることがわかる。

References

- [1] B. F. Schutz, *A first course in general relativity* (Cambridge University Press, 1985).
- [2] N. Bastow *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **17**, 681 (1990).
- [3] J. A. Carter *et al.*, *Bull. Seism. Soc. Am.* **81**, 1101 (1991).
- [4] 霜田光一、桜井捷海 : 「エレクトロニクスの基礎」 (裳華房, 1983)
- [5] 宮脇一男 : 「雑音解析」 (朝倉書店, 1961)

謝 辞

本実験がひと通りの成果を納められたのは研究室やその他の皆さんの助力をいただいたおかげです。

指導教官の坪野公夫先生にはこの実験について全面的にバックアップしていただきました。地震計の基本的原理やいくつかのアイデアは先生が発案され、それにより性能のよい地震計を完成することができました。三尾典克助手には電気回路や実際的な問題についていろいろ指摘していただきました。三尾助手の豊富な知識から出されるアドバイスにより、実験のスランプから抜け出すと同時によい勉強となったことがしばしばありました。水谷晶彦氏とはたびたび実験がかち合ってしまういろいろ迷惑をおかけしました。それにもかかわらず光学関係について丁寧に教えていただき、またレーザーの周波数ノイズのデータも提供していただきました。河辺径太氏は地震計について先駆的な実験をしていた関係で、氏からは原理や問題点について意見をもらいました。森脇成典氏からは違った角度からの意見や斬新なアイデアを得ることができ、それらがとても有益でした。佐藤寿一氏には実験のいくつかを手伝ってもらいました。特に半導体レーザーの関係はすべて氏にやってもらったのですが、ノイズの問題でそれが活かせなかったのが残念です。森脇氏と佐藤氏には神岡での測定も手伝ってもらいました。このように研究室の皆さんには特にお世話になり、実験を無事に行うことができました。ここに厚く感謝の意を表したいと思います。

また実験の性質上、装置の製作や測定場所の提供などで以下の方々にもお世話になりました。

試作室の大塚氏、八重樫氏には部品の製作や工作について指導して頂きました。音の影響を調べるための予備実験として無響室を使って測定した際には神部研究室の神部先生、清水氏にお世話になりました。地面振動測定の際には地震研究所の村田研究室の方々、神岡鉦山の茂住氏をはじめとした方々に協力していただきました。京都大学の竹本先生には地面振動測定の専門家としてのご意見をいろいろ伺うことができました。そのほか、振動計をお借りした(株)RIONや(株)日本航空電子などお世話になった方々にはかぞえきれません。ここに重ねてお礼申し上げます。

追記 音の影響について

本文で地震計に防音のおおいをかぶせて測定する必要があることを述べた（本文 50 ページ）が、これについて実験を行ったので報告する。

まず、防音のおおいであるが 45 cm × 92 cm × 25 cm の木の枠に防音シート（（株）三菱樹脂 シャオンスター）を張り付けたものを用いた。このおおいの防音比は図 1 のように、スピーカーからの音を受けたマイクの出力をおおいの有無で比較することによって評価した。図 2 の結果により、おおいの防音比は 200 Hz 以上の帯域では 20 dB 程度あることがわかる。

図1 防音比の測定

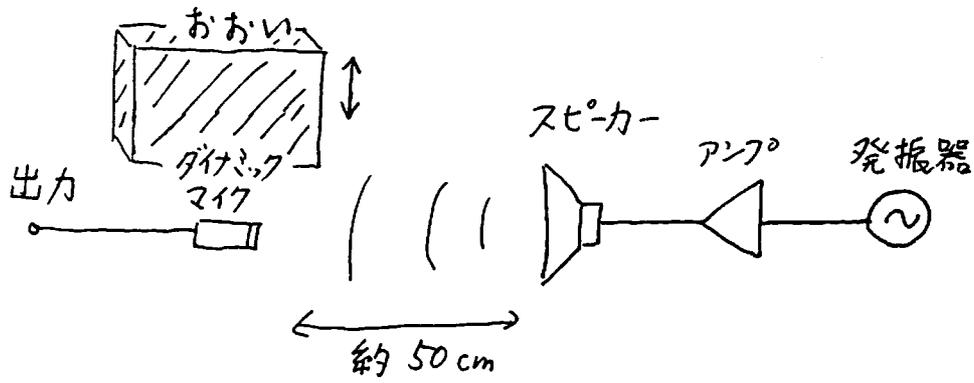
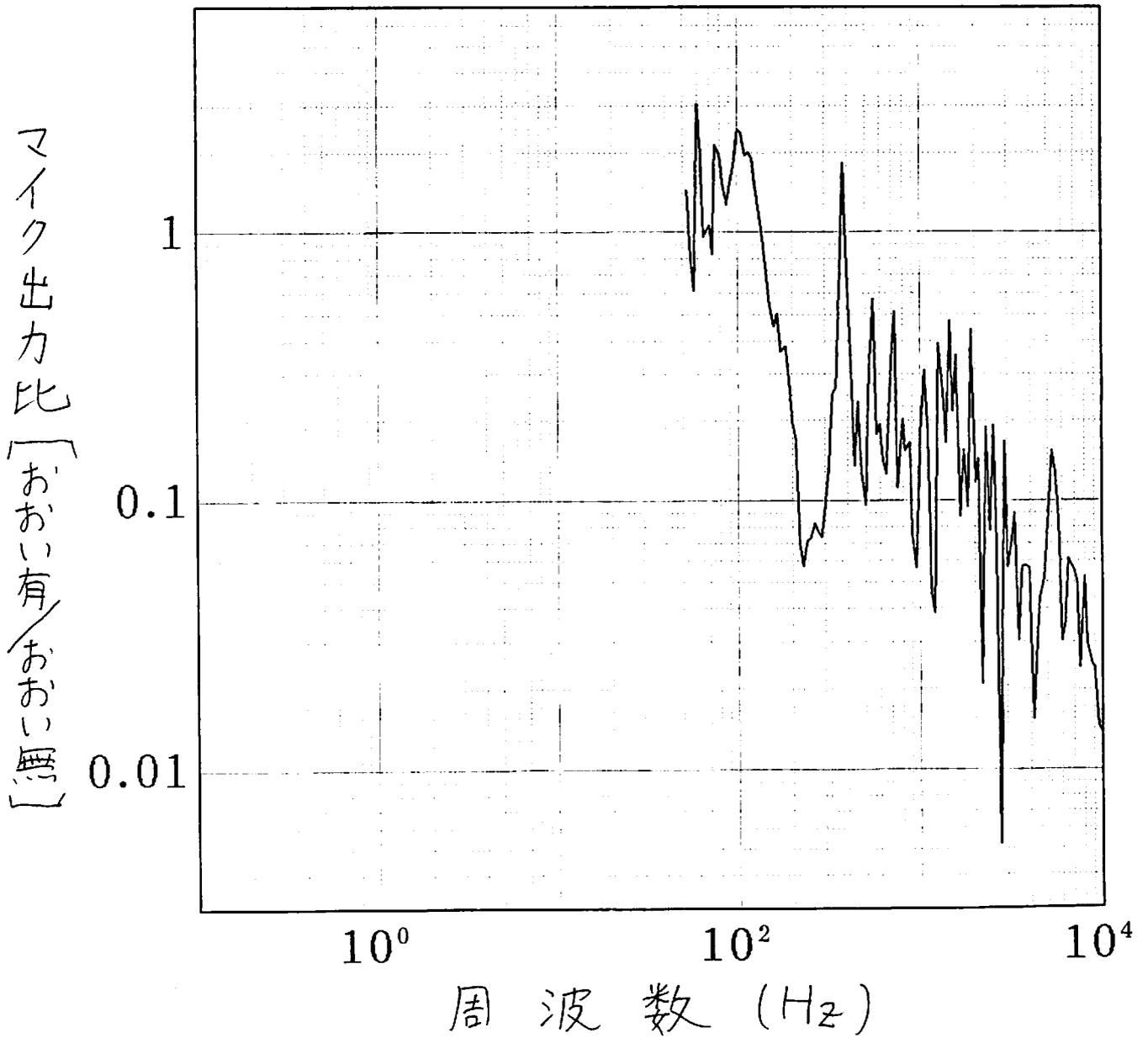
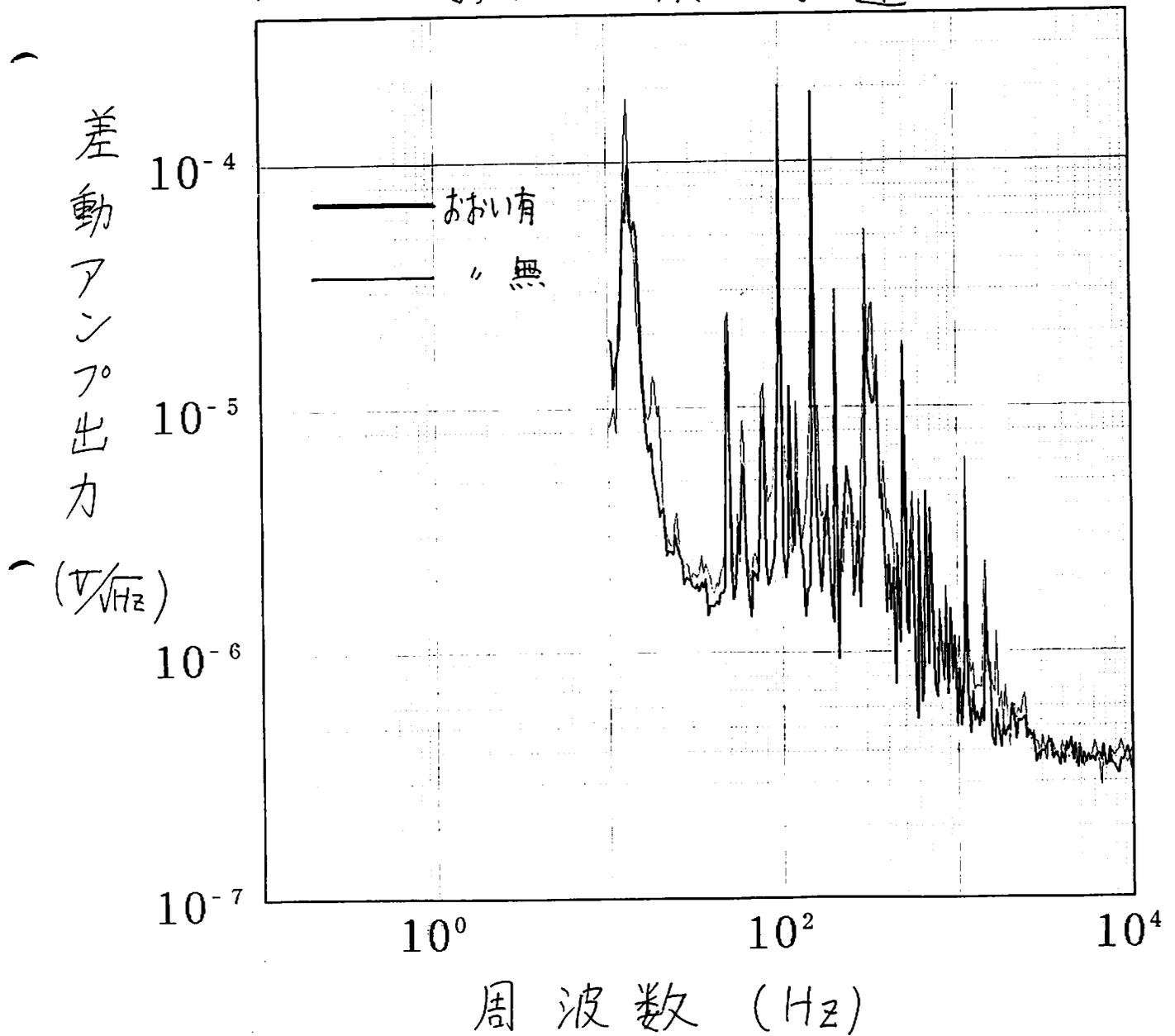


図2 防音比



このおおいを用いて、音が地震計本体を振動させているかあるいは台を振動させているかを調べた（本文 47 ページ参照）。具体的には本文 4.2 と同じ設定（重力波アンテナ上・ふた閉め・振り子固定）で地震計におおいをかぶせたときとかぶせないときの干渉計の出力を比較した（図 3）。おおいによる差はほとんどみられなかったので本文で述べたように音は台（アンテナ）を振動させていることがわかった。したがって、この地震計が正しい振動振幅を測定できる周波数帯は 300 Hz 程度以下ということになる（これ以上の帯域では出力は振動振幅の上限値にすぎない）。

図 3 おおいの有無による違い



追記 音の影響について

本文で地震計に防音のおおいをかぶせて測定する必要があることを述べた（本文 50 ページ）が、これについて実験を行ったので報告する。

まず、防音のおおいであるが 45 cm × 92 cm × 25 cm の木の枠に防音シート（（株）三菱樹脂 シャオンスター）を張り付けたものを用いた。このおおいの防音比は図 1 のように、スピーカーからの音を受けたマイクの出力をおおいの有無で比較することによって評価した。図 2 の結果により、おおいの防音比は 200 Hz 以上の帯域では 20 dB 程度あることがわかる。

図1 防音比の測定

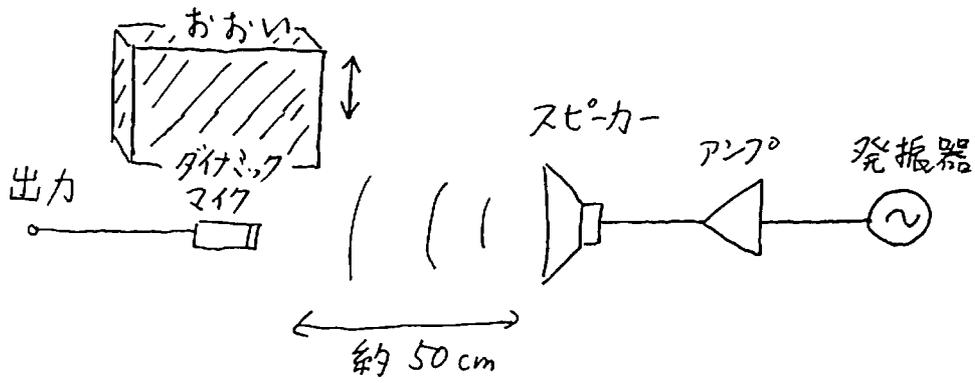
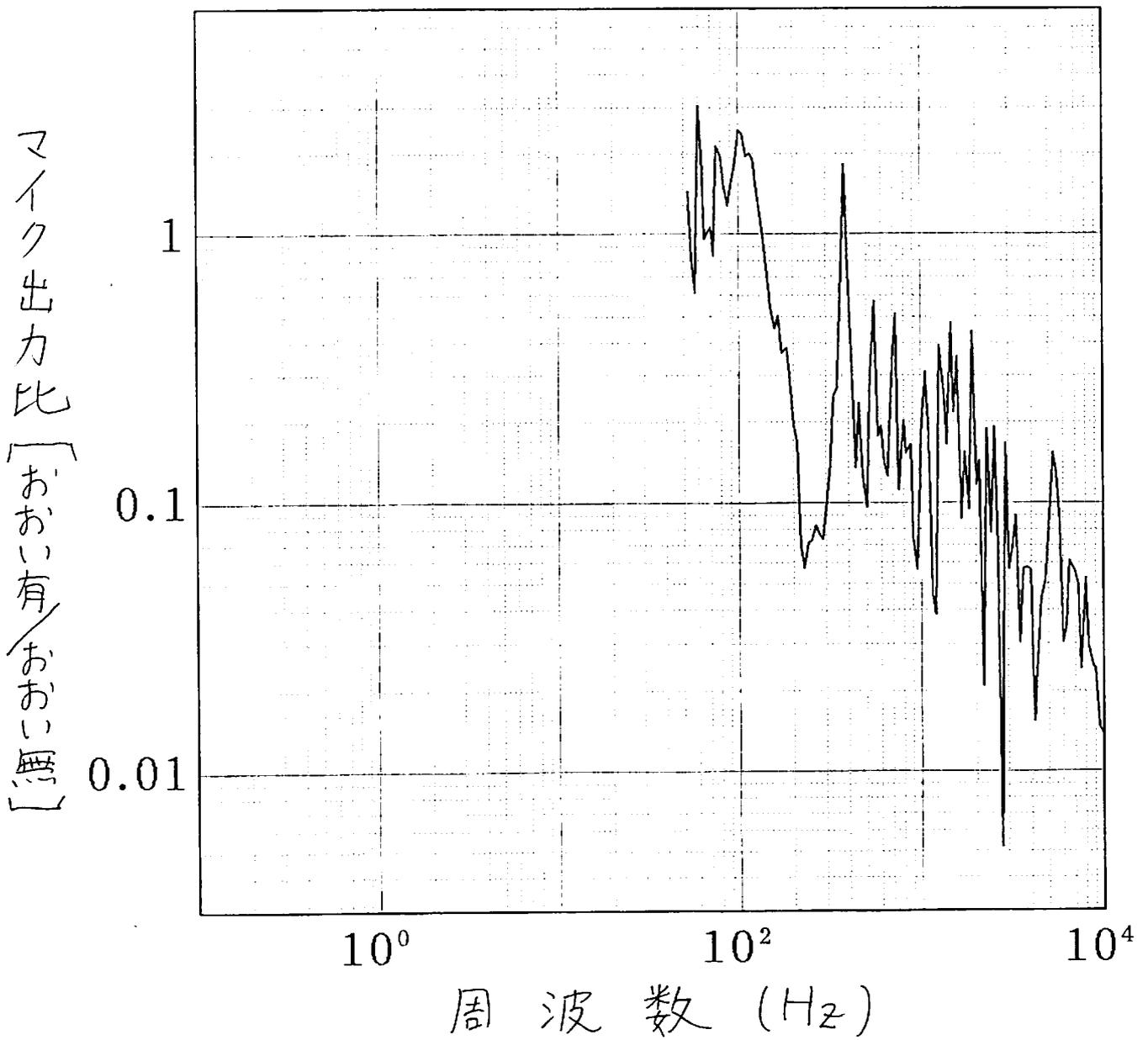
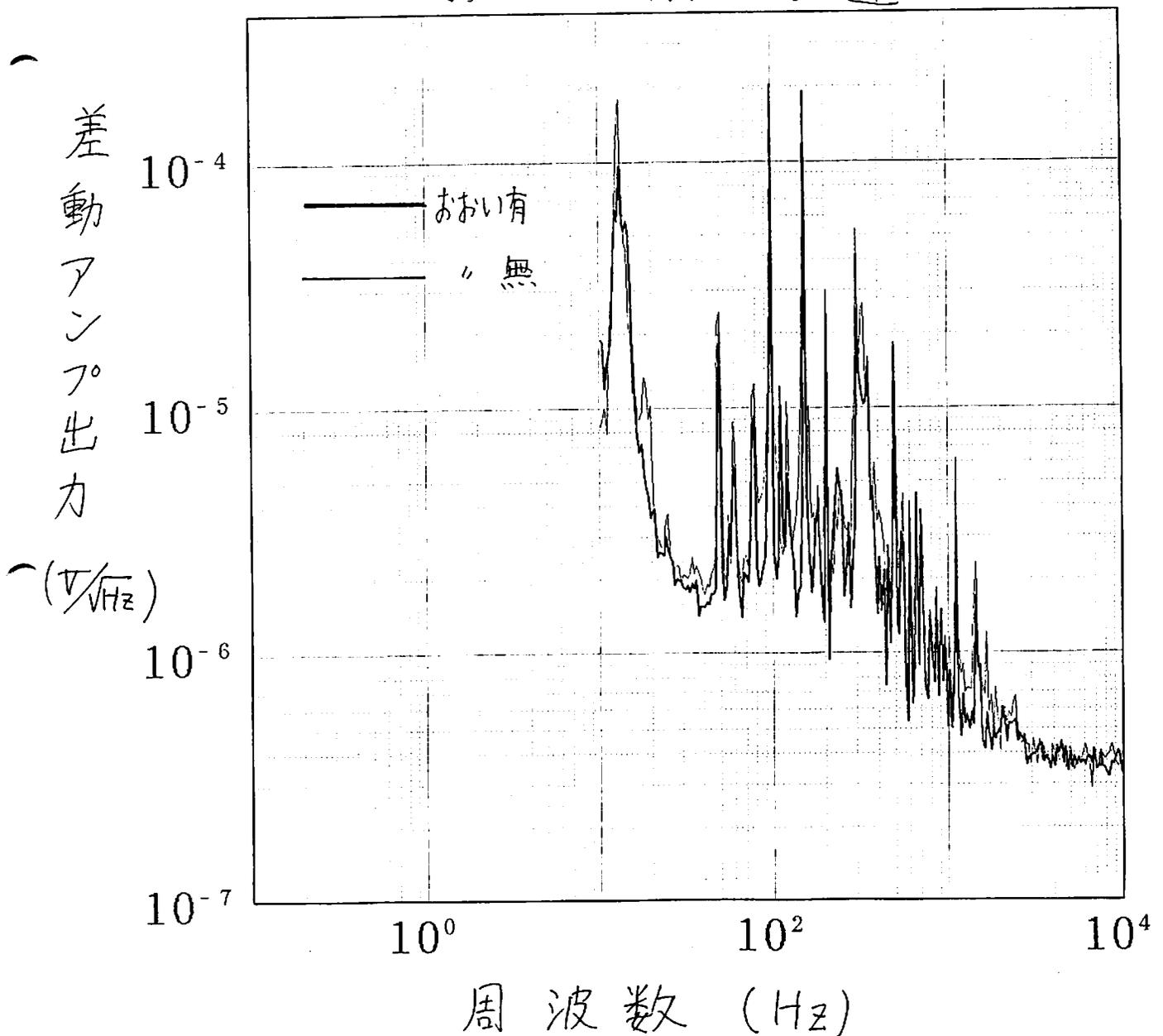


図2 防音比



このおおいを用いて、音が地震計本体を振動させているかあるいは台を振動させているかを調べた（本文 47 ページ参照）。具体的には本文 4.2 と同じ設定（重力波アンテナ上・ふた閉め・振り子固定）で地震計におおいをかぶせたときとかぶせないときの干渉計の出力を比較した（図 3）。おおいによる差はほとんどみられなかったので本文で述べたように音は台（アンテナ）を振動させていることがわかった。したがって、この地震計が正しい振動振幅を測定できる周波数帯は 300 Hz 程度以下ということになる（これ以上の帯域では出力は振動振幅の上限値にすぎない）。

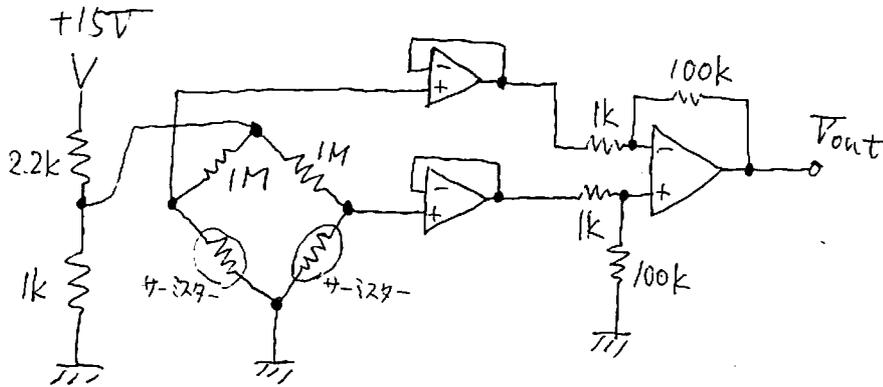
図 3 おおいの有無による違い



追記 2 低周波域の感度限界について

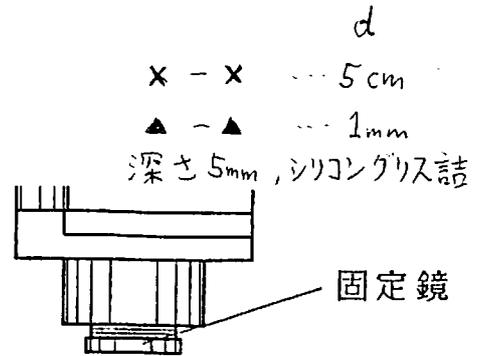
本文で、 $\sim 1\text{ Hz}$ 以下の周波数帯域の感度限界は温度変化による基板の金属の伸縮のためらしい、ということ述べた（本文 49 ページ）が、実際に基板の温度変化を測定したので報告する。

温度を検出する素子であるが、 1 mK 程度の温度差を測定しなければならないので熱電対や白金抵抗体では不十分であると考え（起電力や抵抗の変化が小さい）、非線型性があるものの抵抗変化が大きい素子であるサーミスターを用いることにした。温度変化に対する応答はなるべく速いほうがよいので超小型の物（株）芝浦電子製作所 PB7-43 熱時定数 $\tau = 1\text{ s}$ ）を用いた。測定量は 2 点間の温度差であるのでサーミスター 2 本でブリッジを構成した図 1 のような回路で測定した。

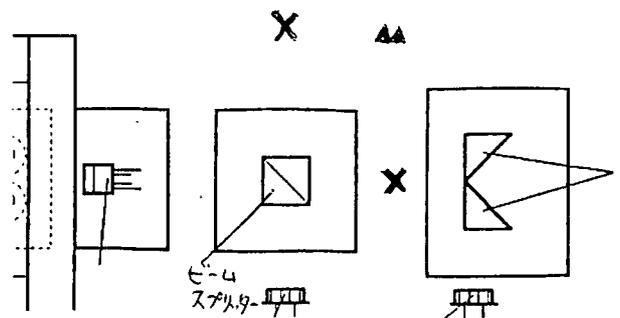


OPアンプ AD707 × 3
サーミスター PB7-43 × 2

図 2 測定点



↑ 図 1 温度検出回路



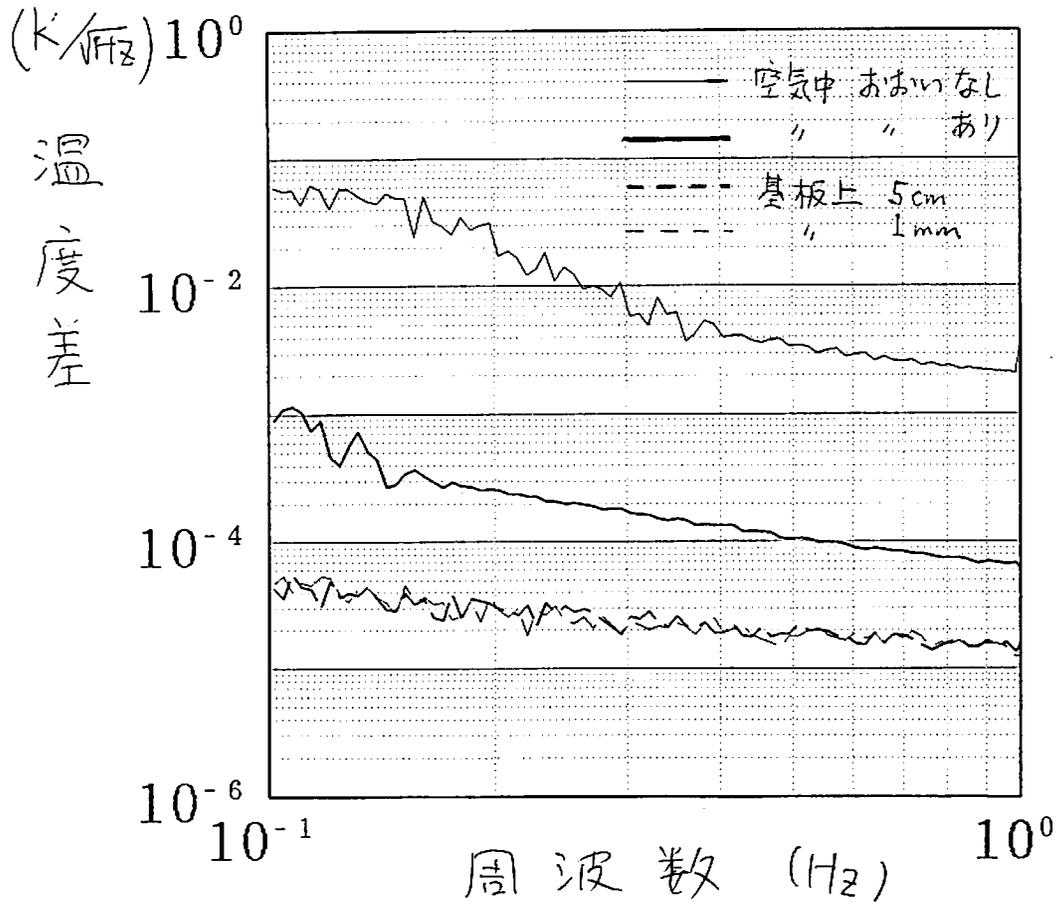
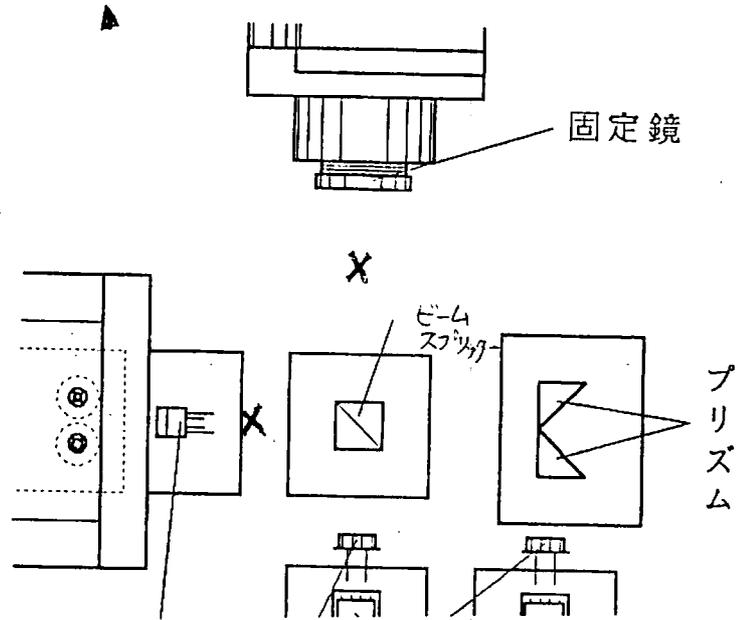


図 3 温度差スペクトル

図2のような基板上的の2点間の温度差を測定した結果を図3（基板上 1mm, 5cm）に示す。2点間の距離 d が 1mm のデータが温度検出器のノイズレベルをほぼあらわしているはずであるので、図より 5cm の距離の温度差はノイズレベル以下ということになり、本文で述べたような $1\text{mK}/\sqrt{\text{Hz}}$ よりも十分に小さい温度差である。そこで、自由鏡を固定した状態で光学部品やそのマウントを加熱して干渉縞の変化を見る事によりそれらの温度変化による影響を調べたところ、固定鏡を貼ってあるベークライトの温度変化による伸縮が意外に大きい事がわかった。しかし、ベークライトの熱容量は大きいのでその影響は気温の変化による長期的なドリフトの効果であり、ここで考えているような $0.1 \sim 1\text{Hz}$ という速い変化を説明で

図4
温度の測定点

X - X ... 腕の間
▲ - ▲ ... 腕の外



きない。

風よけのおおいをかぶせると干渉縞の揺れがかなり小さくなることから、空気
のゆらぎの影響である可能性を考え、干渉計の2本の腕の間の空気の温度差と干渉
縞の変化を同時に測定した。図4のような構成で両者の相関を調べたところ図5の
ようになった。図には比較のため干渉計の腕ではない2点間の同様の相関も併せて
示した。図では腕の間の温度差と干渉縞の相関が0.7Hz以下で見られるが、サーミ
スターの熱時定数を考えるとこれよりも高い周波数でも実際は相関があると考えら
れる。なお、この測定は風よけのおおいをしないでおこなった。おおいの有無によ
る温度差のスペクトルの変化を図3(空气中 おおいあり、なし)に示した。

さて、空気の温度差が干渉縞にどのようにして影響を与えるか次に考える。空
気の屈折率 n が空気の密度 m と比例定数 α を用いて

$$n = 1 + \alpha m \quad (1)$$

と書けるとすると、圧力 p 、温度 T の気体の状態方程式より (1) 式は

$$\begin{aligned} n &= 1 + \frac{\alpha p}{RT} \\ &= 1 + \frac{\beta}{T} \quad [R: \text{気体定数}, \beta = \frac{\alpha p}{R}] \end{aligned} \quad (2)$$

となる。今、圧力一定(1atm)として $T = 273\text{K}$ のとき $n = 1.000292$ という
値を使うと $\beta = 0.0797\text{K}$ が得られる。したがって空気の温度が ΔT だけ揺らぐと

—— 腕の間
—— “ 外

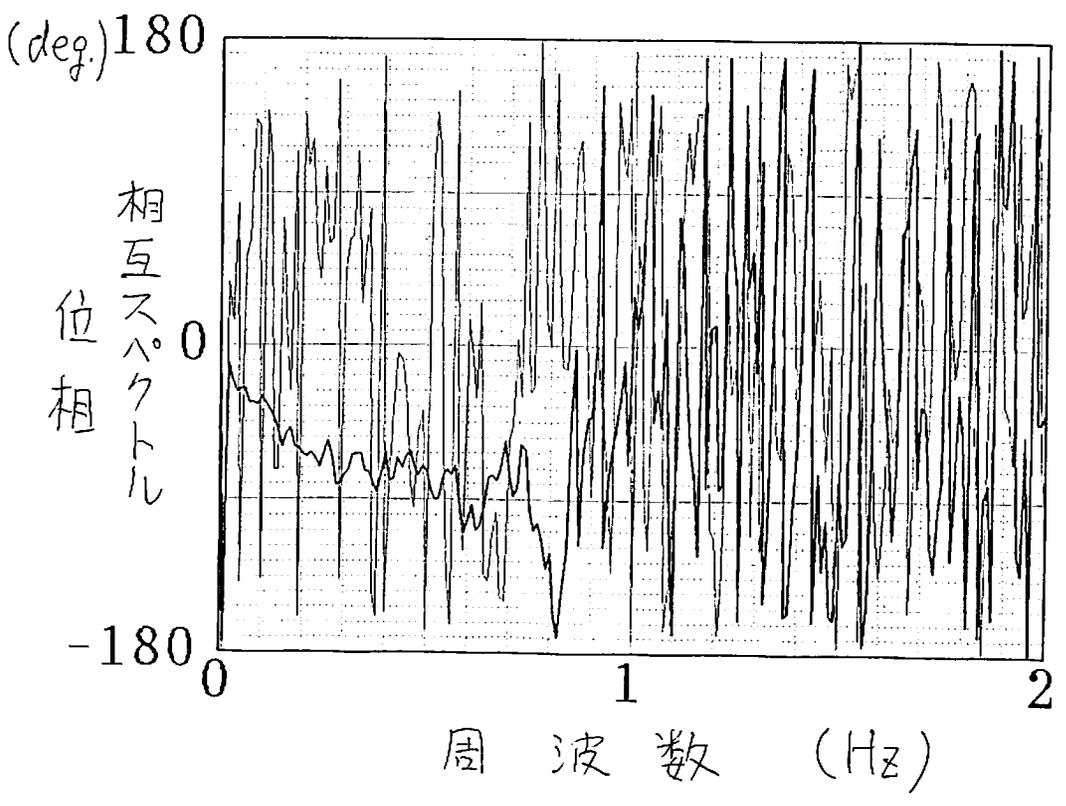
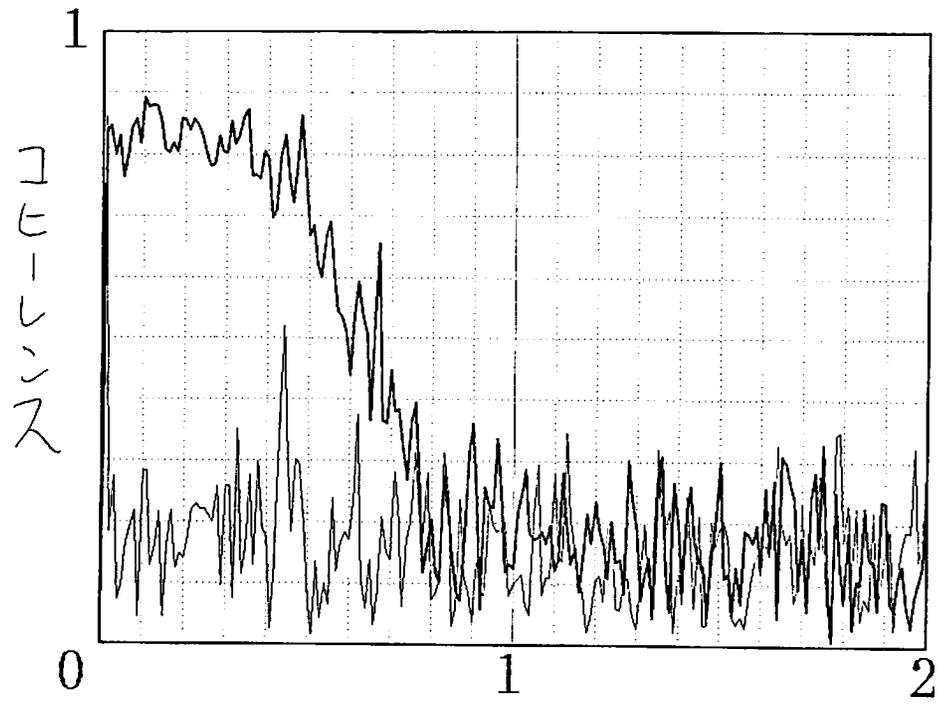


図 5 相関

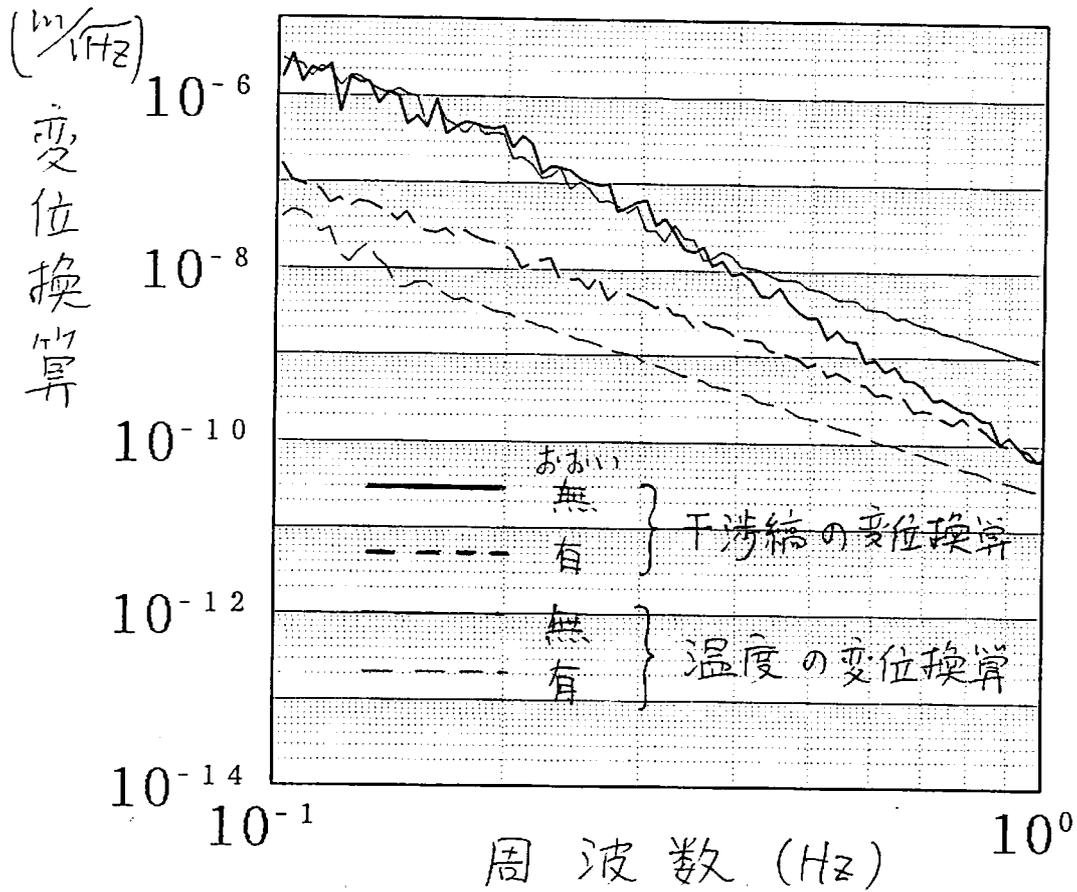


図 6

屈折率は

$$\Delta n = \frac{\beta}{T^2} \Delta T \quad (3)$$

だけ変化する。干渉計の各腕の空気の平均温度に ΔT だけ差があると屈折率の差により光路長に

$$\Delta l = \Delta n l = \frac{\beta l}{T^2} \Delta T \quad (4)$$

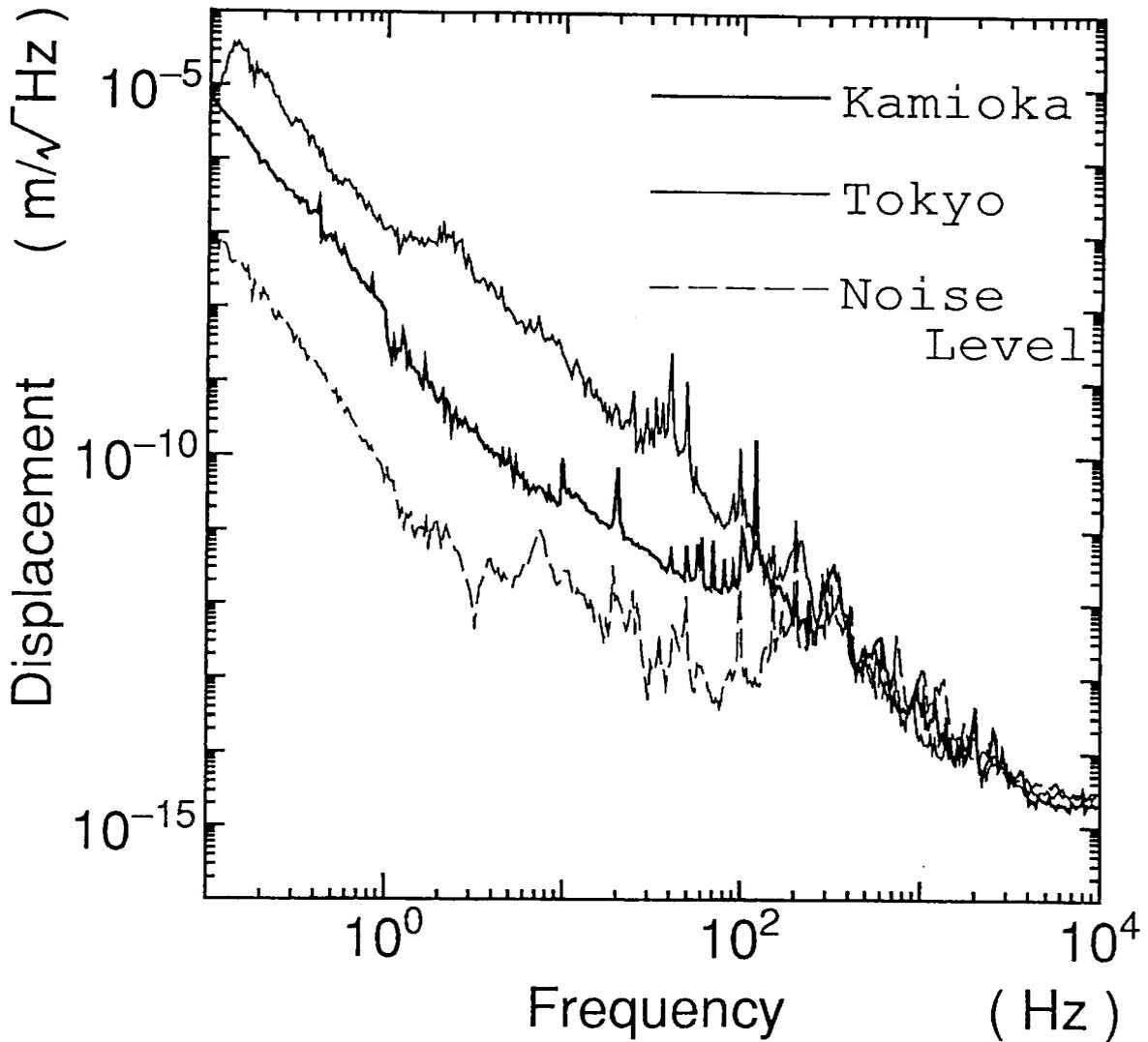
の変化が生じるはずである。

(4) 式を使うと温度変化から干渉縞の揺れが計算できるのでそれを地面振動変位に換算した結果、および実際に検出された干渉縞の揺れを地面振動変位に換算した結果を図 6 (温度の変位換算、干渉縞の変位換算) に示す。図より、おおいのな

い状態（温度揺らぎの大きい状態）のデータを見ると両者はほぼ一致し、上のモデルがほぼ正しいことを示している。しかし、おおいがある場合は干渉縞のレベルが下がらず、これは温度変化以外のノイズ源を示唆している。

とりあえず、空気の温度揺らぎが低域の感度に影響を与えておおいにより感度限界が下がることが確認された。本文で感度限界を測定した（本文 47 ページ）時は重力波アンテナ上であり、タンクのふたは閉めていたが、風よけのおおいはかぶせていなかった。タンク内はかなり広い空間なのでふたを閉めても空気の流れや温度揺らぎはかなり大きいと考えられる。一方、東大や神岡で地面振動を測定した時は風よけのおおいをかぶせていたので、このときの感度限界を評価するためにはおおいをかぶせた状態で本文のような感度限界の測定をすべきであった。そこで、自由鏡を固定した状態で風よけのおおいをかぶせて新たに感度限界を測定し、地面振動測定データと比較したものが図 7 である。本文の図 5.5 と比べると 1 Hz 以下のノイズレベルが十分の一程度になり、この帯域では東大や神岡の地面振動データは正しい変位を表しているといえる。今回新たに感度限界を測定した場所はタンク中ではなく通常の実験室内であるので 100 Hz 以上の帯域では音の影響があらわれている。感度限界および地面振動の測定の際の周囲の音のレベルはほぼ等しいと考えられるのでこの図からも ~ 100 Hz 以上の地面振動測定データは正しい変位を与えていないことがわかる（本文 50 ページ参照）。

さて、温度変化以外のノイズ源であるがレーザー光に起因するものと地震計本体に起因するものに分けられるが、前に述べたように後者は長期的なドリフトの寄与が主であるのでレーザー光に起因するノイズを考える。ノイズをきわだたせるためにレーザーの安定化回路を切ってそのときの干渉縞の変化を見たところ、レーザー光のモードの変化に応じて出力が変化しモードホップの現象も見られた。そこで、この場合にレーザー光が干渉縞に影響をおよぼす原因を考えると、レーザー光の周波数変化と各モードの偏光の変化が考えられる。前者は干渉計の 2 本の腕の長さの違いにより生じるもので、本文 37 ページを参考にすると図 7 でみられる程度のノイズ（地面振動変位換算 $10^{-7} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ at 0.1 Hz）を生じさせるためのレーザーの周波数ノイズは $5 \times 10^7 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ 程度である。一方、後者の偏光については偏光の異なる 2 つのモードの強度比が変化するとビームスプリッターの偏光依存性のために干渉縞が変化するというものである。



☒ 7

モードホップの現象がみられたことから周波数ノイズの影響を受けているようなので、干渉計の2本の腕の長さを良く合わせたところ低域の干渉縞のノイズが十分の一程度に減った。したがって、空気の温度変化以外のノイズ源はレーザーの周波数ノイズであることがわかった。また、このように腕の長さを合わせた状態でレーザーの安定化回路を切るとモードホップがみられなくなった。若干の干渉縞の変動はみられたが入射レーザー光に偏光板をいれると変化がなくなったのでこれは偏光の影響であることがわかった。

以上の結果をまとめると、 ~ 1 Hz以下の地震計の感度限界を決めるノイズ源としては影響の大きい順に次のようになる。

- ・ 空気の温度変化（おおいをすると2桁ほど低減）
- ・ レーザーの周波数ノイズ（干渉計の腕の長さを合わせると低減）

また、次のようなノイズ源も影響することがわかった。

- ・ レーザーの偏光状態の変化
- ・ 固定鏡部分のベークライトの伸縮（長期的なドリフト）