修士論文

2台　Fabry-Perot共振器を用いた空間の異方性の測定

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻 76053
上田 晃三

1999.2.5

目次

第 1 章 はじめに **1**

第 2 章 特殊相対論の検証–理論と過去の実験 **3**

2.1 検証　理論 3

2.1.1 Einstein synchronization 4

2.1.2 絶対静止系に対して運動している系の計量 5

2.1.3 絶対静止系に対して運動している系の光速 5

2.2 過去の検証実験 6

2.2.1 Michelson-Morley の実験 6

2.2.2 Kennedy-Thorndike の実験 8

第 3 章 実験の枠組 **10**

3.1 目的 10

3.2 原理 11

3.3 雑音–見積りと対策 12

3.3.1 共振器の傾き変化による雑音 13

3.3.2 温度変化による雑音 15

3.3.3 回転機構 16

3.4 この章のまとめ 17

第 4 章 本実験の　ットアップ **18**

4.1 　ットアップの大枠 18

4.2 光学系 21

4.2.1 光学部品 21

4.2.2 ビ　ト周波数取得部 24

4.3 機械系 24

4.3.1 傾き制御機構 24

4.3.2 温度制御機構 25

4.3.3 回転機構 26

4.3.4 真空機構 28

第 5 章 異方性測定のための予備実験 **29**

5.1 共振状態へのレ　ザ　の制御 29
5.1.1 レ　ザ　周波数の制御 30
5.1.2 共振器の特性評価 30
5.2 傾き検出機構の開発と評価 32
5.2.1 セットアップ 33
5.2.2 傾きに対する感度 34
5.2.3 傾き変化に対する応答 39
5.2.4 傾き検出機構についてのまとめ 40
5.3 温度制御機構の評価 40
5.4 この章のまとめ 43

第 6 章 まとめ, 考察 **45**

補遺 A Fabry-Perot 共振器の特性 **47**

補遺 B Pound-Drever 法の原理 **49**

補遺 C いろいろな雑音 **53**
C.1 共振器の回転に対してコヒ　レントな雑音 53
C.1.1 光軸に対する共振器のミスアラインメント 53
C.1.2 回転速度の変化 55
C.1.3 ドップラ　効果 56
C.2 共振器の回転に対してインコヒ　レントな雑音 56
C.2.1 空気揺らぎ 56
C.2.2 散射雑音 56
C.2.3 レ　ザ　の強度雑音, 周波数雑音 58
C.2.4 その他 59

補遺 D 実験で用いる各種電子回路 **60**
D.1 Pound-Drever 法によるレ　ザ　の周波数制御 60
D.2 温度制御 61
D.3 傾き検出機構 62

補遺 E アラン分散 **64**

第1章

はじめに

Michelson と Morley は, 地球の進行方向とそれに直交する方向の光速度の差を測り, 絶対静止系 (エ　テル) と地球との間の相対運動を検出しようとした [1]. しかし, 直交する 2 方向に有意な異方性は見つからなかった. そこで, Einstein は, 空間, 光速の等方性は物理の基本原理と考え, 等方性をいしずえに特殊相対論を構築した [8]. 空間の等方性や特殊相対論は, 今では当り前のこととして受け止められている.

しかし, 空間の等方性は, 物理の基本理論である特殊相対論の基礎をなすものであるがゆえに, さらなる精度の良い検証は非常に重要である. Michelson-Morley の実験では, 直交する 2 方向の計量の比 g_2/g_1は,1 ± 10^{-9} の精度で等方であった. これまでの最高精度の実験である Brillet-Hall の実験では, g_2/g_1で $1 \pm 5 \times 10^{-15}$の等方性が確かめられている [4]. 本論文で論じる実験では, これよりさらに 1 桁よい 10^{-16}程度の等方性の測定をめざす.

今回行う実験は, 回転する FP(Fabry-Perot) 共振器と参照用の静止した FP 共振器にそれぞれロックした 2 台のレ　ザ　の間のビ　ト周波数の変化を測定し, 空間の異方性を調べるというものである.

高精度の異方性測定のために, FP 共振器は高安定でなければならない. そのために本実験は 3 つの大きな特徴をもつ. 1 つは**傾き制御機構**である. 重力場に対し共振器が傾くと共振器長は変化する. そこで, 油に浮いた鏡の反射を利用して共振器の傾きを検出し, PZT で制御する. 2 つめは**回転機構**である. 共振器が光源と一緒に離散的に±180 度に正反回転する回転機構により, 回転速度の変化などの雑音の影響をなくすことができる. 最後は, **Clearceram の温度制御**である. 共振器材料 Clearceram 55 の熱膨張率がゼロとなる温度に制御して, 温度変化による共振器長変化を抑制する.

今はまだ, 異方性の長期測定の段階ではなく, 各種の予備実験をしている段階である. 異方性の測定には主に以下の予備実験が必要である.

- 光学関連の実験
  - 共振状態へのレ　ザ　の制御
  - ビ　ト周波数の取得
- 雑音低減のための実験

  - 傾き制御
  - 温度制御
  - 回転機構

- デ　タ解析手法の構築

そのうち, 傾き制御のための傾き検出機構の開発, 温度制御実験, 共振状態へのレ　ザ　の制御実験を終えた.

本論文の構成は以下のようになっている.

第 2 章では, 特殊相対論のテストのための理論と, 過去に行われた実験について論じる.

第 3 章では, 本実験の概説をする. まず, 実験の目的, 原理に説明する. 次に雑音の見積もりと対策方法について説明する.

第 4 章では, 本実験のセットアップについて具体的に述べる. まず, 光学関連のセットアップについて説明する. 次に各種機械系について説明する.

第 5 章では, 行った実験の結果について報告する. 傾き制御に必要な傾き検出機構の評価実験, 温度制御実験, 共振状態への制御実験について説明する.

そして最後にまとめ, 考察をする.

第2章

特殊相対論の検証–理論と過去の実験

この章では, 最初に, 特殊相対論の検証に用いられる理論について論じる. この理論は時間の遅れ, ロ　レンツ収縮, 光の速度, 空間の等方性などについて考察する際に, 有効な道具となる.

次に, 過去に行われた特殊相対論の検証実験について, 先の検証理論を用いて説明する.

2.1　検証の理論

Robertson や Mansouri-Sexl は等方な絶対静止系に対し動いている座標系の表現を定式化した [9, 10, 11, 12].

等方な絶対静止系$\Sigma(T, X, Y, Z)$ と, それに対し x 方向に速度 v で動く系 $S(t, x, y, z)$ が, 以下の関係をもつと仮定する.

$$\begin{aligned} t &= a(v)T + e\ x \\ x &= b(v)(X - vT) \\ y &= d(v)Y \\ z &= d(v)Z \end{aligned} \tag{2.1}$$

e は時計の時刻合わせの方法 (同期) によって決まる. a は時計の遅れ,b, d は Lorentz 収縮を表す. Σ系が等方と考えることから,a, b, d は v について偶関数となる. すなわち,

$$\begin{aligned} a &= 1 + \alpha v^2 + \cdots \\ b &= 1 + \beta v^2 + \cdots \\ d &= 1 + \delta v^2 + \cdots \end{aligned} \tag{2.2}$$

と書ける. 特殊相対論では,

$$\begin{aligned} \alpha &= -1/2 \\ \beta &= 1/2 \\ \delta &= 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

である.

2.1.1　Einstein synchronization

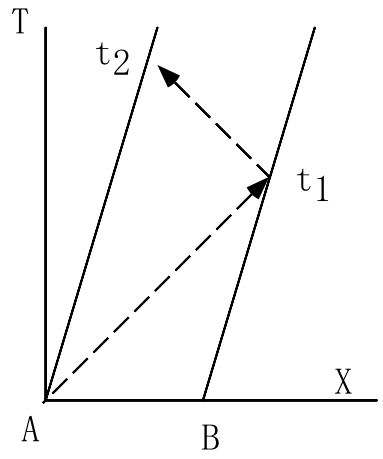

図 2.1　Einstein synchronization of clocks

e を決めるために, 時計の時刻合わせの方法として Einstein synchronization を用いる. 図 2.1 のように, S 系で離れて静止した 2 つの時計 A,B を考える.A は S 系では原点にあるとする. 時刻 $t = 0$ に A から B に出射された光が時刻 t_1 に B に届き, 折り返され t_2 に A に戻って来ることを考える. Einstein の方法では,

$$t_2 = 2t_1 \tag{2.4}$$

となる. すなわち,『S 系において, ある離れた点との間を光が往復するのにかかる時間はその往き帰りで変わらない.』と考える.

このとき,e は以下で示すように a, b, v を使って表現される.

A は S 系で静止しているので, 式(2.1) より

$$t_2 = aT_2 + e\ x|_{x=0} = aT_2. \tag{2.5}$$

B について,

$$t_1 = aT_1 + e\ x_1, \tag{2.6}$$

$$x_1 = b(X_1 - vT_1). \tag{2.7}$$

また,

$$X_2 = vT_2. \tag{2.8}$$

Σ系での光速の等方性から

$$X_1 = T_1, \tag{2.9}$$

$$X_1 - X_2 = T_2 - T_1. \tag{2.10}$$

以上の関係を用いて,

$$aT_1 + e\ b(1-v)T_1 = \frac{1}{2}aT_2. \tag{2.11}$$

よって e は次のように書ける.

$$e\ = -\frac{va}{(1-v^2)b} \tag{2.12}$$

2.1.2　絶対静止系に対して運動している系の計量

等方な絶対静止系であるΣ系における計量を次のようにとる.

$$dS^2 = -dT^2 + dX^2 + dY^2 + dZ^2 \tag{2.13}$$

更に,X 軸に平行に v で動く S 系における計量を次のように書く.

$$ds^2 = -{g_0}^2dt^2 + {g_1}^2dx^2 + {g_2}^2(dy^2 + dz^2) \tag{2.14}$$

式(2.1) により式(2.13) を変換し, 式(2.14) と比較する. また,Einstein synchronization により求まる e を代入し,v の 2 次までとれば,S 系における計量が求まる.

$$\begin{aligned} g_0 &= 1 - \left(\alpha + \frac{1}{2}\right)v^2 \\ g_1 &= 1 - \left(\beta - \frac{1}{2}\right)v^2 \\ g_2 &= 1 - \delta v^2 \end{aligned} \tag{2.15}$$

特殊相対論では $g_0 = g_1 = g_2 = 1$ となる (式(2.3))

2.1.3　絶対静止系に対して運動している系の光速

S 系を光が x 軸となす角θで進むときの速さを求める. 同期は Einstein の方法をとる.
ある時刻 t における光の位置 x, y は光速 $c(\theta)$ を使って次のように表現できる.

$$\begin{aligned} x &= c(\theta)t\cos\theta \\ y &= c(\theta)t\sin\theta \end{aligned} \tag{2.16}$$

Σ系で見ると, 光は

$$T^2 = X^2 + Y^2 \tag{2.17}$$

の光円錐上を進む.
式(2.1),(2.12),(2.16),(2.17) から,

$$c(\theta) = \frac{(1-v^2)b}{a\sqrt{\cos^2\theta + b^2/d^2\sin^2\theta(1-v^2)}}. \tag{2.18}$$

更に式(2.2) を用いて v の 2 次までとると,

$$c(\theta) = 1 + \left(\frac{1}{2} + \delta - \beta\right) v^2 \sin^2\theta - (1 + \alpha - \beta)v^2 \tag{2.19}$$

と書ける。

もちろん, 特殊相対論では $c(\theta)$ は 1 で, 空間は完全に等方的となる. また,$c(\theta + \pi) = c(\theta)$ となっている. つまり, 光速は進む向きの前後に依らない. また,v について 1 次の項は存在しない. これは,Einstein の方法で時刻合わせをしたことによる[1] .

式(2.19) の右辺第 2 項は, 光速が進む向きによって変化する事を示している. そこで, $1/2 + \delta - \beta$ は空間の異方性を示すパラメータであると解釈できる. また, 右辺第 3 項は, 絶対静止系に対する系の相対速度の変化により光速が変化する事を示している.

2.2　過去の検証実験

2.1.3 節で等方な絶対静止系に対し速度 v で動いている系から見た光速を定式化した. 式(2.19) のパラメータα, β, δは Michelson-Morley や Kennedy-Thorndike の実験などにより決定される [1], [2] . これらの実験は, 閉じた行路を往復する光の位相変化を測る v の Second-Order test である[2] .

2.2.1　Michelson-Morley の実験

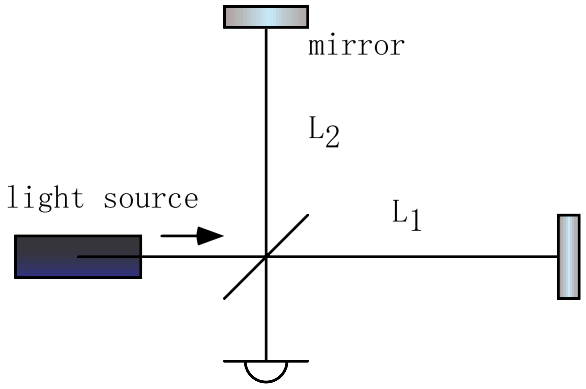

図 2.2　Michelson-Morley(Kennedy-Thorndike) の実験の概念図

Michelson-Morley の実験は, 直交する向きに進む光速の差, 空間の異方性を検出する実験である. 直交する 2 方向を進む光の光路差 $d\tau$は, 式(2.19) を用いて次のように書ける.

$$\begin{aligned} d\tau &= \frac{2L_1}{c(\theta)} - \frac{2L_2}{c(\theta + \pi/2)} && (2.20) \\ &= 2L_1\{1 + (1 + \alpha - \beta)v^2 - \left(\frac{1}{2} + \delta - \beta\right) v^2 \sin^2\theta\} \\ &\quad -2L_2\{1 + (1 + \alpha - \beta)v^2 - \left(\frac{1}{2} + \delta - \beta\right) v^2 \cos^2\theta\} && (2.21) \end{aligned}$$

[1] transport synchronization[10] をとると光速は v の 1 次, 進む向きの前後によるようになる

[2] First-Order test は transport synchronization によって実現でき,αの値が求められる [10][11]. ただし First-Order test は特殊相対論の検証実験とはならない.

$L_1 = L_2 \equiv$ Ł のとき, 上式は

$$d\tau = 2L\left\{\left(\frac{1}{2} + \delta - \beta\right) v^2 \cos 2\theta\right\} \tag{2.22}$$

となる． θは,S 系がΣ系に対して動く向きと光の進行方向とのなす角である. 複数のθについて式(2.22) で表される光路差を測定すれば, 空間の異方性を表すパラメータ $1/2+\delta-\beta$が求められる.

Michelson-Morley の実験 [1]

1887 年, Michelson-Morley は,2 つの直交するθについてそれぞれ光路差を測定した. これは, 一旦測定した後, 光学系を 90 度回転させて実現された. 結果は,

$$d\tau < 0.005\lambda \tag{2.23}$$

であった. ここで, 光の波長$\lambda = 6\ 10^{-7}$m である. エーテルと地球との相対速度を COBE(COsmic Background Explorer) による CMB(Cosmic Microwave Background) の観測結果から $v = 365$km/s とすれば[3] ,

$$\beta - \delta = 0.5 \pm 7 \times 10^{-4} \tag{2.24}$$

となる.

Brillet-Hall の実験 [4]

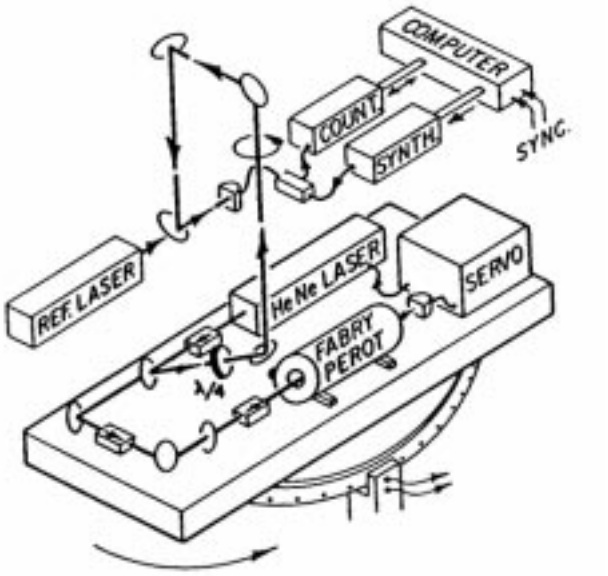

図 2.3　Brillet-Hall の実験の setup より引用

Michelson-Morley の実験の後, 更に精度良く$\beta - \delta$を求める実験がなされた [3]. その中で最も精度の高い実験は 1979 年に Brillet と Hall によって行われた. 実験のセットアップは図 2.3 のよう

[3]CMB の異方性の観測により得られた, 地球と絶対静止系との間の相対速度 [6, 7].

になっている．Fabry-Perot 共振器にロックした He-Ne レーザーと参照用の高安定レーザーとのビート周波数から, Fabry-Perot 共振器の光路長を求めることができる. この Fabry-Perot 共振器を連続的に回転させたときのビート周波数の変化から, 空間の異方性が精度良く測定できる.

より具体的に実験の原理を数式で言い換えると次のようになる．FP 共振器にロックしたレーザーの周波数$\nu_{\rm rot}(\theta)$ は n をある整数,l を共振器長として

$$\nu_{\rm rot}(\theta) = n\frac{c(\theta)}{2l} \tag{2.25}$$

と書ける. 共振器の回転に伴って光速が変化すると考えて$\nu_{\rm rot}$はθの関数として表した. この共振したレーザーの周波数を測定するために静止して置かれたある安定なレーザーとのビートをとる.

$$\nu_{\rm beat} = \nu_{\rm rot}(\theta) - \nu_{\rm ref} \tag{2.26}$$

このビート周波数をカウンターで測れば光速の回転に伴う変化が分かる.

この実験で得られた結果は, エーテルに対しての地球の相対速度を 365km/s として,

$$\beta - \delta = 0.5 \pm 3.4 \times 10^{-9} \tag{2.27}$$

であった.

まとめて, これまでの Michelson-Morley タイプの実験により得られた空間の異方性の上限値を表 2.1 に挙げる.

表 2.1　Michelson-Morley タイプの実験による空間の異方性の高精度測定．$\beta - \delta$の算出には $v = 365$km/s を使っている.

	$\beta - \delta - 1/2$	$g_2/g_1 - 1$
Michelson-Morley (1887)	$\pm 7 \times 10^{-4}$	$\pm 1 \times 10^{-9}$
Joo (1930)	$\pm 2 \times 10^{-5}$	$\pm 3 \times 10^{-11}$
Brillet-Hall (1979)	$\pm 3.4 \times 10^{-9}$	$\pm 5 \times 10^{-15}$

今回私達の行う実験の原理は Brillet-Hall の実験のと同じである．当時の実験と比べ, 高安定の共振器, 回転機構, 傾き制御機構などを用いてより精度の高い測定を目指す.

2.2.2　Kennedy-Thorndike の実験

v の second order test の例として, 次に Kennedy-Thorndike の実験について説明する [2]．この種の実験はこの論文の目指すものとは異なっている. しかし, Michelson-Morley タイプの実験では得られない情報が得られるという事で, 歴史的には非常に重要な実験である.

Kennedy-Thorndike の実験では, エーテルとの相対速度 v が変化したときの光速の変化 (もしくは長さの変化) を検出する. 光速の変化量はパラメータ $1 + \alpha - \beta$で表される.

この実験の基本的な setup は図 2.2 のようになっている．Michelson-Morley のそれと異なる点は, 干渉計の両腕の長さの相違にある．エーテルとの相対速度の変化 dv による干渉計の 2 本の腕

の間の光路長差は, 式(2.21) を使って

$$d\tau = 4(L_1 - L_2)(1 + \alpha - \beta)vdv \tag{2.28}$$

と書ける[4]. 地球の運動による v の変化に対しての干渉縞の変化を長期測定し, パラメータ $1+\alpha-\beta$ を求めることができる.

具体的に,Kennedy-Thorndike の実験では

$$2(1 + \alpha - \beta)v < 10\mathrm{km/s} \tag{2.29}$$

が, 最近行われた Hils-Hall の実験では,

$$2(1 + \alpha - \beta)v < 50\mathrm{m/s} \tag{2.30}$$

が得られている [5]. ここで, v=365km/s とすれば,

$$1 + \alpha - \beta < 1 \times 10^{-2} \quad \text{(Kennedy Thorndike 1932)} \tag{2.31}$$

$$< 7 \times 10^{-5} \quad \text{(Hils Hall 1990)} \tag{2.32}$$

と表される.

[4] $\beta - \delta = 1/2$ としている

第3章

実験の枠組

この章では, 本実験の枠組について説明する。

まず, 本実験の目的について述べる。

次に実験の原理について説明する. ここで,FP 共振器の共振状態へのレーザーの制御の方法とビート周波数の取得について論じる.

次に高精度の測定を妨げる各種の雑音について考察する. 雑音の影響の大きさを見積り, 雑音の低減方法について, Brillet-Hall の実験と比較しながら説明する. 実験の具体的なセットアップについては次章で説明する.

3.1 目的

本実験の目的は, 高精度の Michelson-Morley タイプの実験により, 高精度での特殊相対論の検証, もしくは, 空間の異方性を測定することである. 今までの最高感度は Brillet と Hall によって得られた,

$$\beta - \delta = 0.5 \pm 3.4 \times 10^{-9} \tag{3.1}$$

$$g_2/g_1 = 1 \pm 5 \times 10^{-15} \tag{3.2}$$

である [4]. 本実験では, この値より 1 桁精度の良い 10^{-16} の測定を目標とする.

また, この実験の直接の主旨とは異なるが, 以下の応用が期待される.

- 高安定レーザーの開発
  - 超高安定な共振器を用いて制御されたレーザーは, 超高安定となる. また, 同種のレーザーを 2 台用意するので, レーザーの安定性を容易に評価できる.

3.2 原理

空間の異方性は前章では光速の変化として表現したが, 長さの変化とも考えられる. 以後の議論では異方性によって長さが変化するとして話を進める.

異方性の測定実験は, Michelson-Morley タイプの実験をすることで実現される. すなわち, 回転に伴う光の往復時間の変化, 光路長の変化を検出すればよい.

実験の概念図は図 3.1 のようになっている.

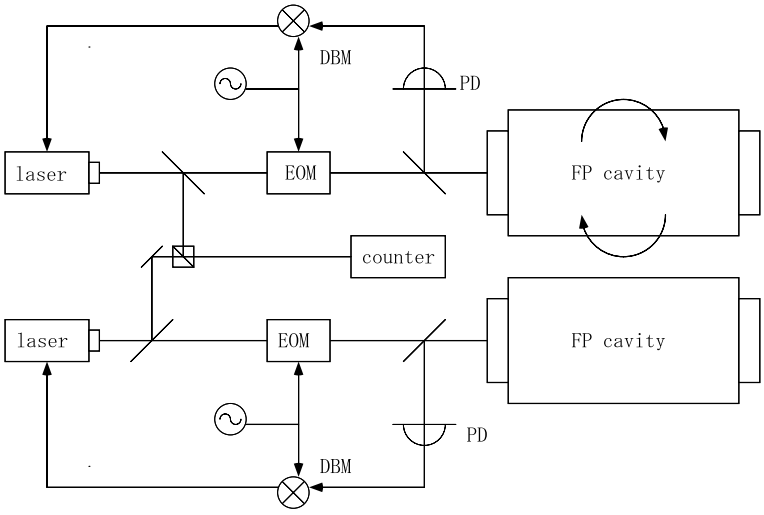

図 3.1 実験の概念図

2 台の Fabry-Perot 共振器と 2 台のレーザーを用意する.

Pound-Drever 法[1] によってそれぞれの共振器にレーザーが共振するようにレーザーの周波数を制御する. Pound-Drever 法では, 光の変調を用いる. 位相変調をかけて共振器へ入射させた光の共振器からの反射光を,Photo detector で検出し変調周波数と同じ周波数で復調する. すると復調信号は, レーザーの周波数と共振器の共振周波数との差に比例する信号を出力する. 特に, 共振状態では復調信号はゼロとなる. そこで, 復調信号がゼロとなるようにレーザーの周波数を制御すれば, 共振状態にロックできる.

レーザーの共振周波数ν は共振器長 l に応じて変化する (n は節の数).

$$\nu = n\frac{c}{2l} \tag{3.3}$$

共振器長が異方性以外の要因で変化しないような高安定な共振器を用意できれば, 共振器を回転させた時のレーザーの周波数変化の測定によって空間の異方性が分かる.

しかし, 周波数を測定するには, 安定な時刻, 周波数基準が必要である. さらに, 数 100THz もの高いレーザーの周波数を測る工夫も必要である. そこで, 周波数基準として静止した FP 共振器を用いてヘテロダイン検波する. 静止した共振器に Pound-Drever 法によりロックしたレーザー光と, 回転した FP 共振器にロックしたレーザー光とを干渉させる. この干渉光を PD で検出すると,2

[1] 詳細は補遺 B を参照.

つのレーザーの周波数の差をその周波数 (ビート周波数) 成分とする電気信号が得られる. こうして光の周波数をダウンコンバートすれば, そのビート周波数を市販のカウンターでも測定できる. かつ適度に安定な時刻基準で, 精度良く回転に伴う周波数変化を測ることができる. そしてその結果, 空間の異方性が求められる.

つまり,

$$l(\theta) = l\{1-\delta(\theta)\} \tag{3.4}$$

$$\tag{3.5}$$

で表現される異方性$\delta(\theta)$ は, 下式

$$\begin{aligned} \nu_{\rm rot}(\theta)-\nu_{\rm st} &= n\frac{c}{2l(\theta)}-n\frac{c}{2l} && (3.6)\\ &\sim n\frac{c}{2l}\delta(\theta) && (3.7)\\ &\sim \nu_0\delta(\theta) && (3.8) \end{aligned}$$

を利用して, ビート周波数 (左辺) の測定から求めることができる[2] . ここで, $\nu_{\rm rot}$,$\nu_{\rm st}$はそれぞれ回転共振器, 静止共振器に共振したレーザーの周波数, ν_0は Free Run のレーザーの周波数である.

3.3 雑音–見積りと対策

超高精度の異方性測定のためには, 共振器長を実際に変化させたり変化したように見せる種々の雑音を除去しなければならない.

先の Brillet と Hall の実験では以下の雑音が感度を制限していたと報告されている [4].

- 共振器の傾きの変化
  - 重力によって共振器が伸縮する.
- 共振器の回転速度の変化
  - 遠心力の変化により共振器が伸縮する.
- (空気揺らぎ)

他に温度変化による共振器長の変化の影響も無視できないはずである.

そこで, 本実験における各種雑音の影響と対策について考察する.

本実験に影響する雑音は大きく 2 つに分けられる.

1 つは,FP 共振器の回転に伴って生じる雑音である. 空間の異方性の情報は, ビート周波数の時間変化の中から共振器の回転周波数成分のデータを抽出したものの中[3] に含まれる. そのため, 共振器の回転に伴って生じる雑音は空間の異方性と直接関わる雑音となる. 回転にコヒーレントな雑音として以下の雑音が考えられる.

[2] 現実には, 2 つの共振器で節の数 n, 共振器長 l は完全に等しくないが, 本質的には上記の原理と変わらない.

[3] 正確には共振器の回転周波数の 2 倍

- 重力場に対する共振器の傾き
- 光軸に対する共振器のミスアラインメント
- 回転速度の変化
- ドップラー効果

2 つめは, 回転とはインコヒーレントな雑音である. 回転とは無相関に生じる雑音でもレベルが大きければ問題となる. 回転にインコヒーレントな雑音として以下の雑音が考えられる.

- 温度変化
- 空気揺らぎ
- 散射雑音
- レーザーの強度雑音, 周波数雑音

以上の雑音の中で共振器の傾き, 温度変化, 回転速度の変化などによる雑音を低減するために, 本実験では, それぞれに特徴的な各種機構を設けている.

共振器の傾きは, 油に浮いた鏡を用いて光てこの原理で検出し,PZT により制御する.

温度変化による共振器長変化を抑えるために, ある温度で熱膨張率がゼロとなる Clearceram 55 を共振器に用いて, 最適な温度に制御する.

光軸に対する共振器のミスアラインメント, 回転速度の変化, ドップラー効果による雑音は, 共振器を光源と一緒に離散的に回転させることによって排除できる.

その他, 空気揺らぎの影響は, 共振器を真空中に配置することで低減できる. 散射雑音は共振器のフィネス, 鏡の反射率を上げることにより低減できる.

また, 雑音源への直接的な対策の他に測定時間, データの蓄積により雑音を低減できる. 単純に考えれば, 共振器を N 回回転させれば, 雑音は $1/\sqrt{N}$ になる. 以後の議論では, データの蓄積によって精度が 100 分の 1 になることを想定して, 各種雑音を 10^{-14} に抑えることを目標の目安とする.

以下, 共振器の傾き, 温度変化, 回転速度の変化などによる雑音の見積りと対策について考察する.

本実験では影響の小さいことが予想される雑音については補遺 C で述べる.

3.3.1 共振器の傾き変化による雑音

見積り

回転に伴って共振器の傾きが変化すると, 重力の影響で共振器が伸縮し雑音となる. 共振器の傾きの影響について考察する.

共振器の傾き α により共振器の長さ方向に

$$f = \rho S l g \sin\alpha \tag{3.9}$$

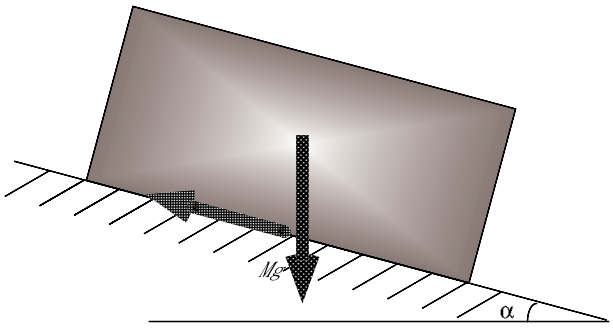

図 3.2　傾きによる共振器の変形

の力がかかる. ここでρ, S, l はそれぞれ共振器の密度, 断面積, 長さ,g は重力加速度である. 共振器のヤング率を E とすると, 傾きの変化 $d\alpha$ による共振器の長さ方向の伸縮は

$$\frac{dl}{l} = \frac{df}{ES} = d\alpha\frac{\rho g l}{E} \tag{3.10}$$

となる.

定量的に見積もるために共振器の材料についてのパラメータを代入する. Clearceram の密度, ヤング率にはガラスの値を用いる.

表 3.1　傾きによる共振器の伸縮の計算に必要なパラメータ

ρ	2.4×10^3 kg/m^3
E	7×10^{10} Pa
g	9.8 m/s^2
l	0.11 m

目標精度を $dl/l = 10^{-14}$とすると, 共振器の傾きの許容値は,

$$d\alpha = \frac{E}{\rho g l}\frac{dl}{l} \tag{3.11}$$

$$= 2.7 \times 10^{-7} \ \text{rad} \tag{3.12}$$

であることが分かる.

傾き制御

共振器の傾きは, 共振器の真上におかれた油の傾きを測定して検出される. 油の傾きは油に浮いた鏡と共振器の透過光を利用して, 光てこの原理で検出される.

検出された傾きは, 各共振器部を支える 3 本の PZT によって補正される.

制御の原理, セットアップの詳細は 4.3.1 節で述べる.

Brillet-Hall の実験との比較

Brillet-Hall の実験では傾きは制御していないようである.

3.3.2 温度変化による雑音

共振器材料 Clearceram の特性

温度変化による共振器の変形を低減するために, 共振器材料にオハラ製の Clearceram 55 または Clearceram Z を用いる. Clearceram は主成分であるガラス原料の他に種々の材料を混ぜ, ある温度で熱膨張率がゼロとなるようにしたものである. 温度と熱膨張率の関係を図 3.3,3.4 に挙げる.

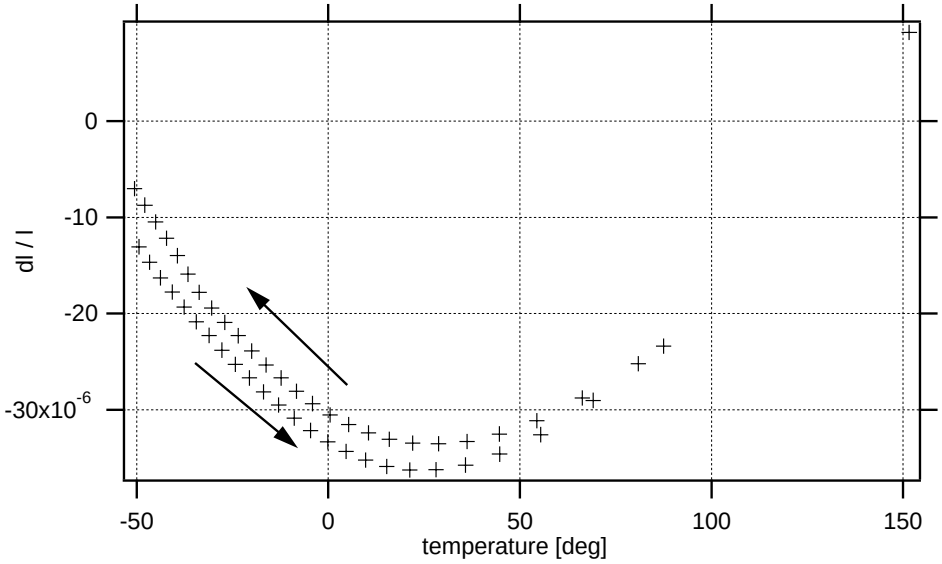

図 3.3 Clearceram 55 の相対熱膨張率. 矢印は温度をどの向きに変化させて測定したかを表す.

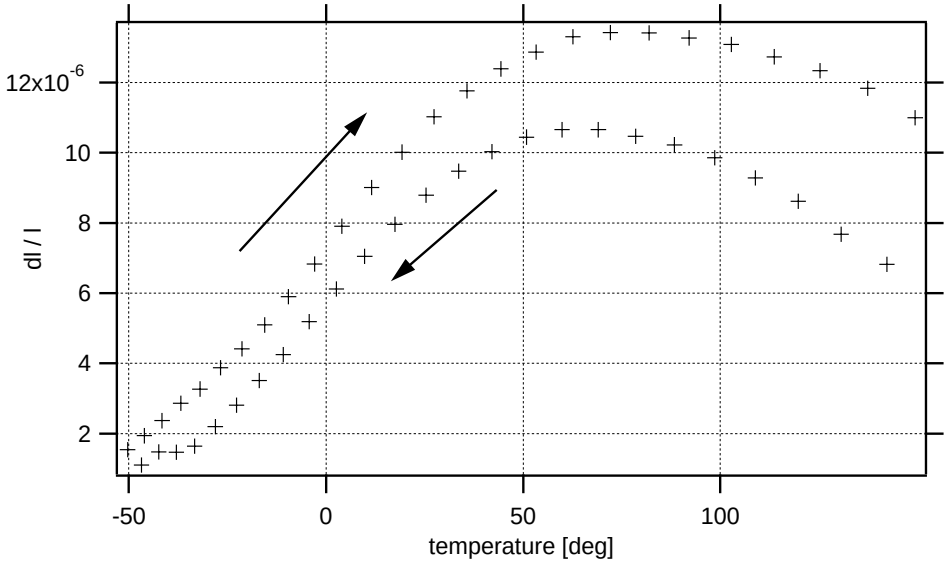

図 3.4 Clearceram Z の相対熱膨張率. 矢印は温度をどの向きに変化させて測定したかを表す.

特に Clearceram 55 は熱膨張率のゼロとなる温度が 25 度付近とほぼ室温であるため, 最適温度への引き込みが容易である. そこで Clearceram 55 を中心に実験を試みることにする. ただし, 後で述べる予備実験では, テストピースとして Clearceram Z を用いている.

要請値

図 3.3 のデータを用いて計算すると, 熱膨張率がゼロとなる最適温度から長期的に 0.1 度の範囲で温度制御できたとすれば,Clearceram 55 の熱膨張率は約 10^{-10} /deg となることが分かる. 共振器の回転周期約 100 秒にわたる温度変化量が 10^{-4}度であるとする[4] . すると, 共振器の回転周期付近での熱膨張の大きさは $\delta l/l = 10^{-14}$となる. よって, 最適温度から 0.1 度の範囲内で温度制御することを目標の目安とする.

温度制御の方法

次に温度制御の方法について説明する.

共振器は 3 段組の Al 台の最内に乗っている. 最下段の Al 台はマコールの上に乗り, 熱的に孤立している. また, 共振器は真空中にある. 以上の構造により, 温度変化の影響を受動的に抑制している.

更に共振器は Clearceram の最適温度に能動的に制御される. 共振器につけた白金温度センサーで温度を読み取り, ペルチェ素子を用いてコンピュータで制御する.

温度制御のセットアップの詳細は 4.3.2 節で述べる.

Brillet-Hall の実験との比較

本実験に対し Brillet-Hall の実験では, 装置全体が熱的に孤立した Al の囲いに覆われていた. 能動的に温度制御はされず, 温度安定性は 0.2 度であった

3.3.3 回転機構

回転機構は大きく分けて 3 つの特徴がある.

- 光源も共振器と一緒に回転
- ±180 度の範囲内を正反回転
- 離散的な回転

光源を共振器と一緒に回転させれば, 回転に伴うミスアラインメントやドップラーシフトの影響をなくすことができる. また, 共振器に入る偏光の向きは常に同じとなる.

±180 度の範囲内を正反回転させれば, ケーブルの巻き付きの心配がなくなる.

離散的な回転とは,1 回転あたり幾つかの特定の角度で静止するようにするものである. 静止したところでビートをとれば回転速度の変化の影響, ドップラーシフトの影響を排除できる.

[4] この値の根拠は 5.3 節参照.

Brillet-Hall の実験との比較

Brillet-Hall の実験では, 回転は連続的のため, 回転速度の変化の影響を受けていた. レーザー光源は共振器とともに回転しないため, ミスアラインメントやドップラーシフトの影響を受けていたと考えられる.

3.4 この章のまとめ

本実験では, 10^{-16}の高い精度での空間の異方性測定を目標とする.

実験の原理は, 高安定な共振器に共振したレーザーの回転に伴う共振周波数の変化から異方性の情報を得るというものである. 2 台の FP 共振器に 2 台のレーザーをそれぞれ共振させる. そして 2 台のレーザーの間のビート周波数測定から異方性を求める.

高精度の異方性測定のためには, 共振器は高安定でなければならない. そこで, 各種の雑音の低減が必要である. 本実験では、以下の 3 つの特徴的な機構により各種雑音の影響を低減する.

- 傾き制御
  - 油に浮いた鏡の傾きを光てこの原理で検出し, PZT で制御する.
- Clearceram の温度制御
  - ある温度で熱膨張率がゼロとなる Clearceram を共振器に用い, 最適温度に制御する.
- 特殊な回転機構
  - 離散的に±180 度に正反回転する回転台を用いる. 光源は共振器と一緒に回転する.

第4章

本実験のセットアップ

本章では, 実験の各種要素, 雑音の制御機構について詳述する.

4.1 セットアップの大枠

実験のセットアップは図 4.1,4.2 のようになっており, 各部分をその配置から 3 つに分類して, 次のように呼ぶ.

- 回転共振器部
- 静止共振器部
- ビート周波数取得部

回転共振器部, 静止共振器部の構成は, 回転の有無を除けば本質的には同一である.

また, セットアップを機能で分類すると, 大きく 2 つに分けられる.

- 光学系
  - 共振状態へのレーザー周波数の制御系
  - ビート周波数取得系
- 機械系
  - 傾き制御機構
  - 温度制御機構
  - 回転機構
  - 真空機構

〇光学系

光学系は異方性測定の核となる部分である. 2 つの共振器にロックさせた 2 つのレーザーの間のビート周波数測定から空間の異方性の情報を得る.

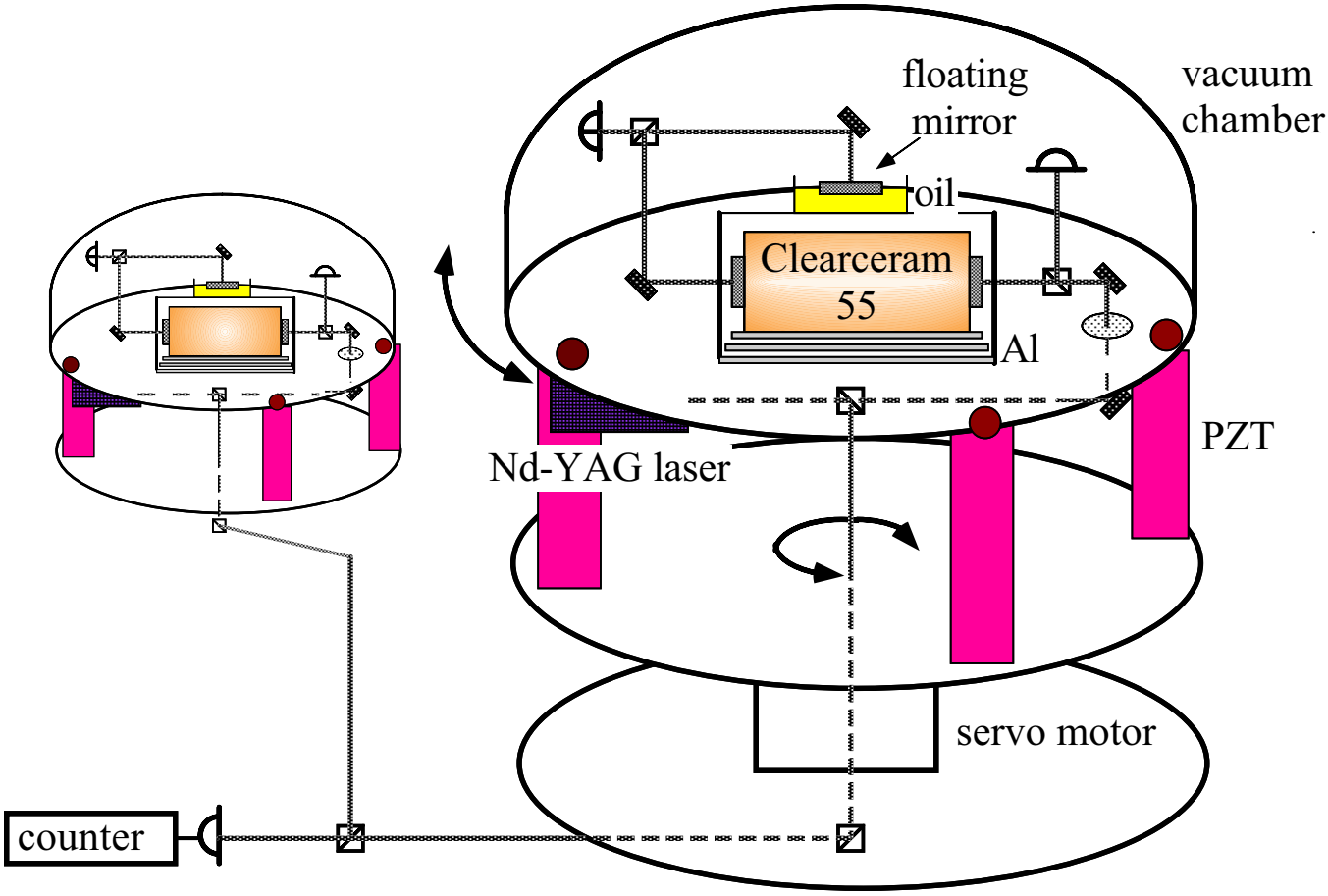

図 4.1　本実験のセットアップの概形. 本論文では, 図中右の部分を回転共振器部, 左上を静止共振器部, 左下のカウンター,PD,BS の部分をビート周波数取得部と呼ぶ.

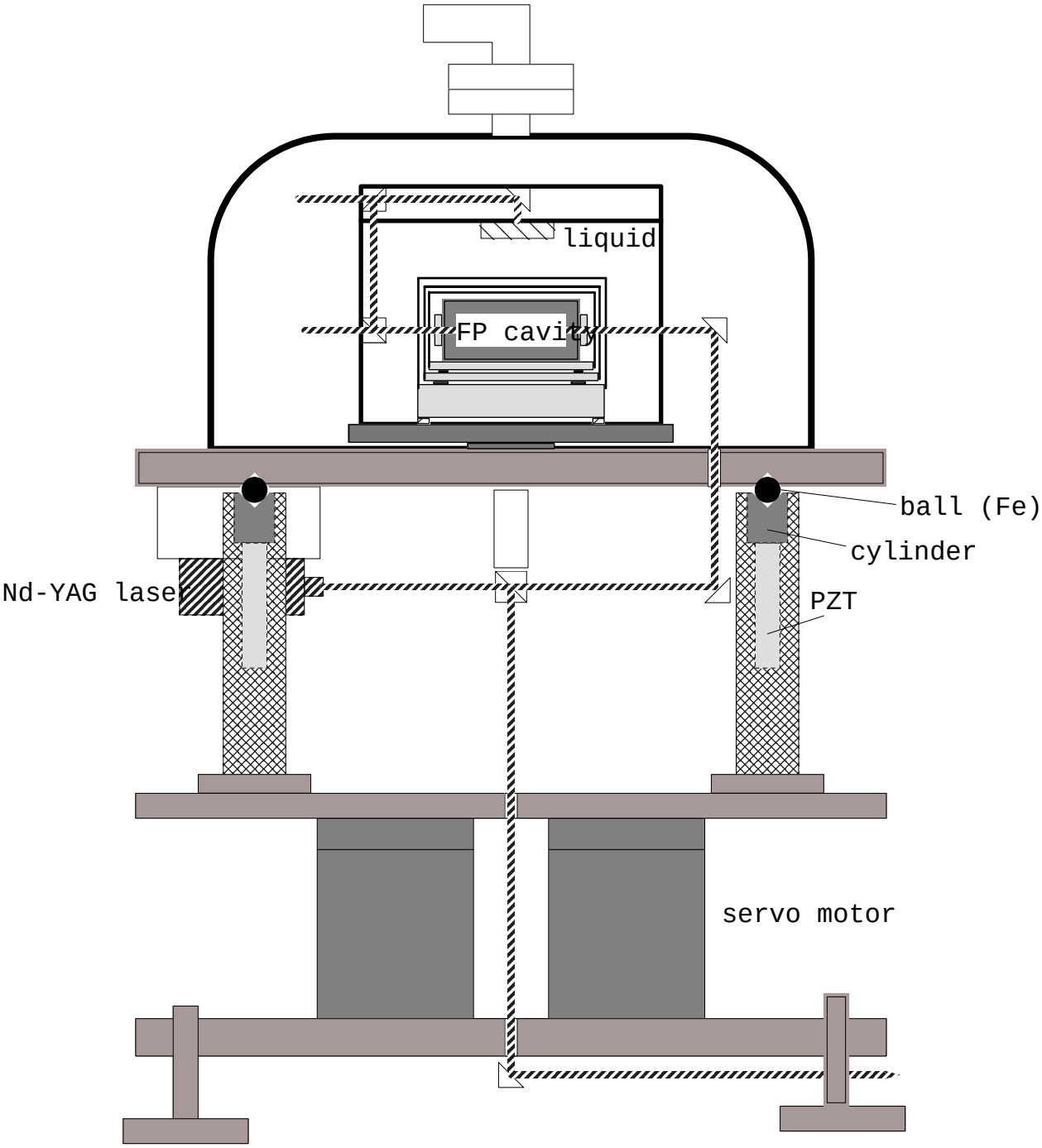

図 4.2　回転共振器部の構造

回転共振器部, 静止共振器部にはそれぞれ独立してレーザー, 共振器などが置かれる. それぞれの共振器に共振したそれぞれのレーザー光の一部は, 共振器部の外に分けられビート周波数取得部に入る. そこで,2 つのレーザーが干渉し, 干渉光は PD で検出される. 検出信号はカウンターに入力され,2 つのレーザー間のビート周波数が測定され, 空間の異方性の情報が得られる.

これらの共振器部の上段テーブルには, その下面にはレーザー光源が取り付けられる. 共振器は上面におかれ, 真空中にある. レーザーは窓板を通して上面に打ち上げられ, 共振器に共振するように制御される. このレーザー光は一部が共振器部の中心を通るように分けられ, ビート周波数取得部に進む.

○機械系

機械系は, 傾き制御機構, 温度制御機構, 回転機構, 真空機構に分類される. そのうち, 真空機構を除いた 3 つの機構は, 本実験における特徴的なシステムであり,Brillet-Hall の実験で問題となった雑音の低減が期待される.

以下, まず実験の核となる光学系について詳述する. 続いて, 特徴的な 3 つの機構を含む各種機械系について説明する.

4.2 光学系

4.2.1 光学部品

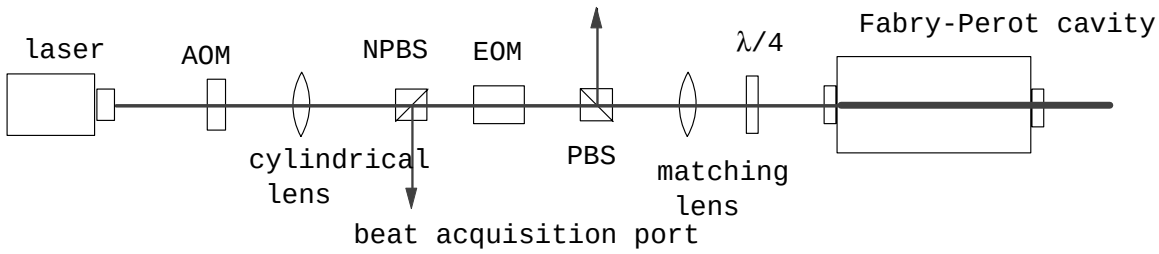

図 4.3 光学系のセットアップ

光源

光源として Lightwave 社の MISER(Monolithic Isolated Single-mode End-pumped Ring laser) が使われる. これは LD 励起,Nd-YAG laser で, 波長は 1064nm の赤外である. 本研究室に 3 台あるうちの 2 台を今実験に用いるが, 現時点ではどれを用いるか決定されていない. 3 台はそれぞれ,model 120 の 4mW 出力, model 120 の 40mW 出力, model 126 の 50mW 出力レーザーである. これらのレーザーのビームプロファイルをナイフエッジ法を用いて測定したところ, 図 4.4 のような結果が得られた.

レーザーの周波数は共振器に共振するように 2 つの端子を通して制御される.

- PZT 端子

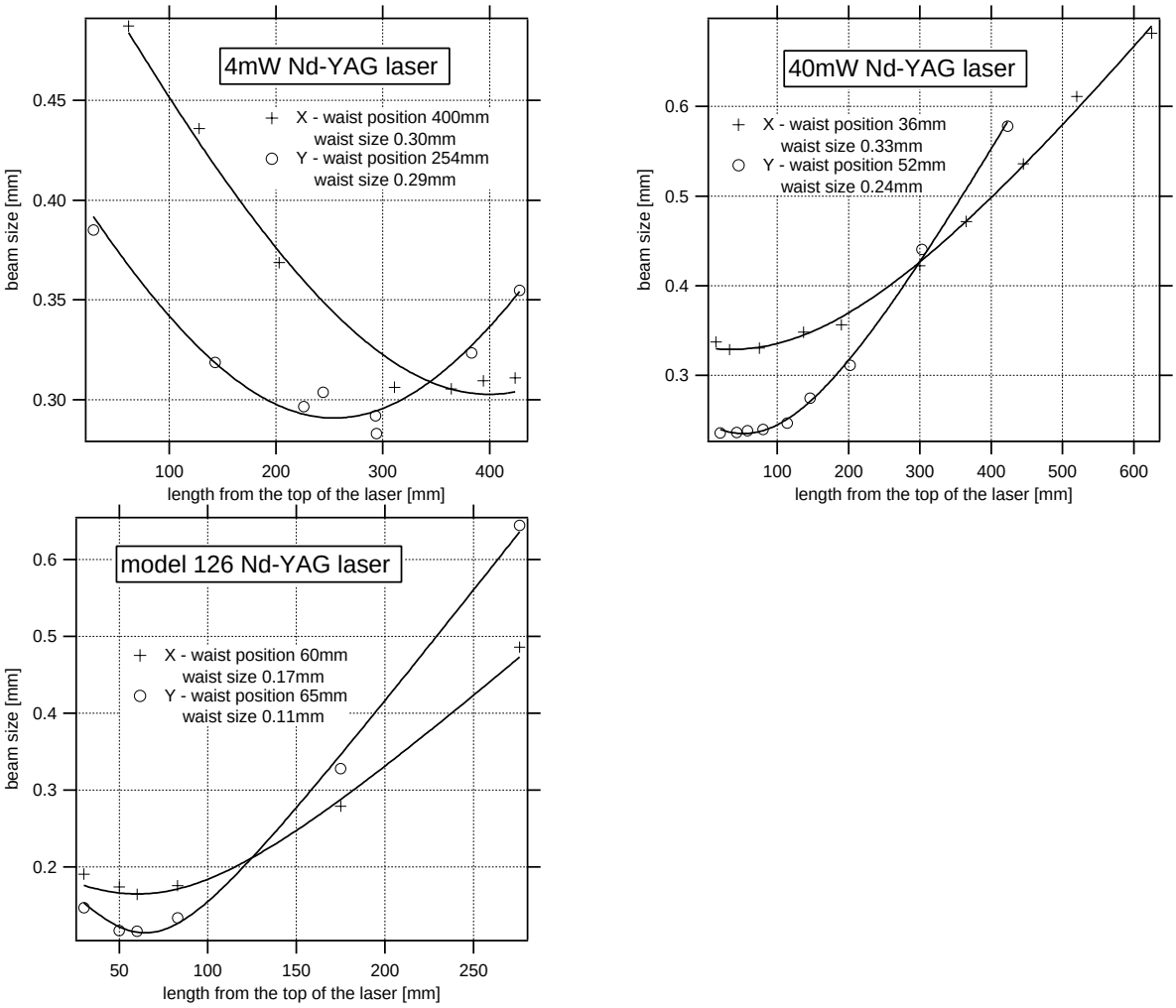

図 4.4　MISER のビームプロファイル. 実線はフィッティングによって得られた線である.

- YAG の結晶につけられた PZT に電圧をかけることでレーザーの周波数を変化させることができる. 帯域約 100kHz と広いので速い制御ができる. しかしダイナミックレンジは広くはないため, 長時間に渡ってロックをし続けるのは難しい.

- 温調端子
  - 結晶の温度調節により周波数を変えられる. 応答は 1 秒以上と遅いが, ダイナミックレンジが広いため長期制御に有効である.

共振器

共振器はオハラ製で, 共振器のスペックは表 4.1 の通りである.

表 4.1　共振器のスペック

材質	Clearceram 55 または Z
形状	直方体
長さ	110mm
奥行き	50mm
高さ	50mm

共振器用の鏡は,REO 社製で, スペックは表 4.2 のようになっている. フィネス[1] は公称 $10^5 \sim 10^6$ とのことだが, 表ではフィネスを 10^5 として反射率などを計算した. 前後の鏡で反射率は等しい. 鏡は Clearceram に optical contact される.

表 4.2　共振器用鏡のスペック

直径	1 inch
front mirror	flat r_{F}=0.999984
end mirror	concave R=500mm, r_{E}=0.999984
フィネス	10^5
縦モード間隔	1.36 GHz

AOM

AOM(Amplitude Optical Modulator) は光源から出た光が光源に戻って挙動を不安定にさせないようにするために, isolator の代わりに使われる. 80MHz だけ周波数のずれた 1 次光を用いると, 共振器で反射し帰ってきた光は光源からの光と結合しない. AOM には brimrose 社の IPF-80-20-1060 を,AOM 用ドライバーには FFF-80-B1(2)-F1 を用いた.

[1] 補遺 A を参照.

EOM

EOM(Electro Optical Modulator) は光の変調に使われる. 今実験では,15MHz を変調周波数とする. 今実験では,New Focus の 4003 を用いた. 材質は $LiNbO_3$である.変調指数は印加電圧に対して,0.1 ∼ 0.3rad/V の関係で変化する.

NPBS

NPBS(Non-Polar Beam Splitter) は共振したレーザー光の一部をビート周波数取得用に分けるために用いられ, 上段テーブルの下面の中心に置かれる.10% 反射した光は, 中心を下に進み, 静止した最下段のプリズムで跳ねられ, もう一方の光と干渉する.

モードマッチング用レンズ

共振器のモードにレーザーのモードを一致させるために, モードマッチング用のレンズを使う. また, 光の進む向きと直交する 2 方向のモードを揃えるためにシリンドリカルレンズも用いられる.

4.2.2 ビート周波数取得部

それぞれの共振器部から出た光は NPBS で干渉し,PD で検出される.

共振器の縦モード間隔は 1.36 GHz であるため, ビート周波数は最大 1.36 GHz と非常に高い. そこで高帯域の PD とアンプが組みになった New Focus 社の 1611-AC を使う. しかし, この PD セットの-3dB 帯域幅は約 1.2GHz であるので,1.36 GHz では効率が悪い可能性がある.

ビート周波数用のカウンターとしては HP の 53181A+option015 を用いる. 測定できる最大周波数は 1.5GHz である.

4.3 機械系

4.3.1 傾き制御機構

3.3.1 節で見積もったように, 共振器の傾きは

$$d\alpha = 2.7 \times 10^{-7} \text{ rad} \tag{4.1}$$

以内に抑えられなければならない.

共振器の傾きを補正する機構は図 4.5 のようになっている.

共振器の傾きは光てこの原理を使って検出される. 共振器が傾くと, 共振器からの透過光は同じように傾く. 一方, 液面は傾きによらず, 重力の等ポテンシャル面に沿って広がっている. そこで, 透過光を液面に反射させ, 帰って来た光を 4 分割 PD で検出すれば, 共振器の傾きが分かる. 実際は液面反射でなく, 感度の良さから液面に鏡を浮かせそれに反射させるようにした[2] . 液体には油を用いている. さらに, 油は回転中心である共振器の上に置いた. これは, 回転に伴って, 浮いた鏡が遠心力で動くのを防ぐためである.

[2] 5.2 節参照

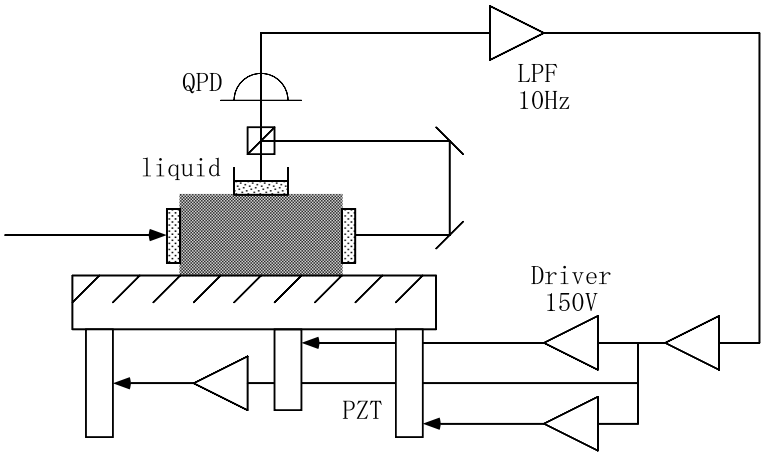

図 4.5　傾き制御のダイアグラム

傾きの検出信号は LPF(Low Pass Filter) で高周波成分が落とされる. 遮断周波数は約 10Hz である. これは, 共振器が約 1 秒おきに回転動作を行うという性質上,1 秒より速い制御が必要になるからである.

検出された共振器の傾きは, それを支える 3 本の柱の中の PZT で補正される. 柱の構造は図 4.2 のようになっている. PZT の長さを変化させるとシリンダーが上下し定盤の傾きが変化する. 柱と定盤との接合部を鉄球で受ける構造にすることにより,PZT の長さ変化によって接合部は滑らかに動くことが期待される. この PZT に最大 150V の電圧を加えると約 68μm だけ長さが変化する. よって数百 rad の傾きを補正できることになる.

4 分割 PD には EG&G の UV-140-BQ-4 を用いる. 量子効率は約 0.2A/W, 受光面は 1 窓あたり 2.5mm 四方の大きさである. ここで用いる回路は図 D.6,D.7 のようになっている.

4.3.2　温度制御機構

温度変化による共振器の伸縮を防ぐため, 共振器の温度を制御する.

共振器材料には室温のある温度で熱膨張率がゼロとなる Clearceram を用い, その最適な温度に制御する.

温度制御の原理

温度制御は図 4.6 のような原理で行う. 以下, 温度検出部, 温度制御操作部,Thermo-module 駆動部に分けて温度制御の原理について説明する.

●温度検出部

温度センサーには白金薄膜抵抗を用いた. 抵抗値は約 1kΩ, 温度依存性は 3850 ppm/deg である. この抵抗に, 図 D.4 のような定電流源から 0.5mA の電流を流す. この回路に用いられている 5V の定電圧リファレンスは 2ppm/deg,10kΩの抵抗は 5ppm/deg の高い温度安定性をもつ.

そして, 定電流を流したときの白金抵抗にかかる電圧を, 4 線式で DMM(Digital Multi-Meter)

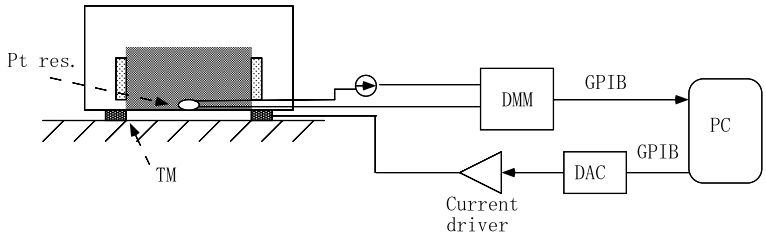

図 4.6　温度制御のダイアグラム

を用いて測定する.

DMM で測定された電圧は GPIB を通して PC で取得され, 温度が計算される.

●温度制御操作部

PC では更に PID(Proportional Integral Differential) 制御により操作量を計算し,GPIB を通して DAC(Digital-Analog converter) に出力される.HP のソフトウェアである VEE をプログラムに用いた.

● Thermo-module 駆動部

PC の計算に基づき DAC から出力された電圧信号は, 電流駆動回路に入力される. その回路図は図 D.5 のようになっている.TM(Thermo-module, ペルチェ素子) には最大±1A 弱の電流が流れる. TM に電流を流すと,TM は両端に温度差を作り, 一方を暖め, 他方を冷やす. TM に流す電流の向きを変えることで, 共振器の冷暖が 1 つの回路で両方できる.

温度制御機構のセットアップ

温度制御における, 共振器周りのセットアップは具体的には図 4.7 のようになっている.

共振器は 3 段組みの Al の台の最内に乗っている. 最下段の Al はマコールの上に乗り共振器全体が熱的に孤立している.3 段の Al 台はそれぞれ TM で接合されている. また, 各段には同じく Al の覆いがされ, 外部からの熱放射の影響を防いでいる. また, 真空中にあるため温度変化の大きさが小さい. これらの理由により, 外界の温度変化の影響が効きにくくなる.

さらに, 共振器の乗った最も内側の Al の温度は, それに接している TM により温度制御される. また, 中段の Al の温度はその下の TM で温度制御される.

温度センサーは制御対象として, 共振器下側面と中段 Al 台上につけられる. 他にモニターとして, 共振器上部, 下段 Al 台, 定盤の上にもつけられる.

4.3.3　回転機構

回転機構は大きく分けて 3 つの特徴がある.

- 光源も共振器と一緒に回転
- ±180 度の範囲内を正反回転
- 離散的な回転

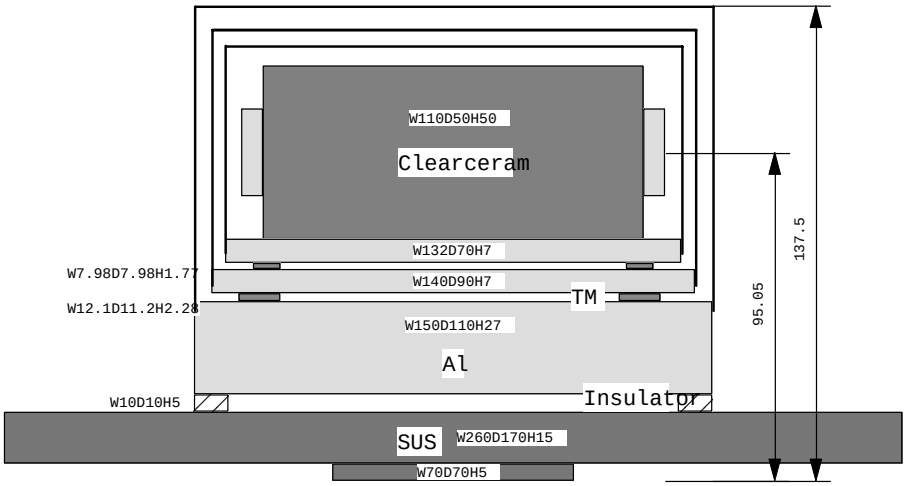

図 4.7　温度制御機構のセットアップ

光源を共振器と一緒に回転させれば, 回転に伴うミスアラインメントやドップラーシフトの影響をなくすことができる. また, 共振器に入る偏光の向きは常に同じとなる. 本実験では, 光源は他の光学素子とともに上段の定盤の下面に取り付けられる. そして, 光源から出た光は窓板を通して定盤の上面に打ち上げられ, 共振器に入射される.

±180 度の範囲内を正反回転させれば, ケーブルの巻き付きの心配がなくなる.

離散的な回転とは,1 回転あたり幾つかの特定の角度で静止するようにするものである. 静止したところでビートをとれば回転速度の変化の影響, ドップラーシフトの影響を排除できる.

また, 回転毎に静止する角度がずれては困るので, 優れた繰り返し位置決め精度が要求される. さらに共振器の傾きは雑音を引き起こすので, 面振れの小ささも必要である.

以上の要請を満たす回転台として THK 社のα50 を選んだ. この製品は以下のような特徴を持つ.

- 繰り返し位置決め精度 ±2 秒
- 位置決め精度 30 秒
- 面振れ 0.005mm
  - 大きさが 310mm×310mm なので, 角度にして 16μrad(3 秒).
- ダイレクトドライブ方式
- 光学式エンコーダー内蔵
- 両方向の回転が可能
- 中空構造
  - 回転中心上を光を通すことができるので, 回転台から静止したところに光を出すのが容易. さらに配線にも利用できる.

本実験では回転周期は約 100 秒, 静止点数は約 40 点を想定している. おのおのの静止点では約 1 秒間静止し, ビート周波数を取得した後, 次の静止点まで約 1 秒で移動する.

4.3.4 真空機構

共振器の乗った上段テーブルの上は, 空気揺らぎを防ぐため真空にされる. ロータリーポンプで真空に引かれ, 真空度はピラニーゲージで測定される. 真空度は約 1Pa 程度にされる.

第5章

異方性測定のための予備実験

今はまだ, 異方性の長期測定の段階ではなく, 各種の予備実験をしている段階である. 異方性の測定には主に以下の予備実験が必要である.

- 光学関連の実験
  - 共振状態へのレーザーの制御
  - ビート周波数の取得
- 雑音低減のための実験
  - 傾き制御
  - 温度制御
  - 回転機構
- データ解析手法の構築

この章ではこれまでに行った異方性測定のための予備実験について述べる. 内容は,

- 共振状態へのレーザーの制御
- 傾き検出機構の開発と評価
- 温度制御

である.

5.1 共振状態へのレ ザ の制御

Pound-Drever 法を用いて共振器へのレーザーのロックのための実験を行った.

実際の異方性測定と同様のセットアップで, 各種光学素子を配置した. 共振器は定盤の上面に配置し, 光源,EOM など共振器以外の光学素子は定盤の下面に取り付けた.

レーザーには,model 120 4mW MISER を用いた. 共振器と共振器用鏡はテストピースを使用した. 共振器用鏡には強度反射率が公称約 0.99999 の鏡を, 共振器には Clearceram Z を用いた. その他のスペック, つまり共振器長, 鏡の曲率などは 4.2.1 節で述べた通りである.

5.1.1 レ ザ 周波数の制御

図 B.1 のような流れで共振器にレーザーをロックさせる.

Photo detector として, 浜松ホトニクスの S1223-01 を用いた. 量子効率は 0.3A/W @1064nm, 受光面の大きさは 3.6mm×3.6mm, 遮断周波数は f_c =20MHz である. 共振器からの反射光を検出し, そのうちの変調周波数成分を抽出する回路を図 D.1 に挙げる.

つづいて光電流の復調回路を図 D.2 に挙げる. 信号発生器からの 15MHz の変調周波数信号を分岐し, 一方は EOM に入力する. 他方は, フェーズシフターを通した後,DBM の局所信号入力 (LO) に入力させる. フェーズシフターは復調位相を調節するのに用いる. 検出した光電流のうち変調周波数成分をもつ信号を, DBM の RF に入力し復調する.

復調信号は図 D.3 のような適当なフィルターを通して, レーザーの PZT 端子と温調端子に入力され, レーザーの周波数が共振器にロックするように調節される. 共振状態への引き込みには PZT 端子のみが用いられる. ロックした後に温調の制御も加わり, 長期に渡ってロックが外れないようになる.

以上のような制御系の構築により, 長期間のロックが実現できた.

5.1.2 共振器の特性評価

レ ザ の周波数掃引による測定

レーザーの PZT 端子への印加電圧を掃引し周波数を変化させたときの, 共振器からの透過光の強度変化をデジタルスコープを用いて測定した. 結果は図 5.1 のようになった. 15MHz で位相変調をかけているために,carrier のピークの前後に 2 つの sideband を表す小さなピークがわずかに見える. これらのピーク高さの比から変調指数 m が分かる. 実際の測定では掃引時間と透過光強度の関係が測られるが, sideband と carrier の時間間隔を変調周波数に校正して, 周波数と透過光強度の関係に変換した. また, 掃引電圧も同時に測ることで,PZT への印加電圧 V_{PZT}から周波数への変換効率も計算できる. 共振器のフィネスは, この結果と式(A.12) を用いて求められる.

以上の結果をまとめると表 5.1 のようになった.

表 5.1

$\Delta\nu/V_{\mathrm{PZT}}$	4.16 MHz/V
m	0.47 rad
$\mathcal{F}$	47600
$r_{\mathrm{F}}r_{\mathrm{E}}$	0.999934

伝達関数の測定

共振状態における, レーザーの PZT 端子への印加電圧 V_{PZT}から誤差信号 V_{sig}への伝達関数をスペクトルアナライザーを用いて測定した. 結果は図 5.2 のようになった.

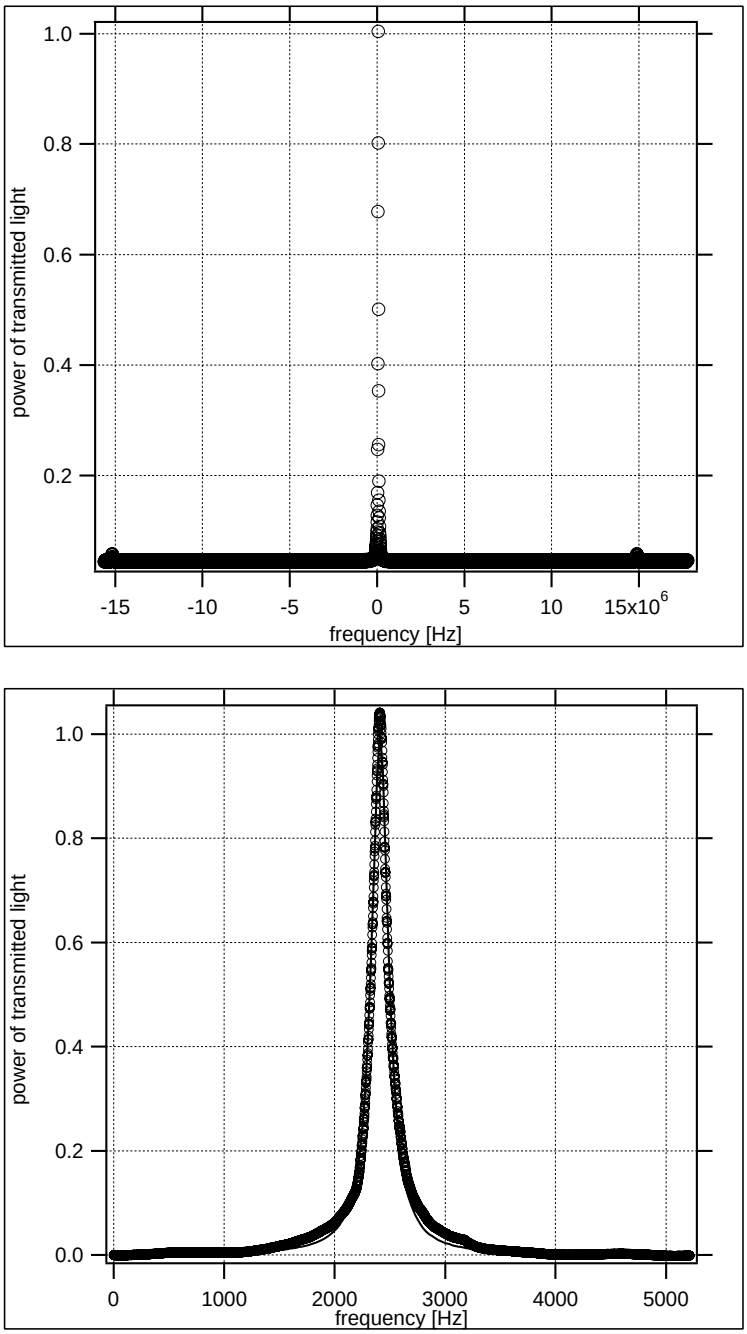

図 5.1　周波数掃引による測定結果. 下は carrier の共振周波数付近を拡大した図.

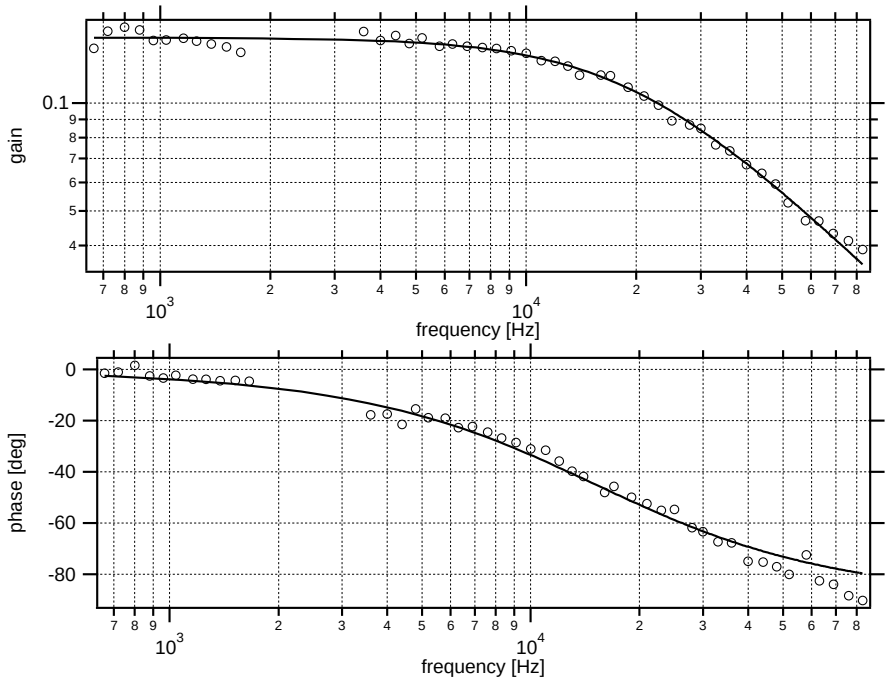

図 5.2　PZT への印加電圧から誤差信号への伝達関数. 実線は 1 次の位相遅れ要素をもつとしてフィッティングしたもの.

共振器の応答は 1 次の位相遅れ要素によって表されるので, この伝達関数を 1 次の位相遅れ要素をもつとしてフィッティングした. 結果を図 5.2 に挙げる. これから遮断周波数を求めると約 20kHz となり, 共振器のフィネスは 34000 と計算された. この結果は周波数掃引の結果と大体合っていると言える.

鏡のロス

共振状態における透過率をパワーメーターで測定したところ,0.25%であった. 式(A.12) と周波数掃引により得られた反射率の結果を用いて透過率を求めると,$t_{\mathrm{F}}t_{\mathrm{E}} = 3.3 \times 10^{-6}$となる. 前後の鏡の反射率, 透過率, ロスが等しいと仮定すれば, 鏡のロス L は,

$$L = 1 - t^2 - r^2 \tag{5.1}$$

$$= 1 - 3.3 \times 10^{-6} - 0.999934 \tag{5.2}$$

$$= 63 \text{ ppm} \tag{5.3}$$

と計算される.

5.2　傾き検出機構の開発と評価

今実験に対する予備実験として, 傾き検出機構の開発と評価を行った.

実験の結果, 油に浮かせた鏡の反射を用いて傾きを検出する方法が地面の傾斜に対する感度の点

で優れていることが分かった. 結果は, 要求を十分満たすものではなかった. しかし, 更なる追試により, 同様の機構を異方性測定に使用できる見通しがついた.

傾き検出機構には主に次の 2 点が要求される.

傾き変化に対する応答の速さ

共振器の回転構造, データ取得の都合上, 共振器の回転の後,1 秒程度で傾きが検出できる状態になくてはならない. つまり傾きの変化に対する応答が速いことが要求される.

高感度の傾き検出

3.3.1 節で見積もったように, 精度良く異方性を測定するには, 10^{-7}rad という非常に高精度の傾きを検出しなくてはならない.

また, 回転が止まっている約 1 秒の間に傾きを補正する必要から, 10Hz 付近まで制御帯域がなくてはならない. そこで, 数十 Hz まで傾きに対して高い感度があることが要求される.

5.2.1 セットアップ

そこで, 傾きの感度と応答の速さの 2 点について, 傾き検出機構の評価を行った. 実験のセットアップは図 5.3 のようになっている.

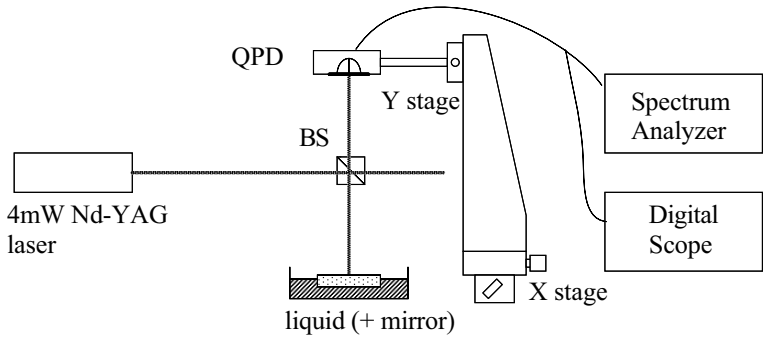

図 5.3 傾き検出機構のセットアップ

レーザー光源から出た光は BS で分けられ, 液面 (もしくは液面に浮いた鏡) で反射する. 反射光は上に進み,QPD(Quadruple Photo Detector,4 分割 PD) で検出される. QPD は受光面が 4 つに分かれており, それぞれに流れる光電流を加減計算することで, 光の当たる位置が分かる.

傾き検出の原理としては, 光てこの原理を用いている. QPD やロッドは, 台が傾くとそれと追随して傾く. 一方, 液面や液体に浮いた鏡の傾きは, それが乗った台の傾きが変化しても変化しない. そのため台の傾きが変化すると,QPD に入射する光の位置が変化することになる. よって QPD の出力から, 台の傾きが検出できる.

QPD からの出力はスペクトルアナライザーやデジタルスコープに入力される. スペクトルアナライザーで測定すれば, 傾きの感度のパワースペクトルが分かる. 台が傾いたときの変化をデジタルスコープで測定すれば, 傾きに対する応答の速さが分かる.

QPD につけたマイクロメーターを動かし QPD 出力電圧の位置依存性を調べることにより, 角度の校正をした.

実験では, レーザーには 4mW の MISER を用いた.QPD としては, 浜松ホトニクスの S4349 を用いた. この QPD は受口径は約ϕ5mm と広いものの, 量子効率は,1064nm の波長域で約 0.025A/W と低い.

5.2.2 傾きに対する感度

QPD からの出力をスペクトルアナライザーで測定し, 傾きに対する感度を調べた. そして, 測定された感度は, 実際の地面の角度揺れを反映しているかを考察した.

液面反射による傾き検出

まず, 反射体として液面を用いて傾き検出の感度を調べた. 液体には水銀と油を用いた. 油には油拡散ポンプ用のものを用いた. 結果は図 5.4, 図 5.5 のようになった.

感度の参照実験として, 日本航空電子の FOG(Fiber Optical Gyroscope) を用いた角加速時計でも傾斜を調べた. 液面を用いた傾き検出感度は,FOG の感度より悪いことが分かる. さらに, この FOG の感度のパワースペクトルには何ら構造がないので, この FOG でも地面の角度揺れを検出できていないと推察された.

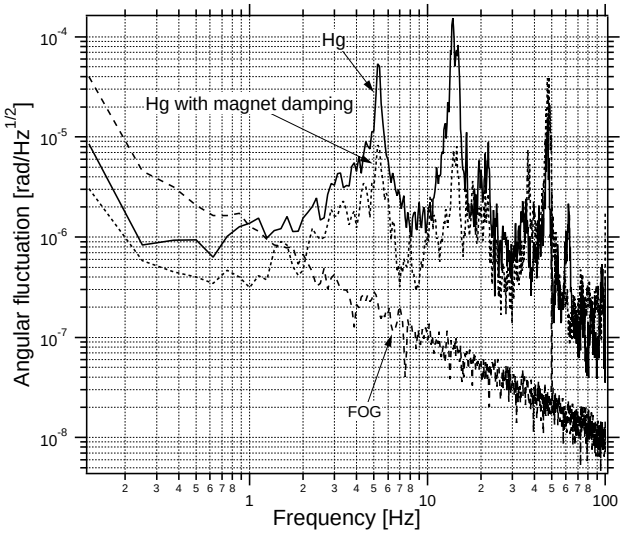

図 5.4　水銀の液面反射を利用した時の傾き検出感度

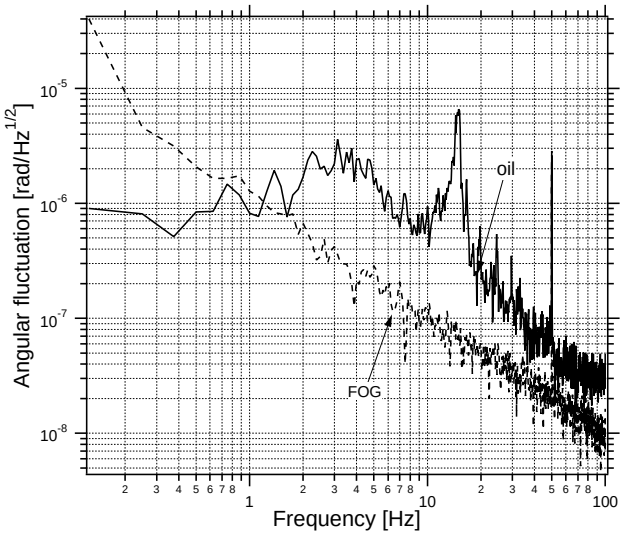

図 5.5　油の液面反射を利用した時の傾き検出感度

液面反射の傾き検出感度が悪い原因について, 以下のように考えた.

液面は局所的には波が立っており, 地面の角度揺れでなくその波を検出してしまっている. 更に波の立ち方として次のシナリオが考えられる.

- 液体を入れた容器は有限の大きさであるため, 地面が並進揺れしたとき, 容器の端面では大きな波が立つ. つまり, 並進揺れが結合した雑音が生じている.

- 液体はある周波数で共振しており, その周波数で大きく波が立つ. ここで, その周波数は. 液体の性質, 容器の径, 深さ, 重力の大きさなどに依存する.

そこで, 感度を上げるための対処法として以下の方法を試みた.

○ 水銀容器の下に磁石をつけることで水銀面の微動を抑える (magnet damping).

○ 液体の入った容器を吊し, 並進揺れを抑える. これにより, 並進揺れと結合する雑音が抑えられるかもしれない.

○ 局所的な揺れ, 波を検出しないようにするため, 鏡を浮かせ液面の局所的な傾きを平均化して検出するようにする.

Magnet damping をしたときの結果を図 5.4 に挙げる. ピークの周波数では約 1 桁, 他の帯域でも数倍に感度は上がっている. しかし, それでも FOG より感度は悪い.

つづいて, 長さ 25cm のワイヤーで容器を吊して測定もしたが, 大きな改善はなかった.

そこで第 3 番目の, 鏡を液体に浮かせる方法を試みた.

油に浮いた鏡の反射による傾き検出

油に浮かせた鏡の反射を利用して傾き検出の測定を行った. 油容器の径はϕ60mm,鏡の径はϕ27mmである. 鏡は一般的な Al の鏡を用いた.

測定結果は図 5.6 のようになった. 測定をしている中で, 傾きの感度は油の深さ依存性があることが分かった. 図の 2 つの線は,1 つは深さが 5mm, 他方は深さ 11mm の油に鏡を浮かせたときの感度曲線である[1] . 深さが浅いほど, 特に数 Hz のピークの周りで感度が良いことが分かる.

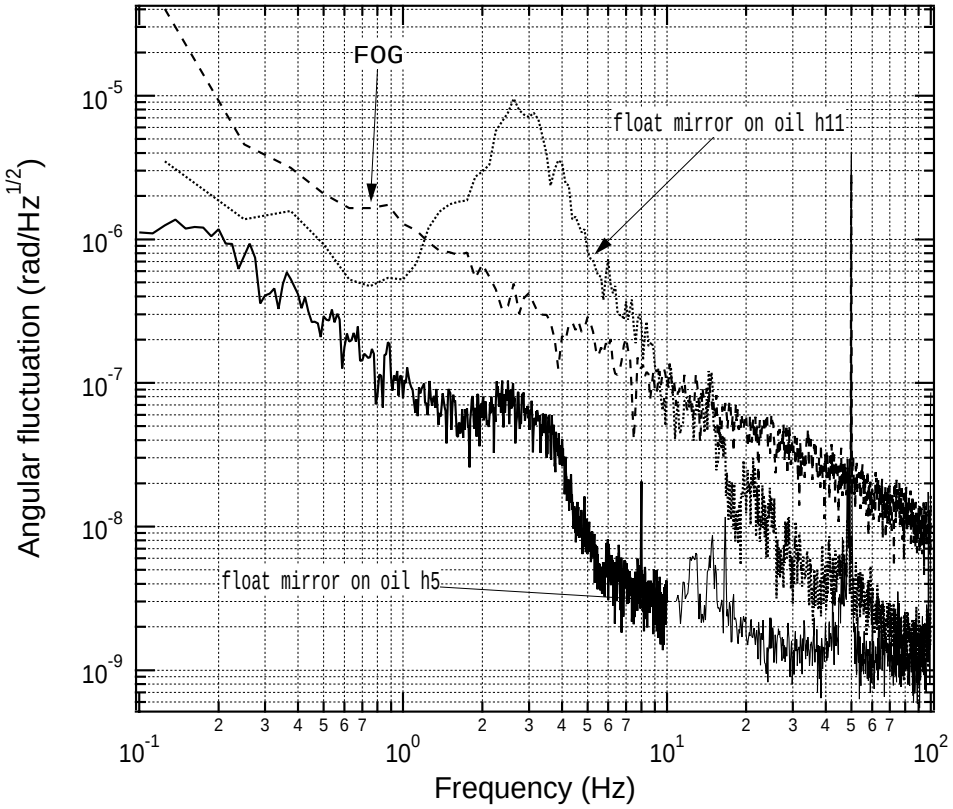

図 5.6　油に浮いた鏡の反射を利用した時の傾き検出感度

これは次のような理由が考えられる. 液面には, 深さが深いと慣性力や重力に対して粘性の効果が相対的に弱く働くようになると推察される. そのため, 地面の傾き変化や並進揺れに対し, 液面に激しく波が立ち, 実際の地面の傾きが検出できなくなるのである. ただし, 深さが浅いと液面は地面の傾きを過度に抑圧してしまい,AC で感度がなくなっている可能性もある.

深さ 5mm の感度曲線から計算した, 傾きの RMS 振幅は,

$$\phi_{\mathrm{RMS}} = 2 \times 10^{-6} \ \ \mathrm{rad} \tag{5.4}$$

であった.

つぎに, 得られた傾き感度が実際に地面の傾きを検出しているのか, そうでなければ何に制限されているのかを調べるために, 種々の雑音の大きさを調べた.

[1] 鏡を入れる前の油の深さである

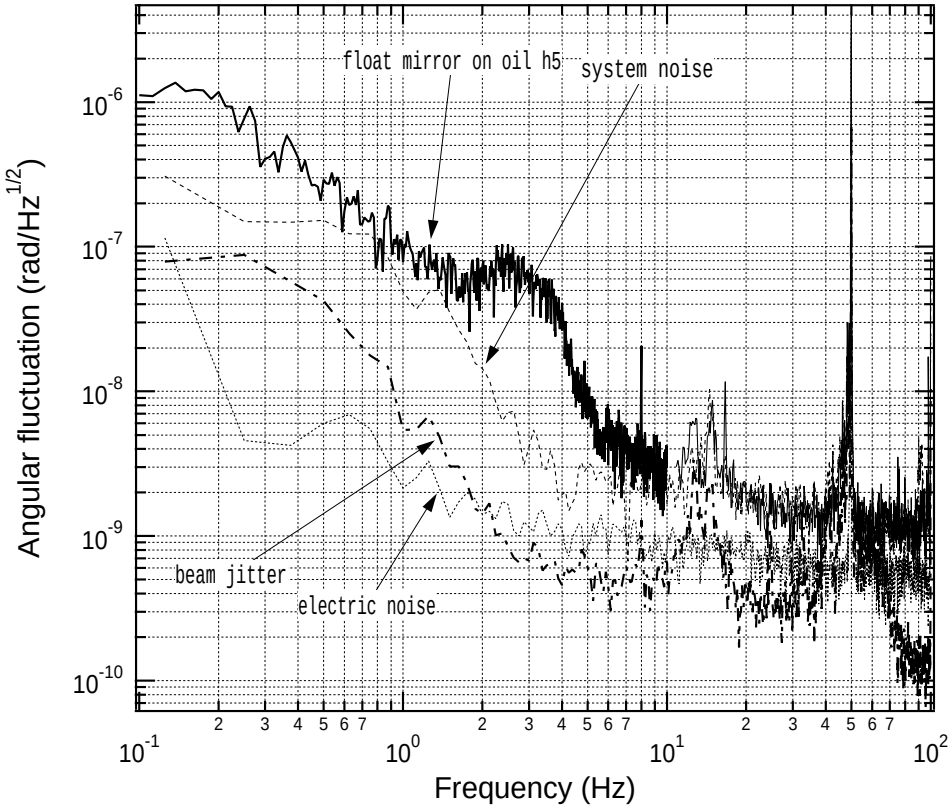

図 5.7　傾き検出感度を制限する雑音

結果は図 5.7 のようになった. 図中の system noise は, 反射体として定盤に固定した鏡を使ったときの雑音である. 深さが 5mm の感度曲線は, 数 Hz のピーク付近を除き,system noise と重なっている.

この system noise は, どの原因による雑音であるかを考察する.

100Hz 付近の高い周波数では電子回路で制限されているかもしれない.

レーザーのもつ beam jitter 雑音を調べたところ,system noise よりレベルは低かった. しかし,beam jitter を調べたときのセットアップと比べ, この実験ではより空気揺らぎが効きやすい構造になっていた. よって system noise は, 特に低周波域で, 空気揺らぎにより感度が制限されていると考えられる. ただし, この異方性測定の実験では, 空気揺らぎは真空中に設置することで, beam jitter は共振器からの透過光を利用することで, 抑えられる.

5.2.3 傾き変化に対する応答

続いて, 傾き変化に対する応答の速さを調べた. 感度と同じく, 応答の速さにも油の深さ依存性があることが予想できる. そこで, 深さ 6mm,15mm の 2 つの場合における応答を測定した.

定盤を抑えつけた手を離した後の QPD 出力変化を測定して, 応答の様子を得た. 手で抑えるという単純な方法であるため, 角度揺れの大きさには意味がない. ただ, 応答の時間的振る舞いのみに着目した. また, 定盤の共振などの影響で真の応答を測定できていない可能性もある.

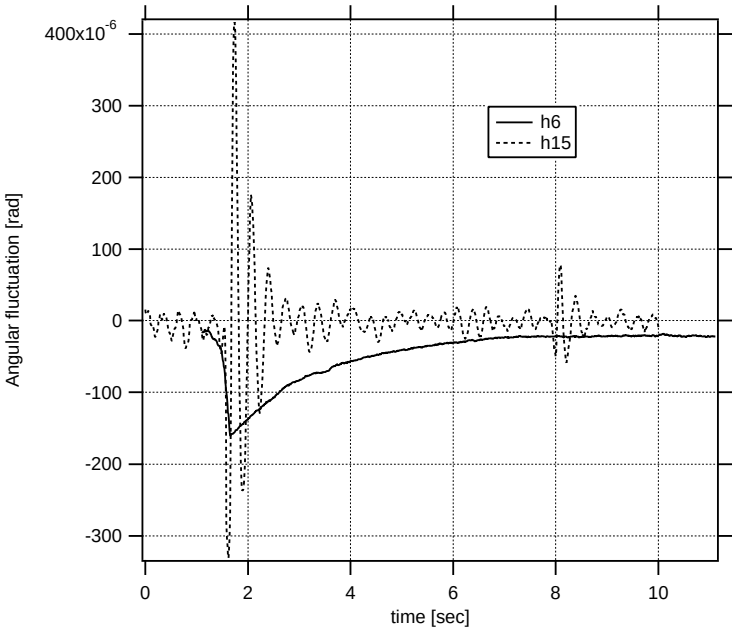

図 5.8 傾き変化に対する液面の応答

結果は図 5.8 のようになった. 深さが深いと, 傾き変化に対し, 液面は激しく振動し, 定常状態に速く落ち着く様子が分かる. これは粘性力より慣性力と重力の効果が強く働いたためと考えられる. 振動の周波数は先の感度測定で得られた数 Hz のピークに対応する周波数である. 応答の時間は深さ 15mm の方が約 0.5 秒,6mm の方が約 2 秒程度である.

本実験では応答には約 1 秒の速さが要求される. そこで, 液面の深さは 6mm 以下ではいけないと考えられる.

5.2.4 傾き検出機構についてのまとめ

以上の実験によって, 感度を上げるには液面の深さを浅くし, 応答を短くするには深さを深くする必要があることが分かった. そこで, 本実験では, 傾き変化に対する応答が critical damping する程度の深さに設定することにする.

得られた感度は式(3.12) で表される要求感度を満たしていなかった. 感度が空気揺らぎとビームジッターによって制限されているならば, 真空中の配置と共振器からの透過光の利用により, 要求を満たす機構の開発が期待される.

更に, 今まで触れなかったが, 以下の実験も必要である.

- ドリフトの評価
  - 長い時間スケールにおける, 光学を支えるロッドの変形,QPD の特性の変化, 浮かせた鏡のドリフト
- 液体の選択
  - 各種の液体を用いて測定をし, どのような性質の液体が傾き検出に優れているのか評価する. 特に液体の粘性によって特性がどう変化するかを調べる.

傾き検出機構の評価実験は 1998 年冬学期の学生実験のテーマとして引き継がれている.

5.3 温度制御機構の評価

4.3.2 節で述べたような方針でシステムを構築し温度制御を試みた.

温度制御実験においては以下の点に着目する.

- 制御に要する時間：Clearceram 55 の最適温度を探す実験などのために短いほど良い.
- 制御時の温度変動
  - 長期的変動 (日周変化)：最適温度から 0.1 度以内の安定性
  - 共振器の回転周期付近での変動：短期的な安定性の見積り

制御方式は PID 制御である. 目標設定温度を $T_{\rm obj}$, 制御の時間間隔をΔt とする. ある時点 i における制御対象の温度を T_iとすると, 計算される DAC への操作信号 $V_{\rm out}$は,

$$\delta T_i = T_i - T_{\rm obj} \tag{5.5}$$

$$V_{\rm out} = K_0 \left\{ \delta T_i + \frac{\Delta t}{T_1} \sum_k^i \delta T_k + T_2 \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta t} \right\} \tag{5.6}$$

となる. 式(5.6) は右辺第 1 項から順に比例, 積分, 微分制御を表しており, K_0, T_1, T_2はそれぞれの制御の大きさを示すパラメータである. これらのパラメータを適切に調節して温度を制御する.

そして実際に内層, 中層それぞれに表 5.2 のパラメータを用いて PID 温度制御した. 設定温度は 23.8 度とした. 内層の制御点は, 共振器の下側部, 中層の制御点は中層のアルミ板である. 共振器全体は 1Pa 以下の真空中にある.

表 5.2 PID 制御のパラメータ

	K_0(volt/deg)	T_1(sec)	T_2(sec)
内層	2.5	500	10
中層	1.5	50	10

温度制御時の時系列データを図 5.9,5.10 に挙げる. 真空中の共振器まわりの温度は白金センサーで検出した. 同時に大気中の真空蓋の温度を半導体温度センサー LM35DZ で測定した.

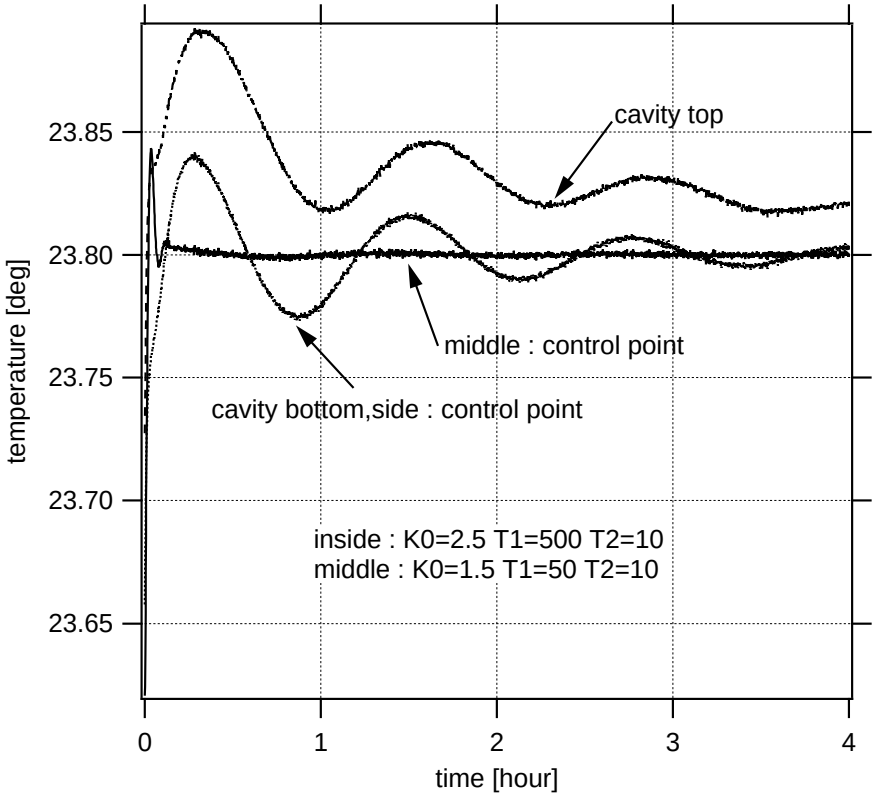

図 5.9 温度制御開始時の温度変化の様子.

このデータから制御に要する時間について以下のことが分かる.

- 中層の制御には 10 分程度要する.
- 内層の制御には 4 時間程度要する.

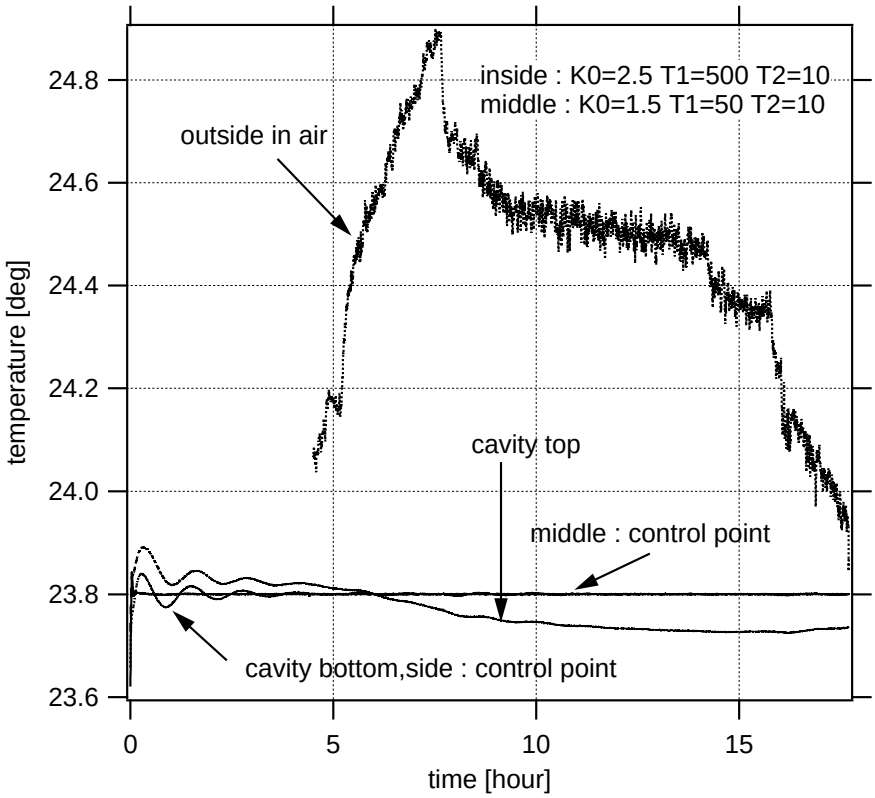

図 5.10　温度制御時の温度変化の様子.

制御にかかる時間の長さは, 特に Clearceram 55 の最適温度を探す実験には不都合である. 内層の制御に長い時間がかかるのは,1 つに共振器材料の熱伝導率がアルミニウムより低く, 熱容量が大きいことがある. もう 1 つには, 内層のアルミ板と共振器の間で熱接触が悪くなっていることが考えられる. 大気中での実験では,1 時間程度で制御できていたので, 真空中では, 後者の効果が制御に要する時間を律速していることが分かる. この実験では, 共振器とアルミ板の間にはインジウムを敷いていたが, 十分密着していない様子であった.

次に長期的な温度安定性について考察する. 大気中, 外界の温度が 1 度近く変動している時, 共振器の制御点の温度は 0.1 度より十分安定な温度を維持している. 一方, 共振器上部の温度は 0.1 度弱変動しており, 共振器の温度が一様となっていないことが分かる. この長期安定性は,Clearceram の最適温度から 0.1 度以内の制御という要求の限界である. 一様でない原因は, アルミ板との熱接触が悪いためか, 共振器の熱伝導率が低いためだと思われる. そこで, 熱接触を良くする工夫,PID パラメータの最適化により, 長期安定性の向上が必要であろう.

3 つめに温度制御時の共振器の温度安定性について考察する. ここで, 安定性を示す指標としてアラン分散を用いる[2] . 図 5.10 のデータを用いて計算すると, アラン分散は表 5.3 のようになった.

表 5.3　共振器の温度安定性. 単位は degree

	共振器の下側部 (制御点)	中段アルミ板 (制御点)	外界 (大気中)
10 秒周期	4.9×10^{-4}	5.3×10^{-4}	3.6×10^{-3}
100 秒周期	1.7×10^{-4}	2.5×10^{-4}	6.2×10^{-3}
1000 秒周期	3.7×10^{-4}	2.6×10^{-5}	8.2×10^{-3}

つまり, 回転周期である 100 秒あたりの共振器の温度安定性は, 約 10^{-4}度である.

以上のことから, 温度制御に関する結論として次のことが言える.

- 温度制御システムを構築し, 実際にある温度に制御することができた.
- 温度制御に 4 時間もかかるという実際的な問題は残る.
- 外界が 1 度変動していた時, 共振器の温度は制御点以外の点で 0.1 度変動していた. これは, 要求の限界である.
- 回転周期付近での時間では, 約 10^{-4}度で温度安定であった.
- 構築した温度制御機構を, 異方性測定に組む込むめどが立った.

5.4 この章のまとめ

異方性測定のために必要な各種の予備実験を行い, 次のような結果を得た.

- レーザーの共振状態への制御

[2] アラン分散については補遺 E を参照.

  - 実際の異方性測定で使用する配置で光学系を設置し, レーザーの長期間のロックに成功した.

- 傾き検出機構の開発と評価
  - 油に浮かせた鏡の傾きを光てこの原理で検出する方法が感度の点で優れていることが分かった.
  - 2×10^{-6} rad の傾き感度を実現し, 構築したシステムが異方性測定に利用できる見通しを立てることができた..
  - 今後, 感度の上昇, ドリフトの評価が必要である.

- 温度制御機構の評価
  - 真空中で,Clearceram Z をある特定の温度に制御することができた.
  - 長期温度安定性は約 0.1 度で, 要求の限界であった.
  - 制御に 4 時間近く要する.

第6章

まとめ,考察

本実験の目的は,Michelson-Morley タイプの実験により空間の異方性を測定することである.

2 台の FP 共振器にそれぞれ共振したに 2 台のレーザーを干渉させ, ビート周波数を測る. 共振器の回転に伴うビート周波数の変化から, 異方性の情報を得る.

本実験は, 今までの最高感度の実験である Brillet-Hall の実験 [4] より 1 桁高い, $g_2/g_1 = 1 \pm 10^{-16}$ という高精度の異方性測定を目指す. そこで, 異方性以外の要因で共振器長が変化しないようにするため, 種々の雑音の影響を次の 3 つの特徴的な機構により抑制する.

- 傾き制御機構
  - 油に浮かせた鏡を用いて共振器の傾きを検出し,PZT で制御する.
- 温度制御機構
  - 共振器材料として, ある温度で熱膨張率がゼロとなる Clearceram 55 を用いる. ペルチェ素子によりその最適温度に制御する.
- 回転機構
  - 離散的に±180 度に正反回転する回転台を用いる. 光源は共振器と一緒に回転する. この工夫により, 各種雑音の排除とケーブルハンド リングの問題を解決している.

この実験を完結させるためには, 以下の予備実験が必要となる.

- 光学関連の実験
  - 共振状態へのレーザーの制御
  - ビート周波数の取得
- 雑音低減のための実験
  - 傾き制御
  - 温度制御
  - 回転機構

- データ解析手法の構築

そのうち現在までに行った実験は, レーザーの制御実験, 傾き検出機構の開発と評価, 温度制御である.

- レーザーの共振状態への制御
  - 実際の異方性測定で使用する配置で光学系を設置し, レーザーの長期間のロックに成功した.
- 傾き検出機構の開発と評価
  - 油に浮かせた鏡の傾きを検出する方法が感度の点で優れていることを確かめた.
- 温度制御機構の評価
  - 真空中で,Clearceram Z をある特定の温度に制御することができた.

いずれの実験でもほぼ期待通りの結果を得, 今後の異方性測定の基盤を作ることができた.
また, 本研究室の高森氏によって回転機構の開発が進められている.
今後, ビート周波数の測定, 傾きの制御,Clearceram 55 の最適温度の探求などの実験が行われる予定である.

補遺 A

Fabry-Perot 共振器の特性

FP の共振器長と光の反射率, 透過率などとの関係について考察する. FP 共振器の front mirror,end mirror の振幅反射率を $r_{\mathrm{F}}, r_{\mathrm{E}}$, 振幅透過率を $t_{\mathrm{F}}, t_{\mathrm{E}}$, 共振器長を l とする. 更に FP への入射光の電場を, 角周波数Ω_0として

$$E_{\mathrm{i}}(t) = E_{\mathrm{i}} e^{i\Omega_0 t} \tag{A.1}$$

とおく.

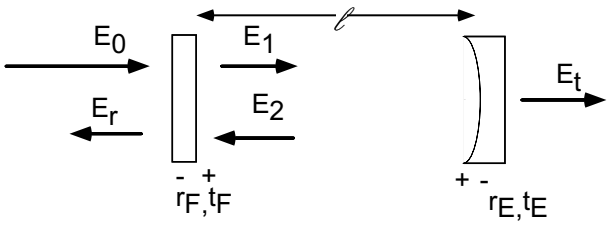

図 A.1　Fabry-Perot 共振器

図 A.1 において,

$$E_1 = t_{\mathrm{F}} E_0 + r_{\mathrm{F}} E_2 \tag{A.2}$$

$$E_2 = r_{\mathrm{E}} e^{-i\frac{2l\Omega_0}{c}} E_1 \tag{A.3}$$

$$E_{\mathrm{r}} = -r_{\mathrm{F}} E_0 + t_{\mathrm{F}} E_2 \tag{A.4}$$

$$E_{\mathrm{t}} = t_{\mathrm{E}} e^{-i\frac{l\Omega_0}{c}} E_1 \tag{A.5}$$

の関係がある. この関係式と, 光が往復するときの位相変化

$$\Phi = \frac{2l\Omega_0}{c} \tag{A.6}$$

を用いて,FP 共振器の振幅反射率 $r_{\mathrm{c}}(\Phi)$, 透過率 $t_{\mathrm{c}}(\Phi)$ は,

$$r_{\mathrm{c}}(\Phi) \equiv \frac{E_{\mathrm{r}}}{E_0} = -r_{\mathrm{F}} + \frac{t_{\mathrm{F}}^2 r_{\mathrm{E}} e^{-i\Phi}}{1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}} e^{-i\Phi}} \tag{A.7}$$

$$t_{\mathrm{c}}(\Phi) \equiv \frac{E_{\mathrm{t}}}{E_0} = \frac{t_{\mathrm{F}} t_{\mathrm{E}} e^{-i\Phi/2}}{1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}} e^{-i\Phi}} \tag{A.8}$$

と表されることが分かる．また, 共振器の反射率 $r_{\mathrm{c}}(\Phi)$ をΦについて微分すると次のように書ける．

$$r_{\mathrm{c}}'(\Phi) = \frac{-it_{\mathrm{F}}^2 r_{\mathrm{E}} e^{-i\Phi}}{(1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}} e^{-i\Phi})^2} \tag{A.9}$$

またΦが

$$\Phi = \frac{2l\Omega_0}{c} = 2\pi n \ (n \text{ 自然数}) \tag{A.10}$$

の関係を満たすとき, 光は共振器に共振しているという．

共振条件は, 光の周波数について周期関数となっており, 基本周期ν_{FSR}は次の関係を満たす．

$$\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{\Omega_{\mathrm{FSR}}}{2\pi} = \frac{c}{2L} \tag{A.11}$$

この基本周期を共振器の縦モード間隔 (FSR,Free Spectral range) と呼ぶ．

入射光強度に対する透過光強度の比は, 式(A.8) を用いて次のように書ける．

$$|t_{\mathrm{c}}(\Phi)|^2 = \frac{t_{\mathrm{F}}^2 t_{\mathrm{E}}^2}{(1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}})^2} \frac{1}{1 + \frac{4 r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}}}{(1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}})^2} \sin^2 \frac{\Phi}{2}} \tag{A.12}$$

鏡の反射率が 1 に近い時, 上式は共振周波数を中心に鋭いピークを持つ. このピークの鋭さを表すパラメータとしてフィネスという量を導入する．鏡の反射率が大きい程, フィネスは大きくなる．

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\pi \sqrt{r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}}}}{1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}}} \tag{A.13}$$

補遺B

Pound-Drever法の原理

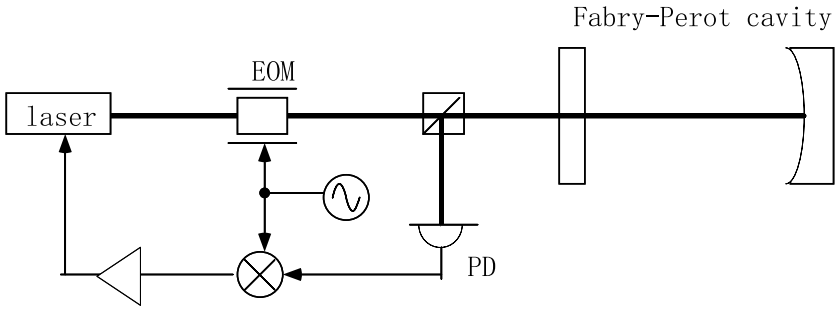

図 B.1　Pound-Drever 法

光源からの入射光の電場を, 角周波数Ω_0として

$$E_{\mathrm{i}}(t) = E_{\mathrm{i}} e^{i\Omega_0 t} \tag{B.1}$$

と書く. この光に変調指数 m, 変調角周波数ω_{m}の位相変調をかけると, 電場は次のように変化する.

$$E_{\mathrm{i}}(t) = E_{\mathrm{i}} e^{i(\Omega_0 t + m\cos\omega_{\mathrm{m}} t)} \tag{B.2}$$

この式はベッセル関数を用いて次のように書ける.

$$E_{\mathrm{i}}(t) = E_{\mathrm{i}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(m) e^{i(\Omega_0 + n\omega_{\mathrm{m}})t} \tag{B.3}$$

つまり, 位相変調によって, 角周波数Ω_0 の搬送波 (carrier) の周りに角周波数ω_{m}の整数 n 倍だけずれた n 次の側帯波 (sideband) ができる.

特に変調指数が $m \ll 1$ とすると,sideband の 2 次以上は無視して次のように書ける.

$$E_{\mathrm{i}}(t) = E_{\mathrm{i}} e^{i\Omega_0 t}\{J_0(m) + iJ_1(m)e^{i\omega_{\mathrm{m}} t} + iJ_1(m)e^{-i\omega_{\mathrm{m}} t}\} \tag{B.4}$$

ここで,

$$J_{-n}(m) = (-1)^n J_n(m) \tag{B.5}$$

を利用した.

この光が FP cavity に入射することを考える. FP cavity に対する carrier,±1 次の sideband の反射率を r_0, r_1, r_{-1} とする.FP cavity に対する反射光の電場 $E_{\rm r}$は,

$$E_{\rm r} = E_{\rm i} e^{i\Omega_0 t}\{r_0 J_0(m) + r_1 i J_1(m) e^{i\omega_{\rm m} t} + r_{-1} i J_1(m) e^{-i\omega_{\rm m} t}\} \tag{B.6}$$

と表せる. ここで以後の議論の簡単のため, 上式で表される反射光の電場を次のように書く.

$$E_{\rm r} \equiv e^{i\Omega_0 t}(E_0 + E_1 e^{i\omega_{\rm m} t} + E_{-1} e^{-i\omega_{\rm m} t}) \tag{B.7}$$

$$E_n = E_{\rm i}\ i^n J_n r_n \tag{B.8}$$

FP cavity からの反射光を photo detector(PD) で検出すると, その出力電流 $I_{\rm PD}$は光の強度に比例するので,

$$\begin{aligned} I_{\rm PD} &= \eta E_{\rm r} E_{\rm r}^* && \text{(B.9)} \\ &= \eta\{(|E_0|^2 + |E_1|^2 + |E_{-1}|^2) && \text{(B.10)} \\ &\quad +(E_0 E_1^* + E_{-1} E_0^*) e^{-i\omega_{\rm m} t} + (c.c.) && \text{(B.11)} \\ &\quad +(E_{-1} E_1^*) e^{-i2\omega_{\rm m} t} + (c.c.)\} && \text{(B.12)} \\ &\equiv I_{\rm PD0} + I_{\rm PD1} + I_{\rm PD2} && \text{(B.13)} \end{aligned}$$

と書ける.η[A/W] は光のパワーから電流への変換効率である. つまり,PD の出力には直流成分に加えて, 変調周波数の信号とその倍波の信号が出てくる.

次に PD 出力信号を変調周波数で復調する. 位相変調周波数と同じ周波数をもつ信号 (局部発振波) と PD 出力信号をミキサーで掛け合わせ, 高調波を除去するためにフィルターをかけると,PD 出力信号の中の変調周波数付近の信号のみを DC 付近の信号として取り出すことができる.

PD での電流から電圧への変換係数と復調時のゲインをまとめて $g_{\rm det}$とおく. 位相変調をかけた時の位相と同位相の局部発振波で復調する (in-phase) と, 復調信号 $V_{\rm I}$は

$$\begin{aligned} V_{\rm I} &= g_{\rm det}\eta I_{\rm PD1} \cos\omega_{\rm m} t && \text{(B.14)} \\ &= g_{\rm det}\eta {\rm Re}(E_{-1} E_0^* + E_0 E_1^*) && \text{(B.15)} \\ &= g_{\rm det}\eta {\rm Re}\{E_0(E_1 + E_{-1})^*\} && \text{(B.16)} \end{aligned}$$

と書ける. また, 位相変調をかけた時の位相と直交位相で復調すると (quadrature-phase),

$$\begin{aligned} V_{\rm Q} &= g_{\rm det}\eta I_{\rm PD1} \sin\omega_{\rm m} t && \text{(B.17)} \\ &= g_{\rm det}\eta {\rm Im}(E_{-1} E_0^* + E_0 E_1^*) && \text{(B.18)} \\ &= g_{\rm det}\eta {\rm Im}\{E_0(E_1 - E_{-1})^*\} && \text{(B.19)} \end{aligned}$$

となる.

以上から FP cavity からの反射光を PD で検出した時の復調信号 $V_{\mathrm{I}}, V_{\mathrm{Q}}$は, 式(B.8) を用いて次のように書けることが分かる.

$$V_{\mathrm{I}} = g_{\mathrm{det}}\eta \mathrm{Re}\{E_{\mathrm{i}} J_0 r_0 (E_{\mathrm{i}} i J_1 r_1 + E_{\mathrm{i}} i^{-1} J_{-1} r_{-1})^*\} \tag{B.20}$$

$$= g_{\mathrm{det}}\eta \mathrm{Re}\{|E_{\mathrm{i}}|^2 i J_0 J_1 r_0 (r_1 + r_{-1})^*\} \tag{B.21}$$

$$V_{\mathrm{Q}} = g_{\mathrm{det}}\eta \mathrm{Im}\{E_{\mathrm{i}} J_0 r_0 (E_{\mathrm{i}} i J_1 r_1 - E_{\mathrm{i}} i^{-1} J_{-1} r_{-1})^*\} \tag{B.22}$$

$$= g_{\mathrm{det}}\eta \mathrm{Im}\{|E_{\mathrm{i}}|^2 i J_0 J_1 r_0 (r_1 - r_{-1})^*\} \tag{B.23}$$

レーザーの carrier が FP cavity に共振しているとする. 共振は carrier が cavity を往復するときの位相変化Φ_0が 2πの整数倍になるときに起こる. つまり共振条件は,

$$\Phi_0 \equiv \Omega_0 \frac{2l}{c} = 2\pi m, \tag{B.24}$$

もしくは,

$$\nu_0 = m\frac{c}{2l} \tag{B.25}$$

と書ける.

このとき,carrier,sideband の FP cavity に対する反射率 $r_0, r_{\pm 1}$は, 式(A.7) を使って,

$$r_{\mathrm{reso0}} \equiv r_0 = r_c(\Phi = 2\pi m) = -r_{\mathrm{F}} + \frac{t_{\mathrm{F}}^2 r_{\mathrm{E}}}{1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}}} \tag{B.26}$$

$$r_{\mathrm{reso1}} \equiv r_1 = r_c(\Phi = 2\pi m + \omega_{\mathrm{m}} 2l/c) = -r_{\mathrm{F}} + \frac{t_{\mathrm{F}}^2 r_{\mathrm{E}} e^{-i\omega_{\mathrm{m}} 2l/c}}{1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}} e^{-i\omega_{\mathrm{m}} 2l/c}} \tag{B.27}$$

$$r_{\mathrm{reso-1}} \equiv r_{-1} = r_c(\Phi = 2\pi m - \omega_{\mathrm{m}} 2l/c) = -r_{\mathrm{F}} + \frac{t_{\mathrm{F}}^2 r_{\mathrm{E}} e^{i\omega_{\mathrm{m}} 2l/c}}{1 - r_{\mathrm{F}} r_{\mathrm{E}} e^{i\omega_{\mathrm{m}} 2l/c}} \tag{B.28}$$

$$= r_1^* \tag{B.29}$$

と書ける. つまり, carrier が cavity に共振している時,cavity に対する carrier の反射率は実数となり,-1 次の sideband の反射率は 1 次の sideband の反射率の複素共役で表される. このことと式(B.21),(B.23) から,**carrier が FP cavity に共振している時, 復調信号は復調位相によらず 0 となる**ことが分かる.

次に carrier の周波数が共振周波数から少しずれたときの復調信号の大きさについて考察する. 共振点の近傍における, レーザーの周波数に対する復調信号の微係数は, 式(B.21) を用いて

$$\frac{\partial V_{\mathrm{I}}}{\partial \Omega_0} = \frac{2l}{c}\frac{\partial V_{\mathrm{I}}}{\partial \Phi} \tag{B.30}$$

$$= \frac{2l}{c} g_{\mathrm{det}}\eta \mathrm{Re}[|E_{\mathrm{i}}|^2 i J_0 J_1 \{r'_{\mathrm{reso0}}(r_{\mathrm{reso1}} + r_{\mathrm{reso-1}})^* + r_{\mathrm{reso0}}(r'_{\mathrm{reso1}} + r'_{\mathrm{reso-1}})^*\}] \tag{B.31}$$

$$\frac{\partial V_{\mathrm{Q}}}{\partial \Omega_0} = \frac{2l}{c}\frac{\partial V_{\mathrm{Q}}}{\partial \Phi} \tag{B.32}$$

$$= \frac{2l}{c} g_{\mathrm{det}}\eta \mathrm{Im}[|E_{\mathrm{i}}|^2 i J_0 J_1 \{r'_{\mathrm{reso0}}(r_{\mathrm{reso1}} - r_{\mathrm{reso-1}})^* + r_{\mathrm{reso0}}(r'_{\mathrm{reso1}} - r'_{\mathrm{reso-1}})^*\}] \tag{B.33}$$

と書ける．ここで $r'_{\mathrm{reso}n}(n=-1,0,1)$ は FP 共振器の反射率をΦで微分したものであり, 式(A.9) から求められる．

$$r'_{\mathrm{reso}n} = r'_c(\Phi = 2\pi m + n\omega_{\mathrm{m}} 2l/c) \tag{B.34}$$

特に carrier の反射率の微係数は,

$$r'_{\mathrm{reso}0} = \frac{-it_{\mathrm{F}}^2 r_{\mathrm{E}}}{(1-r_{\mathrm{F}}r_{\mathrm{E}})^2} \tag{B.35}$$

と純虚数となる. また, 次のような関係があることが分かる．

$$r'_{\mathrm{reso}-n} = -r'^{*}_{\mathrm{reso}n} \tag{B.36}$$

上の関係を使って, 復調信号の微係数は次のように簡単化される．

$$\frac{\partial V_{\mathrm{I}}}{\partial \Omega_0} = \frac{4l}{c} g_{\mathrm{det}}\eta[|E_{\mathrm{i}}|^2 J_0 J_1\{|r'_{\mathrm{reso}0}|\mathrm{Re}(r_{\mathrm{reso}1}) + r_{\mathrm{reso}0}\mathrm{Im}(r'_{\mathrm{reso}1})\}] \tag{B.37}$$

$$\frac{\partial V_{\mathrm{Q}}}{\partial \Omega_0} = -\frac{4l}{c} g_{\mathrm{det}}\eta[|E_{\mathrm{i}}|^2 J_0 J_1\{|r'_{\mathrm{reso}0}|\mathrm{Im}(r_{\mathrm{reso}1}) - r_{\mathrm{reso}0}\mathrm{Re}(r'_{\mathrm{reso}1})\}] \tag{B.38}$$

明らかに信号の微係数は 0 ではない. つまり,Pound-Drever 法により, **共振点からのずれに比例した信号が得られる．**

また, 共振器の反射率が大きいときは, 復調位相について quadrature-phase よりも in-phase の方が, 信号の微係数が大きい. つまり, 感度がよい.

結局, **復調信号は共振時に 0 となるので, この信号が 0 となるようにレ　ザ　周波数や共振器長を線形制御すれば, レ　ザ　を FP 共振器にロックさせることができる．**

空間の異方性の測定においては, 外力のかかっていない FP 共振器の長さの変化を測りたい. そこでレーザーの周波数を調節してレーザーを FP 共振器にロックさせる．

補遺 C

いろいろな雑音

C.1 共振器の回転に対してコヒ　レントな雑音

C.1.1 光軸に対する共振器のミスアラインメント

共振器の回転に伴って, レーザーの光軸に対して共振器の固有モード軸が傾いたり, 光軸が共振器の固有モード軸と平行にずれたりすると, 異方性測定には雑音となる.

以下の計算についての詳細, 記号の説明は参考文献 [16] を参照のこと.

Hermite-Gaussian mode

自由空間を伝搬するレーザー光を表式化する. 光の電場 $U(t,x,y,z)$ は次の波動方程式を満たす.k は波数である.

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0 \tag{C.1}$$

光が z 方向に進むとして, 電場を

$$U(t,x,y,z) = e^{i\Omega_0 t}\phi(x,y,z)e^{-ikz} \tag{C.2}$$

とおく. ここで, 光の電場の z 方向についての変化がゆっくりであると考え, $\partial^2\phi/\partial z^2$の項を無視すると上の波動方程式は$\phi(x,y,z)$ について次のように書けるようになる.

$$\left\{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)-2ik\frac{\partial}{\partial z}\right\}\phi = 0 \tag{C.3}$$

この方程式を満たす解として, 次の解が得られる.

$$U_{lm}(t,x,y,z) = e^{i\Omega_0 t}U_{lm}(x,y,z) = e^{i\Omega_0 t}\phi(x,y,z)e^{-ikz} \tag{C.4}$$

$$U_{lm}(x,y,z) = U_l(x,z)U_m(y,z)e^{j\{-kz+(l+m+1)\eta(z)\}} \tag{C.5}$$

$$U_l(x,z) = \left(\frac{2}{\pi\omega(z)^2}\right)^{1/4}\left(\frac{1}{l!2^l}\right)^{1/2}H_l\left(\frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)}\right)\exp\left[-\left(\frac{x}{\omega(z)}\right)^2 - i\frac{k}{2R(z)}x^2\right] \tag{C.6}$$

ただし,

$$\omega(z) = \omega_0\sqrt{1+(z/z_0)^2} \cdots \text{ビーム径} \tag{C.7}$$

$$R(z) = \frac{z^2+z_0^2}{z} \cdots \text{波面の曲率半径} \tag{C.8}$$

$$z_0 = \frac{k\omega_0^2}{2} \cdots \text{レイリー長さ} \tag{C.9}$$

$$\eta(z) = \tan^{-1}\frac{z}{z_0} \cdots \text{Gouy phase} \tag{C.10}$$

$$\alpha_0 = \frac{2}{k\omega_0} \cdots \text{ビームの広がり角} \tag{C.11}$$

$$\omega_0 \cdots \text{ビームのウエスト半径} \tag{C.12}$$

$$H_l \cdots \text{Hermite 多項式} \tag{C.13}$$

を満たす.

レーザー光のモードは上式のような Hermite-Gaussian mode で表される. 特に $l = m = 0$ のモードを TEM_{00}モード, もしくは基本モードと呼ぶ. 一方, それ以外のモードを高次モードと呼ぶ.

また,z 方向を正の向きに進む光の電場を $U_{lm\rightarrow}$, 負の向きに進む光の電場を $U_{lm\leftarrow}$とすると, 両者の間には次の関係があることが分かる.

$$U_{lm\leftarrow}(x,y,z) = U_{lm\rightarrow}(x,y,-z) \tag{C.14}$$

$$= U^*_{lm\rightarrow}(x,y,z) \tag{C.15}$$

Fabry-Perot 共振器のモードもこの Hermite-Gaussian mode で記述され, レーザー光のモードと一致するように光学系が設計される. 特に, 平面鏡と曲率半径 R の凸の鏡を間隔 l をおいて構成された図 A.1 のような FP 共振器に共振するレーザー光のウエスト半径は,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}\sqrt{l(R-l)}} \tag{C.16}$$

で表される.

ミスアラインメントの計算

光軸に対して共振器がα[rad] だけ傾き, 光軸が共振器の固有モード軸と x 方向に a[m] だけずれているとする. この共振器に基本モードの光が入射することを考える. 入射光を共振器の固有モード軸で展開すると次のように書ける.

$$U_{00\rightarrow} = \left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{\omega_0}\right)^2\right\}U'_{00\rightarrow} - \left(i\frac{\alpha}{\alpha_0}+\frac{a}{\omega_0}\right)U'_{10\rightarrow} \tag{C.17}$$

ただし, 光軸に沿って展開した系を $\mathbf{x}$ 系, 共振器の固有モード軸に沿って展開した系を $\mathbf{x}'$系とおいた.

さらに共振器に対する反射光は

$$U_{m,00\leftarrow} = r_{m,\mathrm{md0}}\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{\omega_0}\right)^2\right\}U'_{00\leftarrow} + r_{m,\mathrm{md1}}\left(i\frac{\alpha}{\alpha_0}-\frac{a}{\omega_0}\right)U'_{10\leftarrow} \tag{C.18}$$

と書ける. この式で反射率 r は空間モードだけでなく, レーザーが carrier か sideband かにも依存するので次のように定義した.

$$r_{m,\mathrm{md}n} \equiv r_c(\Phi_{m,\mathrm{md}n}) \tag{C.19}$$

$$\Phi_{m,\mathrm{md}n} = (\Omega_0 + m\omega_\mathrm{m})\frac{2l}{c} + 2n\cos^{-1}\sqrt{1-\frac{l}{R}} \tag{C.20}$$

$m = 0, \pm 1$ はそれぞれ carrier,sideband を表す. n はレーザーのモードを表し,$n = 0$ は 00 モード,$n = 1$ は 10 モードを意味する.

反射光を復調して得られる出力信号は, 式(B.16),(B.19) を用いて,

$$\begin{aligned} V_\mathrm{I} = {} & g_\mathrm{det}\eta\ \mathrm{Re}\{|E_\mathrm{i}|^2 i J_0 J_1\ [r_{0,\mathrm{md}0}(r_{1,\mathrm{md}0} + r_{-1,\mathrm{md}0})^* \\ & + \left\{\left(\frac{a}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2\right\}\{r_{0,\mathrm{md}1}(r_{1,\mathrm{md}1} + r_{-1,\mathrm{md}1})^* - r_{0,\mathrm{md}0}(r_{1,\mathrm{md}0} + r_{-1,\mathrm{md}0})^*\}]\} \end{aligned} \tag{C.21}$$

$$\begin{aligned} V_\mathrm{Q} = {} & g_\mathrm{det}\eta\ \mathrm{Im}\{|E_\mathrm{i}|^2 i J_0 J_1\ [r_{0,\mathrm{md}0}(r_{1,\mathrm{md}0} - r_{-1,\mathrm{md}0})^* \\ & + \left\{\left(\frac{a}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2\right\}\{r_{0,\mathrm{md}1}(r_{1,\mathrm{md}1} - r_{-1,\mathrm{md}1})^* - r_{0,\mathrm{md}0}(r_{1,\mathrm{md}0} - r_{-1,\mathrm{md}0})^*\}]\} \end{aligned} \tag{C.22}$$

と書ける. これらの式は misalignment が 0($a = \alpha = 0$) ならば, もちろん式(B.21),(B.23) に一致する. さらに misalignment の影響として以下のことが分かる.

- 10 モードの影響で共振点がずれる.($r_{m,\mathrm{md}1}$ の項)
- 信号の大きさが変化する. 制御系に存在するオフセットと結合し雑音となる.

C.1.2　回転速度の変化

回転により共振器は遠心力を受け, その長さは伸びる. 共振器の回転速度が一定であれば, その伸びは一定で異方性測定には問題とはならない. しかし, 回転速度が変化すると共振器長も変化し雑音となる. 回転速度の変化の影響について, 簡単な近似で考察する.

共振器が受ける遠心力は

$$f = \rho S(l/2)^2\omega^2 \tag{C.23}$$

で表され, 回転速度の変化による共振器長の変化は

$$\frac{dl}{l} = \frac{df}{ES} \tag{C.24}$$

$$= \frac{\rho l^2}{4E}d(\omega^2) \tag{C.25}$$

$$= \frac{\rho l^2}{2E}\omega^2\left(\frac{d\omega}{\omega}\right) \tag{C.26}$$

となる.

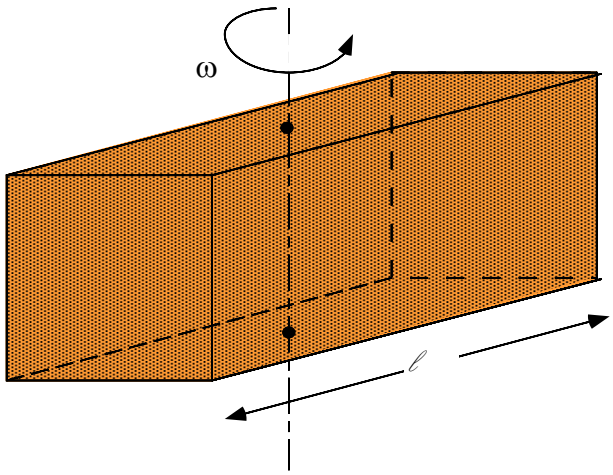

図 C.1　回転による共振器の変形

C.1.3　ドップラ　効果

実験では光の方向を変えるためにステアリングミラーが使われる. ここでもし, 共振器の回転に伴ってステアリングミラーが速さ $\mathbf{v}$ で動くと, レーザーの周波数はドップラーシフトする.

$$\nu' = \frac{\nu(1 - \mathbf{v}\cdot\mathbf{e}/c)}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{C.27}$$

$\mathbf{e}$ は光の進行方向をさす単位ベクトルである.

よってドップラー効果の影響によるビート周波数の変化は

$$\frac{d\nu}{\nu} = \frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}/c}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{C.28}$$

となる.

C.2　共振器の回転に対してインコヒ　レントな雑音

C.2.1　空気揺らぎ

共振器中の気体分子が揺らぐと, 屈折率が変化し, 光路長が変化し雑音となる. そこで共振器は真空中に設置される.

C.2.2　散射雑音

光は光子の集まりであるため, photo detector で検出する際に光子数の統計的揺らぎによって白色雑音が生じる. これを散射雑音 (shot noise) と呼ぶ.

Photo detector に一定の光電流 i_{DC}[A] が流れている時, 散射雑音の大きさは

$$i_{\mathrm{shot}} = \sqrt{2ei_{\mathrm{DC}}}\ \ [\mathrm{A}/\sqrt{\mathrm{Hz}}] \tag{C.29}$$

となることが分かっている．ここで e は電気素量である[1]．

この式をもとに今実験における散射雑音の影響について考察する．

まず, 散射雑音の大きさを知るために, photo detector に流れる一定の光電流の大きさを計算する．

光が共振器に共振しているとき, 反射光の電場を表す式(B.8) は, 式(B.26),(B.27),(B.28) を使って

$$E_n = E_{\mathrm{i}} i^n J_n r_{\mathrm{reso}n} \tag{C.30}$$

と書ける．よって光電流の DC 成分は, 式(B.10) から

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{DC}} &= \eta |E_{\mathrm{i}}|^2 ({J_0}^2 |r_{\mathrm{reso0}}|^2 + J_{-1}^2 |r_{\mathrm{reso-1}}|^2 + {J_1}^2 |r_{\mathrm{reso1}}|^2) & \text{(C.31)} \\ &= \eta |E_{\mathrm{i}}|^2 ({J_0}^2 |r_{\mathrm{reso0}}|^2 + 2{J_1}^2 |r_{\mathrm{reso1}}|^2) & \text{(C.32)} \end{aligned}$$

となる．

さらに正確には, 共振器にモードマッチしない光の影響も考える必要がある. モードマッチしない光は共振器の front mirror で反射され戻って来る. 今実験では, 鏡の反射率は 1 に非常に近いので, そのような光はほぼ 100%戻って来る．そこでモードマッチング率 $M(0 \leq M \leq 1)$ を導入すれば, 反射光電流を表す上の式は,

$$i_{\mathrm{DC}} = \eta |E_{\mathrm{i}}|^2 \{(1-M) + M({J_0}^2 |r_{\mathrm{reso0}}|^2 + 2{J_1}^2 |r_{\mathrm{reso1}}|^2)\} \tag{C.33}$$

と書き換えられる．

よって散射雑音による光電流の大きさは

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{shot}} &= \sqrt{2e i_{\mathrm{DC}}} & \text{(C.34)} \\ &= \sqrt{2e\eta |E_{\mathrm{i}}|^2 \{(1-M) + M({J_0}^2 |r_{\mathrm{reso0}}|^2 + 2{J_1}^2 |r_{\mathrm{reso1}}|^2)\}} & \text{(C.35)} \end{aligned}$$

となる．

Pound-Drever 法における散射雑音の計算

次に,Pound-Drever 法で取得できる実際に欲しい信号の中に, 上記の散射雑音電流がどれくらい混入するかを計算する．

散射雑音は, 復調の後,

$$v_{\mathrm{shot}} = \frac{g_{\mathrm{det}} i_{\mathrm{shot}}}{\sqrt{2}} \tag{C.36}$$

の電圧をもつ信号となる. ここで, 上式の左辺が $/\sqrt{2}$ となっているのは, 復調によって雑音の大きさが半分になり, かつ上側帯波と下側帯波の無相関な雑音が重ね合わされるためである．また, g_{det} は光電流から電圧への変換係数と復調時のゲインをまとめたパラメータである．

[1] $e = 1.602 \times 10^{-19}$ [C]

よって, 式(B.37),(B.38) で表される信号の微係数を用いれば, 散射雑音の大きさは

$$\delta\Omega_{\mathrm{shotI}} = \frac{v_{\mathrm{shot}}}{\frac{\partial V_{\mathrm{I}}}{\partial \Omega_0}} \tag{C.37}$$

$$= \frac{g_{\mathrm{det}} i_{\mathrm{shot}}/\sqrt{2}}{\frac{\partial V_{\mathrm{I}}}{\partial \Omega_0}} \tag{C.38}$$

$$= \frac{g_{\mathrm{det}}\sqrt{e\eta|E_{\mathrm{i}}|^2\{(1-M)+M({J_0}^2|r_{\mathrm{reso0}}|^2+2{J_1}^2|r_{\mathrm{reso1}}|^2)\}}}{4l/c\cdot g_{\mathrm{det}}\eta[|E_{\mathrm{i}}|^2 J_0 J_1\{|r'_{\mathrm{reso0}}|\mathrm{Re}(r_{\mathrm{reso1}})+r_{\mathrm{reso0}}\mathrm{Im}(r'_{\mathrm{reso1}})\}]} \tag{C.39}$$

$$= \frac{\sqrt{e\eta\{(1-M)+M({J_0}^2|r_{\mathrm{reso0}}|^2+2{J_1}^2|r_{\mathrm{reso1}}|^2)\}}}{4l/c\cdot \eta[|E_{\mathrm{i}}|J_0 J_1\{|r'_{\mathrm{reso0}}|\mathrm{Re}(r_{\mathrm{reso1}})+r_{\mathrm{reso0}}\mathrm{Im}(r'_{\mathrm{reso1}})\}]} \tag{C.40}$$

$$\delta\Omega_{\mathrm{shotQ}} = \frac{v_{\mathrm{shot}}}{\frac{\partial V_{\mathrm{Q}}}{\partial \Omega_0}} \tag{C.41}$$

$$= -\frac{\sqrt{e\eta\{(1-M)+M({J_0}^2|r_{\mathrm{reso0}}|^2+2{J_1}^2|r_{\mathrm{reso1}}|^2)\}}/}{4l/c\cdot \eta[|E_{\mathrm{i}}|J_0 J_1\{|r'_{\mathrm{reso0}}|\mathrm{Im}(r_{\mathrm{reso1}})-r_{\mathrm{reso0}}\mathrm{Re}(r'_{\mathrm{reso1}})\}]} \tag{C.42}$$

であることが分かる. 単位は $\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$である.

散射雑音の見積もり

式(C.40) を使って散射雑音の大きさを見積もる[2] .

表 C.1 の値を使って計算する. ただし, 共振器の反射率は, 表 4.2 をもとに計算した.

表 C.1 散射雑音の見積もりに用いる種々のパラメータ. ただし鏡のロスを 10ppm とした.

r_{reso0}	-0.312
r_{reso1}	$-0.999995-0.000318i$
r'_{reso0}	$-21484i$
r'_{reso1}	$-4.26\ 10^{-6}+0.00461i$
変調指数 m	0.5 rad
量子効率 η	0.5 A/W
レーザー光強度 $\lvert E_{\mathrm{i}}\rvert^2$	4mW
マッチング率 M	0.9

その結果は以下のようになり, 今実験では問題とならないことが分かる.

$$\frac{\delta\Omega_{\mathrm{shotI}}}{\Omega_0} = 3.7\ 10^{-19}\ \ /\sqrt{\mathrm{Hz}} \tag{C.43}$$

C.2.3 レ ザ の強度雑音, 周波数雑音

レーザー光源に起因する雑音として強度雑音, 周波数雑音が挙げられる. これらの雑音も, 今実験では問題となる可能性がある.

[2] in-phase の方が quadrature-phase より感度が良いので,in-phase のみ見積もる

強度雑音は, 制御系に存在するなんらかのオフセットと結合し,2 次の効果として雑音となる. つまり,$\delta P/P[/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$ を強度雑音とすると, 制御系にオフセットが$\Delta\Omega_{\mathrm{ofst}}[\mathrm{Hz}]$ だけ存在するとすれば,

$$\Delta\Omega_{\mathrm{amp}} = \frac{\delta P}{P}\Delta\Omega_{\mathrm{ofst}} \quad [\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}] \tag{C.44}$$

の大きさの雑音が生じる.

レーザーの周波数雑音は,2 台のレーザーの間のビート周波数を測定し異方性を調べるという実験の性質上, 異方性測定に直接影響を及ぼす. しかし, 今実験では, レーザーの周波数を制御するので, 制御のゲインを上げれば抑えることができる.

C.2.4　その他

その他, 以下のような雑音源が考えられる.

- 電子回路の雑音
- 共振器の長期的なクリープ, 変形
- 光学用マウントの温度変化などによるドリフト
- 汚染などによる鏡の特性の変化

補遺 D

実験で用いる各種電子回路

D.1　Pound-Drever 法によるレ　ザ　の周波数制御

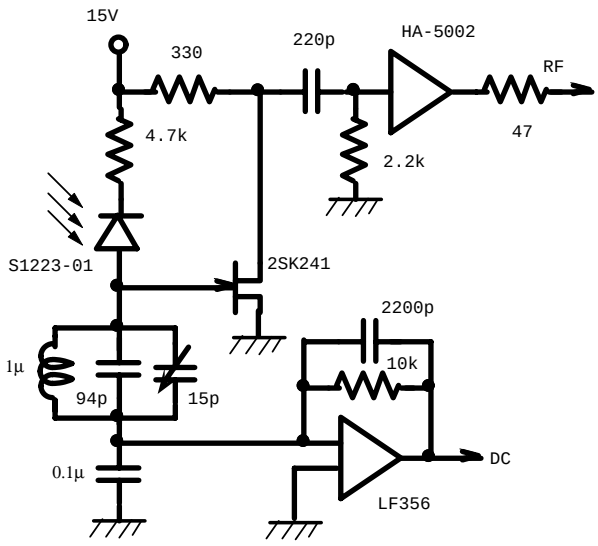

図 D.1　Photo detector

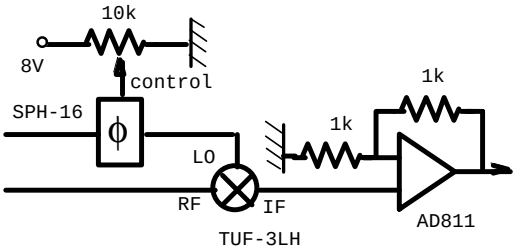

図 D.2　復調用回路

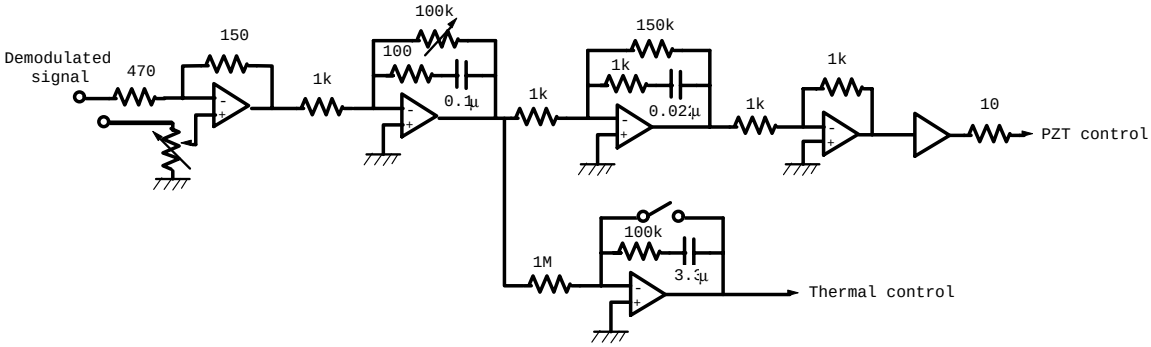

図 D.3　レーザーの周波数制御に使用したフィルター

D.2　温度制御

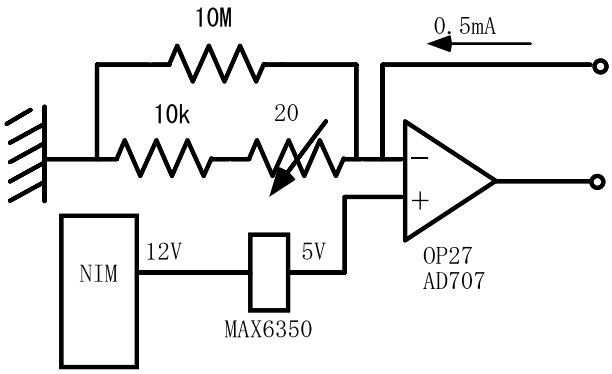

図 D.4　白金薄膜温度センサー用定電流源

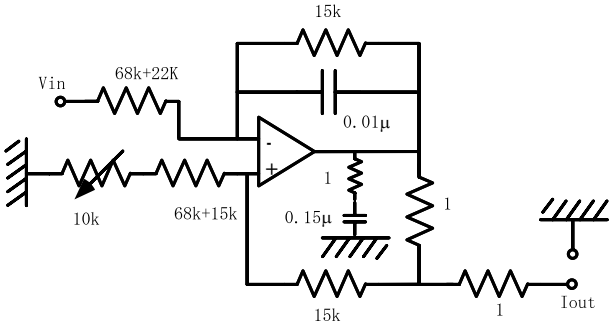

図 D.5　Thermo-module 駆動用電流出力回路. 入力電圧 V に対し $V/6$ [A] の電流が出力される.

D.3　傾き検出機構

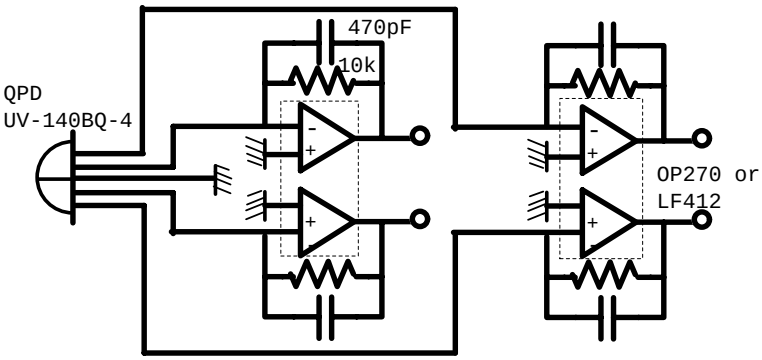

図 D.6　4 分割 Photo Detector(QPD) に用いる回路

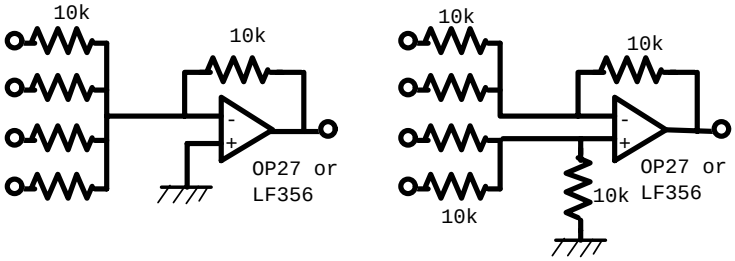

図 D.7　QPD からの出力を加減算し, 傾きを検出する回路

補遺 E

アラン分散

レーザーの安定性, 温度の安定性を示す指標として, アラン分散を用いる. ある物理量 $y(t)$ のアラン分散は以下のように定義される.

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\left\langle \frac{(y_k - y_{k-1})^2}{2} \right\rangle} \tag{E.1}$$

$$y_k = \frac{1}{\tau}\int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t)dt \tag{E.2}$$

つまり,τ時間成分のアラン分散は,τ時間毎の $y(t)$ の平均の前後の偏差として定義される.

参考文献

[1] A.A.Michelson and E.W.Morley, Am.J.Sci. **34**,333 (1887)

[2] R.J.Kennedy and E.M.Thorndike, Phys.Rev. B **42**,400 (1932)

[3] G.Joos, Ann.Phys. **7**,385 (1930)

[4] A.Brillet and J.L.Hall, Phys.Rev.Lett. **42**,549 (1979)

[5] D.Hils and J.L.Hall, Phys.Rev.Lett. **64**,1697 (1990)

[6] G.F.Smoot,et al., The Astrophysical Journal, **371**,L1 (1991)

[7] C.H.Lineweaver,et al., The Astrophysical Journal, **470**,38 (1996)

[8] A.Einstein, Ann.Phys.Leipzig **17**,891 (1905)

[9] H.P.Robertson, Rev.Mod.Phys. **21**,378 (1949)

[10] R.M.Mansouri and R.U.Sexl, J.Gen.Rel.Grav. **8**,497 (1977)

[11] R.M.Mansouri and R.U.Sexl, J.Gen.Rel.Grav. **8**,515 (1977)

[12] R.M.Mansouri and R.U.Sexl, J.Gen.Rel.Grav. **8**,809 (1977)

[13] Yuan Zhong Zhang, Special Relativity And Its Experimental Foundations, World Scientific (1997)

[14] 森脇 成典, 修士論文 (1992)

[15] 安東 正樹, 修士論文 (1996)

[16] 朽久保 邦治, 修士論文 (1996)

[17] 伝熱工学資料, 日本機械学会

[18] 小林清志 飯田嘉宏, 移動論, 朝倉書店

[19] 久村富持, 制御システム論の基礎, 共立出版

Acknowledgments

多くの方々の助けにより, 修士論文を完成することができました. ここに深く感謝致します.

本研究室の坪野公男助教授には, 修士論文のテーマを頂き, かつ実験のすべての面で支えて頂きました. 実験の大枠の考案と各種の設計, 物品の発注などはすべて先生がおこなわれました. 先生のアイデア, 親身な指導がなければ, この実験はここまで進みませんでした.

助手の河邊径太氏には, 特に光学関連で多くの指導を賜わりました. 共振状態への制御の手法や光学系の設計の方法について教わりました. また, 1 年の時には信号復調回路の製作の面倒を見て頂きました.

博士過程 1 年の高森昭光氏には, 私が実験に詰まるたびに数多くの忠告をして頂きました. グラウンドループ対策や設計図の書き方, 自転車などを, 何も知らない私に一から教えて頂きました.

東大工学部の三尾典克助教授, 助手の森脇成典, 修士過程 2 年の頼本賢治氏には, 共振状態への制御の方法や, ビート周波数の取得の方法について教わりました.

博士過程 3 年の安東正樹氏, 朽久保邦治氏には, 回路の作り方や光学関連のノウハウについて教えて頂きました. 特に 1 年の時に朽久保氏と現在 NTT の佐々木愛一郎氏の下で行った FP 共振器の共振制御の実験は, 本実験に良い参考となりました.

博士過程 2 年の新井宏二氏は, 計算機の扱い方をはじめ実験の様々な事柄について教えて下さりました. 大石奈緒子氏には, 傾き検出機構の改善と追試をして頂きました. 大石氏との会話により心の緊張緩和と聴覚の鍛錬をすることができました. 山元一広氏には, 様々な計算を手伝って頂きました. ラックを借用し場所を侵食して申し訳ありませんでした.

修士過程 2 年の谷口信介氏, 堀越一雄氏, 修士過程 1 年の関谷淳氏, 沼田健司氏とは, 多くの無意味な話をさせて頂きました. いいリラックスとなりました. 関谷氏には毎週木曜日に差入れを頂きありがとうございました. 今後, 実験の引き継ぎよろしくお願い致します.

他にも数多くの方々の数多くの助けを頂きました. どうもありがとうございました.