

修士論文

干渉計型重力波検出器に用いる
鏡のQ値測定

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻

56053 大石 奈緒子

1997年1月

目次

1	はじめに	1
2	重力波	6
2.1	重力波の導出	6
2.2	重力波源	8
2.3	検出	9
3	鏡の熱雑音	12
3.1	損失のある調和振動子と Q 値	13
3.1.1	速度ダンピングモデル	13
3.1.2	揺動散逸定理	15
3.1.3	structure damping model	16
3.2	全熱雑音の計算	16
3.2.1	換算質量の計算	17
3.2.2	全熱雑音の計算	20
3.2.3	100kHz 以下の軸対称モード	21
3.3	Q 値の測定原理	21
4	測定方法	25
4.1	Q 値の測定手順	25
4.2	鏡	26

目次

4.3	励起系	26
4.3.1	極板	26
4.3.2	Driver	26
4.4	光学系	27
4.5	電気系	29
4.6	懸架系	30
4.6.1	試料鏡の懸架系	31
4.6.2	参照鏡の懸架系	31
4.6.3	保護装置	31
4.7	真空装置	34
5	Q 値の測定結果	35
5.1	ワイヤーの影響と内部損失	35
5.2	制御用磁石の影響	43
5.3	stand off の影響	46
5.4	側面研磨の影響	49
5.5	石英以外の材質の鏡	50
6	問題点と考察	52
6.1	モードの特定方法	52
6.2	鏡面からのビームのずれと換算質量	53
6.3	換算質量の測定	53
6.4	Q 値変動の理由	54
6.4.1	ワイヤーの共振	54
6.4.2	磁石の共振	55
6.4.3	損失の定式化	55
6.4.4	内部の損失の原因	56

7	まとめ	59
7.1	実験結果のまとめ	59
7.2	鏡内部の損失と材質について	59
7.3	懸架系の影響	60
7.4	今後の課題	60
	謝辞	61

図目次

1.1	TAMA300 で予想される感度曲線 (文献 [8] より引用)	1
1.2	干渉計型重力波検出器	2
1.3	干渉計と鏡の熱雑音	3
1.4	懸架系	4
2.1	重力波の偏光	8
2.2	マイケルソン干渉計	9
2.3	TAMA300(Fabry-Perot)	11
3.1	パワースペクトル密度	14
3.2	換算質量	17
3.3	座標系	19
3.4	軸対称モードと非軸対称モード	19
3.5	全熱雑音に占める各軸対称モードの寄与	20
3.6	100kHz 以下の 11 個の軸対称モード	22
3.7	decay curve	23
3.8	decay curve(実測値)	24
4.1	励起用極板	27
4.2	実験装置	28
4.3	光学系	29
4.4	フィルターの伝達関数	30

4.5	懸架系	32
4.6	参照用の鏡	33
5.1	懸架系 1: ワイヤーのみ	36
5.2	ワイヤーのみによって懸架された鏡の Q 値の測定結果:2	37
5.3	計算された u_z^2 と Q 値	38
5.4	計算された u_r 変位と Q 値	39
5.5	$\sum_{i=1}^{11} u_{z_i}^2 \times \frac{1}{m_i \omega_i^2}$	40
5.6	直径との相関	41
5.7	ワイヤーの種類との相関	43
5.8	磁石を貼った位置	44
5.9	磁石を貼った場合の Q 値:2	45
5.10	u_z^2 に対する依存性	45
5.11	u_r^2 に対する依存性	46
5.12	stand off の配置図	47
5.13	stand off を接着したときの Q 値:2	48
5.14	側面未研磨時、研磨時の Q 値:2	50
6.1	ビームが中心から 5mm ずれている場合の各モードの換算質量の逆数	57
6.2	ビームが中心から 4cm ずれている場合の各モードの換算質量の逆数	57
6.3	観測された共振のピーク	58
6.4	換算質量の測定	58

表目次

4.1 光学用石英ガラスの特性 文献 [17] より引用)	26
5.1 ワイヤーのみによって懸架された鏡の Q 値の測定結果:1	36
5.2 ワイヤーの直径に対する依存性	41
5.3 各種 ワイヤーと Q 値	42
5.4 磁石を貼った場合の Q 値:1	44
5.5 stand off を接着した時の Q 値:1	48
5.6 側面未研磨時、研磨時の Q 値:1	49
5.7 CLEARCERAM Z の Q 値	51

第 1 章 はじめに

本実験は、現在国立天文台に建設中の基線長 300m の干渉計型重力波検出器、TAMA300 の開発の一環として行われたものである。

重力波の検出器では、微弱な重力波の信号を検出するために、様々な雑音を低減していかなければならない。干渉計型検出器の感度を制限する最も基本的な雑音は、低周波から地面振動、熱雑音、光源の散乱雑音の 3 つであり、特に重力波の観測帯域で最も大きくなっているのが、熱雑音である (図 1.1)。

TAMA で主に問題となる熱雑音は、振り子、鏡を吊るしているワイヤー、鏡の 3 つに

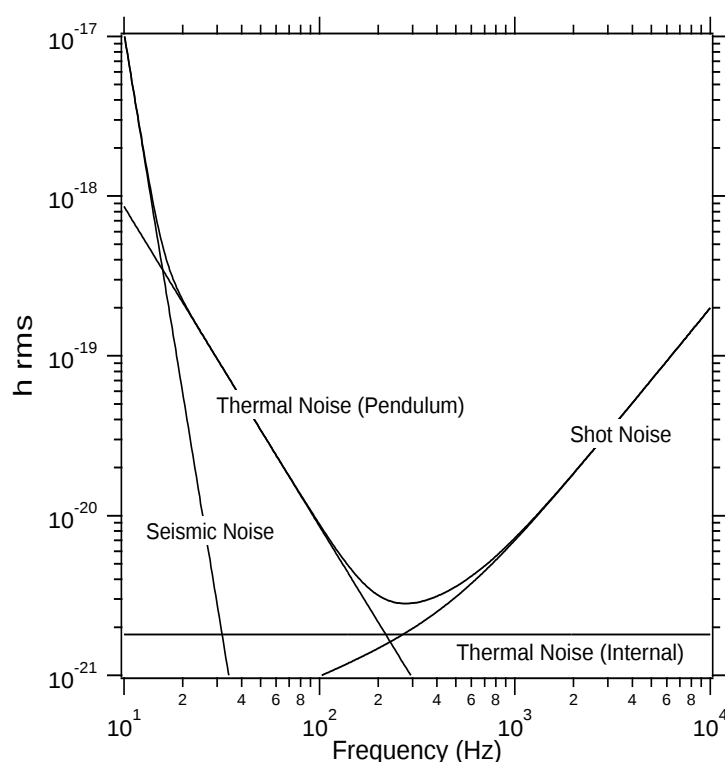


図 1.1: TAMA300 で予想される感度曲線 (文献 [8] より引用)

起因するものであるが、ここでは、特に鏡の熱雑音について考える。

鏡の熱雑音は、熱浴に置かれた鏡の各固有振動モードに、エネルギー $\frac{1}{2}k_B T$ が分配され

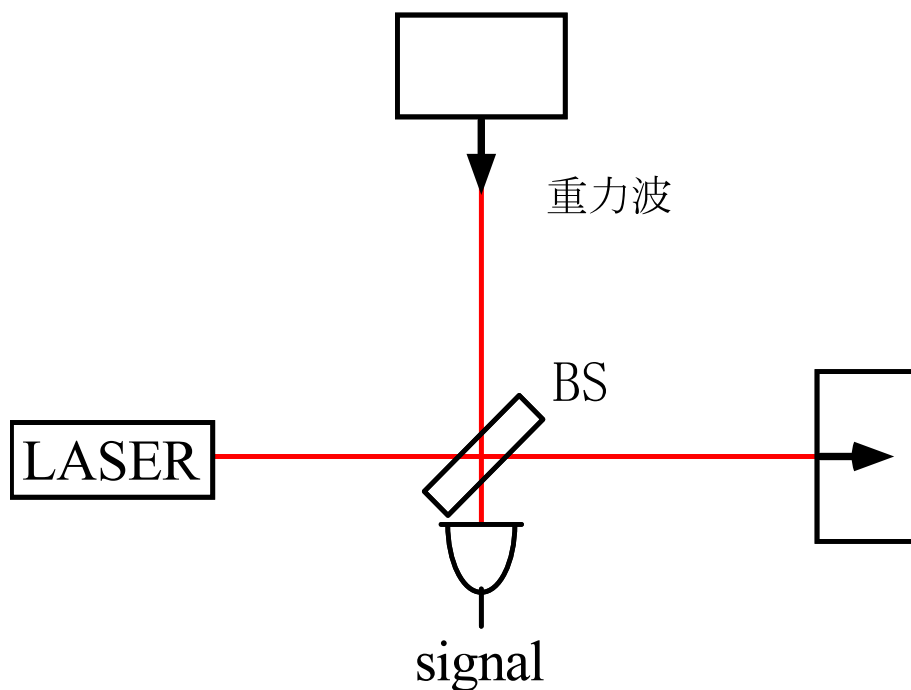


図 1.2: 干渉計型重力波検出器

て、鏡面が鏡の重心に対して振動するものである。干渉計は2つの腕の光路長の差を検出するものであるから(図1.2)、これは直接雑音となる(図1.3)。

観測帯域における熱雑音の大きさは、鏡面変位の大きさを $x(\omega)$ とすると、式(1.1)のよう表される。(3章)

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega} \sum_i \frac{1}{m_i \omega_i^2 Q_i} \quad (1.1)$$

m_i, ω_i は i 番目のモードの換算質量と共振周波数で、鏡の材質とサイズから決まっている。 Q_i は Q 値で、共振の鋭さを表す量である。

上の式から分かるように、熱雑音を下げるには

- Q 値を上げる
- 温度 T を下げる
- 鏡のサイズを変えて m_i, ω_i を大きくする

の3つの方法があるが、TAMAの干渉計は常温で動作させることになっていて、鏡のサイズもほぼ最適化されているようなので[21]、熱雑音を下げるには Q 値を上げるしかない。

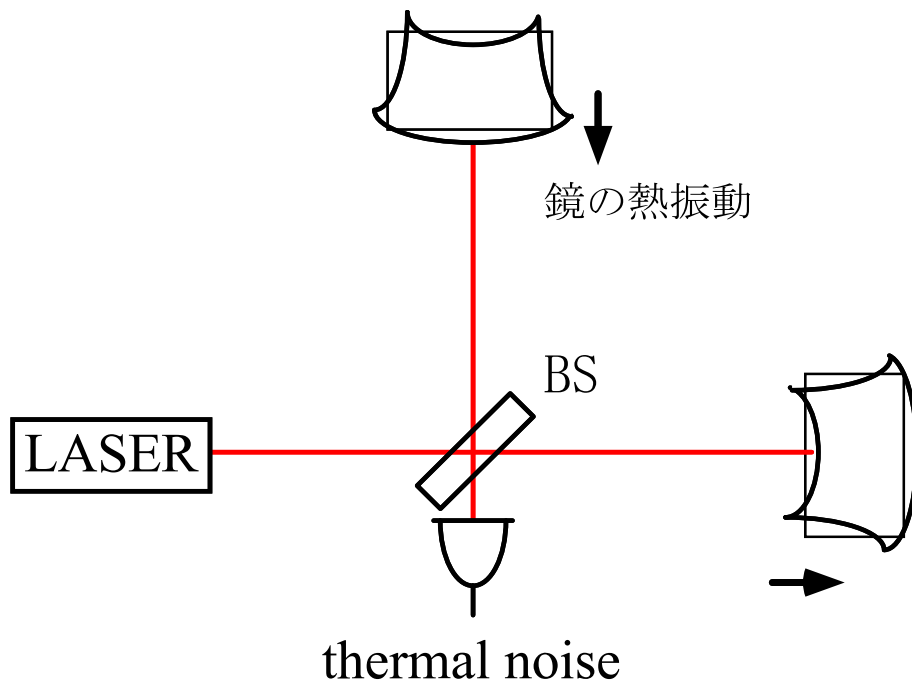


図 1.3: 干渉計と鏡の熱雑音

実際にどの程度の Q 値が必要とされるのかは、TAMA の目標感度

$$h = 3 \times 10^{-21} \quad (1.2)$$

と、式 (1.1) から計算することが出来て、¹⁾全てのモードの Q 値が等しいとすると、

$$Q_i = 2 \times 10^7 \quad (1.3)$$

である。

TAMA 計画では、直径 10cm, 高さ 6cm の熔融石英 SUPRASIL-P10(信越石英) の鏡を用いるが (図 1.4)、P10 とは脈理の性質の違う SUPRASIL-P30 (信越石英) で、TAMA と同サイズの鏡を作って²⁾ Q 値を測定した結果、 2×10^3 から一番良いものでも 3.7×10^5 であったことを考えると、鏡の熱雑音が TAMA 計画でいかに大きな問題となり得るかが分かる。[10][11]

Q 値は共振の鋭さを表す量で、鏡の内部で起こる損失と、鏡の置かれている環境、特に懸架系との相互作用による損失によって制限されると考えられる。そこで、 Q 値を上げるためには、

¹⁾実際は他の雑音も考慮しなければならない。

²⁾側面未研磨の状態で

- Q 値の高い材質を探す
- 懸架系による損失を最小限に抑える

ことが考えられる。TAMA では、鏡は熔融石英 SUPRASIL P-10 を用いることが決まっているので、懸架系の損失を最小限に抑えることを目標に実験を行うことになった。

TAMA の懸架系は、図 1.4 のようになっており、特に

- ワイヤー
- 磁石
- stand off

の Q 値に与える影響を調べる必要がある。

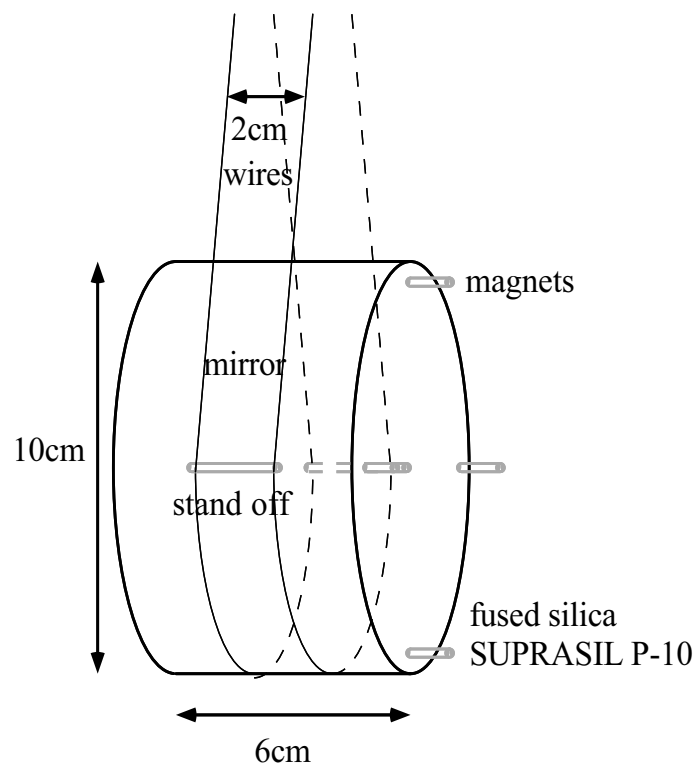


図 1.4: 懸架系

本論文では、以上のような理由から、様々な条件下で 100kHz 以下にある鏡の 11 個の軸対称モードでの Q 値を測定することによって鏡の熱雑音の大きさを推定し、また、懸架系の Q 値に与える影響について調べてみた。

第 1 章 はじめに

本実験の最終目的は、「干渉計型重力波検出器で重力波を検出する」あるいは、「TAMA の目標感度を達成する」ことにあるので、2 章でまず検出器の目標となっている重力波の性質に触れ、3 章で TAMA の目標感度を達成するのに必要な Q 値がどのように計算されるか、また、鏡の持つ多くの固有モードの中で特に低周波の軸対称モードの Q 値を測定することになった理由とその特徴、更に Q 値測定の原理について説明する。4 章で実際の測定装置について、5 章で Q 値の測定と解析の結果を述べ、6 章では様々な問題点に対する考察を行なう。最後に 7 章でまとめと今後の課題を示す。

第 2 章 重力波

一般相対論では、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を用いて 2 点 x^μ , $x^\mu + dx^\mu$ 間の距離を測る。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.1)$$

重力波は時空の計量 $g_{\mu\nu}$ の僅かな歪みの伝搬である。

しかし、その効果は非常に小さく、検出には様々な困難が伴う。検出の難しさは、重力波が予言されてから今日まで数十年間にわたり、様々な検出の試みがなされてきたにも関わらず、未だに直接観測が成功していないことから分かる。

本章では、重力波の式の導出と、重力波源について、更にその検出方法について述べる。

2.1 重力波の導出

時空の計量 $g_{\mu\nu}$ は Einstein 方程式に従う。

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

左辺 $G_{\mu\nu}$ は $g_{\mu\nu}$ の関数で重力場を表し、右辺の $T_{\mu\nu}$ は運動量エネルギーテンソルで物質の存在を示す。

物質が存在すると、式 (2.2) に従って重力場が存在するが、物質の存在しない真空中でも、電磁波の場合と同じように光速で伝播する重力場が存在する。これが重力波である。

真空中では、 $T_{\mu\nu} = 0$ であるので、式 (2.2) は次のようになる。

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0 \quad (2.3)$$

平坦な時空

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

はこの方程式の解であるので、 $\eta_{\mu\nu}$ からの摂動を考える。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.5)$$

式 (2.3) は $h_{\mu\nu}$ を用いると、

$$h_{\rho\nu},{}^\rho{}_\mu + h_{\rho\mu},{}^\rho{}_\nu - h_{\mu\nu},{}^\rho{}_\rho - h_{\rho\rho},{}^\rho{}_\nu + \eta_{\mu\nu}(h_{\rho\lambda},{}^\rho{}_\lambda - h_{\rho\rho},{}^\rho{}_\rho) = 0 \quad (2.6)$$

の ようになる。簡単のため、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (2.7)$$

$$h \equiv h^\rho{}_\rho \quad (2.8)$$

を使って書き直し、

$$\bar{h}_{\rho\nu},{}^\rho{}_\mu + \bar{h}_{\rho\mu},{}^\rho{}_\nu - \bar{h}_{\mu\nu},{}^\rho{}_\rho + \eta_{\mu\nu}h_{\rho\lambda},{}^\rho{}_\lambda = 0 \quad (2.9)$$

更にローレンツゲージ条件

$$\bar{h}^{\mu\alpha},{}_\alpha = 0 \quad (2.10)$$

を課すと、式 (2.9) は波動方程式となる。

$$\bar{h}_{\mu\nu},{}^\rho{}_\rho = 0 \quad (2.11)$$

この解を重力波とい う。

式 (2.11) の解として単色平面波

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(ik_\alpha x^\alpha) \quad (2.12)$$

を考える。ローレンツ条件は、

$$k_\alpha k^\alpha = 0 \quad (2.13)$$

$$A_{\mu\alpha} k^\alpha = 0 \quad (2.14)$$

で表されるが、まだ座標の取 り方に任意性が残 っているので、次の条件を課す。

$$A_{\mu 0} = 0 \quad (2.15)$$

$$A^\mu{}_\mu = 0 \quad (2.16)$$

式 (2.15), (2.16) は、摂動 $\bar{h}_{\mu\nu}$ の時間成分と、トレースを 0 にしている。これは T-T ゲージ (Transverse-Traceless gauge) と呼ばれ、この条件下では $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}$ である。 式 (2.8))

波の進行方向を z とすると、

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp[-ik(ct - z)] \quad (2.17)$$

とな り、重力波は h_+ と $h_\times$ の 2 つの自由度を持った横波であることが分かる。

2.2. 重力波源

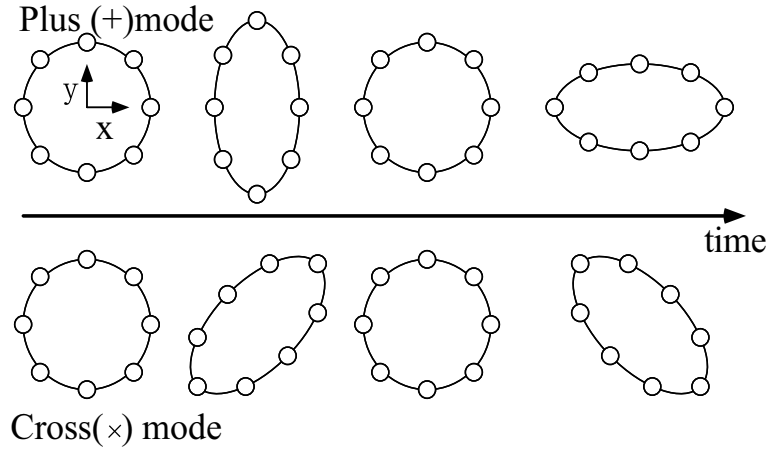


図 2.1: 重力波の偏光

2.2 重力波源

重力波の放出は電磁場の場合と同じように、遅延ポテンシャルを使って表される。重力波源の運動速度が遅く、重力場のポテンシャルが小さい場合を考えると、波源からの距離を r として、 $h_{\mu\nu}$ は、

$$h_{\mu\nu} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} \ddot{D}_{\mu\nu} \quad (2.18)$$

と表される。[9] $D_{\mu\nu}$ は 4 重極モーメントで、

$$D_{\mu\nu} = \int \rho \left(x_\mu x_\nu - \frac{1}{3} \partial_{\mu\nu} r^2 \right) d^3x \quad (2.19)$$

式 (2.18) を見ると、重力波は、電磁波と違って $1/r$ で減衰する。また、4 重極放射のため、軸対称な系からは発生しない。

重力波の源には、以下のような天体が考えられている。文献 [14] より引用)

波源	周波数	距離	h	発生率
中性子星の合体	10~1kHz	200Mpc	10^{-22}	$\sim 3/\text{year}^1)$
超新星爆発	$\sim 1000\text{Hz}$	銀河系内 ($\sim 10\text{kpc}$)	10^{-18}	$\sim 3/\text{century}$
超新星爆発	$\sim 1000\text{Hz}$	銀河系内 ($\sim 10\text{kpc}$)	10^{-21}	$\sim \text{数回}/\text{year}$
パルサー	10~1000Hz		10^{-25}	

TAMA の観測帯域は 150Hz から 450Hz で、目標感度は $h = 3 \times 10^{-21}$ であるから、銀河系内の超新星爆発と、より遠くの中性子星連星の合体が検出可能な事象となる。

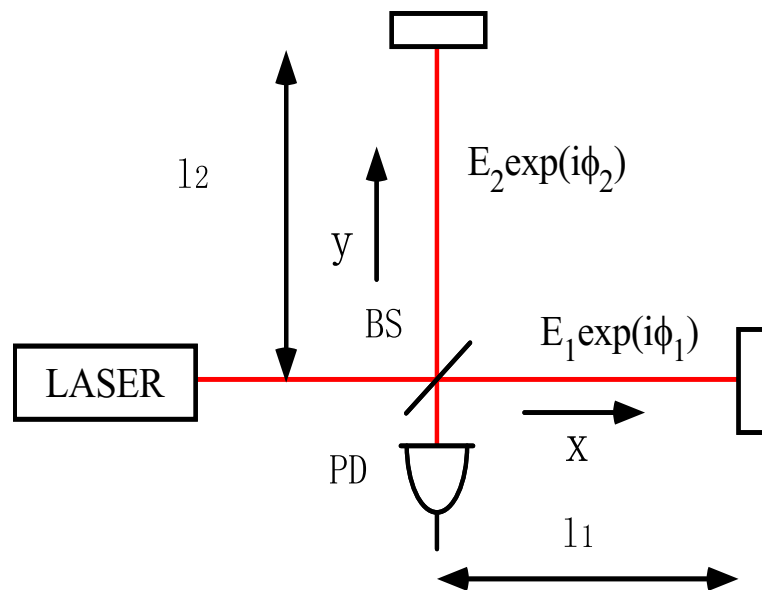


図 2.2: マイケルソン干渉計

2.3 検出

重力波の検出器は、検出原理の違いから下の 2 つに大別される。

- 共振型
- 干渉計型

また、干渉計型は更に、

- Delay-Line 方式
- Fabry-Perot 方式

の 2 つに分けられる。これは干渉計の実効的な光路長を伸ばすための方法によって分けているのであり、TAMA 計画は Fabry-Perot 方式の干渉計型重力波検出器を用いる。

重力波に対する応答は、本質的にマイケルソン干渉計のものと考えられるので、以下にその様子を見る。

マイケルソン干渉計は、2 つの腕を往復してきた光の位相変化の差を PD に入る光の強度変化として検出するものである。

図 2.3 の x 軸上を往復してきた光の振幅を E_1 、位相変化を ϕ_1 、 y 軸上を往復してきた

2.3. 検出

光の振幅を E_2 、位相変化を ϕ_2 とすると、PD での光の強度 I は、

$$I = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (2.20)$$

となっている。

2.1節の+モードの重力波が来た場合の光の位相変化を考える。

重力波によって計量は式 (2.21) のような変更を受ける。

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h_+ \exp^{-ik(ct-z)})dx^2 + (1 - h_+ \exp^{-ik(ct-z)})dy^2 + dz^2 \quad (2.21)$$

$h_+ \exp^{-ik(ct-z)}$ は時間の関数として、以後簡単のため、 $h(t)$ と書く。光は

$$ds^2 = 0 \quad (2.22)$$

であり、 x 軸を往復する光は、 $dy = dz = 0$ であるから、

$$c^2 dt^2 = \{1 + h(t)\} dx^2 \quad (2.23)$$

これから、

$$\int_{t_1}^t \frac{dt'}{\sqrt{1 + h(t')}} = \frac{1}{c} \left(\int_0^{l_1} dx + \int_{l_1}^0 -dx \right) = \frac{2l_1}{c} \quad (2.24)$$

左辺を $h \ll 1$ で近似すると、

$$\int_{t_1}^t \frac{dt'}{\sqrt{1 + h(t')}} \simeq \int_{t_1}^t \left(1 - \frac{1}{2} h(t') \right) dt' \quad (2.25)$$

となる。

光が x 軸を往復する間におこる位相変化 ϕ_1 は、重力波が存在するために、 $\frac{2\Omega l_1}{c}$ から微小な変動を受ける。

$$\phi_1 = \Omega(t - t_1) = \frac{2l_1\Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2l_1}{c}}^t h(t') dt' \quad (2.26)$$

y 軸に対しては重力波の影響が逆符合になるので、位相変化 $\Delta\phi$ は

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = -\frac{2\Omega(l_1 - l_2)}{c} - \Omega \int_{t-\frac{2l_1}{c}}^t h(t') dt' \quad (2.27)$$

但し $l \simeq l_1 \simeq l_2$ 。

このようにして、干渉計で重力波が検出される。

鏡の熱雑音は、式 (2.27) の l_1, l_2 の変動として、重力波と同様に検出される。

また、式 (2.27) の右辺第2項の $h(t)$ に $h_+ \exp^{-ik(ct-z)}$ を戻してみると、周期関数 $\exp^{-ikct}$ を時間 $\frac{2l}{c}$ だけ積分しているので、光が干渉計を往復している間 $\frac{2l}{c}$ に重力波の位相 ckt が π

図 2.3: TAMA300(Fabry-Perot)

よりも大きくなってしまうと、信号が弱くなってしまうことが分かる。そこで、観測したい重力波の周波数 $\omega = ck$ に対して最適な基線長 l を考えることが出来て、

$$\omega \frac{2l}{c} \leq \pi \quad (2.28)$$

から、

$$l = \frac{c\pi}{2\omega} \quad (2.29)$$

となり、例えば 1kHz の重力波に対しては $l = 75km$ になる。

TAMA 計画の観測周波数は 150Hz から 450Hz に対して、基線長は 300m であるが、Fabry-Perot 方式を用いて実効的な基線長を伸ばしている²⁾。このため、鏡の熱雑音は図 2.3 で cavity を構成している鏡計 4 枚分を足し合わせる必要がある。また、4 枚の鏡のうち、ビームスプリッターに近い方の鏡を front mirror 遠い方の鏡を end mirror と呼んでいる。

²⁾ 2 枚の鏡を向かい合わせて cavity を作り、中で光を共振させて実効的な光路長を伸ばす

第 3 章 鏡の熱雑音

鏡の熱雑音は、鏡の持つ全ての固有振動モードに、熱エネルギー $\frac{1}{2}k_B T$ が与えられて、鏡面が鏡の重心に対して変動し、干渉計の光路長を変動させてしまうものである。

その大きさは、

1. 鏡の各固有振動に対する干渉計の光路長変動を 1 次元の調和振動子と考え
2. 適当な損失を仮定し
3. 揺動散逸定理から導かれる揺動力を与え
4. 重力波の観測周波数でのパワースペクトル密度を計算し
5. 全てのモードが独立であると仮定して
6. パワースペクトル密度を足し合わせる

ことによって計算される。

損失のモデルには、エネルギーの散逸が速度に比例する速度ダンピングモデルと周波数に依存しない structure ダンピングモデルがあり、物質内部で起こるような損失は、理由は良く分からないものの、後者に従うことが知られている [22]。従って鏡の熱雑音は structure で推定する。

本章では、まず 1 次元の調和振動子に上に述べた 2 つの損失を入れて、熱雑音のパワースペクトル密度を計算し、2 つのモデルによって、共振から離れた周波数領域での熱雑音がどのように予想されるかを見る。

次に、3 次元の鏡の固有振動を 1 次元の調和振動子と考えるために換算質量を考える。

その後、実際に低周波のモードから熱雑音を足し合わせてみることにより、鏡のどのようなモードが大きい熱雑音に寄与するかを見て、低周波の軸対称モードが重要であることを示す¹⁾。更に、TAMA の目標感度を達成するためには非常に高い Q 値が要請されることを確認する。

¹⁾過去には最低次のモードのみで計算していたが、それだけでは、他のモードも考えた場合に比べて、振幅にして $\frac{1}{5.9}$ の値にしかない。[8]

高い Q 値を得るために、本実験では特に懸架系による損失を減らすことを考えているが、懸架系の損失はモードの形に依存すると考えられるので、今回測定した 11 個のモードの形を計算しておく。

最後に Q 値の測定原理について述べる。

3.1 損失のある調和振動子と Q 値

鏡の固有振動による光路長変動は、損失のある 1 次元の調和振動子の振動と考えることが出来る。損失には

- 速度ダンピングモデル
- structure ダンピングモデル

が考えられる。この 2 つのモデルでのパワースペクトル密度の計算結果は共振周波数では一致するが、共振から遠く離れた周波数領域での振舞いは異なっている。

共振周波数付近での熱雑音は、実際に測定された例も多く、その振舞いも比較的良く知られているが²⁾、TAMA で問題になるであろうといわれている熱雑音は、その固有モードの周波数から大きく離れた周波数領域のものである。具体的な数字を示すと、本実験や TAMA で用いられる鏡の一番低いモードの共振周波数は 27kHz であるのに対して、TAMA の観測帯域は 150Hz から 450Hz である。

このように共振から遠く離れた周波数領域での熱雑音はあまりに小さいために観測された例がなく、実際の熱雑音が、どのように現れるかについては疑問の余地がある。

本節では、2 つのモデルに対して、揺動散逸定理を適用してパワースペクトル密度 (Power Spectral Density) を計算し、各々について、 Q 値がどのように定義されるかを見る。また、低周波では structure による PSD が速度ダンピングの PSD よりも大きくなることを確認する。

3.1.1 速度ダンピングモデル

通常、速度に比例した摩擦力 f の働く調和振動子は、質量を m 、ばね定数を k 、揺動力を F_{th} とすると、次の運動方程式で記述される。

$$m\ddot{x} + f\dot{x} + kx = F_{th} \quad (3.1)$$

²⁾例えば、共振型の重力波検出器などでは、検出器の共振周波数での熱雑音が感度を制限するので、検出器を極低温に冷却して動作させることによって雑音を下げることが行なわれている。

3.1. 損失のある調和振動子と Q 値

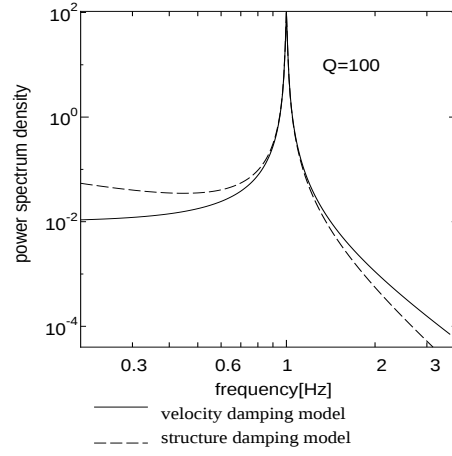


図 3.1: パワースペクトル密度

揺動力は次の式で与えられる。³⁾

$$F_{th}^2(\omega) = 4k_B T f \quad (3.2)$$

k_B は Boltzman 定数。T は温度である。

x のパワースペクトル密度は、式 (3.1) はを Fourier 変換すると簡単に解けて、

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T f}{(k - m\omega)^2 + f^2\omega^2} \quad (3.3)$$

となる。

パワースペクトルを、図 3.1.1 に示すと、 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ に共振のピークがあり、その鋭さを表す量を Q 値といって、式 (3.4) のように定義する。

$$Q \equiv \frac{\omega}{\Delta\omega} \quad (3.4)$$

但し $\Delta\omega$ は FWHM。

velocity damping model の場合は、

$$Q = \frac{m\omega_0}{f} \quad (3.5)$$

となり、 Q 値が共振周波数に比例している。また、共振より低い周波数領域でのパワースペクトル密度は、周波数によらずほぼ定数になることが分かる。

³⁾ これは、熱雑音が白色雑音であることと、各モードに与えられる熱エネルギーが $\frac{1}{2}k_B T$ であることから示すことが出来る。

3.1.2 揺動散逸定理

先ほどは、運動方程式を解いて直接パワースペクトル密度を求めたが、より一般的な方法でも求めることが出来る。この節では、揺動散逸定理を用いることによって、パワースペクトル密度を求める方法を示し、実際に速度ダンピングモデルの計算をして、結果が先ほど求めたパワースペクトル密度 (3.3) と一致することを示す。

揺動散逸定理は、系の力学的性質を記述する伝達関数やアドミッタンス、インピーダンスなどの系関数と揺らぎを特徴づけるスペクトル密度との関係式を与えるものである。[24] まず、定理に使われる言葉を以下のよう に定義する。

$$\begin{aligned}\text{インピーダンス } Z &= F/v \\ \text{アドミッタンス } Y(\omega) &= Z^{-1}(\omega) \\ \text{コンダクタンス } \sigma(\omega) &= \Re(Y) \\ \text{機械系の抵抗 } R(\omega) &= \Re(Z)\end{aligned}$$

揺動散逸定理は、散逸のある系での揺動力 F_{th} を、次のよう に与える。

$$F_{th}^2(\omega) = 4k_B T R(\omega) \quad (3.6)$$

また、マスの変位のパワースペクトル密度は、系のコンダクタンス $\sigma(\omega)$ を使って、

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T \sigma(\omega)}{\omega^2} \quad (3.7)$$

と表される。

前節の速度ダンピングモデルでは、インピーダンスは

$$Z = f + i\omega m + \frac{k}{i\omega} \quad (3.8)$$

アドミッタンスは、

$$Y = \frac{\omega^2 f + i(\omega k - m\omega^3)}{(k - m\omega^2)^2 + f^2 \omega^2} \quad (3.9)$$

となっているので、これから得られる変位のパワースペクトル密度は、

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega^2} \frac{f\omega^2}{(k - m\omega^2)^2 + \omega^2 f^2} \quad (3.10)$$

$$= \frac{4k_B T f}{(k - m\omega)^2 + f^2 \omega^2} \quad (3.11)$$

となり、式 (3.3) に一致する。

3.2. 全熱雑音の計算

3.1.3 structure damping model

先に述べた速度ダンピングモデルでは、 Q 値が周波数に依存する ようなものであったが、実際に物質の内部で起こっている損失は、周波数依存性が少ないことが知られている。この ような損失を表すモデルが、structure damping model で、周波数空間で運動方程式は次の ように表される。

$$-m\omega^2\tilde{x} + k[1 + i\phi(\omega)]\tilde{x} = 0 \quad (3.12)$$

$\phi(\omega)$ は殆んど ω に依存しない定数⁴⁾である。このモデルでは、インピーダンスは

$$Z = \frac{k\phi(\omega)}{\omega} + i\omega m + \frac{k}{i\omega} \quad (3.13)$$

アドミッタンスは、

$$Y = \frac{k\phi(\omega)\omega + i\omega(k - m\omega^2)}{(k - m\omega^2)^2 + k^2\phi(\omega)^2} \quad (3.14)$$

となっているので、これから得られる変位のパワースペクトル密度は、

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega^2} \frac{k\phi(\omega)\omega}{(k - m\omega^2)^2 + k^2\phi(\omega)^2} \quad (3.15)$$

$$= \frac{4k_B T k\phi(\omega)}{\omega\{(k - m\omega^2)^2 + k^2\phi^2\}} \quad (3.16)$$

この場合の Q 値は共振周波数を $\omega_0 = k/m$ とすると、

$$Q = \frac{1}{\phi(\omega_0)} \quad (3.17)$$

で与えられ、周波数によらない。スペクトル密度は速度ダンピングモデルの場合と異なり、共振より低い周波数では $\frac{1}{\omega}$ の依存性を持つので、速度ダンピングの時より大きくなるが (図 3.1.1)、共振周波数付近での振るまいは同じである。

3.2 全熱雑音の計算

前節で、損失のある 1 次元調和振動子の熱雑音のパワースペクトル密度を見た。本節では、3 次元の鏡の固有振動を 1 次元の調和振動子と考えるために、換算質量という概念を導入する。そこで、鏡の中心に光が当たっている場合には、軸対称モードのみが干渉系の熱雑音となることを示す。

⁴⁾但し、定数であるとする、 x_{rms} が発散してしまうので、低周波では奇関数の形をしている筈である。

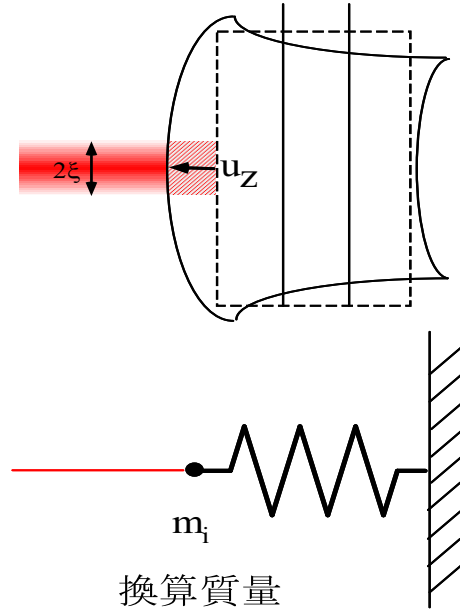


図 3.2: 換算質量

続いて各モードの変位のパワースペクトル密度をを足し合わせていくことにより、全体の熱雑音を計算する。その時に、熱雑音の大きさは、低周波のモードの寄与が大きいことを確認する。こうして、低周波の軸対称モードが熱雑音にとっては重要であるということを確認したのち、具体的なモードの形を見る。なお、本論文の計算に使用した program は主に寺嶋氏 [12] の手になるものである。

3.2.1 換算質量の計算

3次元の鏡の固有振動も、干渉計の光路長 x を1次元を調和振動子のよ うに振動させると考えることが出来る (図 3.2)。全熱雑音は、各モードに同じエネルギー $\frac{1}{2}k_B T$ が与えられた時の、干渉計の感じる光路長変動のパワースペクトル密度 $x_i^2(\omega)$ の和なので、モードの全体の運動エネルギー U を、ガウシアンビームの当たっている領域での運動エネルギー $K = \frac{1}{2}m_i \Delta l^2$ に等しいと考えて、換算質量 m_i を定義し、3次元の質量 m の鏡の固有振動を、質量 $m_i = \alpha m$ の1次元調和振動子の光路長変動と考える。また、 α を換算質量係数という。

こうしてみると、同じエネルギーを与えられた時の、光路長変動の大きいモードの換算質量 $m_i = \alpha m$ が小さくなるので、換算質量の小さなモードが熱雑音を考える時には重要であることが分かる。

3.2. 全熱雑音の計算

数式を使って定義すると、干渉計の実効的な光路長変動 Δl は、 $\vec{u}$ を鏡面の変位ベクトルとすると、

$$\Delta l = \frac{1}{|\vec{k}|} \int_S \frac{2}{\pi \xi^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{\xi^2}\right] \vec{k} \cdot \vec{u}(r, \theta, h) dS \quad (3.18)$$

と表される。

ここで $\vec{k}$ は干渉計に用いているレーザーの波数ベクトルで、 ξ は鏡面におけるガウシアンビームの半径である。また、 $\vec{u}$ は鏡面の変位ベクトルであるから、これは、ガウシアンビームと鏡面変位のベクトルの内積を、鏡面上で積分したものになっている。実際の計算では、光が鏡面に垂直に当たっていると考えて、光軸方向の鏡の変位 u_z (図 3.2) を使って、

$$\Delta l = \int_0^1 r dr \int_0^{2\pi} d\theta \frac{2}{\pi \xi^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{\xi^2}\right] u_z(r, \theta, h) \quad (3.19)$$

としている。この変位 Δl が質量 m_i の 1 次元調和振動子の振幅であると考え、振動子の運動エネルギー K は

$$K = \frac{1}{2} m_i \omega_i^2 \Delta l^2 \quad (3.20)$$

となる。また、 K がモードの運動エネルギー U

$$U = \int_V \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right)^2 dV \quad (3.21)$$

$$= \int_V \frac{\rho \omega_i^2}{2} |\vec{u}|^2 dV \quad (3.22)$$

と等しいとして m_i は

$$m_i = \alpha m = \frac{U}{K/m_i} = \frac{\int_V \rho |\vec{u}|^2 dV}{\Delta l^2} \quad (3.23)$$

となる。

軸対称モードと非軸対称モード

鏡の固有振動の変位ベクトルは、鏡の材質とサイズを決めれば、弾性体の方程式を解くことによって求めることが出来る。

弾性体の運動方程式は、鏡の密度を ρ , Poisson 比 ν , Young 率 E とすると次のように書ける。

$$\rho \ddot{\vec{u}} = \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta \vec{u} + \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \text{grad div } \vec{u} \quad (3.24)$$

$\vec{u}$ は変位ベクトルである。

これを TAMA のようなアスペクト比 (直径 10cm 高さ 6cm) の鏡で解くには、Hutchinson の方法 [19] が優れている。坪野研では、学生実験の課題としてこの方法に基づいた program

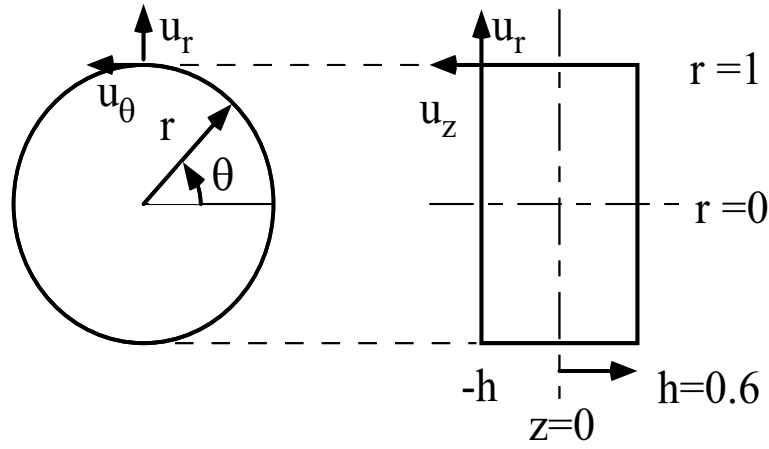


図 3.3: 座標系

を作成して来たが、1995 年後期に寺嶋氏によって、完成度の高いものが作成され、本実験などではこれを用いてモードの計算を行なっている。計算法の詳細は文献 [12] にあるので、ここでは説明を省き、結果を利用する。式 (3.24) を図 3.3 の円柱座標で計算すると、解 $\vec{u}$ は、鏡面の節の本数を n として、 θ 方向に $\sin n\theta$ か $\cos n\theta$ の依存性を持っている。 $n=0$ の場合を軸対称モードと呼び、この場合解に θ 方向の依存性はない。 n が 0 でない場合には、整数 n の値に応じて $\sin n\theta$ か $\cos n\theta$ の依存性を持つので、図 3.2.1) 式 (3.19) の値は 0 になり、実効的な光路長変動がないことが分かる。これは、図 3.2.1 の + と書いてある部分と - と書いてある部分で光路長変動が相殺すると考えると分かりやすい。

従って熱雑音を考えるときには $n=0$ の軸対称モードのみを考えれば良い。⁵⁾ 軸対称モー

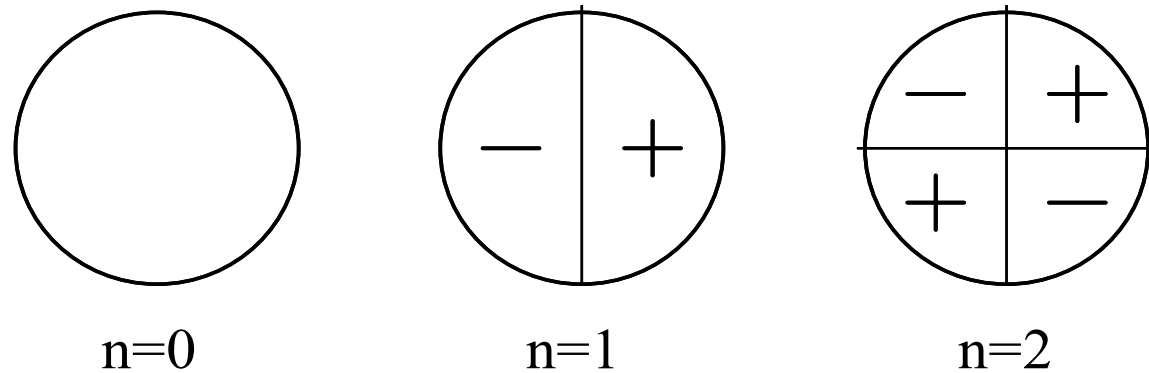


図 3.4: 軸対称モードと非軸対称モード

3.2. 全熱雑音の計算

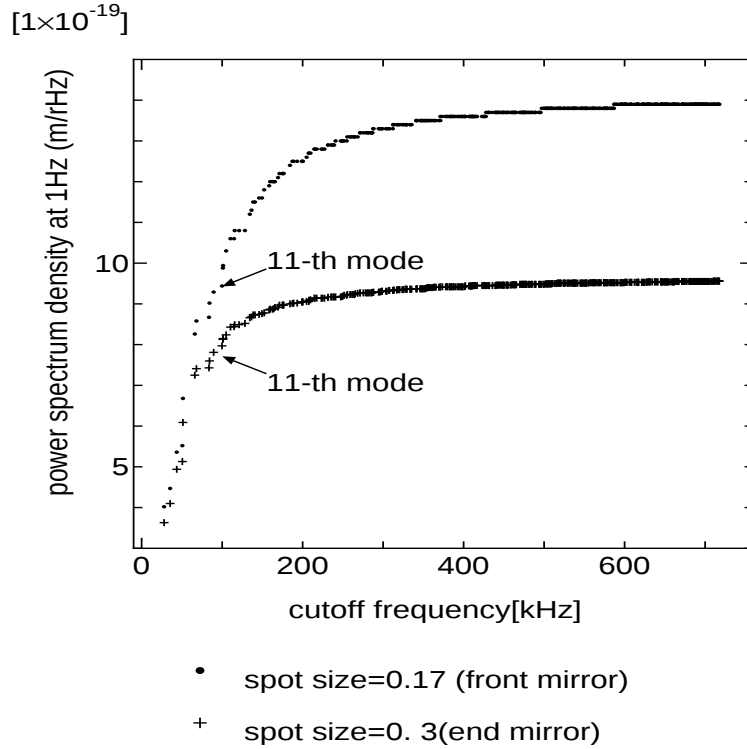


図 3.5: 全熱雑音に占める各軸対称モードの寄与

ドの場合は式 (3.19) を用いて実効的な光路長変動を計算し、式 (3.23) に従って換算質量を定義することが出来る。続いて軸対称モード全体の熱雑音についてみていく。

3.2.2 全熱雑音の計算

各モードが独立であると考えると、全熱雑音は、式 (3.16) の足し合わせで計算することができて、 $Q_i \gg 1$, $\omega \ll \omega_0$ という近似のもとで以下のように表される。

$$S(f) = \frac{4k_B T}{\omega} \sum_i \frac{1}{m_i \omega_i^2 Q_i} \quad (3.25)$$

この際、各モードからの寄与が換算質量 m_i と共振周波数 ω_i の 2 乗に反比例するため、共振周波数の高い方のモードの寄与は小さくなる。その様子を見るために、各モードの $\frac{1}{m_i \omega_i^2}$ を周波数の低い方から足し合わせていった図を示す。横軸が周波数であり、縦軸が、 $\sum_{i=1}^l \frac{1}{m_i \omega_i^2}$ である。この図から、

- ビーム径が大きいほど、熱雑音は小さくなる。換算質量が大きくなるから)

らどの程度外れても良いかという計算もされている。結果については文献 [21] を参照。

- 全熱雑音は低周波のいくつかのモードの寄与で大体決まってしまう。

ことが分かる。本測定では、測定機器の関係から、100kHz までにある 11 個の軸対称モードに着目して Q 値の測定を行なったが、これだけでもかなり良い推定が出来ると考えられる。

次に 11 個の軸対称モードの具体的な形をあげておく。

3.2.3 100kHz 以下の軸対称モード

高い Q を実現するために懸架系による損失を抑えるというのが本実験の目的であった。懸架系による損失は、モードの形に依存することが考えられるので、ここで Q 値を測定した 11 個の軸対称モードの共振周波数と概形を示し、更に front mirror での換算質量を見ておく(図 3.6)。計算法の詳細は文献 [12] を参照。

座標系は上から吊された鏡を光軸方向と垂直な方向から見た形になっているので、図の左側から光が当たるものと考えればよい。また、各モードの変位はそれぞれの運動エネルギーの平方根で規格化されている。

3.3 Q 値の測定原理

低周波での軸対称モードが熱雑音の観点から見ると主要なモードになることが分かったので、これらのモードでの Q 値を測定することによっておおよその熱雑音を推定することが出来、またこれらのモードでの Q 値をあげることが重要になる。

実際に Q 値を測るには、

- 周波数応答を見て半値幅から Q 値を求める。
- 共振を励起して、減衰の様子から Q を求める

という 2 つの方法がある。本実験で主に用いたのは後者であり、本節ではこの方法を詳しく見る。

簡単のため、速度ダンピングモデルで減衰の起こる調和振動子について考える。 x を鏡面の変位とし、外力を $f(t)$ とすると、運動方程式は式 (3.26) で表される。

$$m_i(\ddot{x} + \frac{\omega_i}{Q_i}\dot{x} + \omega_i^2 x) = f(t) \quad (3.26)$$

式 (3.26) をラプラス変換することにより、系の外力に対する応答を調べる。伝達関数 $H_i(s)$ は、

$$X(s) = H_i(s)F(s) \quad (3.27)$$

3.3. Q 値の測定原理

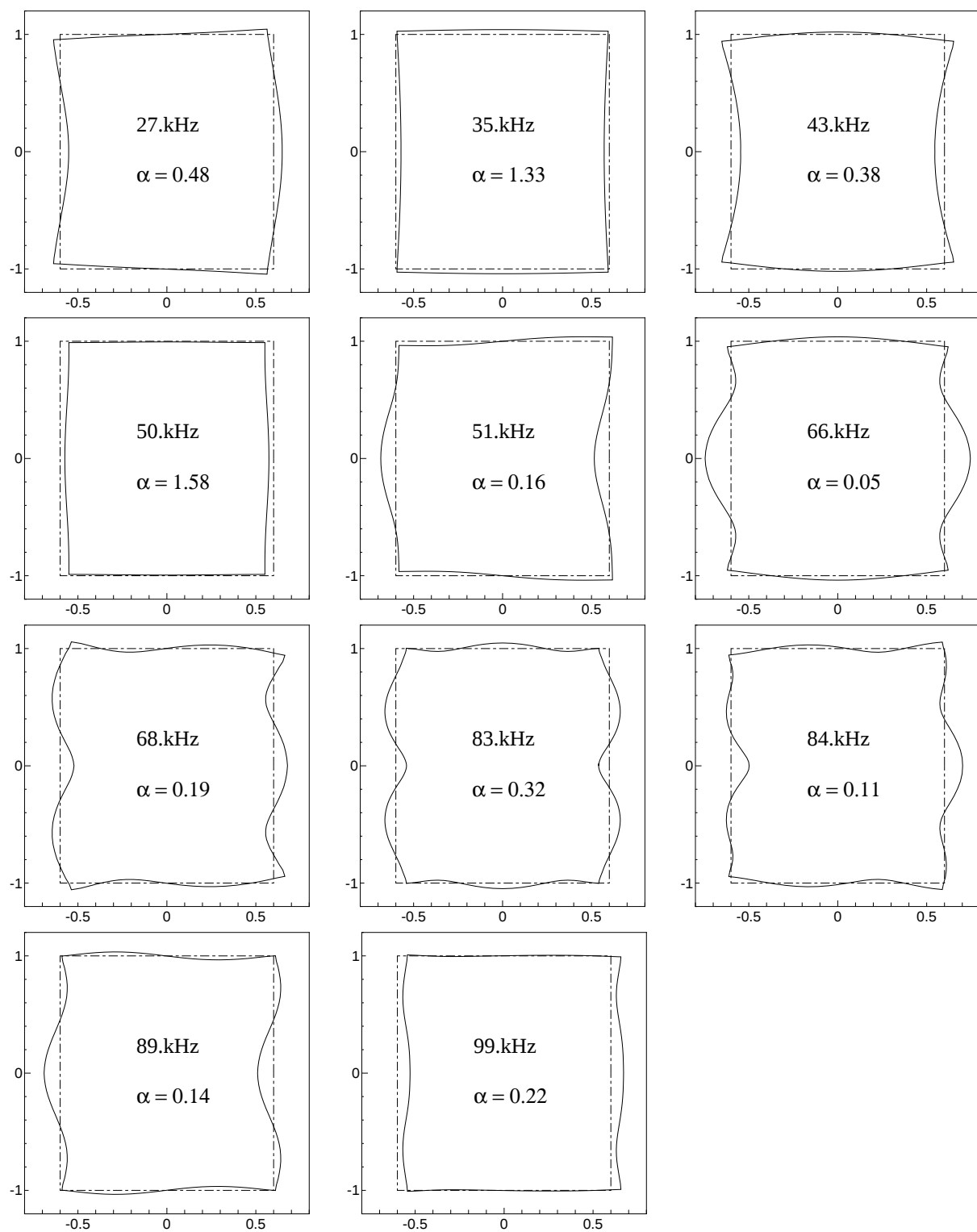


図 3.6: 100kHz 以下の 11 個の軸対称モード

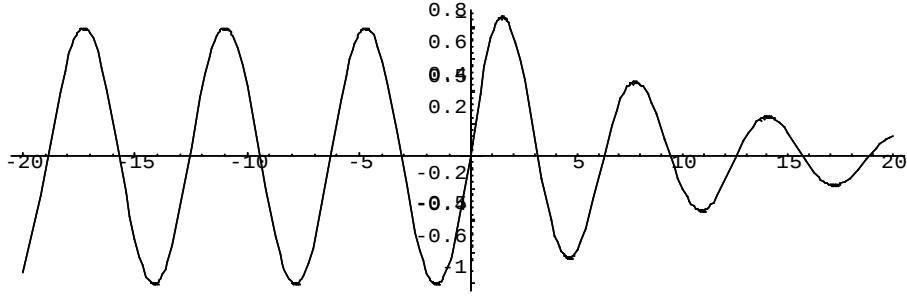


図 3.7: decay curve

であり、式 (3.26) の場合は、

$$H_i(s) = \frac{1}{m(\omega_i^2 + s^2 + \frac{\omega_i s}{Q_i})} \quad (3.28)$$

$$\simeq \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{2i\omega_i} \frac{1}{(s + \frac{\omega_i}{2Q_i} - i\omega_i)} - \frac{1}{2i\omega_i} \frac{1}{(s + \frac{\omega_i}{2Q_i} + i\omega_i)} \right\} \quad (3.29)$$

但し、 $Q_i \gg 1$ の近似を用いた。

このよ うな系の外力 $f(t)$ に対する応答は、

$$x(t) = \int H(t - t') f(t') dt' \quad (3.30)$$

で表され、ラプラス逆変換

$$L^{-1} \left[\frac{1}{s - \alpha} \right] (x) = e^{\alpha t} \quad (3.31)$$

を用いると、

$$x(t) = \frac{1}{m} \int \left(\frac{1}{2i\omega_i} \exp \left(-\frac{\omega_i}{2Q_i} + i\omega \right) (t - t') - \frac{1}{2i\omega_i} \exp \left(-\frac{\omega_i}{2Q_i} - i\omega \right) (t - t') \right) f(t') dt' \quad (3.32)$$

外力として

$$f(t) = \begin{cases} e^{i\omega_i t} & (t < 0) \\ 0 & (t \geq 0) \end{cases} \quad (3.33)$$

を考えると、

$$x(t) = \frac{2Q_i}{m_i \omega_i^2} \exp \left(-\frac{\omega_i}{2Q_i} t \right) \sin \omega_i t \quad (3.34)$$

のよ うな減衰振動になる。本実験では、この減衰の過程をスペクトルアナライザ R9211C の time-frequency mode ⁶⁾を使って、 $e^{-t/\sigma}$ の σ を算出し、

$$Q_i = \frac{f_i \pi}{\sigma} \quad (3.35)$$

⁶⁾ 特定の周波数 ω_i の信号の大きさを時間の関数として log 表示する

3.3. Q 値の測定原理

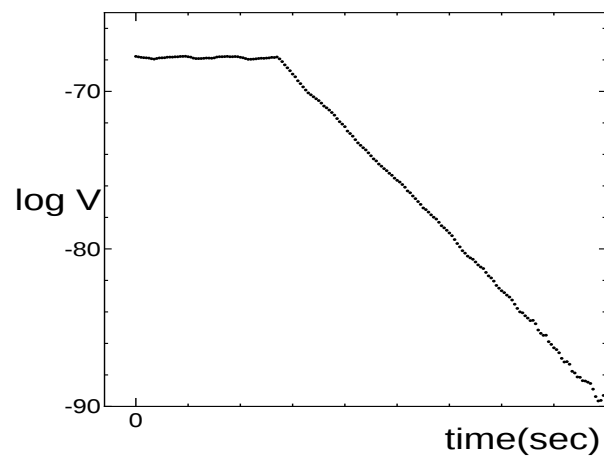


図 3.8: decay curve(実測値)

に従って Q を求めている。

続いて、実際に Q 値を測定する装置の説明を行なう。

第 4 章 測定方法

Q 値を測定するには、

- 周波数に対する応答関数を調べる。
- 試料を共振周波数で励起して、その減衰を見る。

という2通りの方法が考えられる。本実験では主に後の方法で測定を行なった。
本章では、実際の Q 値の測定装置についての説明を行なう。

4.1 Q 値の測定手順

前節で見たように、鏡の共振を適当な時間励起してから、励起信号を止めると、鏡の共振は減衰していく。この減衰の様子から鏡の Q 値を求めることが出来る。実際の測定の手順は、

1. 鏡を防振のために振り子で吊り
2. 音などで励起されないように真空を引き
3. 鏡面変動を検出するために光学系を合わせ
4. 励起周波数を掃引して、鏡の共振周波数を精密に探し
5. 共振周波数で励起し
6. 励起を切って減衰を見る
7. 減衰の様子から Q 値を計算する

となっている。

本節では、最初に、Q 値を測る鏡の性質について述べる、続いて鏡の励起方法について述べ、励起された鏡の振動を測定するための光学系、光学系を安定に動作させるための電気系、更に外乱を避けるための真空系と懸架系について説明していく。

4.2. 鏡

表 4.1: 光学用石英ガラスの特性 文献 [17] より引用)

品名	脈理	均一性 屈折率変動 (δn)	複屈折最大歪 (nm/cm)	泡等級 (nm)	最適透過領域
SUPRASIL P-10	A	2×10^{-6}	2	0	170-2200, 2800-3600
SUPRASIL P-30	B-C	20×10^{-6}	2	0	170-2200, 2800-3600

4.2 鏡

本実験で主に Q 値を測定したのは、TAMA300 で使用されるのと同じ寸法（直径 10cm、高さ 6cm）の熔融石英の鏡 SUPRASIL P-30（信越石英）である。TAMA ではこれより脈理の性質の良い SUPRASIL P-10 を用いることになっている。表 4.2 また、鏡の側面は研磨されており、表面は片方だけアルミでコーティングしてある。

4.3 励起系

試料鏡の共振周波数を探すために、試料鏡を周波数 ω で励起できるような装置が必要になる。鏡に磁石を貼れば、磁石を覆うようにコイルを置き、(図 4.6) コイルに電流を流すことによって鏡に力を加えることが出来るが、磁石は鏡の Q 値を下げるので、今回の測定では、主に磁石を貼らずにすむ極板を利用した励起方法を採用している。

4.3.1 極板

高さ 12cm 幅 5cm 厚さ 5mm のアルミ板 2 枚を、2mm 間隔で絶縁の為のテフロン板に固定してある。2 枚の板の片方を接地し、もう片方に共振周波数で高電圧をかけることによって、図 4.3.1 のような電場を作っている。熔融石英は誘電体なので、鏡は誘電分極を起こし、極板による電場によって機械的な振動をする。こうして鏡の共振が励起出来る。テフロン板は鏡を吊った後に位置を調整し、反作用で動かないように重りを乗せている。また、表面の高さ方向に 1mm 間隔で線を刻んであり、ビームを鏡の中心に合わせる時に利用する。

4.3.2 Driver

極板に高電圧をかけるために、SG からの信号を増幅する 10 倍のトランスにいくつかの電池をつないで DC 成分も加えられるようになっている。通常は、信号発生器からの

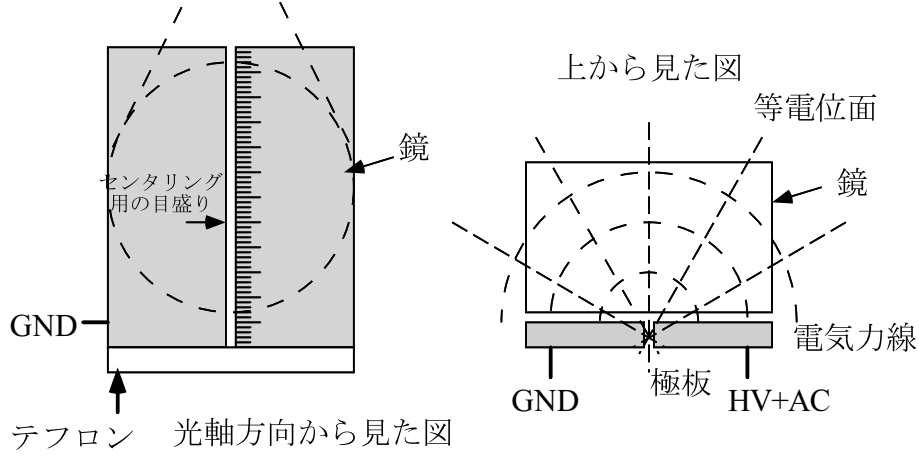


図 4.1: 励起用極板

信号振幅が 5 から 10V であるので、150V の DC offset に振幅 100V 程度の信号がのっている。

4.4 光学系

鏡面の変位は非常に小さく、レーザー干渉系で検出される。光学系は図 4.2 のようなマイケルソン干渉系になっている。光源は、2 モード法 [15] で周波数安定化された He-Ne Laser を使用している。

入射光の振幅を E_0 とし、Beam Splitter で 2 つに分けて、参照鏡と真空槽内の試料鏡で反射し、戻ってきた光を E_1, E_2 とする。

$$E_1 = A_1 \exp(2ikx_1) \quad (4.1)$$

$$E_2 = A_2 \exp(2ikx_2) \quad (4.2)$$

但し、 A_1, A_2 は反射鏡による変化分。検出器に入る光の強度は、

$$I_1 = \left[\left(\frac{A_1^2 + A_2^2}{2} \right) + A_1 A_2 \cos\{2k(x_1 - x_2)\} \right] \quad (4.3)$$

PD2 に入る前に干渉光は、反射率 r の鏡でもう一度反射しているので、

$$I_2 = r^2 \left[\left(\frac{A_1^2 + A_2^2}{2} \right) - A_1 A_2 \cos\{2k(x_1 - x_2)\} \right] \quad (4.4)$$

2 つの信号の差をとると、

$$I_1 - I_2 = \left(\frac{A_1^2 + A_2^2}{2} \right) (1 - r^2) + A_1 A_2 (1 + r^2) \cos 2k(x_1 - x_2) \quad (4.5)$$

4.4. 光学系

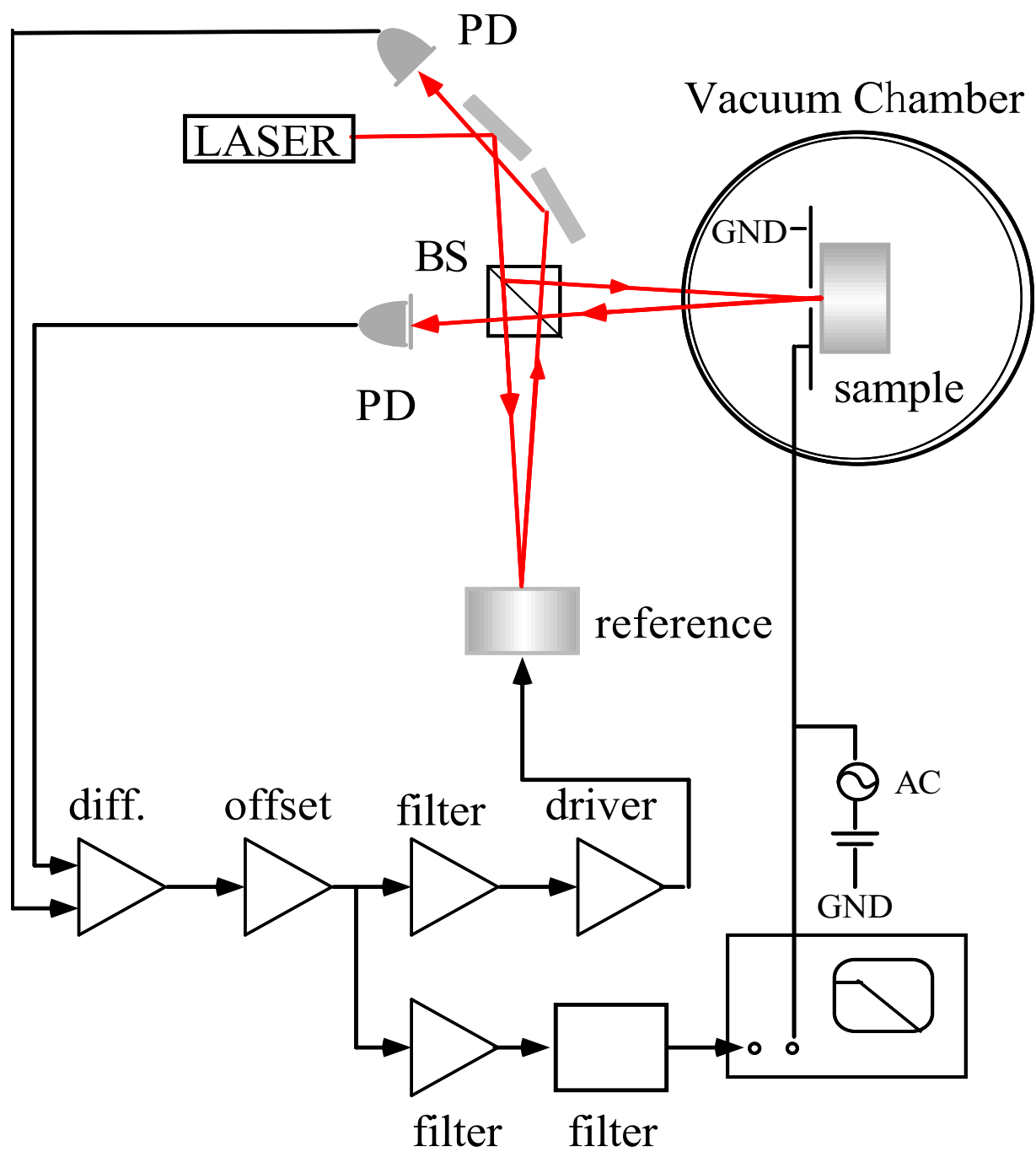


図 4.2: 実験装置

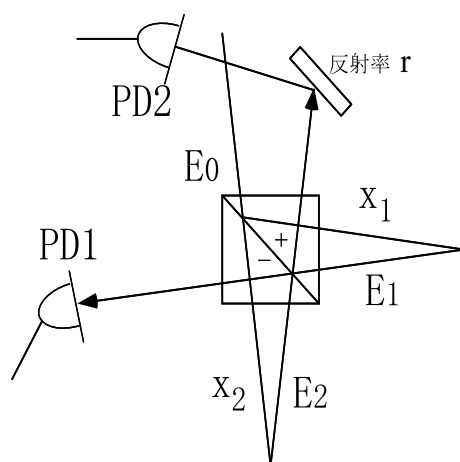


図 4.3: 光学系

I_2 は相対的に光の強度が弱くなり、差動信号に DC 成分が残ってしまう。¹⁾

回路系については後述するが、この DC 成分を取り除くために差動アンプの次段に offset 調整回路が入っている。また、

$$2k(\Delta x_1 - \Delta x_2) > \pi \quad (4.6)$$

即ち、

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 > \frac{\lambda}{4} \quad (4.7)$$

となるような大きな変位は検出できないので、低周波での出力が 0 になるように参照鏡にフィードバックをかけている。こうすることによって差動アンプの出力から試料鏡の鏡面の変位を検出することが出来る。

$$I_1 - I_2 \simeq A\Delta x_1 \quad (4.8)$$

4.5 電気系

電気回路は、差動アンプ、オフセット調整器、フィルタ、ドライバに分かれる。差動信号をとるのは、干渉系の同相信号を除去し、SN 比を良くするためであるが、光学系の非対称性により DC 成分が生じるので、これを除去するためにオフセット調整器を入れる。更にフィルタをかけて、適当な信号を作り、ドライバーでコイルを駆動するのに十分な電流を供給できるようにする。

¹⁾DC 成分は干渉効率の劣化からも生じている。

4.6. 懸架系

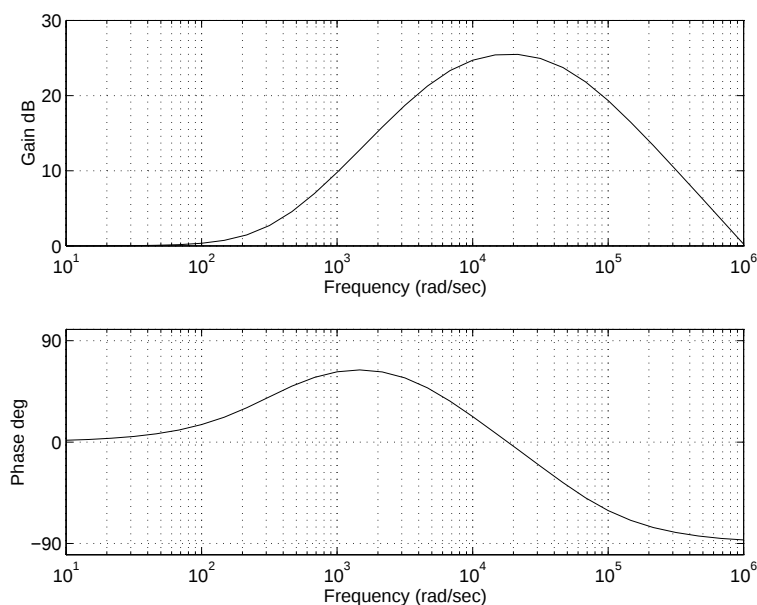


図 4.4: フィルターの伝達関数

フィルターのゲインは、低周波では干渉計を安定に動作できるだけの大きさがあり、かつ測定を行なう鏡の共振周波数付近では1より充分小さくなる必要がある。本実験では尾田氏、成田氏の作成した図4.5のような伝達関数を持つフィルターを使用している。更にこの後段に10kHzのローパスフィルターを入れて、鏡の共振周波数でのゲインを下げている。

4.6 懸架系

鏡をワイヤーで吊るのは、鏡を防振するためである。

また、懸架系は鏡に直接触れる部分なので、鏡の内部で起こる損失に加えてもっとも大きくQ値を制限する原因となる。その主な原因となるのが鏡に直接、接着剤（アロニアルファ）で貼り付けられる磁石、stand off、ワイヤーである。

磁石 は干渉計を安定に動作させるために

stand off は振りのQ値を上げるために

ワイヤー は鏡を吊すために

あるので、取り除くことは難しい。

磁石については、どうしても Q 値を下げるようなら、本実験で用いているような極板で制御することも考えられる。²⁾また、ワイヤーについては他に Q 値を下げないように鏡と接触する部分の少ない支持方法も研究されている [7] が、支持系の持つ熱雑音が直接鏡に伝わってしまうので、いまのところ、ワイヤーで吊すのがよいとされている。

4.6.1 試料鏡の懸架系

試料鏡は防振のために、2 重振り子で吊るされている。’95 年の実験では、単振り子で懸架していたため、ロックをきつくすると、外れた時になかなか戻らないという記述があるが、[10][11] 本測定では 2 重振り子にしたため、そのような問題は生じなかった。

懸架系は、様々な測定条件を実現するために何度か変更されているが、基本的に 4 本のタングステンワイヤーで吊られた中段マスに、強力な永久磁石によるダンピングをかけて振り子の共振を抑え、さらに中段マスから試料の鏡を吊る、という形になっている。4.6.1 振り子の伝達関数などは文献 [20] を参照。) 中段マスは懸架系に対する Q 値の依存性を調べるために、下のワイヤー間隔を変えられるようになっている。

また、真空ポンプの振動を抑えるために、回転ポンプと真空槽をつなぐゴム管を鉛ブロックで固定している。干渉計が比較的容易にロックするので、防振にはあまり気を使わなかったが、測定によって、減衰曲線に 0. 数秒程度の大きな振動がのることもあった。これは、電気系のフィルターをかけることによって改善されることが考えられる。

4.6.2 参照鏡の懸架系

参照鏡は、直径 7cm 長さ 5cm のアルミのマスの上に直径 3cm 厚さ 6mm の鏡を貼り、裏面に直径 2mm 長さ 10mm の磁石を貼りつけたもので、更に側面に 2cm 間隔の溝が彫ってある。懸架系は、試料鏡と同様な二重振り子で、試料鏡の懸架系と同様に中段マスに永久磁石でダンピングをかけている。鏡に貼ってある磁石と、磁石の近くに設置してあるコイルを介して特に低周波で鏡に力を加え、干渉計を安定に動作させるようにしている。

4.6.3 保護装置

金属の半環にテフロンチップをねじ止めし、ワイヤーが切れて鏡が落下したときなどに、テフロンで受けることによって鏡を保護している。

²⁾しかし front mirror は光を透過するので、かなりやっかいである。

4.6. 懸架系

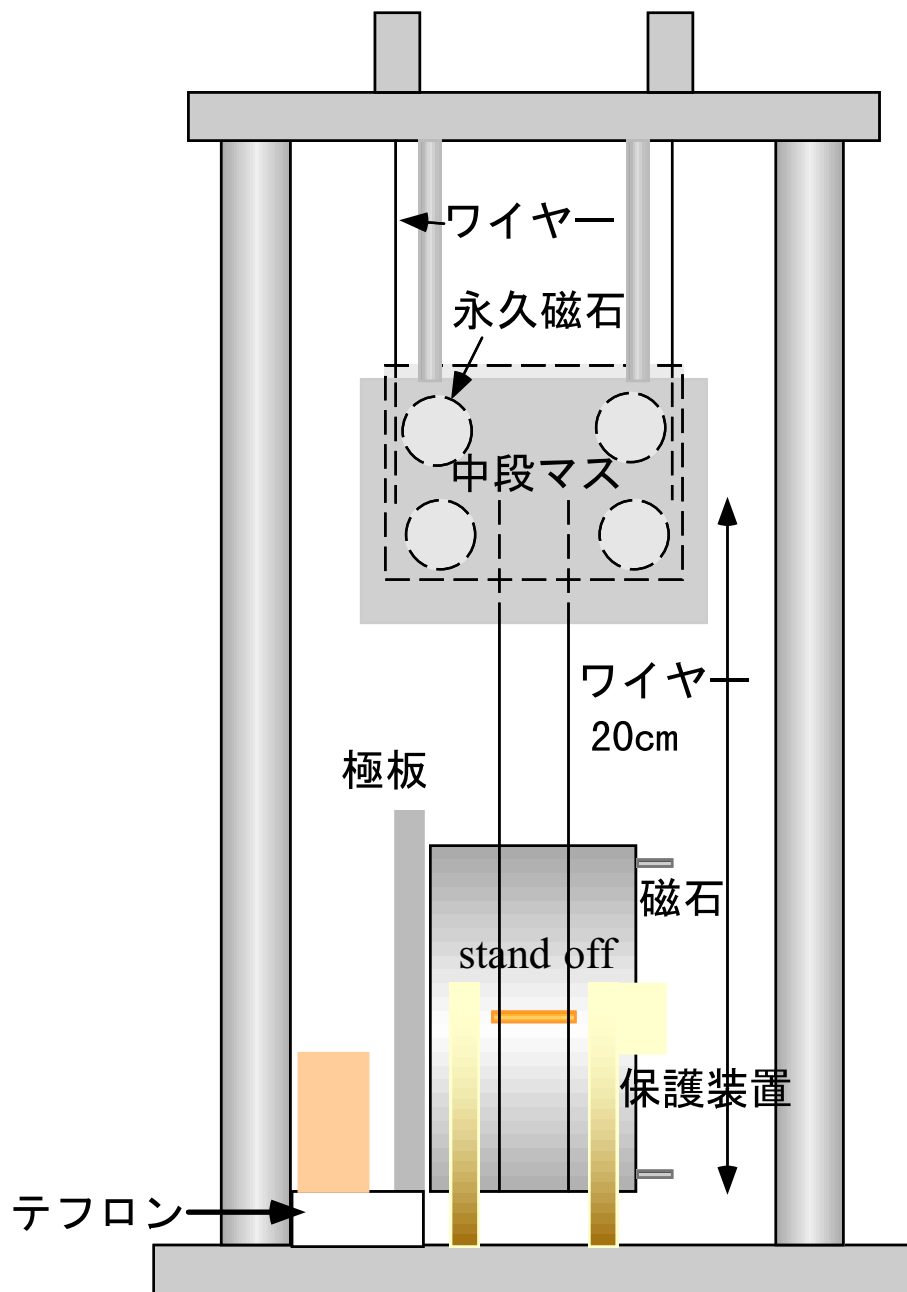


図 4.5: 懸架系

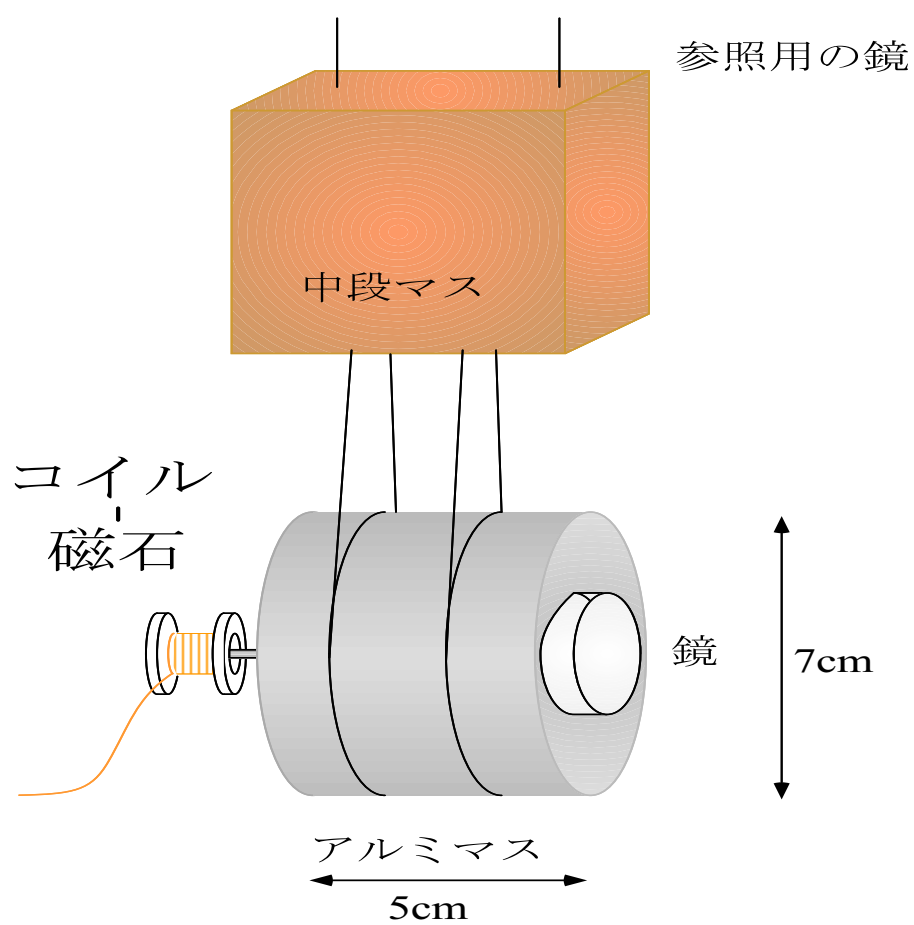


図 4.6: 参照用の鏡

4.7. 真空装置

4.7 真空装置

鏡は音などの外乱を避けるために真空中に入れられる。鏡の Q 値は共振周波数が高いため、真空度にはよらないが、励起用の極板の放電を避けるためにも真空中に入れられることが望ましい。

本実験で用いている真空槽は直径、高さともに約 40cm の円筒状のガラス製真空槽である。

真空ポンプは油回転ポンプと油拡散ポンプの両方を用いており、条件の良い時には 10^{-5} Torr 程度は引ける。

また、真空槽のガラス面には、大局的な曲率のほかに、局所的な歪みがかなりあって、場所によっては著しく干渉計のコントラストを下げ³⁾、ビームセンタリングの際に問題となる。次に、以上のような装置で測定した Q 値を示す。

³⁾ 通常 50%程度

第 5 章 Q 値の測定結果

本章では、鏡の懸架条件が Q 値に与える影響を知るために、下の 3 つの懸架状態で鏡の 11 個の軸対称モードの Q 値を測定した結果を示し、またその結果を解析して、Q 値を上げるにはどうしたらよいか考察している。

条件 1: ワイヤーのみ

条件 2: ワイヤー + 磁石

条件 3: ワイヤー + stand off

更に、鏡の側面を研磨した効果、他の材質の鏡の測定結果などについて論じる。

5.1 ワイヤーの影響と内部損失

本節では、以下の 3 つの条件を変えて Q 値を測定することにより、ワイヤーの影響を調べた結果を述べる。(括弧内は固定された条件である。)

- ワイヤーと鏡の接触位置と ワイヤーの本数 (直径 $60\mu\text{m}$ の tungsten wire)
- ワイヤーの径 (1-loop, tungsten wire)
- ワイヤーの種類 (1-loop, 直径 $100\mu\text{m}$)

1-loop は 1 本のワイヤーが鏡の $z=0$ の面上にかかっていることを示す。図 5.1) 2-loops は $z=0$ の面に対称な位置に間隔 d で 2 本のワイヤーをかけている状態である。

ワイヤーの接触位置と本数に対する Q 値の依存性

まず最初に、ワイヤーと鏡の接触位置と本数を変えて Q 値を測定した結果を示す (表 5.1, 図 5.1)。

このデータで着目すべき点は、鏡の Q 値 10^6 が測定され、かつ殆んどのモードが 10^5 台で

5.1. ワイヤの影響と内部損失

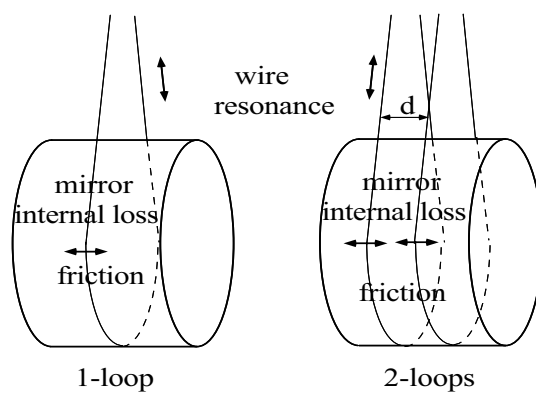


図 5.1: 懸架系 1: ワイヤのみ

表 5.1: ワイヤのみによって懸架された鏡の Q 値の測定結果:1

計算された周波数 (kHz)	tungsten, 1-loop, 径 $60\mu\text{m}$		2-loop 間隔 20mm, 径 $60\mu\text{m}$	
	測定周波数 (kHz)	Q 値 (10^5)	測定周波数 (kHz)	Q 値 (10^5)
27.89	27.83	4.1	27.85	1.9
35.35	35.29	8.0	35.31	5.3
43.57	43.48	4.7	43.37	2.5
50.55	50.31	5.9	50.32	0.82
51.29	51.29	8.3	51.32	4.4
66.02	65.96	6.3	66.00	2.5
68.08	68.10	5.2	68.13	1.4
83.68	83.68	7.8	83.73	5.9
84.29	84.27	1.1	84.31	3.1
89.45	89.52	10	89.56	7.4
99.82	99.44	1.7	99.51	4.7

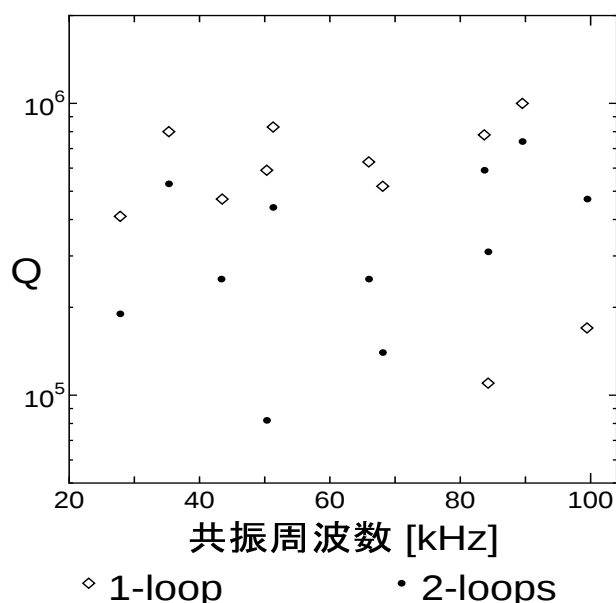


図 5.2: ワイヤーのみによって懸架された鏡の Q 値の測定結果:2

あることである。'95 年の測定値に比べると、数倍から 100 倍の Q 値である。また、2 つのモード以外では、概ね 1-loop で測定した Q 値が良いように見える。

各測定での Q 値の誤差は 1 割弱である。然し、鏡をワイヤーの上に置き直すことによって生じる誤差はもっと大きく、モードによって異なるが、平均 2 倍程度の誤差はある。[13]

この程度の誤差があると、1-loop の場合と、2-loops の場合などの Q 値依存性を定量的に調べることは難しく思えるが、以下定性的な説明を試みる。モードの不動点でマスを支持すると、Q 値が良くなるのが共振型などの研究から知られているので、ワイヤーの位置での各モードの変位量と Q 値との相関を調べてみることにした。

u_z^2 との相関

最初に、ワイヤーの接触する位置での光軸方向への変位 $u_z^2(1, 0, d/2)^{1)2)}$ を 3 章で述べた program を用いて計算し、Q 値との相関を調べる (図 5.3)。Q 値が 5×10^5 より低いモードの Q 値は、光軸方向の変位の大きさと相関を持っている。これより高い Q 値を持ったモードの Q 値は他の要因で制限されているように見える。

1) u_z^2 は各モードの運動エネルギー U 式 (??) を参照) で規格化してある

2) u_z^2 は、Gillespie の論文にある磁石の解析 [4] に従ったものだが、エネルギーを考えるなら、 ω^2 をかけるべきではないかとの指摘があったので、後程 $u_z^2 \omega^2$ の解析を試みる予定である。

5.1. ワイヤーの影響と内部損失

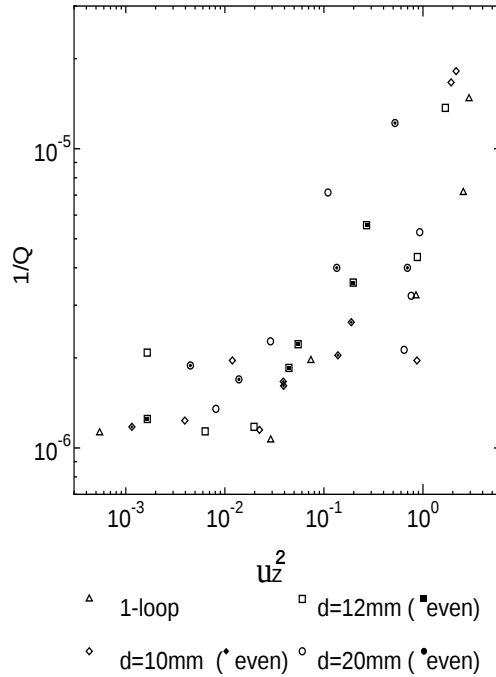


図 5.3: 計算された u_z^2 と Q 値

u_r^2 との相関

u_z^2 と Q 値との相関が、ワイヤーの共振を励起してエネルギーを失っているために起こるものであるとすると、鏡の動径方向の変位 u_r の大きさにも同様の相関が見られる筈であるが、相関はみられない。(図 5.4)

故に単純に考えると、ワイヤーによる損失は、共振よりは鏡とワイヤーの摩擦のような過程で起きていると考えられる。

ワイヤー間隔

Q 値が u_z^2 のみによって決まっている場合には、 u_z^2 の小さいところにワイヤーをかければ Q 値がよくなる筈である。

全てのモードに対して等しく u_z^2 を小さくすることは出来ないが、熱雑音を最小にするためには、各共振の u_z^2 に重み $\frac{1}{m_i \omega_i^2}$ をかけて足したものを極小にする位置を選んでワイヤーをかけるようにすれば良いと考えられる。

図 5.1 は 11 個の軸対称モードについて TAMA の front, end のそれぞれの鏡に対する

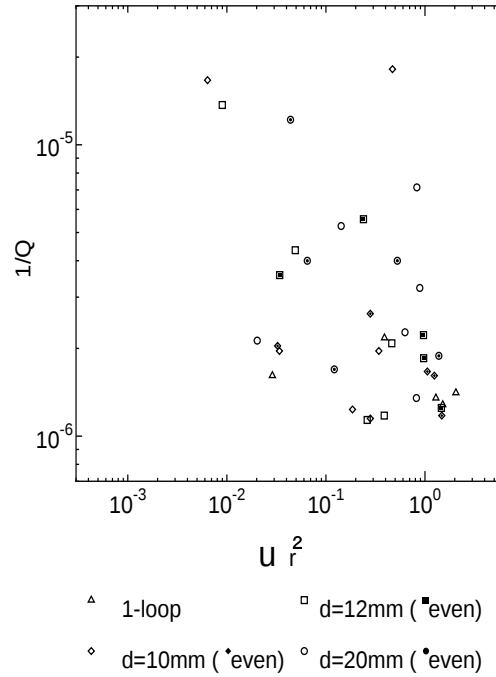


図 5.4: 計算された u_r 変位と Q 値

$\sum \frac{u_z^2}{m_i \omega_i^2}$ を計算したものである。最近 TAMA のワイヤー間隔が懸架系の要請から 10mm から 20mm に変更されたが、図 5.1 を見ると、それほど悪くない設定であると言える。[?] また、本実験の測定条件はまた少し違うが、各モードについて u_z^2 と Q 値を詳しく調べてみると、2-loops の方が Q 値の良かった 2 つのモードに関しては、 u_z^2 の値が 2-loops のほうが小さくなっていたことが確認された。

鏡内部の損失

図 5.3 では、 u_z^2 が小さくなるにつれて Q 値は高くなるが、Q 値 10^6 でほぼ頭打ちになっている。これは他の原因で損失が起こっているためと考えられるが、原因として考えられるのは、ワイヤーの共振と、内部の損失である。共振については、全てのモードで様にエネルギーが失われるとは考えにくいので、内部の損失で制限されていると考えることができる。厳密には、まだ表面の効果などで制限されているかも知れない。

この場合、SUPRASIL P-30 の物質に固有の Q は 10^6 であると推定できる。そこで、少なくともこの値を下げないような懸架系を工夫する必要があるが生じる。

5.1. ワイヤーの影響と内部損失

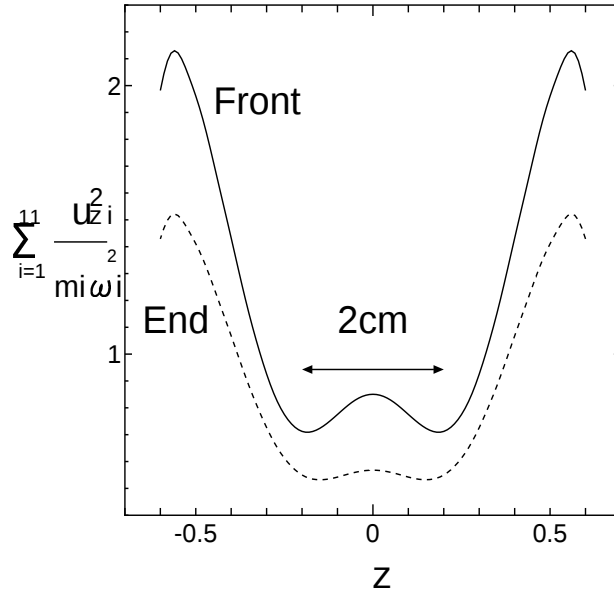


図 5.5: $\sum_{i=1}^{11} u_{zi}^2 \times \frac{1}{m_i \omega_i^2}$

ワイヤーの本数

図 5.3 で、1-loop での値が 2-loop の値に比べて良いので、Q 値がワイヤーの本数に依存して、本数が少ないほど Q 値は良くなる、と考えることもできる。

しかし、2 倍程度は測定誤差の範囲なので、現データからはまだはっきりしたことはいえない。

また、ワイヤーの径や種類に対しても依存性があるかもしれないので、次に何種類かのワイヤーで Q 値を調べた。

ワイヤーの径

ワイヤーの直径に対する依存性を調べるために、1-loop で、直径 $60\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$, $150\mu\text{m}$, $200\mu\text{m}$ の 4 種類のタングステンワイヤーで鏡を吊って Q 値の測定を行った。横軸に計算された $u_z^2(1, 0, 0)$ をとり、縦軸に測定された $\frac{1}{Q}$ を表示してみた。1-loop の場合は、even モードの u_z が 0 になるので、odd モードのみ示した。

図 5.3 と同様な相関がみられるが、ワイヤーの径による差は認められない。これから、Q 値がワイヤーの直径に大きく依存することはないことが分かる。

この図にを眺めていると、 u_z^2 の大きいモードの方が Q 値のばらつきが大きいことに気づく。これは、特に鏡の変位 u_z の大きいところでは、Q 値は鏡の置き方に敏感で、微妙

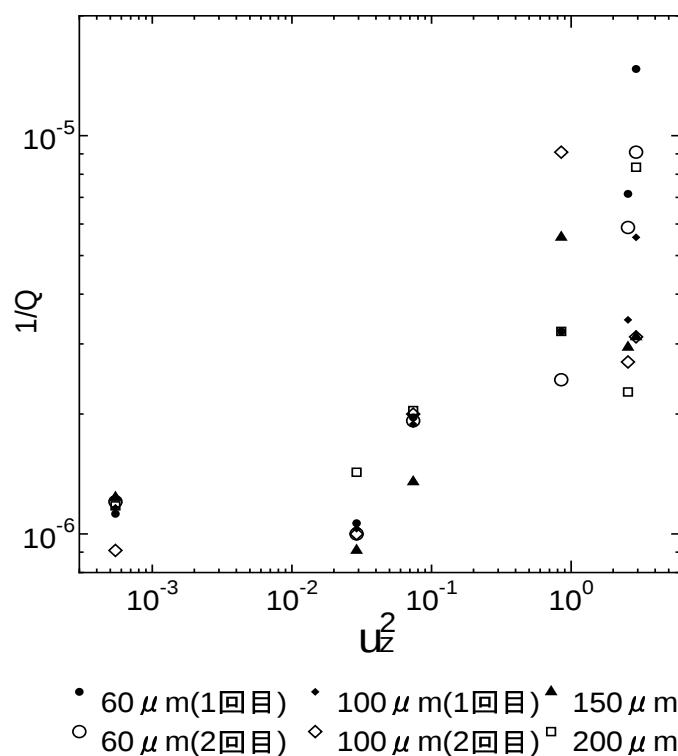


図 5.6: 直径との相関

表 5.2: ワイヤーの直径に対する依存性

60 μm		100 μm		150 μm		200 μm	
freq. (kHz)	Q (10^5)	freq. (kHz)	Q (10^5)	freq. (kHz)	Q (10^5)	freq. (kHz)	Q (10^5)
27.84	3.1	27.83	1.1	27.84	1.8	27.84	3.1
35.31	7.8	35.29	7.4	35.3	3.7	35.31	1.2
43.5	4.6	43.48	4.7	43.49	2	43.5	3.8
50.34	6.2	50.31	6.1	50.33	4.4	50.34	5.6
51.31	8.9	51.29	11	51.3	8.1	51.31	8.5
65.99	7.4	65.96	3.2	65.98	4.4	65.99	3.8
68.12	5.1	68.1	5	68.11	7.4	68.12	4.9
83.71	7.1	83.68	3.4	83.69	1	83.7	1.2
84.3	0.68	84.27	3.2	84.27	3.2	84.3	1.2
89.54	9.4	89.52	10	89.52	11	89.54	7
99.49	1.4	99.44	3.7	99.44	3.4	99.49	4.4

5.1. ワイヤーの影響と内部損失

表 5.3: 各種ワイヤーと Q 値

tungsten		Ti alloy		Piano		SUS	
(kHz)	Q(10 ⁵)	(kHz)	Q(10 ⁵)	(kHz)	Q(10 ⁵)	(kHz)	Q(10 ⁵)
27.83	1.1	27.85	6.7	27.84	2.4	27.85	0.6
35.29	7.4	35.31	8.8	35.31	1.6	35.31	3.3
43.48	4.7	43.5	4.6	43.5	2.4	43.5	0.75
50.31	6.1	50.34	6.3	50.34	0.79	50.34	1.1
51.29	11	51.31	9.8	51.31	8.1	51.31	6
65.96	3.2	65.99	7.1	65.99	3.1	65.99	4.4
68.1	5	68.13	2.1	68.12	1.1	68.12	1.4
83.68	3.4	83.72	5.9	83.71	1.7	83.71	2.6
84.27	3.2	84.3	0.4	84.3	0.36		
89.52	10	89.55	7.7	89.54	2.8	89.54	9.4
99.44	3.7	99.5	1	99.49	0.29	99.43	1.2

な位置の変化などでも変わ りやす くな っていることを示していると考えられる。
図 5.3でも同様な傾向が見られる。

ワイヤーの種類

続いてワイヤーの種類に対する Q 値の依存性を調べるために、直径 100 μ m の タングステン、ピアノ線、チタン合金、ステンレスについて 1-loop での測定を行った (表 5.1)。

ざっと見ても タングステンとチタン合金は良 く、ステンレスとピアノ線は余 り良 くないようである。続いて横軸に u_z^2 、縦軸に $1/Q$ をと って表示してみる。(ワイヤーの径のところで述べたように odd モードのみ表示してある。)

ステンレスとピアノ線は今まで得られていた u_z^2 と Q 値の関係からかなり外れているものがある。タングステン以外の各線に対しては、測定は 1 度づつしか行っていないので、たまたまワイヤーのかかり具合に何らかの問題があったと考えることも出来るが、付近にワイヤーの共振があった、などの材質による理由も考えられる。いずれにせよピアノ線は磁性の問題で TAMA では使われないことになっており、また タングステンとチタン合金もそれほど差異はない。但し、チタン合金はかなり柔らかいので、ワイヤー直径をこれ以上細くする事は難しいかもしれない。他に特に利点が無ければ、タングステンワイヤーで十分だと考えられる。

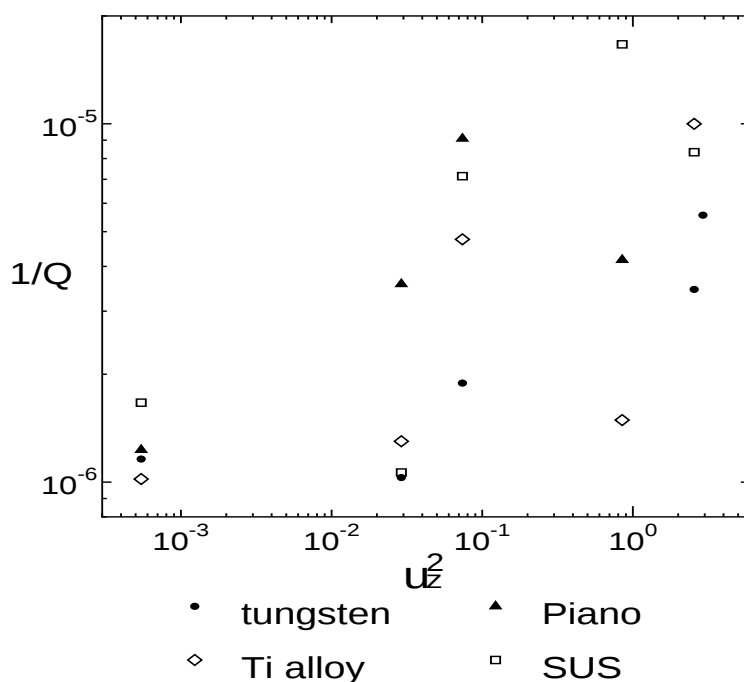


図 5.7: ワイヤの種類との相関

5.2 制御用磁石の影響

制御用の磁石はかなり Q 値を下げるので、その影響を調べることは重要である。また、stand off や磁石を貼ることによってモードのカップリングが起こるといふ報告もあり、??、モードの特定が少し難しくなるなどの問題もある。

本節では磁石の影響を調べるために、直径 2mm 長さ 10mm の磁石を鏡の縁から 5mm 程度のところに 1 つ、2 つ、4 つ接着した場合（図 5.8）について Q 値を測定した。磁石が 2 つの場合は、1 回目のデータをとってから鏡を光軸中心に 90 度回して測定している。接着剤はアロンアルファを用いており、鏡の面上の磁石の位置は目測である。また、共振の励起は全て極板で行っている。ワイヤーは直径 60 μ m のタングステンワイヤーで、間隔は 12mm の 2-loops である。磁石がかなり Q 値を下げる事が分かる。Q 値のデータに対して、まず磁石を貼った位置の u_z^2 か u_r^2 に相関があるかどうか調べた（図 5.2, 図 5.2）。

磁石を 2 つ貼った場合の u_z^2 には相関がありそうであるが、他のデータに関しては、なんとも言えない。 u_z^2 , u_r^2 などと Q 値の間に明かな関係が得られないのは、

磁石の貼り方 などの技術的な点にまだ問題があるとも考えられるが、磁石の内部の力学的な性質が良く分からないため、

5.2. 制御用磁石の影響

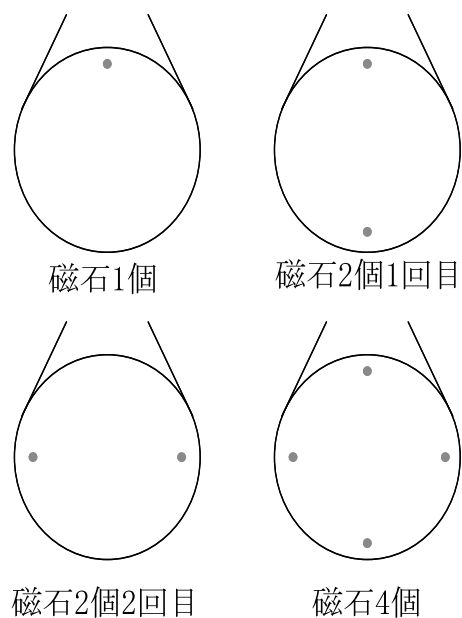


図 5.8: 磁石を貼った位置

表 5.4: 磁石を貼った場合の Q 値:1

磁石 obs.freq (kHz)	1 個 Q (10^5)	磁石 obs.freq (kHz)	2 個 1 Q (10^5)	磁石 obs.freq (kHz)	2 個 2 Q (10^5)	磁石 obs.freq (kHz)	4 個 Q (10^5)
27.84	1.3	27.84	0.95	27.84	0.78	27.83	0.67
35.31	4.3	35.31	2.3	35.31	3.3	35.3	2.8
43.39	0.35	43.45	0.21	43.46	0.22	43.4	0.15
50.31	0.23	50.29	0.22	50.29	0.22	50.24	0.15
51.31	0.48	51.3	0.41	51.3	0.41	51.3	0.075
66	1.5	66.01	0.93	66.01	0.94	65.99	0.063
68.17	0.13	68.14	0.15	68.14	0.16		
83.74	1.2	83.54	0.19	83.54	0.19	83.44	0.15
84.82	0.68	84.74	0.016	84.81	5.2	84.3	0.69
89.55	4.2	89.56	0.96	89.61	0.79	89.57	0.46
99.53	0.42	99.48	0.98	99.49	1.1	99.48	1.1

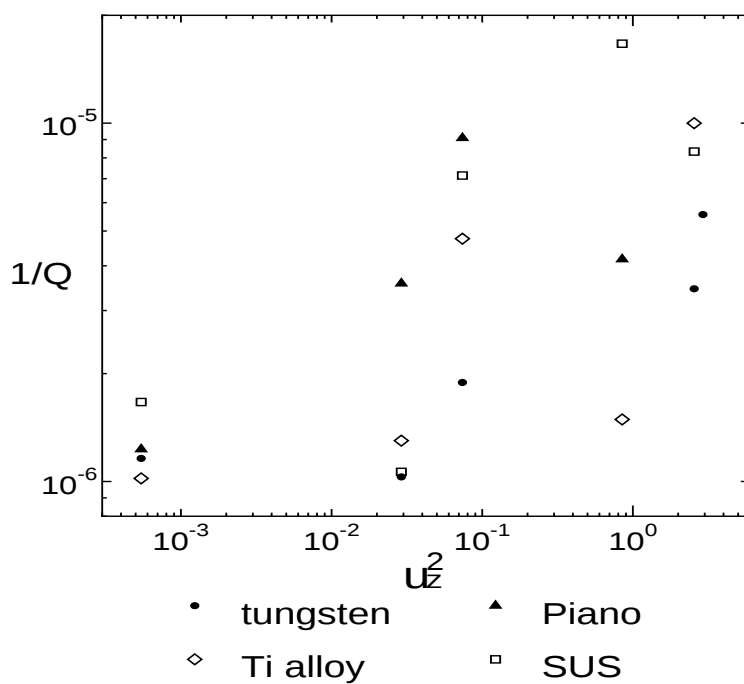


図 5.9: 磁石を貼った場合の Q 値:2

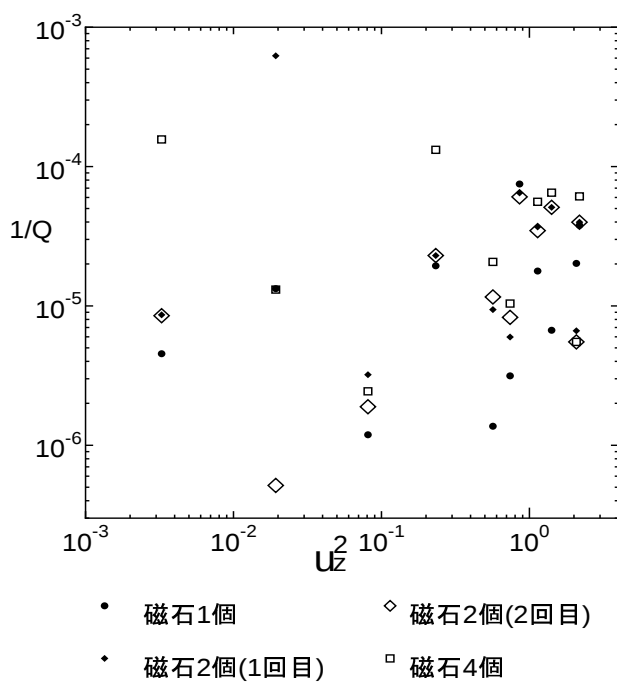


図 5.10: u_z^2 に対する依存性

5.3. stand off の影響

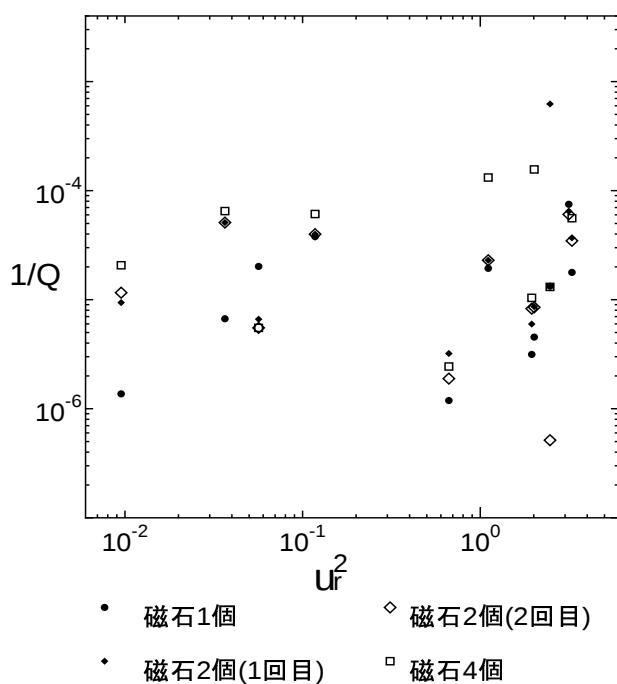


図 5.11: u_r^2 に対する依存性

損失があまり単純な形で起こらない あるいは

接着材の影響が大きい

磁石の磁性による損失がある などの理由が考えられる。

これを確かめるためには、内部の構造の単純な、普通の金属の棒などを接着して Q 値を測る事が考えられる。また、もし、このような実験で単純な結果が得られたなら、その金属棒の上に磁石を接着することなどが考えられる。

更に、直径や長さの違う磁石を用いて測定してみることも必要である。

5.3 stand off の影響

磁石を 4 つ貼った状態での測定を終了した後、更に直径 5mm 長さ 14mm 程の真鍮の棒を 2 つ、図??の ように接着して、stand off ³⁾??とし、その上に更に ワイヤーを接着して

³⁾これはもともと ワイヤーの鏡から離れる位置を決めることによって 振り子の Q 値を上げるためにつけられたものである。

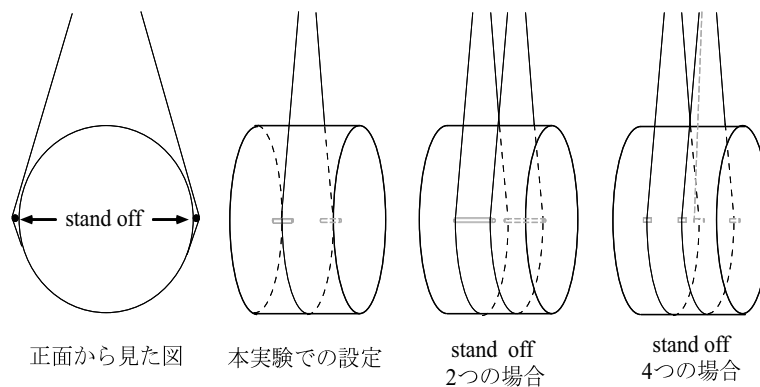


図 5.12: stand off の配置図

極板励起による Q 値の測定を試みたが、この時は全く共振のピークが見つからなかった。

次に、stand off を直径 1mm 長さ 14mm 程の真鍮の棒に替え、まず鏡に stand off を接着し、鏡を $60\mu\text{m}$ のタングステンワイヤーにのせた。?? 比較のために、この測定の直前に行ったタングステンワイヤー直径 $60\mu\text{m}$ 1-loop の測定結果と、測定後、stand off を取り、アセトンで拭いた後のデータを示す 表 5.5、図??)

測定された Q 値は前回と比べても、66kHz のモード以外はそれほど下がっていない。その次の測定結果があまり良くないのは、ワイヤーの stand off と接触した部分が曲がっていたままで測定を行ったからかと思ったが、ワイヤーをきれいなものに取り替えてみても、Q 値はほとんどのモードで更に半分程度下がり、いまだに戻らない。Q 値が下がったのが接着剤を使ったせいかと考えると、接着剤を使用した後でも、以前の測定ではちゃんと戻っているし、'06 年 10 月後期) また、接着剤を使用していない場合の測定でも Q 値の減少は起こっている。'06 年 8 月 9 日:これは 2 ヶ月ほど放置した後測定した時には戻っていた。)

この設定では、実はワイヤーがいったん鏡を離れた後、再び接触してしまっている。1-loop では、 θ 方向の微妙な調整が難しいので、今後は 2-loop で影響を調べるのが良い。

stand off の形状はまだ調べる必要があり、特に、本数を 2 本にするか 4 本にするかを決めなければならない。更に今回同定されなかったモードの Q 値についても著しく下がっていないかどうかなど確認する必要がある。

上記の結果からは、stand off は、あまり Q 値を下げないように設定することも可能であろうと推測できる。あとは、11 個のモードで具体的なデータが得られるまで、様々な形状のものを試してみる必要がある。

5.3. stand off の影響

表 5.5: stand off を接着した時の Q 値:1

stand oss をつける前		stand off 付き		stand off を外した後	
obs.freq.(kHz)	Q(10^5)	obs.freq.(kHz)	Q(10^5)	obs.freq.(kHz)	Q(10^5)
27.84	3.1	27.85	5.3	27.85	1.1
35.31	7.8	35.31	5.8	35.31	3.5
43.50	4.6	43.50	3.3	43.51	1.0
50.34	6.2	50.34	4.8	50.34	2.4
51.31	8.9	51.31	4.0	51.31	4.0
65.99	7.4	65.99	1.2	66.00	3.9
68.12	5.1			68.13	2.1
83.71	7.1			83.72	5.6
84.29	0.68			84.31	0.98
89.54	9.4	89.55	4.6	89.55	7.1
99.49	1.4			99.51	2.1

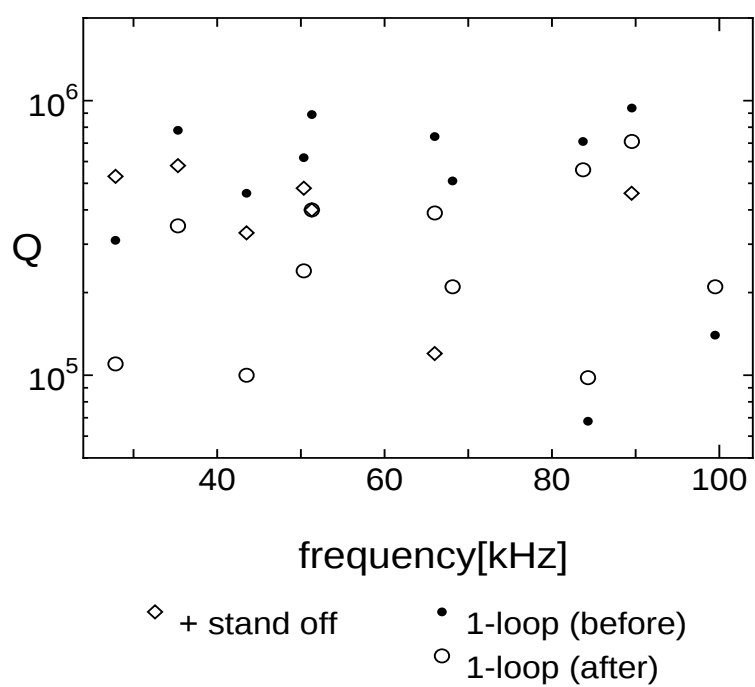


図 5.13: stand off を接着したときの Q 値:2

表 5.6: 側面未研磨時、研磨時の Q 値:1

側面未研磨		側面研磨	
obs.freq(kHz)	Q(10^5)	obs.freq(kHz)	Q(10^5)
27.79	2.6	27.85	0.29
35.26	3.7	35.32	4.4
43.39	0.69	43.51	0.97
50.25	0.09	50.31	1.8
51.23	0.03	51.31	3.2
66.62	0.02	65.92	0.41
68.20	0.02	68.11	1.1
83.62	0.26	83.49	0.86
84.29	0.33	84.82	2.8
89.51	1.26	89.63	0.28
99.38	0.91	99.55	0.27

5.4 側面研磨の影響

本実験で測定する以前の 1995 年に、SUPRASIL P-30 の鏡は側面未研磨の状態で尾田氏と成田氏によって Q 値の測定が行われている。[10][11]

当時の測定方法について簡単にまとめると、共振の励起は鏡の中央に貼った磁石（直径 2mm 長さ 10mm）、とコイルで行い、本実験と同様な測定系で減衰を測定している。懸架系はかなり異なり、1 段振り子を用いている。鏡は 2 本吊りであるが、ワイヤーの径、材質、間隔については記述がない。

前節で述べたように、磁石の影響に対してはまだまだもらしい理屈が出来ておらず、しかもかなり Q を制限するので、側面研磨の効果を調べるなら、極板励起で測定を行っておくべきであったと思う。しかし、当時は時間の関係で極板による励起が成功しないまま実験が終了してしまったので、近い状態での測定として本実験の非常に初期の段階で行った、鏡の中心に直径 1mm, 長さ 10mm の磁石を貼り、0.1mm のタングステンワイヤー間隔 20mm で吊った場合の結果と比較する。

両方のデータともビームセンタリングについての記述がなく、上記以外の多くのモードの測定結果が記されている。

'95 年のデータについては、66kHz のデータは周波数が高めなので、おそらく $n=0$ 以外のモードを測定している。しかし、文献 [10][11] を調べてみても、該当する周波数に共振

5.5. 石英以外の材質の鏡

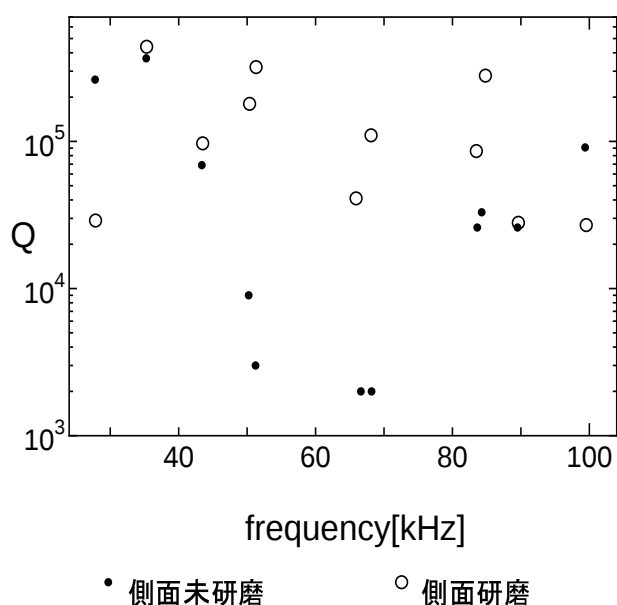


図 5.14: 側面未研磨時、研磨時の Q 値:2

が見えていない。このモードは特に鏡の中心での変位が大きいので、(3章) Q 値が著しく悪化していたとも考えられるし、磁石を貼ったことによってモードの特定が困難になっていたとも考えられる。

'96 年のデータについては、周波数からみて 84kHz のモードと、更に 89kHz も違うモードを測っている可能性がある。

全体に 27kHz と 89kHz, 99kHz 以外は Q 値が良くなっている。特に熱雑音への寄与の大きい 66kHz のモードの特定が出来て、 10^3 乗台のモードが無くなったのは良いことである。それが全て側面研磨の効果かどうかは分からないが、測定条件による誤差に比べても Q 値が大きく向上しているので、側面研磨の効果と考えてよいと思う。

5.5 石英以外の材質の鏡

SUPRASIL P-30 以外に、Q 値の高い材質を探す目的で、CLEARCERAM Z (株)OHARA) の Q 値を測定した。結果は思わしくない。低膨張率ガラスにするための混合物が、内部での損失を大きくしていると考えられる。

表 5.7: CLEARCERAM Z の Q 値

calc.freq.(kHz)	obs.freq.(kHz)	Quality factor
29.71	29.61	1900
36.59	36.58	2100
46.00	46.11	1500
52.39	52.40	2300
55.61	55.64	600
68.49	68.47	2500
69.96	70.00	1900
85.52		
86.12		
89.42	89.54	2100

第 6 章 問題点と考察

今回、100kHz 以下にある 11 個の軸対称モードの Q 値を測定していて、一番問題になったのが、 Q 値の再現性であった。

各測定時の誤差は 1 割程度であったが、鏡をワイヤーの上に置き直すだけでも、 Q 値は 2 倍から、大きい時には 10 倍程度変動している。

この理由としては、まず、間違ったモードを測定していたことが、考えられる。上の、1 桁のような大きな変動は、周波数の方からもチェックすると、特定に失敗しているのではないかと考えられた。

周波数によるチェックは、共振周波数が 3 桁か 4 桁あっていれば、間違いないという程度のものである。数 10kHz の測定の場合、数 10Hz 程度。) 共振周波数は変動は測定中も変動が観測され、原因は、主に温度によると考えられるが、これは 5 桁目 くらいの変動である。

ただ、近くに他のモードがあった場合、Hutchinson のシミュレーションがいかに正確であるといっても 1 パーセント程度の誤差はあるので、3 桁目で違うモードがあった場合、特定は困難になる。特に、非軸対称モードについては、縮退が解けて、10Hz 程度周波数の違うモードが 2 つ観測されたりしている。[13]

より正確にモードを特定するためには、何らかの形でモードパターンを測定すること、そのひとつとして、換算質量を測定すること、などが考えられる。

本章では、まず、モードが特定出来ているかどうかの検証方法として、換算質量の測定について論じる。

残りで、他の Q 値の変動の理由と考えられるものや、先の測定結果からの発展について述べたいと思う。

6.1 モードの特定方法

本実験のように細いビームで鏡面の変位を測定する場合には、固有モードの特定の際に、気をつけなければならない問題がある。

第 3 章で述べたように、きれいなガウシアンビームが鏡面の中心に当たっていれば、 $n=0$ 以外のモードは見えないはずであるが、本実験のような測定系では、

- ビーム径が細い
- ベルジヤーを通る際にビーム形が歪む
- ビーム位置は各測定毎に鏡の中心から 5mm 程度外れる、

などの要因で、容易に $n=0$ 以外のモードも拾ってしまう。

実際に $n=0$ 以外のモードを測定してしまうと、測定結果の解析の際にも問題となるので、本章では、固有モードの換算質量を計算することにより、どんな条件の時にモードの特定に気をつけないといけないか、ということを考え、また、観測されたモードが、計算で予言されたものと一致しているかどうか換算質量の測定から検証できるかどうか試してみた結果について述べる。

6.2 鏡面からのビームのずれと換算質量

ビーム位置が鏡の中心からずれていくに従って、 $n=0$ 以外のモードが大きくなっていく。この様子を見るために、横軸に共振周波数を取り、ビーム径 4mm で各モードの換算質量の逆数を計算してプロットしたものを図 6.2 に示す。¹⁾ 縦軸の値が大きいほど、信号が大きくなるので、近くに大きなピークがあると、モードを間違えやすくなる。

図 6.2, 6.2 を見ると、 $d=5\text{mm}$ 程度でも既に 50kHz, 83kHz, 84kHz には近くに $n=1$ の大きなピークが見えており、 $d=4\text{cm}$ ともなると、殆んど $n=0$ 以外の共振に埋もれてしまうことが分かる。

次に、励起周波数を掃引して共振周波数を探した図 6.2 を掲げる。これは Q 値の測定系の図で、測定器をスペクトラルアナライザ R9211C のサーボモードにして鏡の励起信号に対する鏡面変位を測定したものである。これから、11 個の $n=0$ 以外のモードも見えてしまっていることが分かる。ゆえに、実際の測定の際には、まずビームを鏡の中心に合わせ、特に上で述べたような、近くに換算質量の小さなモードが存在する時には共振の周波数に気をつけて測定を行なう必要がある。

6.3 換算質量の測定

観測された周波数は、計算の結果とよく一致しているが、[10][11] 実際に計算された形の固有モードであるかどうかを他の方法で確かめておくことも重要である。そこで、換算質量を測定して、計算値と比較してみることにした。

¹⁾ 換算質量の逆数の大きいもの程、振幅が大きくなる。

6.4. Q 値変動の理由

実測 干渉計で測られる鏡面変位の大きさ x は、モードを励起している力を F とすると、

$$x = \frac{Q_i}{m_i \omega_i^2} F \quad (6.1)$$

のようになる。 $Q_i \omega_i$ は Q 値と共振周波数である。 x として、 Q 値の測定系の図で、共振を励起している時の振幅をスペクトルアナライザー R9211C で読み、フィルターの影響を計算で除いたものを入れて、 Q 値と共振周波数を代入すれば、換算質量を求めることが出来る。

こうして得られた換算質量を縦軸にとり、計算から得られる換算質量を横軸にとって表示したのが図 6.4 である。

式 (6.1) の力 F については、SG からの信号を極板に加えて鏡を励起しているが、 F を定数と仮定すると、鏡に力 F がかかっている時の励起信号は、式 (6.1) より計算できて、換算質量 m_i は $\frac{Q_i}{m_i \omega_i^2} \frac{1}{x}$ に比例する量となる筈である。

結果は、2 つの量はほぼ比例しているが、ばらつきも大きい。これは測定系などにも依存していると考えられる。換算質量を使ってモードの特定をするには、もう少し、光学系（ビームの形を整え、コントラストを上げる）と、励起系に工夫が必要であると考えられる。

6.4 Q 値変動の理由

本節では、 Q 値の変動の理由として考えられることや、これからどんな実験をしたらよいだろうかといったことについて、簡単に述べる。

6.4.1 ワイヤーの共振

光軸方向の変位との相関について述べた箇所で、 Q 値はワイヤーの共振ではなく摩擦のようなものに依存していると考えられる。と書いたが、それは全体的な傾向に関してであって、個々の測定結果の変動に対しては、共振が影響しているとも考えることも出来る。ワイヤーの上に鏡を置き直すだけで Q 値が変動するのであるから、ワイヤーと何らかの相互作用をしているということは充分考えられる。実際にワイヤーの共振が鏡の Q 値を制限しているという論文 [5] もあり、これによると、 Q 値は最大 1 桁は変動するようである。ただ、それがワイヤーの位置の微妙なずれとか捻れに依存する場合、それをどうやって検出したらいいのかという問題が残る。

そこで、ワイヤーの状態を記録するために、ワイヤーの共振周波数を測ってみることが提案された。

ワイヤーの Q 値は坪野研でも振 子 の Q に 関 連 し て 既 に 測 定 が 行 な わ れ て い る が、そ れ と は 独 立 に、今 回 の 実 験 の 途 中 で、ワ イ ヤー の Q 値 の 測 定 系 を 作 っ て、ワ イ ヤー の 共 振 を 測 っ て み よ う と 試 み た。簡 単 に 測 定 系 に つ い て 述 べ る と、光 源 を 高 輝 度 LED と し、レ ン ズ で 集 光 し て 鏡 を 吊 っ て い る ワ イ ヤー に 当 て、4 つ 割 り の PD で 信 号 を 読 み と る 形 に な っ て い る。

いま は まだ 極 板 に よ る 励 起 が う ま く い か ず、測 定 で き て い な い が、近 い 将 来 に は、な ん ら か の 情 報 が 得 ら れ る と 期 待 で き る。

6.4.2 磁石の共振

今 回 の 測 定 で は、磁 石 に よ る 損 失 は 定 性 的 に も 原 因 が よ く 分 か ら な か っ た。こ れ を 解 決 す る た め に、構 造 の 単 純 な 金 属 棒 を 貼 っ て Q 値 を 測 定 し て み る こ と が 考 え ら れ る。 Q 値 が 接 着 剤 に よ っ て 決 ま っ て い る の で あ れ ば、こ の 場 合 に も た い し た 違 い は 見 ら れ な い と 考 え ら れ る が、磁 石 内 部 で の 損 失 が 効 い て い る な ら、金 属 棒 を 使 っ た 場 合 に は 共 振 の 効 果 も き れ い に 見 え る の で は な い か と 考 え ら れ る。現 在 用 い て い る 磁 石 は、焼 結 体 で あ る の で、内 部 の 損 失 が 複 雑 な の で は な い か と 考 え ら れ る。ま た、鏡 面 の 振 動 と 磁 石 の 振 動 を 同 時 に 測 っ て み る と い う こ と も 考 え ら れ る。

更 に、定 性 的 な 性 質 が 分 か ら な く て も、stand off の よ う に Q 値 を あ ま り 下 げ な け れ ば 問 題 に な ら な い の で、stand off に 磁 石 を 接 着 す る と い う 案 も あ る が、こ れ は 鏡 の 側 面 に ず れ る 方 向 に 力 を 加 え る こ と に な る の で、摩 擦 な ど が 起 き る こ と も 考 え ら れ る。こ の 場 合 に は、極 板 に よ る Q 値 の 測 定 だ け で な く、実 際 に 磁 石 で 励 起 し て、 Q 値 を 測 る こ と も 行 な っ て お く と 良 い と 考 え ら れ る。

6.4.3 損失の定式化

磁 石 や ワ イ ヤー の 共 振 に よ る 損 失 は、着 目 す る 共 振 を 決 め て、2-mode oscillator を 考 え る こ と に よ っ て 定 式 化 で き る の で は な い か、と 考 え て い る。今 回 は 勉 強 不 足 で 間 に 合 わ な か っ た が、特 に 磁 石 の 実 験 な ど の 時 に は 表 式 を 考 え て お く と、便 利 だ ろ う と 思 う。ま た、共 振 に よ っ て Q 値 が 落 ち て い る よ う な 場 合 に は、観 測 帯 域 で は あ ま り Q を 下 げ な い と 考 え ら れ る の で、磁 石 の 基 本 モー ド も 数 十 kHz に あ る と し た 場 合) 摩 擦 の よ う な 損 失 よ り 性 質 が い い の で は な い か と 考 え ら れ る。

そ れ か ら、光 軸 方 向 の 変 位 u_z と の 相 関 も、何 ら か の モ デ ル で 表 さ れ る と 考 え ら れ る。特 に、変 位 の 大 き さ に 直 し て 考 え る こ と が 出 来 れ ば、摩 擦 の 詳 し い 性 質 を 調 べ る こ と が で き る と 考 え ら れ る。そ の た め に、減 衰 曲 線 の exp から の ず れ の よ う な も の が 見 ら れ な い か ど

6.4. Q 値変動の理由

うか解析することが考えられる。そう考えて見ると、経験的に、減衰曲線の傾きが時間とともに微妙にずれてくるということはあった。また、励起を切ったところで、変位の大い所で)最初に急速に振動が減衰し、そのあとゆっくり減衰するようなものも見られている。もっと連続的な変化を詳しく解析するには、フィルターをかけて大きな振動成分を落すことが考えられる。

6.4.4 内部の損失の原因

物質内部の損失も、本実験では材質によって決まっていると考えたが、実際に何で決まっているかについては興味深いテーマだと考えられる。懸架系の損失が抑えられる、あるいは、推定できて、内部の Q 値が測れているならば、試料の精製過程でわざと不純物や、欠陥を入れたりすることによって、試料の他の性質 (化学、力学的) と Q 値との関係も調べることができるであろう。

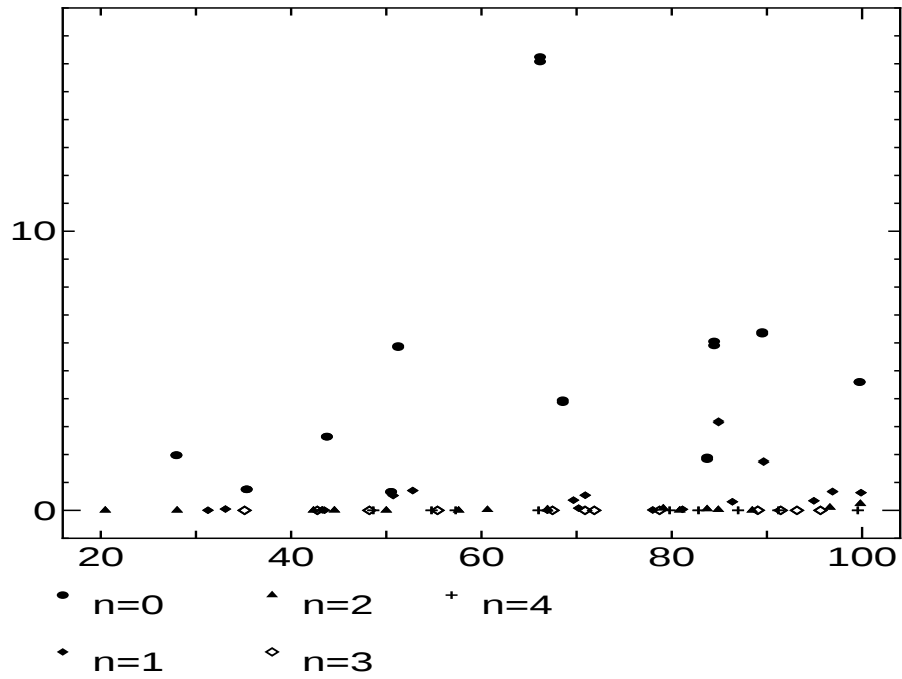


図 6.1: ビームが中心から 5mm ずれている場合の各モードの換算質量の逆数

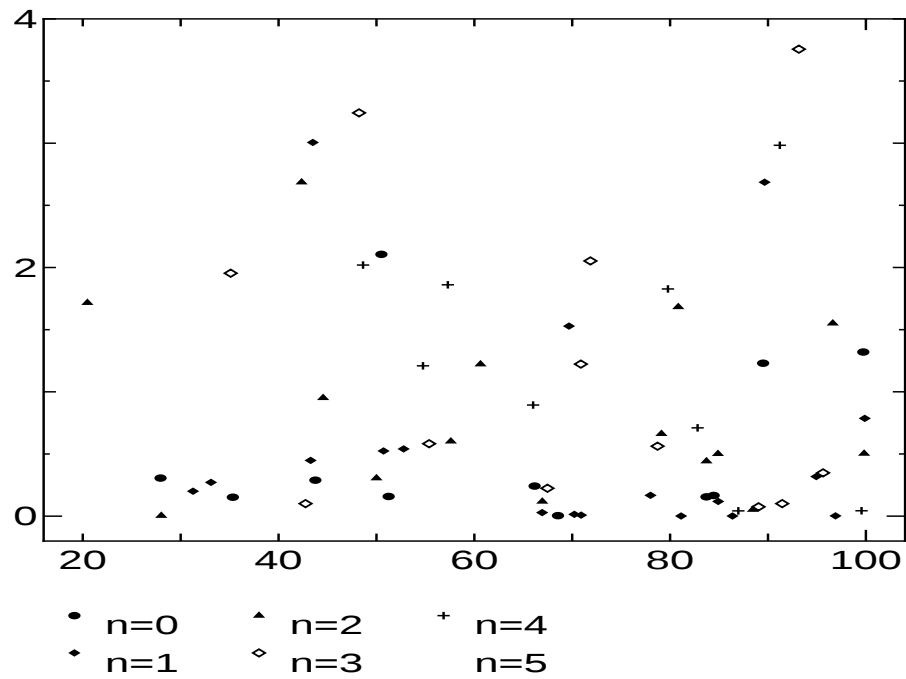


図 6.2: ビームが中心から 4cm ずれている場合の各モードの換算質量の逆数

6.4. Q 値変動の理由

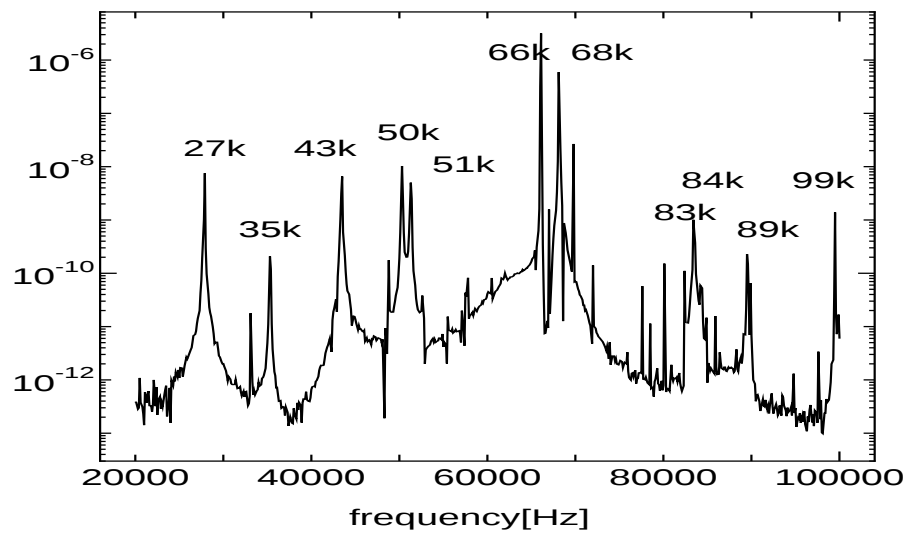


図 6.3: 観測された共振のピーク

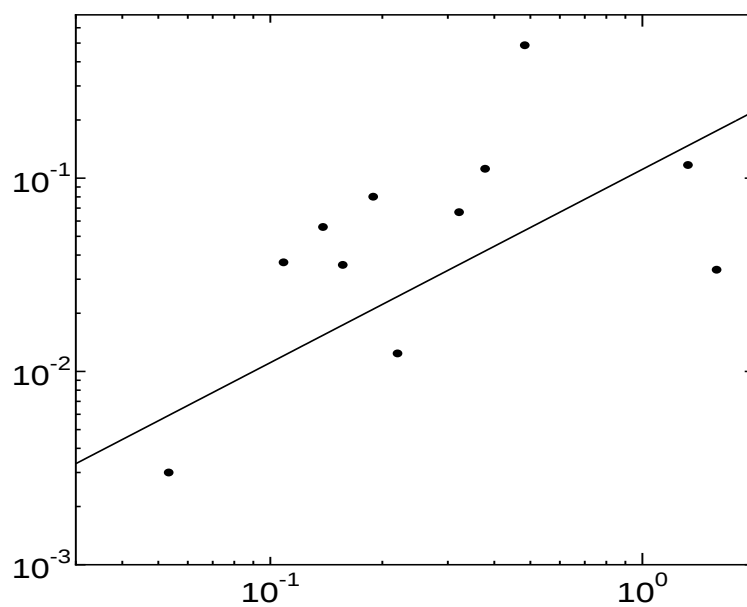


図 6.4: 換算質量の測定

第 7 章 まとめ

7.1 実験結果のまとめ

実験の結果をまとめると、

- SUPRASIL P-30 で鏡の Q 値 10^6 を記録し、この値が物質内部の損失であると推定した。
- Q 値は鏡とワイヤーとの摩擦に依存している。
- これから、ワイヤーの間隔は 20mm が良いという計算結果を得た。
- 鏡の Q 値はワイヤーの径にはあまり依存しない。
- ワイヤーは、チタン合金とタングステンが良く、ピアノ線と SUS はあまりよくない。
- stand off は大きさを選べば著しく Q 値を下げない。
- 磁石を貼った場合はかなり悪くなり、しかも定量的な説明は出来ていない。
- 側面研磨の結果 Q 値がひどく悪いモードがなくなった。
- 他の材質の鏡として CLEARCERAM-Z の Q 値を測定したが、あまり良い結果は得られなかった。

7.2 鏡内部の損失と材質について

本実験で用いた鏡は信越石英の P-30 であり、TAMA 計画で用いられる鏡は P-10 である。故に本実験で得られた Q 値 10^6 よりいっくらか良い Q 値が得られることも考えられる。実際、米国の LIGO 計画のプロトタイプの基線長 40m の干渉系で用いられている熔融石英の鏡は、磁石を貼らずに、ワイヤーと stand off をつけた状態で 5 つのモードで最大 8.1×10^6 平均的に $3 \sim 4 \times 10^6$ の Q 値を得ている。?? しかし、このデータからも熔融石英では、全てのモードで 2×10^7 という Q 値は得られないと考えられる。熔融石英よりも

7.3. 懸架系の影響

Q 値の良い鏡の材質としては、ダイヤモンド、サファイア、シリコンなどがあるが、鏡には光学系からの様々な要請もあり、それぞれに問題点を含んでいる。??

材質	密度 (g/cm^3)	音速 (km/s)	Q 値	α/κ ($10^{-8}m/W$)	β/κ ($10^{-8}m/W$)	問題点
ダイヤモンド	3.51	17.5	?	0.13	1	サイズ
サファイア	3.98	9.3	10^{81})	28	60	複屈折
シリコン	2.33	8.4	10^6	1.67		不透明 ²⁾

文献??より引用)

7.3 懸架系の影響

ワイヤーと stand off の懸架系では、鏡の Q を著しく損なうようなことはなさそうである。しかし、磁石についてはまだ不確定要因が多く、Q 値も全体に 1 桁程度悪化している。鏡の材質を工夫して内部の損失が少なくなったとしても、ここで損失が大きくなってしまふと意味がなくなるので、磁石の材質やサイズをいろいろ変えてみて、測定を重ねていくことが必要である。

7.4 今後の課題

今回の測定を行っていて、一番問題になったのは、同じ条件と思って測定しても Q 値がかなり変動してしまふものがあったということである。

原因としては、明らかに違うモードを測定してしまっていた場合もあったが、ワイヤーの共振によって 1 桁程度 Q 値が変動するという実験結果も報告されているので、??この変動の原因を突き止めるために、ワイヤーの共振を測定してみることが考えられる。

また、stand off や磁石を貼ると、モードの特定が困難になることがあり、これらの形状に工夫の余地がある。特に stand off は、2-loop での測定を行っていないので、今後はワイヤー間隔 20mm で、2-loop で吊った場合について調べていく必要がある。

謝辞

本論文は、著者が東京大学大学院理学系研究科修士課程で、物理学教室の坪野研究室において行った実験をまとめたものです。本論文をこのような形にまとめることが出来たのは、多くの方々の指導と援助のおかげです。改めてここに感謝の意を表します。

指導教官である坪野公夫助教授には、実験のテーマを与えて頂き、TAMA の仕事でお忙しい間にも、常に暖かく、熱心に指導して頂きました。

助手の河邊氏には、実験の光学系、電気系、更に計算機その他様々な事を丁寧に教えて頂きました。工作室の大塚さんにはいつも設計したものを作って頂いたり、工作の指導をして頂きました。学振の李さんには実験が思うようにいかない時などいつも励ましていただきました。また、研究室の先輩である近藤氏、安東氏、栃久保氏には実験や計算などについて折々適切な助言を頂きました。同学年の新井氏、山元氏には、防振系の特性や熱雑音の計算について様々なことを教えて頂きました。M1 の佐々木氏、高森氏、内藤氏には計算や実験の結果などについて気軽に教えて頂きました。その他関連研究機関の皆様にも本当にお世話になりました。特に VIST のメンバーの方には毎月実験の報告を聞いて頂き、様々なことを教わりました。また、修論発表の際には、審査員の先生方は勿論聞きに来て下さった多くの方に助言を頂き、また、的確な質問を聞くことが出来ました。いろいろな方の意見によってまた、私の実験に対する理解と興味を深めることができました。本実験に関して多くの方が興味を示して下さいたことに対して感謝します。

個人的には本テーマに関してまだやり残したことも多く、得られた実験結果についてもまだ本稿に示せなかったものもあるので、できれば、今後もう少し実験や解析を重ね、この論文をよりよいかたちにまとめ、少しでもお世話になった方々のお役に立てられたら良いと思います。最後になかなか論文が仕上がらなくて御心配と御迷惑をおかけしたことをお詫び致します。

参考文献

- [1] Thermal noise in mechanical experiments
P.R.Saulson, Phys. Rev. D 42 (1990) 2437
- [2] Mirror thermal noise in interferometric gravitational-wave detectors
F.Bondu, J.Y.Vinet, Phys. Lett. A 74
- [3] Thermally Excited Vibrations of the Mirrors of Laser Interferometer Gravitational-Wave Detectors
A. Gillespie and F.Raab submitted to Phys.Rev.D
- [4] A.Gillespie Ph.D thesis
- [5] An investigation of limitations to quality factor measurements of suspended masses due to resonances in the suspension wires
J.E.Logan, N.A.Robertson and J.Hough Phys.Lett.A 170 (1992)352
- [6] An investigation of coupled resonances in materials suitable for test masses in gravitational wave detectors
J.E.Logan, N.A.Robertson, J.Hough and P.J.Veitch Phys.Lett.A 161 (1991)101
- [7] Thermal motion associated with monolithic fused silica cradle suspension for gravitational wave detectors
J.E.Logan, J.Hough, R.D.Thomson Phys.Lett.A 218 (1996)181
- [8] TAMA300 PROJECT DESIGN REPORT
- [9] 重力波 アンテナ技術検討書
- [10] 尾田欣也 1995 年前期学生実験レポート
- [11] 成田哲博 1995 年前期学生実験レポート

- [12] 寺嶋 1995 年後期学生実験レポート
- [13] 竹田 1995 年後期学生実験レポート
- [14] Ph.D. thesis A.Araya
- [15] K.SETA and S.IWASAKI Opt.Comm., 55, (1985), 5
- [16] 講義で聞いた話。
- [17] 信越石英 石英ガラス 総合カタログ
- [18] Sapphire beamsplitters and test masses for advanced laser interferometer gravitational wave detectors
L.Ju , M.Notcutt , D.Blair , F.Bondu , C.N.Zhao Phys.Lett.A. 218(1996)197
- [19] J.R.Hutchinson Axisymmetric vibrations of a free finite-length rod.
Journal of the Acoustical Society of America, Vol.51, pp. 233-240, 1972
- [20] 新井 宏二 修士論文
- [21] 山元 一広 修士論文
- [22] Norwick and Berry ANELASTIC RELAXATION IN CRYSTALLINE SOLIDS
- [23] '97.1 月 VIST meeting@NAO
- [24] 堀 淳一 岩波書店 応用物理学そう書 ランジュバン方程式