

修士論文

F a b r y - P e r o t 型

重力波検出器の制御

1 9 9 2 年 1 月

物理学専門課程 河邊徑太

論文の要旨

本論文は大きく4つの部分に分けられる。まず第1章から3章までが重力波検出とその技術に関する一般的な議論であり、第4章が第1の実験、第5章が第2の実験で、残りの章はその他の様々な計算と測定結果である。つまり本論文の中心的な話題は第4章と第5章である。この2つの章について簡単に述べる。

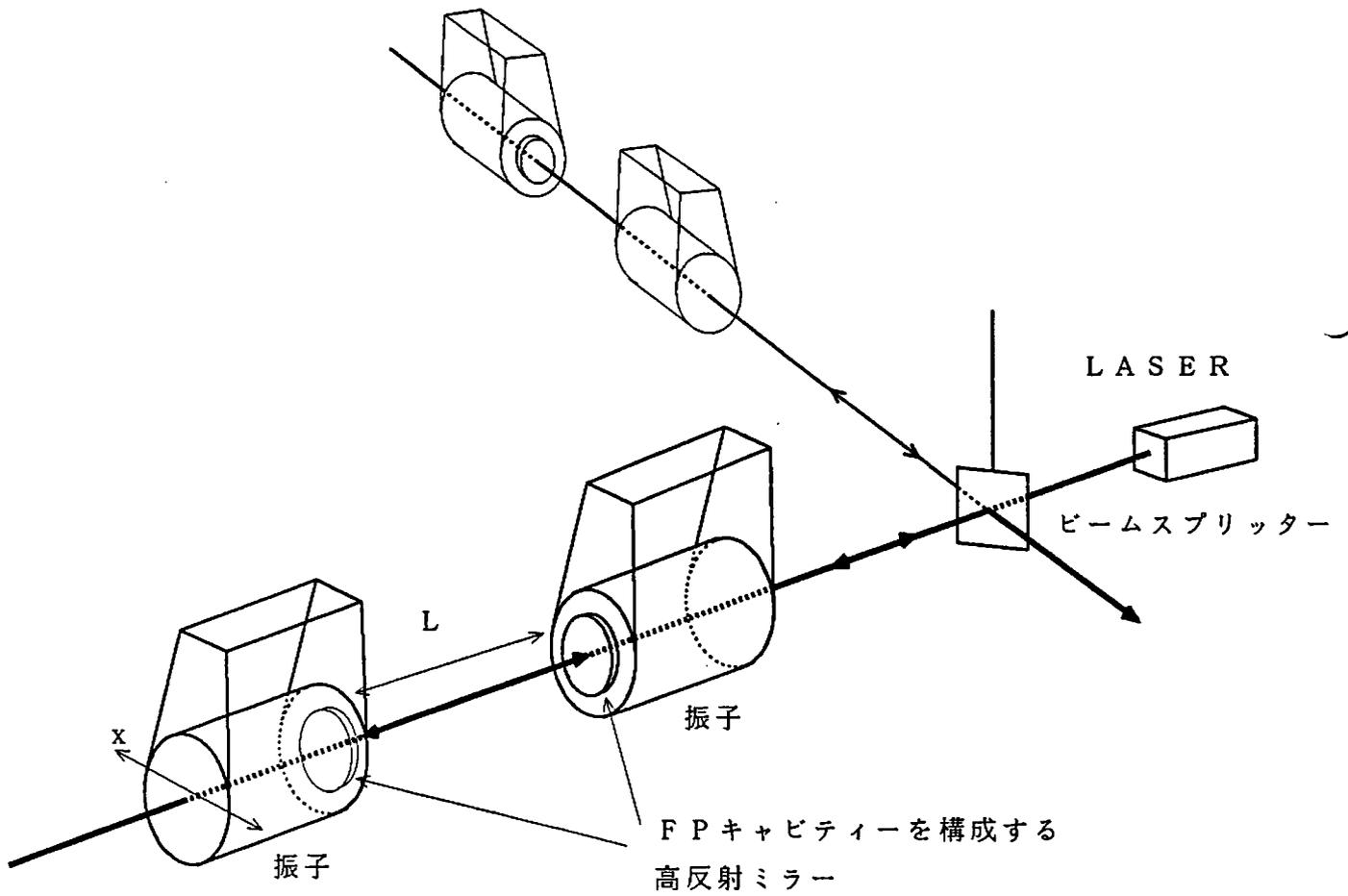
レーザー干渉計型の重力波検出器においては、鏡やビームスプリッターなどの主要な構成要素は、系を自由質点と見なせる周波数を下げるために全て振り子状にして吊られる。Fabry-Perot型重力波検出器では、干渉計の二本の腕にFabry-Perotキャビティを用いている(→図)。これはFabry-Perotキャビティ(以下、FPキャビティと記す)の多重干渉を利用して光路長を等価的に大きくし、重力波によって引き起こされる光路長の変化を拡大して観測するためである。

地上には地面振動などの様々な外乱があるので、単に鏡を振り子に取り付けただけでは干渉計を動作させることはできず、何らかの制御が必要になるが、これらの制御は非接触で行わなければならない。

吊るしたFPキャビティに対する制御技術は、いままで日本国内においては全くといって良いほど開発がなされていなかったので、本論文では吊るしたFPキャビティに対する制御技術の開発を目標に2つの実験を行った。

最も基本的な制御はキャビティ長(図の L)の制御である。フィネスと呼ばれるパラメータ F とレーザーの波長 λ を用いると、FPキャビティが位相検出器として働くことの出来る L の変化の巾はおよそ $\frac{\lambda}{2F}$ のオーダーである。第4章ではキャビティ長 L の制御技術を開発するために実際にフィネスが約380の吊るしたFPキャビティを製作し、これに制御をかける実験を行い成功した。このキャビティのキャビティ長は5cmと短いがフィネスが比較的大きいので、要求される制御技術はプロトタイプと呼ばれる現在稼働している干渉計型の重力波アンテナと理屈の上ではそれほど変わらないものであると考えている。

もう一つの制御技術として考えられるのは、アラインメントやマッチングの制御で



図：Fabry-Perot型検出器

ある。

レーザービームは平面波ではなくその等位相面は曲率を持つ。このために鏡もそれに合わせた球面鏡を用い、ビームの等位相面の形状と鏡の形状が良く一致するようにしなければならない。すなわちビームの等位相面の曲率半径と鏡のそれを一致させ(マッチング)、ビームの軸が二枚の鏡の曲率中心を通るようにする(アラインメント)。

現在の干渉計型検出器ではマッチング、アラインメント共に何の制御もかけておらず、鏡の位置制御は全て地面や補助レーザーなどの補助的な系を基準に行われている。このような制御では地面の長期的な変動やレーザーの光軸のドリフトなどによるアラインメントずれ、マッチングずれには対処できない。

将来重力波検出実験が天文学として確立されるには、検出器の長時間安定動作が不可欠の条件であるから、アラインメントやマッチングについても制御をかける、つまり主レーザービームそのものを基準として鏡の位置制御を行う(あるいは鏡の位置を基準にしてビームの制御を行う)ことが必要になる。FP キャビティーに関するアラインメント制御に関しては Anderson らの実験があるが(文献[9,10])、重力波検出器のような吊るした光学系について実験がなされた例はない。

そこで第5章では、吊るしたFP キャビティーに対するアラインメントの自動制御法を提案し、実際に第4章で開発した吊るしたFP キャビティーの装置にアラインメントの自動制御をかける実験を行いその有効性を示した。具体的には振り子の横方向(図の x 方向)に機械変調をかけ、この時に誘起される反射光の変調成分から鏡のずれを検出して振り子の位置を制御した。アラインメント制御をかけることによってミスアラインされたFP キャビティーが速やかにアラインメントを回復し、反射光のDC的な強度も最低の状態に復帰することを確認した。

この実験は、吊るしたFP キャビティーに対するこのような実験としてはおそらく最初の試みとなると考えている。

目次

1	Introduction	1
2	レーザー干渉計による重力波検出の原理	3
2.1	一般相対論の線型化 (Linearized Theory)	3
2.2	重力波	4
2.3	重力波の質点に対する影響	5
2.4	レーザー干渉計による重力波検出	8
2.5	Fabry-Perot 型検出器に必要な要素技術	10
3	振り子の系に対する制御	11
3.1	自由質点と防振	11
3.2	防振の必要性	11
3.3	振り子の系に対する制御	13
4	実験 1: 吊るした FP キャビティの共振器長制御	16
4.1	実験の目的	16
4.2	実験装置	17
4.2.1	光源	17
4.2.2	FP キャビティ (鏡)	19
4.2.3	振り子	19
4.2.4	復調系	19
4.3	サーボ系の設計	20
4.3.1	振り子に制御を掛ける時の問題点	20
4.3.2	フィードバックループの構成	22
4.3.3	サーボフィルタ	22
4.3.4	フィルタの時定数の決定と 2Loop 制御の予備実験	24

4.4	主な測定結果	27
4.4.1	キャビティーと復調系の変位感度の較正	27
4.4.2	オープンループ伝達関数の測定	29
4.4.3	FP キャビティーによる振子の伝達関数の測定	29
4.4.4	外乱レベルの測定	33
4.4.5	雑音源の評価と検出限界を決定する雑音の特定	36
4.5	結論	45
5	実験 2: 吊るした FP キャビティーに対するオートアライメント	46
5.1	実験の目的	46
5.2	ミスアライメントと機械変調	48
5.3	実験装置	50
5.3.1	変調周波数の設定	52
5.3.2	振子の横方向振動の定数	52
5.3.3	機械変調の振幅	52
5.3.4	復調回路とフィルタ	53
5.3.5	アライメントコントロール以外の部分	53
5.4	主な測定結果	55
5.4.1	オープンループゲインの評価	55
5.4.2	反射光強度とエラーシグナル	55
5.4.3	1 次のクロスカップリングの測定	59
5.4.4	干渉計の信号に与える影響	62
5.5	結論	62
A	Fabry-Perot キャビティーによる位相検出	64
A.1	無変調の光にたいする応答	64
A.2	位相変調された光にたいする応答	67
A.2.1	RF 帯での変調	67
A.2.2	レーザーが周波数雑音を持つとき	69
A.2.3	変調周波数が低い場合	70
A.3	Fabry-Perot 型検出器の重力波にたいする応答	71

B	実験装置の各要素の特性	75
B.1	光源	75
B.1.1	ラムディップを利用した周波数安定化	75
B.1.2	ラムディップを利用した周波数安定化の回路	77
B.1.3	ビームプロファイル	79
B.1.4	レーザーの変調指数の測定	81
B.2	FP キャビティ (鏡) とレンズ	84
B.2.1	モードマッチング	84
B.2.2	鏡の透過率	85
B.2.3	キャビティのフィネス (鏡の反射率)	85
B.3	振子	89
B.3.1	振子の各定数	89
B.3.2	振子の振動の減衰	89
B.3.3	振子の伝達関数の測定	92
B.4	アクチュエータ	93
B.4.1	アクチュエーターのカップリング	96
B.4.2	コイル	96
B.4.3	磁石	96
B.4.4	コイルドライバ	96
B.5	フォトセンサ	98
C	線形系と制御、S/N 比	102
D	文献	107
	謝辞	108

Chapter 1

Introduction

Einstein は 1916 年に、一般相対論においては弱い重力場の下で真空中の光速と同じ速度で伝播するメトリックの波動解が存在することを示した [1]。この解は Gravitational Wave(重力波)、あるいは Gravitational Radiation などと呼ばれている。重力波と物質の相互作用は非常に弱いので、検出の可能性があるのは現在までのところ超新星爆発などの天体起源のものだけである。もしこのような重力波を検出することが出来れば一般相対論の直接の検証となるばかりでなく、天文学の有力な観測手段となることが期待されている。

1969 年に Weber はアルミバーの重力波アンテナによって重力波と思われるイベントが検出されたと報告した [2,3] が、残念ながら現在ではこのイベントが重力波であったという可能性は否定されている。しかしながら電磁波による観測で明らかになった連星パルサーの周期減少の観測は、重力波の放出によってパルサーの回転エネルギーが少しずつ減少していくと考えることでうまく説明されることが分かっており [4]、重力波の存在そのものは確実視されている。

Weber 以後も多数の研究者、研究機関によって精力的に重力波検出器の開発が続けられている。現在までのところ、重力波検出器として開発されてきたものには、主に次の 2 つのタイプがある。

1 共振質量型検出器

2 レーザー干渉計を用いた自由質量型検出器 (干渉計型検出器)

共振質量型には Weber 以来の歴史があり、技術開発がかなり進んでいる。このタイプは弾性体の共振を用いるため、特定周期の信号にたいしては感度が高く、長時間の観測により S/N 比が高く出来る。一方観測帯域は狭く、又、弾性体に貯えられた重力波のエネルギーを検出するため波形観測には向かない。

干渉計型の方は 1970 年代に入ってから開発が始められた。現在存在する主要な干渉計型アンテナはアメリカの California Institute of Technology、イギリスの University of Glasgow、ドイツの Max-Planck Institute für Quantenoptik、日本の宇宙科学研究所に存在し、これらはすべてプロトタイプと呼ばれる 10m 規模のアンテナである。干渉計型はワイドバンドでしかも重力波の波形観測まで行えることが最大の利点だが、共振質量型に比べてまだ開発の歴史は浅く、技術的に未開発な部分が残されている。しかしそれだけに今後の技術開発にたいする期待も大きい。特に近年は大型のレーザー干渉計型検出器の建設計画が各地で持ちあがっている。日本においても宇宙科学研究所の 10m の Delay Line 型検出器を 100m に拡張する計画や、Fabry-Perot 型の検出器を新たに建設する計画がある。東京大学では主に Fabry-Perot 型の検出器の開発を目的とした要素技術開発を行っている。

本論文では、Fabry-Perot 型の検出器にとっては必須技術であるところの「吊るした Fabry-Perot cavity に対する制御技術」を開発、確立することを目的として行った 2 つの実験について論ずる。まず第 2 章でレーザー干渉計による重力波検出について述べ、第 3 章で振り子の系 (吊るされた系) に対する制御がなぜ必要なのかについて触れた後に、続く章で実験の詳細を述べる。

Chapter 2

レーザー干渉計による重力波検出の原理

この章ではレーザー干渉計による重力波検出の原理について述べ、また実際の検出器の構成について簡単に触れる [5,6]。なおテンソルの添字は、 $\alpha, \beta, \mu, \dots$ のようなギリシャ文字が時間成分を含む $0, 1, 2, 3$ を、 i, j, k, \dots のようなローマ字が空間成分だけの $1, 2, 3$ を表すとする。

2.1 一般相対論の線型化 (Linearized Theory)

メトリックテンソルを

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$$

とする。但し

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

でありまた $|h_{\alpha\beta}| \ll 1$ を満たすとする。

ここで座標変換として Background Lorentz 変換と Gauge 変換だけを考える限り、 $h_{\alpha\beta}$ はあたかも Minkowski 時空の中のテンソルであるかのように扱ってよい。

リーマンテンソル、リッチテンソル、リーマン曲率は h の一次までで

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta\mu\nu} &= \frac{1}{2} (h_{\alpha\nu, \beta\mu} + h_{\beta\mu, \alpha\nu} - h_{\alpha\mu, \beta\nu} - h_{\beta\nu, \alpha\mu}) \\ R_{\alpha\beta} &= R^{\mu}{}_{\alpha\mu\beta} \\ R &= R^{\alpha}{}_{\alpha} \end{aligned}$$

となる。

h の Trace Reverse テンソル \bar{h} を次のように定義する。

$$\begin{aligned}\bar{h}^{\alpha\beta} &\equiv h^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}h \\ h^{\alpha\beta} &\equiv \bar{h}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}\bar{h} \\ &\quad (\text{但し } h \equiv h^\alpha{}_\alpha, \bar{h} \equiv \bar{h}^\alpha{}_\alpha)\end{aligned}$$

Einstein テンソルは

$$\begin{aligned}G_{\alpha\beta} &\equiv R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R \\ &= -\frac{1}{2}\left(\bar{h}_{\alpha\beta,\mu}{}^{,\mu} + \eta_{\alpha\beta}\bar{h}_{\mu\nu}{}^{,\mu\nu} - \bar{h}_{\alpha\mu,\beta}{}^{,\mu} - \bar{h}_{\beta\mu,\alpha}{}^{,\mu}\right)\end{aligned}$$

となる。ゲージ条件として Lorentz Gauge $\bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$ を課すと、

$$\begin{aligned}G_{\alpha\beta} &= -\frac{1}{2}\bar{h}_{\alpha\beta,\mu}{}^{,\mu} \\ &= -\frac{1}{2}\square\bar{h}_{\alpha\beta} \\ &\quad (\square = -\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} + \Delta, c \text{ は真空中の光速})\end{aligned}$$

一般の Einstein 方程式

$$G^{\alpha\beta} = 8\pi T^{\alpha\beta}$$

は上の条件のもとに

$$\square\bar{h}_{\alpha\beta} = -16\pi T^{\alpha\beta}$$

これが Linearized theory での Einstein 方程式である。

2.2 重力波

真空中、すなわち $T_{\alpha\beta} = 0$ での Einstein 方程式は

$$\square\bar{h}_{\alpha\beta} = 0$$

である。この方程式は

$$\begin{aligned}h_{\alpha\beta} &= A_{\alpha\beta} \exp(ik_\mu x^\mu) \\ &\quad \left(\begin{array}{l} \text{但し } k_\alpha k^\alpha = 0 \\ \text{Lorentz Gauge から } A^{\alpha\beta} k_\beta = 0 \end{array} \right)\end{aligned}$$

なる解を持つ。これが重力波の解だが、問題を分かりやすくするためにこの解に更にゲージ条件 (Transverse Traceless Gauge: TT Gauge) を課す。

$$\begin{aligned} A^\alpha{}_\alpha &= 0 \\ A_{\alpha\beta}U^\beta &= 0 \end{aligned}$$

(但し U^β はある時間的な Unit Vector)

このゲージのもとでは、 $\bar{h}_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta}$ である。 U^β をバックグラウンドミンコフスキ時空の時間基底にとり、また重力波の進行方向を z 方向にとると結局

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{xx} & A_{xy} & 0 \\ 0 & A_{xy} & -A_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ h_{\alpha\beta} &= A_{\alpha\beta} \exp(ik_\mu x^\mu) \end{aligned}$$

となる。 A_{xx} と A_{xy} は重力波の直交する二偏光を表す。

2.3 重力波の質点に対する影響

重力以外に何の力も受けない粒子 (自由粒子、自由質点) は測地線方程式

$$\frac{d}{d\tau} U^\alpha + \Gamma^\alpha_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = 0$$

に従う。ただし τ は粒子の固有時、 U^α は粒子の4元速度、 Γ はクリストッフェルシンボルである。

$$\Gamma^\mu_{00} = \frac{1}{2} \eta^{\mu\beta} (h_{\beta 0,0} + h_{0\beta,0} - h_{00,\beta})$$

だが、前節で $h_{0\beta} = 0$ だったので、常に

$$\Gamma^\mu_{00} = 0$$

すると明らかに

$$U^\alpha = \left(\frac{1}{c}, 0, 0, 0 \right)$$

は測地線方程式を満たす。この意味するところは、ある瞬間に座標にたいして静止していた自由粒子は、重力波によって座標の値が変わらないということである。しかしこのこと自体は何ら相対論的不変性を持たない。

物理的に意味のある量を考えるため、2つの自由質点がひとつは空間座標の原点に、もうひとつは $(l, 0, 0)$ にあったとして、この二つの質点の間でフォトンを往復させることを考える。簡単のため、 $h_{xy} = 0, h_{xx}(t) = -h_{yy}(t) = h(t)$ とする。

フォトンの世界線に沿った線素は $dy = dz = 0$ より

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h(t)) dx^2 = 0$$

である。 $h \ll 1$ より

$$\left(1 - \frac{1}{2}h(t)\right) c dt = dx$$

二つの自由質点の空間座標が不変であることから、フォトンが原点から $(l, 0, 0)$ にたどり着いて再び帰ってくるのに要する座標時間を Δt_x とすると

$$\int_{t-\Delta t_x}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t')\right) c dt' = \int dx = 2l$$

が成立する。すなわち、

$$\begin{aligned} \Delta t_x &= \frac{2l}{c} + \int_{t-\Delta t_x}^t \frac{1}{2}h(t') dt' \\ &= \frac{2l}{c} + O(h) \end{aligned}$$

第二の等号から、 h の一次まで取る場合には第一の等式の積分領域の中の Δt_x を $\frac{2l}{c}$ で置換えてよいことが分かる。

$$\Delta t_x = \frac{2l}{c} + \int_{t-\frac{2l}{c}}^t \frac{1}{2}h(t') dt'$$

さて、この座標系は自由質点にたいして固定されているから、 Δt_x は固有時間間隔であって、これは相対論的不変量である。重力波が無い時 ($h = 0$) からの Δt_x のずれは、

$$\delta \Delta t_x = \int_{t-\frac{2l}{c}}^t \frac{1}{2}h(t') dt'$$

y 方向でも同様の測定をすると、

$$\delta \Delta t_y = -\delta \Delta t_x$$

となることが分かる。これはあたかも空間が x 方向は

$$\frac{2l + c\delta \Delta t_x}{2l}$$

倍に伸び、 y 方向は

$$\frac{2l - c\delta \Delta t_x}{2l}$$

倍だけ縮んだように考えることが出来る。光の位相でいえば、 λ を光の波長とすると x 方向では位相が $2\pi \times \frac{c\delta\Delta t_x}{\lambda}$ だけ変化し、 y 方向は逆符号で同じだけ変化すると考えられる。特に重力波が正弦波

$$h(t) = h \exp(-i\omega t)$$

で、 $\frac{2\omega l}{c} \ll 1$ であるときを考えると、

$$\begin{aligned} \delta\Delta t_x &= \int_{t-\frac{2l}{c}}^t \frac{1}{2} h \exp(-i\omega t') dt' \\ &\simeq \frac{hl}{c} \exp(-i\omega t) \end{aligned}$$

である。二つの自由質点の間の固有距離 l_p は

$$l_p(t) = \int |ds^2(dt=0)|^{\frac{1}{2}} = \int \left(1 + \frac{1}{2}h(t)\right) dx = l \left(1 + \frac{1}{2}h(t)\right)$$

だから、重力波により固有距離が振幅 $\frac{1}{2}lh$ で振動しているために位相変化が生じると考えてもよい。

同じ問題について別のアプローチを取ることも出来る。バネでつながれた2つの質点を考える。質点の隔たりは x 方向であり、質点の質量を m 、バネの自然長(重力波が無い時の固有長さ)を l_0 、バネ定数を k 、 Q 値を Q 、 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 、質点間の固有距離 l の l_0 からのずれを $\xi = l - l_0$ として

$$\xi_{,00} + \frac{\omega_0}{Q} \xi_{,0} + \omega_0^2 \xi = \frac{1}{2} l_0 h_{xx,00}$$

という運動方程式が成立する。 $Q \rightarrow \infty, \omega_0 \rightarrow 0$ とすると(これは2つの質点が自由質点である事を意味する)、

$$\xi_{,00} = \frac{1}{2} l_0 h_{xx,00}$$

$t \rightarrow \infty$ で発散せずまた定数項を持たないことを要求すれば、 $h_{xx} = h \exp(-i\omega t)$ のときこの解は

$$\xi = \frac{1}{2} l_0 h_{xx} = \frac{1}{2} l_0 h \exp(-i\omega t)$$

これは2つの自由質点の間の固有距離が振幅 $\frac{1}{2}l_0h$ で振動することを示しており、先程の考察と一致する。すなわち、自由質点にたいする重力波の影響には2つの見方があり、1つは純粹に幾何的な対象として重力波を考える見方で、1つは重力波が質点に力を及ぼすという見方だが、結局どちらで考えてもその結果は一致する。

なお、 $Q \rightarrow \infty, \omega_0 \rightarrow 0$ の代わりに、

$$\omega^2 \gg \omega_0^2, \frac{1}{Q} \omega \omega_0$$

としても同じ結果を得る。いいかえれば、弾性体の共振周波数より重力波の周波数が十分高い領域では、弾性体の二点間の固有距離は重力波に対して自由質点の場合と同じように変化する。

2.4 レーザー干渉計による重力波検出

重力波は z 方向に向かって進行しており、対角成分の偏光のみを持つ、すなわち

$$h_{xy} = 0, h_{xx}(t) = -h_{yy}(t) = h \sin \omega t$$

とする。x 方向、y 方向にそれぞれ一本ずつ腕を持つマイケルソン干渉計を考える (図 2.1)。鏡とビームスプリッターはそれぞれ自由質点であるとする。重力波により各腕の固有長さは

$$l_x(t) = l_0 + \frac{1}{2}l_0 h \sin \omega t$$

$$l_y(t) = l_0 - \frac{1}{2}l_0 h \sin \omega t$$

と変化する。干渉計に入射するレーザー光を

$$E_{in} = E_0 \exp i\omega_{op} t$$

とすると、出力ポートの電場は h および $\frac{h_0}{c}$ の一次までで

$$\frac{1}{2}E_0 \left(\exp i\omega_{op} \left(t - \frac{2l_x(t)}{c} \right) - \exp i\omega_{op} \left(t - \frac{2l_y(t)}{c} \right) \right)$$

で、強度に直せば

$$I_{out} = \frac{1}{2}I_0 \left(1 - \cos \frac{2\omega_{op}(l_x - l_y)}{c} \right)$$

$$= \frac{1}{2}I_0 \left(1 - \cos \left(\frac{2\omega_{op}l_0 h}{c} \sin \omega t \right) \right)$$

つまり干渉信号の変化から重力波による 2 方向の固有距離の変化の差を読み取ることが出来る。実際には鏡やビームスプリッターを自由質量にすることは出来ないが、その代りにこれらは振子のようにして吊るされる。こうすることで、鏡が自由質量のように振舞う周波数帯をなるべく引下げるとともに、地面振動を遮断する。

実際の重力波イベントは $h < 10^{-21}$ というような、非常に小さいものだとされている。干渉計に生ずる位相変化の因子はレーザーの波長を λ_{op} として

$$\frac{2\omega_{op}l_0 h}{c} = \frac{4\pi}{\lambda_{op}} l_0 h$$

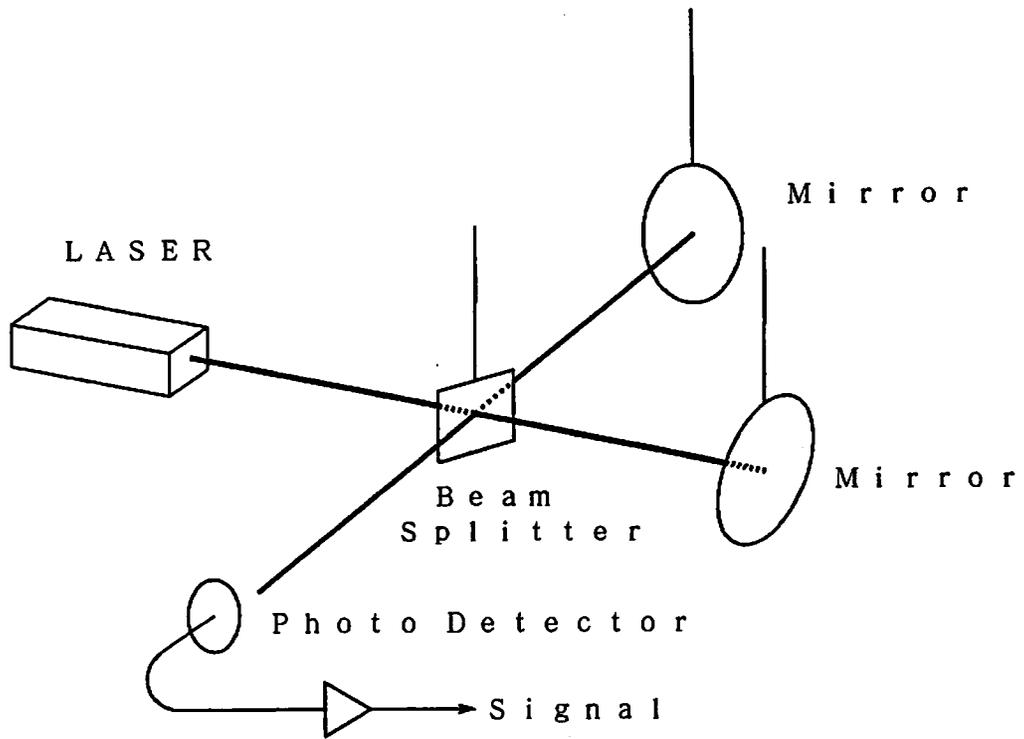


図 2.1: マイケルソン干渉計

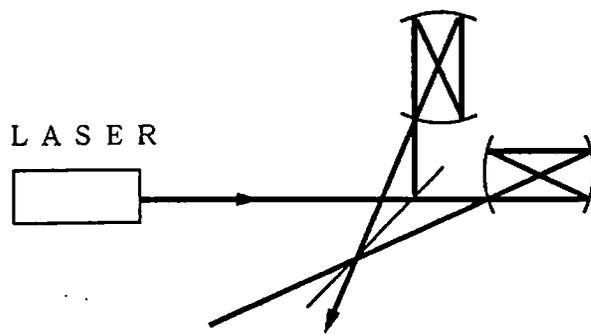


図 2.2: Delay Line 型

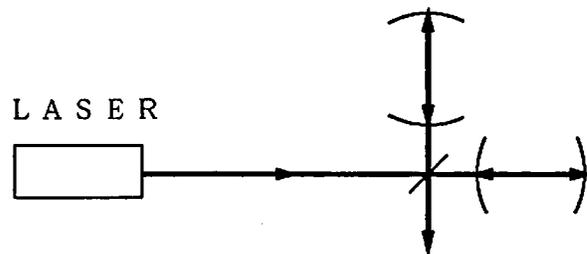


図 2.3: Fabry-Perot 型

だから、 l_0 を大きくすることで重力波にたいする位相変化を大きく出来る。しかし実際に製作できる装置のサイズには限度があるから、マイケルソン干渉計の代りに各腕を Delay Line にした Delay Line 型、あるいは各腕を Fabry-Perot キャビティーにした Fabry-Perot 型が用いられる (図 2.2,2.3)。DL 型は原理的にはマイケルソン型の腕の長さを N 倍にしたのと同じである。FP 型は多重干渉を用いて腕の長さを伸ばしたのと同様の効果を得る。FP 型検出器の重力波にたいする応答は Appendix A で詳しく述べる。

2.5 Fabry-Perot 型検出器に必要な要素技術

Fabry-Perot 型検出器を作るのに必要な技術は、狙いとする感度や周波数、検出器の構成によっても変わってくるので一概にはいえないが、どのようなものを作るにせよ最低限必要となる技術はおおざっぱに言って二つあげられるだろう。

1 光源の安定化

2 振り子の系に対する制御

これらははっきりと分離されるものではないが、一応の目安としてこのような分類も可能だろう。まず光源の安定化について簡単に述べる。

重力波検出器においてレーザーに周波数雑音や強度雑音、ビームジッター等があれば、それらは検出器の雑音としてあらわれる。最も影響を与えるのは周波数雑音である。周波数雑音の影響は2つのキャビティーからの反射波を別々に検出するのか、あるいは直接干渉させた後に検出するのか (この技術は未だに実際の検出器に用いられた例はない) により異なるが、どちらにせよフリーランの状態では重力波検出器に使えるような安定度を持ったレーザーはいまのところ存在しない。そこで普通は、フィネスの高いFP キャビティーを周波数基準としてレーザーの周波数安定化を行い、そのうえで干渉計に入射させる。安定化の具体的な技術については本論文では取上げないが、FP キャビティーを用いてレーザーの周波数雑音を検出する計算については Appendix A.2.2 に簡単に記しておいた。

振り子の系に対する制御に関しては、3章で述べる。

Chapter 3

振り子の系に対する制御

干渉計型重力波検出器には振り子-防振系と振り子の系に対する制御系が不可欠である。振り子の系に対する制御系の設計、製作は(理論上は何の問題もないが)プラクティカルにはそれほど簡単な問題ではない。

3.1 自由質点と防振

干渉計型検出器は、基本的に自由質点の間の固有距離の変化を光で測定する装置である。このため装置を構成するビームスプリッターや鏡は、自由質点であるのが理想的である。しかし実際には(地球の重力場のせい)、地上では自由質点で干渉計を構成することはできない。

弾性体振動の共振周波数よりも十分に高い周波数では、弾性体の二点間の固有距離は重力波にたいして自由質点の場合と同じ様に変化することは、2.3に述べた。そこでビームスプリッターや鏡などを振り子状に吊るすことによって、共振周波数を下げ、それぞれの要素が重力波に対して自由質点として振る舞う周波数を引き下げることができる。

このとき同時にこの振り子系は地面振動に対する防振系としても働く。このように、干渉計型検出器においては、振り子の系は2重の働きを担っており、両者を切り離すことはできない。

3.2 防振の必要性

ここでは振り子の系の防振系としての側面を考える。

地球上には必ず雑音となる地面振動が存在する。これらは人が作り出す人工的なもの(例えば自動車の振動)もあれば、風や波、地震活動のように自然のものもある。

地面振動の典型的なパワースペクトルの形は、 f を Hz で測った周波数として

$$\delta l \simeq \frac{10^{-7}}{f^2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

だと言われている。重力波検出に対する雑音としてはキャビティー長の揺らぎをキャビティー長で割ったものが $\frac{h}{2}$ に相当する。地面振動がそのまま干渉計の鏡に伝わったとすると、キャビティー長を 3km として (これは kHz 帯重力波にたいする最適光路長 150km を実現するときの現実的な解である [7])、

$$\frac{h}{2} \sim \frac{1}{3\text{km}} \frac{10^{-7}}{f^2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} = \frac{3 \times 10^{-11}}{f^2} / \sqrt{\text{Hz}}$$

2本の FP キャビティーの 4枚の鏡の置かれたそれぞれの点で地面振動に相関が無いとすると、結局この値を $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ 倍すればよいから、オーダーとして

$$h \sim \frac{10^{-10}}{f^2} / \sqrt{\text{Hz}}$$

が地面振動による検出限界となる。 f が 1kHz でも $h \sim 10^{-16} / \sqrt{\text{Hz}}$ である。そこで、仮に地面に鏡を直接置いたとすると、(鏡が自由質点でなくなってしまうことをとりあえず忘れたとしても) これではとても重力波検出は望めない。

振り子による防振の効果を考えてみる。最も簡単な一段振り子の場合、振り子の共振周波数を $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ 、 Q 値を Q とすると、地面振動から振り子の変位への伝達関数は

$$\frac{1 + i \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_p}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 + i \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_p}}$$

である。そこで ($Q \gg 1$ として)、

$$1 \ll \frac{\omega}{\omega_p} \ll Q \text{ なる領域では防振比} \sim \left(\frac{f_p}{f}\right)^2$$

$$Q \ll \frac{\omega}{\omega_p} \text{ なる領域では防振比} \sim \frac{1}{Q} \left(\frac{f_p}{f}\right)$$

となる。よい防振効果を得るには f_p を小さく、 Q を大きくすればよい。 f_p は装置の大きさや振り子を吊る弦の振動などを考えるとそれ程下げることが出来ず、

$$f_p = 0.5\text{Hz}(\text{弦が1mのとき}) \sim 1\text{Hz}(25\text{cmのとき})$$

程度となる。一方 Q 値はワイヤの支持の仕方やワイヤと振り子との接点の処理によって大きく値が変わるが、 $Q = 10^4$ 程度の振り子は実際に作れる [8]。多段の振り子を用いることで防

振比を稼ぐことも出来るから、防振という点だけからいえば Q 値はまだ深刻な問題にはならない。むしろ熱雑音を考えたときの要求から、大きな Q 値を持つ振子が求められる。

実際に $Q = 10^4$ 、 $f_p = 1\text{Hz}$ として防振比を計算すると、先程の 3km の基線長にたいして地面振動による雑音は

$$h \sim \frac{10^{-10}}{f^4} \sqrt{1 + \left(\frac{f}{10^4}\right)^2} / \sqrt{\text{Hz}}$$

$$(10^{-22} / \sqrt{\text{Hz}} \text{ at } 1\text{kHz})$$

となる。

3.3 振り子の系に対する制御

振り子の系により、地上でも観測したい重力波の帯域では自由質点と見なせるような鏡が実現され、また $f \gg f_p$ の地面振動は遮断されることが分かった。しかし要素を吊るしただけでは、干渉計型検出器を動作させることは出来ない。レーザー干渉計は確かに高感度の位相検出器、あるいは振動検出器であるが、振動検出の出来る範囲は変位に換算すると非常に小さな領域に限定されるからである。FP 型検出器を例に話を進めよう。

FP キャビティーを位相検出器として用いる場合、 k をレーザーの波数、 l を共振器長、 n を整数として、普通は共振条件

$$kl = n\pi$$

を満たすような状態で用いるが、この時 l の変動が悪くともおよそ $\frac{\lambda}{2F}$ 以下でなければキャビティーは位相検出器としての用を成さない (F はフィネス) (→ Appendix A)。これは FP 型検出器の二本の腕を構成する FP キャビティーでも、レーザーの安定化のための FP キャビティーでも同じである。 F は数百から数万ぐらいの数、 $\lambda \simeq 500\text{nm} \sim 1\mu\text{m}$ であるから、鏡の位置変動は最低でもナノメートルのオーダーに抑えなければならない。

ところが重力波検出器においてはすべての要素が振子状に吊られている。これによって確かに観測したい周波数帯においては、それぞれの要素が自由質点と見なせるという点でも地面振動から遮断されているという点でも、ほぼ満足すべき特性が得られる。しかし、振子の共振周波数付近では地面振動はまったく遮断されず、逆に増幅される。この振動の振幅を荒く見積ってみよう。 $Q \gg 1$ とすると、 $f = f_p$ で伝達関数の絶対値は

$$\left| \frac{1 + i\frac{1}{Q}}{i\frac{1}{Q}} \right| \simeq Q$$

である。共振の巾を $\frac{1}{Q}f_p$ として、この巾の中では外乱のレベルは一定としてよいとすると、この巾の中に含まれる振子の振動のパワーは

$$\frac{1}{Q}f_p(\text{Hz}) \times \left(Q \times \frac{10^{-7}}{f_p^2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \right)^2 = Qf_p^{-3} \times 10^{-14} \text{m}^2$$

$f_p = 1\text{Hz}$ とすると振幅にして

$$\sqrt{Q} \times 10^{-7} \text{m}$$

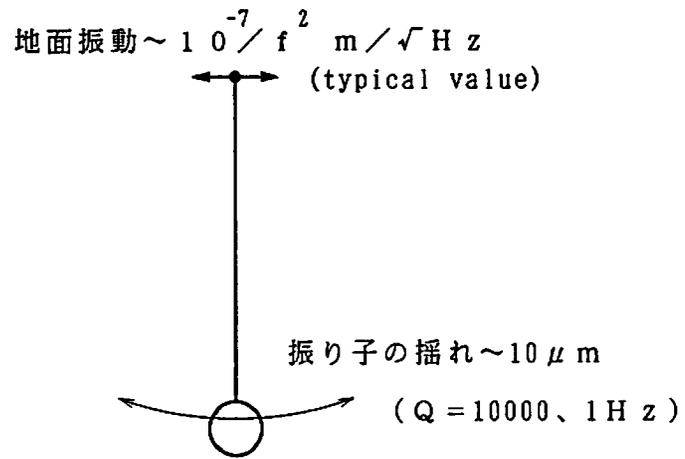
となる。例えば $Q = 10^4$ とすると $10\mu\text{m}$ 、 $Q = 1$ としても $0.1\mu\text{m}$ 程度の揺れがあることになる。つまり、ただ単に要素を吊るしただけでは干渉計の動作域に鏡を留められないことが分かる (図 3.1)。

そこで何等かの制御をかけなければ干渉計は動作しない。干渉計型検出器に主に用いられる制御には、振子の共振付近の周波数の振動にダンプをかけて等価的に Q 値を低くするような補助的な制御系と、干渉信号を検出して鏡の変位を読取り、(FP キャビティーであれば) 常に共振条件を満たすように鏡に制御をかける (レーザーの波長にキャビティー長をロックする) ための主制御系がある。(第一の補助的な制御系は、主制御系にかかる負担を軽くする目的で用いられる)。これらの制御は地面振動の再導入を防ぐために、非接触で行わねばならない。このため振子にはアクチュエータと呼ばれる非接触で力を伝達するための装置が取り付けられる。

このような制御系の助けをかりれば、振り子の変位は制御系のオープンループ伝達関数 $G\beta$ に応じて $\frac{1}{1+G\beta}$ 倍になるので、干渉計を動作させることができる。(制御を掛けた状態での測定については、Appendix C で簡単に触れた。)

ポッケルスセル等の光路長変調用素子をキャビティーの中に組入れれば、振子の方のフィードバック系にたいする要求は軽くなるが、レーザー光の波面の乱れやパワー損失など、問題となる点が非常に大きいので、なるべくこのような素子を使わずに振子の制御だけで制御系を実現するのが望ましい。振子の制御系がなければそもそも FP 型検出器が動作しないのだから、このような制御系の設計、製作技術は FP 型検出器の最も基本的な要素技術の一つであると言えるだろう。

振子にたいして力だけを介した制御をかけるときに、共振周波数が低いことが問題となる。通常の例えば PZT やポッケルスセルを用いる制御系と同様の設計方針ではうまくいかないのである。この点については、4.3 で詳しく述べる。



FP キャビティの変位検出特性

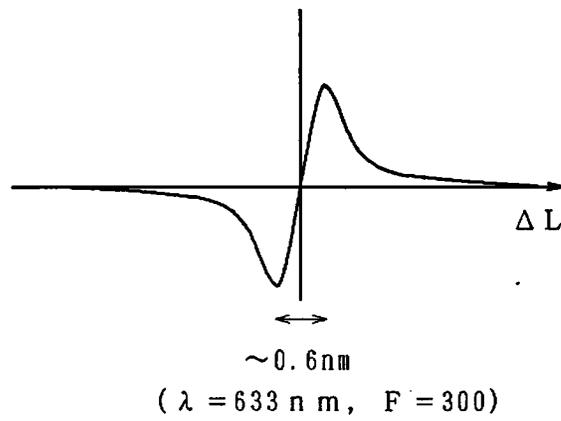


図 3.1: 地面振動と FP キャビティの動作域

Chapter 4

実験 1: 吊るした FP キャビティの共振器長制御

4.1 実験の目的

3章で述べた通り、Fabry-Perot 型検出器においては FP キャビティの共振器長を光学素子を用いずに力だけを介して非接触で制御することが必須の技術である。ところが振子に制御をかける場合、固定鏡への制御と異なり安定なフィードバックループを構成するのはそれ程簡単ではなく(詳しくは 4.3を見よ)、また、日本国内では今まで光学素子を用いると用いないとに拘らず吊るした鏡で構成した FP キャビティを制御するような実験は行われていない。

以上の理由で、

吊るした鏡の制御技術を開発し、

またその際に制御系の設計法を明確にする

事を目的として、

実際に吊るした鏡で FP キャビティを作成し、共振器長を制御してレーザーの波長にロックする実験を行った。

この実験で用いた FP キャビティはフィネスが 380 程度なので、共振器長こそ短いものの、要求される鏡の位置制御の技術は現在のプロトタイプと呼ばれる干渉計型アンテナのそれとそれ程変らないものである。次に実験装置の構成、各構成要素の説明、測定の結果などを適宜述べていく。

4.2 実験装置

図 4.1 が実験装置の概略である。光源と FP キャビティの制御系に大別される。

光源の He-Ne レーザーにはレーザー管に PZT が取付けられている。この PZT に 20.83kHz の電圧を与えることで周波数変調をかけている。この PZT による変調は同時にレーザーの周波数ドリフトを防ぐための安定化ループの一部を成している (→Appendix B.1)。

レーザーを出た直線偏光はファラデーアイソレーターと偏光ビームスプリッター (PBS)、 $\frac{\lambda}{4}$ 板を通り円偏光になる。さらにアラインメント用の鏡で反射された後に 2 つの直角プリズムを組合わせたビームシフタを通り (これによってビームを上下左右に平行移動させることが出来る)、マッチング用のレンズを通して FP キャビティに入射する。

FP キャビティは 2 つの別々に吊るされた鏡から成っており、各々の反射率は 99.18% で フィネス ≈ 380 である (→Appendix B.2)。

鏡の揺れのダンピングには実験の簡単のために永久磁石によるダンピングが採用された (→Appendix B.3.2)。

キャビティから反射された光は再び $\frac{\lambda}{4}$ 板を通るときに入射時と直交する直線偏光になって PBS で反射され、フォトディテクタで検出される。この信号をバンドパスフィルタ (BPF) およびノッチフィルタに通した後に同期検波することで、共振器長の揺らぎが検出される (→4.2.4、Appendix A)。

共振器長の揺らぎの信号はサーボフィルタを通り (→ 4.3)、FP キャビティの光源から遠い側の振子 (エンドマス) に取付けられたアクチュエータを通じて振子に力が伝達される (→Appendix B.4)。

装置全体は光学定盤上に置かれているが、光学定盤の防振機構は働かないようにしてある。レーザーを除く部分は風よけのための覆いの中に入っている。

まず光源と FP キャビティ、振子、復調回路の特性を簡単に説明する。(サーボフィルタと復調系以外のすべての要素の特性の測定については、Appendix B で詳細に述べるのでそちらを参照せよ。) サーボフィルタの設計についてはこの実験の主要な部分であるので 4.3 で詳しく述べる。

4.2.1 光源

レーザーは (株) 牛尾の He-Ne レーザーで、以下の特性を持つ。

波長 $\lambda = 633\text{nm}$

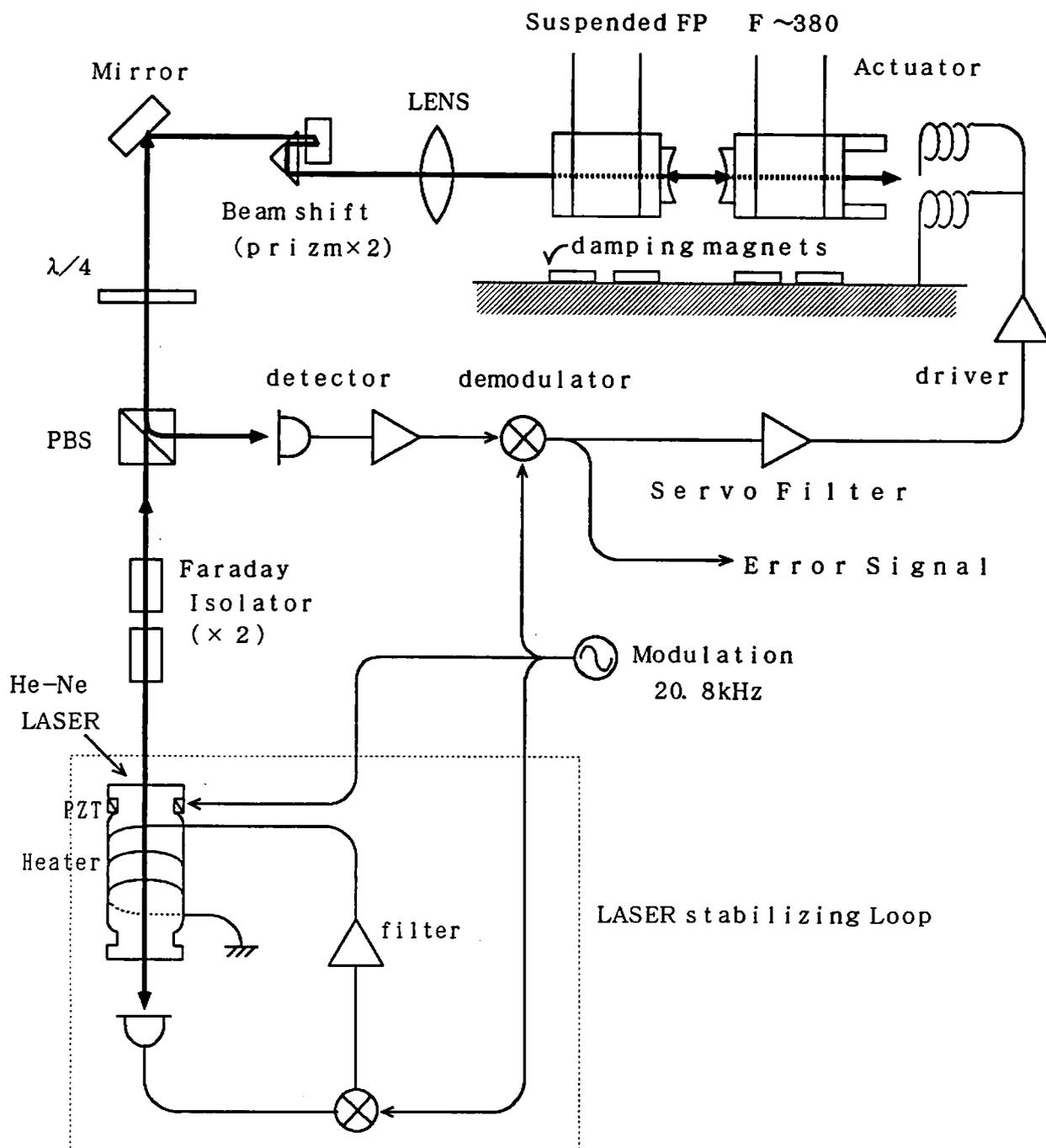


図 4.1: 実験装置の概略

直線偏光、1モード発振

パワー～500 μ W

PZTによる周波数変調

変調周波数 $\nu_m = 20.83\text{kHz}$

変調指数 $m \sim 106$

ラムディップを利用した周波数安定化

4.2.2 FPキャビティ(鏡)

鏡は(株)シグマ光機製の誘電体多層膜ミラーで、以下の特性を持つ。

反射率 $R \sim 99.18\%$

フィネス $F \sim 380$

透過率 $T \sim 0.67\%$

4.2.3 振子

振子はアルミまたは真鍮製のもので、ミラーマウントが接着されており、それぞれ二本のワイヤで吊るされている(→Appendix 図 B.14)。その特性を以下に示す。

永久磁石によるダンピング

weight～1.4kg (each mass)

	ニアマス	エンドマス	
共振周波数	2.03Hz	2.19Hz	
Q値	11.6	11.2	(永久磁石によるダンピングをかけたとき)

4.2.4 復調系

復調系はフォトディテクタ、ノッチフィルタ、BPF、かけ算器からなる。

フォトディテクタ

フォトディテクタはフォトダイオードとアンプからなる。図4.2に回路図を示す。(このディテクタはオペアンプについている220pFのコンデンサのせいでカットオフが17kHzの積分特性をもっている。しかしこれを無視してもオープンループ伝達関数の絶対値の計

算値が 5kHz で 5% 狂う程度なので今回は無視する)。フォトダイオードは (株) 浜松ホトニクスの S1223-01 を用いた。

ノッチフィルタとバンドパスフィルタ (BPF)

今回の実験ではレーザーの変調指数が非常に大きいので、FP キャビティからの反射光には変調周波数の 2 倍波成分が非常に大きな振幅で含まれる。この信号が制御のじゃまになるほど大きかったので、 $Q = 10$ のノッチフィルタをかけてこれを落としている。また、ノッチの後に変調周波数に合わせたバンドパスフィルタを通して、DC 成分や高調波成分を落としている。バンドパスフィルタはカットオフ 9.80kHz の LPF とカットオフ 43.3kHz の HPF を組み合わせた形のもので、1.7 倍のゲインを持つ。

かけ算器

かけ算器には、AD630 を用いた。この IC は外部発振器の周期に合わせた方形波を内部で発生し、この方形波と入力信号の積を出力する。正弦波のかけ算器ではないから、 $2n+1$ 倍波までかけ算されてしまうので、入力信号はなるべく $2n+1$ 倍波成分をフィルタなどで落としておかなければならない。

復調系のブロックダイアグラムを図 4.3 に示す。

4.3 サーボ系の設計

振子にたいして力だけでフィードバックを掛ける時の問題点と、制御系の設計方針を述べる。その後実際に制作したサーボフィルタの例を示す。

4.3.1 振子に制御を掛ける時の問題点

フィードバックループを設計する際に問題となるのが、サーボ系の安定性の問題である。安定性を調べる一つの簡単な判定法として、系のオープンループ伝達関数の絶対値が 1 になる周波数 (本論文では Unity Gain Frequency: UGF と記す) における位相遅れを調べる方法がある。UGF において、オープンループ伝達関数の位相遅れが 180 度よりも小さければ系は安定であり、逆に 180 度よりも大きく遅れていれば系は不安定になり、発振を始める。

さて、機械系には必ず様々な機械的な共振が存在する。これらの共振は二次遅れの系であるから、共振周波数よりも低い周波数領域と高い周波数領域を比べると、高いほうで

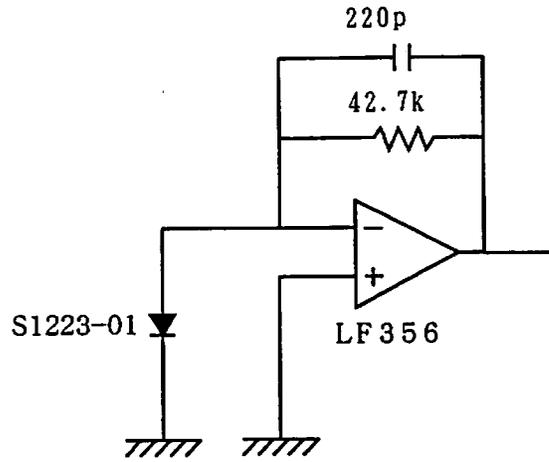


図 4.2: フォトディテクタ

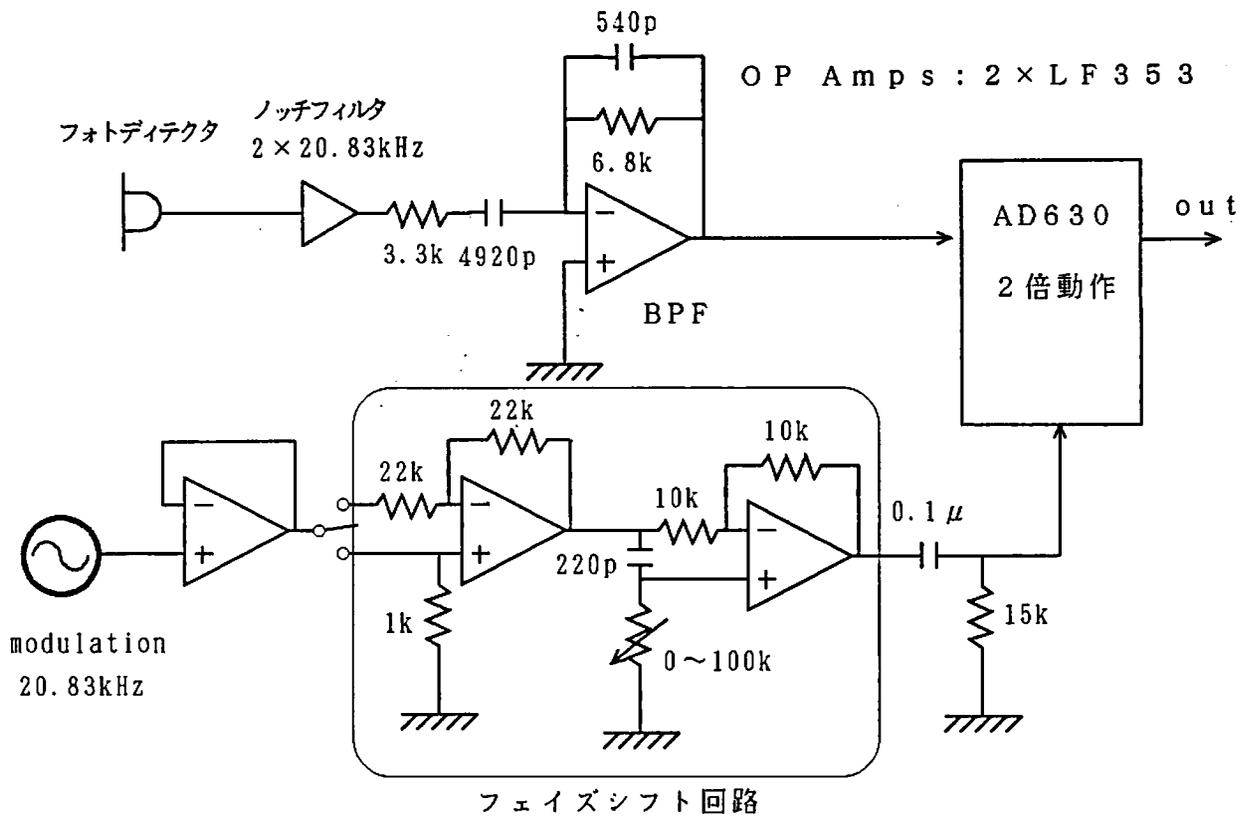


図 4.3: 復調系

位相が 180 度遅れている。機械系にたいしてフィードバックを掛ける場合には、これらの共振の内のどれかが必ずフィードバックループの中に含まれてしまうと考える。このような共振があるとオープンループの伝達関数はそこで位相が 180 度遅れてしまうので、通常は機械系を含むようなフィードバックループの設計においては、なるべく共振周波数を高くするように機械系を設計し、又 UGF が共振周波数よりも低い周波数になるようにサーボフィルタの設計をするのが普通である。

しかし、共振周波数が 1Hz 程度の振子に対して制御をかけるとき、このような設計では UGF が 1Hz 以下になってしまい、DC 領域に於いてすら十分なゲインを持たせることは出来ない。これでは干渉計型重力波検出器の要素として用いることは到底望めない。そこで設計方針を変えて、

共振周波数を越えた周波数帯まで十分なゲインを持たせる

共振による位相遅れはサーボフィルタで強制的に戻す

という方針の下にフィルタの設計を行う。

4.3.2 フィードバックループの構成

アクチュエータが振り子に及ぼす力から、振り子の変位への伝達関数を $\beta(\omega)$ とする。

$$\beta(\omega) \propto \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

である。ただし、 Q と ω_0 はそれぞれ振り子の Q 値と $2\pi \times$ 共振周波数。 β の絶対値と位相を図に書くと、図 4.4 のようになる。振り子の変位を何らかの方法で読みとり、それに応じてアクチュエータを通じて力かける。この、変位から力への伝達関数を $G(\omega)$ とする。フィードバックループが図 4.5 の様に形成されている。Openloop 伝達関数は $G(\omega) \times \beta(\omega)$ である。

4.3.3 サーボフィルタ

β の位相が $\omega > \omega_0$ でほぼ 180 度遅れてしまっているために、 G としては $G\beta$ の UGF のあたりで位相を戻すような動作をさせる必要がある。このために、サーボフィルタには UGF のあたりで微分特性をもたせる必要がある。一方、 β は $\omega > \omega_0$ で $\frac{1}{\omega^2}$ に比例して絶対値が下がっていくので、 G に二階以上の微分特性を持たせるとオープンループ伝達関数 $G\beta$ の絶対値は減少しなくなってしまう。以上の事から、サーボフィルタは目的の UGF のあたりの周波数では、一階の微分特性を持たせなくてはならない。

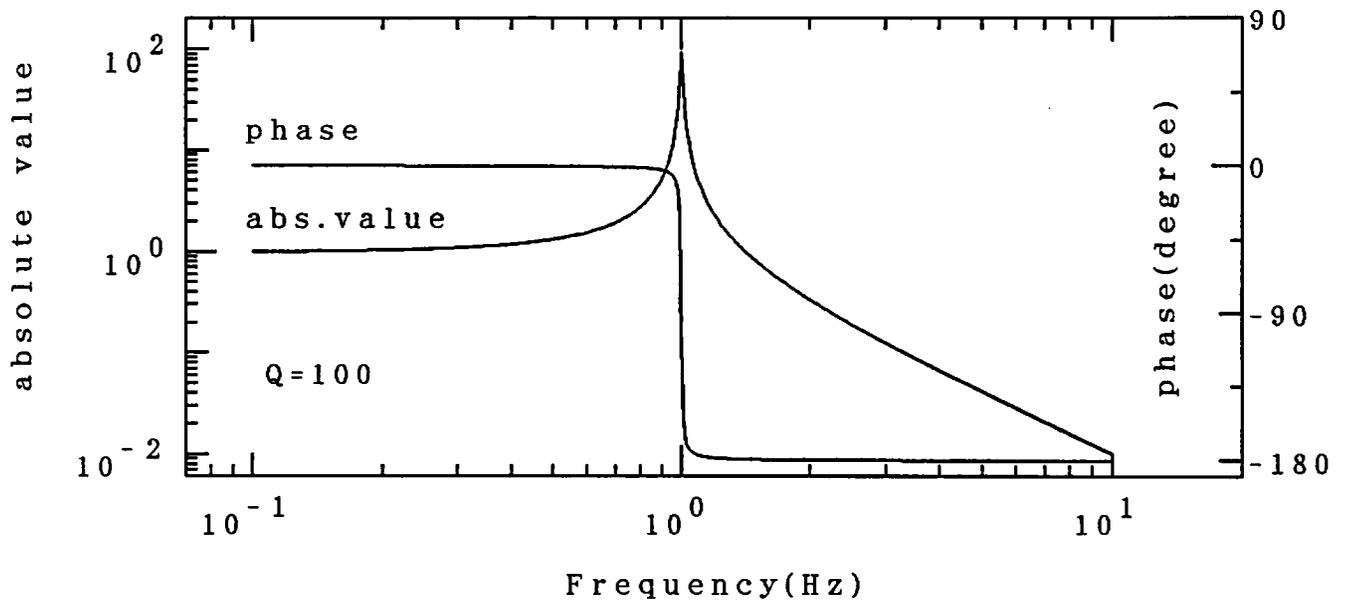


図 4.4: 共振が一つしかない振り子の伝達関数

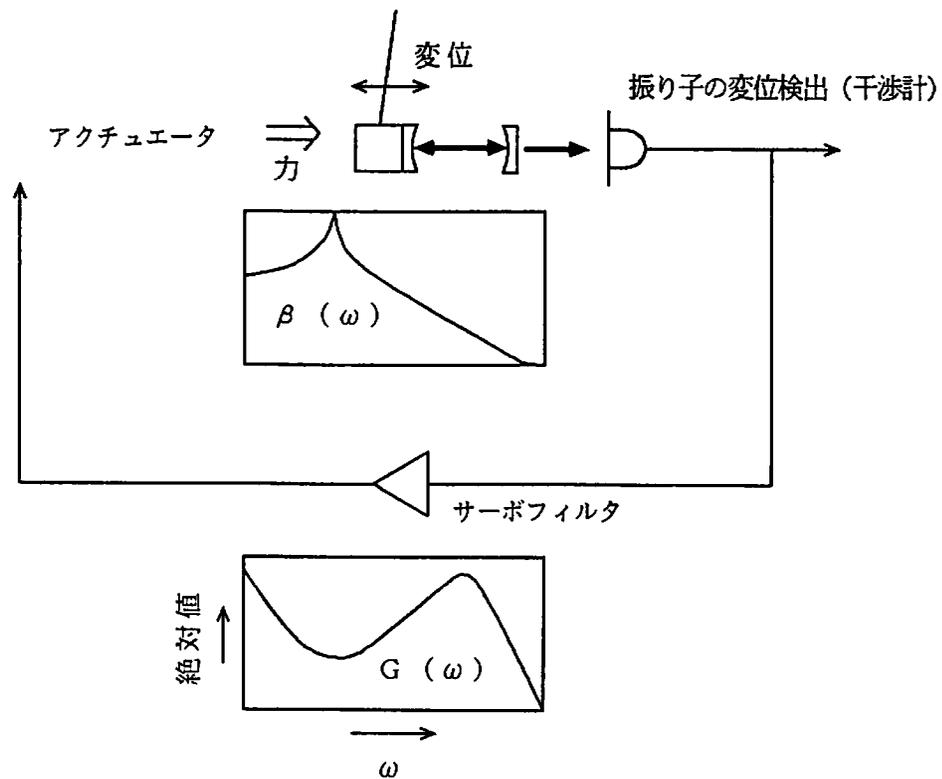


図 4.5: フィードバックループ

実際の機械系には振り子の基本共振の他にも振り子本体の内部共振等、数 kHz から上にかけて様々な共振が存在しているので、これらの共振の内 Q 値が高いものがあれば $G\beta$ の絶対値はそこで 1 よりも大きくなってしまい、発振を始める。このため、UGF よりも高い周波数帯では LPF をかけて $G\beta$ の絶対値を速やかに減少させるべきである。

一方、UGF よりも低い周波数帯域では十分な DC ゲインを得るために積分特性を持たせなければならない。

以上三つの点を満たすものとして、図 4.6 の様なサーボフィルタを設計、制作した。

DC は一段の完全積分回路で、10Hz から 480Hz ぐらいまでフラット、そこから 5kHz ぐらいまで 6dB/oct の微分特性を持ち、さらにそれ以上では -12dB/oct のローパスフィルタとノッチフィルタがかかるようになっている。ノッチは基本的には振子の内部共振に合わせてあるが、 $Q = 1$ と低い Q 値にしてあるのはこの周波数のあたりにいくつも共振があるからである。

このフィルタの特徴として、一度位相が 180° 遅れてから再び戻るような、条件付き安定解であると言う事が挙げられる。

図のスイッチの on/off により、系の状態は無条件安定/条件つき安定に切り替る。制御をしていない状態からサーボループを閉じたときに、無条件安定の状態では条件つき安定の場合に比べて振子が FP キャビティの動作域に引込まれやすい (ロックしやすい)。¹しかしこの状態では DC ゲインが十分でないので、キャビティ長はレーザーとの共振条件から少しずれたところに止ってしまう。そこでスイッチ on の状態でロックをかけ、その後にスイッチを off にすると系はすみやかに条件つき安定解に移行し、なおかつキャビティ長は DC 的にはほぼ完全に共振条件を満たすようになる (図 4.7)。

なお、この回路は最適化したものではなく、細かい改良の余地は残っている。

4.3.4 フィルタの時定数の決定と 2Loop 制御の予備実験

フィルタの時定数は、安定性と外乱 (主に地面振動) との兼ね合いで決定される。いくら理論上は安定なサーボ系を作っても外乱にたいしてゲインが小さければロックはかからない。必要となるゲインの大きさは外乱によっている。また、安定性が様々な機械的な共振によって左右されることは本節の冒頭で述べた通りである。

機械的共振を知るためには振子の伝達関数を前もって測定しておければよいのだが、実際には Appendix B.3.3 のようなフォトセンサを用いた方法で測定できるのは 100Hz ま

¹実は条件つき安定の状態でも、待っていれば大抵ロックがかかる。

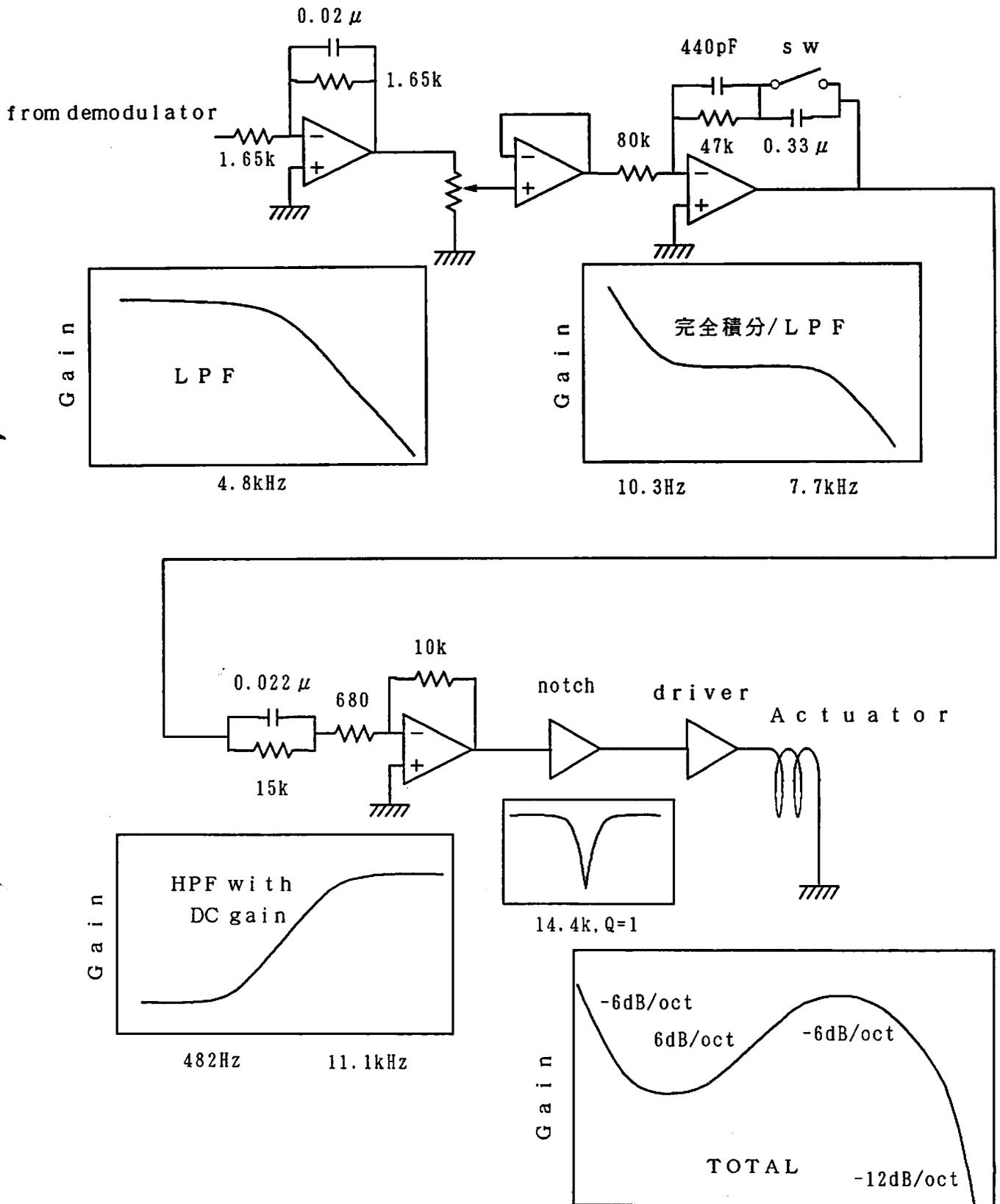


図 4.6: 製作したフィルタ

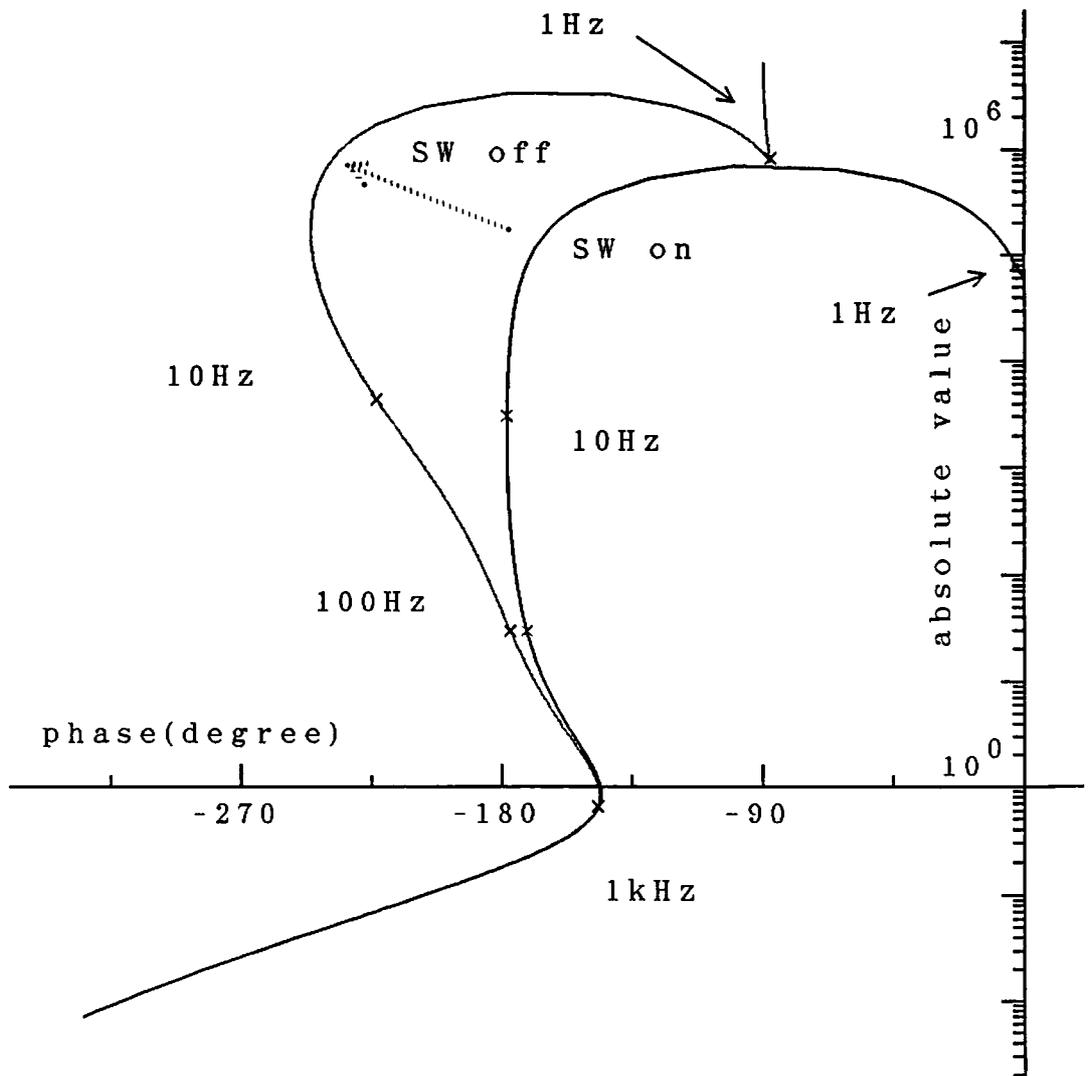


図 4.7: 安定解から条件つき安定解への移行

度が限度であって、それ以上の周波数における共振を知るのは難しい。振子の内部共振などは前もって計算しておくといいが、それでも全ての共振を知るのは不可能に近い。

予備実験として、振子の制御系に関する負担が軽い干渉計を設計、製作することは、振子の伝達関数や必要な DC ゲインを推定する上で有益な情報を与える。この段階では力だけを介した (1Loop) 制御でなくとも良い。このような実験を行うことで比較的短期間で機械系の性質をある程度把握出来る。逆にこのような実験を行わないとやみくもにサーボフィルタの試行錯誤を繰返すことになって効率が悪い。

例えば FP キャビティの代わりに一方を吊った鏡、一方を固定鏡にした 1 回折り返しのマイケルソン干渉計を製作する (この場合は振子の変位に関する許容度が $\Delta x < \frac{\lambda}{4}$ で FP の場合に比べてほぼフィネス倍だけゆるいので、結果として制御系の負担は軽い)、

あるいは力だけを介した制御系の代わりにポッケルスセルを FP キャビティの中に入れてこれにも制御をかけるような (2Loop) 制御系を製作する (この場合、振子による位相遅れを高周波領域でポッケルスセルが補償してくれるので制御系の負担が軽い 図 4.8) 等が考えられる。この時に、新たな共振を導入しないよう気を付けないと、本来の振子の伝達関数を測定することは出来ない。また、2Loop の制御では振子の系だけに DC ゲインを持たせるようにすれば、振子の変位を干渉計の動作域にロックするのに必要な DC ゲインが推定できる。

今回は図 4.9 のように、鏡の一方を吊るしてもう一方を PZT 付のミラーホルダに装着し、振子と PZT の 2Loop 制御を行った。これにより確かに必要となる振子制御系の DC ゲインの大体の値が分かったのだが、PZT やミラーホルダの共振と振子側の共振との区別がつかないので機械系の共振を測定するという意味ではあまり参考にならなかった。

このような予備実験をした後でも、サーボフィルタの時定数は試行錯誤しながら決めることになる。

4.4 主な測定結果

実験で得られた主な測定結果を示す。

4.4.1 キャビティと復調系の変位感度の較正

キャビティ長の変化にたいする変位感度の較正をするために、予備実験の段階で図 4.10 のようにして PZT に加える電圧 v_n と復調器からの出力電圧 w_n の伝達関数をとった。PZT の感度 (→ Appendix B.2.3) を v_n に乗ずることで、キャビティ長の変化を得られる。

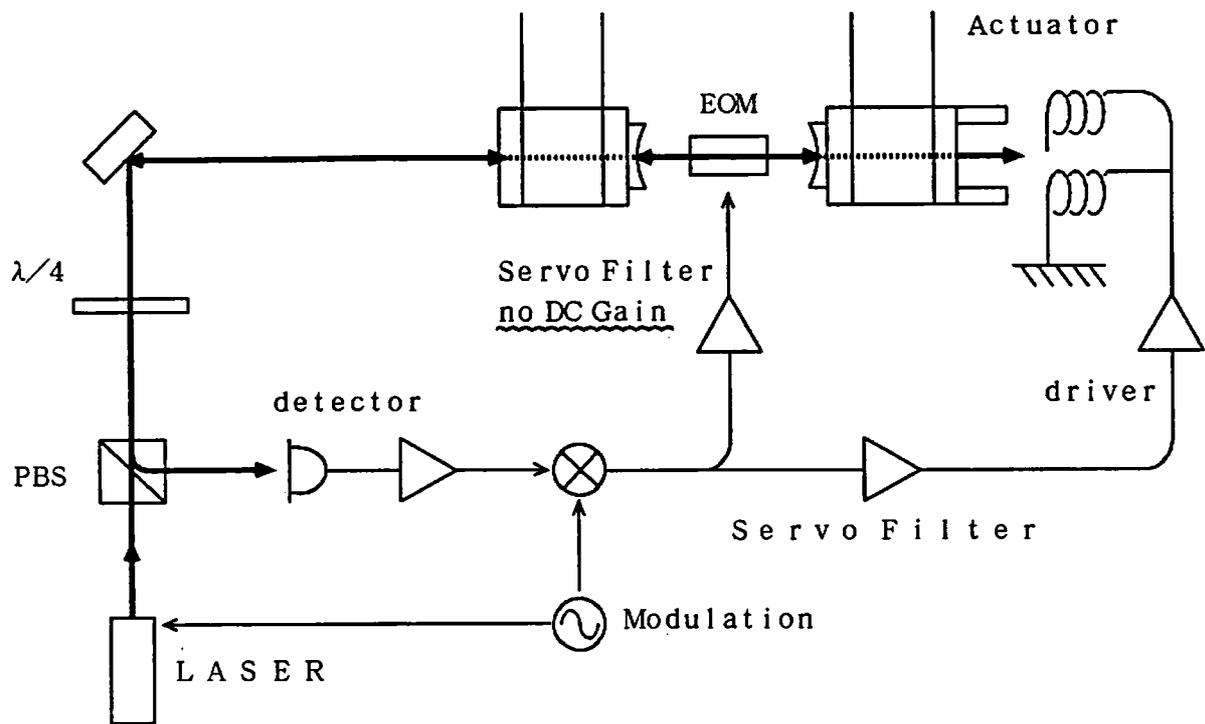


図 4.8: 予備実験として考えられる例

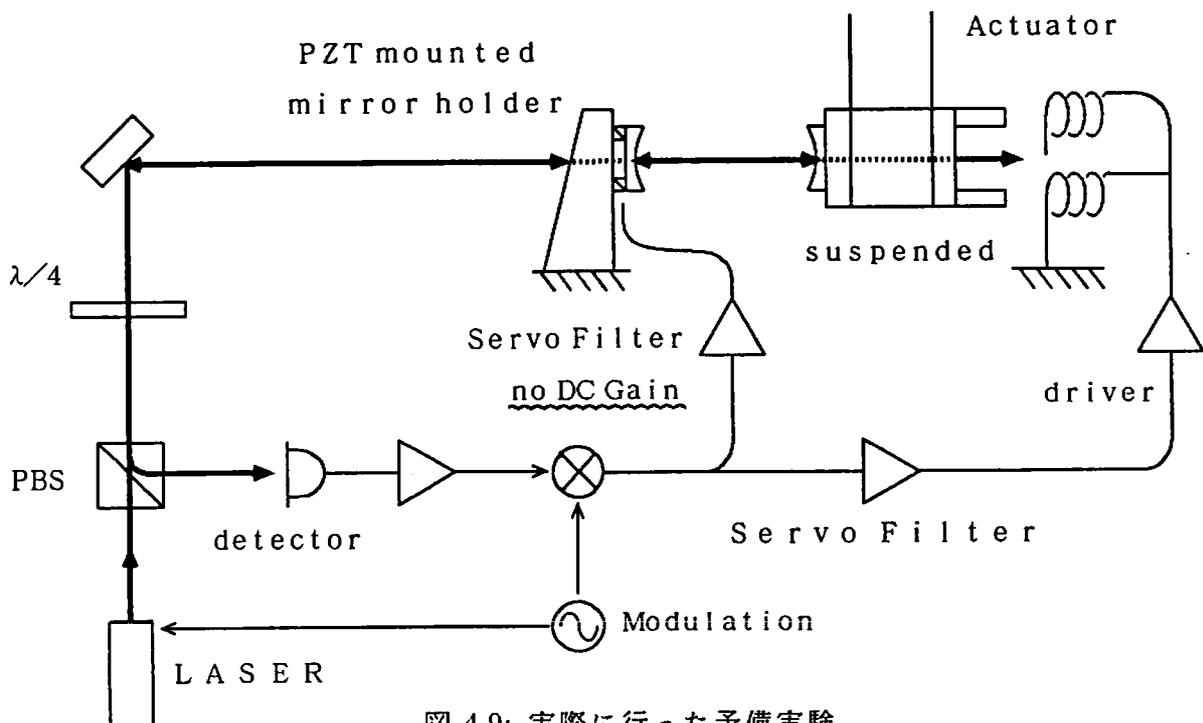


図 4.9: 実際に行った予備実験

得られたデータから、キャビティ長の変化 ΔL に対する復調器の出力電圧の変化 Δw は、

$$\frac{\Delta w}{\Delta L} = 1.31 \times 10^{10} \text{ volt/m}$$

と決定した。

4.4.2 オープンループ伝達関数の測定

サーボ系のオープンループ伝達関数を(株)アドバンテストのサーボアナライザ R9211で測定した。実測した伝達関数の例を示す。

大体 Unity Gain Frequency(UGF) が、250Hz(図 4.11) から 2kHz(図 4.12) までが図 4.6 のサーボフィルタでロックできる範囲である。UGF がこれより小さくなると振子がキャビティの制御域を飛出してしまいやすく(ロックが外れやすく)なり、逆に UGF をもっと大きく取ろうとすると、ロックは外れないものの高周波で発振を始める。この章のこれ以後出てくるデータは全て UGF が $\sim 680\text{Hz}$ のときのものである(図 4.13)。位相余有が 30° 以上、ゲイン余有がおよそ 14dB で、非常に安定な系であることが分かる。同じ図に、Appendix B.3.3で求めたフィッティングされた振り子の伝達関数と、サーボフィルタおよび復調系の時定数、キャビティ-復調系の変位感度、の3つの要素を考慮して計算したオープンループ伝達関数も示した。両者は 1kHz 付近までは良くあっている。今後本章ではオープンループの実測値と言った場合にはこの図に書いてある実測値を指し、オープンループの計算値と言った場合にはこの図に書いてある計算値を指すものとする。

4.4.3 FP キャビティによる振子の伝達関数の測定

振子の伝達関数はフォトセンサを用いても測定したが(→Appendix B.3.3)、ここでは FP キャビティのサーボ系が完成してロックをかけることが出来るようになったので、FP キャビティの信号から直接振子の伝達関数を測定した。

アクチュエータのコイルドライバにかかる電圧からミキサ出力への伝達関数を測定する(図 4.14)。この値を予備実験で得たキャビティ-復調系の変位感度 $\frac{\Delta w}{\Delta L} = 1.31 \times 10^{10} \text{ volt/m}$ で割れば、コイルドライバにかかる電圧から振子の変位への伝達関数が得られる。

このようにして実測した伝達関数を、Appendix B.3.3で求めたフィッティングした伝達関数と同じ図の上に表した(図 4.15)。周波数帯が別々だが良くつながっていて、この事からも予備実験で求めたキャビティ-復調系の変位感度が妥当な値であると言える。

今後本章で振り子の伝達関数の実測値といったときには図 4.15の振り子の伝達関数の実測値を示し、振り子の伝達関数の計算値と言った場合にはこの図のフィッティングした

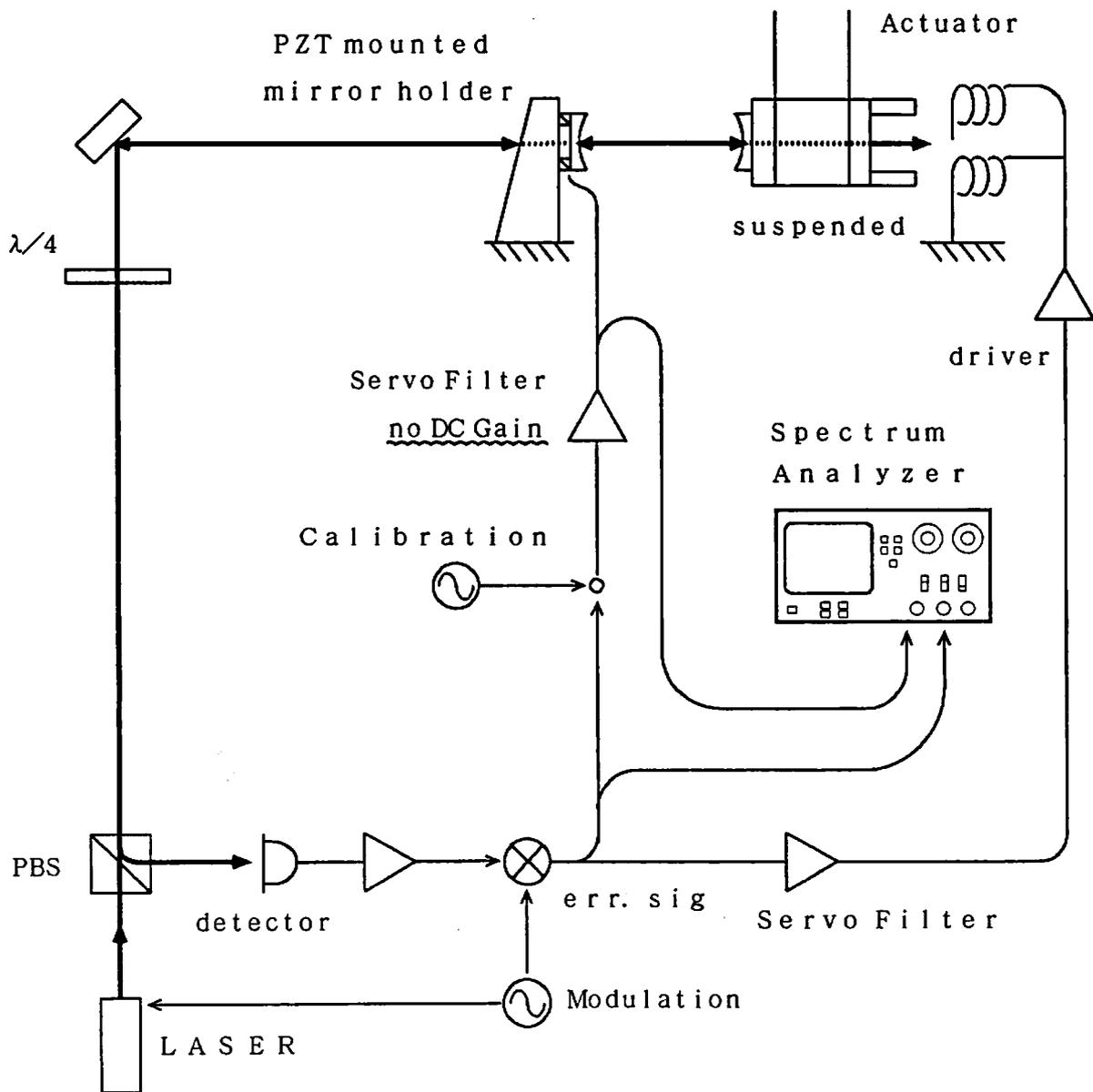


図 4.10: キャビティ—復調系の変位感度の較正

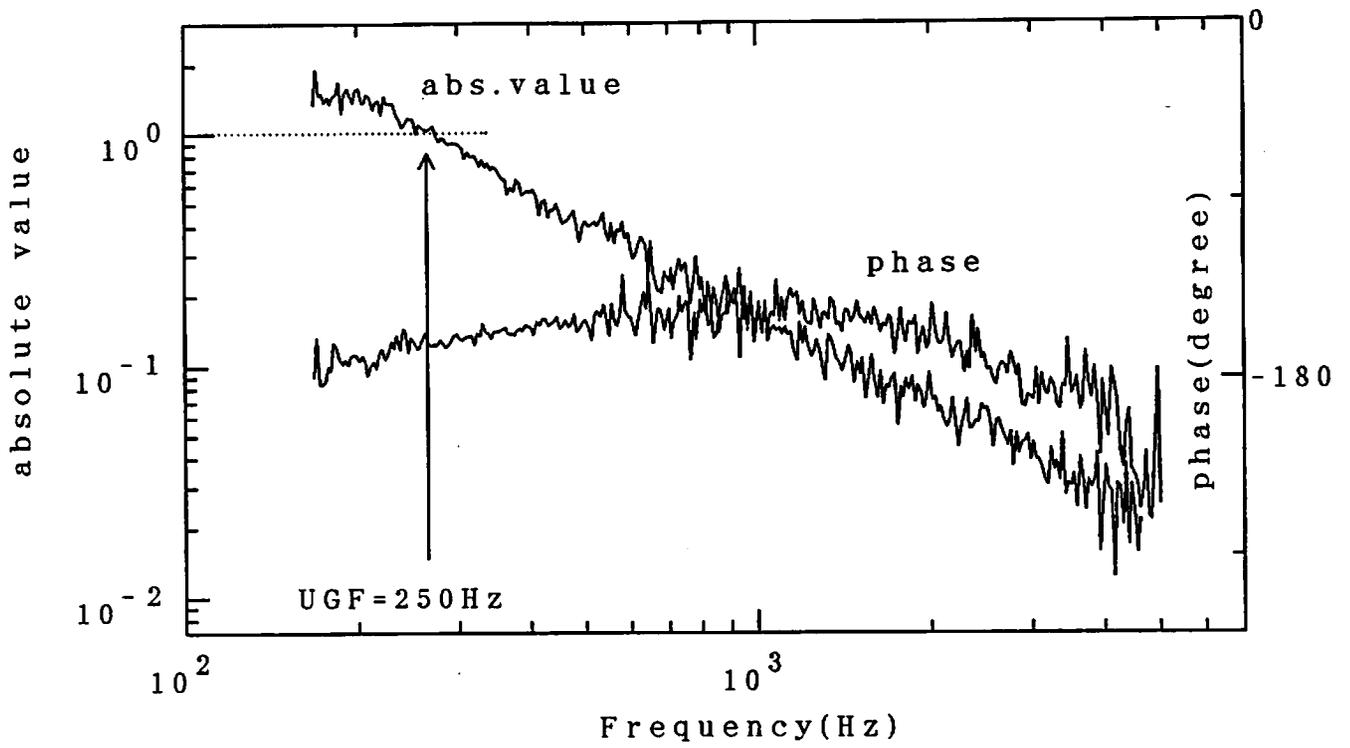


図 4.11: オープンループ伝達関数 1

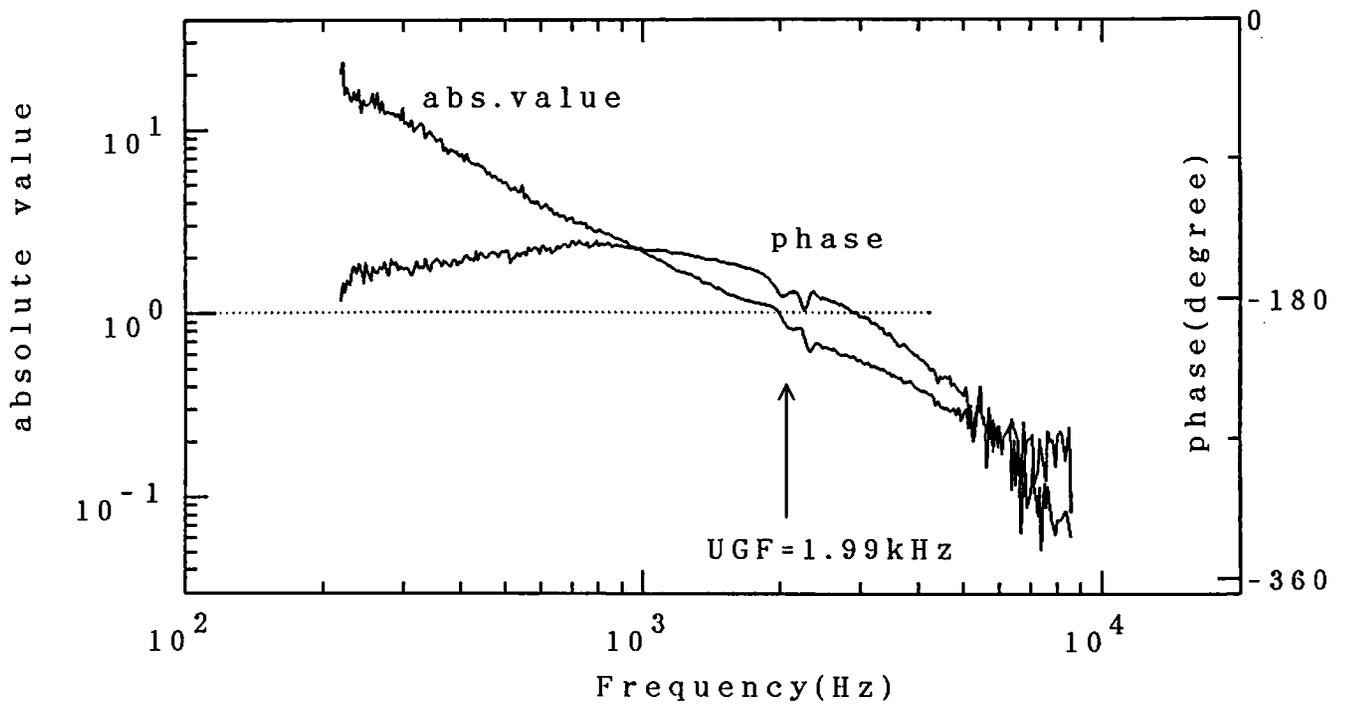


図 4.12: オープンループ伝達関数 2

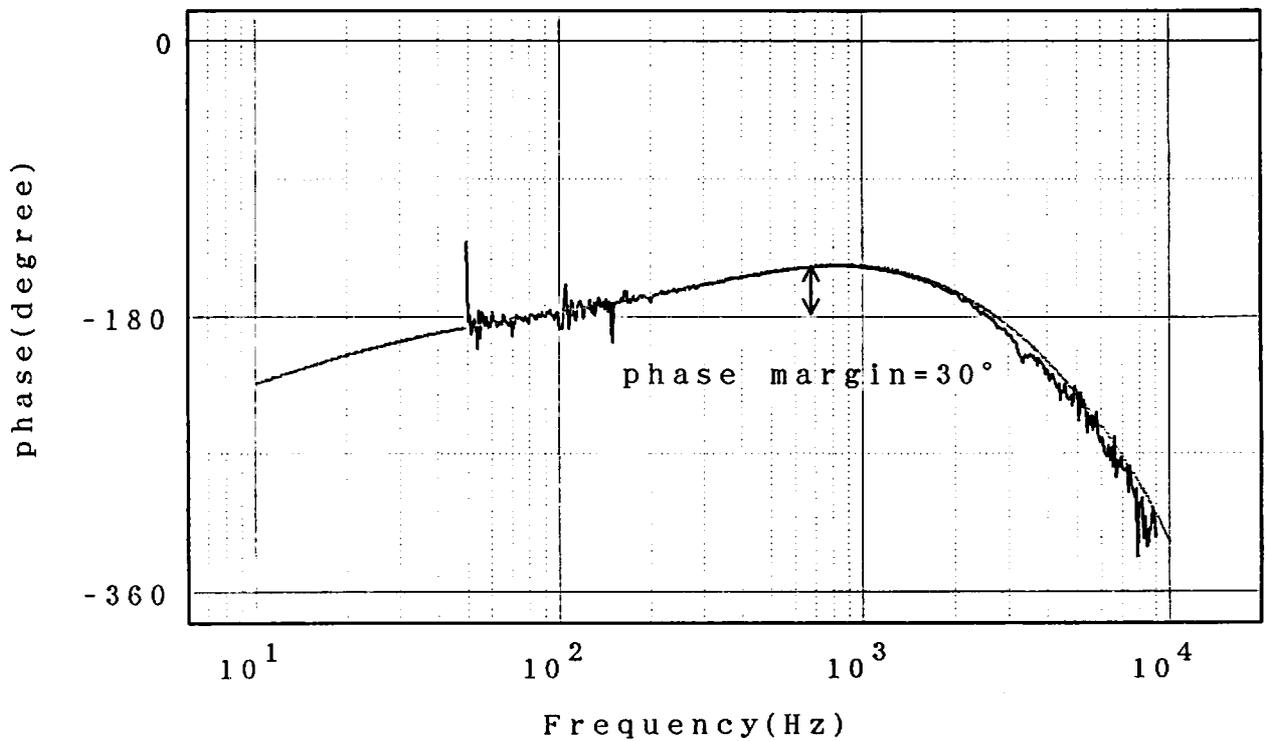
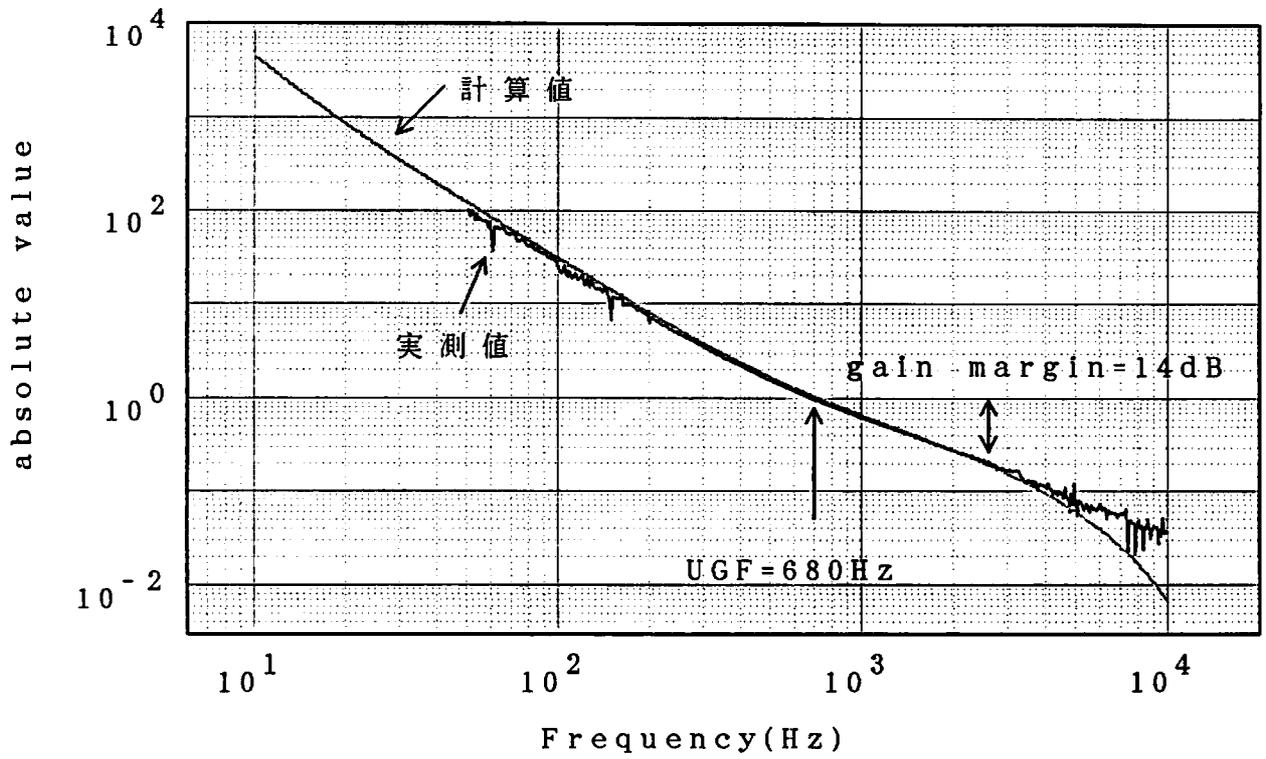


図 4.13: オープンループ伝達関数 3

振り子の伝達関数を示すものとする。

4.4.4 外乱レベルの測定

3章で述べたように、サーボ系から得られるエラー信号あるいはフィードバック信号から、系に働く外乱のレベルを逆算することができる。求めた外乱は、この実験装置の位置検出限界を決定するものである。

エラー信号はこの場合、実際のキャビティ長の揺らぎ(共振条件からのずれ)を表す。サーボループが閉じているので、実際のキャビティ長の揺らぎは制御により抑制されている。制御を掛けないときのキャビティ長の揺らぎを Δl 、制御を掛けたときのキャビティ長の揺らぎを ΔL とする。ただし、

$$\Delta L = x_2 - x_1$$

$$\Delta l = x_{20} - x_{10}$$

x_1, x_2 は制御を掛けたときの鏡の位置の揺らぎ

x_{10}, x_{20} は外乱(制御を掛けないときの鏡の位置の揺らぎ)

ニアミラーには何も制御を掛けていないので常に

$$x_1 = x_{10}$$

だが、エンドミラーには ΔL に応じたフィードバックを掛けるので、 $G\beta$ をオープンループ伝達関数として

$$x_2 = x_{20} - G\beta \times (x_2 - x_1)$$

この2つの式の差をとれば

$$(1 + G\beta)(x_2 - x_1) = x_{20} - x_{10}$$

$$\Rightarrow \Delta l = (1 + G\beta)\Delta L$$

すなわち、 ΔL のパワースペクトラムに $|1 + G\beta|$ を乗ずることで Δl のパワースペクトラムが得られる。

実際にエラー信号(ミキサの出力)を測定し、キャビティ-復調系の感度を掛けて変位に換算し、 ΔL のパワースペクトラムを得た(図4.16)。また、このデータに $|1 + G\beta|$ を乗じて Δl のパワースペクトラムを得た(図4.17)²。 $G\beta$ としては、50Hz以上の周波数については実測値を用い、50Hz以下ではコヒーレンスの良い実測データが得られなかったので計算値を用いた。(計算値と実測値は1kHz以下で良く一致するので問題ない。)

次の小節で、図4.17の外乱の原因を特定する。

²これらのデータは、2つともキャビティ長の揺らぎを表すデータであり、地面振動を表すデータではない

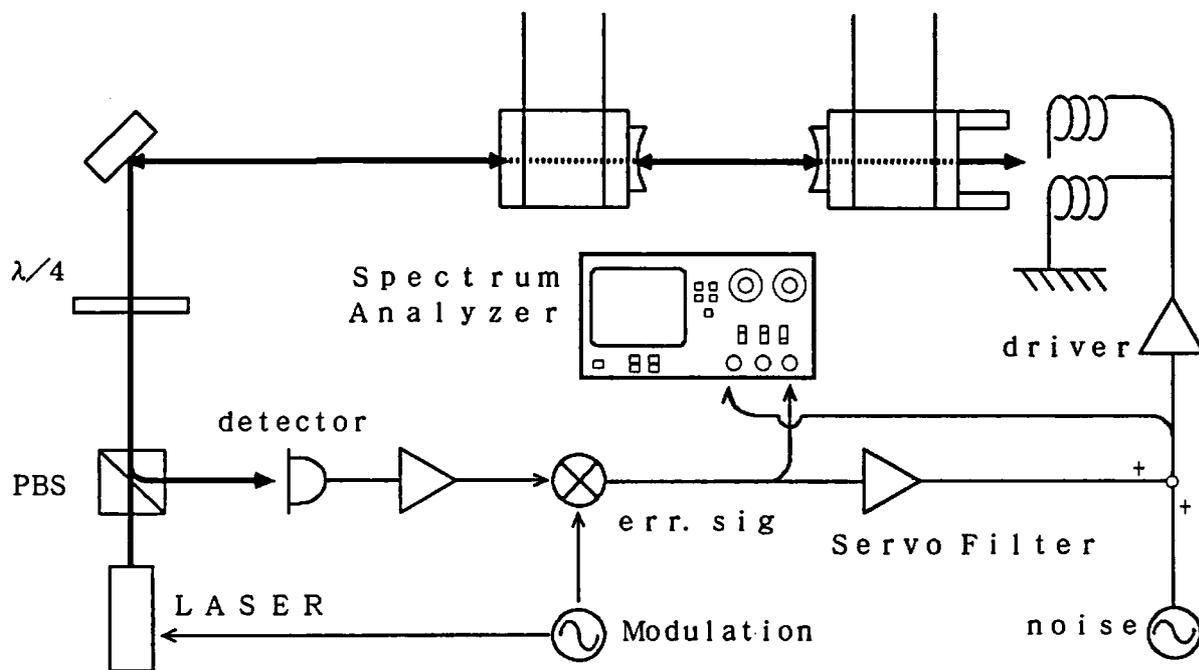


図 4.14: 振子の伝達関数の FP キャビティによる測定

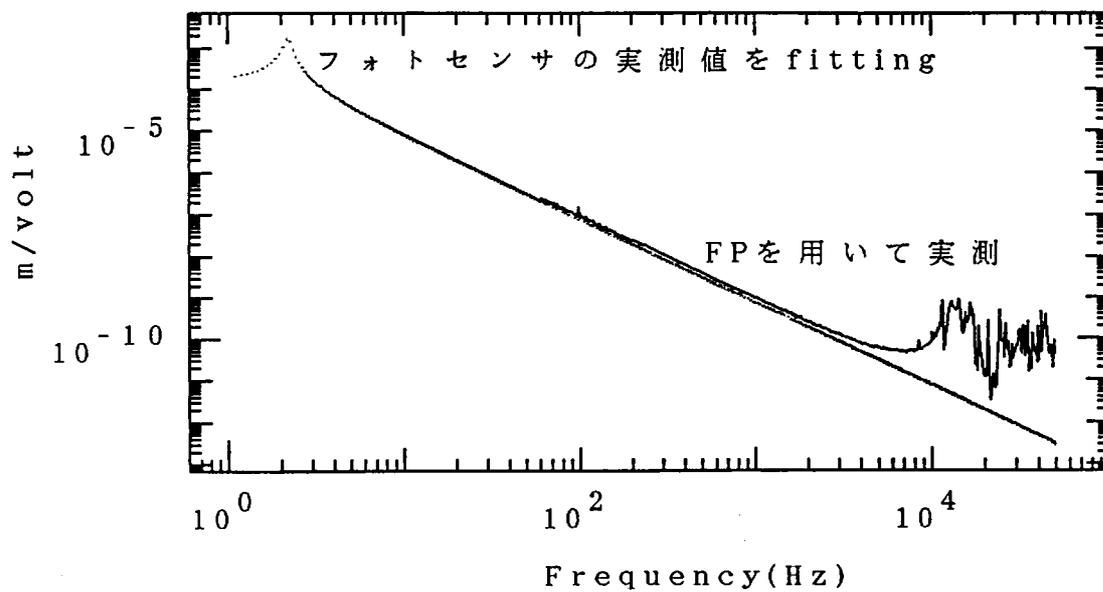


図 4.15: 振子の伝達関数

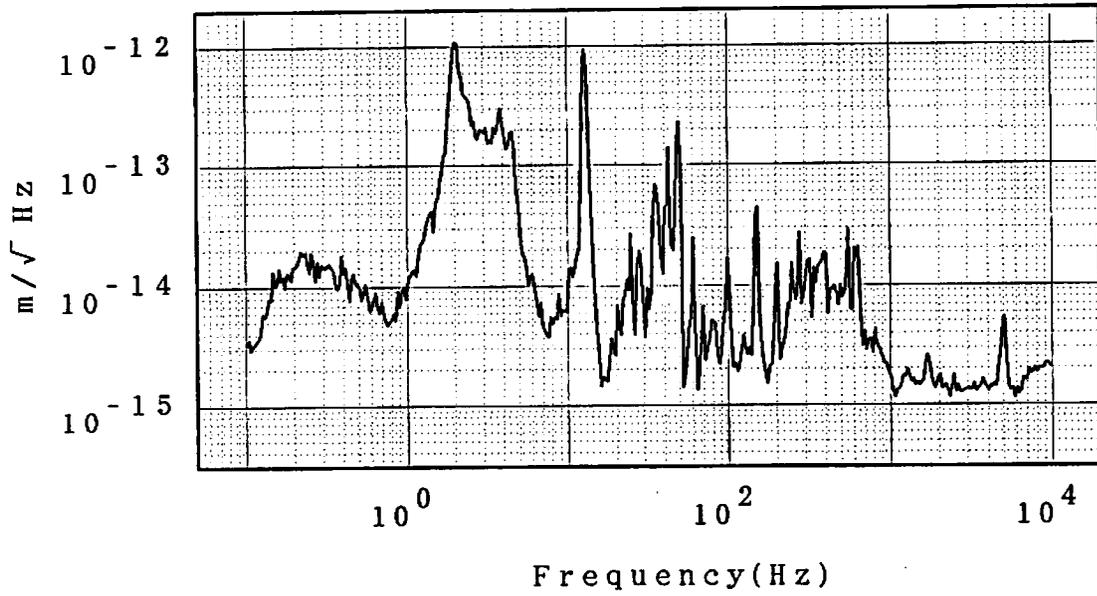


図 4.16: キャビティー長の揺らぎ(エラー信号)

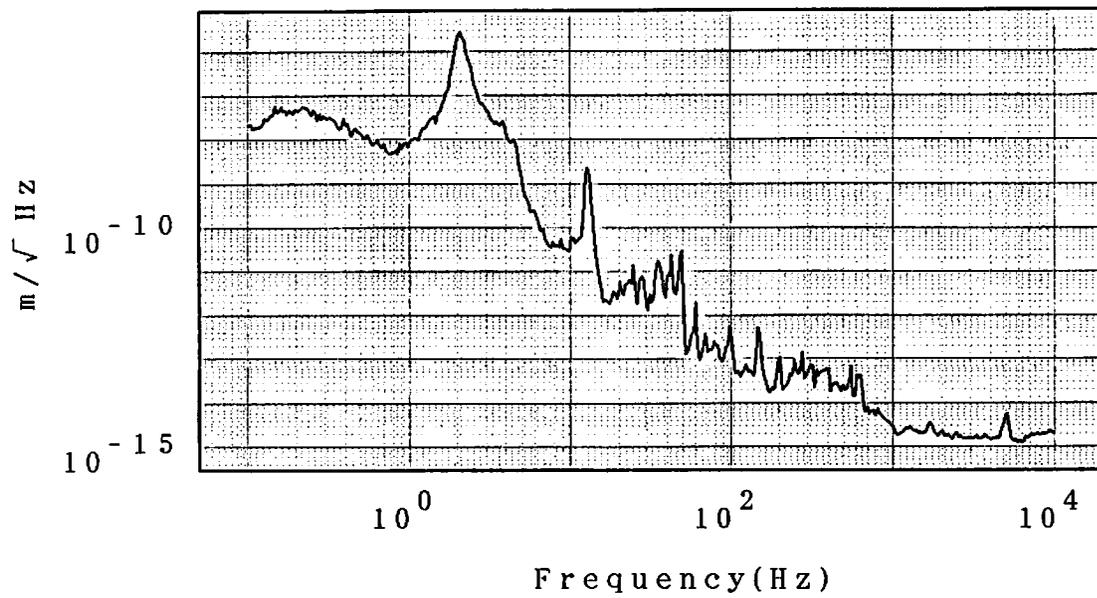


図 4.17: キャビティー長の揺らぎ(外乱)

4.4.5 雑音源の評価と検出限界を決定する雑音の特定

評価可能な雑音源として

地面振動

レーザーの周波数雑音

ショットノイズ

電気系の雑音

を考え、これらのレベルがどの程度のものであるか、個別に評価した。評価にはいる前に雑音の評価法を簡単に示す。

信号としては、重力波検出器を念頭において重力波によるキャビティー長の変化を想定した。

最初に示した三つの雑音は、サーボ系の中では重力波の信号と‘同じところから発生する’ように見える。干渉計の鏡には地面振動によって力がかかり、鏡の位置が変化する。二枚の鏡の間を光子が一往復するのにかかる時間は

$$\Delta t = \frac{2L}{c} + \int_{t-\frac{2L}{c}}^t \frac{1}{2} h(t') dt'$$

であるから、 L (バックグラウンド Minkowski 空間での座標距離) が揺らげばその揺らぎが干渉信号の変化に重力波の効果と和になって現れることは容易に理解できる。

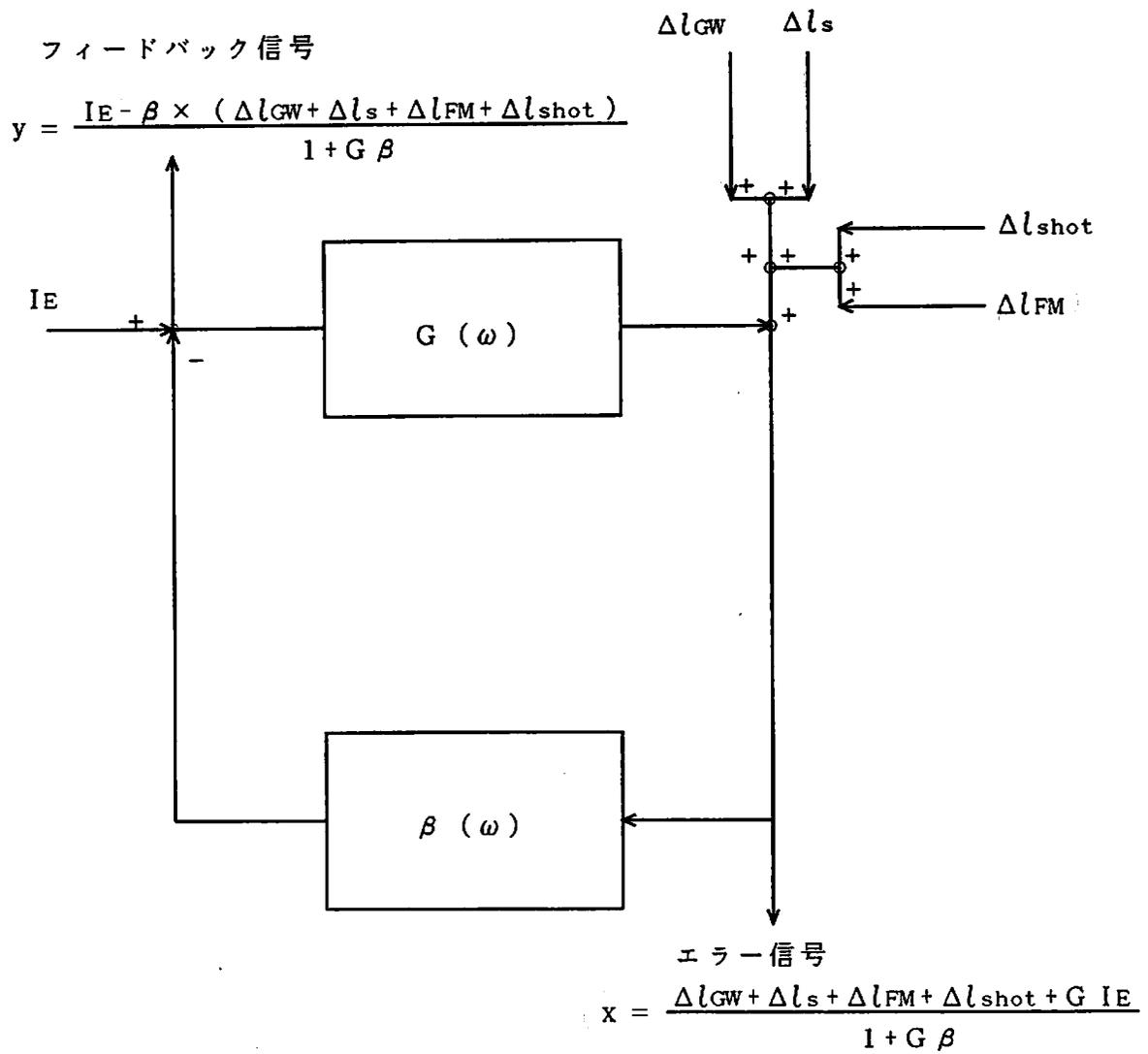
レーザーの周波数は FP キャビティーの反射係数に常に $\frac{4\pi\nu_{op}L}{c}$ の形で含まれているので、我々は周波数雑音 $\Delta\nu_{op}$ とキャビティー長の変化 ΔL を区別できないことになる。ショットノイズは光子が有限の時間間隔でランダムに飛んでくることから生じる雑音である。これら二つの雑音は実際にはまずフォトディテクタ上で干渉信号の変化として現れるので、やはり‘重力波と同じところから出てくる’ように見える。

電気系の雑音は、アクチュエータを流れる雑音電流として測定する。このような、明らかに信号と異なるところから発生する雑音は、クローズドループの状態では信号をループの中のどこで測定するかによって扱いを変えなければならない(→Appendix C)。

これらの四つの雑音(と重力波の信号)が、クローズドループで互いにどのような関係にあるか図 4.18 に示した。

G がアクチュエータのコイルに流れる電流から振子の変位への伝達関数、 β がキャビティー長の変化からアクチュエータのコイルを流れる電流への伝達関数であるとする。

$$\Delta l_{GW}, \Delta l_s, \Delta l_{FM}, \Delta l_{shot}$$



エラー信号から解析を行う場合、IEを変位に換算するには
Gをかければ良い。

図 4.18: 雑音と信号の関係

をそれぞれ重力波、地面振動、周波数雑音、ショットノイズのキャパティ一長変化換算値とする。また I_E をアクチュエータを流れる電流として測った電気系の雑音とする。干渉信号の変化をキャパティ一長変化に換算した値を x とする。 x はエラー信号である。

フィードバックループを閉じると

$$x = \Delta l_{GW} + \Delta l_s + \Delta l_{FM} + \Delta l_{shot} + G(I_E - \beta x)$$

が成立する。これより、

$$(1 + G\beta)x = \Delta l_{GW} + \Delta l_s + \Delta l_{FM} + \Delta l_{shot} + GI_E$$

すなわち、エラー信号から重力波の信号を逆算しようとする、電気系の雑音についてはアクチュエータから変位への伝達関数 G をかけたものを雑音と考えなければならない。

これとは別に、フィードバック信号 $y = -\beta x + I_E$ から信号を逆算することも出来る。このときは

$$-\frac{1 + G\beta}{\beta}y = \Delta l_{GW} + \Delta l_s + \Delta l_{FM} + \Delta l_{shot} - \frac{I_E}{\beta}$$

だから、フィードバック信号から重力波の信号を逆算するときは、電気系の雑音はキャパティ一長変化からアクチュエータを流れる電流への伝達関数 β で割ったものを雑音と考えなければならない。

どちらの場合でも、地面振動と周波数雑音、ショットノイズについては扱いを変えなくてよい。

そこで電気系の雑音については、重力波の信号をフィードバック信号から求める場合とエラー信号から求める場合で S/N 比が異なる。この 'S/N 比の比' は

$$\beta(\text{feedback}) / \frac{1}{G}(\text{error}) = G\beta/1$$

つまりオープンループ伝達関数の絶対値に比例している。UGF を境に、 $|G\beta| > 1$ ではフィードバック信号を観測した方が S/N が良く、 $|G\beta| < 1$ ではその逆である。

今回は信号の測定にはエラー信号を用いたのであるから、電気系の雑音の評価には 'G をかける'。

次に個々の雑音の測定と評価について述べる。

地面振動

地面振動由来の外乱を評価するため、以下の実験を行った。図 4.19 に、装置の構成を示す。これを地震計構成と呼ぶ事にする。対照のため、図 4.20 には普通の構成を示す。これを基本構成と呼ぶ事にする。

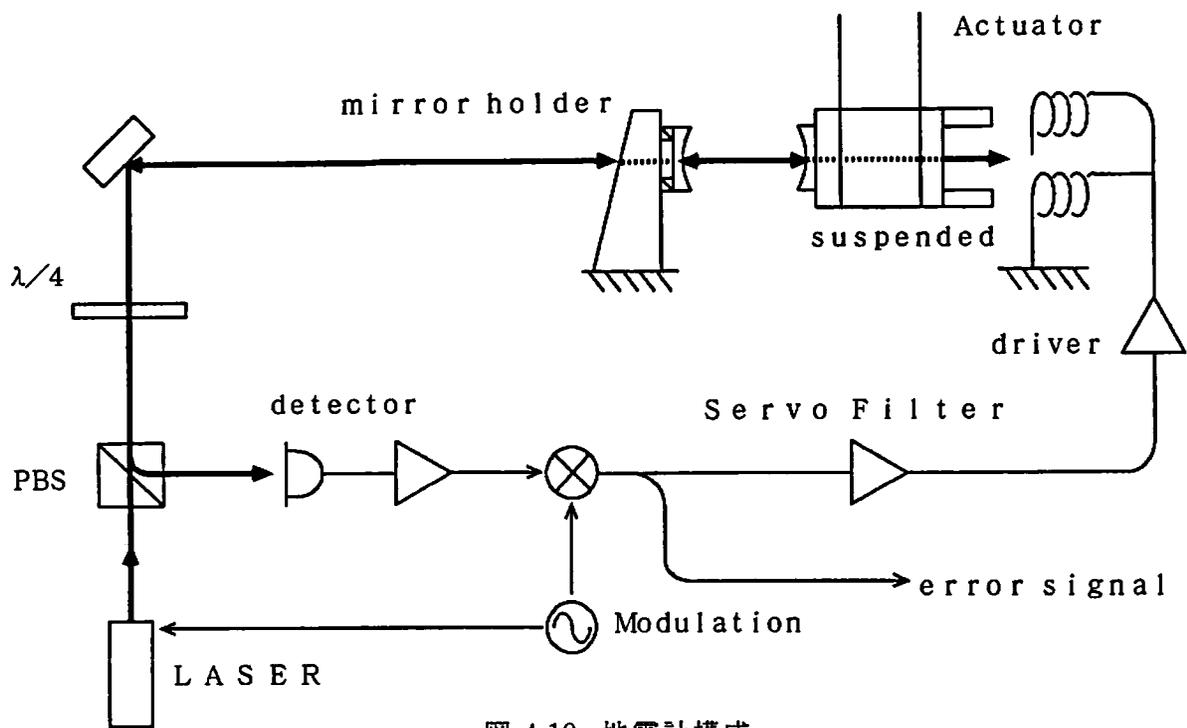


图 4.19: 地震計構成

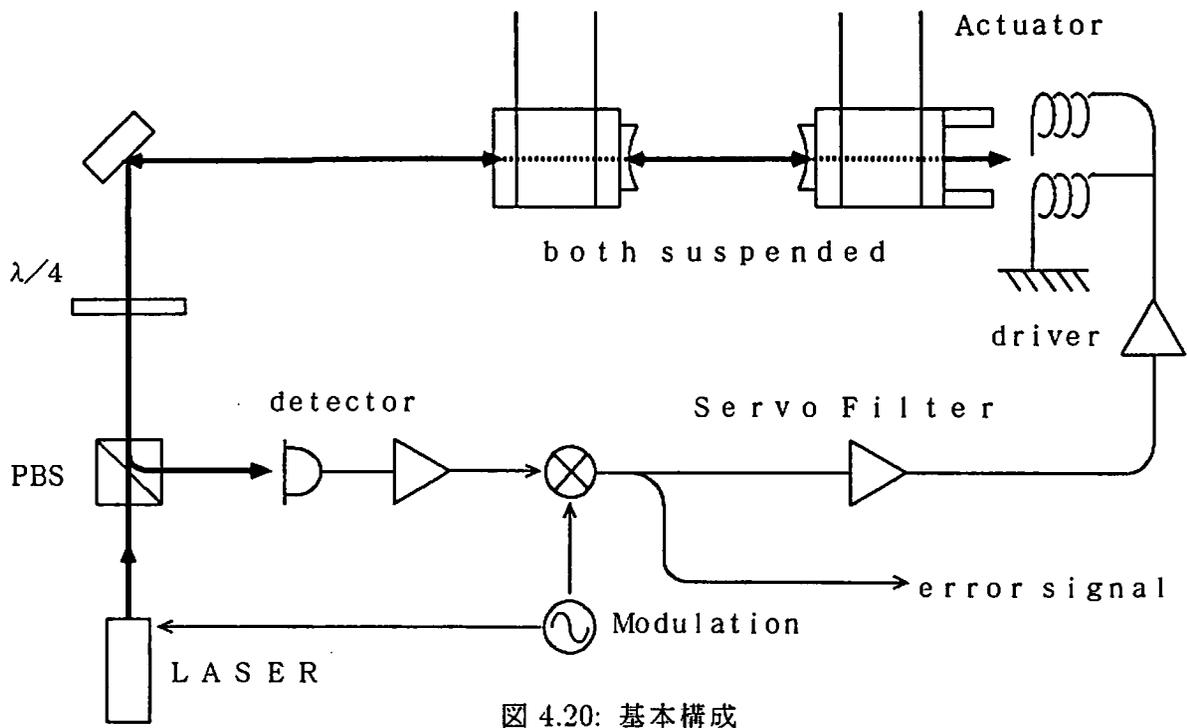


图 4.20: 基本構成

どちらの構成でも、エンドミラーはニアミラーを追いかけるように制御される。

ニアミラーとエンドミラーを両方吊るしておいて、エンドミラーにだけ制御をかけるのが基本構成で、これは実際のFP型検出器でも用いることの出来る構成である。ニアミラーもエンドミラーも吊られているから、地面の動きにたいしてはどちらのミラーも慣性空間に静止しようとする。つまりFPキャビティ全体が地面振動に対して防振されていることになる。

ニアミラーは光学定盤に固定しておいて、エンドミラーだけを吊るし、エンドミラーにだけ制御をかけるのが地震計構成である。ニアミラーは地面(定盤)と一緒に動き、エンドミラーだけが慣性空間に静止しようとするので、地面(定盤)の振動がそのままサーボ系にたいする外乱となってしまう。

一方、レーザーの周波数雑音や電子回路の雑音は機械系の構成によらないので、基本構成でも地震計構成でも外乱として同じ様に働くはずである。

そこで、これら2つの構成で得た ΔL のパワースペクトラムを比較すれば、外乱の原因が地面振動なのかそうではないのか推定できる事になる。

基本構成と地震計構成は、全く同じサーボ回路を用いて制御される。

地震計構成のエラーシグナル ΔL_s を測定した。そのパワースペクトラムを基本構成のエラーシグナル ΔL (図4.17のデータ)と共に図4.21に示す。これを見ると3kHz以下では、幾つかの共振を除き地震計構成の方が1桁から2桁レベルが高い。地震計構成と基本構成の相違はニアミラーが吊られているか固定されているかの違いだけであるから、このことは3kHz以下の領域では系に働く外乱が主に光学台の振動等の機械的な振動によるものであることを示す。鏡を2枚とも吊るしたときに数Hz以下という低い周波数でも比較的大きな減衰比が得られているが、これは二つの振子に働く光学台の振動がほぼ完全に一致するからだと考えれば説明できる。一方、3kHz以上では2つのデータは一致しているので、この領域では主な雑音はレーザーかあるいは電気系のノイズであると推測される。

さて、地震計構成で得られたエラー信号 ΔL_s が地面振動によるものだとすると、地面振動のレベルを逆算できる。地震計構成の場合には4.4.4の式

$$(1 + G\beta)(x_2 - x_1) = x_{20} - x_{10}$$

において、地面振動の変位を x_s とすると

$$x_1 = x_{10} = x_s$$

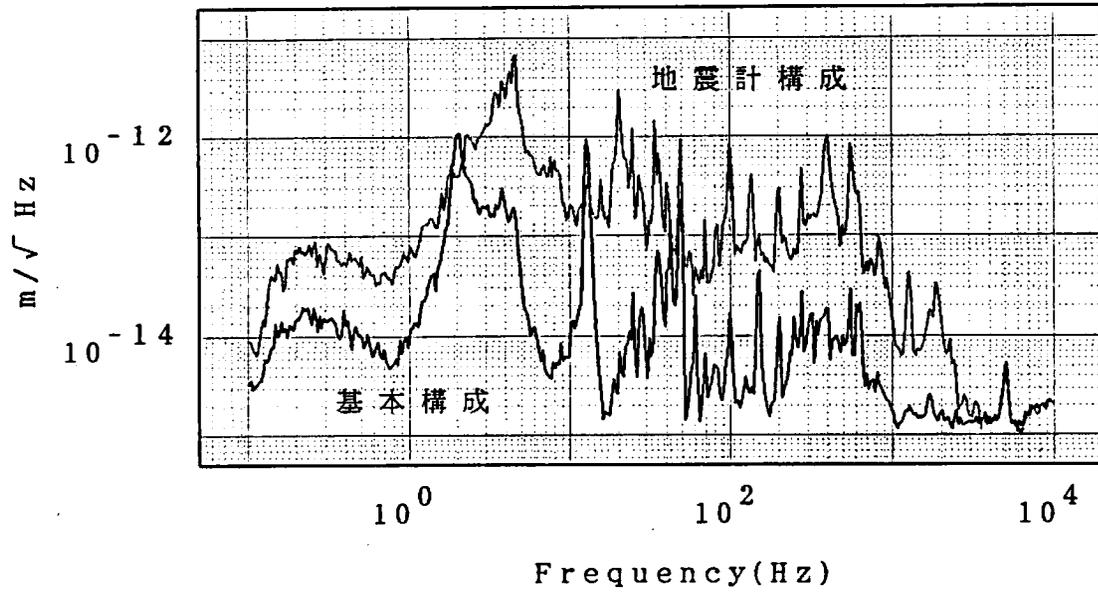


図 4.21: 地震計構成と基本構成のエラー信号

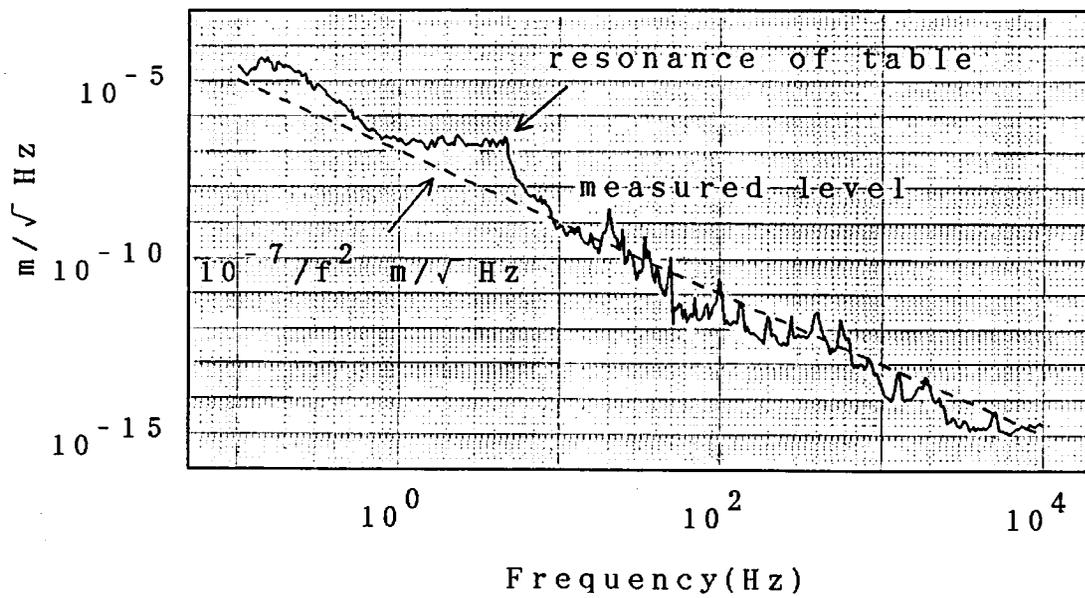


図 4.22: 地震計構成のエラー信号から逆算した地面振動

が成り立ち、一方 H_2 を地面振動からエンドマスの変位への伝達関数として

$$x_{20} = H_2 x_s$$

$$H_2(\omega) = \frac{1 + i \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + i \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}$$

が成り立つと考えられる。すると、

$$(1 + G\beta)\Delta L_s = x_{20} - x_{10} = (H_2 - 1)x_s$$

そこで、 ΔL_s に $\left| \frac{1+G\beta}{H_2-1} \right|$ を乗じたものが地面振動を表す事になる。

H_2 としては計算値を用いて、先ほどの ΔL_s のデータから x_s のパワースペクトラムを計算した。これを図 4.22 に示す。注意しなければならないのは、このデータが本当に地面振動を表すとは限らない事である。例えば先ほどの議論でも触れたように、3kHz 以上の周波数における主な雑音は明らかに地面振動ではない。

こうして得た地面振動 x_s が基本構成に与える振動レベルを評価する。地面振動 x_s によるキャビティ長の揺らぎ(制御しないとき)を Δl_s とすると、地面振動からニアマスの変位への伝達関数を H_1 として

$$\Delta l_s = (H_2 - H_1)x_s$$

が成り立つ。 H_1, H_2 として計算値を用いて、 Δl_s のパワースペクトラムを得た。(後で他のデータと一緒に図 4.23 に示す。)

レーザーの周波数雑音

レーザーに周波数揺らぎ $\Delta\nu_{op}$ があると、キャビティの反射係数の中に含まれる位相因子 $\frac{4\pi\nu_{op}L}{c}$ が、

$$\Delta\phi = \frac{4\pi L}{c} \times \Delta\nu_{op}$$

だけ揺らぐ。そこでこれをキャビティ長の揺らぎに換算するには、

$$\frac{4\pi L}{c} \Delta\nu_{op} = \frac{4\pi\nu_{op}}{c} \Delta l_{FM}$$

$$\Delta l_{FM} = L \times \frac{\Delta\nu_{op}}{\nu_{op}}$$

とすれば良い。実験に用いた He-Ne レーザーのフリーランでの周波数雑音のデータを、東京大学坪野研究室の三尾典克助手に提供して頂いた。

ショットノイズ

フォトディテクタに生じる光電流を I とすると、光電流のショットノイズは $\sqrt{2eIA}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。光電流のレベルを測定し、復調系における BPF のゲインと AD630 復調器の矩形波復調動作における基本波の振幅を考慮して、復調器の出力に現れるショットノイズレベルを評価すると

$$\Delta l_{\text{shot}} = 2.49 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

電気系の雑音

フォトディテクタからアクチュエータまでの全ての電気系の雑音を、フォトディテクタに光をいれずにコイルドライバの出力電流として測定し、アクチュエータの出力電流から振り子の変位への伝達関数 G をかけて変位雑音 Δl_E を求めた。伝達関数は計算値を用いた。

各周波数での雑音源

以上の雑音源の変位換算値と、図 4.17 のデータを 1 枚の図の上に書いたのが図 4.23 である。

4.21 から、完全に電気系あるいはレーザーの雑音であると言えるのは 3kHz 以上の周波数領域であったが、これはほとんどレーザーの周波数雑音であった事がわかる。ショットノイズリミットまで感度を上げるには、周波数雑音を 1 桁以上下げるか、キャビティー長を 1 桁以上小さくするかなければならない。

地震計構成で得た地面振動性のデータと基本構成で得たデータは、10Hz 程度まではほぼ完全に一致している。

計算の時に仮定しなかった振り子の共振でも、実際に干渉計の出力に現れているものもある。このような共振があると、その周波数では地面振動性の外乱が低く見積もられてしまう。例えば 12Hz 付近のピークはニアマスの水平面内での回転の共振である。地震計構成ではニアマスが存在しないので、地震計構成でとった地面振動のデータにはあらわれていない。このような事から、おそらく 20Hz ぐらいまでは地面振動が主な外乱であると考えられる。

電気系の雑音は、点線で Electric Noise と書いたもので、kHz 帯で

$$10^{-18} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} < \Delta l_E < 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

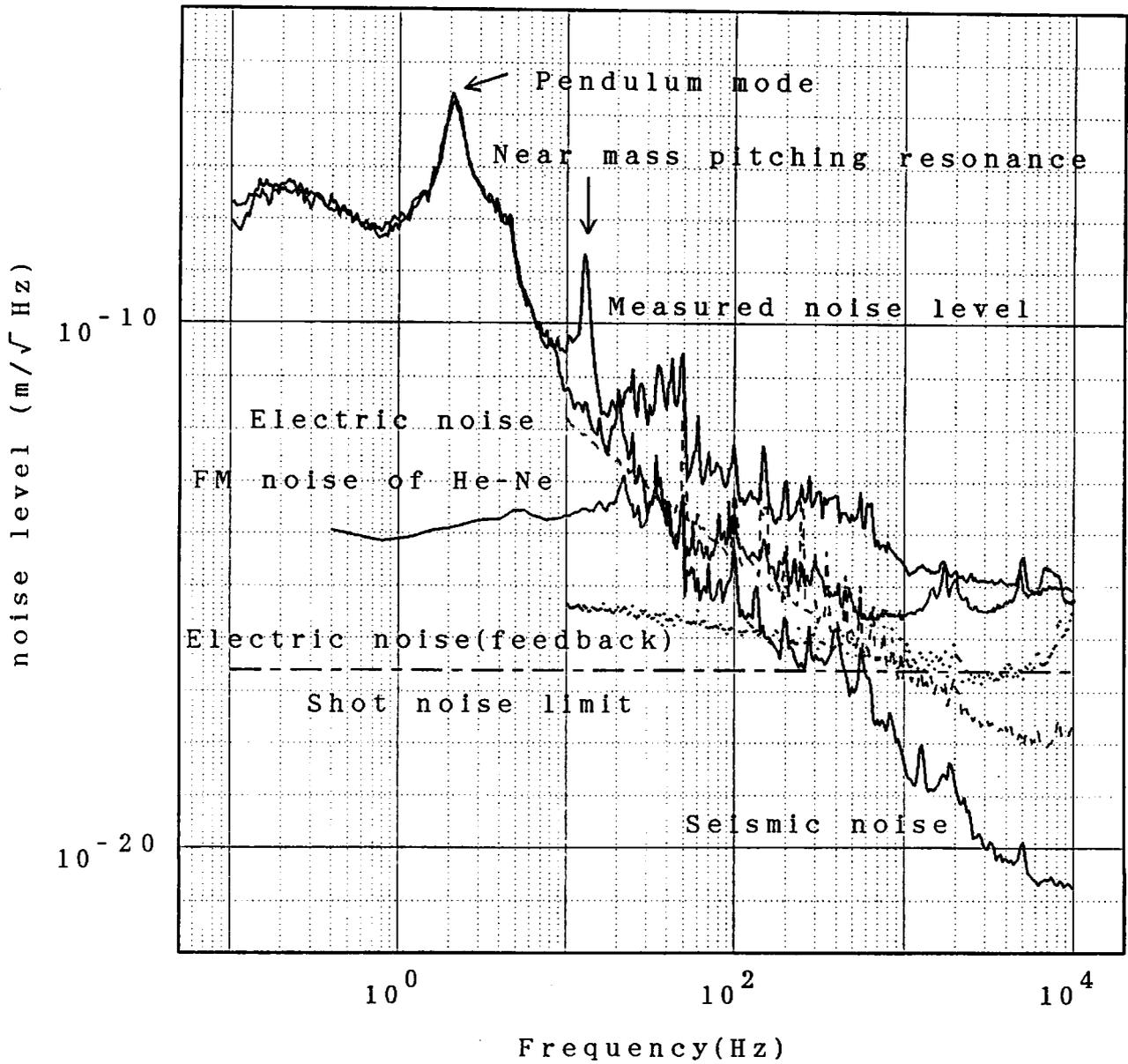


図 4.23: ノイズ源の特定

ぐらいである。しかし数十 Hz の周波数帯では意外に大きく、地面振動と同程度ぐらいの大きさをもっている。

これは、信号をエラー信号から逆算しているためである。仮に(今回は行わなかったが)フィードバック信号から信号を逆算する場合には、kHz 帯での変位換算雑音は大きくなるが低周波での雑音は小さくなる。参考のために、フィードバック信号から信号を求めるときの電気系の変位換算雑音を Electric noise(feedback) として点で表しておいた。いずれにせよ電気系のノイズは今回の実験では主な雑音源とはならなかったが、今後感度の高い検出器を建設する際には問題となる。

ところで、じつは電気系の雑音は 1kHz 以下ではアクチュエータのドライバの雑音が支配しており、kHz 帯ではそのほかの部分の雑音である。アクチュエータのドライバの雑音に関してはドライバのオペアンプを LF356 から OP27 に代えることで雑音が主に低域で減少することを確かめてある(→Appendix B.4.4)。

数十 Hz から数 kHz までの外乱は、特定できなかつた。ただ、この領域では基本構成と地震計構成の間にはっきりと有意な差が現れていたのも、電気的な雑音やレーザーの雑音ではなく何らかの機械的な雑音のはずであり、例えば音の影響という事も考えられる。これを特定するには真空装置を要するだろうが、そこまでする事は実験の目的ではないのでこれで実験を終える事にした。

4.5 結論

2 枚の鏡を別々に吊るした FP キャビティを製作し、このキャビティの共振器長をレーザーの波長に合わせて制御する事に成功した。キャビティのフィネスは 380 である。

製作した実験装置にたいして、装置の検出感度限界を決める外乱を評価した。

特に kHz 帯では外乱はおもにレーザーの周波数ノイズであり、感度限界は

$$\sim 1 \times 10^{-15} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

である。

数十 Hz 以下の周波数では、主な外乱は地面振動である。数十 Hz から kHz までの雑音源は特定できなかつた。

実験を通じて吊るした鏡に関する制御技術を開発し、また制御系の設計法を明らかにするという所期の目的を達成し得たと考えている。

Chapter 5

実験 2: 吊るした FP キャビティ に対する オートアライメント

5.1 実験の目的

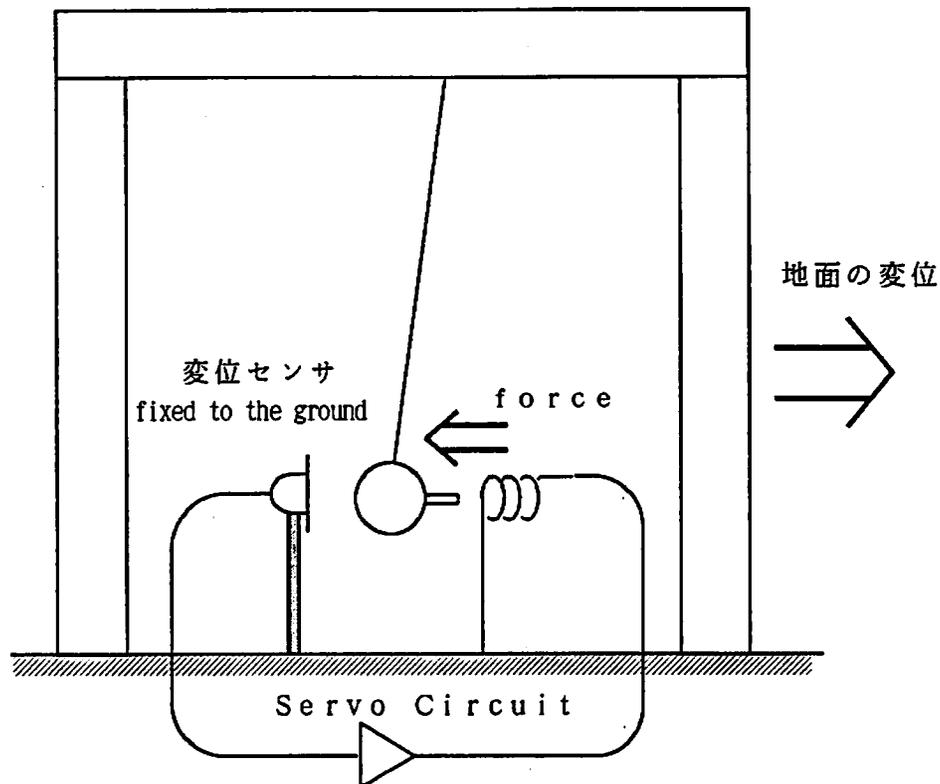
重力波検出実験が将来天文学の一翼を担うためには、検出器が長時間にわたって安定に動作する事が不可欠である。長時間運転を阻害する要因としてはさまざまな要素が考えられるが、将来その 1 つとして問題になる可能性があるのが、アライメントの問題である。

現在の干渉計型検出器では、光軸方向以外の方向については、鏡の位置や姿勢制御の基準として干渉計のメインビーム以外の系(地面や、補助のレーザー)を参照している(図 5.1)。

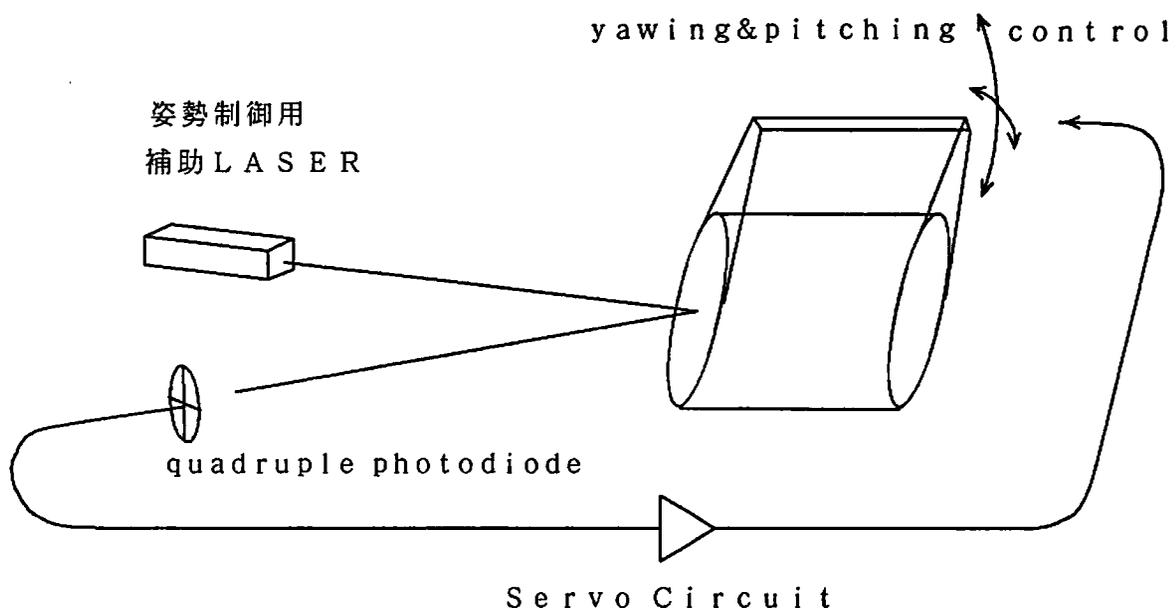
このため、メインビームの光軸がゆっくりとドリフトするような場合、あるいは地面がゆっくりと動くような場合、これには対処できない。相対的に鏡とレーザービームの位置がずれてしまい、アライメントやモードマッチングの低下を引き起こす。

アライメントやモードマッチングが低下すればショットノイズレベルが増大し、最高感度を維持できない。モードクリーナーキャビティを吊った鏡で構成する場合には、ショットノイズが上がるだけでなく透過パワーが減少するので、やはり目的の性能を得られなくなる。

このため、将来的には何らかの方法でアライメントとモードマッチングを自動制御して、検出器を構成する各コンポーネントをメインビームにたいして固定する(又はメインビームをコンポーネントにたいして固定する)事が必要になるであろう。アライメントとマッチングの問題に関しては、レーザー光に横モード間隔に等しい周波数変調をかける方法が議論されている[9,10]。しかし干渉計型検出器は要素が全て吊られているという



地面に対するダンピング



補助のレーザーに対して振り子を止める

図 5.1: 鏡の位置や姿勢制御の基準

点でいささか特殊であり、吊るした干渉計に対してアラインメントやマッチングの制御を掛けた例は現在までのところない。

このような理由で、本章ではアラインメント制御に機械変調を用いる方法を提案し、実験1で開発した吊るしたFPキャビティーにたいして実際にアラインメント制御を掛ける実験を行う事にした。

5.2 ミスアラインメントと機械変調

レーザービームのような近軸光線は Hermite-Gaussian modes または Laguerre-Gaussian modes で展開されるが、ミスアラインメントの計算には前者の方が都合がよい。Hermite-Gaussian の ij モードを U_{ij} とかく。これらの各モードは、互いに空間的に直交している。すなわち、光線の軸を z 軸とすると、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy U_{ij}(x, y, z) U_{kl}^*(x, y, z) = \begin{cases} 1 : i = k, j = l \\ 0 : \text{それ以外} \end{cases}$$

ビームのズレとして mismatching は考えず、ミスアラインメントだけを考える。すなわちレーザービームのウェストサイズとウェストの位置はキャビティーのウェストサイズと位置と同じであるとする。キャビティーによって決まる軸は、二枚の鏡の曲率中心を通る。ミスアラインメントを表すパラメータは、入射光軸とキャビティーの軸とのなす角 α 及びウェストの位置での二つの軸の距離 a の二つである (図 5.2)。

Hermit-Gaussian の 00 モードで入射した光

$$E = E_0 U_{00}$$

をキャビティーの軸のまわりで展開すると、 α と a の一次までで

$$E_0 \left(U_{00} + \left(\frac{a}{w_0} + i \frac{k w_0 \alpha}{2} \right) U_{10} \right)$$

の様に書ける (w_0 はウェストサイズ、 k はレーザーの波数) [9,10]。 U_{10} モードの光はほとんど反射される。そこで、キャビティーからの反射光をフォトディテクターで検出すれば、00 モードの反射の他に、

$$I_0 \left\{ \left| \frac{a}{w_0} \right|^2 + \left| \frac{k w_0 \alpha}{2} \right|^2 \right\} \equiv I_0 |c|^2$$

$$(I_0 = |E_0|^2)$$

を得る事になる。 a, α は、入射光軸からの鏡の曲率中心のずれ x_1, x_2 を用いて書くことができる (図 5.3)。

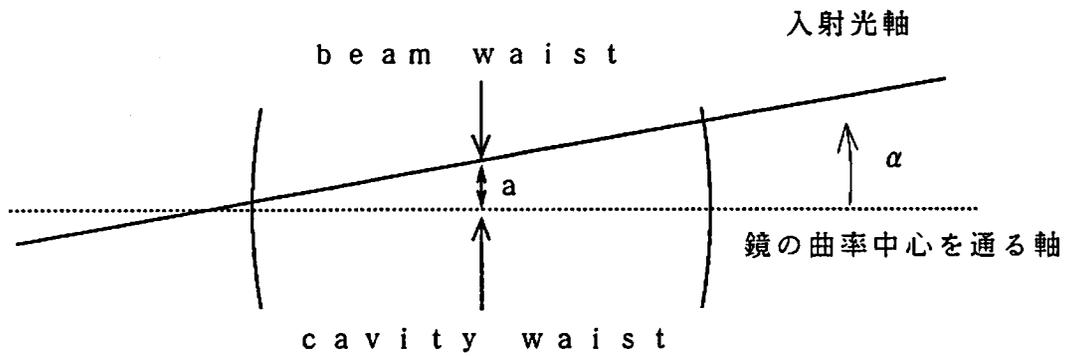
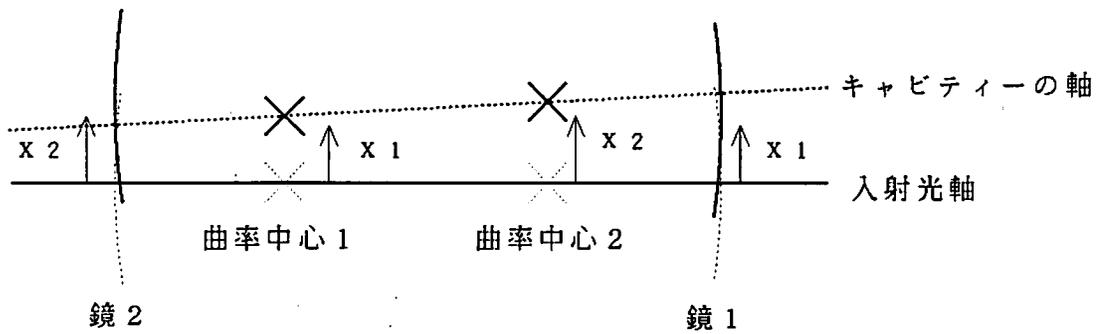


図 5.2: ミスアラインメント [9]



$$a = (x_1 + x_2) / 2$$

$$\alpha = (x_2 - x_1) / (2R - d)$$

図 5.3: 鏡の変位とミスアラインメント

$$a = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$\alpha = \frac{1}{2R - d}(x_2 - x_1)$$

x_1 に機械変調をかけると反射光の DC 成分は変調周波数で変動する。

$$x_1(t) = x_1 + \Delta x_1 \sin \omega_1 t$$

$$\Downarrow$$

$$|c|^2 = |c|_{\Delta x_1=0}^2 + \frac{\partial}{\partial x_1} |c|_{\Delta x_1=0}^2 \Delta x_1 \sin \omega_1 t$$

そこで反射光の強度を検出し、これを $\sin \omega_1 t$ で同期検波することにより、

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} |c|_{\Delta x_1=0}^2 \Delta x_1$$

を得る。これによって鏡がどちらにずれているのかを検出できる。 x_2 についても同様。

$$\frac{\partial}{\partial x_1} |c|^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} |c|^2 = 0$$

となるよう制御することで、アラインメントの自動制御が実現される。

5.3 実験装置

図 5.4 に実験装置の構成を示す。細線で示したのは、実験 1 のキャビティー長制御ループであって、このループが常に働いている。実験 1 で開発した装置にこの図の太線で示した部分が付加されたと考えれば良い。

但し、キャビティー長制御のためのサーボフィルタが実験 1 と多少異なる (\rightarrow 5.3.5)。

ニアマスおよびエンドマスは、側面に取り付けられたコイルと永久磁石からなるアクチュエータによって小振幅で機械変調を受けている。これにより鏡の曲率中心の光軸からのずれに応じて、FP キャビティーからの反射光の DC 成分が前節の式に従って変調周波数で変化する。反射光はフォトディテクタで検出され、その出力は (キャビティー長制

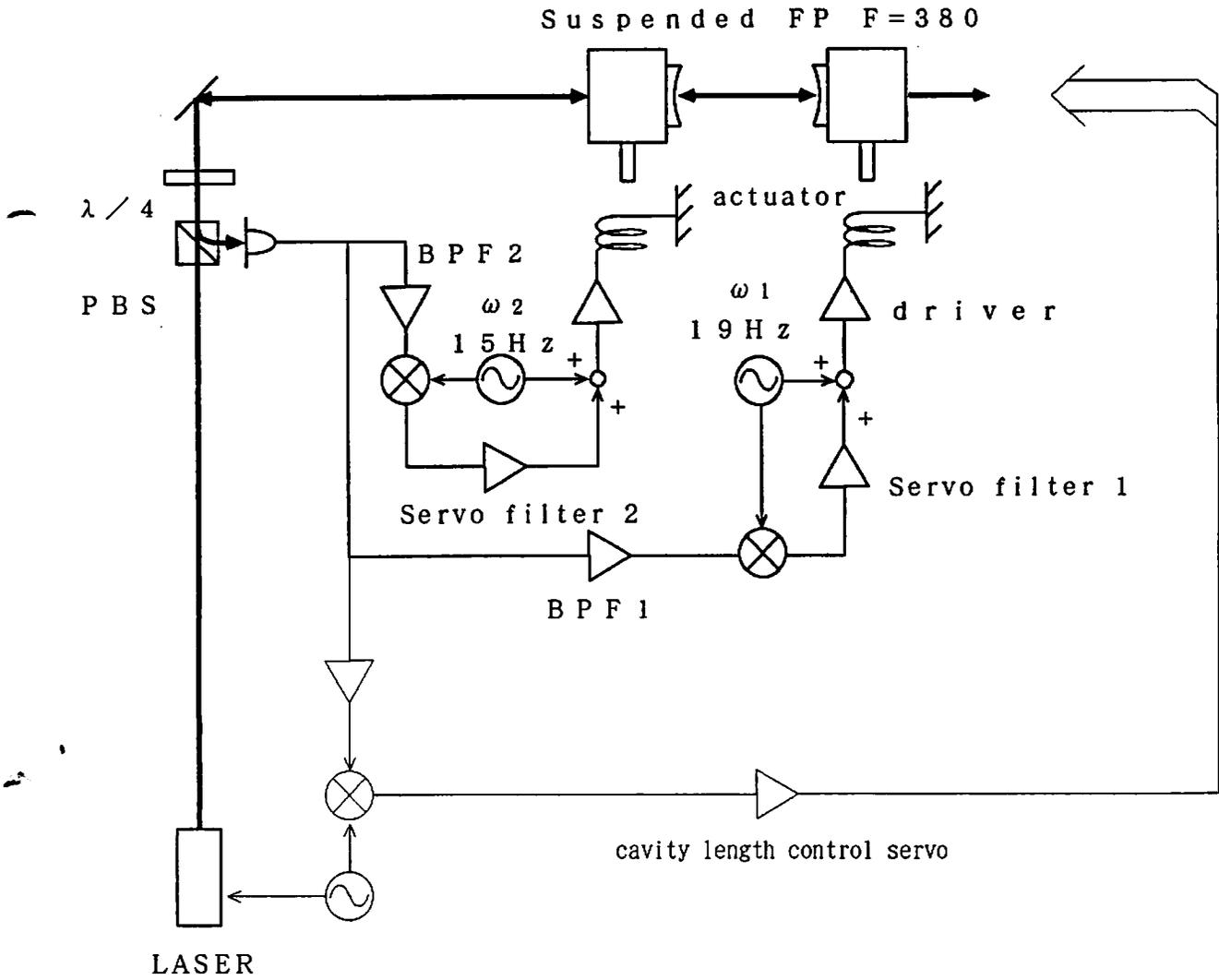
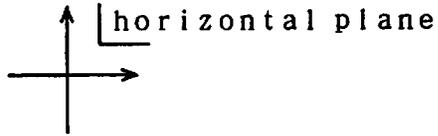


図 5.4: 実験装置の概略

	ニアマス	エンドマス
横方向の共振	1.86Hz	1.86Hz
Q 値 (ダンプ有り)	56.3	14.6

Table 5.1: 振子の横方向の特性

御にも使われると共に) 機械変調の変調周波数に合わせたバンドパスフィルタを通してそれぞれの周波数で同期検波され、さらにサーボフィルタを通してアクチュエータに加えられる。

5.3.1 変調周波数の設定

機械変調の周波数があまり高ければ、観測したい重力波信号にたいして雑音を導入することになり、逆にあまり低い周波数では二つの変調成分を分離することが難しい。一方の変調周波数が他方の高調波の近くにあれば、同期検波によって正しい信号が得られない。又、変調周波数及びその高調波成分は、振子の様々な共振にかからないことが望ましい。

以上の事を踏まえ、変調周波数は 15Hz(ニアマス) と 19Hz(エンドマス) に設定した。制御は DC 帯域のみに行っている。

5.3.2 振子の横方向振動の定数

振子の横方向 (水平面内で光軸に直交するような方向) の共振の特性を表 5.1 に示す (→Appendix B.3.3)。

実験 1 と同様、永久磁石によるダンピングを行っている。

5.3.3 機械変調の振幅

Appendix B.3.3 で測定したアクチュエータから振り子の光軸に直交する向きの変位への伝達関数に、変調信号の電圧をかけることで、機械変調による鏡の変位振幅を得る。フロントマスは $0.23 \mu\text{m}_{p-p}$ 、エンドマスは $0.38 \mu\text{m}_{p-p}$ であった。

	ニアマス	エンドマス
掛算器の IC	AD630	AD630
BPF の周波数	15Hz	19Hz
BPF の Q 値	10	30
サーボフィルタの時定数	3.63sec	19.9sec

Table 5.2: 復調器とサーボフィルタ

5.3.4 復調回路とフィルタ

復調回路とフィルタの特性を表 5.2 に示す。

掛算器は一台を自作、もう一台を三尾典克助手に提供していただいた。機能的には同等のものだがゲインなどが若干異なる。

BPF は $Q = 10$ のものは自作、 $Q = 30$ のものは (株) エヌエフ回路設計ブロックのロックインアンプのフィルタを使った。これらもゲインが異なる。

サーボフィルタは基本的に一段の完全積分回路である。時定数が異なるのは BPF 及び掛算器のゲインの差を補っているからである。回路図を図 5.5 に示す。

エンドマスの方は 16Hz 以上で二段の積分特性となるが、制御の帯域が狭いためにこれはほとんど影響しない。

5.3.5 アラインメントコントロール以外の部分

アラインメントコントロール以外の部分で実験 1 と異なるのは、キャビティー長制御のサーボフィルタだけである。

キャビティー長制御のオープンループの DC ゲインを十分大きく取るために、完全積分のためのコンデンサを一つ増やして完全二重積分動作とした。これは横方向の変位から光軸方向の変位へのクロスカップリングが存在するときに、機械変調の周波数でキャビティー長が変化すると、 U_{00} モードの反射光までが変化して前節の計算が成立たなくなるからである。具体的にはフィルタの中の一つのアンプを、図 5.6 のように改変し、又オープンループ伝達関数の UGF を 910Hz と実験 1 に比べ幾らか大きくした。これによりキャビティー長制御のオープンループ伝達関数の絶対値は、計算上 15Hz で実験 1 に比べ 2.5 倍ほど大きくなる。

なお、15Hz と 19Hz でのキャビティー長制御のオープンループ伝達関数の絶対値を正弦波を用いて測定したところ、63.9dB(15Hz) と 59.7dB(19Hz) であった。

5.4 主な測定結果

アラインメントコントロールに関する主な測定結果を示す。

5.4.1 オープンループゲインの評価

アラインメントコントロールループのオープンループゲインを評価するために、図 5.7 のようなセットアップで、サーボフィルタを除く部分の DC ゲイン、すなわちアクチュエータに加える電圧からエラー信号への伝達関数の DC ゲインを測定した。これを $G(\nu = 0)$ とする。

振子の伝達関数は共振周波数 ν_p より十分低い周波数帯ではフラットであり、復調系の応答も変調周波数 ν_m と BPF の Q 値で決る $\frac{\nu_m}{Q}$ より十分小さい周波数ではフラットである。

そこで、アラインメントコントロールのサーボ系のオープンループゲインは、フィルタの伝達関数を $F(\nu)$ として

$$F(\nu)G(\nu) \simeq F(\nu) \times G(\nu = 0) \quad (\nu \ll \frac{\nu_m}{Q}, \nu_p)$$

となる。

$$|F(\nu) \times G(\nu = 0)| = 1$$

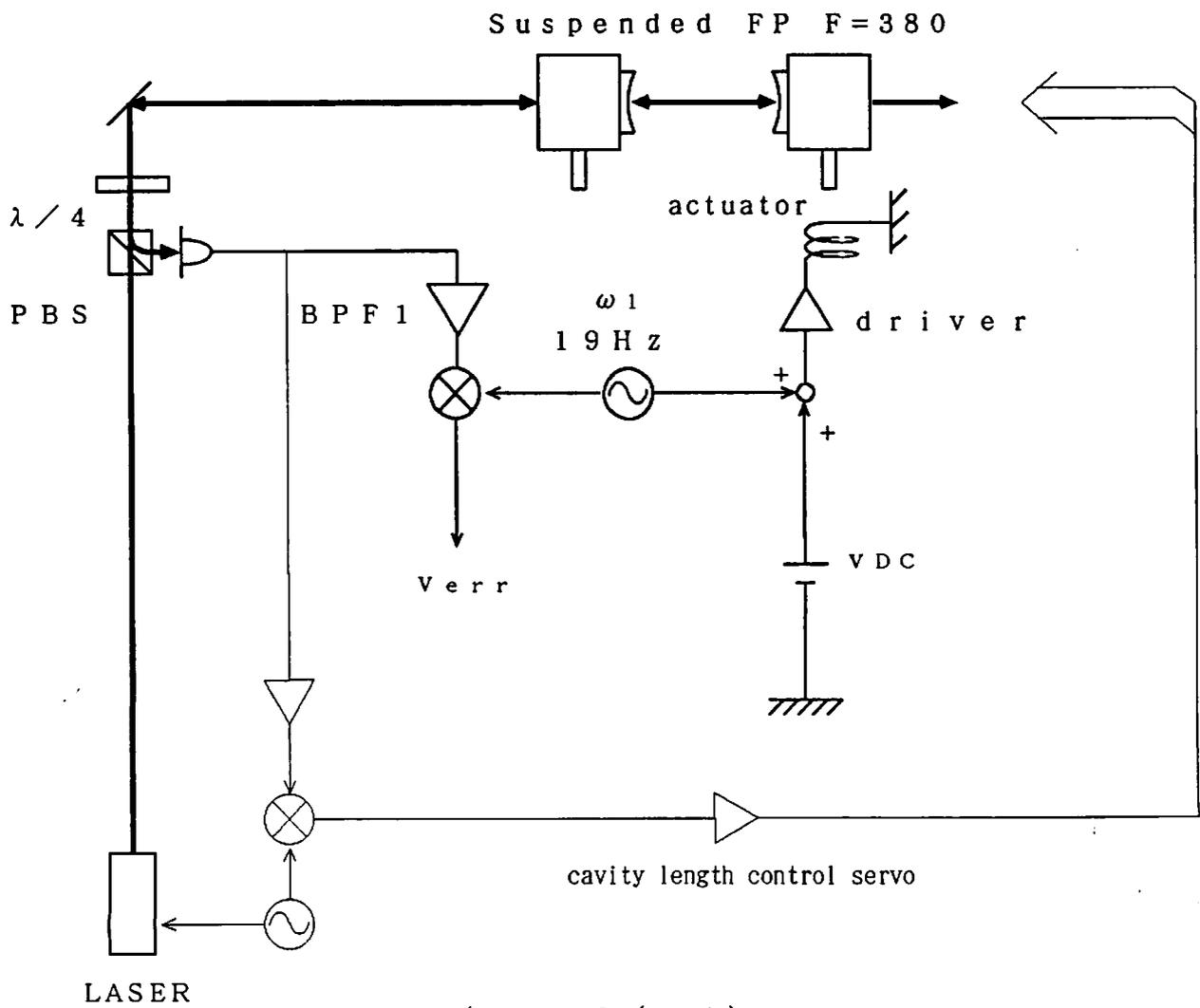
となる ν を求めると、ニアマス、エンドマスの各ループ共に $\sim 20\text{mHz}$ であった。

$\nu_p \sim 2\text{Hz}$, $\frac{\nu_m}{Q} = 1.5\text{Hz} \& 0.6\text{Hz}$ だから、この 20mHz をアラインメントコントロールの UGF だと考えてよい。フロントマス、エンドマス共に、

$$\nu_{\text{UGF}} \simeq 20\text{mHz}$$

5.4.2 反射光強度とエラーシグナル

アラインメントコントロールをかけない状態で光軸を手で十分合わせこんでから (a)、わざと光軸をずらし (b)、アラインメントのサーボを on にした (c)。この時の反射光強度の DC 成分とアラインメントループの二つのエラーシグナルをパソコンに取り込んだ (図 5.8)。反射光の kHz 帯の成分にはキャビティ長制御のためのキャリアやサイドバンドがかなり大きなレベルで含まれるため、高域の信号はカットオフが 7Hz のローパスフィルタで落してある。



測定中どちらの鏡にもアラインメント制御はしない。

図 5.7: DC ゲインの評価

反射光の $\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max}}$ は、

$$(a) \ 96.0\% \quad (b) \ 92.0 \sim 93.0\% \quad (c) \ 96.1\%$$

である。又この時のエラー信号の大きさからアラインメントをずらしたときの鏡の位置のずれを計算すると、

ニアミラーがおよそ $21\mu\text{m}$

エンドミラーがおよそ $15\mu\text{m}$

であった。

反射光のミスアラインによる成分を $I_0|c|^2(x_1, x_2)$ と書く。

$$\begin{aligned} |c|^2(0, 0) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} |c|^2(x_1, x_2) \Big|_{x_1, x_2=0} &= 0 \quad (i = 1, 2) \end{aligned}$$

である。鏡の位置の DC 的なずれを $\Delta x_1, \Delta x_2$ 、揺らぎを $\delta x_1, \delta x_2$ とすると

$$\begin{aligned} |c|^2(\Delta x_1 + \delta x_1, \Delta x_2 + \delta x_2) &= |c|^2(\Delta x_1, \Delta x_2) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_1} |c|^2(\Delta x_1, \Delta x_2) \delta x_1 \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_2} |c|^2(\Delta x_1, \Delta x_2) \delta x_2 \end{aligned}$$

と展開される。

今回の制御は DC だけの制御だから、サーボの on/off に拘らず振子は常に光軸に直交する方向に揺れている。つまりサーボの on/off に拘らず δx_1 や δx_2 はあまり変化しない。

しかし、アラインメントがよく合っていると、

$$|c|^2(0, 0) = \frac{\partial}{\partial x_i} |c|^2(0, 0) = 0$$

より、反射光には δx_i の 2 次以上の項しか影響しない。

アラインメントがずれると $|c|^2(\Delta x_1, \Delta x_2)$ 及び $\frac{\partial}{\partial x_i} |c|^2(\Delta x_1, \Delta x_2)$ が有限の値を持つので、反射光も DC 成分が増えるだけでなく、 δx_i の一次の項による揺らぎまで一緒に増える。

サーボループを閉じるとアラインメントが復帰して

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0$$

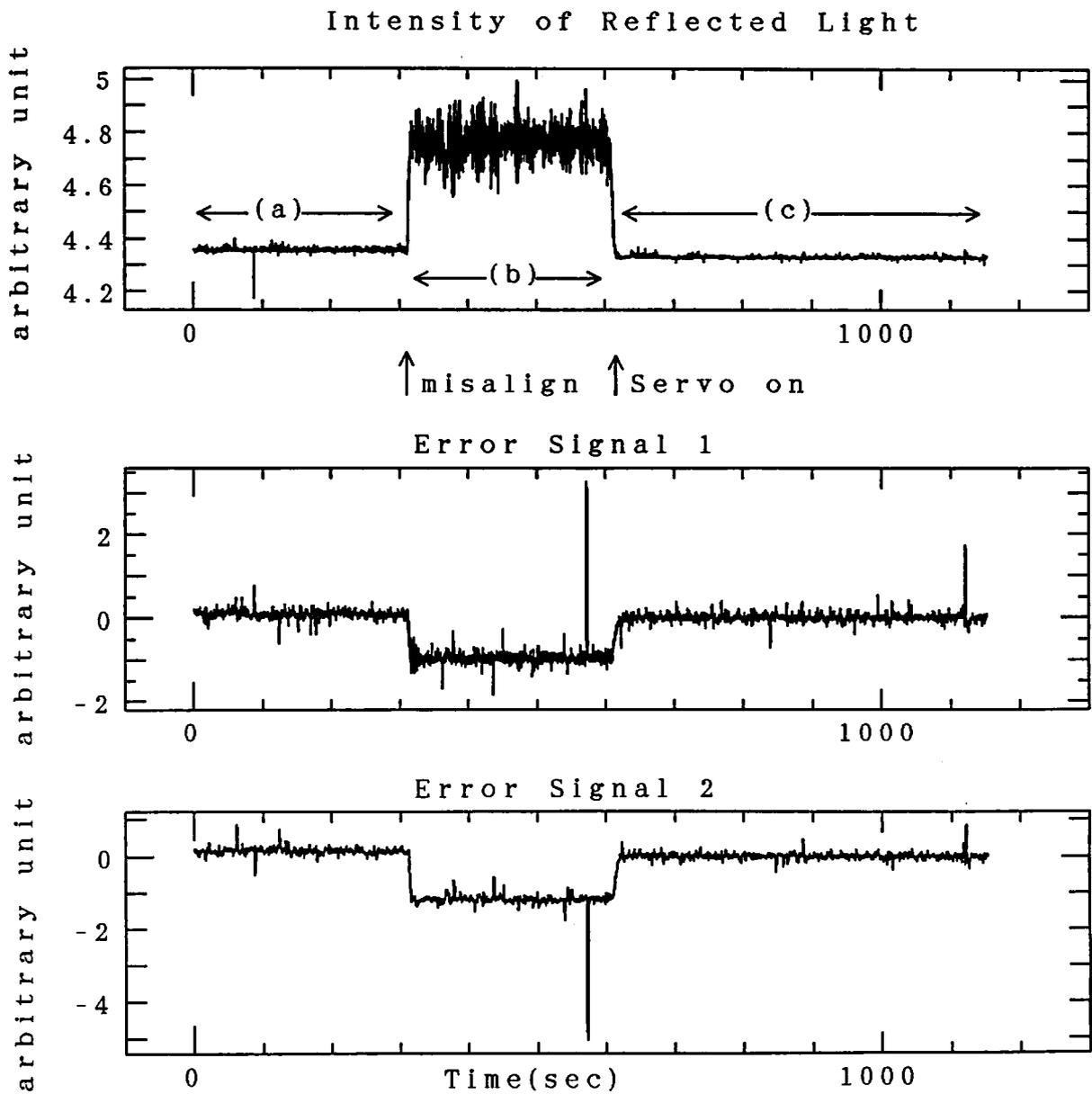


図 5.8: 反射光強度とアラインメントコントロールのエラー信号

となるので、反射光の DC 成分と揺らぎが減少する。

図にはこの事がよく現れている。

次に、反射光のスペクトルを (LPF をかけずに) 測定した。測定時の条件は、

- (a) アライメントを良く合せておき、制御はしない
- (b) アライメントをずらしておき、制御はしない
- (c) アライメントを良く合せておき、制御を掛ける
- (d) アライメントをずらしておき、制御を掛ける

の 4 つである。この時のパワースペクトラムを図 5.9 に示す。

(c) のレベルが最も低い。又、アライメントを手でよく合せたつもりでも完全には合わないから、(a) の 2Hz での振子の共振による反射光の揺らぎは、(c) や (d) よりも大きなレベルで現れている。

5.4.3 1 次クロスカップリングの測定

機械変調による鏡の変位は、理想的には光軸と直交する向きであるが、実際には必ず一次のクロスカップリングが存在して、光軸方向にも揺れてしまう。図 5.10 のような構成で、1 次クロスカップリングを測定した。

光軸方向を z 、水平面内で光軸に直交する方向を x とする。アクチュエータにかける電圧から振子の x 方向の変位への伝達関数を H 、 x 方向から z 方向へのクロスカップリングを a とする。

変調信号 v_n によって振子は x 方向に

$$x_n = H v_n$$

だけ動く。キャビティ長の揺らぎはキャビティ長制御ループのオープンループ伝達関数を $G\beta$ とすると、

$$\frac{z_n}{1 + G\beta} = \frac{a x_n}{1 + G\beta} = \frac{a H v_n}{1 + G\beta}$$

である。キャビティ長の揺らぎからキャビティ長制御ループのエラー信号 w_n への伝達関数を $b = 1.31 \times 10^{10}$ volt/m とすると、

$$\frac{w_n}{v_n} = \frac{b \times \frac{1}{1 + G\beta} a H v_n}{v_n} = \frac{b H}{1 + G\beta} a$$

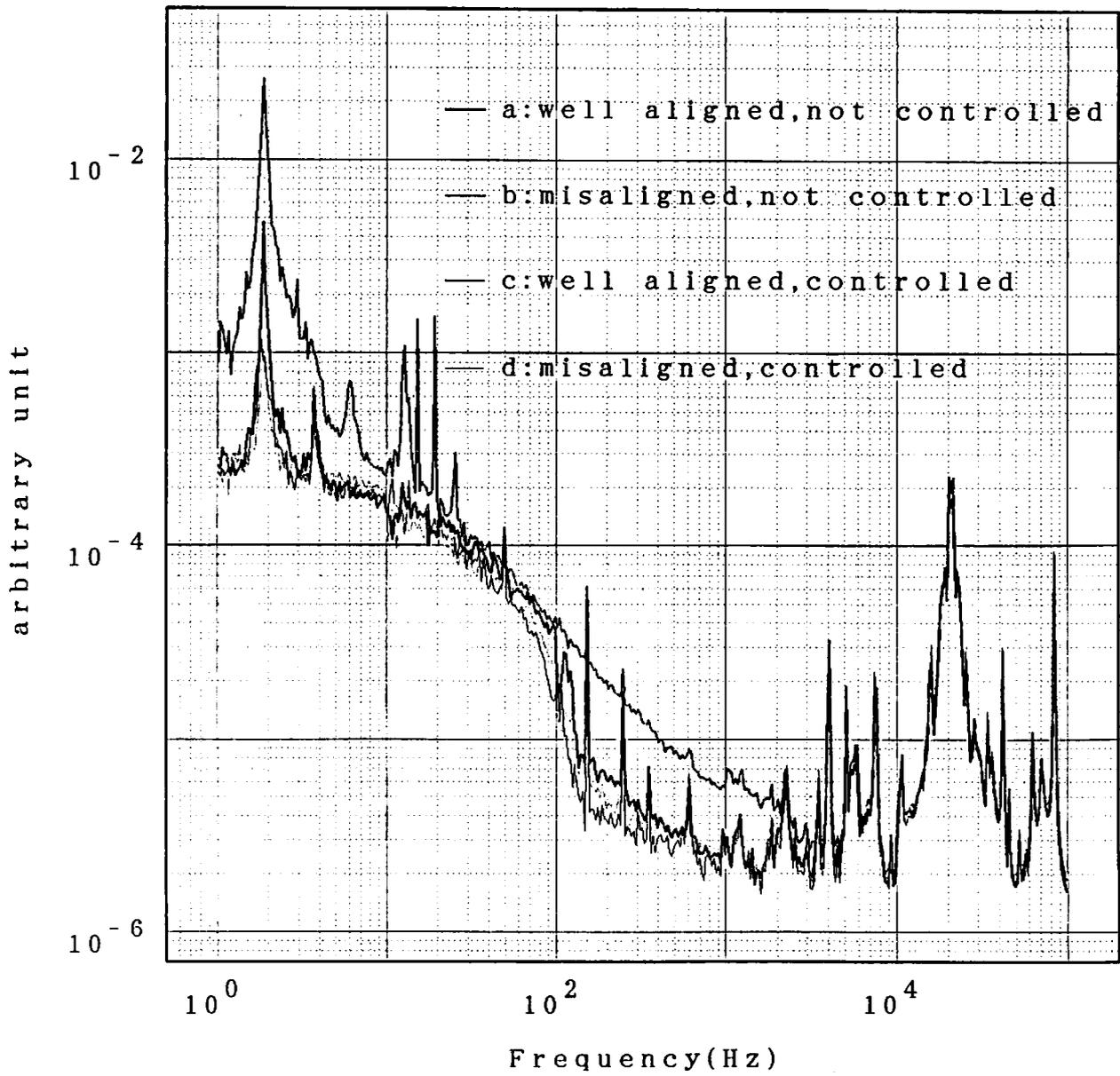


図 5.9: 反射光のパワースペクトラム

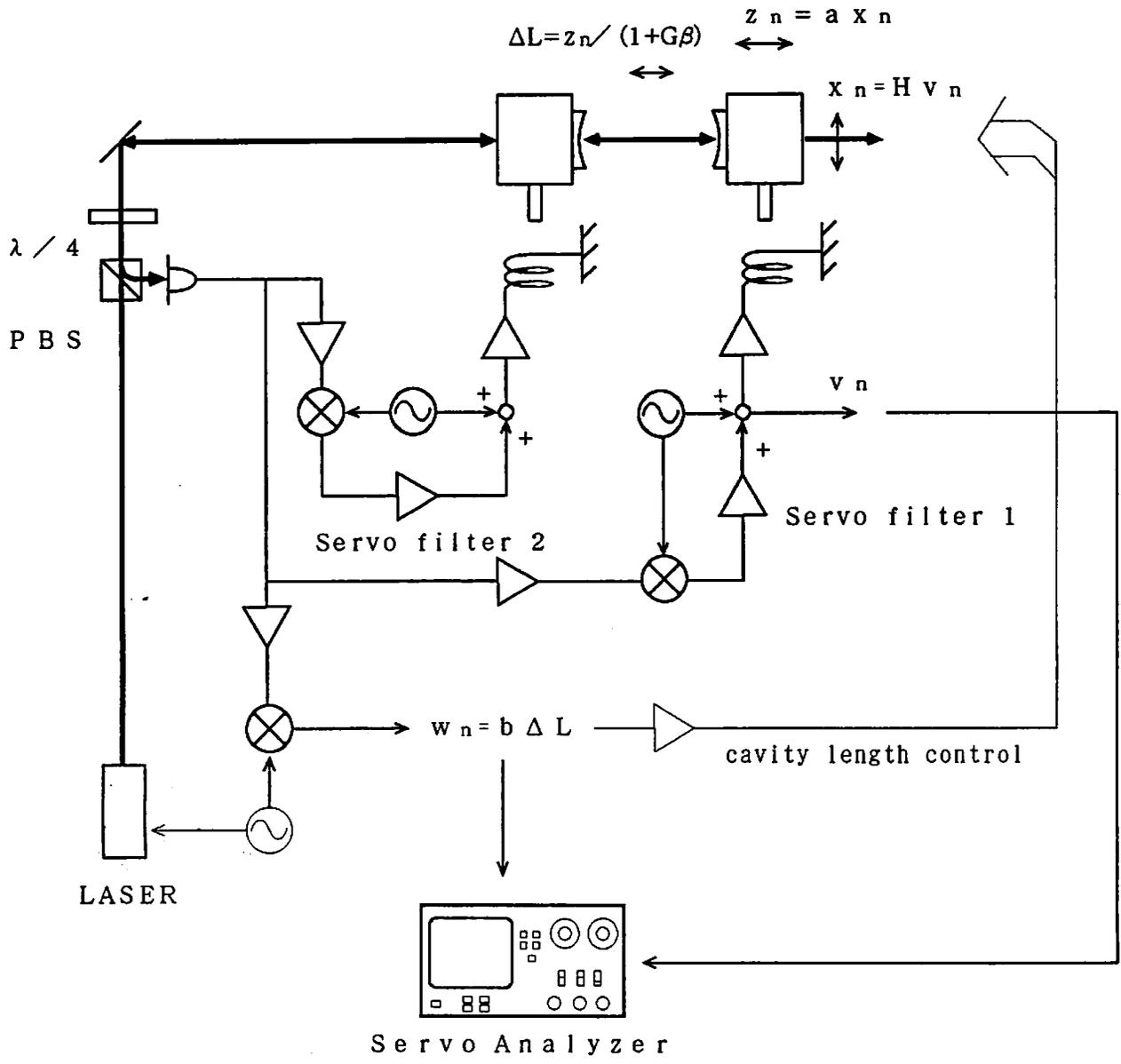


図 5.10: 一次のクロスカップリングの測定

そこで $\frac{v_n}{v_n}$ を測定して $\frac{1+G\beta}{bH}$ を乗ずることでカップリング a が求まる。 H としては Appendix B.3.3 で求めた値を用い、 $G\beta$ としては 5.3.5 で求めた値を用いると、実測したカップリングは、

フロントマス 4.7×10^{-4}

エンドマス 1.5×10^{-3}

であった。

5.4.4 干渉計の信号に与える影響

高次のカップリングまで含めて、アラインメントコントロールが干渉計の信号に影響を与えているかどうか調べるために、アラインメントコントロールを掛けたときと掛けないときで、キャビティー長制御のエラー信号のパワースペクトラムを比較した (図 5.11)。2つのスペクトルにはほとんど差がない。ただし機械変調の周波数ではピークがたっているが、これはしかたないだろう。制御をかけないときにもこのピークがあるのは、サーボループを開いても機械変調はかけている状態で測定したからである。

現在のシステムでは、このアラインメントコントロールによってかえって干渉計のノイズが上がるという事は観測されなかった。

鏡の位置の DC 的なずれは、ショットノイズの増加を引起こすが、現在の装置ではキャビティー長の検出限界はショットノイズではなくレーザーの FM ノイズによって制限されているので、アラインメントコントロールによって期待されるショットノイズレベルの減少は測定できなかつた。

5.5 結論

吊るした FP キャビティーにたいするアラインメントの自動制御の方法を提案し、実際に実験によってその有効性を確認した。このような実験は、吊るした FP キャビティーにおいてはおそらく最初の試みではないかと考えている。

アラインメントコントロールをかけることでミスアラインされたキャビティーが速やかにアラインメントを回復し、反射光の DC レベルは最低の状態にまで減少することを確かめた。

高次のカップリングまで含めて、アラインメントコントロールの装置が FP キャビティーのキャビティー長検出感度に対して悪影響を与えることは観測されなかった。

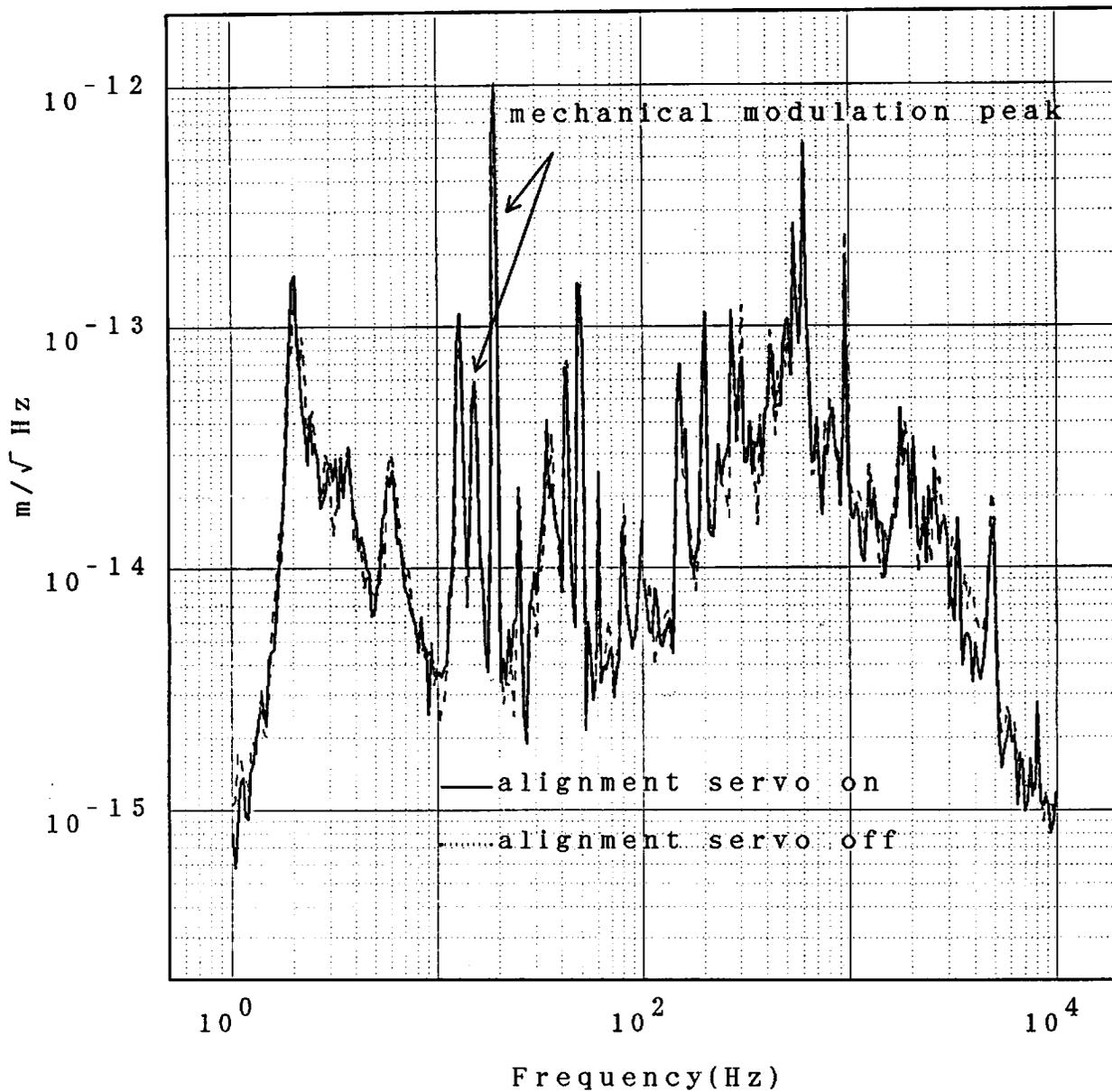


図 5.11: FP キャビティのキャビティ長制御のエラー信号

Appendix A

Fabry-Perot キャビティによる位相 検出

Fabry-Perot キャビティにレーザー光を入射したとき、どのようにして位相が検出されるのかを示す。

A.1 無変調の光にたいする応答

鏡の振幅反射率を r_1 、 r_2 とする。多層膜ミラーでは反射面がどこにあると考えるかにより r_1 及び r_2 の表現に違いが生じるが、ここでは反射面は誘電体多層膜の $\frac{\lambda}{4}$ 層の境界の一つの面であるとする。すると鏡の反射率は実数となるが、光が鏡に対してある方向からやって来て反射されるのと、逆の方向からやって来て反射されるのでは反射率の符号が異なる。

便宜上、キャビティの内側で起る反射の反射率を r_1 、 r_2 として、外側での反射率を $-r_1$ 、 $-r_2$ とする。

$R \equiv r_1 r_2$ とする。

鏡の振幅透過率を t_1 、 t_2 とする。

$T \equiv t_1^2$ 、 $T' \equiv t_1 t_2$ とする。

鏡の間隔 (キャビティ長) を L とする。

レーザーの周波数を $\nu_{op} = \frac{\omega_{op}}{2\pi}$ 、波数を $k = \frac{\omega_{op}}{c}$ (c は真空中の光速) とする。

単色平面波

$$E_{in}(t) = E_0 \exp(i\omega_{op}t)$$

に対してキャビティからの電場の透過係数、反射係数はそれぞれ

$$a_t(\omega_{op}, L) = \frac{T}{1 - R \exp(-2ikL)}$$

$$a_r(\omega_{op}, L) = -r_1 + r_2 T \frac{\exp(-2ikL)}{1 - R \exp(-2ikL)}$$

透過光と反射光の強度は、 $I_0 = |E_0|^2$ として

$$I_t = |a_t(\omega_{op}, L)|^2 I_0 = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos 2kL} I_0$$

$$I_r = |a_r(\omega_{op}, L)|^2 I_0 = \frac{r_1^2 + r_2^2(T + r_1^2)^2 - 2R(T + r_1^2) \cos 2kL}{1 + R^2 - 2R \cos 2kL}$$

これらの係数は、 k と L が共振条件

$$kL = n\pi \quad (\text{ただし } n \text{ は正整数})$$

を満たすときにそれぞれ最大値、最小値を取る。それらのピークの間隔 ($\Delta(kL) = \pi$) とピークの半値全巾 ($\Delta(kL)_{\text{FWHM}}$) の比はフィネス F と呼ばれ、

$$F \equiv \frac{\pi}{\Delta(kL)_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$$

で表される。(⇒ 図 A.1)

図 A.1を見ても分かるように、共振条件付近で

$$\Delta(kL) < \frac{\pi}{F}$$

を満たすときキャビティは位相 kL に対して鋭敏な位相感度を持つことが分かる。共振条件から外れてしまえばほとんど位相感度を持たないので、FP キャビティを位相検出器として用いるにはキャビティ長 L 又はレーザーの位相を制御して、位相変化を悪くても $\Delta(kL) < \frac{\pi}{2F}$ に抑えなければならない。レーザーの周波数が一定とすると、(i.e. $k = \text{constant}$)

$$\Delta L < \frac{\pi}{kF} = \frac{\lambda}{2F}$$

となる。

変調法でキャビティ長を $kL = n\pi$ を満たすように制御する場合、透過光、あるいは反射光の強度の微分係数を求めることになる。 $r_1 = r_2$ のとき、

$$\frac{\partial}{\partial(2kL)} |a_t|^2 = \frac{-2RT^2}{(1 + R^2 - 2R \cos 2kL)^2} \sin 2kL$$

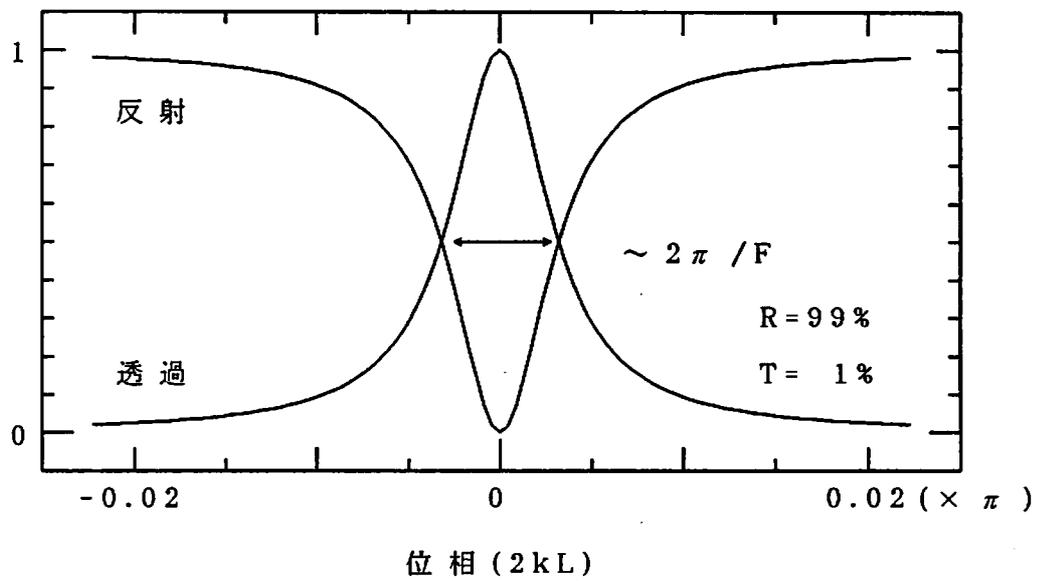


図 A.1: FP キャビティの透過係数と反射係数

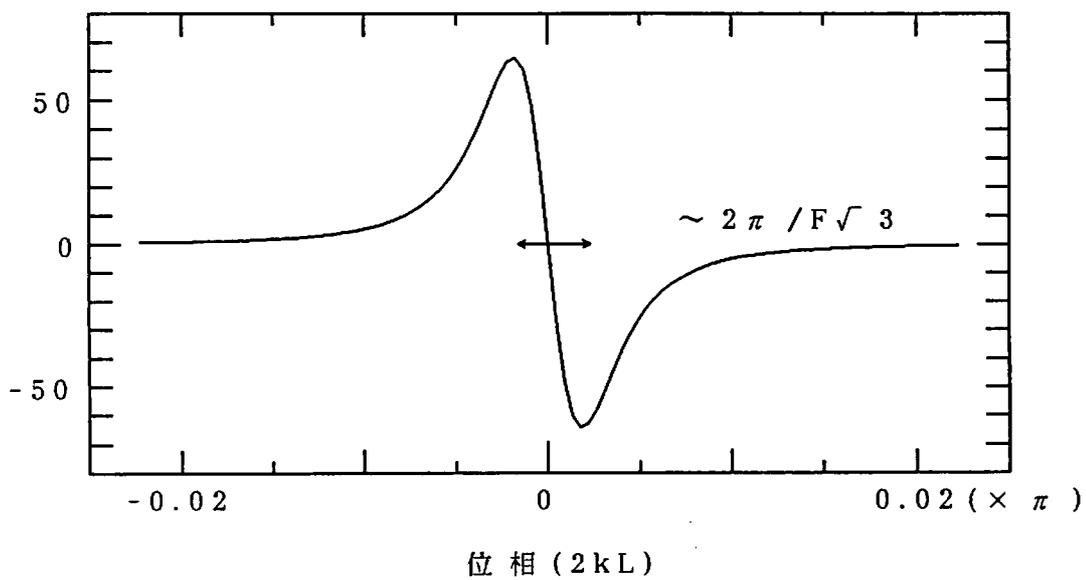


図 A.2: FP キャビティの透過光強度の微分係数

$$\frac{\partial}{\partial(2kL)} |a_r|^2 = \frac{2RT(1-R^2-RT)}{(1+R^2-2R\cos 2kL)^2} \sin 2kL$$

図 A.1 の場合の透過係数を位相 $2kL$ で微分したときの図を A.2 に示す。微分係数とキャビティ長のずれが一対一対応になっているのは、

$$\frac{\partial^2}{\partial(2kL)^2} |a_r|^2 = 0$$

を求めることで得られる。 $R \sim 1$ のとき、この巾は

$$\Delta(2kL) \sim \frac{\pi}{\sqrt{3}F}$$

$$\Delta L \sim \frac{\lambda}{2\sqrt{3}F}$$

A.2 位相変調された光にたいする応答

無変調の光をキャビティに入射し、反射波又は透過波を検出しただけでは共振条件からのずれを検出することは出来ない。キャビティを共振させた状態に置くための代表的な方法として、Pound-Drever 法がある [11]。これはレーザーに位相変調をかけてキャビティに入射し、反射光 (又は透過光) の強度を変調周波数で同期検波することで、図 A.2 の微分特性を検出する方法である。この方法での位相検出について述べる。

なおこの節では、特にことわらない限り前節の $a_r(\omega, L)$ を $a(\omega)$ と書く。

A.2.1 RF 帯での変調

キャビティ長 L_0 は固定されている。

レーザー光の位相が

$$\phi_{op}(t) = \omega_{op}t + m \sin(\omega_m t)$$

と書けるとする。

$$E_{in}(t) = E_0 \exp i(\omega_{op}t + m \sin \omega_m t)$$

m が小さいとして m の一次までで近似すると

$$E_{in}(t) = E_0 e^{i\omega_{op}t} \left(1 + \frac{m}{2} (e^{i\omega_m t} - e^{-i\omega_m t}) \right)$$

各周波数成分にたいして前節で求めた反射係数をかけて、反射波は

$$E_r(t) = e^{i\omega_{op}t} \left[a(\omega_{op}) + \frac{m}{2} (a(\omega_{op} + \omega_m) e^{i\omega_m t} - a(\omega_{op} - \omega_m) e^{-i\omega_m t}) \right]$$

反射光強度 I_r の中で $e^{\pm i\omega_m t}$ を含む項は

$$I = I_0 \left[\frac{m}{2} a^*(\omega_{op}) \left(a(\omega_{op} + \omega_m) e^{i\omega_m t} - a(\omega_{op} - \omega_m) e^{-i\omega_m t} \right) + c.c \right]$$

ここで

ω_{op} の共振からのずれを $\Delta\omega_{op}$

$$\omega_{op} = \omega_{res} + \Delta\omega_{op}$$

$$\frac{\omega_{res} L_0}{c} = n\pi$$

と置いた上で更に次の近似をする。

$$a(\omega_{res}) \simeq 0$$

$$\Delta\omega_{op} \ll \frac{c\pi}{2L_0 F} \equiv \omega_s, \text{ 但し } \frac{\omega_s}{2\pi} \text{ はキャビティのカットオフ周波数}$$

$$a(\omega_{op} \pm \omega_m) \simeq 1$$

最後の近似は $\frac{\omega_m}{2\pi}$ は RF 帯 (数 MHz ~ 数十 MHz) で、 $\omega_m \gg \omega_s$ を満たすということから出てきたものである。このような近似の下に、 I を展開すると

$$\begin{aligned} I &\simeq I_0 \frac{m}{2} \Delta\omega_{op} \left[-\frac{\partial}{\partial\omega} a^*(\omega) \Big|_{\omega=\omega_{res}} e^{i\omega_m t} + \frac{\partial}{\partial\omega} a^*(\omega) \Big|_{\omega=\omega_{res}} e^{-i\omega_m t} + c.c. \right] \\ &= -2I_0 m \Delta\omega_{op} \sin(\omega_m t) \Im \left(\frac{\partial}{\partial\omega} a(\omega) \Big|_{\omega=\omega_{res}} \right) \end{aligned}$$

さらに

$$\frac{\partial}{\partial\omega} a(\omega) \Big|_{\omega=\omega_{res}} \simeq -2 \frac{F L_0}{\pi c} i$$

を代入して

$$I \simeq I_0 \times 4m \frac{F L_0}{\pi c} \Delta\omega_{op} \sin \omega_m t$$

これを $\sin \omega_m t$ で同期検波すると

$$I_{\text{Lock-In}} = I_0 \times 2m \frac{F L_0}{\pi c} \Delta\omega_{op}$$

そこで周波数の DC ずれ $\frac{\Delta\omega_{op}}{2\pi}$ が検出できた。

逆に $\omega_{op} = \omega_{res}$ で、共振器長 L の方が L_0 から ΔL だけずれている場合にも全く同様の計算から

$$I_{\text{Lock-In}} = I_0 \times 2m \frac{F \omega_{op}}{\pi c} \Delta L$$

を得る。

A.2.2 レーザーが周波数雑音を持つとき

レーザー光の位相が

$$\phi(t) = \omega_{op}t + m \sin \omega_m t + \int \tilde{\phi}_n(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

で与えられるとする。入射波は

$$E_0 e^{i\phi(t)} \simeq E_0 e^{i\omega_{op}t} \left(1 + im \sin \omega_m t + i \int \tilde{\phi}_n(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right)$$

反射波は

$$\begin{aligned} E_r = E_0 e^{i\omega_{op}t} \times \\ \left(a(\omega_{op}) + i \int \tilde{\phi}_n(\omega) a(\omega_{op} + \omega) e^{i\omega t} d\omega \right. \\ \left. + \frac{m}{2} \left(a(\omega_{op} + \omega_m) e^{i\omega_m t} - a(\omega_{op} - \omega_m) e^{-i\omega_m t} \right) \right) \end{aligned}$$

ここで再び

$$\omega_{op} = \omega_{res}$$

$$a(\omega_{res}) \simeq 0 \quad \left(\frac{\omega_{res} L_0}{c} = n\pi \right)$$

$$a(\omega_{res} \pm \omega_m) \simeq -1$$

とすると、

$$E_r = E_0 e^{i\omega_{op}t} \left(-im \sin \omega_m t + i \int \tilde{\phi}_n(\omega) a(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right)$$

反射光強度は

$$\begin{aligned} I_r \\ = I_0 \left[m^2 \sin^2 \omega_m t - 2m \sin \omega_m t \int \tilde{\phi}_n(\omega) a(\omega) e^{i\omega t} d\omega + \left(\int \tilde{\phi}_n(\omega) a(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right)^2 \right] \end{aligned}$$

(ただし $\phi(t)$ を実数として計算した。)

これを $\sin \omega_m t$ で同期検波してやれば

$$I_{\text{Lock-In}} = -I_0 m \int \tilde{\phi}_n(\omega) a(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

となって、位相雑音が検出できることが分かる。特に簡単のため

$$\frac{2\omega L}{c} \ll 1, \quad r_1 = r_2, \quad T = 1 - R$$

とすると

$$a(\omega) \simeq -\frac{i\omega\tau_s}{1+i\omega\tau_s}$$

ただし $\tau_s \equiv \frac{2FL_0}{\pi c}$ はキャビティのストレージタイム。

$$\omega_{op}(t) = \frac{d}{dt}\phi_{op}(t)$$

だから、

$$\tilde{\phi}_{op}(\omega) = \frac{1}{i\omega}\tilde{\omega}_{op}(\omega)$$

よって、

$$\begin{aligned} I_{\text{Lock-In}} &= -I_0 m \int \frac{1}{i\omega}\tilde{\omega}_{op}(\omega) \left(-\frac{i\omega\tau_s}{1+i\omega\tau_s}\right) d\omega \\ &= I_0 m \int \frac{\tau_s}{1+i\omega\tau_s}\tilde{\omega}_{op}(\omega) d\omega \end{aligned}$$

これを見ると、 $\omega\tau_s \ll 1$ では $\tilde{\omega}_{op}(\omega)$ の係数は $m\tau_s = \frac{2mLF}{\pi c}$ で、 ω に DC ずれのあったとき (Appendix A.2.1を見よ) の係数に一致する。すなわち、FP キャビティは

$\omega \ll \frac{c}{2L_0}$ では周波数雑音にたいして τ_s を時定数とする一次のローパスフィルタのようにはたらく。

A.2.3 変調周波数が低い場合

$\omega_m \ll \frac{\pi c}{2FL_0} \equiv \omega_s$ のときには、もう

$$a(\omega_{op} \pm \omega_m) \simeq -1$$

とすることは出来ない。

むしろ瞬時周波数

$$\nu_{op}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt}\phi_{op}(t)$$

に応じて、反射波の係数が

$$a(t) = a(\omega = 2\pi \times \nu_{op}(t))$$

と変化するとした方がよい近似となる (静的な近似)。この時には (一般に変調法で正しい情報を得られるのは $\omega \ll \omega_m$ の周波数帯だけだから)、周波数雑音にしてもキャビティ

の鏡の動きにしても DC 的に動くような近似をすれば十分であろう。
 例えば $R = 99\%$ 、 $L_0 = 5\text{cm}$ のキャビティでは $F \sim 360$ として

$$\frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\pi c}{2FL_0} \sim 4\text{MHz}$$

だから、kHz 帯の変調ならば十分に $\omega_m \ll \omega_s$ が成り立つ。

キャビティの鏡が動くときの計算を試みる。

$$\begin{aligned}\omega_{\text{op}}(t) &= \omega_{\text{res}} + m\omega_m \sin \omega_m t \\ L &= L_0 + \Delta L \\ \frac{\omega_{\text{res}} L_0}{c} &= n\pi\end{aligned}$$

とする。

$$a(\omega_{\text{op}}, L) = a(\omega_{\text{res}}, L_0) + \frac{\partial}{\partial \omega} a(\omega_{\text{res}}, L_0) \times m\omega_m \sin \omega_m t + \frac{\partial}{\partial L} a(\omega_{\text{res}}, L_0) \Delta L$$

反射光強度の中で $\sin \omega_m t$ を含む項は、

$$\begin{aligned}& \left(a(\omega_{\text{res}}, L_0) \frac{\partial}{\partial \omega} a^*(\omega_{\text{res}}, L_0) m\omega_m \sin \omega_m t + \text{c.c.} \right) (\rightarrow 0) \\ & + \frac{\partial}{\partial \omega} a(\omega_{\text{res}}, L_0) \frac{\partial}{\partial L} a^*(\omega_{\text{res}}, L_0) \Delta L m\omega_m \sin \omega_m t + \text{c.c.} \\ & \simeq \frac{4F^4}{\pi^4} T^2 \frac{\omega_{\text{res}} L_0}{c^2} m\omega_m \Delta L \sin \omega_m t\end{aligned}$$

これを $\sin \omega_m t$ で同期検波して、

$$I_{\text{Lock-In}} = \frac{2F^4}{\pi^4} T^2 \frac{\omega_{\text{res}} L_0}{c^2} m\omega_m \Delta L$$

を得る。周波数ずれについては、 $\frac{\omega_{\text{res}}}{c} \Delta L$ の代りに $\frac{L_0}{c} \Delta \omega_{\text{op}}$ を用いればよい。

A.3 Fabry-Perot 型検出器の重力波にたいする応答

まず FP キャビティの重力波にたいする応答を考える。重力波により線素が

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h(t)) dx^2 + (1 - h(t)) dy^2 + dz^2$$

と変化している。x 軸方向に光軸をあわせた FP キャビティでは、入力光

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega_{\text{op}} t}$$

に対して反射光はニアミラーの所で見ると

$$E_r = E_0 e^{i\omega_{\text{op}} t} \left(-r_1 + r_2 T \sum_{n=1}^{\infty} R^{n-1} \exp(-i\omega_{\text{op}} \Delta t_n) \right)$$

$$\int_{t-\Delta t_n}^t \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} = \frac{2L}{c}n$$

第二の式は $h \ll 1$ より

$$\begin{aligned} \int_{t-\Delta t_n}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t')\right) dt' &= \frac{2L}{c}n \\ \Rightarrow \Delta t_n &= \frac{2L}{c}n + \frac{1}{2} \int_{t-\Delta t_n}^t h(t') dt' = \frac{2L}{c}n + O(h) \end{aligned}$$

この式から、 h の一次まで取る限りにおいて

$$\int_{t-\Delta t_n}^t h(t') dt' \simeq \int_{t-\frac{2L}{c}n}^t h(t') dt'$$

として良いことが分かる。したがって

$$\Delta t_n = \frac{2L}{c}n + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}n}^t h(t') dt'$$

これを E_r の式に代入して

$$E_r = E_0 e^{i\omega_{op}t} \left[-r_1 + r_2 T \sum_{n=1}^{\infty} R^{n-1} \exp \left\{ -i\omega_{op} \left(\frac{2Ln}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}n}^t h(t') dt' \right) \right\} \right]$$

$h(t)$ のフーリエ変換

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

及び

$$a(\omega) = -r_1 + b(\omega), \quad b(\omega) = \frac{r_2 T \exp(-2i\omega L/c)}{1 - R \exp(-2i\omega L/c)}$$

を導入すると、

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 e^{i\omega_{op}t} \left[a(\omega_{op}) - \frac{i\omega_{op}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b(\omega_{op}) - b(\omega_{op} + \omega)}{i\omega} \tilde{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right] \\ &\equiv E_0 e^{i\omega_{op}t} \left[a(\omega_{op}) - i \int \tilde{h}(\omega) H_{FP}(\omega, \omega_{op}) e^{i\omega t} d\omega \right] \end{aligned}$$

第二項が重力波による位相の変化である。

入射光に位相変調がかかっている

$$E_{in} = E_0 e^{i\omega_{op}t} (1 + im \sin \omega_m t)$$

であれば、反射波は

$$\begin{aligned} E_r &= E_0 e^{i\omega_{op}t} \times \\ &\left(\begin{aligned} &a(\omega_{op}) - i \int \tilde{h}(\omega) H_{FP}(\omega, \omega_{op}) e^{i\omega t} d\omega \\ &+ \frac{m}{2} e^{i\omega_m t} \left(a(\omega_{op} + \omega_m) - i \int \tilde{h}(\omega) H_{FP}(\omega, \omega_{op} + \omega_m) e^{i\omega t} d\omega \right) \\ &- \frac{m}{2} e^{-i\omega_m t} \left(a(\omega_{op} - \omega_m) - i \int \tilde{h}(\omega) H_{FP}(\omega, \omega_{op} - \omega_m) e^{i\omega t} d\omega \right) \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

さて、 ω_{op} は FP キャビティに共振しており、 $\frac{\omega_m}{2\pi}$ は RF 帯で $\omega_m \gg \omega_s$ であるとき、

$$\begin{aligned} a(\omega_{op}) &= 0 \\ a(\omega_{op} \pm \omega_m) &= -1 \end{aligned}$$

この時キャビティから出てきた光をそのままディテクタで受けるなら、 $e^{\pm i\omega_m t}$ を含む項は h の一次までで

$$I_r = 2I_0 m \sin \omega_m t \times \int_{-\infty}^{+\infty} h(\omega, \omega_{op}) e^{i\omega t} d\omega$$

(但し $h(t)$ は実数であるとして計算している。)

これを同期検波すれば重力波の信号

$$I_{\text{Lock-In}} = I_0 m \times \int_{-\infty}^{+\infty} h(\omega, \omega_{op}) e^{i\omega t} d\omega$$

を得る。 ω_{op} が FP キャビティに共振しているとき、 $H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{op})$ の形も簡単になる。

$$H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{op}) = \frac{r_2 T}{1-R} \frac{\omega_{op}}{\omega} \frac{1}{1 - R \exp(-2i\omega L/c)} e^{-i\omega L/c} \sin(\omega L/c)$$

特に $\frac{2\omega L}{c} \ll 1$ なら、

$$H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{op}) \simeq \frac{1}{2} \tau_s \omega_{op} \frac{1 - i\frac{\pi}{2F} \tau_s \omega}{1 + i\omega \tau_s}$$

y 方向についても同じ様に、ただし逆符号の信号が検出されるので、直接干渉をさせない FP 型検出器の場合にはそれぞれの FP キャビティからの出力の差を取ることで、重力波の信号が得られる。

直接干渉をさせる場合には、強度の引算を行う代わりに電場の段階で (光学的に) 引算が行われるわけだが、この利点は主に周波数ノイズが除去されることにある。仮に 2 つの FP キャビティが全く同じ基線長とフィネスを持ち、ビームスプリッターからニアミラーまでの距離も同じだったとすると、FM ノイズは完全に除去されて重力波の信号成分だけが残る。しかしこの場合にはレーザーの変調のキャリアもいっしょになくなってしまいうから、重力波の信号を読みだすためにビームスプリッターとニアミラーとの間の光路に x と y で逆相になるように変調をかけるなどしなければならない。レーザーにかかった位相変調を $m_+ \sin \omega_+ t$ 、光路にかかった変調を位相変調に換算したものを $m_- \sin \omega_- t$ とする。FP キャビティに入射するレーザー光は

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\omega_{op} t} (1 + im_+ \sin \omega_+ t + im_- \sin \omega_- t)$$

$$E_y = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\omega_{op} t} (1 + im_+ \sin \omega_+ t - im_- \sin \omega_- t)$$

である。反射波は

$$\begin{aligned}
 E_{r(x \text{ or } y)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\omega_{\text{op}} t} \times \\
 &\left(a(\omega_{\text{op}}) \mp i \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}}) e^{i\omega t} d\omega \right. \\
 &+ \frac{m_+}{2} e^{i\omega_+ t} \left(a(\omega_{\text{op}} + \omega_+) \mp i \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}} + \omega_+) e^{i\omega t} d\omega \right) \\
 &- \frac{m_+}{2} e^{-i\omega_+ t} \left(a(\omega_{\text{op}} - \omega_+) \mp i \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}} - \omega_+) e^{i\omega t} d\omega \right) \\
 &\pm \frac{m_-}{2} e^{i\omega_- t} \left(a(\omega_{\text{op}} + \omega_-) \mp i \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}} + \omega_-) e^{i\omega t} d\omega \right) \\
 &\mp \frac{m_-}{2} e^{-i\omega_- t} \left(a(\omega_{\text{op}} - \omega_-) \mp i \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}} - \omega_-) e^{i\omega t} d\omega \right) \left. \right)
 \end{aligned}$$

(複号はそれぞれ x と y に対応する)

だから、ビームスプリッターで再び結合した後の電場は

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{2}} (E_{rx} - E_{ry}) &= \frac{1}{2} E_0 e^{i\omega_{\text{op}} t} \times \\
 &\left(-2i \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}}) e^{i\omega t} d\omega \right. \\
 &- im_+ e^{i\omega_+ t} \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}} + \omega_+) e^{i\omega t} d\omega \\
 &+ im_+ e^{-i\omega_+ t} \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}} - \omega_+) e^{i\omega t} d\omega \\
 &+ m_- e^{i\omega_- t} a(\omega_{\text{op}} + \omega_-) \\
 &\left. - m_- e^{-i\omega_- t} a(\omega_{\text{op}} - \omega_-) \right)
 \end{aligned}$$

$\omega_+ \pm \omega_-$ は観測する重力波の周波数帯よりも十分高い周波数であるとする、強度の中の $e^{i(\pm\omega_+ \pm \omega_-)t}$ の項は無視できる。また $\omega_- \gg \omega_s$ であるとして先程と同様に強度の中で $e^{\pm i\omega_- t}$ を含む項だけを抜き出すと、 h の一次までで

$$2I_0 m_- \sin \omega_- t \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}}) e^{i\omega t} d\omega$$

$\sin \omega_- t$ で同期検波することで

$$I_0 m_- \int \tilde{h}(\omega) H_{\text{FP}}(\omega, \omega_{\text{op}}) e^{i\omega t} d\omega$$

を得る。

Appendix B

実験装置の各要素の特性

実験 1 及び実験 2 で用いた実験装置の各要素についての説明と、これらの要素の特性を調べるために行った各種の測定について述べる。

B.1 光源

光源としては (株) 牛尾の He-Ne レーザーチューブを用いた。このチューブには PZT が取付けられており、これに電圧を加えることでレーザー管の長さを変えることが出来る。また、チューブのまわりにヒーターが巻かれており、このヒーターに電流を流してレーザー管を加熱することでレーザー管の長さを PZT よりも大きく変化させることが出来る (図 B.1)。但しヒーターによる変化のレスポンスは PZT の場合よりもかなり遅い。なお、レーザーチューブに対する加工は、全て坪野研究室の三尾助手により行われた。

B.1.1 ラムディップを利用した周波数安定化

さて、このレーザーチューブは、直線偏光の 1 モード発振という特性を持っている。この事を利用して、レーザーの発振周波数を Lamb Dip にロックし、周波数ドリフトを防ぐことが出来る [12]。

He-Ne レーザーの発振周波数とレーザー光のパワーの関係をグラフにすると、図 B.2 のようになっている。中心周波数の所にあるくぼみが Lamb Dip である。

レーザーの発振周波数 ν とレーザー管の長さ L の関係は、 c を光速、 n を整数として

$$\nu = \frac{c}{2L} \times n$$

である。レーザー管の長さ L が変化するとそれに従い発振周波数も変化する。すると図 B.2 の関係に従って、レーザー光のパワーが変化する。 L を PZT によって小振幅で振って

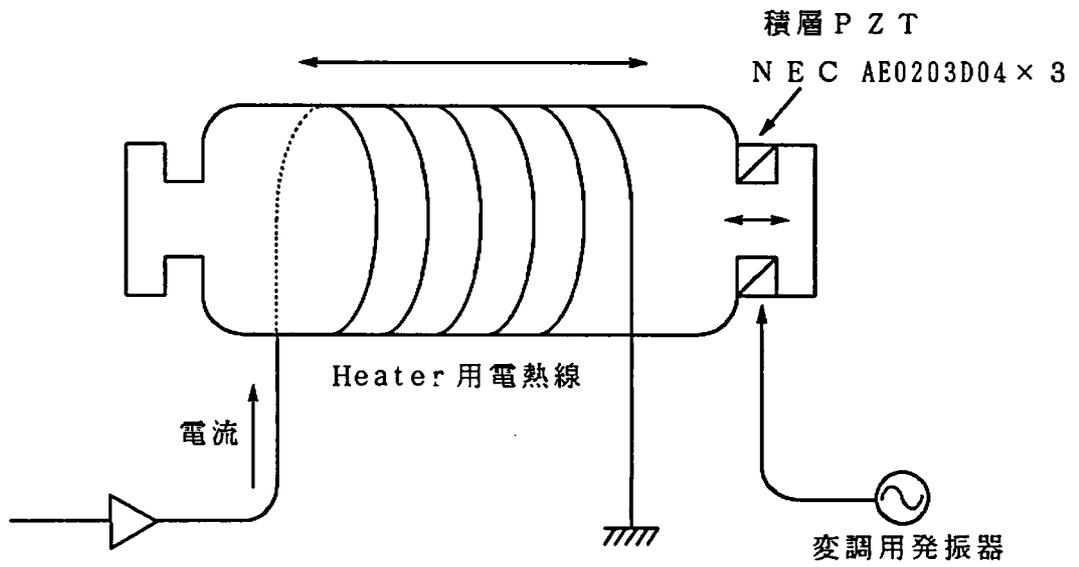


図 B.1: レーザーチューブ

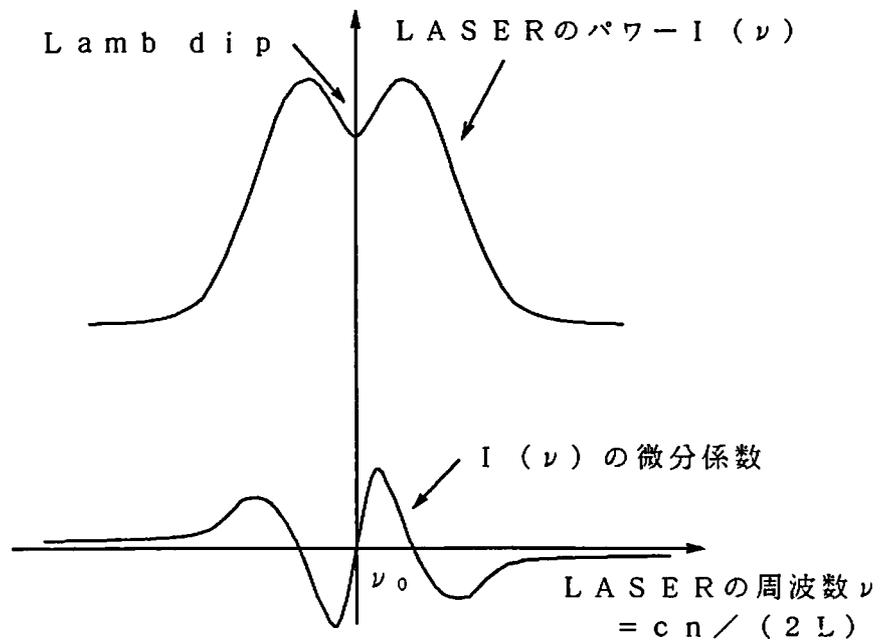


図 B.2: ラムディップ

やり、レーザー光をフォトディテクタで検出して同期検波すると、 $\frac{dI}{d\nu}$ に比例した信号が得られる。

$$\begin{aligned}
 I(L + \Delta L \sin \omega_m t) &= I(L) + \frac{\partial I}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial L} \Delta L \sin \omega_m t \\
 &= I(\nu) + \frac{\partial I}{\partial \nu} \left(-\frac{cn}{2L^2} \right) \Delta L \sin \omega_m t \\
 &\Downarrow \\
 I(t) \times \sin \omega_m t &= -\frac{cn \Delta L}{4L^2} \frac{\partial I}{\partial \nu}
 \end{aligned}$$

そこで今ちょうど発振周波数が Lamb dip の中にあったとすると、同期検波によって得られた信号が常にゼロになるようにヒーターに流す電流を制御することで、レーザー管の長さを常に中心周波数に対応する長さ

$$L_0 = \frac{cn}{2\nu_0}$$

に保つことが出来る。こうすることで、He-Ne レーザーの温度変化による周波数ドリフトを防ぐことが出来る。また、この方式ではレーザーの発振周波数に ω_m で変調がかかる。本実験においては、レーザー光の周波数変調(位相変調)としてはこの ω_m の変調をそのまま用いることにした。なお、レーザーのパワーはフアラデーアイソレータの後ろで $\sim 500\mu\text{W}$ 、FPに入射する直前で $\sim 400\mu\text{W}$ である。(この値は室温によって、また安定化装置を働かせるタイミングによって変動する。これはレーザー光のパワーが発振周波数だけでなくHe-Neガスの温度にもよるからだと思われるが、確認はしていない。)

B.1.2 ラムディップを利用した周波数安定化の回路

図 B.3 に周波数安定化の回路を示す。He-Ne レーザーのレーザー管は出射光の逆の側の鏡からもわずかに光が出ているが、この光を安定化に用いるようになっている。ヒーターによるレーザー管長の制御は非常にレスポンスが遅く制御帯域を取れないので、サーボフィルタもそれに応じ時定数の長いものを用いている。フィードバックループのゲインは試行錯誤により決定しなければならない。

変調用の局部発振器として、10MHz の水晶発振子の出力を480分周して得た20.83kHzの信号を用いる。この周波数は、いくつかあるレーザー管の内部共振の1つに合せて決定された(図 B.4)。内部共振は、レーザーの発振周波数がラムディップからずれているときには $\frac{\partial I}{\partial L} \neq 0$ であることを利用して、PZT にかける電圧からレーザーの強度への伝達関数をとって調べた。

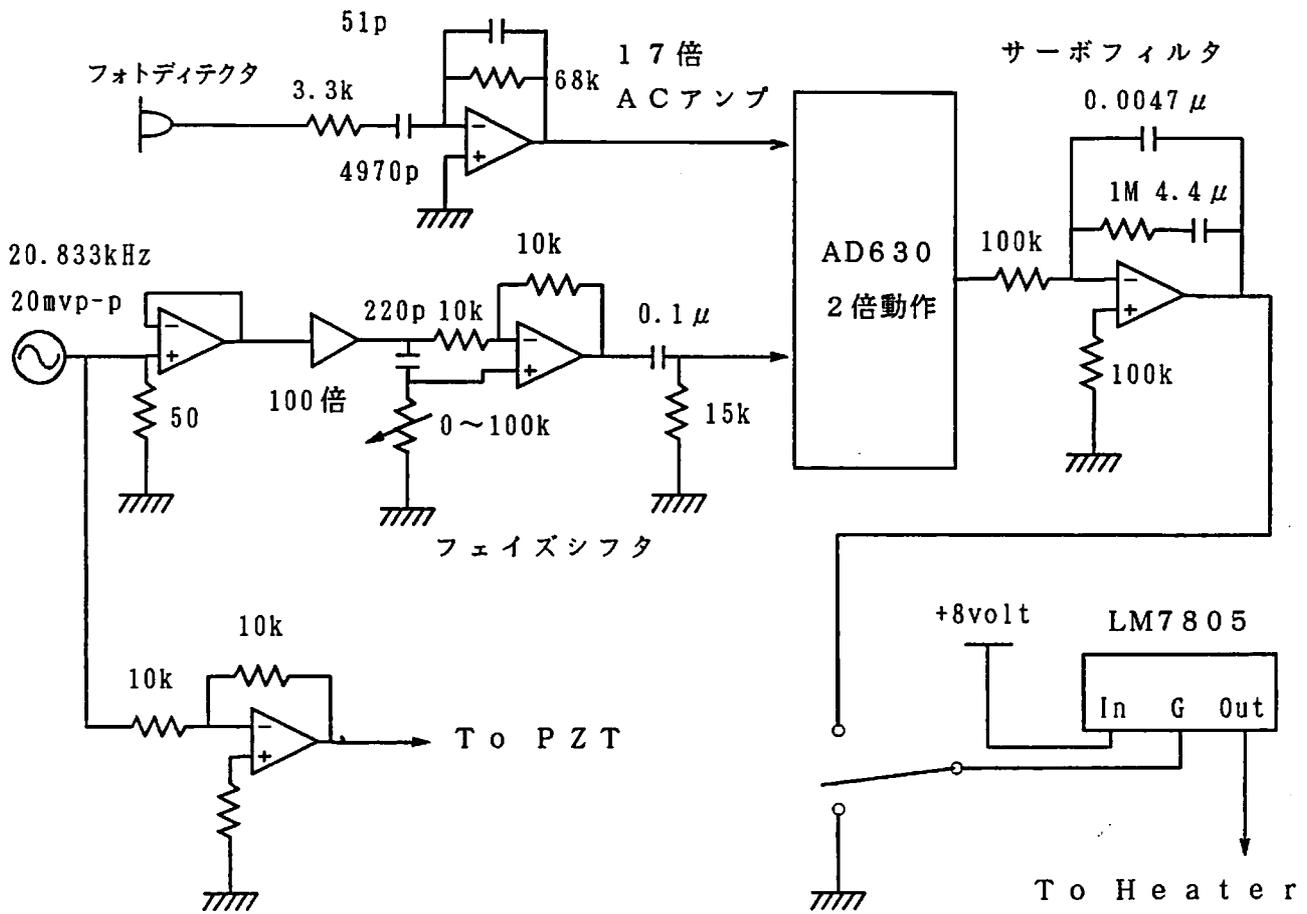


図 B.3: ラムディップを利用した安定化回路

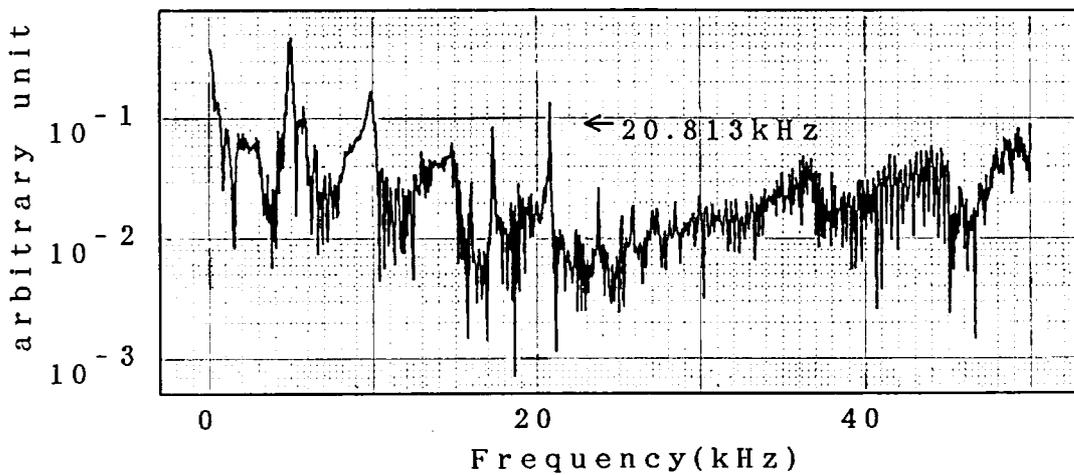


図 B.4: レーザー管の共振

フリーランのときとフィードバックをかけたときのレーザー光の強度及びエラー信号を示す(図 B.5)。ループをはたらかせると、周波数ドリフトが止ってレーザー光強度が安定し、エラー信号はゼロを指す。エラー信号がゼロなのにも関わらずレーザー光強度が少しずつ変化しているのは、周囲の気温変化などによりレーザーのゲインそのものが変化するためだと思われる。

B.1.3 ビームプロファイル

レーザービームの等位相面および強度の空間分布をビームプロファイルと呼んでいる。これを知っておくと FP キャビティとのモードマッチングを行う時に都合がよい。レーザー光はおおざっぱには Hermite-Gaussian の 00 モードで近似される。そのパラメータはビームウェストのサイズと位置である [13]。

光軸を z 軸方向にとり、 z 軸に垂直な面上の動径方向を r とする。

00 モードの強度分布は光軸に垂直な断面上で

$$I(r) \propto \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right)$$

と表される。ただし w はビーム半径である。

ビームウェストの位置を z_0 、ビームウェストの半径を w_0 とすると、

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda(z - z_0)}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]$$

と書ける。

そこで、図 B.6 の様な構成で、いくつかの z について CCD カメラでレーザーの強度分布をパソコンにとりこみ、第一の式による最小二乗法でフィッティングして各点でのビーム半径を求めた。

さらに、このデータをもとにして w_0^2 と z_0 を未知数として第二の式による最小二乗法でフィッティングした。

z としては便宜上レーザーの筐体の先端からの距離を用いた。CCD カメラの CCD の面がどこにあるのか正確な測定は出来なかったので、 z は各点とも最大で $\pm 5\text{mm}$ ぐらいの誤差を含むだろうと考えられるが、正確なビームプロファイルを得る必要はないのでフィッティングに対する誤差評価はしなかった。

計算結果は、

$$w_0 = 2.1 \times 10^{-4} \text{m}$$

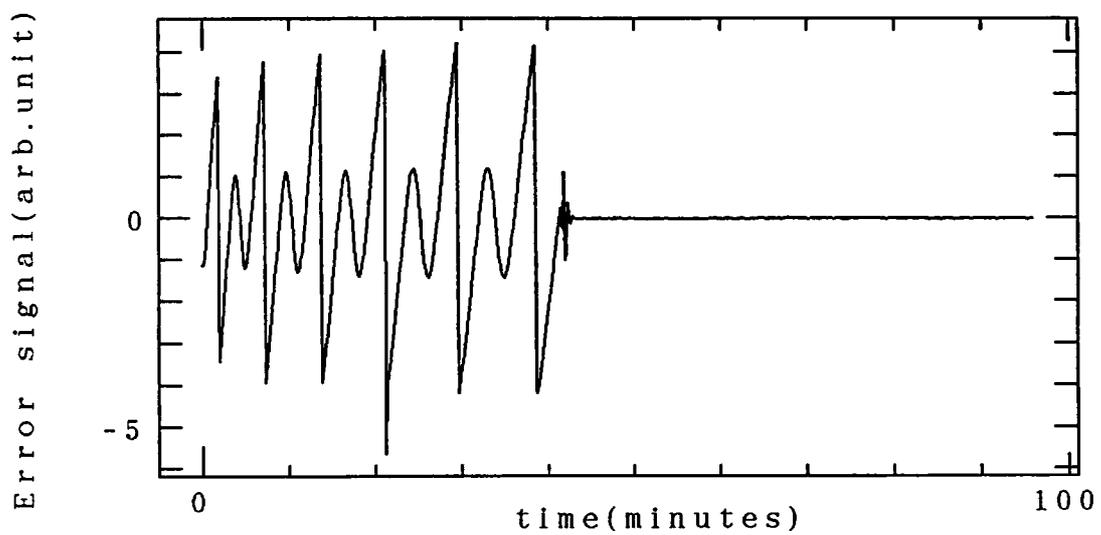
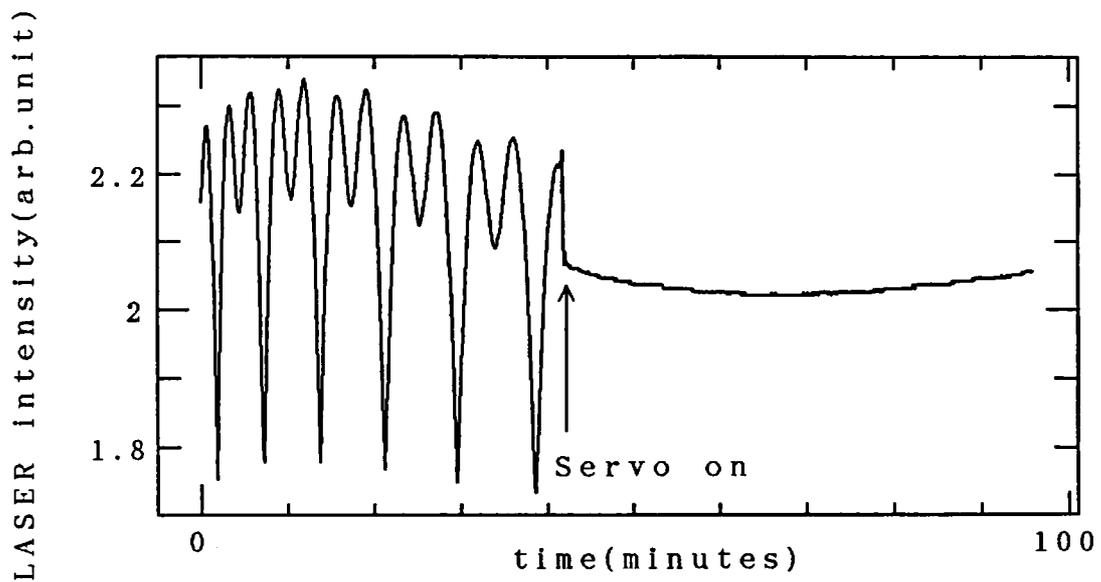


図 B.5: 安定化回路のエラー信号とレーザー光強度

$$z_0 = -11\text{cm}$$

フィッティングの結果と各点でのビーム半径を図 B.7 に示す。

B.1.4 レーザーの変調指数の測定

レーザーの位相変調の周波数 $\nu_m = \frac{\omega_m}{2\pi}$ がキャビティのカットオフ周波数 $\nu_s = \frac{c}{4FL}$ に比べて十分小さいとみなせるときは、キャビティの透過/反射係数はレーザーの瞬時周波数にしたがって変化していくと考えてよい (→ Appendix A.2.3)。実験に用いたキャビティは $F \simeq 380$ 、 $L \simeq 5\text{cm}$ で、

$$\nu_s \simeq 3.9\text{MHz}$$

一方

$$\nu_m = 20.83\text{kHz}$$

だから十分に $\nu_m \ll \nu_s$ が成り立つ。

さて、レーザーの瞬時周波数 $\nu(t)$ と位相 $\phi(t) = \omega_{op}t + m \sin \omega_m t$ の間の関係は

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) = \nu_{op} + m \nu_m \cos \omega_m t$$

このような光をキャビティに入射すれば透過光の強度は

$$I_t(t) \propto \frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos(2L(\omega_{op} + m\omega_m \cos \omega_m t)/c)}$$

そこで透過光の最大値と最小値は、 $\frac{L\omega_{op}}{c} = n\pi$ のときそれぞれ

$$I_{\max} \propto \frac{1}{(1-R)^2}$$

$$I_{\min} \propto \frac{1}{1+R^2-2R \cos(2m\omega_m L/c)}$$

となる (図 B.8)。

図 B.9 のようなフィードバックループを形成し、共振条件を満たすように L に DC 帯だけ制御をかけておいて I_{\max} , I_{\min} を実測することで、

$$\cos(2m\omega_m L/c) = \frac{1}{2R} \left(1 + R^2 - (1-R)^2 \frac{I_{\max}}{I_{\min}} \right)$$

より m が求まる。 R には B.2.3 で求めた値 99.18% を代入する。測定の結果は

$$m = 106$$

であった。

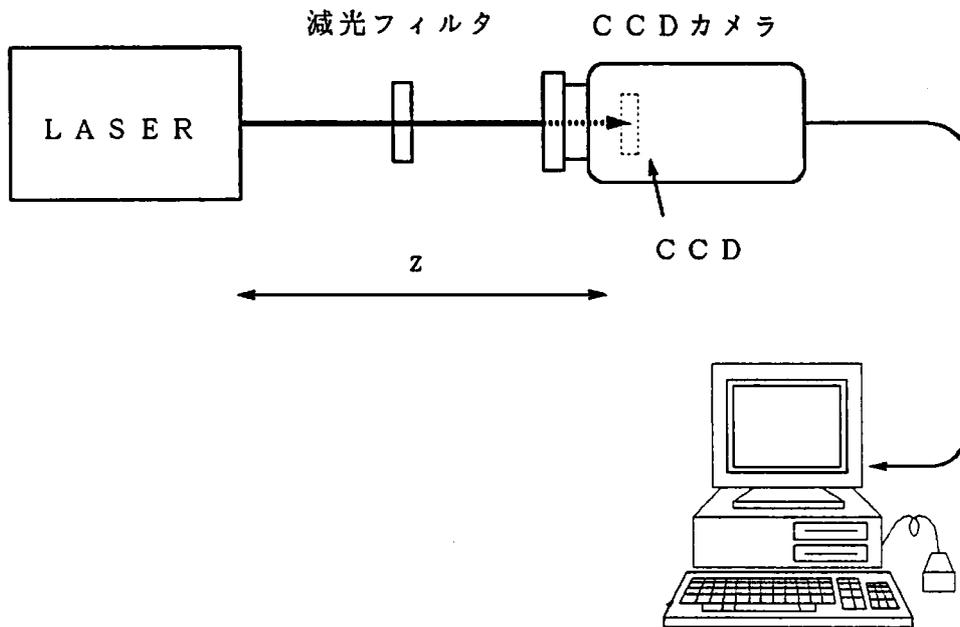


図 B.6: ビームプロファイルの測定

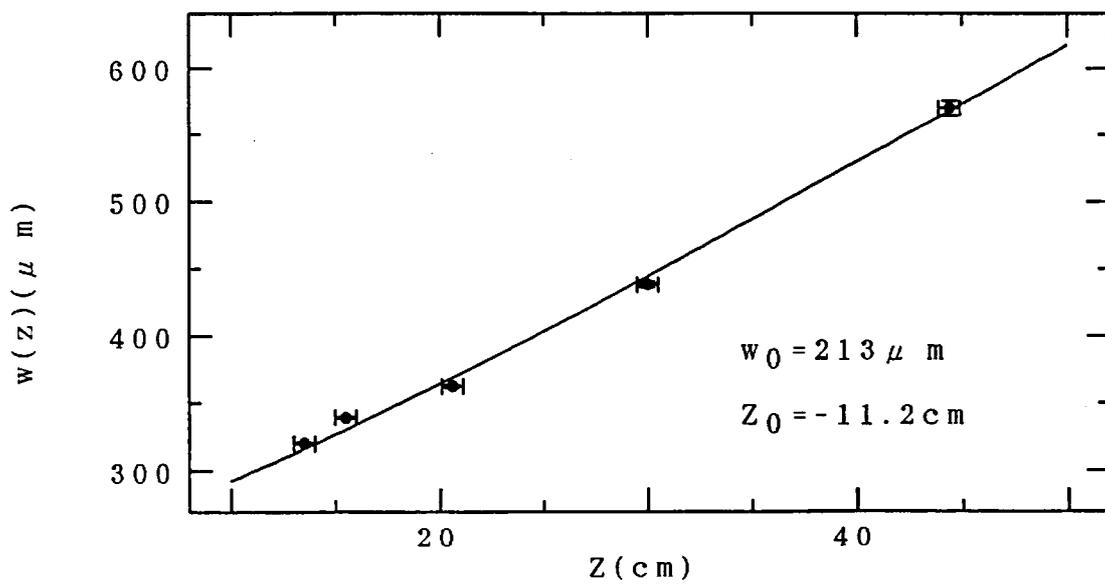


図 B.7: フィッティングの結果

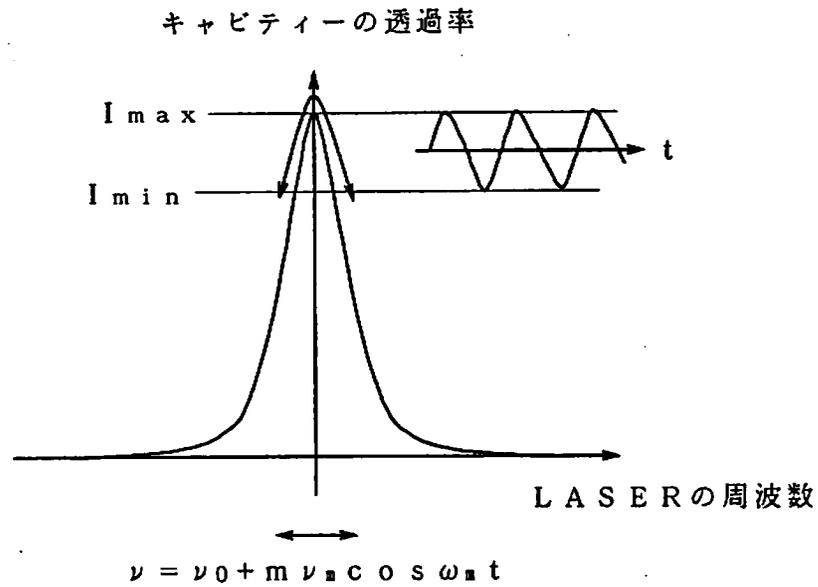


図 B.8: 変調指数の測定原理

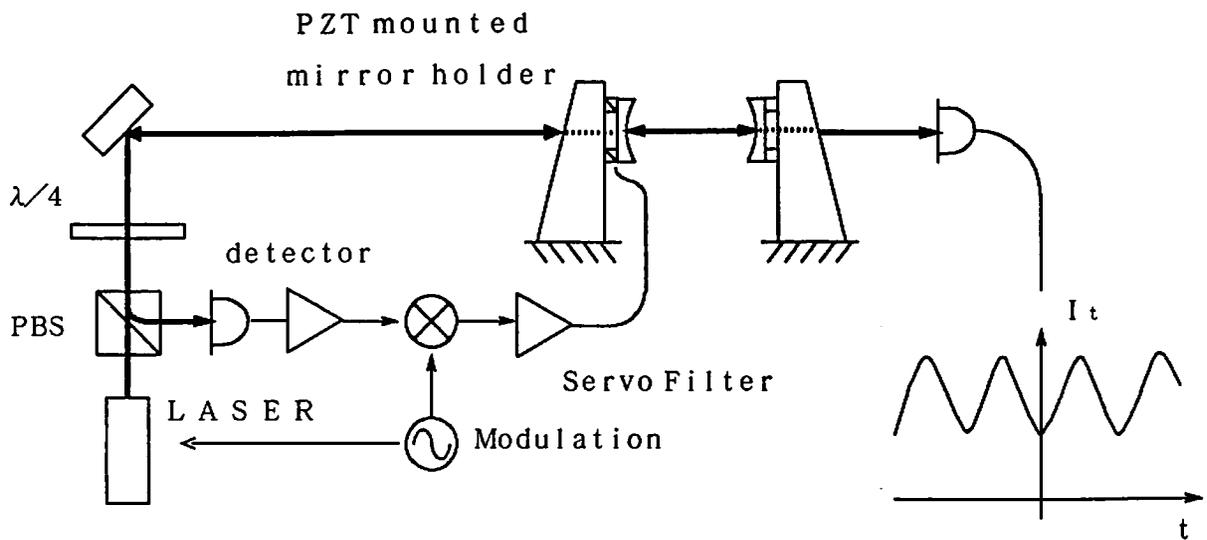


図 B.9: 変調指数の測定

B.2 FP キャビティ (鏡) とレンズ

ここでFP キャビティに用いた鏡は、2枚とも曲率半径が50cm、反射率が99%(スペック)の(株)シグマ光機製の誘電体多層膜ミラーである。2枚の鏡は各々別々に吊り下げられた振子に取付けられている。鏡の間隔は約5cmである。

B.2.1 モードマッチング

2枚の鏡が同じものであるとしてその曲率半径を R 、鏡の間隔を d とする。このキャビティにマッチするモードは、2枚の鏡の間に

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \times \frac{1}{2} \sqrt{d(2R-d)}$$

のビームウェストを持つ [13]。鏡が凹レンズの効果を持つことを考えると、キャビティに入射するビームは入射側の鏡から

$$t = \frac{ndR}{2R + d(n^2 - 1)}$$

の位置に

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \times \frac{R\sqrt{d(2R-d)}}{2R + d(n^2 - 1)}$$

のビームウェストを持たねばならない。但し n は鏡の基板の屈折率である。 $n = 1.515$ 、 $R = 50\text{cm}$ 、 $d = 5\text{cm}$ を代入すると

$$\frac{\pi w_0^2}{\lambda} \sim 10\text{cm}$$
$$t \sim 3.6\text{cm}$$

FP キャビティと入射光のマッチングを取るために焦点距離 $f = 50\text{cm}$ のレンズを用いた。入射ビームのウェストサイズと、ウェストからレンズまでの距離をそれぞれ w_1, d_1 、レンズを通ったビームのウェストサイズとレンズからウェストまでの距離を w_2, d_2 とすると

$$(d_1 - f)(d_2 - f) = f^2 - f_0^2$$
$$f_0 \equiv \pi w_1 w_2 / \lambda$$

これは

$$d_1 = f \pm \frac{w_1}{w_2} \sqrt{f^2 - f_0^2}$$
$$d_2 = f \pm \frac{w_2}{w_1} \sqrt{f^2 - f_0^2} \quad (\text{複号同順})$$

という解を持つ。Appendix B.1.3で求めたビームプロファイルを考慮して、レーザー本体とレンズ、FP キャビティの相対位置を決めた。

B.2.2 鏡の透過率

鏡のパワー透過率 T を測定するため、鏡にレーザー光を入射させ、入射光のパワーと透過光のパワーを(株)アドバンテストのパワーメーターで測定した。結果は2枚の鏡とも

$$T \simeq (0.674 \pm 0.002)\%$$

であった。誤差はパワーメーターに入射するレーザー光以外の光が存在することによるものである。

B.2.3 キャビティのフィネス(鏡の反射率)

レーザー光とキャビティのアラインメント及びマッチングを良く合せて、共振器長 L をゆっくり変化させる。同時に透過光の強度を測定する(この時レーザーには変調をかけない)。2枚の鏡の振幅反射率を r_1, r_2 、 $R \equiv r_1 r_2$ とすると、透過光強度は

$$I_t \propto \frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos 2kL}$$

と書ける(→Appendix A)。 k は一定と考え、透過光強度の半値半巾に相当する L の変化を ΔL_{HWHM} とする。 $k\Delta L_{\text{HWHM}} \ll 1$ とする。

$$\frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos 2k\Delta L_{\text{HWHM}}} \approx \frac{1}{2(1 - R)^2}$$

より、

$$2k\Delta L_{\text{HWHM}} \simeq \frac{1 - R}{\sqrt{R}}$$

が導かれる。

一方、透過光が最大になるような L の間隔を ΔL_0 とおくと、

$$k\Delta L_0 = \pi$$

である。以上の事から、 ΔL_0 と $2\Delta L_{\text{HWHM}} \equiv \Delta L_{\text{FWHM}}$ の比が分かれば、

$$\frac{\Delta L_0}{\Delta L_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R} = F$$

よりフィネス F が求まる。

$\frac{\Delta L_0}{\Delta L_{\text{FWHM}}}$ を測定するため、図 B.10 のような実験を行った。2枚の鏡はミラーホルダーに固定されている。 L を変化させるために、一方のミラーホルダーには PZT がマウントされ

ている。 v_{sweep} に正弦波を加えると、図 B.11 の様な強度変化を得る。この図の Δv_0 が ΔL_0 に対応している。これから PZT の変位感度 $\frac{\Delta L_0}{\Delta v_0}$ を求めることが出来る。

PZT の変位は電圧にたいしてヒステリシスを持つ。電圧の増加/減少それぞれ 2 箇所データをとって平均すると

$$\frac{\Delta L_0}{\Delta v_0} = 22.3 \text{ nm/volt}$$

であった。

次にもっとゆっくり PZT を動かすと、図 B.12 のような出力が得られる。 ΔL_{FWHM} に対応する電圧は図の Δv_{FWHM} である。二回の測定で

$$F = \frac{\Delta L_0}{\Delta L_{\text{FWHM}}} = \frac{\Delta v_0}{\Delta v_{\text{FWHM}}} = \begin{cases} 380.5 \\ 342.9 \end{cases}$$

$$R \simeq \begin{cases} 99.18\% \\ 99.09\% \end{cases}$$

を得た。

この測定では振動や風などの影響が出やすいので、別の方法で傍証を固める。

キャビティのパワー透過率 T_c は、共振条件が満たされているとき

$$T_c \leq \frac{T^2}{(1-R)^2}$$

但し T は鏡のパワー透過率である。 T_c と T を実測すれば R の下限値が求められる。マッチングとアラインメントを良く合せておいて、レーザーに変調をかけて共振器長をレーザーにロックする。この時の透過光の強度を AD コンバータを用いてパソコンに取込む(図 B.13)。透過光の強度は変調周波数の二倍の周波数で変動しているので、その最大値と FP に入射する直前でのレーザー光の強度との比を T_c とした。

実測されたキャビティの透過率は

$$T_c = (66.3 \pm 0.3)\%$$

誤差は主にサンプリングタイムが十分小さく取れなかったためのものである。一方、Appendix B.2.2 により

$$T = (0.674 \pm 0.002)\%$$

したがって、

$$(1-R)^2 = \frac{T^2}{T_c^2} = (6.85 \pm 0.08) \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow R = (99.172 \pm 0.005)\%$$

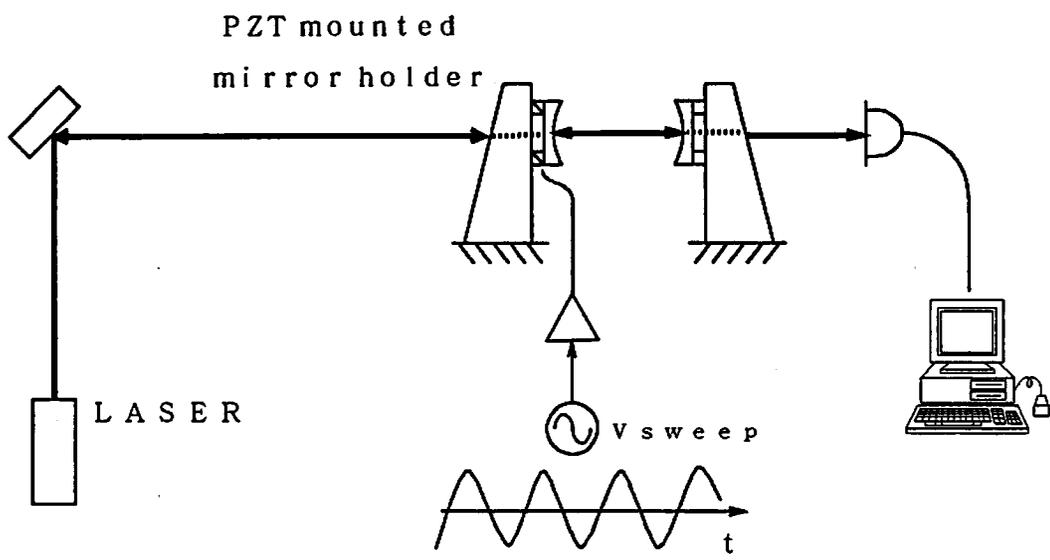


図 B.10: フィネスの測定 1

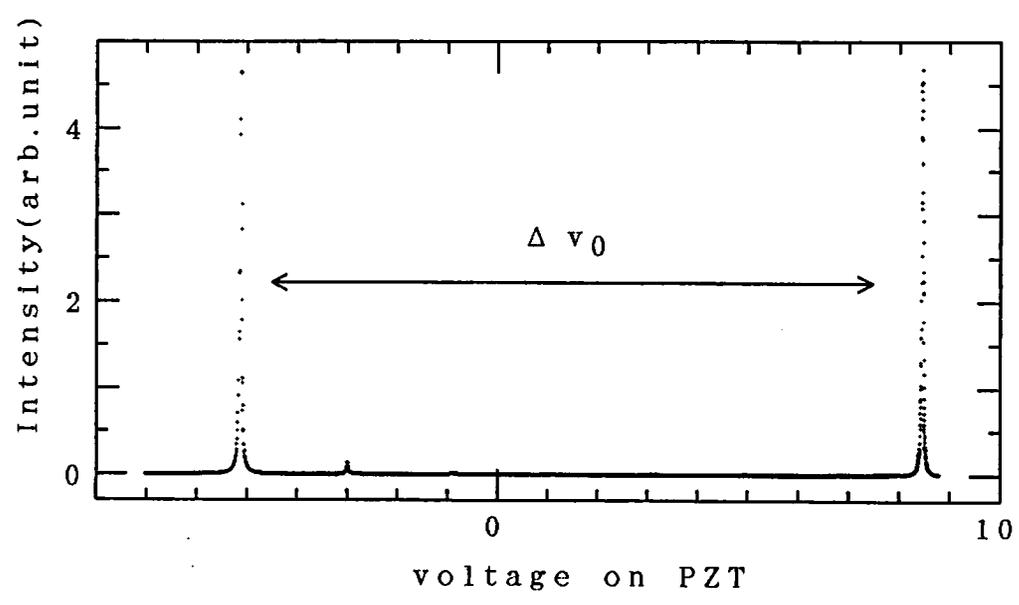


図 B.11: PZT を動かしたときの透過強度

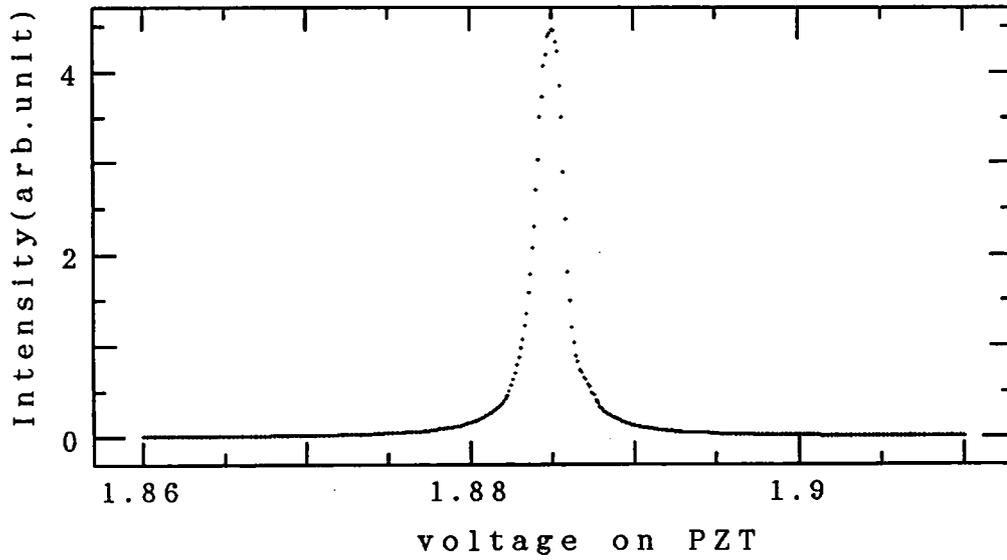


図 B.12: PZT をゆっくり動かしたとき

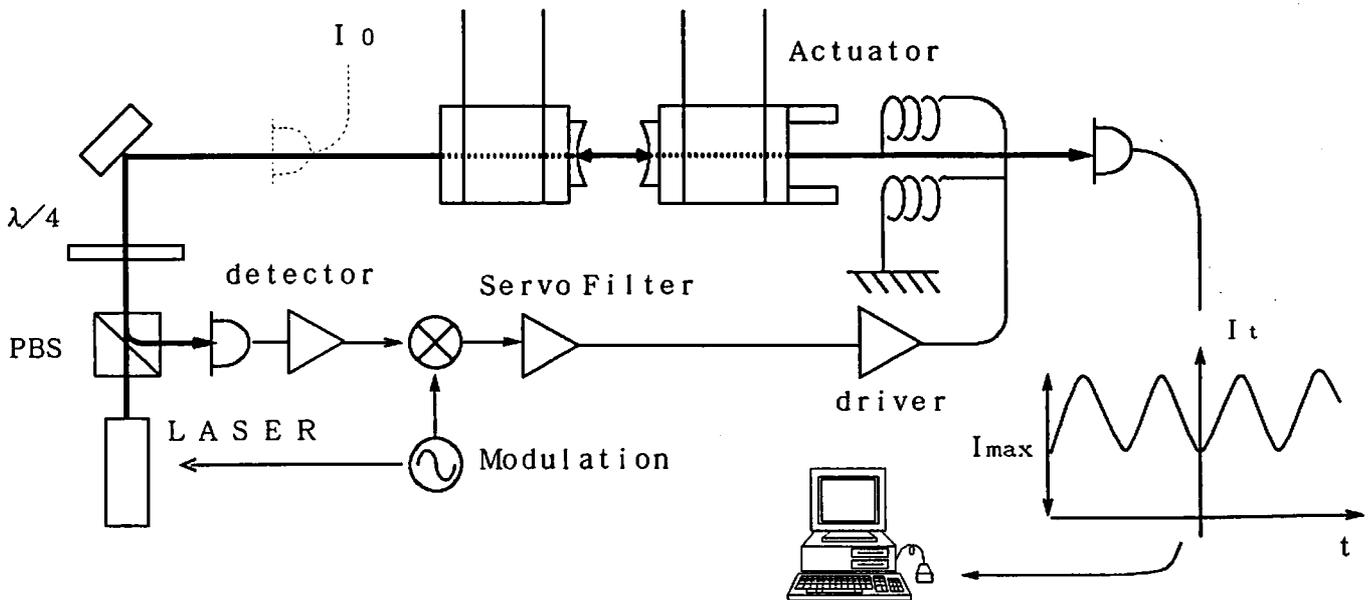


図 B.13: フィネスの測定 2

この計算にはミスマッチングやミスアラインメントなどの効果が入っていないので、この値は下限であると考えられる。

この結果と前の結果から、

$$R = 99.17 \sim 99.18\%$$

$$F \sim 380$$

と結論される。

これ以上の R 及び F の精密な測定は行わなかった。

B.3 振子

FP キャビティの鏡は振子に取付けられている。この他に振子には、アクチュエータ (→Appendix B.4) が取付けられており、またダンピングマグネット (→Appendix B.3.2) により振動を減衰させている。

B.3.1 振子の各定数

振子は二つとも図 B.14 の様な形で二本のワイヤで吊るされている。ワイヤは (株) ユニチカのアモルファスワイヤで、直径が $100\mu\text{m}$ である。

振子の重さはどちらも約 1.4kg で、一方はアルミ製、もう一方は真鍮製である。

振子の共振周波数等については表 B.1 に示す。これらの値の測定法については、Appendix B.3.3 を見よ。実験 1 と実験 2 で Q 値が随分異なるが、これはダンピングマグネットの配置を変えたからである。また光軸方向の揺れと横方向 (水平面内で光軸に直交する方向) の共振周波数が違うのは、横方向の変位には並進だけでなく光軸方向を軸とするマスの回転運動が含まれるからである。

B.3.2 振子の振動の減衰

共振器長をレーザーにロックするサーボ系の負担を軽減するために、振子の振動は普通何等かの方法で減衰させる。最も一般的に行われているのはローカルコントロールと呼ばれる補助的なフィードバック系を作ることである (5章の図 5.1 を見よ)。

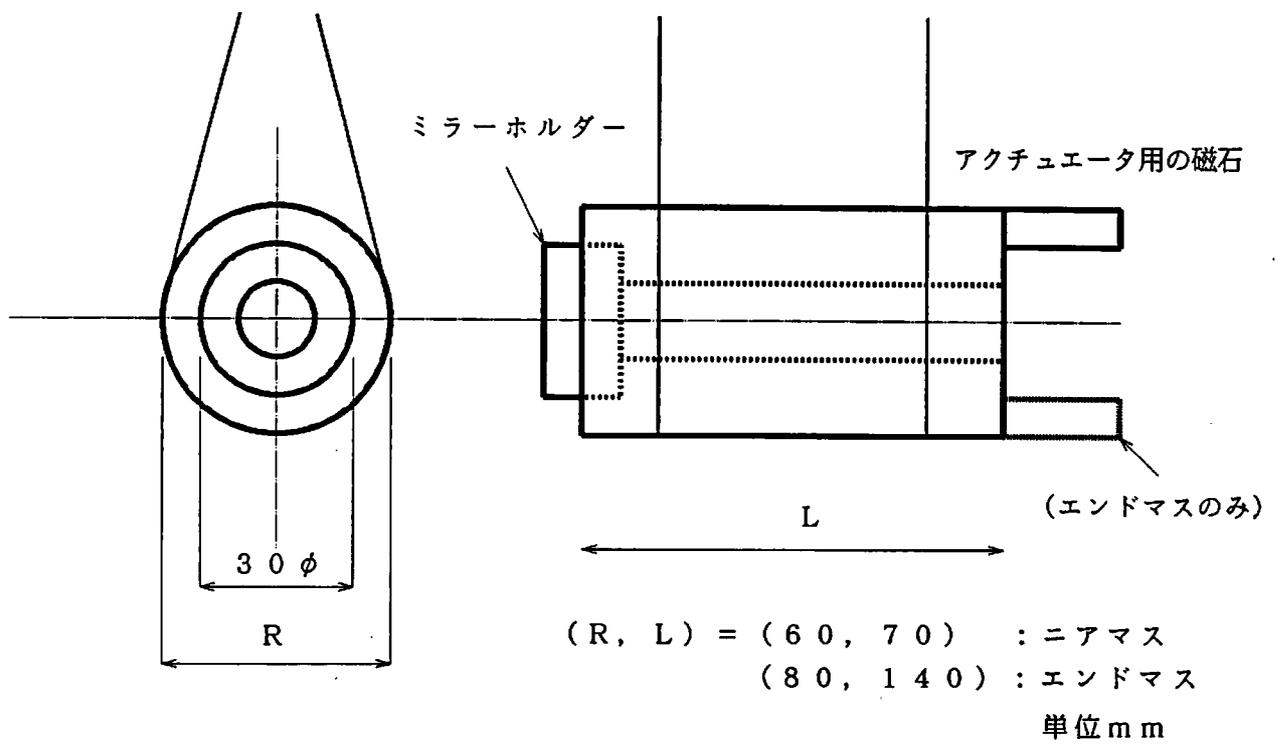


図 B.14: 振り子

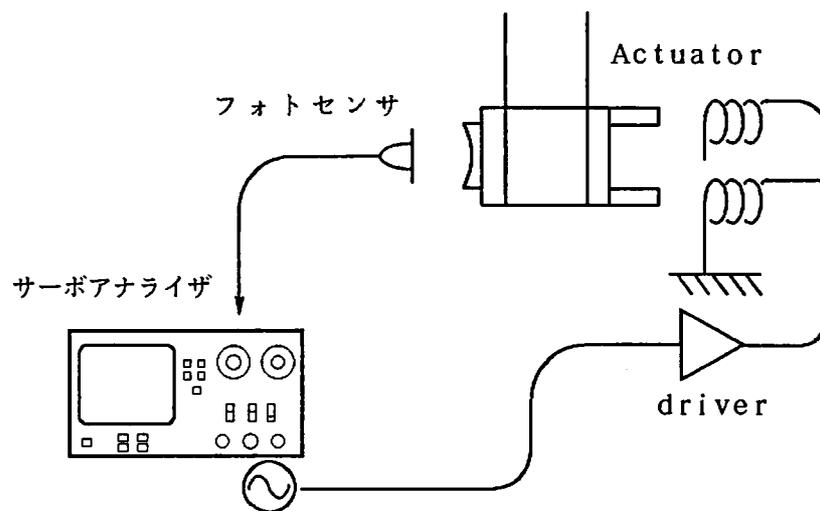


図 B.15: 振り子の伝達関数のフォトセンサによる測定

	ニアマス	エンドマス
光軸方向の共振	2.03Hz	2.19Hz
Q 値	11.6	11.2

実験 1 を行ったときの振子の共振

	ニアマス	エンドマス
横方向の共振	1.86Hz	1.86Hz
Q 値	56.3	14.6

実験 2 を行ったときの振子の共振

Table B.1: 振子の共振と Q 値

例えば Max-Planck 研究所のプロトタイプアンテナでは LED とフォトダイオードから成る位置センサで振子の振動を読み取り、アクチュエータを通して振子に力をかけてアクティブに振動を減衰させている [14]。

が、本実験では簡単のためにこのようなアクティブなシステムは用いず、その代りに強力な永久磁石によるパッシブな減衰を採用した。その原理は良く知られている次のようなものである。

振子の本体は金属 (アルミ又は真鍮) で作られている。振子の近くに永久磁石を置く。この磁石による磁場が一様でない場合、振子の揺れに応じて振子の内部の磁束密度が変化する。すると

$$\text{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

に従って振子の中に電場が生じ、電流が流れる。振子の運動エネルギーはこの時、ジュール熱となって消費される。

このメカニズムは、模式的に振子を内部抵抗 R とインダクタンス L を持つコイルであると考える事でも説明できる。振子の位置を x とするとコイルに誘起される誘導起電力は

$$\alpha \times \frac{\partial x}{\partial t} = \alpha v_x$$

と書け、自己誘導起電力は

$$L \frac{dI}{dt}$$

である。ただし α はコイルと磁石のカップリングを表す定数で、 L はコイルのインダクタンス、 I はコイルを流れる電流。この時

$$\alpha v_x = IR + L \frac{dI}{dt}$$

が成り立つ。コイルを流れる電流は永久磁石から力を受ける。

$$F = \beta I$$

β もコイルと磁石とのカップリングによる定数。この2つの式から、

$$IR \gg L \frac{dI}{dt}$$

のときにはコイルに速度に比例した力が働き、減衰振動が起ることが分かる。これらの式を周波数領域でかくと、

$$\tilde{F}(\omega) = \frac{\alpha\beta}{R} \frac{i\omega}{1 + i\omega \frac{L}{R}} \tilde{x}(\omega)$$

従来から、このようなパッシブな減衰のシステムは実際にコイルと磁石を用いて行われてきたが、最近ネオジウム磁石などの非常に強力な磁石が作られるようになり、コイルを用いなくても金属の面に磁石を対置するだけで手軽にダンピングが実現されるようになった。

このようなシステムを用いることで、振子のQ値が10ぐらいまでは比較的容易に実現される。実際に今回の実験でも、およそ11というQ値を得ている。(Appendix B.3.3を見よ。)

B.3.3 振子の伝達関数の測定

アクチュエータにかける力から振子の変位への伝達関数を測定し、これをもとに共振周波数とQ値とを求めた。

理想的な一段振子では、アクチュエータに加える力から変位への伝達関数を $H(\omega)$ とすると、

$$H(\omega) = \frac{a}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

a はアクチュエータのカップリングを表す定数、 Q はQ値、 $\frac{\omega_0}{2\pi}$ は共振周波数である。実際には力を考えるよりもアクチュエータに加える電圧を考えたほうが便利なので、伝達関数は電圧から変位への形で表し、 a も 変位/電圧 の次元で表す。

$H(\omega)$ を図B.15のような装置で実測した。振子はB.4で述べるアクチュエータによって力を受け、振子の変位はB.5で述べるフォトセンサによって読み取った。

このようにして測定した $H(\omega)$ の実測値 H_i から、位相の実測値

$$\phi_i = \angle H_i$$

が求まる。伝達関数の形として冒頭に述べた理想的な一段振子の形を仮定し、 Q 値 Q と共振周波数 $\frac{\omega_0}{2\pi}$ を未知数として、位相の理論値 $\phi_i(\omega_0, Q)$ と実測値との差の 2 乗和

$$\chi^2 = \sum_i (\phi_i(Q, \omega_0) - \phi_i)^2$$

を最小にするようにフィッティングを行って、 Q と ω_0 を求めた。

次にこのようにして得た Q と ω_0 を固定して、

$$\chi^2 = |H(\omega_i) - H_i|^2$$

を最小にするようにフィッティングを行って、 a を求めた。 $H(\omega)$ の実測値とフィッティングの結果を図に示す。

実験 1 の時に行った測定ではダンピングを掛けた状態で光軸方向の揺れの伝達関数を測定し、(図 B.16)、実験 2 の時に行った測定では横(水平面内で光軸に直交する)方向の揺れを測定した(図 B.17)。

なお、このようにフォトセンサを用いた測定で伝達関数を測る場合、変位感度が小さいので 100Hz 以上のデータを取るのは困難であった。

しかし、実験 1 のダンピングを行った場合については、全く同じ伝達関数を FP キャピティを用いて求めたデータもあり、このデータは本節で求めた伝達関数とよく一致することは 4.4.3 でも触れた。干渉計を用いて測ると、感度は高いがサーボ系の DC ゲインが非常に大きいため数 10Hz 以下のデータを取るのは難しいので、フォトセンサを用いる測定と干渉計を用いる測定は互いに補完しあう。

なお、図では位相、振幅共に増減を繰返すような領域が見られるが、これが何なのか特定できていない。また、図に示されていない数十 Hz の帯域には、それぞれの振子の yawing(水平面内での角度揺れ) および pitching(光軸を含む垂直面内での角度揺れ) がある。これらの周波数はフォトセンサを用いた測定にも現れてくるが、はっきりと特定するにはいく通りかの測定を必要とする。この二つのモードについてはエンドマスでは周波数が明らかで、yawing と pitching がそれぞれ 25.1Hz と 49Hz である。ニアマスでは yawing が 12.5Hz というのははっきりしているが、30Hz 付近と 40Hz 付近に一つずつ共振があって、pitching がどちらなのかははっきりしない。

B.4 アクチュエータ

アクチュエータは振子に固定された永久磁石と地面(光学定盤)に固定されたコイル、およびこれを駆動するコイルドライバーから成る。コイルに電流を流すと電流に比例した

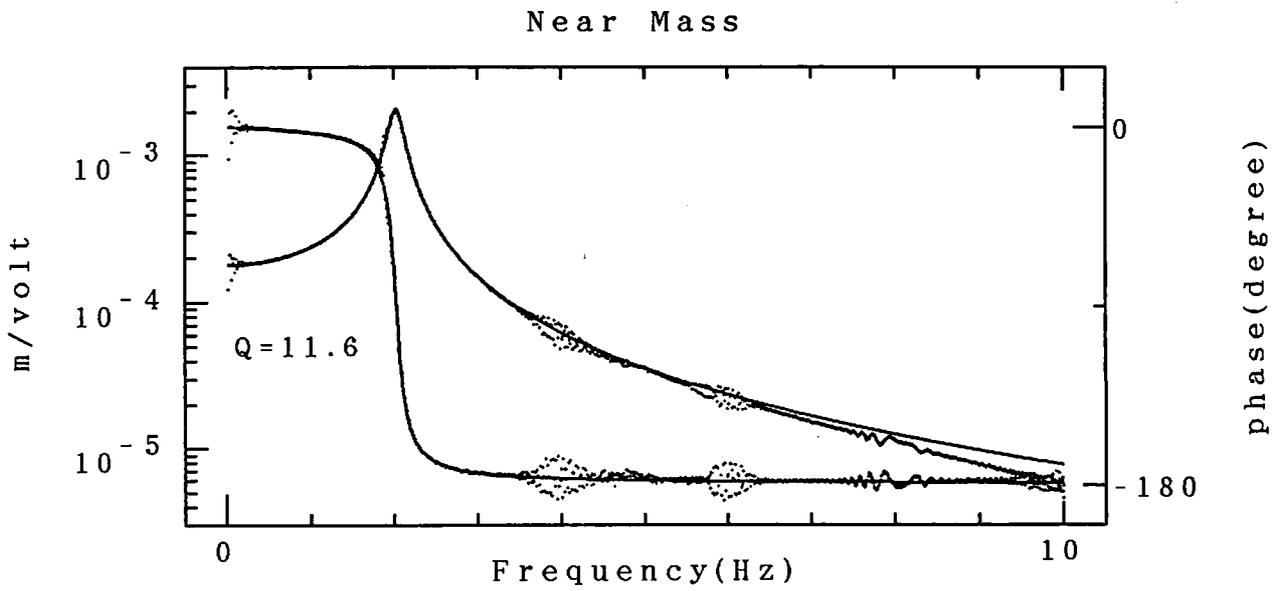
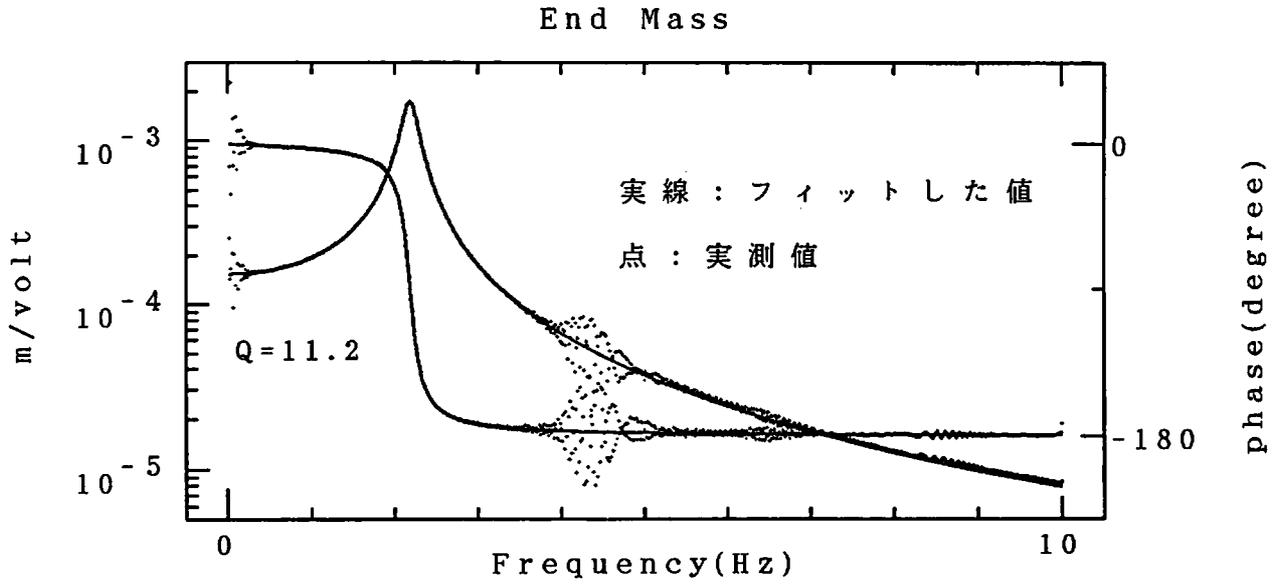


図 B.16: 振子の伝達関数 (実験 1: 光軸方向の揺れ)

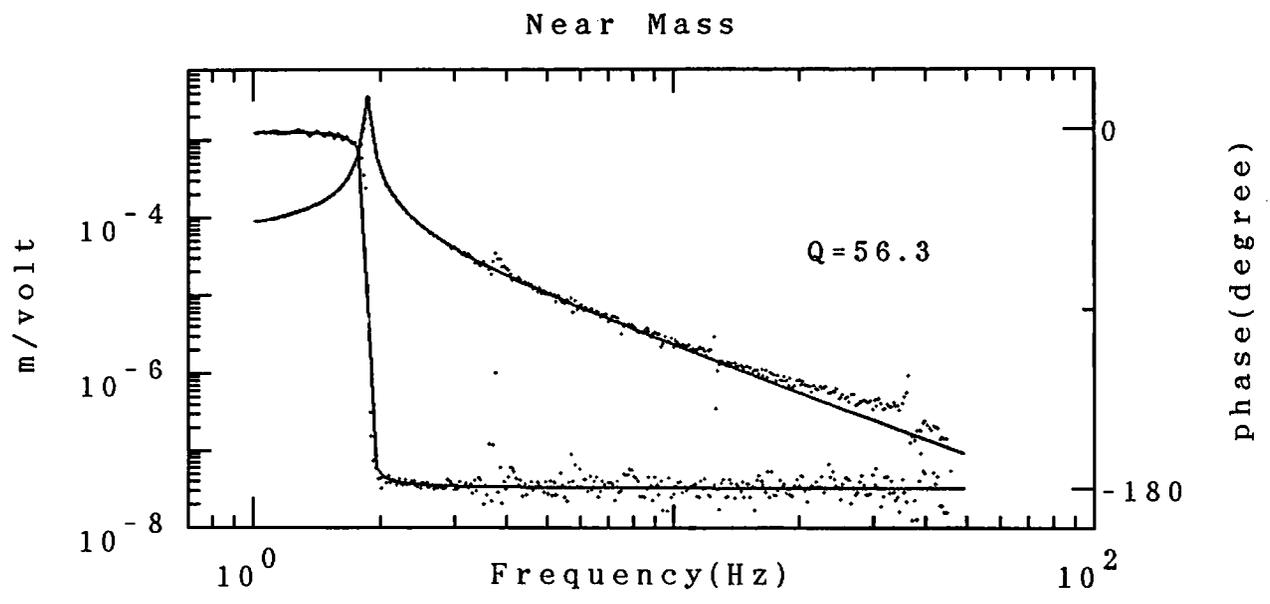
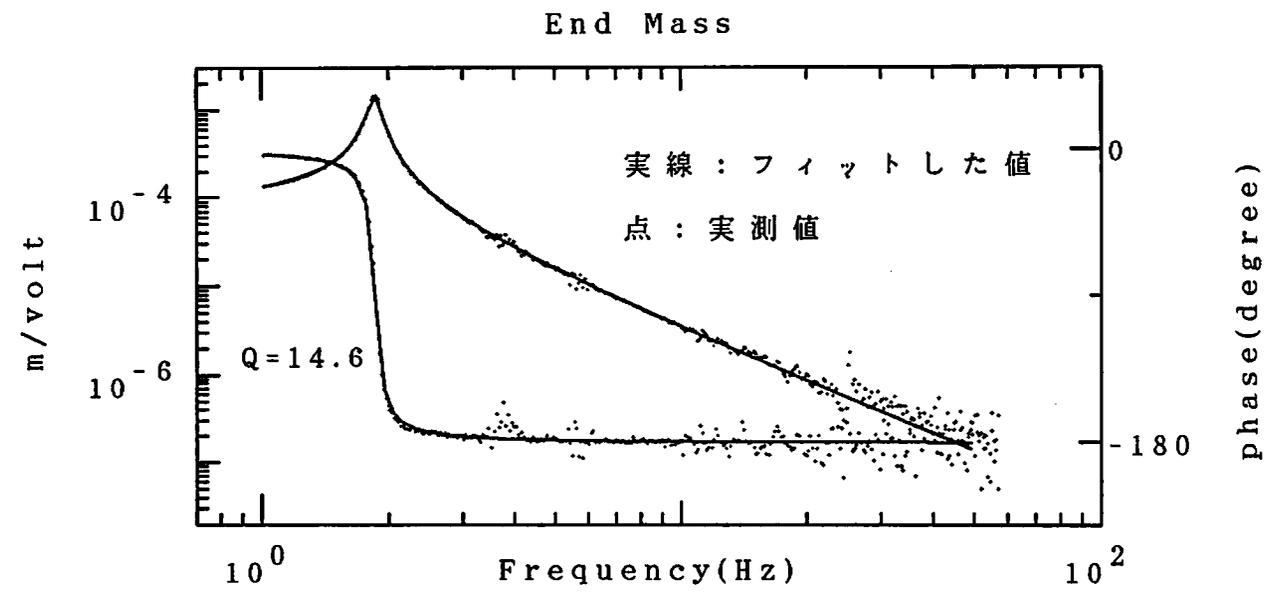


図 B.17: 振子の伝達関数 (実験 2: 横方向の揺れ)

力が磁石とコイルの間に生じる。

B.4.1 アクチュエーターのカップリング

電流を一定としてコイルと磁石との相対位置を変化させると、図 B.18のように力が変化する。ちょうど図の x_0 の位置でアクチュエータが作動していれば、仮に地面振動によりコイルが動いたとしても磁石に及ぶ力の変動はコイルの変位の2次でしかないから、なるべく $x = x_0$ となるようにコイルをセットする必要がある。

$$F(x) > F_{\max} \left(1 - \frac{1}{100}\right)$$

となるような x の巾はおよそ $\pm 1\text{mm}$ であった。

又、電流変化にたいする力の変化は

$$\frac{\Delta F}{\Delta I} = 131\text{gm.weight/A} \quad (\text{at } x = x_0)$$

であった。

B.4.2 コイル

アクチュエータに用いるコイルは、現在は何か他の目的に使われている市販品を流用している。このコイルはインダクタンスが $\sim 10\text{mH}$ 、直流抵抗が $\sim 30\Omega$ である。このコイルでもとりたてて不都合があるわけではないが、多少インダクタンスが大きすぎるように思われるのと工作しづらいという理由で、今後は専用のコイルを作ることになる。

B.4.3 磁石

アクチュエータ用の磁石は市販のいわゆるアルニコ磁石で、直径が 6mm のものである。

B.4.4 コイルドライバ

アクチュエータのコイルを駆動するのに、定電流型のコイルドライバを製作した。図 B.19に回路図を示す。図 B.20にドライバーの出力にコイルをつないで入力を浮かせたときの出力雑音電流を示す。(この回路では入力をショートすると発振する。) 雑音は平坦ではないが、大体最低レベルは

$$5 \times 10^{-10} \text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$$

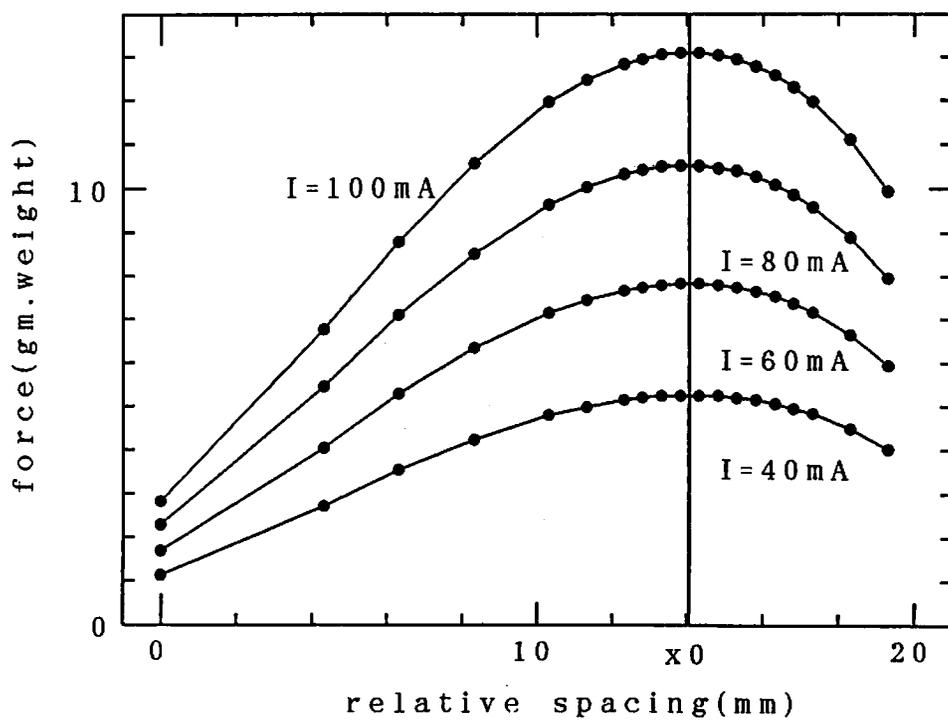
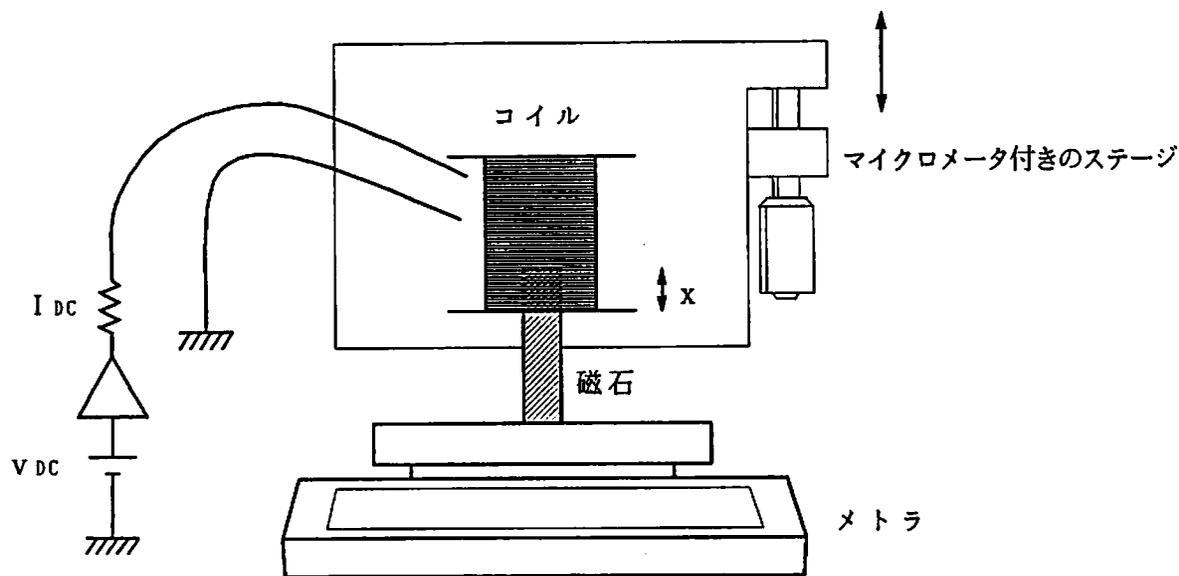


図 B.18: アクチュエータのカップリング

ぐらいである。多数のピークはほとんどライン周波数であるが、60Hz とその倍周波数にもピークがある。8kHz のピークはスペクトラムアナライザの雑音である。

オペアンプを LF356 から OP27 にかえると、低周波での特性が改善される。これはオペアンプそのものの雑音の違いではなく、インダクタンス負荷で使用しているため LF356 がこれに耐えられるほど周波数特性が良くないからだと思われる。

B.5 フォトセンサ

手軽に振子の変位を読取るための装置として、反射型のフォトセンサを開発した。これは 2 個のフォトダイオードと 1 個の赤外の LED を組合わせたものである。LED から出た光はかなりの広がり角を持っており、反射面とセンサの距離に応じてフォトダイオードに入射する光のパワーが変化する (図 B.21)。

フォトダイオードが LED の両側に 2 個ついているので、センサと反射面の相対的な角度変化にたいして変位感度は角度変化の二次でしか変化しない。

フォトダイオードは (株) 浜松ホトニクス の S1190 を二つ使い、LED には同じ浜松ホトニクス の L2656 を用いた。

フォトセンサの変位検出特性は対置する反射面によっても異なるが、反射面がアルミテープ面の時 (これは第 4、5 章の時と同じ状況である) の特性を図 B.22 に示す。このとき動作点 x_1 の近辺でフォトセンサのアンプの出力と x の微係数は

$$\frac{\Delta x}{\Delta v} = 8.93 \times 10^{-4} \text{m/volt}$$

である。センサの雑音を図 B.23 に示す。雑音は LED の強度雑音で決定されている。20Hz 以上ではほぼショットノイズレベルにまで達している。

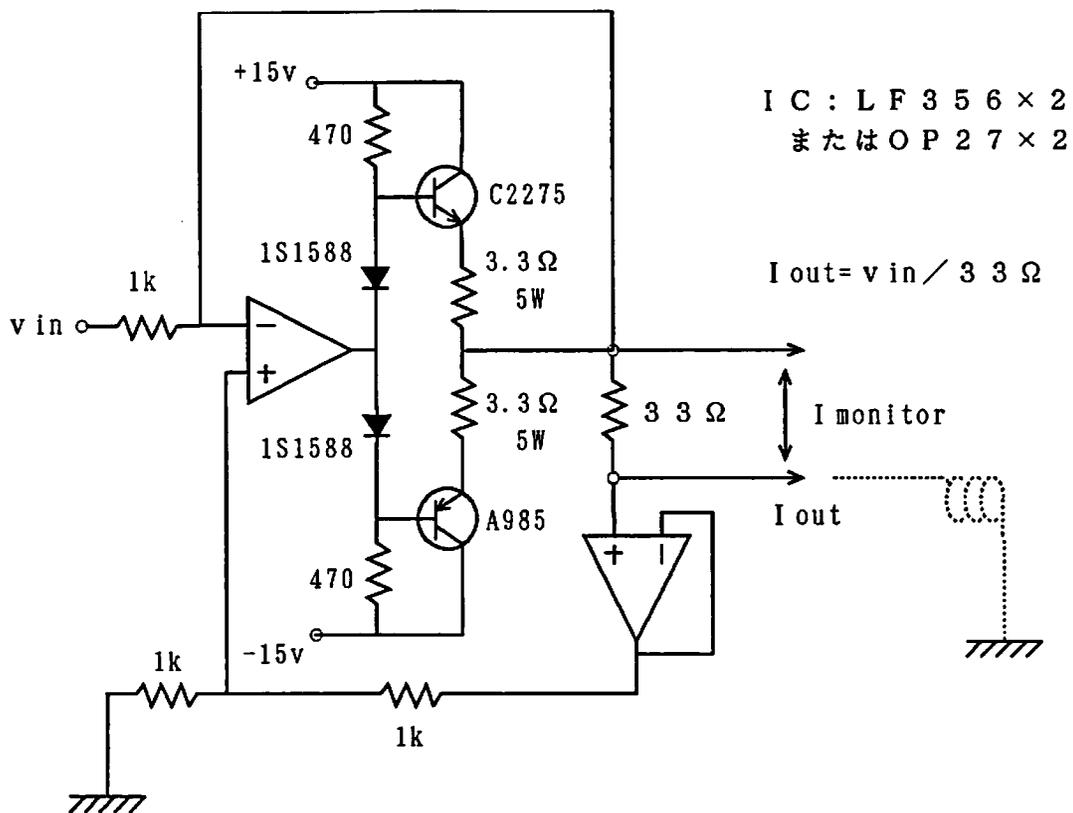


図 B.19: コイルドライバ

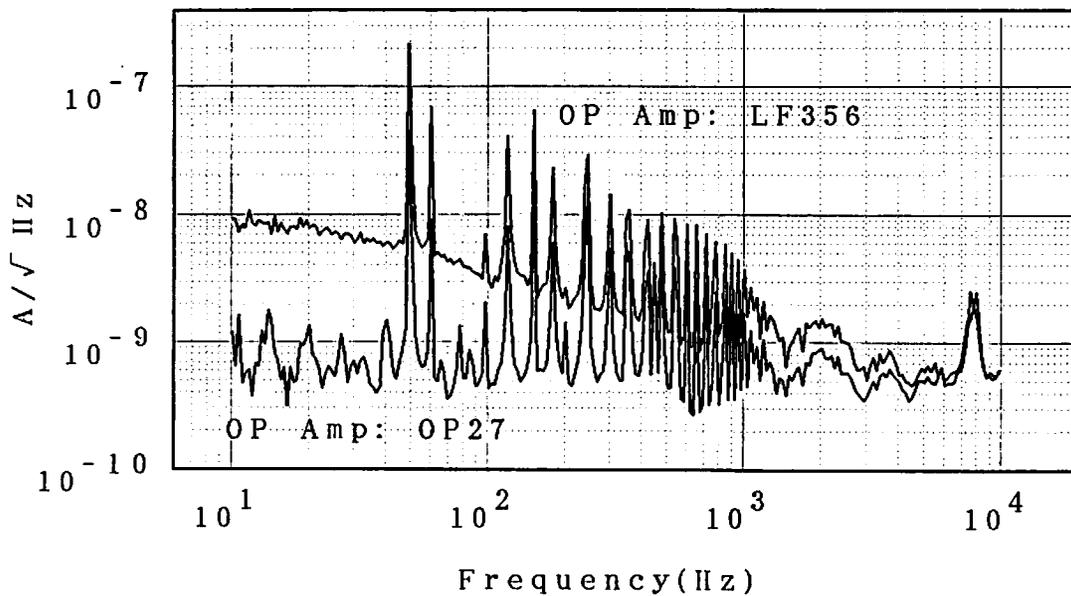


図 B.20: ドライバーの出力雑音電流

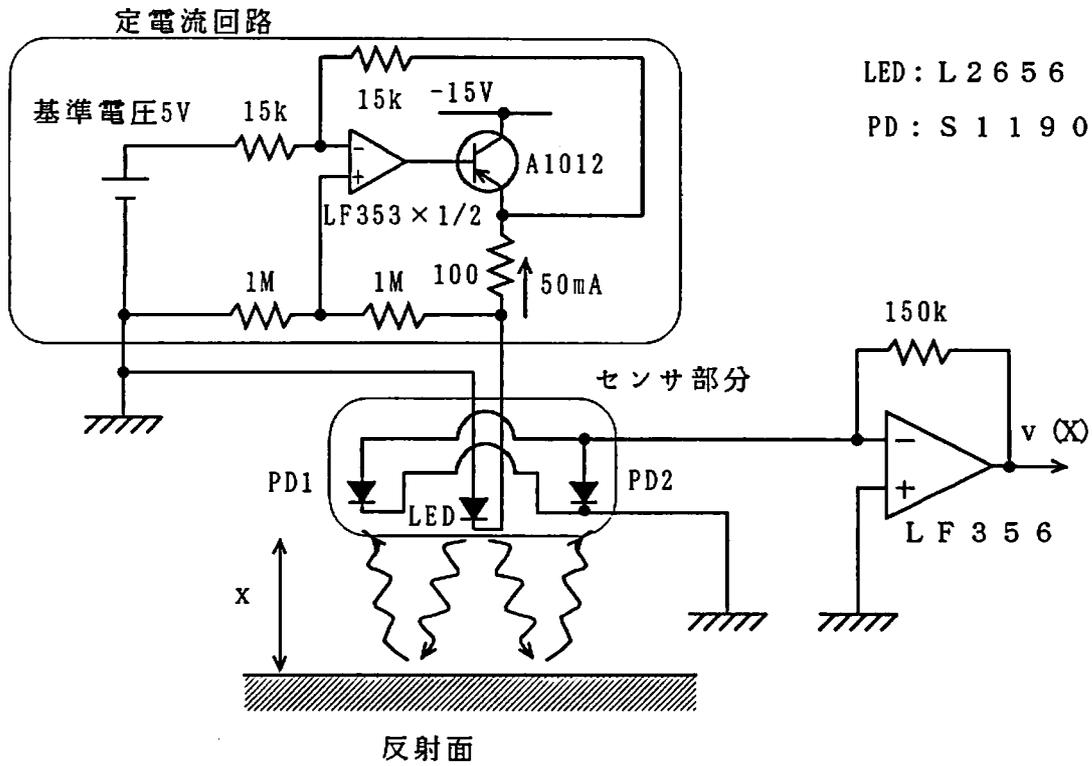


図 B.21: フォトセンサ

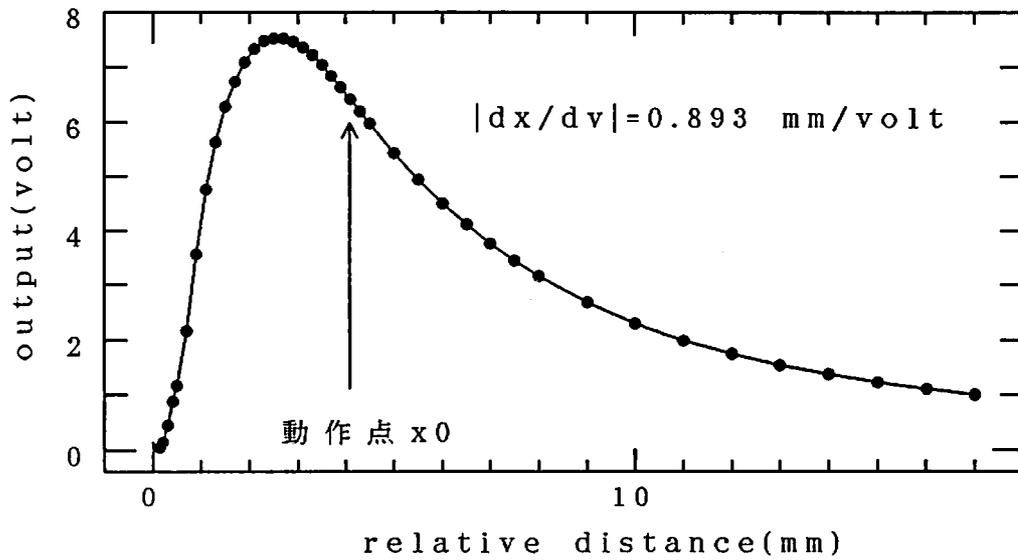


図 B.22: フォトセンサの出力

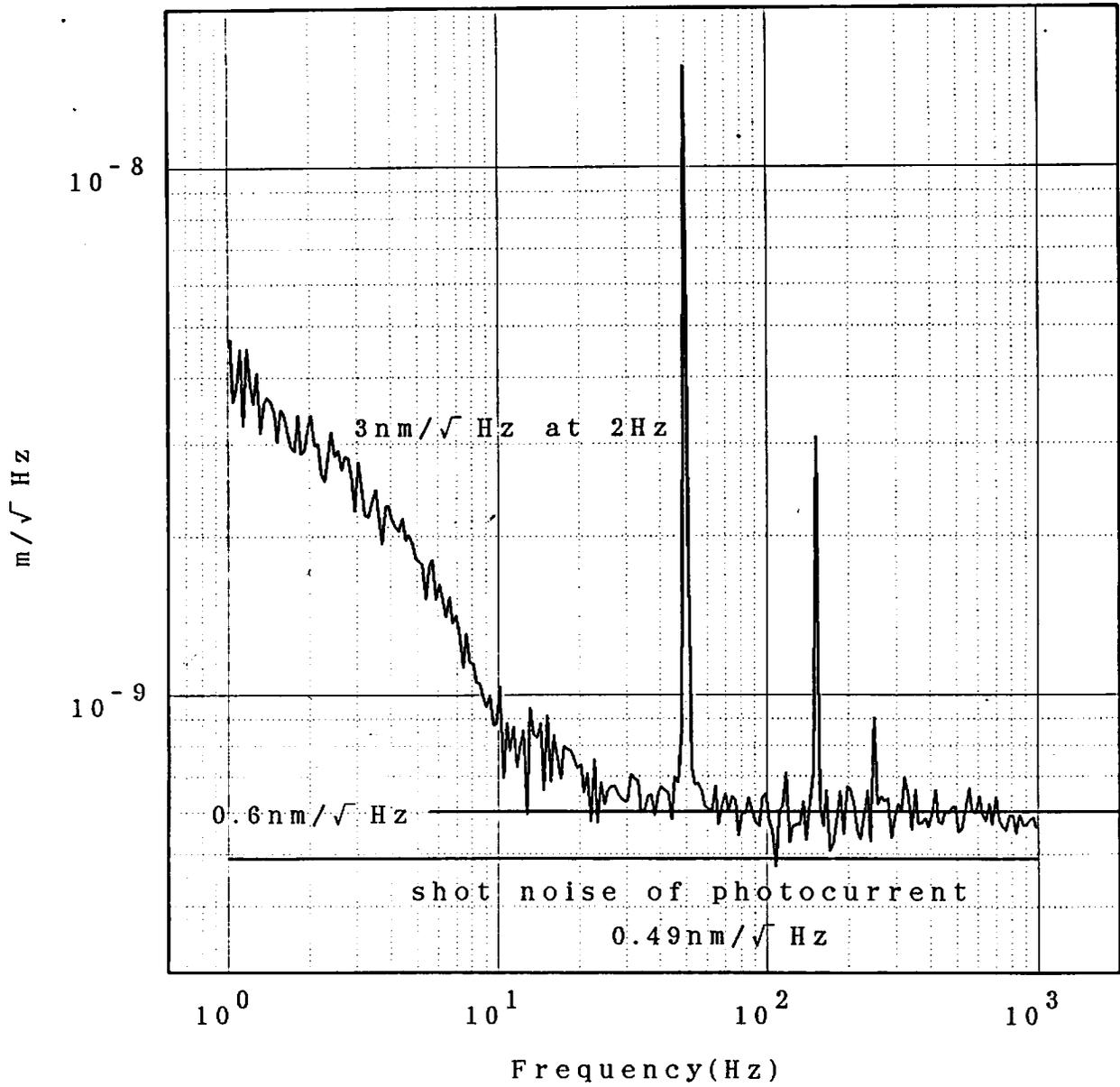


図 B.23: フォトセンサの読みとり雑音

Appendix C

線形系と制御、S/N 比

線形系と制御、S/N 比について簡単に触れる。

ある物理量を測定するとき、直接的にはなく、別の物理量を通して間接的にしか測定できないことがある。このようなときに二つの物理量の関係が非線形であると、測定の解析が事実上不可能になることも少なくない。(例えば測定したい量 x に対して別の量 $\sin x$ を測定する場合、 x が π より大きく動くとする x の真の値を知ることはできない。) このようなときでも、測定の対象となる系に対して制御をかけ、二つの物理量の関係が線形であると見なせるぐらいに一方の物理量の変化を小さく抑えることができれば、測定の解析をきちんと行うことで、事実上線形の関係で結ばれた物理量を測定したのと同様の測定が可能になる。

また、安定度が問題になるような装置、例えば周波数基準となるレーザーなどでは、何らかの基準を設けてこの基準からのずれ(‘雑音’)を検出し、ずれが 0 になるように制御をかけることがごく普通に行われている。

図 C.1 に、制御を掛けた状態での物理量測定の概念図を示す。このような制御をクローズドループの制御と呼ぶ。

直接測定される物理量(例えば FP キャビティの反射光の強度)を y とする。 y を通して間接的に測定される物理量(例えば FP キャビティのキャビティ長の共振条件からのずれ)を x とする。測定すべき信号や雑音(例えば重力波や地面振動によるキャビティ長の変化)を x_s とする。 x_s は、制御系が無い時には x そのものである。

x と y は、線形の関係

$$y = Gx$$

で結ばれている。 G を x から y への伝達関数と呼ぶ。

検出された y に、再び何等かの線形の変換

$$-\beta \times y$$

を施して、これを x に加える。この一連の操作をフィードバックと呼ぶ。また、このように線形の関係で結ばれた系を線形系と呼ぶ。

$$x = x_s - \beta y$$

これによって、

$$x = x_s - G\beta x$$

↓

$$x = \frac{1}{1+G\beta} x_s$$

すなわち元々の信号や雑音が制御により $\frac{1}{1+G\beta}$ 倍になったことになる。 x_s を求めるには $y = Gx$ を測定して $\frac{1+G\beta}{G}$ 倍すればよい。 $G\beta$ を制御系のオープンループ伝達関数と呼ぶ。

たとえ $y = G(x)$ が非線形の場合でも、 x を小さな領域に限ればたいてい線形とみなすことが出来るから、このような制御によって x を小さく抑えることによって線形性の良い測定を行うことが出来る。レーザー干渉計で位相検出を行う場合は、まさにこれに当る。また、 x がある物理量の基準からのずれを表す場合には、制御系によってこのずれが $\frac{1}{1+G\beta}$ 倍になり、雑音が低減する、例えばレーザーの周波数の揺らぎが抑制される。

全ての周波数で $G\beta = \infty$ であれば $x = 0$ となって理想的な線形測定が行えることになるが、実際には制御系は有限のゲインを持っていて、 $x = 0$ にはならない。

一般に y を制御系のエラー信号、 $Y = \beta y$ をフィードバック信号と呼んでいる。エラー信号とフィードバック信号は、情報としては全く等価であるから、エラー信号を測定する代わりにフィードバック信号を測定しても x_s を逆算することが出来る。

x_s が信号と雑音の和であるときには、信号も雑音も共に $\frac{1}{1+G\beta}$ 倍になるので、制御により S/N 比が変わることはないし、ループ内のどこで信号を測ってもやはり S/N 比は変わらない。

しかし雑音と信号がループ内の異なる場所で発生する場合には S/N が測定によることがあり、注意を要する。具体的には、エラー信号 y からフィードバック信号 Y に至るまでの間で発生する雑音（これはたいていサーボループの電気系の雑音である）は、エラー信号による測定とフィードバック信号による測定で信号に対する寄与が異なる。

例えば図の a 点で発生すると見なせる雑音 x_n と、b 点で発生すると見なせる雑音 y_n を比べてみる (図の細線部)。エラー信号で x_s を測定する場合には、

$$y = G(x_s + x_n - \beta(y + y_n))$$

↓

$$y = \frac{G}{1 + G\beta}(x_s + x_n - \beta y_n)$$

であるから、 x_s に対応する量は x_n と $-\beta y_n$ である。

一方フィードバック信号で x_s を測定する場合には、

$$Y = \beta(y_n + G(x_s + x_n - Y))$$

↓

$$Y = \frac{G\beta}{1 + G\beta} \left(x_s + x_n + \frac{y_n}{G} \right)$$

であるから、 x_s に対応する量は x_n と $\frac{y_n}{G}$ である。

Y から y の間に発生する (' x_s と同じ場所で発生しているように見える') 雑音である x_n はエラー信号とフィードバック信号のどちらを用いた測定でも S/N 比が変わらないのに対して、 y から Y の間に発生する雑音である y_n は測定法によって S/N 比が変化している。

y_n による雑音と x_s との S/N 比は、エラー信号またはフィードバック信号を用いた測定でそれぞれ $\frac{x_s}{|\beta|y_n}$ と $\frac{|G|x_s}{y_n}$ だから、'S/N 比の比' は

$$\frac{1}{|\beta|}(\text{error})/|G|(\text{feedback})$$

である。これから明らかに、 $|G\beta| \gg 1$ すなわちサーボ系のオープンループ伝達関数の絶対値が 1 より大きい時にはフィードバック信号を用いた測定の方が S/N の良い測定を行え、逆にオープンループ伝達関数の絶対値が 1 より小さい領域ではエラー信号を用いた測定の方が良い S/N 比を与える。

もしサーボループの電気系の雑音が無視できないほど大きいときには、エラー信号とフィードバック信号を同時に測定できるなら、周波数帯によって S/N の良い方のデータを使い分けなければならない。このような場合 S/N 比の周波数特性は UGF 付近で最小になるから (→図 C.2)、観測したい周波数帯に UGF がこないようにサーボ系を設計することが重要になる。しかし実際には UGF の設定は外乱 (x_n や y_n) の大きさや周波数特性、それに G が線形と見なせる x の変化幅などによるので、これらの要素をも考慮して UGF を決めることになる。

また、UGF を観測する周波数帯よりも十分大きくとることが困難である場合には、 $|G\beta|$ を速やかに減少させるために急峻なローパスフィルタをかけることも有効であろう。

干渉計型重力波検出器の場合だと重力波の信号は変位換算で $\frac{1}{2}hL$ (L は基線長) だから、電気系の雑音による鏡の変位は他の雑音同様基線長を長くすることである程度まで回避できる。例えば電気系の雑音の変位換算で $10^{-18} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ であったとしても (→実験1の結果を見よ)、 $L = 10\text{m}$ では $h \sim 2 \times 10^{-19}$ 、 $L = 3\text{km}$ なら $h \sim \frac{2}{3} \times 10^{-21}$ となる。

この分野では今のところ電気系の雑音が問題になっている例はないようだが、将来重力波天文学が可能になるような高感度の検出器を建設する際には、低雑音のサーボ回路 (特にアクチュエータ) の開発が必要になるかもしれない。

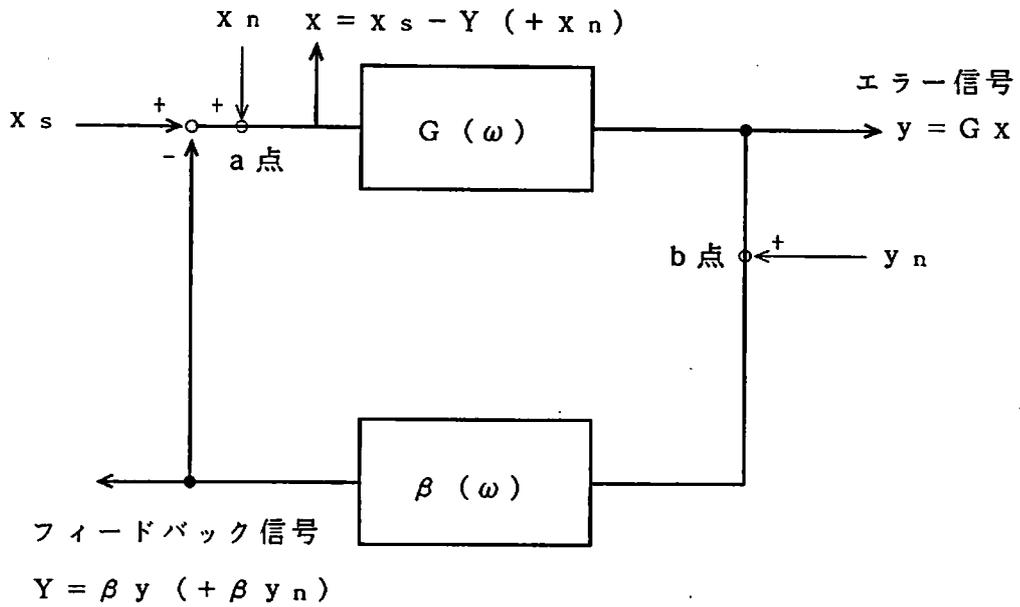


図 C.1: 線形系と制御

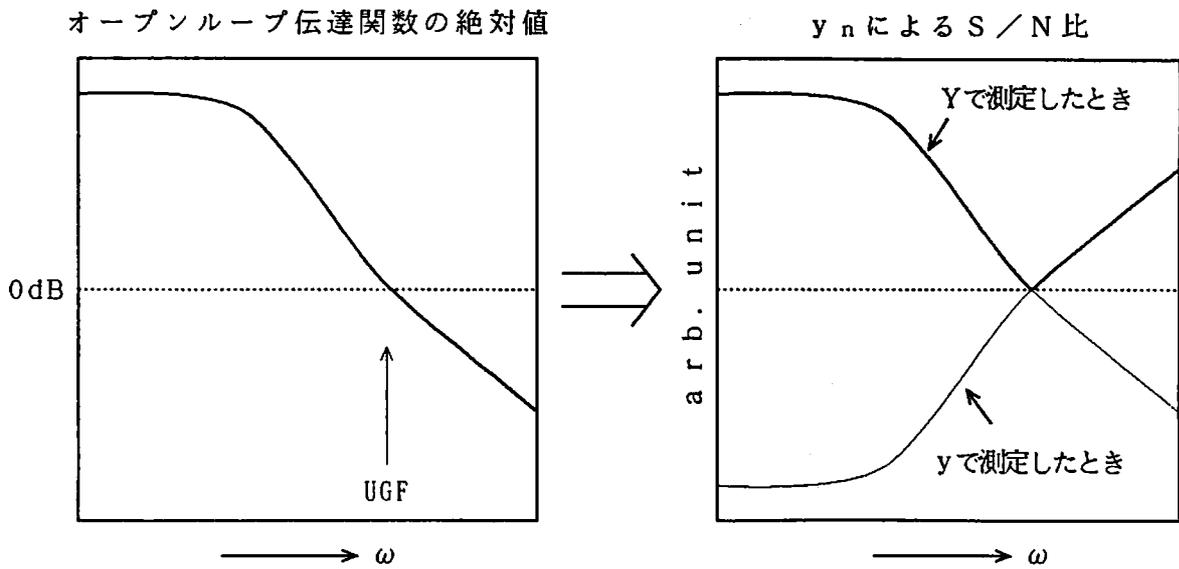


図 C.2: オープンループ伝達関数と電気系の雑音の S/N 比

Appendix D

文献

- [1] A. Einstein: Sitzber. Deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Physik u. Tech. (1916).
- [2] J. Weber: Phys. Rev. Lett. **22** (1969)1320.
- [3] J. Weber: Phys. Rev. Lett. **25** (1970)180.
- [4] J. H. Taylor and J. M. Weinberg: Astrophys. J. **345** (1989)434.
- [5] R. Weiss: Quarterly Progress Report of the Research Lab. of Electronics of M.I.T. **105** (1972)54.
- [6] B. F. Schutz: A 1st. Course in General Relativity, Cambridge Univ. Press (1985).
- [7] 藤本真克, 三尾典克, 大橋正健, 坪野公夫: 重力波アンテナの概念設計, 「重力波の基礎研究」平成元年度科研費補助金(総研B)研究成果報告書(1990)20.
- [8] N. Mio *et al.*: Proc. 6th Marcel Grossmann Meeting on G.R. (KYOTO,1991) (in press).
- [9] D. Z. Anderson: Appl. Opt. **23** (1984)2944.
- [10] N. M. Sampas and D. Z. Anderson: Appl. Opt. **29** (1990)394.
- [11] R. W. P. Drever *et al.*: Appl. Phys. B **31** (1983)97.
- [12] N. Mio and K. Tsubono: Jpn. J. Appl. Phys. **29** (1990)883.
- [13] H. Kogelnik and T. Li: Proc. of The IEEE **54** (1966)1312.
- [14] D. Shoemaker *et al.*: Phys. Rev. D **38** (1988)423.

謝辞

本実験を行うにあたって、非常に多くの方のお世話になった。

坪野公夫助教授には実験全般にわたり指導していただき、実験の節目には必ず助言や批判をいただいた。また、研究室の長である助教授という多忙な立場にしながらも自ら実験室に足を運び、実に楽しそうに実験をなさっている様子には学ぶところが大きであった。本論文の一つの主題であるアラインメントコントロールの実験は、もともとは私の思いつきから出たもので、最初は本当にうまく行くのかどうかも不安であったが、そのような状態でも先生は私を激励し、伸び伸びと実験を続けさせてくれた。

また先生の研究成果の一つである計算機によるサーボフィルタの最適設計にも非常に刺激を受け、実際にいくつかのフィルタを設計してもらった。

三尾典克助手には、サーボ回路の設計や製作といった問題から光学や一般相対論の理論と実験まで、あらゆる面で一から教えていただいた。

また、実験結果におかしなところがあったときにはいつも同助手に相談し、そのときの議論から新たな展望を得ることができたのも一度や二度ではない。

機械変調によるアラインメントコントロールというアイデアを思いついたときに、真っ先に実験をやってみよう励まして下さったのも同助手であった。

また、同助手は今回の実験で使うことになった He-Ne レーザーやロックインアンプのみならず、同助手が測定したレーザーの周波数雑音のデータまで快く提供して下さった。

水谷晶彦氏にはレーザートランスデューサーの実験の経験から FP キャビティの感度についてチェックしていただき、また FP キャビティに関する計算を突き合わせるのには非常に勉強になった。氏には実験で用いた FP キャビティの高反射ミラーを提供していただいた。また実験の全般にわたって、氏は気軽に相談できる良き先輩であった。

新谷昌人氏はその実験内容が私の実験と似通ったところが幾つかあり、氏との議論や情報交換は、自分の実験の計画や解析の上で参考になった。また氏にはレーザーのビームプロファイルを測定したときに非線型のフィッティングのプログラムを提供していただいたし、サーボアナライザの data ファイルをパソコンに取り込むプログラムにはほとんど

毎日のようにお世話になった。

森脇成典氏には論文からフィネス測定法まで様々なことを教えていただいた。また、サーボアナライザの view ファイルをパソコンに取り込むプログラムにも新谷氏のプログラム同様にお世話になった。氏とのビームプロファイルやレーザーのモードに関する議論で得たことは目に見えない形で本論文の実験成果に現れていると思う。

佐藤寿一氏には、同氏の開発したプログラムに非常にお世話になった。特に CCD カメラの画像データをパソコンに取り込むプログラムと AD コンバータのプログラムは素晴らしい出来である。

国立天文台の藤本真克助教授と大橋正健助手には、週一度の輪講のうちに実験の進展を見ていただき、貴重な助言を頂いた。

また機械部品の製作の段階で、試作室の大塚氏と八重樫氏のお世話になった。お二人に製作していただいたものと自分で作ったものを見比べると、やはりプロフェッショナルの仕事は違うと実感する。

この他にもここには書ききれなかったが実験をする上で励まし協力して下さった方々は数え切れない。

最初は何も分からないところから出発した実験だったが、どうにかまがりなりにもこの論文にまとめることができたのは偏にこれらの方々の方々の助力によるものであり、ここに厚く感謝の意を表すものである。