

レーザー干渉計を用いた  
共振型重力波検出器の開発

1991年12月

東京大学理学部  
物理学専門課程

水谷晶彦

# 目次

1	はじめに	4
2	アンテナ	9
2.1	弱い重力波中の物体	9
2.2	弾性体アンテナ	12
2.2.1	弾性体アンテナの運動方程式	12
2.2.2	アンテナの受けるエネルギー	13
2.3	共振型検出器の感度	15
2.3.1	アンテナの熱振動	16
2.3.2	トランスデューサーの雑音	18
2.3.3	検出器のエネルギー分解能	19
3	Fabry-Perot 干渉計と振動検出	21
3.1	Fabry-Perot 干渉計の透過光と反射光	22
3.2	S/N と動作点	25
3.3	Pound-Drever 法の特徴	26
3.4	振動する Cavity の変調	30
3.5	トランスデューサーの反作用	33
3.5.1	Shot Noise	33
3.5.2	Intensity Noise	35

3.5.3	トランスデューサーの雑音温度	35
<b>4</b>	<b>プロトタイプ検出器</b>	<b>37</b>
4.1	アンテナ	37
4.1.1	アンテナへの鏡のマウント	38
4.1.2	組立アンテナ	42
4.2	レーザートランスデューサー	47
4.2.1	レーザー	49
4.2.2	光変調	53
4.2.3	光ファイバー	54
4.2.4	光検出器	55
4.2.5	PZT	56
4.2.6	AGC 減算回路	57
4.2.7	Fabry-Perot 干渉計	59
4.3	実験	63
4.3.1	af 変調方式	63
4.3.2	rf 変調方式	70
4.4	実験結果	75
4.4.1	位相雑音	75
4.4.2	光源に無関係なノイズ	77
4.4.3	検出器としての性能	79
<b>5</b>	<b>結論</b>	<b>80</b>
5.1	Discussion	80
5.2	結論	83
<b>A</b>	<b>Disk の固有振動</b>	<b>87</b>

**B 鏡の複屈折**

**89**

**B.1 多層膜ミラー** . . . . . **89**

**B.2 複屈折鏡による Fabry-Perot 干渉計** . . . . . **92**

**二重屈折鏡**

**複屈折鏡**

本稿は、多層膜ミラーと複屈折鏡の原理、構造、特性、応用について、  
 基礎的な知識を身につけることを目的として、初心者にもわかりやすい  
 説明を行う。また、最新の技術動向についても、可能な限り紹介する。  
 本稿は、光学系設計者や研究者、学生など、光学に関心のある方  
 にとって、有用な情報源となることを目指す。

**1. 多層膜ミラー**

多層膜ミラーは、異なる屈折率の材料を交互に堆積させた薄膜の  
 積層体である。光が薄膜の境界面に到達すると、一部分は反射され、  
 一部分は透過する。この透過光は、次の境界面でも同様の現象を  
 起こす。結果として、特定の波長の光は、多層膜全体を通じて  
 強く反射される。この原理を利用して、高反射率のミラーや、  
 特定の波長の光を透過させるフィルタなどが作られる。

多層膜ミラーの反射率は、薄膜の層数、厚さ、屈折率に依存する。  
 一般的に、層数が増えるほど反射率は高くなる。また、薄膜の厚さ  
 が光の波長の半分に等しいとき、反射率が最大になる。

多層膜ミラーは、可視光線から赤外線まで幅広い波長の光に  
 適用できる。また、高反射率だけでなく、特定の波長の光を透過  
 させるフィルタとしても利用される。

**2. 複屈折鏡**

複屈折鏡は、複屈折材料を用いた鏡である。複屈折材料は、  
 異なる偏光方向に対して異なる屈折率を示す材料である。

複屈折鏡は、偏光特性を利用して、特定の偏光成分の光を反射  
 させ、他の偏光成分の光を透過させることができる。

複屈折鏡は、偏光干渉計や偏光フィルタなど、偏光光学系に  
 広く利用されている。

本稿は、多層膜ミラーと複屈折鏡の原理、構造、特性、応用  
 について、基礎的な知識を身につけることを目的として、初心者  
 にもわかりやすい説明を行う。また、最新の技術動向についても、  
 可能な限り紹介する。

# Chapter 1

## はじめに

重力波は Einstein 方程式の線型近似によって導出される時空の歪の波動解で、1916 年に Einstein 自身によって予言されている。重力波は一般に Metric の Minkowski 時空からのずれ  $h$  を用いて表され、これは空間内に浮かんでいる自由な質点間の距離変化の割合に相当する。電荷が加速度運動をすると電磁波が放射されるように、質量が加速度運動を行えば重力波が放射される。しかし、負の質量が存在しないために、4 重極の放射が最低次になる。また、重力は電磁相互作用に比べて、43 桁も小さい。\*このような性質から、地上において重力波を発生させることは、少なくとも現在の技術では不可能である。例えば、質量 100t、長さ 10m の円柱をその中心の周りに 100Hz で回転させた場合には 200Hz の重力波が放射されるが、そのパワーは  $10^{-33}W$  の大きさである。この周波数の Graviton のエネルギーは  $10^{-31}J$  であるので、平均して 1000 秒に 1 個の割合で Graviton が発生するに過ぎない。しかし、天体の運動の場合には、関与する質量が大きく重力場も強いため、より多くの重力波が放出され得る。したがって、現時点で考えられる重力波源は天体に限られる。

最も強い重力波源は、超新星の爆発や中性子星・ブラックホールの崩壊・合体などと考えられている。コンピューターシミュレーションによると、軸対称な回転星が重力崩壊するときには、静止質量の 0.1% のエネルギーが重力波として放出される。

[1] 我々の銀河系でこのような現象が起きた場合には、地上に到達する重力波のエネ

---

\*2つの電子間に作用する力を考えている。

ルギー密度は  $200\text{J}/\text{m}^2$  にもなる。超新星爆発は銀河内で 100 年に 1~6 回位の頻度と  
言われているが、電磁波を発生しない超新星爆発はこれよりも多く、最大で 4 年に 1  
回の割合までが有り得ると考えられている。[2] また、非軸対称なブラックホールの  
合体では 0.3~0.5% が重力波として放出されるという計算結果もある。[3] 統計的に連  
星中性子星の合体は 10Mpc の距離内<sup>†</sup>で 3 年に 1 回程度の割合で起こり得る。また、  
SN1987A の KAMIOKANDE による観測 [4] から、II 型の超新星爆発では、中心核の  
回転が速い場合にいくつかの原始中性子星に分裂しているという理論が考えられてい  
る。[5] この原始中性子星の合体が起きるならば、同じ 10Mpc の範囲で年に 30 程度  
のイベントになる。この距離では、到達する重力波のエネルギー密度は  $10^{-4}\text{J}/\text{m}^2$  程  
度、 $h$  で表現すれば最大で  $4 \times 10^{-21}$  となる。

このような天体起源の重力波は 1960 年代に Maryland 大学の J. Weber によって  
初めて検出が試みられて以来、[6] 数多くの実験が行われてきたが、いまだに検出に成  
功していない。Weber の用いた共振型検出器はアンテナと呼ばれる弾性体とセンサー  
からできており、重力波の入射によって励起されるアンテナの共振エネルギーをセン  
サーで読み取るものである。検出が困難な理由は、重力波と物質のカップリングが非  
常に小さく、重力波の持つエネルギーがかなり大きくとも、アンテナのエネルギー上  
昇は非常に小さなものになってしまうからである。例えば、Weber の検出器ではアン  
テナを通過した重力波のエネルギーに対して約  $10^{-25}$  のエネルギーがアンテナに与え  
られるだけである。したがって、重力波が入射しても熱振動や、エネルギーを電気信  
号に変換するトランスデューサーの雑音に隠れてしまうのである。このような雑音を  
下げるためにこれまでに各地でさまざまな努力がなされている。

Weber に始まる検出器を第 1 世代とするならば、現在稼働中の高感度共振型検出  
器は第 2 世代にあたる。第 1 世代のアンテナは 1.5t 程度のアルミでできており、常  
温で運転された。このタイプで最も感度が高いものは Rochester の Bell 研究所のも  
ので、710Hz の周波数で  $h \sim 7 \times 10^{-17}$  の感度を持つ。[7] これに対して第 2 世代を

---

<sup>†</sup>乙女座銀河団の距離に相当する

特徴づけるものは低温での運転と低雑音トランスデューサーである。このタイプの検出器は液体 He 温度で運転を行い、熱雑音を低下させている。また、SQUID や超伝導 Cavity などの低温 device の利用によって低雑音のトランスデューサーを作ることにも成功している。同時に、冷却はアンテナの内部摩擦の低下ももたらしたため、非常に大きな感度の上昇があった。現在最も精力的に活動の行われている CERN と Stanford のグループではエネルギー密度のスペクトルで  $F_{\min} \sim 0.3 \text{J/m}^2/\text{Hz}$ 、 $\hbar$  に換算して  $\hbar < 10^{-18}$  の感度を達成している。[8] さらにこれらのグループでは温度を 50mK 以下にまで冷却して感度を高める努力を行っている。

地上での重力波検出器には他に Free Mass 干渉計がある。Free Mass 干渉計は時空に浮かぶ 2 つの自由な質点間の距離をレーザー干渉計で精密に測定し、時空の振動を直接測る方法である。この開発は共振型検出器よりやや遅れて始まったが、レーザー技術の進歩にともない、めざましいスピードで感度が上昇している。共振型の場合には、アンテナの共振周波数の近傍でしか重力波が検出できなかったのに対して、Free Mass では数 kHz にわたる広帯域な検出器が可能となる。現在のプロトタイプ干渉計の感度はスペクトラムで  $\hbar \sim 10^{-19}/\sqrt{\text{Hz}}$  を有する。[9] また、干渉計の振動読みとりの精度は、ほとんどレーザーの Shot Noise に迫っており、レーザーパワーの増加や Recycling 技術の確立などが行われればさらに感度の上昇ができるものと期待されている。[10] 近年、各国で大規模な Free Mass 型重力波検出器の開発プロジェクトが進みつつあり、それらはほぼ 3km の基線長によって  $\hbar \sim 10^{-21}$  の感度を想定している。

ところで、超新星 1987A の爆発があったとき、世界中で稼働している高感度重力波検出器は Free Mass 干渉計・共振型検出器を合わせて 1 台もなかった。この超新星爆発では、これに起源を持つニュートリノが検出され、非常に貴重な成果をあげていることは周知の通りである。[4],[11] 当然、重力波にとっても貴重な観測のチャンスであったが、残念ながら我々はこれを逃してしまった。この際に放出された重力波強度の上限値は当時の検出器の感度とほぼ等しい程度の大きさと言われており、何台かの第 2 世代検出器が稼働していれば重力波が観測される可能性もあった。この時点で観測体

制にあったのは CERN と Maryland 大学の第 1 世代に属するアンテナ 2 台だけである。CERN グループは Mont Blanc のニュートリノ検出器との間にイベントの時間的な一致を報告している。[12] しかし、この常温検出器の感度は  $F_{\min} \sim 3200 \text{J/m}^2/\text{Hz}$  であり、[13] この報告通りならば  $2400 M_{\odot}$  ものエネルギーが重力波に変換されたことになる。KAMIOKANDE, IMB の観測によって、Mont Blanc のデータが否定されたこともあり、現在では何らかの別の要因によるものと考えられている。また、Maryland の検出器も運転はしていたものの、重力波の検出ができるほどの感度はなかった。しかし、これは我々に安定した運転の行える検出器の必要性を痛感させる出来事であった。

では、最低限どの程度の感度が必要とされるであろうか。最初にも述べたように銀河系内には光では観測できない超新星爆発が数年に 1 回の頻度で起きている可能性もあり、KAMIOKANDE の成功により、ニュートリノ検出器との相関を調べることによってこれを検出できる可能性が大きく開けてきた。銀河系内の  $10 M_{\odot}$  の星が重力崩壊し、その静止質量の 1% の重力波を放出すれば、地上には  $1.5 \times 10^4 \text{J/m}^2$  の密度で到達する。信号が数百 Hz 程度の帯域に広がるものとする、検出に必要な最低限の感度は  $20 \text{J/m}^2/\text{Hz}$  である。こうしたことから、第 2 世代検出器よりもやや劣る感度でも、長期間にわたって安定して運転のできる検出器が存在すれば重力波検出の可能性は大きくなる。このような検出器の開発が早急に必要である。

そこで、検出器建設のタイムスケールを考察してみよう。Free Mass 干渉計は、開発・建設を進めるために短くて 5 年、おそらくは 10 年程度の期間を要するであろう。共振型検出器は最大でも大きさが 2m, 質量が 5t 程度の規模であり、1 年程度で完成することができる。また、干渉計に比べると歴史が古く、技術開発も進んでいるので短時間で観測体制に移行できる利点もある。これまで共振型検出器が長期間の連続運転を行っていないのは極低温で動作させてきたことに起因する。1 回の冷却に数カ月かかり、He の補給などで運転にも非常に手間がかかる上に、測定器にトラブルが発生しても簡単には修理ができない。これを常温で運転できればこのサイクルはせいぜい数日ですみ、先の 1987A の件が立証しているように、長期間にわたって比較的安定

した観測が可能になる。したがって、今から 10 年程度のスケールでは、常温の共振型検出器もその感度が大幅に改善されるならば重力波観測の有望な手段となり得る。

現在の共振型検出器の感度はおもにアンテナの振動を検出するトランスデューサーによって決まっている。とくに、これは低温 device の使えない第 1 世代の検出器で著しい。検出器の雑音温度はトランスデューサーの感度が高ければ実際のアンテナの温度よりもはるかに低くすることができるが、決してトランスデューサーの雑音温度以下にはならない。そこで、常温アンテナを高感度化するためにはトランスデューサーのノイズを下げればよい。この場合、第 2 世代検出器に用いられているような方式のトランスデューサーを使用する事は不可能であるが、Free Mass に用いられているレーザー干渉計を使うことができる。干渉計は等価雑音変位だけでなく、雑音力も非常に小さく、雑音温度ではすでに量子限界近くに達している。これを用いれば、常温のアンテナでも、文献 [12] のものに比べて  $F_{\min}$  で 3 桁の改善の可能性がある。また、レーザートランスデューサーは反作用が非常に小さいために、低温化できれば現在の第 2 世代検出器を凌駕する性能をもつ。Maryland 大学ではこの方向で低温検出器用のレーザートランスデューサーの研究が進められている。[14] 一方、常温で量子雑音を達成するトランスデューサーとしては F. Bordoni *et. al.* が STM を利用したものを考え、我々と同じ検出感度をめざしている。[15]

本論文では、レーザー干渉計を用いたトランスデューサーを開発し、プロトタイプ  
のアンテナに取り付けた時の特性と問題点を明らかにした。以下、Chapter 2 では弾性体アンテナの理論を概観し、Chapter 3 で Fabry-Perot 干渉計を利用したトランスデューサーの解析を行い、Chapter 4 ではプロトタイプに取り付けたトランスデューサーの実験と結果を述べる。Chapter 5 は実験についての考察と今後の課題・大型アンテナの展望を論じた。

# Chapter 2

## アンテナ

ここでは重力波検出の原理と弾性体アンテナ一般についての理論を導入する。[16],[17]

### 2.1 弱い重力波中の物体

重力波の場の中に相対位置  $X_i$  離れて存在する 2 つの近接した質点を考える。\*こ

れらの質点の運動は、測地線偏差の方程式

$$\frac{D^2 X^h}{D\tau^2} = R^h{}_{ijk} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^j}{d\tau} X^k \quad (2.1)$$

に従う。ここで、

$$\frac{D\bar{X}_i}{D\tau} = 0 \quad (2.2)$$

を満たし、ミンコフスキー空間では  $\bar{X}_i = X_i$  となるベクトル  $\bar{X}_i$  を導入する。これを用いて

$$X_i = \bar{X}_i + \zeta_i$$

とおくと、(2.1), (2.2) より

$$\frac{D^2 \zeta^h}{D\tau^2} = R^h{}_{ijk} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^j}{d\tau} (\bar{X}^k + \zeta^k) \quad (2.3)$$

この空間に弱い重力波の場があるとすると、最低次の近似で、

\*本文中で 0,1,2,3 の値をとる 4 次元の添え字はラテン文字 ( $i, j, \dots$ ) で、1,2,3 の空間座標の添え字はギリシャ文字 ( $\mu, \nu, \dots$ ) で書くこととする。

$$\frac{d^2 \zeta^h}{d\tau^2} = R^h{}_{ijk} \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^j}{d\tau} \bar{X}^k \quad (2.4)$$

質点の速度が光速に比べて十分小さいとすると

$$\frac{dx^i}{d\tau} = (1, 0, 0, 0) \quad (2.5)$$

とおくことができる。このとき (2.4) は

$$\frac{d^2 \zeta^i}{dt^2} = c^2 R^i{}_{00k} \bar{X}^k$$

ここで、 $R_{ijkl}$  の対称性から

$$\frac{d^2 \zeta^0}{dt^2} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2 \zeta^\alpha}{dt^2} = c^2 R^\alpha{}_{00\beta} \bar{X}^\beta \quad (2.7)$$

を得る。(2.6) より、 $\zeta^0 = at + b$  であるが、 $t \rightarrow \infty$  で  $\zeta^0$  が発散しないためには、 $a = 0$  でなければならない。また、 $\bar{X}^i$  は任意であるから  $b = 0$  とすることができる。従って、 $\zeta^0 = 0$  とすると、(2.7) は

$$\ddot{\zeta}_\alpha = \frac{c^2}{2} \left( \frac{1}{c^2} \ddot{h}_{\alpha\beta} + \frac{\partial^2 h_{00}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} - \frac{\partial^2 h_{0\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^0} - \frac{\partial^2 h_{\alpha 0}}{\partial x^0 \partial x^\beta} \right) \bar{X}^\beta \quad (2.8)$$

に書き改められる。ところで、 $z$ -方向へ進む弱い平面重力波の場は適当な座標変換によって、2つの偏向成分  $h_+$ ,  $h_\times$  に分離でき、

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

と表せる。(T.-T.Gauge) このような2つの偏向成分  $h_+$ ,  $h_\times$  の潮汐力は (図 2.1) のようなものになる。この座標系で (2.8) は

$$\ddot{\zeta}_\alpha = \frac{1}{2} \ddot{h}_{\alpha\beta} \bar{X}^\beta \quad (2.10)$$

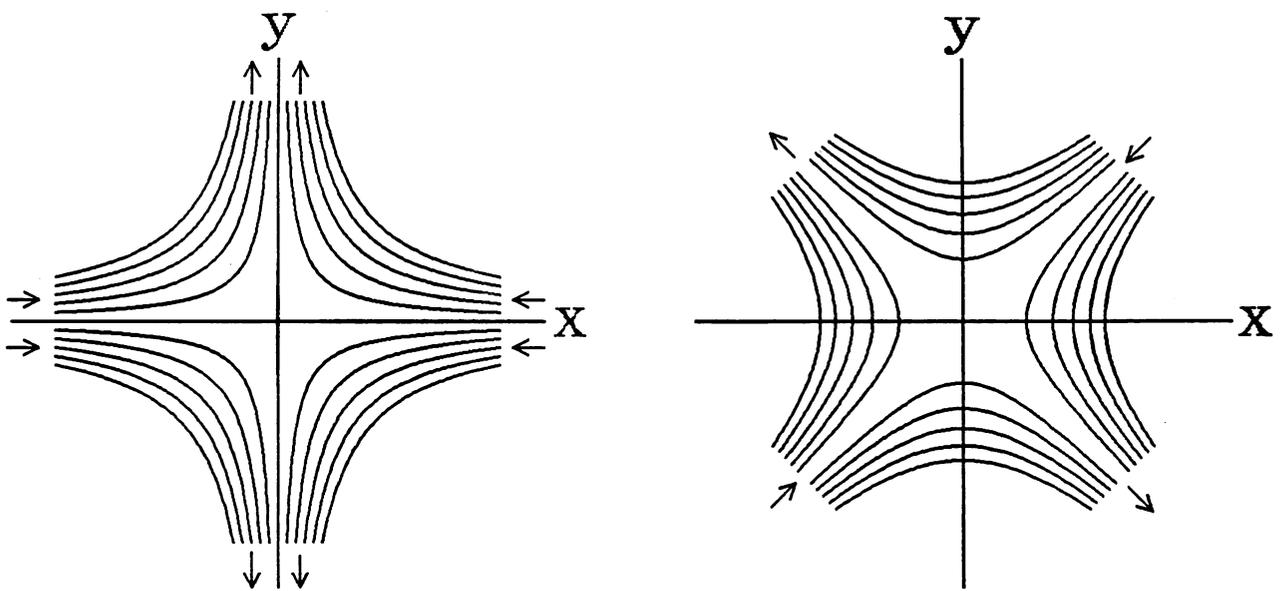


図 2.1: 2つの偏向の重力波の力線図

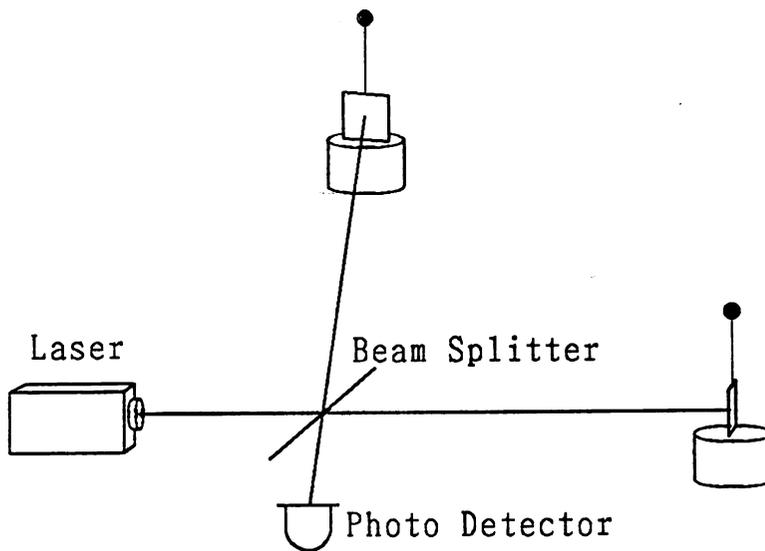


図 2.2: Free Mass レーザー干渉計

(2.10) は束縛のない 2 質点間の距離の変化を表す運動方程式となる。距離  $L$  離れた 2 点に初期状態で相対的に静止した質点が存在すると、振幅  $h$  の重力波が惹起する距離  $\zeta = \frac{1}{2}hL$  の変化を観測できる。これが Free Mass レーザー干渉計による重力波検出の原理である。実際には、2 点間の距離の変化を読む精度はレーザーの安定度によって制限されてしまうので、Michelson 干渉計の配置をとって  $x, y$  の 2 方向に光路を作り、 $x$  方向と  $y$  方向の光路差を読みとっている。この場合、重力波による光路差の変化分  $hL$  だけが観測できる。[18] (図 2.2)

## 2.2 弾性体アンテナ

共振型検出器の場合、2つの自由な質点の代わりに弾性体(アンテナ)が重力波中に置かれる。アンテナも質点同様に(2.10)にしたがって運動するため、短いパルス状の重力波であれば、アンテナと同じ大きさの Free Mass 干渉計と同程度の振動が起こるだけである。しかし、重力波がアンテナの共振周波数の成分を持つならば、アンテナの振動が励起され、長時間にわたって振動し続けることになる。したがって、共振型アンテナでは、時空の振動を直接に読みとるのではなく、重力波が弾性体にもたらしたエネルギーを検出することによって感度を向上させることができる。[17],[19]

### 2.2.1 弾性体アンテナの運動方程式

弾性体の自由振動の運動方程式は、ラメの係数を $\mu, \lambda$ 、密度 $\rho$ 、変位ベクトルを $\vec{u}$ として

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \mu \Delta \vec{u} - (\lambda + \mu) \text{grad div} \vec{u} = 0 \quad (2.11)$$

で与えられる。[20] (2.10) より、弾性体が重力波の場の中にあるときには

$$\rho \ddot{u}_\alpha - \mu \Delta u_\alpha - (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_\beta}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} = \frac{1}{2} \rho \ddot{h}_{\alpha\beta} \bar{X}_\beta \quad (2.12)$$

ここで、 $\vec{u}$ をフーリエ展開して周波数 $\omega_n/2\pi$ の固有振動に分解すると、

$$\vec{u}(r, t) = \sum_n \xi_n(t) \vec{w}_n(r) \quad (2.13)$$

$$\rho \omega_n^2 w_{n\alpha} + \mu \Delta w_{n\alpha} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 w_{n\beta}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} = 0 \quad (2.14)$$

一般座標 $\xi$ として、トランスデューサーの感知する変位をとる。このとき運動エネルギーの考察から $\xi$ に対する $n$ 番目のモードの換算質量 $\mu_n$ を

$$T = \frac{1}{2} \int \rho \left| \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right|^2 dV = \frac{1}{2} \sum_n \mu_n \dot{\xi}_n^2(t) \quad (2.15)$$

によって定義する。(2.13),(2.15)より、

$$\mu_n = \int \rho |w_n|^2 dV \quad (2.16)$$

従って (2.12), (2.14), (2.16) より、

$$\rho \ddot{\xi}_n w_{n\alpha} + \rho \omega_n^2 \xi_n w_{n\alpha} = \frac{1}{2} \rho \ddot{h}_{\alpha\beta} \bar{X}_\beta$$

両辺に  $w_{n\alpha}$  をかけて積分すると

$$\mu_n \ddot{\xi}_n + \mu_n \omega_n^2 \xi_n = \frac{1}{2} \int \rho \ddot{h}_{\alpha\beta} \bar{X}_\beta w_{n\alpha} dV$$

重力波の波長はアンテナの大きさに比べて非常に大きいと考えられるので

$$\text{右辺} \simeq \frac{\ddot{h}_{\alpha\beta}}{2} \int \rho w_{n\alpha} \bar{X}_\beta dV$$

としてもよい。従って

$$\mu_n \ddot{\xi}_n(t) + \mu_n \omega_n^2 \xi_n(t) = \frac{1}{4} \ddot{h}_{\alpha\beta} q_{n\alpha\beta} \quad (2.17)$$

ここで

$$q_{n\alpha\beta} \equiv \int \rho (w_{n\alpha} \bar{X}_\beta + w_{n\beta} \bar{X}_\alpha - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} w_{n\gamma} \bar{X}_\gamma) dV \quad (2.18)$$

は、4重極能率の変動成分である。現実のアンテナは、内部摩擦の存在のために減衰振動をする。よって、現象論的にこの項をつけ加えた式

$$\mu_n \left( \ddot{\xi}_n(t) + \frac{\omega_n}{Q_n} \dot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t) \right) = \frac{1}{4} \ddot{h}_{\alpha\beta} q_{n\alpha\beta} \quad (2.19)$$

が、アンテナの方程式である。

## 2.2.2 アンテナの受けるエネルギー

前述したように、共振型検出器では重力波によって励起される振動の大きさそのものよりも、そのときに受けたエネルギーの方がより重要である。そこで、まず短いパルス状の重力波が入射した時にアンテナが得るエネルギーを計算する。<sup>†</sup>この場合には振動の減衰はあまり重要でないので (2.17) より、

<sup>†</sup>ここではアンテナの特定のモードのみを考察するため、モードの番号  $n$  は無視する。ここでの  $\mu$  は Lamé の係数ではなく、換算質量である。

$$\xi = \frac{1}{4\mu\omega} \int_{-\infty}^t \sin \omega(t-s) \ddot{h}_{\alpha\beta} q_{\alpha\beta} ds \quad (2.20)$$

また、アンテナのエネルギー  $E$  は

$$\begin{aligned} E &= \frac{\mu}{2} \omega^2 \xi^2 \\ &= \frac{1}{32\mu} \left( \int_{-\infty}^t \sin \omega(t-s) \ddot{h}_{\alpha\beta} q_{\alpha\beta} ds \right)^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

ここで (2.21) の角度依存成分を分離するために (2.9) の空間成分を

$$\begin{aligned} h_{\alpha\beta} &= h_+ e^+ + h_\times e^\times \\ e^+ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad e^\times = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.22)$$

のように置くと、一般の方向から入射した重力波は  $e^p$  ( $p = +, \times$ ) を回転させることによって表すことができる。これを用いて (2.21) を

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{32\mu} \left\{ \left[ q_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta}^+ \int_{-\infty}^t \ddot{h}_+ \sin \omega(t-s) ds \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[ q_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta}^\times \int_{-\infty}^t \ddot{h}_\times \sin \omega(t-s) ds \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.23)$$

とすると角度依存成分は積分の外に分離できる。アンテナの偏向  $p$  ( $p = +, \times$ ) に対する指向性  $f^p$  を

$$\int [f^+(\theta\phi) + f^\times(\theta\phi)] d\Omega = 4\pi \quad (2.24)$$

となるように定義すると

$$f^p(\theta\phi) = \sum_{\alpha,\beta} \frac{5(q_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta}^p)^2}{4q_{\alpha\beta}^2} \quad (2.25)$$

を得る。また、アンテナの質量・有効面積を

$$M = \int \rho dx dy dz \quad (2.26)$$

$$A_G = \frac{2 \sum_{\alpha\beta} (q_{\alpha\beta})^2}{M\mu} \quad (2.27)$$

とすると、仮定より  $h_{\alpha\beta} \neq 0$  である時間が非常に短いので、

$$E = \frac{\pi G}{10c^3} M \omega^2 A_G f^p(\theta\phi) F^p(\nu) \quad (2.28)$$

と書くことができる。但し、

$$F^p(\nu) = \frac{c^3 \omega^2}{8\pi G} \left| \int_{-\infty}^{\infty} h_p \exp(i\omega t) dt \right|^2 \quad (2.29)$$

は、単位面積あたりの重力波のエネルギースペクトルである。

次に、周波数が共振周波数に一致した波が連続的にくる場合を考える。(2.19)の右辺を  $\frac{1}{4}\omega^2 h_{\alpha\beta} q_{\alpha\beta} e^{i\omega t}$  として、

$$|\xi| = \frac{Q}{4\mu} h_{\alpha\beta} q_{\alpha\beta}$$

したがって

$$\begin{aligned} E &= \frac{\mu}{2} \omega^2 \xi^2 \\ &= \frac{Q^2 \omega^2 (h_{\alpha\beta} q_{\alpha\beta})^2}{32\mu} \\ &= \frac{2\pi G}{5c^3} M Q^2 A_G f^p S^p \end{aligned} \quad (2.30)$$

を得る。ただし、

$$S^p = \frac{c^3 \omega^2}{32\pi G} |h_p|^2$$

は、重力波の  $p$ -偏向成分のエネルギーフラックスである。

## 2.3 共振型検出器の感度

共振型検出器の感度はアンテナの振動を起源とする雑音と、振動をモニターするためのトランスデューサーを起源とする雑音の2つによって制限される。これらのうち原理的に取り除くことができないものは、アンテナの熱雑音とトランスデューサーの量子雑音である。

### 2.3.1 アンテナの熱振動

アンテナに熱雑音など重力波以外の力が加わる場合、運動方程式は、(2.19)の右辺を一般の力  $f(t)$  に置き換えた式

$$\mu \left( \ddot{\xi}(t) + \frac{\omega}{Q} \dot{\xi}(t) + \omega^2 \xi(t) \right) = f(t) \quad (2.31)$$

であり、そのグリーン関数は

$$G(t-s) = \frac{1}{\mu\omega} \exp\left(-\frac{t-s}{2\tau_A}\right) \sin[\omega(t-s)] \theta(t-s)$$

で与えられる。ただし

$$\tau_A = \frac{Q}{\omega}$$

は、アンテナの振動のエネルギー緩和時間である。ところで、アンテナが熱平衡状態にある場合、熱振動のエネルギーは  $\frac{1}{2}kT$  であるから、

$$\frac{1}{2}kT = \frac{1}{2}\mu\omega^2 \xi^2 \quad (2.32)$$

が成り立つ。このとき、熱浴からのエネルギー流入と散逸とがつりあっているため、

$$\begin{aligned} dE &= \frac{\mu}{\tau_A} \dot{\xi} d\xi \\ &= \frac{\mu}{\tau_A} \xi^2 dt \end{aligned}$$

を用いて

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{kT}{\tau_A} \quad (2.33)$$

となる。<sup>†</sup>熱雑音力を  $f_T(t)$  とすれば

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle &= \langle f_T(t) \dot{\xi} \rangle \\ &= \langle f_T(t) \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} G(t-s) f_T(s) ds \rangle \end{aligned}$$

---

<sup>†</sup> $\langle \dots \rangle$  はアンサンブル平均を表す。

$$\begin{aligned}
&= \left\langle \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} G(t-s) f_T(s) f_T(t) ds \right\rangle - \left\langle \left( \frac{d}{dt} f_T(t) \right) \xi(t) \right\rangle \\
&= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} f_T(t) f_T(s) \frac{d}{dt} G(t-s) ds \right\rangle \\
&= \frac{1}{4\mu} \langle |f_T(\nu)|^2 \rangle
\end{aligned} \tag{2.34}$$

(2.33),(2.34) より、

$$\langle |f_T(\nu)|^2 \rangle = \frac{4\mu kT}{\tau_A} \tag{2.35}$$

したがって、アンテナの熱揺動力のパワースペクトラムを小さくするためには、温度  $T$  を低くし、 $Q$  を高くすれば良い。(2.32) より、 $\mu \sim 10^3 \text{kg}$ ,  $\omega \sim 10^4 \text{rad/s}$ ,  $T \sim 300 \text{K}$  としたときの振動の平均値は  $\sqrt{\langle \xi_T^2 \rangle} \sim 2 \times 10^{-16} \text{m}$  程度の大きさとなる。しかし、これがそのまま振動検出の限界となるわけではなく、次の2つの方法を用いることによって、与えられた  $Q, T$  の値で最大限に信号を取り出すことができる。

1つは、測定時間を長くとり、フーリエ解析を行うことによって熱雑音を排除する方法である。この場合、熱雑音だけでなくトランスデューサーのノイズも同時に減少する。一方で、信号の帯域も非常に狭めてしまうため、周波数成分のはっきりわかった連続重力波の検出にのみ用いることができる。[21] 東京大学ではこの方法でかにパルサーからの重力波検出を試みているが、現状ではトランスデューサーのノイズはあまり問題とはなっていない。[22]

もう1つは、比較的短い時間間隔で振動エネルギーの変化を測定する方法である。アンテナの熱振動エネルギーは緩和時間  $\tau_A$  のスケールでゆっくりと変化するが、超新星爆発などからのパルスの重力波はアンテナに突発的な変化を惹き起こす。そこで、 $\tau_A$  よりも短い時間間隔でのアンテナのエネルギー変化を測定すれば、実際のアンテナの温度よりも低い雑音温度での測定が可能になる。今回の実験で目標としたのはこのような重力波検出器の開発で、これを達成するためには振動トランスデューサーのノイズを下げるのが重要な要素となる。 $Q$  値が非常に高く、質量の大きいアンテナを低温で用いると、極端な場合には1フォノンに相当するエネルギー  $\hbar\omega$  を熱浴と

交換するために要する時間が観測時間よりも長くなる。このような状態では、観測時間内には熱浴とのエネルギーのやりとりは全くなくなり、アンテナの本当の温度は有限であるにも関わらず、実質的には温度0の状態と全く同等である。従って、アンテナの感度はトランスデューサー感度だけによって定まる。トランスデューサーの感度の向上は同時に測定間隔の短縮につながり、検出器全体の感度を向上させるだけでなく、測定帯域も広げることになる。

### 2.3.2 トランスデューサーの雑音

トランスデューサーの雑音には等価変位雑音 $\xi_N$ とアンテナへの反作用 $f_N$ との2種類の作用が考えられる。このどちらも、アンテナの共振付近に限れば白色雑音と考えて差し支えない。(2.31)の $f$ を $f_T + f_N$ とすれば、トランスデューサーの検出する全変位雑音は

$$\xi(t) = \frac{1}{\mu\omega} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{t-s}{2\tau_A}\right) \sin[\omega(t-s)] [f_T(s) + f_N(s)] ds + \xi_N(t) \quad (2.36)$$

となる。アンテナのエネルギーを測定するには、この $\omega$ 成分の振幅だけがわかれば充分であるから、

$$\xi(t) = \Re[Z(t) \exp(-i\omega t)]$$

$$Z(t) = X(t) + iY(t) \quad (2.37)$$

として $Z$ について考える。アンテナの振動エネルギーの観測時間 $\tau$ の間の変動は、 $Z$ 空間での移動距離の2乗に比例する。 $Z$ は周波数 $\omega$ の $\sin, \cos$ 成分の参照信号によるロックイン出力に対応する。エイリアシング防止のために、ロックインアンプの積分時間を $\tau$ とし、 $\tau_A \ll \tau$ の条件を課すと

$$\langle |\Delta Z(t)|^2 \rangle \simeq \frac{\tau}{4e\mu^2\omega^2} \left( \langle |f_T(\nu)|^2 \rangle + \langle |f_N(\nu)|^2 \rangle \right) + \frac{1-e^{-1}}{\tau} \langle |\xi_N(\nu)|^2 \rangle \quad (2.38)$$

$$\Delta Z(t) \equiv Z(t) - Z(t-\tau)$$

のようになる。トランスデューサーとアンテナとの結合を強めると、読みとり精度が高まり、反作用が増えるので、 $f_N$ の項と $\xi_N$ の項は結合の強さを調整することで最適化できる。トランスデューサーのマッチングを無次元量

$$\eta = \frac{1}{\mu\omega^2} \sqrt{\frac{\langle f_N^2 \rangle}{\langle \xi_N^2 \rangle}} \quad (2.39)$$

で定義すると(2.38)は $\eta$ を用いて

$$\langle |\Delta Z(t)|^2 \rangle \simeq \frac{kT\tau}{e\mu\omega^2\tau_A} + \left( \frac{\tau\eta^2\omega^2}{4e} + \frac{1-e^{-1}}{\tau} \right) \langle \xi_N^2 \rangle \quad (2.40)$$

と書ける。検出器の実効温度  $T_{\text{eff}}$  を

$$T_{\text{eff}} = \frac{\mu\omega^2}{k} \langle |\Delta Z(t)|^2 \rangle \quad (2.41)$$

で定義し、トランスデューサーの雑音温度

$$\begin{aligned} T_N &= \frac{\omega}{2k} \sqrt{\langle \xi_N^2 \rangle \langle f_N^2 \rangle} \\ &= \frac{1}{2k} \eta \mu \omega^3 \langle \xi_N^2 \rangle \end{aligned} \quad (2.42)$$

を用いて表すと

$$T_{\text{eff}} = \frac{\tau}{e\tau_A} T + 2 \left( \frac{\eta\omega\tau}{4e} + \frac{1-e^{-1}}{\eta\omega\tau} \right) T_N \quad (2.43)$$

となる。これを最小にするのは、 $\eta\omega\tau = 2\sqrt{e-1}$ の時、この場合、 $\tau \rightarrow 0, \eta \rightarrow \infty$ で分解能が向上する。(2.43)の第2項はほぼ $T_N$ に等しく、検出器の雑音はトランスデューサーの雑音温度以下にはならない。

### 2.3.3 検出器のエネルギー分解能

前節では、 $T_{\text{eff}}$ の最小値として $T_N$ を与えたが、信号を考えた場合に $\tau\omega > 1$ でなければならない、また、 $\eta$ を大きくすることは非常に難しい。 $\eta$ が有限であるときサンプリング間隔 $\tau$ は最適値

$$\tau_{\text{opt}} = 2\mu\omega \sqrt{\frac{(e-1)\langle \xi_N^2 \rangle}{4\mu kT/\tau_A + \langle f_N^2 \rangle}} \quad (2.44)$$

を持つ。一般に  $T_N \ll T$  と考えられるので、 $\langle f_N^2 \rangle$  の項を無視すると

$$\tau_{\text{opt}} \simeq \omega \sqrt{\frac{(e-1)\mu\tau_A \langle \xi_N^2 \rangle}{kT}} \quad (2.45)$$

このとき、

$$T_{\text{eff}} = \frac{2\tau_{\text{opt}} T}{e\tau_A} \quad (2.46)$$

となる。従って検出可能な重力波のエネルギースペクトル密度は  $1\sigma$  の確度で

$$F^p_{\text{min}} = \frac{10c^3 k T_{\text{eff}}}{\pi G A_G M \omega^2 f^p(\theta\phi)} \quad (2.47)$$

となる。これを入射方向・偏向で平均すれば

$$\begin{aligned} F_{\text{min}} &= \frac{20c^3 k T_{\text{eff}}}{\pi G A_G M \omega^2} \\ &\simeq \frac{20c^3}{\pi G A_G M \omega^2} \left( \frac{\omega\tau}{eQ} kT + \frac{1-e^{-1}}{\tau} \langle \xi_N^2 \rangle \right) \end{aligned}$$

である。

次にこの検出器のバンド幅を求める。周波数が共振とずれているときには重力波の信号を含め、力による変位が減少する。従って、バンド幅を考えるには変位ではなく、力に換算する方が便利である。 $\xi_N$  に対する周波数  $\Omega$  の等価雑音力は

$$\langle f_\xi^2 \rangle = \mu^2 [(\omega^2 - \Omega^2)^2 + (\omega\Omega/Q)^2] \langle \xi_N^2 \rangle$$

と表せ、 $f_{\text{tot}} = f_T + f_N + f_\xi$  は、 $\Omega = \omega$  で極小値  $f_{\text{min}}$  を持つ。 $f_{\text{tot}}^2 = 2f_{\text{min}}^2$  となる周波数によってバンド幅  $\Delta\nu$  を定義すると、

$$\Delta\nu \simeq \frac{2}{2\pi} \frac{\sqrt{e-1}}{\tau_{\text{opt}}} \sim 0.4 \frac{1}{\tau_{\text{opt}}} \quad (2.48)$$

である。

サーでは明らかに Fabry-Perot 干渉計を用いる方が有利である。従って、今回開発したトランスデューサーも Fabry-Perot 干渉計を用いた。以下では、その特性や問題点を明らかにする。

### 3.1 Fabry-Perot 干渉計の透過光と反射光

最初に、静止状態の Fabry-Perot 干渉計に単色のレーザー光を入射する時の出力光を計算する。[23],[24] 干渉計を構成する2つのミラーの振幅反射率・透過率・損失をそれぞれ  $ir_1, ir_2, t_1, t_2, p_1, p_2$  とし、基線長を  $l$  とする。 $(r_i^2 + t_i^2 + p_i^2 = 1 (i = 1, 2))$  この干渉計に  $A_{in}(t) = ae^{-i\omega t}$  の光を入射した場合、反射光は

$$A_r(t) = \frac{r_1 + (1 - p_1^2)r_2 \exp[i\omega(t - \frac{2l}{c})]}{1 + r_1r_2 \exp(-2i\frac{\omega l}{c})} a \quad (3.1)$$

となる。また、透過光は

$$A_t(t) = \frac{t_1t_2 \exp[i\omega(t - \frac{l}{c})]}{1 + r_1r_2 \exp(-2i\frac{\omega l}{c})} a \quad (3.2)$$

である。 $r_1, r_2 \simeq 1$  の時、どちらも共振点の近傍でのみ、大きな変化を示すことがわかる。Michelson 干渉計の場合には、信号を取り出すには2本の腕の反射光を直接干渉させるほかに方法はないが、Fabry-Perot を用いると、それぞれの腕から独立に信号検出することも可能である。Fabry-Perot の直接干渉では、光の信号を含まない成分は再度の干渉によって打ち消すことができるため、最終的には S/N を向上させることができる。しかし、各腕が共振点になるように調整するだけでなく、基線長が同じになるようにもサーボをかけなければならない。また、Cavity 同士のモードマッチングもより厳密に行わなければならない。各腕を独立にモニターする場合に比べると、トランスデューサーは複雑なものとなる。しかし、基本的な性質については大きな違いはなく、今回は、独立に干渉させる方式を選んだ。FP Cavity を単独で用いる場合には、FP Cavity からの出力光の強度は (3.1),(3.2) の強度を電流に変換して検出することになる。即ち、

## Chapter 3

# Fabry-Perot 干渉計と振動検出

トランスデューサーとして用いる干渉計を考えると、まず、Michelson 干渉計が候補になる。この干渉計は、構成が簡単で、かつ、周波数雑音が光学的に除去できるなどの点で非常に優れている。しかし、アンテナとトランスデューサーのマッチングを向上するためには、非現実的なほどの強いパワーを注ぎ込まねばならない。そこで、パワーを上げる代わりに、アンテナ端面で多数回反射させることによってマッチングを向上させる。散射雑音で決まる感度は、レーザーのパワー  $P$  にたいしては、 $\sqrt{P}$  に比例し、折り返し回数  $N$  には比例するので、折り返しさせることは不可欠の技術である。その方式には、Free Mass 干渉計で行われているのと同様に、Delay Line を用いるか Fabry-Perot 干渉計を用いるかで 2 つの選択肢がある。Delay Line の場合には、結局は単なる Michelson 干渉計であるため、その取扱いは比較的容易であるが、ミラーを大型なものにしなければならない上に、折り返し回数もそれほど大きく稼ぐことができない。一方、Fabry-Perot の場合、多重反射干渉計であるため、アライメントや信号検出などに困難な点があるが、小型・軽量にできる。これはアンテナの振動を阻害しない為に必要な条件となる。また、最近では、高反射率の鏡を使って Finesse が  $5 \times 10^4$  以上もある干渉計がつくられている。こうした鏡を利用して、折り返し回数で  $10^4$  回を越えるような干渉計もつくるのが可能になりつつある。これにたいして Delay Line では鏡の違う点で反射させねばならないために、せいぜい 100 回程度が限度である。これらの点から、Free-Mass の場合と異なり、トランスデュー

$$\begin{aligned}
I_r &= |A_r|^2 \\
&= \frac{r_1^2 + 2r_1r_2(1 - p_1^2) \cos \frac{2\omega l}{c} + (1 - p_1^2)^2 r_2^2}{1 + 2r_1r_2 \cos \frac{2\omega l}{c} + r_1^2 r_2^2} I_0
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
I_t &= |A_t|^2 \\
&= \frac{t_1^2 t_2^2}{1 + 2r_1r_2 \cos \frac{2\omega l}{c} + r_1^2 r_2^2} I_0
\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$I_0 = \kappa |A_{in}|^2 \tag{3.5}$$

で与えられる。ここで $\kappa$ は光検出器の量子効率である。透過光の場合、その強度は $l$ に関して $l_0 = \frac{2n+1}{4}\lambda$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) を中心とした Lorentz 型の関数となる。

実際に反射率  $r_1^2 = r_2^2 = 99.2\%$  の Mirror を 2 枚用いて Fabry-Perot 干渉計を構成し、共振器長を変化させながら反射光強度を測定したデータを図 3.2 に示す。ここで、フロントミラーは、ウェッジ角 0.5 度の平面鏡、エンドミラーは曲率 0.5m の球面鏡、基線長は  $l_0 = 10\text{cm}$  とした。エンドミラーには PZT が取り付けられており、外部からの制御信号でミラーを動かすことができる。PZT に 160Hz, 9.24V<sub>PP</sub> の三角波を入力し、反射光強度をストレージオシロスコープで測定した。PZT は Michelson 干渉計を用いて較正しており、その感度は 32nm/V となっている。グラフの横軸は  $l_0$  を基準とした共振器長、縦軸は入射光で規格化した反射光強度である。ただし実線は共振器の Finesse を 384 とした計算値である。

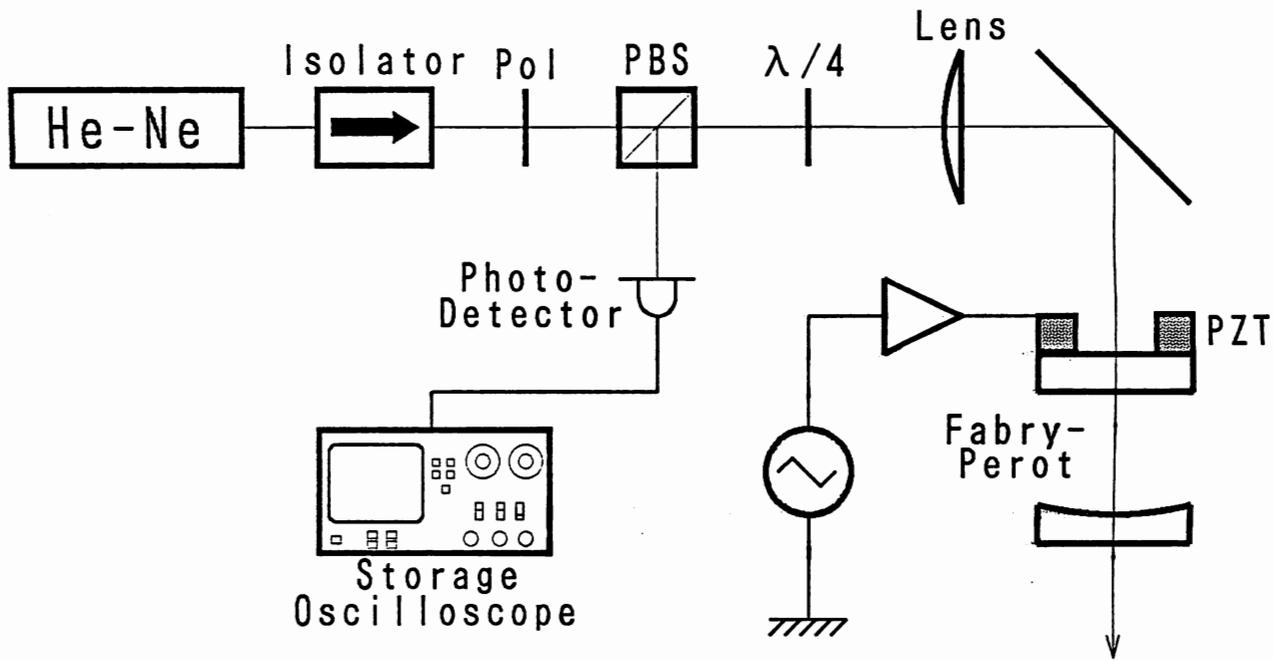


図 3.1: Fabry-Perot 干渉計の反射光測定装置。光源は 2-Mode 法で安定化した He-Ne Laser(0.5mW)。図中の PBS,  $\lambda/4$  は偏光ビームスプリッター,  $\frac{1}{4}$  波長板である。

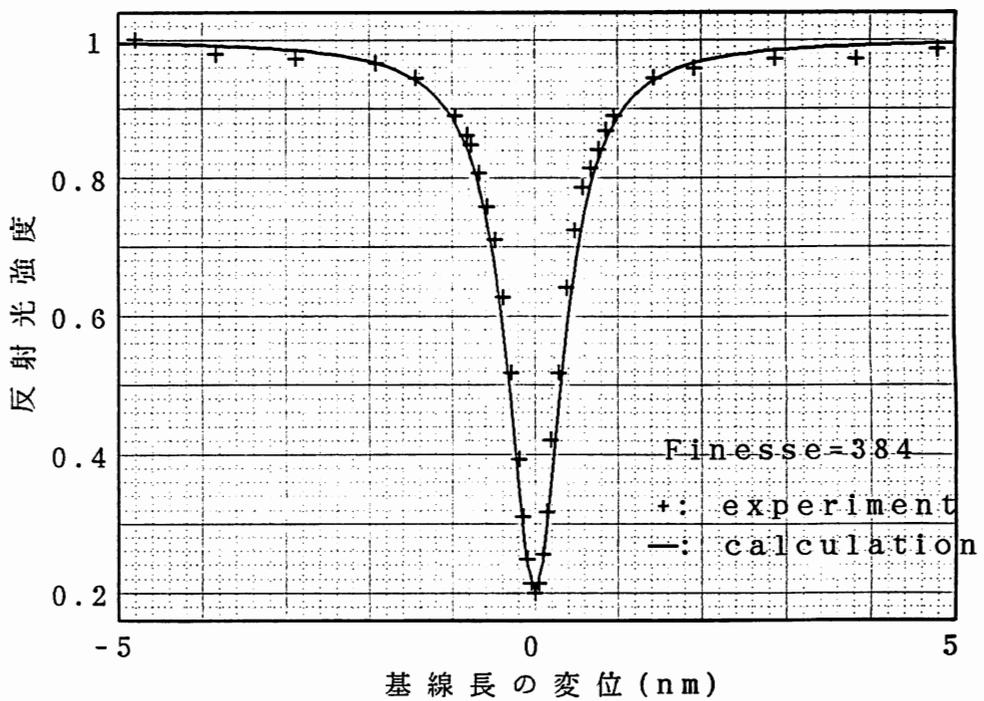


図 3.2: Fabry-Perot 干渉計の共振器長と反射光強度。上図の装置を用いて測定した反射光強度。横軸は基線長  $l_0$  を基準にした共振器長。+ はストレージオシロスコープで読んだ実測値で実線は Finesse が 384 の時の計算値である。

### 3.2 S/N と動作点

原理的には干渉計のノイズは光のもつ散射雑音で定まる。この時の信号の S/N を考える。散射雑音は、検出する光の photon 数  $N$  の揺らぎであり、 $\sqrt{N}$  に比例する。従って、検出器に入射する光のパワーが小さいほどノイズも小さくなる。一方、信号はアンテナ周波数での  $l$  の微小振動であるから

$$l = l_0 + x(t) \quad (3.6)$$

$$(x(t) = x_0 + \Delta l \cos \Omega t)$$

として反射光強度  $I_r$  の  $\Omega$  成分を求めれば良い。\*従って S/N は動作点における dc 成分の平方根と信号成分の比から求められる。アンテナ周波数  $\Omega$  は Cavity の Storage Time  $\tau_s$  ( $\tau_s = 2l_0/c(1 - r_1 r_2)$ ) に比べて遅いので静止しているものと考えられる。このとき、反射光出力は次式のようになる。

$$I_r = I_r|_{l=l_0+x_0} + \Delta l \left. \frac{\partial I_r}{\partial l} \right|_{l=l_0+x_0}$$

また、

$$S/N \propto \frac{\left. \frac{\partial I_r}{\partial l} \right|_{l=l_0+x_0}}{\sqrt{I_r|_{l=l_0+x_0}}}$$

最適の動作点は上式を最大にする点にある。理想的な場合として、 $r_1 = r_2, p_1 = 0$  の場合、最適動作点は  $x_0 = 0$  となる。このときの  $\Delta l$  の検出限界は、rms で

$$\Delta l_{\text{shot}} \simeq \frac{c\pi}{2\mathcal{F}} \sqrt{\frac{\hbar}{2\kappa P \omega_0}} \quad (3.7)$$

ここで、 $P$  はレーザーの入射パワーで、 $\mathcal{F} (= \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1-r_1 r_2})$  は Cavity の Finesse である。現実には、上のような条件は実現できず、また、入射光と Cavity の間にモードのミスマッチが必ず存在する。そのほかに、検出器のもつ雑音も無視することはできない。これらを考慮に入れると  $x_0 \neq 0$  の点が最適動作点になる。

---

\*鏡の損失が非常に大きいか、または、入射光と Cavity のマッチングが非常に悪くない限り、反射光を用いる方が S/N が高い。

動作点を定め、信号を取り出す方法としては、レーザーの安定化や、Free Mass 干渉計などに広く用いられている Pound-Drever 法を用いる。[25],[26] これは、位相変調を用いて干渉計の共振の中心にロックを掛ける方法で、 $x_0 = 0$  とする代わりにレーザー周波数の変調指数を調節することによって S/N を最大にする事ができる。反射光を用いた Pound-Drever 法では最も光量の小さいダークフリッジにロックしている上に、変調周波数をノイズの小さい領域に選ぶことによって信号周波数帯での強度雑音の混入を防げる。この他の方式として、透過光と反射光の比率を一定に保つように dc 的な制御をかけたり、Cavity の透過光と反射光を干渉させる形で Mach-Zehnder 干渉計をくむ方法なども提案されているが、構成が複雑になる一方で、特に大きなメリットはない。

### 3.3 Pound-Drever 法の特徴

もっとも単純に Pound-Drever 法による振動検出を考えるために、レーザーの位相変調を  $\phi_m(t) = \phi_m \sin \omega_m t$  とし、 $\phi_m \ll 1, \omega_m \ll 1/\tau_c$  と仮定すると、Cavity は前節と同じように完全に静的な描像を用いることができる。光周波数として  $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$  ( $\Delta\omega = \phi_m \omega_m \cos \omega_m t$ ) を代入し

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{\omega l}{c} \\ \theta_0 &= \frac{\omega_0 l_0}{c} (= \frac{2n+1}{2}\pi) \\ \delta\theta &= \theta - \theta_0\end{aligned}$$

とすると、 $\delta\theta$  の 2 次までの Taylor 展開によって

$$\begin{aligned}I_r &\simeq I_r|_{\theta=\theta_0} + \delta\theta \frac{\partial I_r}{\partial \theta}|_{\theta=\theta_0} + \frac{\delta\theta^2}{2} \frac{\partial^2 I_r}{\partial \theta^2}|_{\theta=\theta_0} \\ &= I_p + \frac{1}{2} \left( \frac{l_0}{c} \Delta\omega + \frac{\omega_0}{c} \Delta l \right)^2 \zeta I_0\end{aligned}\tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}\zeta &= \frac{\partial^2 I_r / \partial \theta^2 |_{\theta=\theta_0}}{I_0} \\ &= \frac{8r_1 r_2 [(1-p_1^2)(1-r_1^2 r_2^2) - r_1^2 - (1-p_1^2)^2 r_2^2]}{(1-r_1 r_2)^4}\end{aligned}\tag{3.9}$$

ここで  $I_p$  はミラーの損失および  $r_1, r_2$  の相違に起因する光の dc 成分で

$$I_p = \frac{[r_1 - (1 - p_1^2)]^2}{(1 - r_1 r_2)^2} I_0 \quad (3.10)$$

また、信号成分は

$$\frac{\omega_0 l_0}{c^2} \zeta \phi_m \omega_m \Delta l \cos \omega_m t \quad (3.11)$$

である。変調によって反射光出力は変化するが、この変化分は

$$I_{\text{mod}}(t) = \bar{I}_{\text{mod}}(1 + \cos 2\omega_m t) \quad (3.12)$$

$$\bar{I}_{\text{mod}} = \frac{1}{4} \left( \frac{l_0}{c} \phi_m \omega_m \right)^2 \zeta I_0$$

3.1節で用いたものと同じ共振器を用いて変調をかけ、 $l = l_0$  にロックした場合の 2 倍波の大きさと振動に対する感度を測定した。(図 3.3) ここでは入射光に変調をかけずにフロントミラーを 6.3kHz で  $1.84 \times 10^{-11} \text{m}_{\text{rms}}$  の振幅で振ることで代用した。2 倍波の出力から  $\zeta = 1.21 \times 10^5$  が得られる。また、さらにエンドミラーを  $1.35 \times 10^{-12} \text{m}_{\text{rms}}$  の振幅で振動させたときの復調出力からも  $\zeta = 1.21 \times 10^5$  が得られた。これは Finesse 384 で  $r_1 = r_2, p_1 \sim 0$  としたときの (3.9) の値と完全に一致している。

光検出器には (3.9) のほかに入射光とモードのミスマッチによる残留光  $I_{\text{MM}}$  が入射する。また、検出器のもつ雑音もこれに相当する直流電流  $I_{\text{det}}$  に換算することができる。従って変調に無関係な光電流の直流成分は

$$I_{\text{dc}} = I_p + I_{\text{MM}} + I_{\text{det}}$$

信号を検波する時には、Phase Sensitive Detector(PSD) で復調して  $\cos \omega_m t$  の成分のみを取り出すことになる。このときの散雑音は

$$\begin{aligned} \text{Shot Noise} &\propto \sqrt{I_{\text{dc}} + I_{\text{mod}}(t)} \cos \omega_m t \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} I_{\text{dc}} + \frac{3}{4} \bar{I}_{\text{mod}}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

となる。[27] 散雑音による  $\Delta l$  の検出限界は

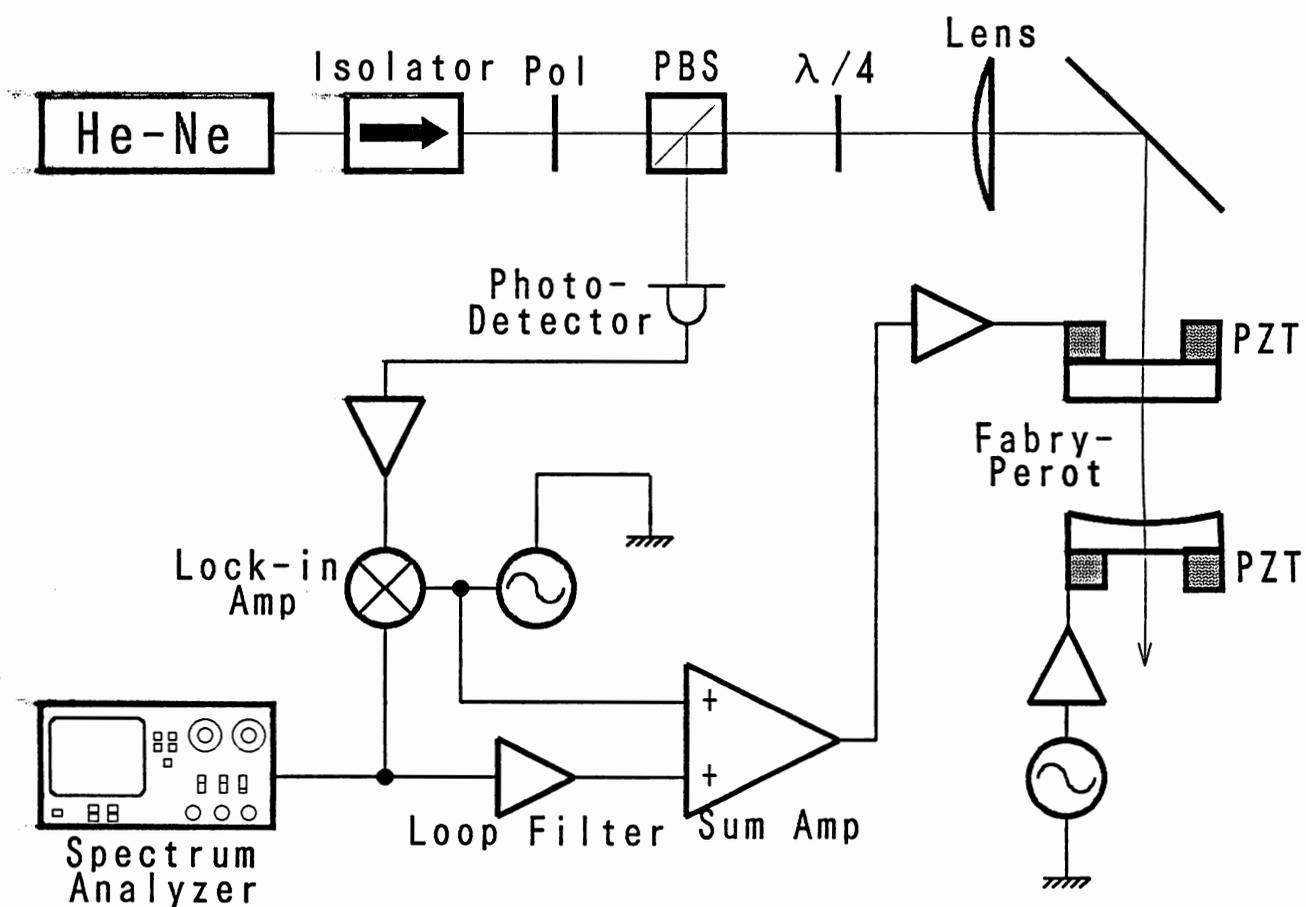


図 3.3: Fabry-Perot 共振器の感度測定。フロントミラーに変調をかけ、復調信号を PZT にフィードバックしてロックする。信号としてエンドミラーも PZT で振動させる。

$$\Delta l_{\text{shot}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2eI_{\text{dc}} + 3e\bar{I}_{\text{mod}}}}{\frac{l_0\omega_0}{c^2}\zeta\phi_m\omega_m} \quad (3.14)$$

で与えられる。これによると $\phi_m$ が大きいほどS/Nは向上することになるが、実際にはより高次の項の効果が現れるので、 $\phi_m$ には最適値が存在し、それを過ぎるとS/Nは悪化する。 $I_{\text{dc}}$ が小さい場合は

$$\begin{aligned} \Delta l_{\text{shot}} &\simeq \frac{c}{\omega_0} \sqrt{\frac{3e}{2\zeta I_0}} \\ &\simeq \frac{c\pi}{4\mathcal{F}} \sqrt{\frac{3\hbar}{\kappa P \omega_0}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

(3.15)は(3.7)に比べて $\sqrt{3/2}$ の感度の減少がある。これは変調のために、光の強度が $2\omega_m$ で変調を受けたためである。光の強度が時間変化を起こさないように正弦波の代わりに矩形波で変調すれば(3.7)に一致する。しかし、これは技術的に困難である。

散射雑音以外でのノイズ源としてはレーザーの周波数雑音と強度雑音がある。強度雑音は前述したように $\omega_m$ を10MHz程度に選べば影響を回避できるが、周波数雑音はそのまま信号と混ざってしまう。周波数雑音を $\omega_N$ とするとこれに相当する等価変位雑音 $x_N$ は

$$\frac{x_n}{l_0} = -\frac{\omega_N}{\omega_0} \quad (3.16)$$

で与えられる。従って、基線長を短くするほど位相雑音の影響を少なくすることができる。特に、 $I_{\text{dc}}$ が無視できる大きさの時には、散射雑音は $l_0$ にまったく依存しないため、基線長は可能な限り短くすれば良い。しかし、 $I_{\text{dc}}$ が無視できない大きさをもつ場合には $l_0$ が短くなると $\Delta l_{\text{shot}}$ も悪化する。この場合には $l_0$ を極端に短くすることはできない。しかし、 $\phi_m$ は位相雑音とはまったく無関係であるために、 $l_0$ をある程度まで短くして $\phi_m$ をできる限り大きくすることによってS/Nの悪化を最小限に抑えることはできる。また、2本のFabry-Perot干渉計からの出力を考えると、位相雑音は同相信号であるために、出力の差をとるとかなりの程度は取り除けるはずである。もし、 $I_{\text{dc}}$ と位相雑音とその同相信号除去比が先に与えられたとすると最適な $l_0$ と $\phi_m$ を

定めることができる。しかし、現実には  $I_{dc}$  は干渉計を作り上げるまではわからないため、位相雑音を減らすよりも散射雑音を増やさないことをより重視すべきである。その上で位相雑音は信号処理の過程で取り除くのが望ましい。以上をまとめるとトランスデューサーに用いる Fabry-Perot 干渉計の要件は以下ようになる。

- 変調周波数は強度雑音が増加する周波数以下になる周波数とする。
- 周波数雑音は同相信号として除去する。
- 変調度は  $S/N$  が最大になるまで大きくする。
- 基線長は入射光の周波数安定度と同相信号除去率、変調指数の技術的視点から最適化する。
- 入射光は出力信号中の位相雑音が Shot Noise 以下になる程度まで安定化を行う。

### 3.4 振動する Cavity の変調

Cavity の Cut Off 周波数  $f_c$  に比べて変調周波数と変調指数がきわめて小さい場合には前節のような静的近似を行うことができる。また、Free Mass 干渉計のように  $f_c$  に比べて非常に大きな周波数での変調を行う場合には変調光は Cavity 内へ全く入ることができず、Front Mirror で全反射された変調光と Cavity から漏れだしてくる反射光との干渉になり、外部光として 1 次までの Bessel 級数展開を行えば充分である。このときには (3.11) の代わりに

$$\frac{4t_1^2 r_2 \omega_0}{c(1-r_1 r_2)^2} \Delta l \phi_m \sin \omega_m t \quad (3.17)$$

とすれば良い。しかし、トランスデューサーとして用いる F. P. Cavity では  $f_c$  が高く、 $\phi_m$  が大きいいため、このどちらにも当てはまらないことがある。こうしたときには、高次の項の寄与が無視できない大きさとなる。[28]

前節と同様に入射光の周波数を  $\omega_0$ 、変調周波数  $\omega_m$ 、ミラーの振動周波数を  $\Omega$  として、

$$A_{\text{in}}(t) = a \exp i[\omega_0 t + \phi_m \sin \omega_m t]$$

$$x(t) = l_0 + \Delta l \cos \Omega t \quad \Delta l \ll l_0$$

とおく。これより、Cavity からの反射光  $A_r$  は

$$A_r(t) = ir_1 A_{\text{in}}(t) - i \frac{t_1^2}{r_1} \sum_{n=1}^{\infty} (-r_1 r_2)^n A_{\text{in}}(t - \frac{2}{c} \sum_{k=1}^n x[t + \frac{l_0}{c} - \frac{2kl_0}{c}])$$

で与えられる。ここで  $k$  について  $x$  の和をとると

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n x[t + \frac{l_0}{c} - \frac{2kl_0}{c}] &= nl_0 + \sum_{k=1}^n \Delta l \cos \Omega(t + \frac{l_0}{c} - \frac{2kl_0}{c}) \\ &= nl_0 + \Delta l \cos[\Omega(t - \frac{l_0}{c}n)] \sin \frac{n\Omega l_0}{c} / \sin \frac{\Omega l_0}{c} \\ &= nl_0 + \frac{\Delta l}{2} [\sin \Omega t - \sin \Omega(t - \frac{2nl_0}{c})] / \sin \frac{\Omega l_0}{c} \end{aligned}$$

となる。従って  $\omega_m \Delta l / c \ll 1$  の近似で

$$\begin{aligned} A_r(t) &\simeq ir_1 A_{\text{in}}(t) \\ &\quad - i \frac{t_1^2}{r_1} \sum_{n=1}^{\infty} a (-r_1 r_2)^n \\ &\quad \times \exp i \left\{ \omega_0 \left[ t - \frac{nl_0}{c} - \frac{\Delta l}{c} \left( \sin \Omega t - \sin \Omega(t - \frac{2nl_0}{c}) \right) / \sin \frac{\Omega l_0}{c} \right] \right. \\ &\quad \left. + \phi_m \sin \omega_m(t - \frac{2nl_0}{c}) \right\} \end{aligned}$$

ここで  $\phi_{\Delta l_0} = \frac{\omega_0 \Delta l}{c \sin(\Omega l_0 / c)} \left( \sim \frac{\omega_0 \Delta l}{\Omega l_0} \right)$  とおき、共振条件  $\omega_0 \frac{2l_0}{c} = (2m+1)\pi$  を課すと

$$\begin{aligned} A_r(t) &= ir_1 A_{\text{in}}(t) \\ &\quad - ia \frac{t_1^2}{r_1} \sum_{n=1}^{\infty} (-r_1 r_2)^n \\ &\quad \times \exp i \left\{ \omega_0(t - \frac{2nl_0}{c}) - \phi_{\Delta l} (\sin \Omega t - \sin \Omega[t - \frac{2nl_0}{c}]) \right. \\ &\quad \left. + \phi_m \sin \omega_m(t - \frac{2nl_0}{c}) \right\} \\ &= ir_1 a \exp i[\omega_0 t + \phi_m \sin \omega_m t] \\ &\quad - i \frac{t_1^2}{r_1} a \exp i[\omega_0 t - \phi_{\Delta l} \sin \Omega t] \end{aligned}$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n \exp i \left[ \phi_{\Delta l} \sin \left( t - \Omega \frac{2nl_0}{c} \right) + \phi_m \sin \omega_m \left( t - \frac{2nl_0}{c} \right) \right]$$

ここで  $\exp i \left[ \phi_{\Delta l} \sin \Omega \left( t - \frac{2nl_0}{c} \right) + \phi_m \sin \omega_m \left( t - \frac{2nl_0}{c} \right) \right]$  をベッセル級数展開すると

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n \exp i \left[ \phi_{\Delta l} \sin \Omega \left( t - \frac{2nl_0}{c} \right) + \phi_m \sin \omega_m \left( t - \frac{2nl_0}{c} \right) \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) e^{ip\Omega(t - \frac{2l_0}{c}n)} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(\phi_m) e^{iq\omega_m(t - \frac{2l_0}{c}n)} \\ &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) J_q(\phi_m) e^{i(p\Omega + q\omega_m)t} \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n e^{-i(p\Omega + q\omega_m)\frac{2l_0}{c}n} \\ &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) J_q(\phi_m) e^{i(p\Omega + q\omega_m)t} \frac{r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)\frac{2l_0}{c}}}{1 - r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)\frac{2l_0}{c}}} \end{aligned}$$

従って

$$\begin{aligned} A_r &= iae^{i\omega_0 t} \\ &\times \left\{ r_1 \exp[i\phi_m \sin \omega_m t] \right. \\ &\quad \left. - r_2 t_1^2 \exp[i\phi_{\Delta l} \sin \Omega t] \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) J_q(\phi_m) \frac{e^{i(p\Omega + q\omega_m)(t - 2l_0/c)}}{1 - r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c}} \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

これより、光検出器の電流は

$$\begin{aligned} I_r &= |A_r(t)|^2 \\ &= I_0 \left\{ r_1^2 \right. \\ &\quad + r_2^2 t_1^4 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) J_q(\phi_m) J_r(\phi_{\Delta l}) J_s(\phi_m) \\ &\quad \times \frac{e^{i[(p-r)\Omega + (q-s)\omega_m](t - 2l_0/c)}}{[1 - r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c}][1 - r_1 r_2 e^{i(r\Omega + s\omega_m)2l_0/c}]} \\ &\quad - r_1 r_2 t_1^2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) J_q(\phi_m) J_r(\phi_{\Delta l}) J_s(\phi_m) \\ &\quad \times \left. \left( \frac{e^{i[(p-r)\Omega + (q-s)\omega_m]t}}{1 - r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c}} e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c} + \text{h.c.} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= I_0 \left\{ r_1^2 \right. \\
&\quad + r_2 t_1^2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_p(\phi_{\Delta l}) J_q(\phi_m) J_{p+r}(\phi_{\Delta l}) J_{q+s}(\phi_m) \\
&\quad \times \Re \left( \frac{r_2 t_1^2 e^{i[r\Omega + s\omega_m](t-2l_0/c)}}{[1 - r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c}][1 - r_1 r_2 e^{i[(p+r)\Omega + (q+s)\omega_m]2l_0/c}]} \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{2r_1 e^{-i(r\Omega + s\omega_m)t} e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c}}{1 - r_1 r_2 e^{-i(p\Omega + q\omega_m)2l_0/c}} \right) \right\} \quad (3.19)
\end{aligned}$$

となる。信号成分はこのうち、 $I_{\pm\omega_m \pm \Omega}$ の部分であり、 $r = \pm 1, s = \pm 1$ を求めれば良い。 $\phi_m \ll 1$ の場合、 $\omega_m \gg 2\pi f_c$ ならば(3.17)に、 $\omega_m \ll 2\pi f_c$ ならば(3.11)に一致する。

### 3.5 トランスデューサーの反作用

光は反射・吸収される際に、鏡に対して運動量を与える。この輻射圧がトランスデューサーの反作用となる。輻射圧のdc成分は単にアンテナの釣合位置をわずかに変化させるだけであるため、信号に対して影響を持たない。従って、その揺らぎの成分である Shot Noise, Intensity Noise について考察する。

#### 3.5.1 Shot Noise

時刻0に鏡で反射した1個の光子による力を

$$f_1 = \begin{cases} 2p\alpha(t) & (0 < t < \Delta t) \\ 0 & (t \leq 0, t > \Delta t) \end{cases} \quad (3.20)$$

$$p = \frac{\hbar\omega}{c}$$

$$\int_0^{\Delta t} \alpha(t) dt = 1$$

とおく。時間  $T$  に  $K$  個の光子が反射する確率は単位時間あたりの光子数を  $n$  として

$$r(K) = (nT)^K \exp(-nT)/K! \quad (3.21)$$

$$\left(\sum_{K=1}^{\infty} Kr(K) = nT\right)$$

また、このときの力の時間平均は

$$\begin{aligned}\overline{f_K} &= \frac{1}{T} \left( K \int_0^{\Delta t} 2p\alpha(t) dt \right) \\ &= 2p \frac{K}{T}\end{aligned}\tag{3.22}$$

従って、光子数についても平均をとると

$$\begin{aligned}\overline{f_r} &= \sum_{K=0}^{\infty} r(K) \overline{f_K} \\ &= \frac{2p}{T} \sum_{K=0}^{\infty} Kr(K) \\ &= 2np\end{aligned}\tag{3.23}$$

一方、 $K$ 個の光子が時間  $T$  の間に反射するときの力  $f_K$  は  $k$  番目の光子が反射する時刻を  $t_k$  とすると

$$f_K(t) = \sum_{k=1}^K 2p\alpha(t - t_k)\tag{3.24}$$

である。したがって  $f_K^2$  の時間平均は

$$\begin{aligned}\overline{f_K^2} &= \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^K \int_0^T \frac{dt_1}{T} \cdots \int_0^T \frac{dt_K}{T} 4p^2 \alpha(t - t_k) \alpha(t - t_m) \\ &= 4p^2 \frac{K}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(t) dt + 4p^2 \frac{K(K-1)}{T^2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(t) dt \right\}^2\end{aligned}\tag{3.25}$$

これを  $K$  についても平均すると

$$\begin{aligned}\overline{f_r^2} &= \sum_{K=0}^{\infty} r(K) \overline{f_K^2} \\ &= 4p^2 n \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(t) dt + \{\overline{f_r}\}^2\end{aligned}\tag{3.26}$$

を得る。したがって揺らぎの平均値は

$$\begin{aligned}\overline{f_{ba}^2} &= \overline{\{f_r - \overline{f_r}\}^2} \\ &= \overline{f_r^2} - \{\overline{f_r}\}^2 \\ &= 4p^2 n \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(t) dt\end{aligned}\tag{3.27}$$

となる。  $\alpha(t) = \delta(t)$  とすれば (3.27) は

$$\overline{f_{ba}^2} = 4p^2 n \delta(0)$$

である。そのパワースペクトラムは

$$\begin{aligned} \langle f_{ba}^2(\nu) \rangle &= 8np^2 \\ &= \frac{8P\hbar\omega}{c^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

ただし、 $P$ は鏡に当たる平均のパワーである。1個の光子は平均して  $\mathcal{F}/\pi$ 回の反射を行い、これはアンテナの周期よりもはるかに短い時間であるため、同期した力と考えられる。したがって吸収・散乱を無視すれば

$$\sqrt{\langle f_{\text{shot}}^2 \rangle} = \frac{2\mathcal{F}}{c\pi} \sqrt{2\hbar\omega P} \quad (3.29)$$

### 3.5.2 Intensity Noise

Intensity Noise の場合には平均値 (3.23) の揺らぎとして直接導出することができる。Intensity Noise のパワースペクトラムを

$$\gamma_n = \Delta P/P$$

とすれば、これによる反作用は

$$f_{\text{am}} = \frac{2\mathcal{F}}{c\pi} \gamma_n P \quad (3.30)$$

で与えられる。

### 3.5.3 トランスデューサーの雑音温度

以上の議論より、トランスデューサーの雑音温度を導出することができる。完全に Shot Noise 以外のノイズが無視できる場合には (2.43), (3.15), (3.29) より、

$$T_N = \frac{1}{2k} \hbar\Omega \sqrt{3/2\kappa} \quad (3.31)$$

であり、量子雑音レベルのトランスデューサーとなる。また、マッチング係数は(2.39)より

$$\eta = \frac{1}{\mu\Omega^2} \frac{8\mathcal{F}^2\omega P}{c^2\pi^2} \sqrt{\frac{2\kappa}{3}} \quad (3.32)$$

となる。例として、換算質量  $10^3\text{kg}$ , 周波数  $1\text{kHz}$  のアンテナを考えると Michelson 干渉計ならば  $\eta \sim 1$  とするためには  $10^{11}\text{W}$  のパワーが必要となる。Fabry-Perot 干渉計ならば  $10^5$  のフィネスがあればパワーは  $1\text{W}$  で  $\eta \sim 1$  となる。いずれにしても容易に実現できる値ではないが、Fabry-Perot を使用する利点はマッチングの向上の点でも非常に大きなものがある。

レーザーの現状では  $f_{\text{am}} \gg f_{\text{shot}}$  であり、上の議論の  $f_{\text{shot}}$  を  $f_{\text{am}}$  に置き換える必要がある。  $\Delta l_{\text{shot}}$  については実現可能性が高いので(3.15)をそのまま用いる。

$$T_N = \frac{\gamma_n}{4k} \sqrt{\frac{3\hbar P}{\kappa\omega}}$$

$$\eta = \frac{8\mathcal{F}^2\gamma_n P}{\mu\Omega^2 c^2 \pi^2} \sqrt{\frac{\kappa\omega P}{3\hbar}}$$

今回実験に用いたパラメーターは

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = 3 \times 10^{15} \\ P = 50 \mu\text{W} \\ \gamma_n = 10^{-6} \\ \mathcal{F} = 5000 \\ \kappa = 0.8 \\ \mu = 300\text{kg} \\ \Omega = 3 \times 10^4 \end{array} \right.$$

の程度で、 $T_N \sim 5 \times 10^{-11}\text{K}$ ,  $\eta \sim 8 \times 10^{-10}$  となる。このように非常にマッチングが低いいため、熱雑音に比較して  $f_{\text{am}}$  も無視できる大きさである。実際、

$$\langle f_T^2 \rangle = 4\mu kT / \tau_A \sim 3 \times 10^{-20} (\text{N}^2/\text{Hz})$$

に対して

$$\langle f_{\text{am}}^2 \rangle \sim 3 \times 10^{-31} (\text{N}^2/\text{Hz})$$

に過ぎない。

# Chapter 4

## プロトタイプ検出器

### 4.1 アンテナ

共振型重力波アンテナにとって、Q 値は感度を決定する重要な要因である。Q 値は内部摩擦によって決定されるが、内部摩擦についての確実な理論は存在しない。従って、実験によって Q 値の高いアンテナの形状を決定しなければならない。一体で削りだしたディスク型のアンテナの場合、その中心で不動点支持が可能であるため、非常に高い Q 値が得られている。材質としてアルミ合金 5056 を用いると常温で  $2 \times 10^5$  程度、He 温度では  $10^7$  以上がふつうである。[29] トランスデューサーに静電型のような非接触のものを用いればこの高い Q 値がそのまま実現できる。同じようにレーザー干渉計を用いて非接触トランスデューサーをつくればやはり高い Q 値が期待できるが、その実現には、アンテナ端面を鏡面研磨し、その上に高反射のミラーコーティングを直接施す必要がある。しかし、これは製作技術の上で非常に困難であり、現状ではアンテナに何らかの形で小型の鏡を取り付ける以外の方法はない。そこで、どのようにしてアンテナに鏡を取り付ければ Q 値の低下を防げるかを調べるために小型のモデルアンテナを造り実験を行った。

また、観測的に意味のある検出器では、アンテナはかなり大型のものとなり、支持部分を含めて 1 つのブロックから一体で削り出すことは不可能である。従っていくつかの部分に分けて工作した後に、組み立てることになる。これについても同様に Q 値

の低下を最小限にとどめねばならないため、直径 50cm のアンテナを組み立てて実験を行い、最終的にトランスデューサーを組み込むプロトタイプアンテナを製作した。

#### 4.1.1 アンテナへの鏡のマウント

アンテナにトランスデューサーを配置するに当たって、まず、次のような方針をたてた。

1. Fabry-Perot 干渉計の共振器長はアンテナの振動以外の要因で変化しない。
2. フロントミラーは、アンテナの振動で変化しないように配置する。
3. エンドミラーはもっとも振動の大きくなるアンテナ端面に固定する。
4. Q 値の低下を防ぐためにアンテナに固定されたエンドミラーには、制御機構を設けない。

1 より、共振器の 2 つのミラーは、何らかの形でアンテナに固定しなければならない。  
2 より、フロントミラーはアンテナのノードに取り付けねばならない。4 より、フロントミラーまたは、ビーム位置のみによって共振器を制御しなければならない。このような条件を満たす鏡の配置として大きく分けて 3 つの方法を検討した。(図 4.1)1 つはアンテナ端面に直接エンドミラーを張り付け、フロントミラーをアンテナ外部に置く方法である。(a) 次はエンドミラーはアンテナ上部にミラーマウントを作って固定し、フロントミラーはアンテナ外に端面と平行におき、光学部品もアンテナの外部に設ける方法である。(b) もう 1 つは、エンドミラーは同じようにミラーマウントを使って固定するが、フロントミラーは他のすべての光学部品と共に、アンテナ上に固定した光学部品マウント用の台に配置する方法である。(c) それぞれのマウント法について調べるために直径 22cm のディスクアンテナの模型をつくり、条件を変えながら Q 値を測定した。(図 4.2) アンテナは、そのサポートと一体で削り出され、上部には、フロントミラー用の光学台をはめ込むために直径 2cm, 高さ 1.5cm の突起がある。アン

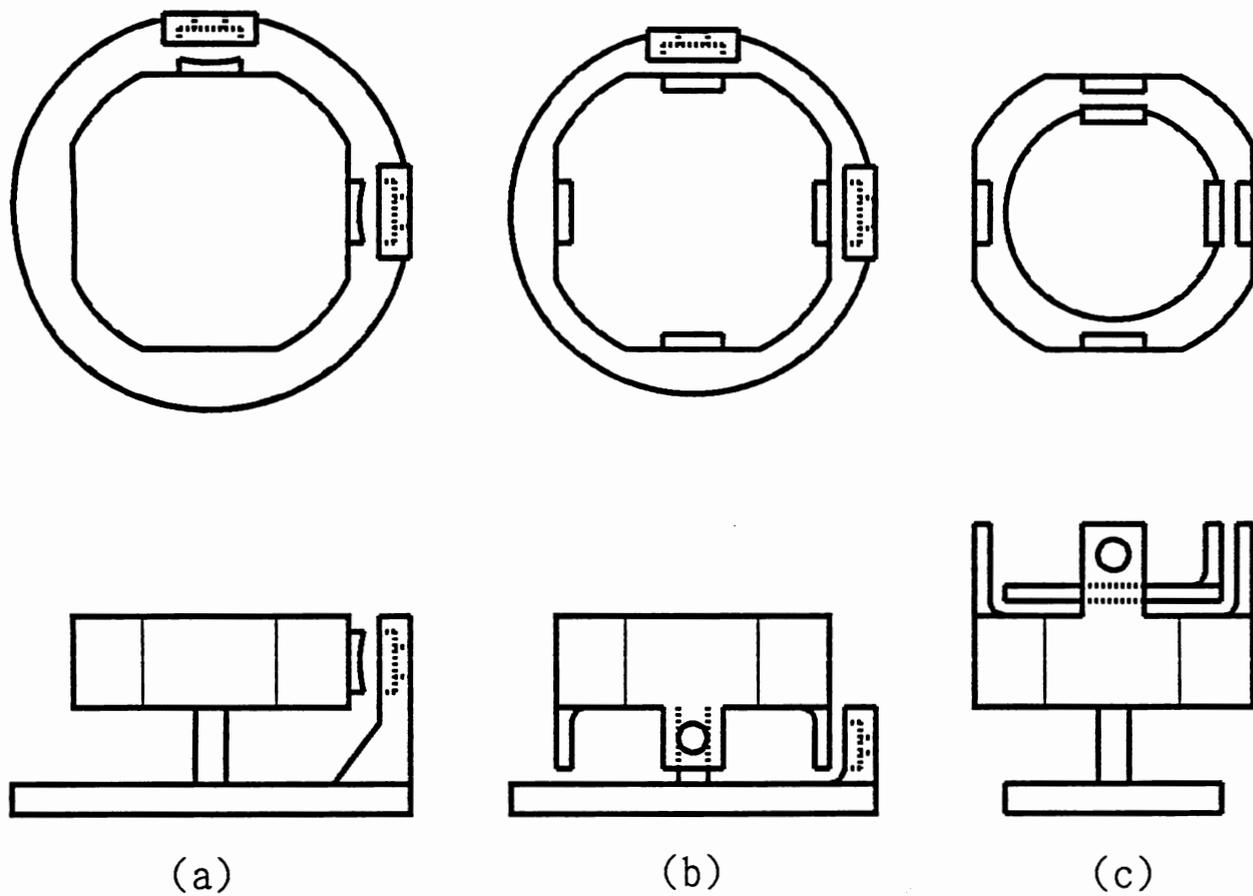


図 4.1: 鏡の配置法

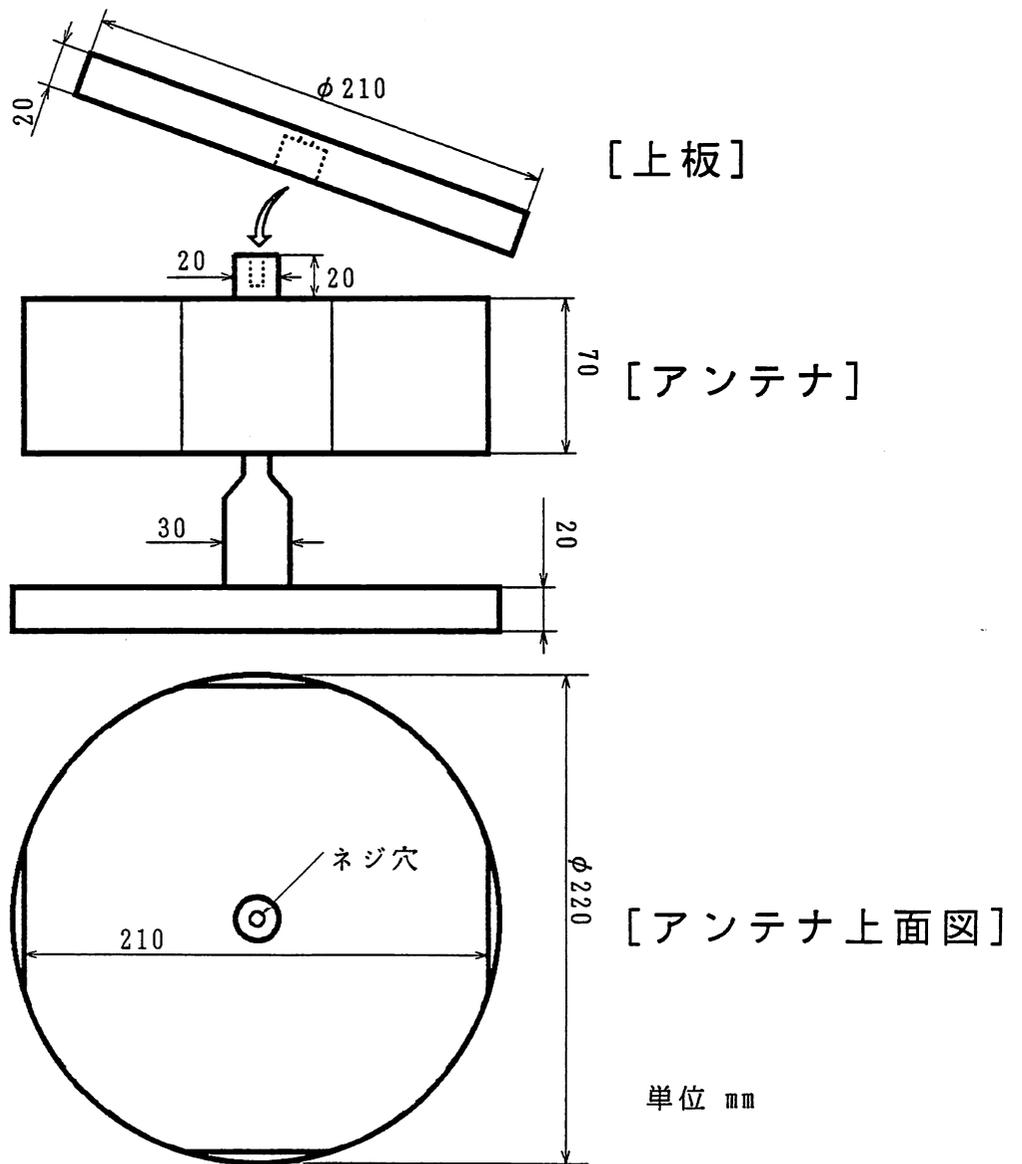


図 4.2: ミラーマウントによる Q 値の減少を測定するためのアンテナの模型

エンドミラーマウントの取り付け方	アンテナ上板の取り付け方		
	なし	6mm ネジ 1 本	3mm ネジ 4 本
アンテナ一体	$1.39 \times 10^5$	—	—
なし	$1.49 \times 10^5$	$1.39 \times 10^5$	$1.45 \times 10^5$
ネジ止め	$4.1 \times 10^3$	$3.9 \times 10^3$	$4.0 \times 10^3$
瞬間接着材	—	—	$1.65 \times 10^4$
アラルダイト	—	—	$7.5 \times 10^3$
マウント無し ネジだけ	$1.19 \times 10^5$	$1.19 \times 10^5$	—

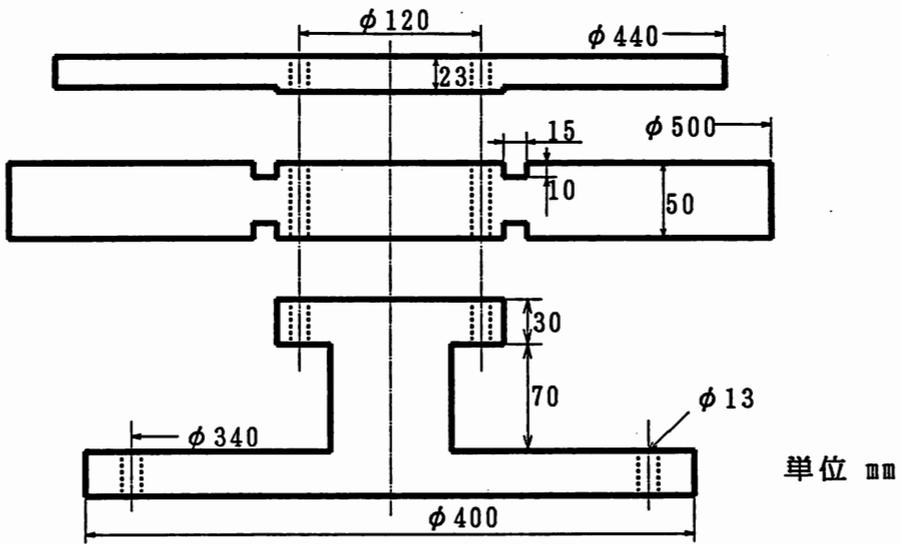
Table 4.1: モデルアンテナへの鏡の取り付け方と Q 値

テナには 2 つの電極を取り付け、一方は静電型トランスデューサーとして、もう一方は外部電場によってアンテナを励起するために用いた。測定は真空中でアンテナを励起した後に減衰する振幅を時系列で観測し、緩和時間から Q 値を求めることを行った。エンドミラーマウントの模型として、幅 3cm, 高さ 7cm, 厚さ 3mm のアルミ板を使った。このうち、アンテナ上に突き出す高さは 4cm である。取り付け方はアンテナ一体・ネジ止め・瞬間接着剤・エポキシ系接着剤 (アラルダイト) を試した。そのほかに鏡の模型として直径 16mm, 厚さ 2.4mm のステンレスの円板を作り、アンテナに直接張り付けてみたが、これは張り付ける状況に大きく依存していたため、評価できなかった。これらは、全て、4 回対称性を保つように各辺に 1 個ずつ、合計 4 個を取り付けた。また、アンテナ上に置くフロントミラー用の光学台の模型として直径 20cm, 厚さ 2cm のアルミ板を用意し、その取り付け方法として 6mm のネジ 1 本で中心に固定する場合と 3mm のネジ 4 本で固定する場合の比較をした。いずれも、アンテナと上部の板の間隔は 1mm とした。実験では最初にエンドミラーマウントをアンテナと一体で削りだし、その Q 値を測定した。次にこれを切断し、上のさまざまな条件を組み合わせ測定を行った。結果を表 4.1 に示す。この結果からアンテナ上部に光学部品のマウント用に台を設けても Q 値にはほとんど影響がないことがわかる。また、台上に鉛のおもりをいくつか配置しても、Q 値はまったく変化しなかった。従って、フロントミラーはアンテナ上に光学部品の台を置いてもアンテナ外部に

置いても大きな違いはなく、問題となるのは、エンドミラーの取り付け方だけである。エンドミラーあるいは、エンドミラーマウントは接着やネジ止めの際に  $Q$  値を低下させ、特に、この傾向はネジ止めをしたときに著しい。これは、ネジによって内部摩擦が増加するためではなく、ネジ止めの場合には、接着剤に比べて接触面が不安定になるためと思われる。同時にミラーマウント部にミラーの模型を接着剤で張り付けて測定を行ったが、張り付けた状態に依存していて余り正確なデータは取得できなかった。しかし、傾向としてはアンテナに直接鏡を取り付ける場合に比べれば  $Q$  値は余り変化しない様子であった。こうしたことからエンドミラーはアンテナと一体で削りだしたマウントに固定することがもっとも良いと考えられる。最終的に、アンテナ外部に光学系を組み立てるか、アンテナ上に組み込むかの選択肢が残るが、 $Q$  値だけを考えた場合にはどちらでもかまわない。アンテナ上に光学系を組み立てる場合には、エンドミラーマウントの背が高くなる欠点がある。この場合、ミラーマウントの共振周波数が下がり、測定に影響がでるおそれがある。しかし、2つの Fabry-Perot 干渉計を Michelson 型に配置でき、将来の直接干渉を考えた場合にはより有利になる。一方、アンテナ外に光学系を置くと、ミラーマウントは低くできるが、光学系がアンテナに対して静止するように配慮が必要となる上に、真空タンクを大きくしなければならぬ。こうした点を考慮し、アンテナ上の配置を選ぶことにした。

#### 4.1.2 組立アンテナ

以前にも東京大学では組立型のディスクアンテナの  $Q$  値を測定したことがあり、そのときの経験では、振動モードの節に近い部分に支持部品を組み合わせても  $Q$  値に対する影響は比較的少ないことがわかっている。そこで、最初に図 4.3 のようなアンテナを製作した。これはアンテナ部と支持部、光学台の 3 つの部分からできており、光学台と支持部はアンテナ部の中心に直径 12cm の接触面で 4 本のネジで止められる。材質は、すべてアルミ合金 5052 である。アンテナ部と支持部などの独立性を増すように、アンテナ部には支持部や光学台との接触部分の外周に、幅 1.5cm、深さ



[上面図]

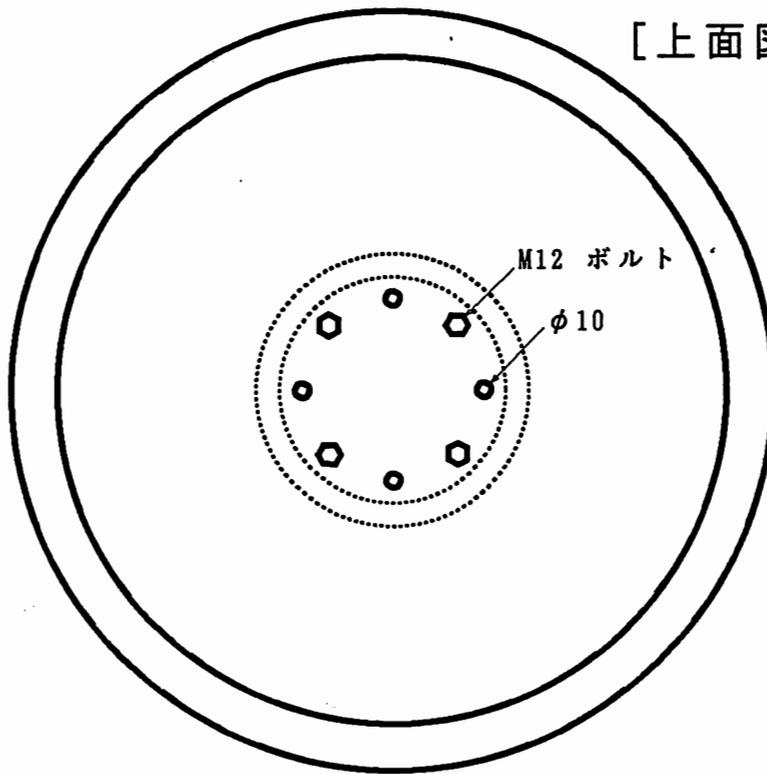


図 4.3: 最初に製作した組立アンテナ。アンテナはアンテナ本体と支持部、光学台の 3 つの部分からできており、それぞれが中心近くでネジ止めされる。

1cmの溝を彫った。また、光をアンテナ部の下からプリズムを通して導入するようにしたため、アンテナにはネジ穴と45°の角度をなす光導入用の穴が4個あいている。アンテナ部分は直径50cmの完全な円形で、厚さは5cmとした。これは、現在入手できる最大の材料が直径2m、厚さ20cmであることから $\frac{1}{4}$ スケールとして選ばれたものである。また、アンテナ上部に載る光学台は直径44cm厚さ2cmの円板で、アンテナとの接触部のみ、3mm厚くし、アンテナと3mmの間隔を保つようにしてある。光学台の厚さは、ミラーマウントの高さを低くするためには薄いほど良い。しかし、その横モードの四重極振動の周波数があまり低くなると干渉計がふらつくため2cmとした。このアンテナを組み立てたところ、Q値は300程度しかなかった。また、光学台を取り外してQ値を測定してみたが、あまり結果は変わらず、400前後にとどまった。前節の結果や、これまでの経験と照らして、原因と思われることは主として

- アンテナと外部の部品との接触面積がアンテナ本体に比べて大きすぎる。
- アンテナ内部にネジが深く食い込み過ぎている。
- ネジの位置が中心より遠く振動の節と見ることができない。

の3点と考えられた。これらの点を改善し、ミラーマウントも一体化して図4.4のようなアンテナをプロトタイプとして造った。やはり、このアンテナも支持部分と光学台をアンテナ本体とネジ止めして造った。アンテナ部とその他の部分の接触面積は前に比べて $\frac{1}{4}$ になっており、しかも、4重極モードの節に当たる中心部により集中している。また、ボルトがアンテナ本体に食い込まないようにアンテナ中心部に突起を一体で削りだし、ネジしろとした。このため、ネジ止めを行ったときにも、ネジは弾性体中には入らない。2つの4重極モードの縮退を解き、同時に較正用の静電型トランスデューサーを容易にとりつけられるようにするために、アンテナ部分は直径52cmの円盤の4隅を1cmずつ切り落とし直線部を作った。また、その端部にはミラーマウントを一体で削りだしてある。アンテナ部分の質量は28kgである。ミラーマウン

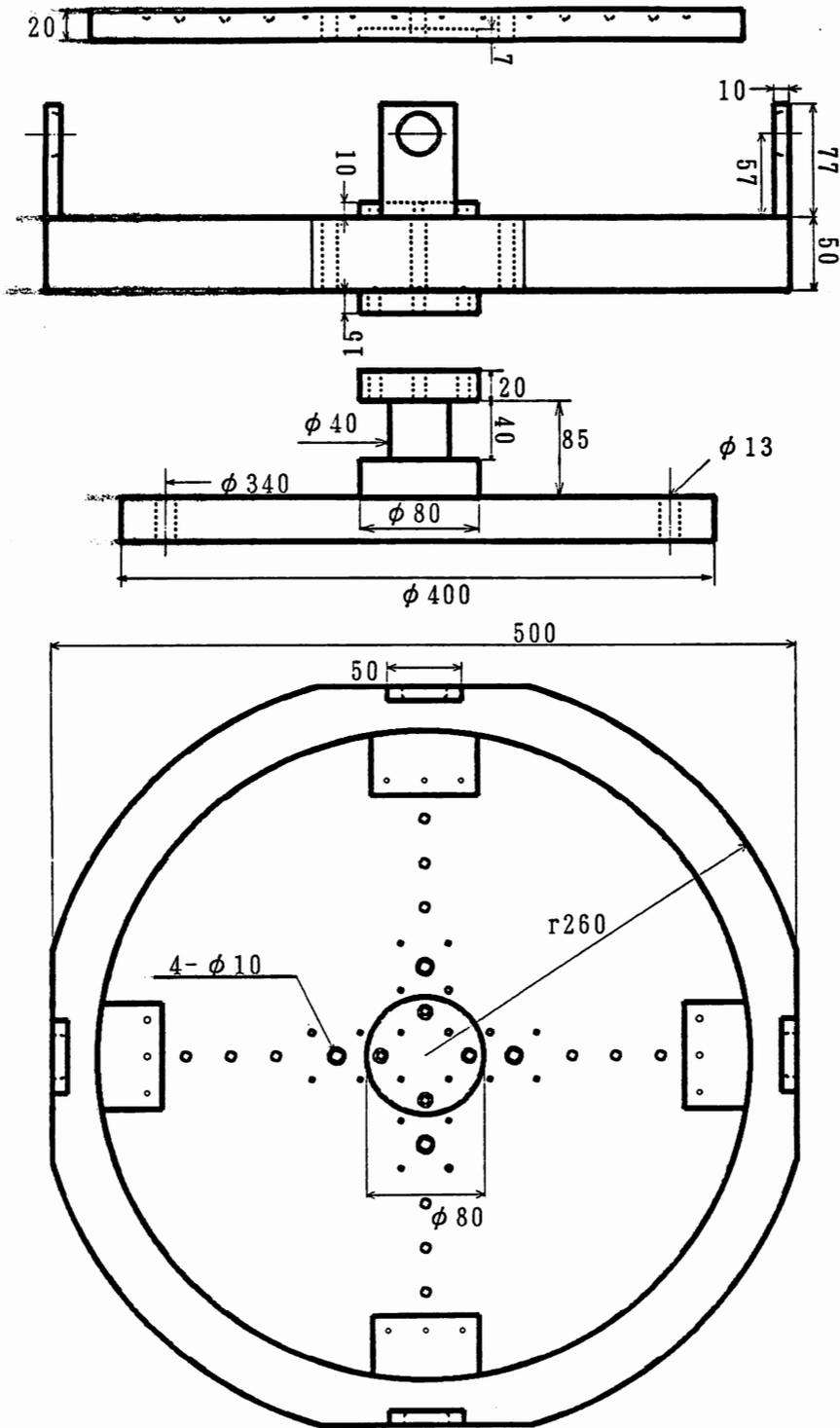


図 4.4: プロトタイプアンテナ。やはり 3 つの部分でネジ止めして組み立てた。以前に造ったアンテナに比べて支持部や光学台とアンテナ部の接触面積を小さくしてある。また、ネジがアンテナ本体の中に入らないようにアンテナ部分の上下にネジしろをつかった。端の 4 箇所を切りとってあるのは縮退した 2 つのモードを分離させると同時にキャリブレーション用の静電型トランスデューサーを取り付けるためである。

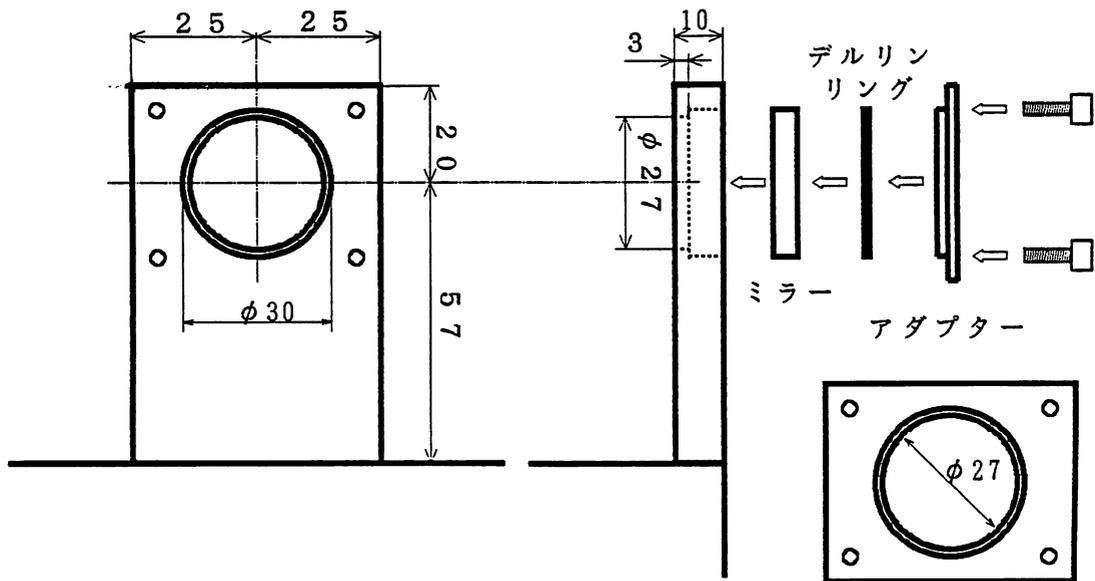


図 4.5: アンテナと一体で削りだしたミラーマウント。ミラーはアダプターを4箇所のネジで押して固定される。

ト部分は図 4.5 のような構造をしており、アダプターをネジで押して鏡を抑える構造とした。アンテナの4回対称性を維持し、Q 値の低下を防ぐため、鏡を取り付けない2つのミラーマウントにはアルミで造ったダミーミラー（質量は鏡と同じ）をのせてある。まず、アンテナ本体だけを支持部に固定して共振周波数と Q 値を測定したところ、共振周波数は 4547Hz で Q 値は  $2.26 \times 10^5$  であった。これはほぼ、一体で切削されたアルミ合金製ディスクアンテナの Q 値に等しく、支持部からのアンテナの運動を阻害するような摩擦は大きくないことが確認された。次に光学台取り付け用のキャップスクリューだけをねじ込んだところ、Q 値は  $1.79 \times 10^5$  に下がった。さらに光学台を乗せてネジ止めを行ったところ周波数に変化はなかったが、Q 値はさらに低下して  $4.0 \times 10^4$  にまで下がった。このように支持部と光学台は同じようにネジ止めたにも関わらず、その Q 値に対する影響はまったく異なったものとなった。この相違の原因として、支持部とアンテナの間ではネジしろの長さが比較的充分とれたのに対して光学台との間には 1cm 弱のネジしろしかなく、ネジがアンテナ本体に若干食い込む形になってしまったことが挙げられる。また、光学台とアンテナ部との接触面

はもっとも近いところではアンテナと 3mm の間隔しかないため、アンテナの運動エネルギーの一部がここに伝わって散逸し、Q を引き下げているものと思われる。

最後に 4 つのエンドミラーマウントに鏡とダミーミラーをとりつけた。これによって Q 値は  $1.49 \times 10^4$  に下がった。これは鏡とミラーマウント、アダプターとの摩擦によるものと考えられる。アダプターの使用をやめて、ミラーを直接マウントに張り付けた場合にはこれよりも高い Q 値を実現できる。また、光学部品をいまよりも小さくし、アンテナを 2m のものに代えたとすると、質量が 64 倍になるのに対して、散逸は現状以下にとどまるので、Q 値の低下はほとんど無視できるであろう。

## 4.2 レーザートランスデューサー

図 4.6 はトランスデューサー系の概略的なブロックダイアグラムである。装置は、真空導入用の光ファイバーによって、光源部分と検出器部分の 2 つにはっきりと分けられている。光源部分には、レーザーと変調素子があり、除振された空気中の光学ベンチに置かれている。光源部で、レーザーの出力光は 2 段の光アイソレーター、EO Modulator を通り、モードマッチングレンズを経て光ファイバーに入射する。検出器部分はすべてアンテナ上に配置されている。光ファイバーから出射した光は、対物レンズ、モードマッチングレンズ、アイソレーターなどの光学部品などを通った後にビームスプリッターで 2 本の腕に分割される。腕の先端にトランスデューサーのセンサー部に当たる Fabry-Perot 干渉計が組まれている。干渉計のフロントミラーには、PZT が張り付けられており、これによって基線長が共振条件を満たすように制御する。ビームスプリッターと Fabry-Perot の間には反射光を分離するためのアイソレーターが挿入されており、これによって取り出した反射光をシリコンフォトダイオードで電気信号として検出する。以下ではその各部について概説する。

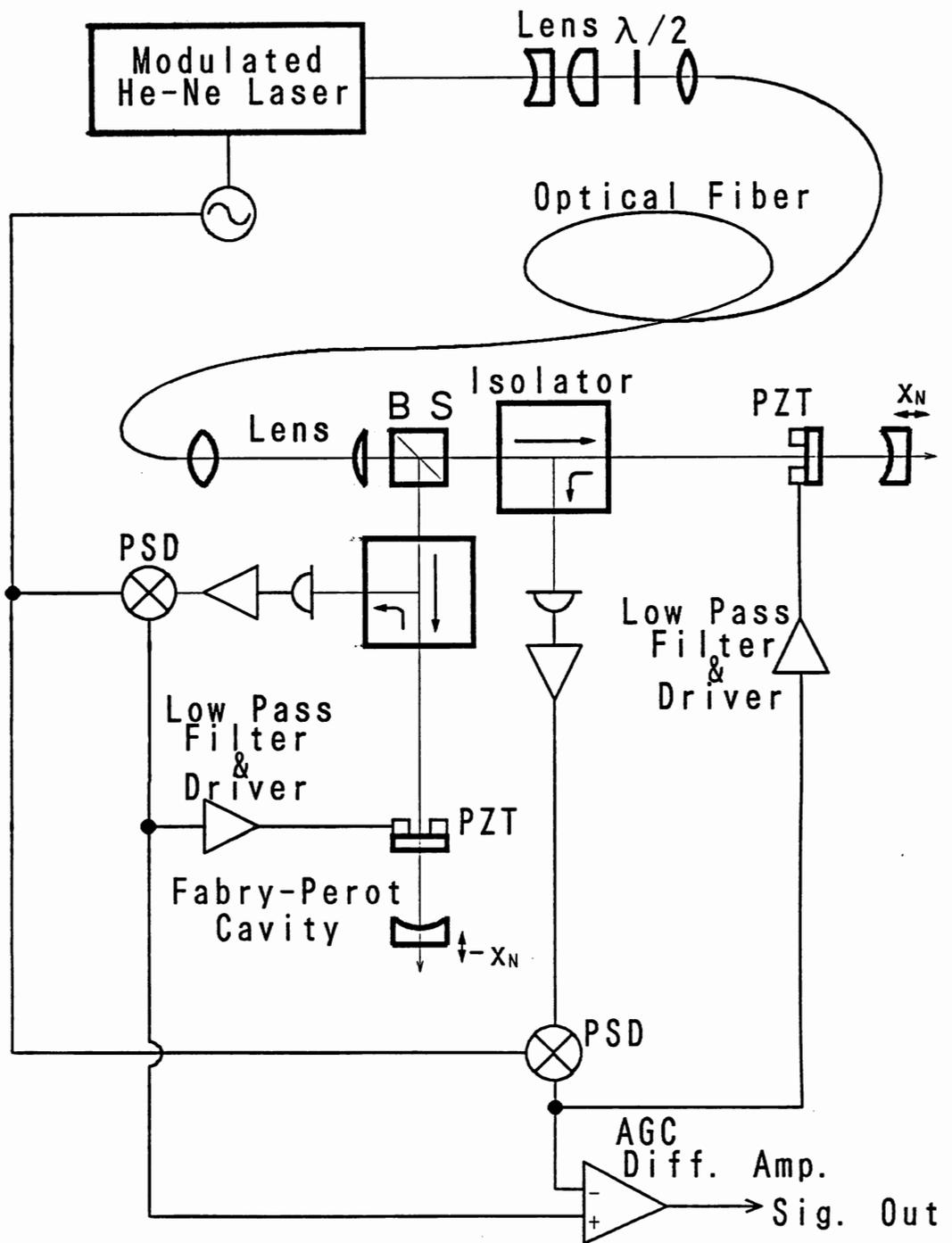


図 4.6: トランスデューサーの概略図

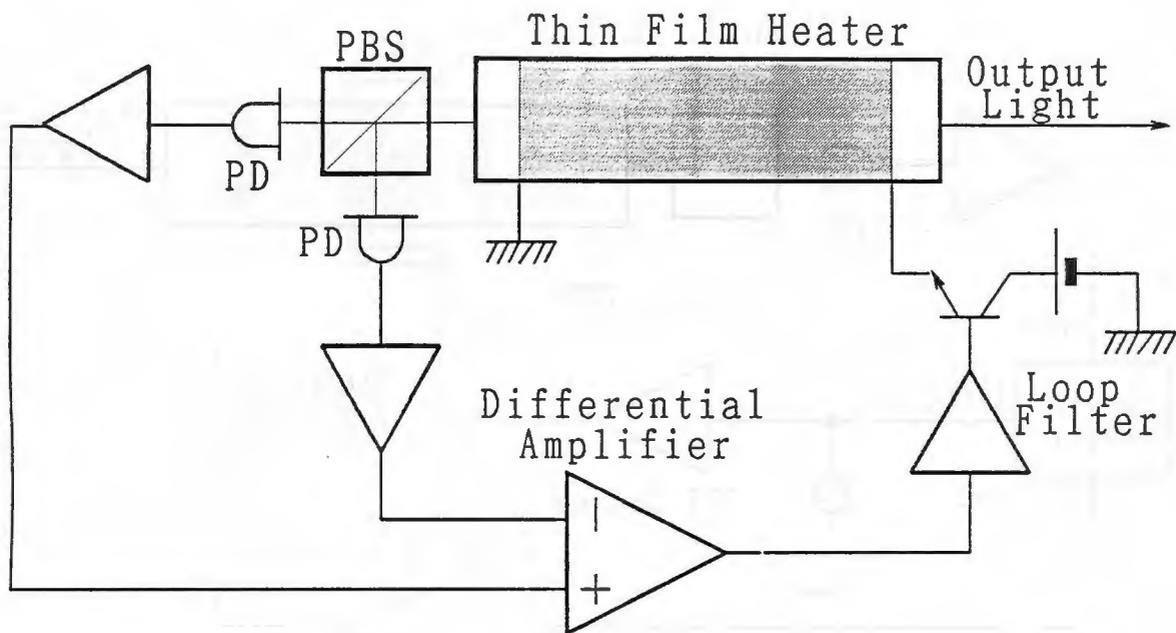


図 4.7: 2モード法による安定化レーザー

#### 4.2.1 レーザー

実験に用いた光源は日本科学エンジニアリング製の He-Ne レーザーで、発振波長は 632.8nm、出力は公称 1mW のものである。管長は 17cm あり、Free Spectral Range (FSR) は 880MHz になる。したがって、このレーザーの発振幅には 2~3 本のモードができる。(図 4.9) レーザー管の回りには薄膜のヒーターが蒸着されており、このヒーターによる温度コントロールで管長が制御できる。また、レーザー管の側面にスタック PZT を張り付け、機械的に管長を変化させることができるようにした。

まず、レーザーを干渉計に用いることができるように、周波数安定化を行った。その方式は、2モード法と機械変調方式を用い、これらを用途によって使い分けた。2モード法は、レーザーの2つの隣り合った発振モードが互いに垂直な偏光を持つことを利用してこれらを偏光ビームスプリッターで分離し、その強度が等しくなるように管長を制御する方法である。(図 4.7)[30] 機械変調方式はレーザー管に PZT で一定周波数の変調をかけ、レーザーの出力強度中の基本波成分が 0 になるように管長を制御する方法である。ここではレーザー管の共振のある 10.78kHz を変調周波数とした。(図 4.8)[31] これらの安定化方式は、いずれも、He-Ne レーザーのゲインカーブを周

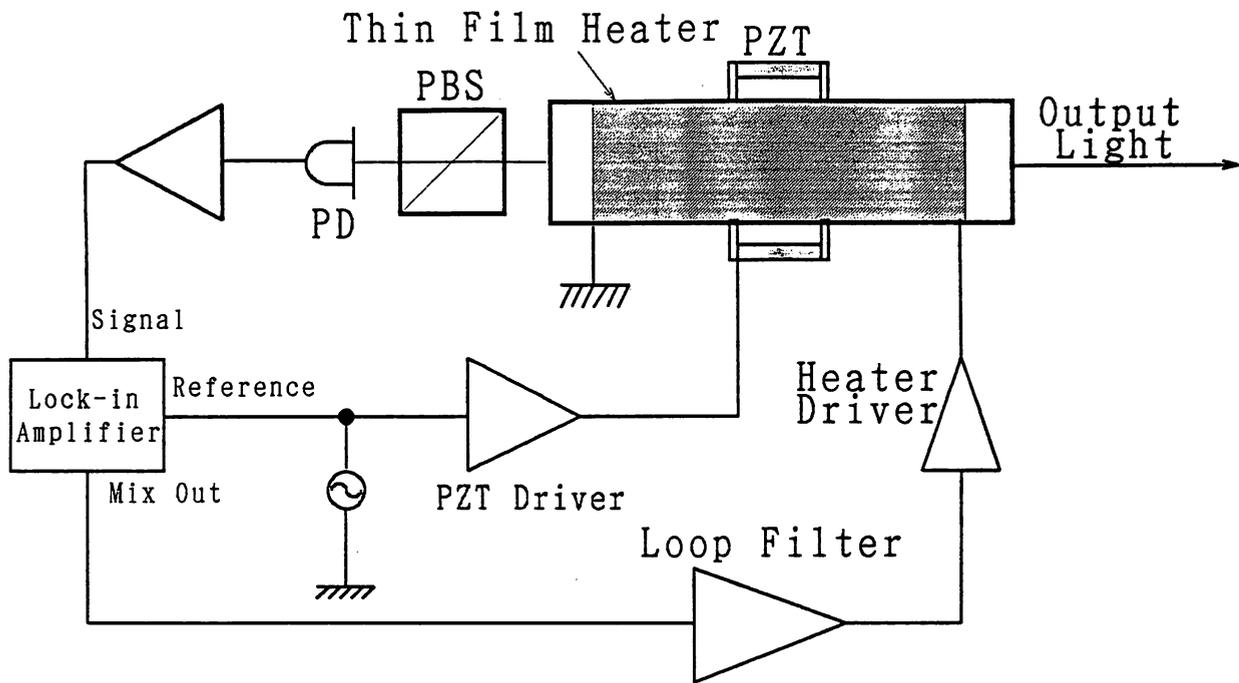


図 4.8: 機械変調法による安定化レーザー

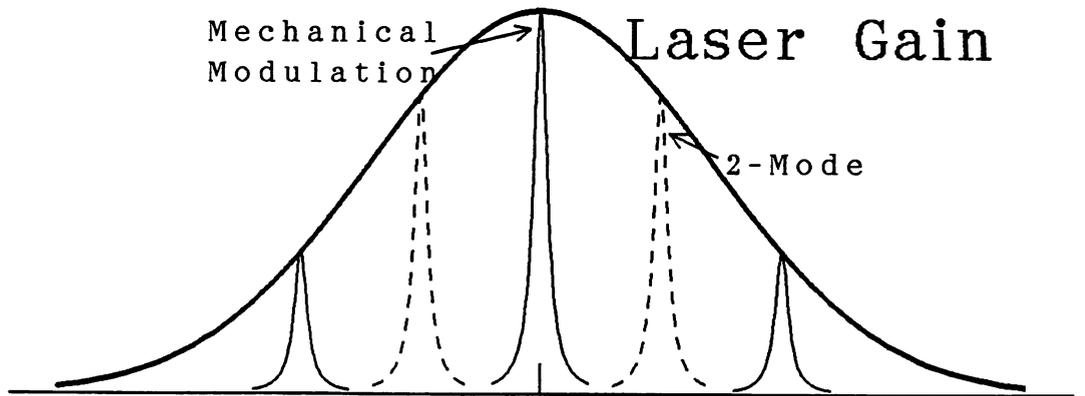


図 4.9: レーザーのゲインカーブ

波数の基準とするもので、2モード法ではゲインカーブの中腹に、機械変調方式ではその頂上にロックする。(図 4.9) 干渉計では同時に2つのモードを使用することができないため、2モード法では一方のモードの光を捨てなければならず、出力強度が小さくなってしまいます。機械変調方式を用いると、出力が最大になる位置でロックしている反面、出力光が変調周波数の周波数変調とその2倍の周波数の強度変調を受ける。2モード法レーザーの1つの偏光成分の出力は  $440\mu\text{W}$ 、機械変調レーザーの出力は  $700\mu\text{W}$  であった。

2モード法の安定化レーザーは2組造ったので、そのビートをとって周波数安定

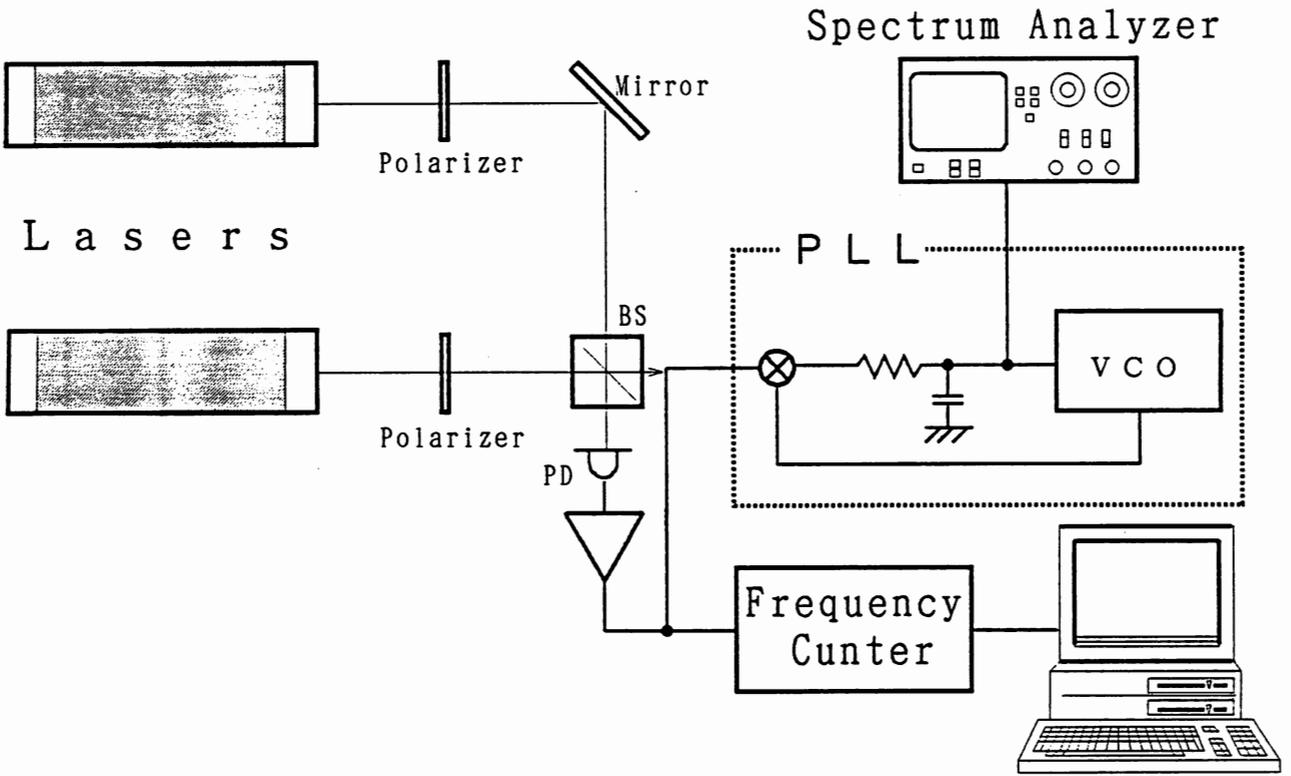


図 4.10: 2モード法安定化レーザーの周波数安定度測定装置

度を測定した。測定装置は図 4.10 のようなものを用い、アラン分散、周波数ノイズスペクトルはそれぞれ図 4.11, 4.12 のようになった。とくにアラン分散に関しては、以前に同じ方式の安定化レーザーについて行われた測定値よりも 1 桁も良い結果となっている。[30]

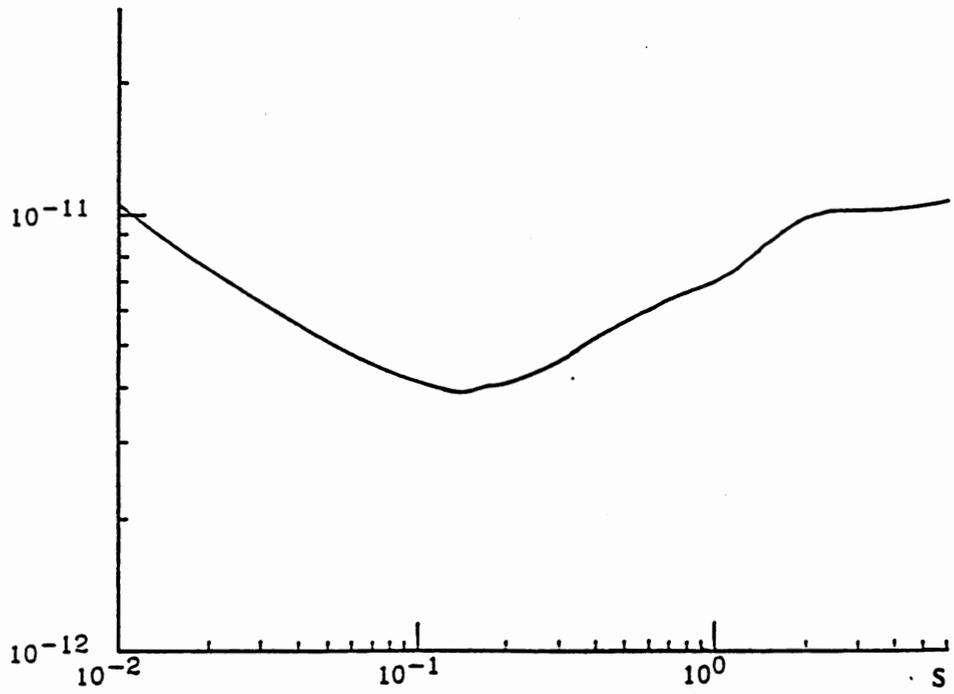


図 4.11: 2 モード法レーザーのアラン分散

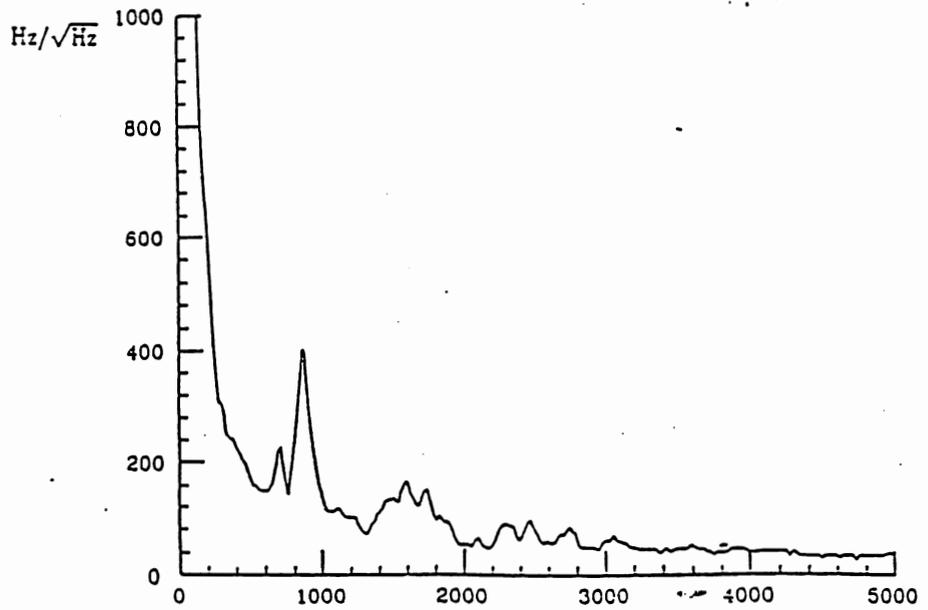


図 4.12: 2 モード法レーザーの周波数ノイズスペクトラム

## 4.2.2 光変調

Pound-Drever 法によってダークフリンジにロックし、信号検出するためには、レーザー光の位相変調が必須である。機械変調式のレーザーを用いる場合には、レーザー光はすでに 10.8kHz の周波数変調を受けているので、これをそのまま用いることができる。この方式を使うと、レーザー管を直接振って変調をかけているために、大きな変調度を容易に得ることができる。また、安定化回路が変調回路を兼ねており、しかもすべての信号が af 帯域に限られるので、構成が非常に単純化できる。しかし、変調周波数が低いために、信号に反射光の残留成分からの強度ノイズを混入させてしまう。これを避ける意味からはレーザーの強度ノイズがショットノイズ以下になる領域を変調周波数として選ばねばならない。実験に用いた He-Ne レーザーの場合、数 MHz 以上の周波数領域ではこの条件を満たしている。そこで、変調周波数は、発振器などの部品を最も簡単に入手できる点から 10MHz とした。

rf 領域での光変調器には Ksänger 社製の EO Modulator PM25 を用いた。PM25 の変調率は  $\frac{\lambda}{20}$  電圧が 80V という公称値で、10MHz での定格電圧は 200V である。Michelson 干渉計を用いた測定によると変調周波数が 10MHz の場合には、変調度の入力電圧に対する直線性は非常によい反面、 $\frac{\lambda}{20}$  電圧は 186V になり、変調率はかなり小さめになってしまう。このポッケルスセルに 200V<sub>pp</sub> の電圧を入力しても変調指数は 0.17 にしかならない。このため、残留光が無視できない大きさを持つような場合には、ショットノイズレベルに到達したとしても、本来実現できるはずの S/N よりもかなり悪化することが予想される。また、10.8kHz の非常に大きな信号が混入するのを避けるために 2 モード法の安定化レーザーを用いなければならず、レーザーパワーも低下する。また、入射光のパワーが小さいために Shot Noise との比較で、必ずしも強度ノイズは大きくない。従って、実際の S/N は 10.8kHz の変調の場合の方が良いはずである。将来的には強度ノイズが必ず問題になると考えられ、この意味で rf 領域での変調・復調が正常に動作することを確認する必要がある。したがって、以下の多くの測定では、

変調周波数 10MHz の場合と 10.8kHz の場合について両方の動作を確認した。

### 4.2.3 光ファイバー

真空槽に光を導入するためには、窓板を用いる方法と光ファイバーを用いる方法とが考えられる。ところが、アンテナは何重にも防振されて真空槽内に設置されているため、窓板を用いた場合には光源とアンテナの相対的な位置関係を厳密に制御しなければならない。この点、光ファイバーでは、このような面倒な制御が必要でなくなる。さらに、光源部分と検出器部分が完全に分離できるため、実験上の自由度が非常に大きくなる。このような利点があるために、光ファイバーを用いることとした。

最初にフジクラの SMC 4-125 という 633nm 用のシングルモードファイバーを用いた。このファイバーはクラッド径  $125\mu\text{m}$ 、コア径は  $d = 4\mu\text{m}$  で、開口数は  $NA = 0.1$  である。ファイバーに光を効率よく導入するには、ファイバーと導入する光のモードがよく一致していなければならない。ファイバー内でのビーム径  $w$  は

$$V = \frac{\pi(NA)d}{\lambda}$$

として

$$w = d(0.65 + 1.62/V^{1.5} + 2.88/V^6)$$

で与えられ、このファイバーの場合には  $5.1\mu\text{m}$  となる。このファイバーに光を導入するには、ファイバー端面を垂直に劈開し、入射光がこの面でビーム径  $5.1\mu\text{m}$  のビームウェストとなるようにすればよい。長さ 2m の光ファイバーの両端を劈開し、モードを合わせたところ、ファイバー入射光と出射光の比は最大で 85% にまでなった。しかし、このとき、出射光の強度は外乱に非常に敏感で、15% 程度のふらつきを見せた。原因を究明したところ、ファイバー両端面の反射が約 4% 程度あり、これが一種の Fabry-Perot 干渉計として働いたために起きた現象であることがわかった。このため、出射光側のファイバー端面は垂直に劈開せずに、斜めに折るようにしたところ、著しく改善された。次に実際の真空槽への導入に備えて長さを 5m とすると、

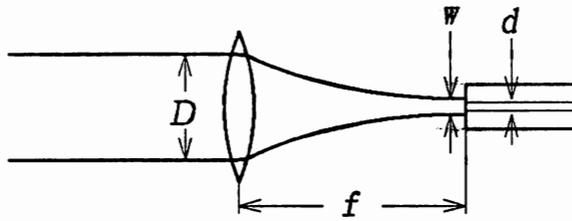


図 4.13: 光ファイバーのモードマッチング

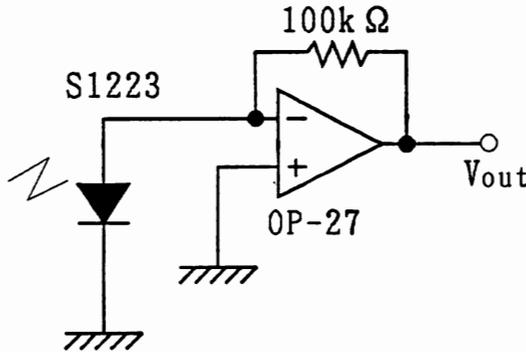


図 4.14: af 帯用光検出器

今度は偏光面が外乱によって変化した。シングルモードファイバーを偏波面保存ファイバー（フジクラ SM-63-P）に変更するとこのような外乱の影響をほとんど受けなくなった。しかし、このときの入射率は65%にまで低下した。

#### 4.2.4 光検出器

光検出には Si Photo Diode を用いた。af 帯の変調の場合には、浜松ホトニクス の S1223 を使って図 4.14 のような I-V Converter を通して電圧としてモニターされる。電流変換率が  $0.42\text{A/W}$  で抵抗値を  $100\text{k}\Omega$  としているので、入力光のパワーに対して  $4.2 \times 10^4\text{V/W}$  の出力となる。ノイズは、入力光の Shot Noise よりもはるかに小さく、無視できる大きさである。rf 帯の検出器も同様の構成で試作してみた。これは、dc から  $20\text{MHz}$  程度までの広帯域にわたるフラットな検出器として便利ではあったが、OP-Amp(AD841) の電流性雑音が多く、測定に用いることはできなかった。そこで、

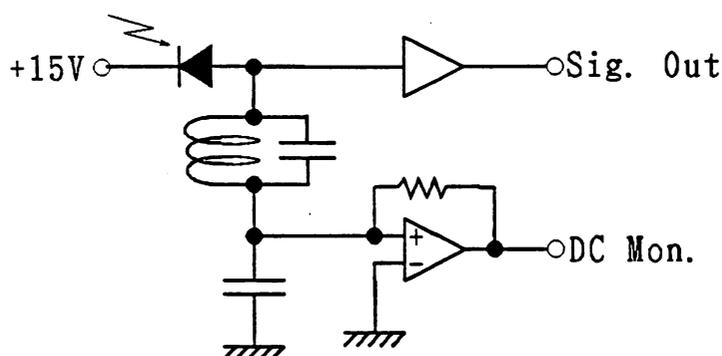


図 4.15: 10MHz 光検出器

LC 共振回路を持つ狭帯域の FET 入力検出器を使用した。(図 4.15) 検出器の Q 値は約 90 で、帯域は 100kHz になる。測定周波数が 5kHz に比較して十分な帯域が確保されている。また、ノイズは光電流  $3\mu\text{A}$  の Shot Noise に相当する。また、信号の大きさや Shot Noise の計算などには、dc 電流の値も知る必要があり、この目的で  $10\text{k}\Omega$  の抵抗による dc モニター端子を設けてある。

#### 4.2.5 PZT

フロントミラーは PZT を介してミラーマウントに固定した。各ミラーには NEC 製の  $2\text{mm}\times 3\text{mm}$  の大きさのスタック PZT を 3 個ずつ用いた。この PZT はアラインメントの微調整、Cavity の基線長の制御、トランスデューサーの較正に用いた。各 PZT は dc では  $16\text{nm}/\text{V}$  の感度を持ち、定格  $150\text{V}$  で  $2\mu\text{m}$  までの調節ができる。アラインメントの調整では、3 つの PZT にかかるバイアス電圧を独立に変化させ、基線長の制御・トランスデューサーの較正では同じ信号を同時に入力した。PZT ドライバーの雑音は出力で  $400\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。この雑音が、そのまま PZT に伝わるとトランスデューサーにとって非常に大きな雑音源となるため、ドライバーと PZT の間には、2 段の受動ローパスフィルターを配置した。このため、PZT 位置での雑音電圧は  $5\text{kHz}$  では  $1\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。

後の実験でトランスデューサーの感度較正の基準とするため、アンテナ周波数で PZT を較正した。これには、エンドミラーを隠してフロントミラーのみで Michelson

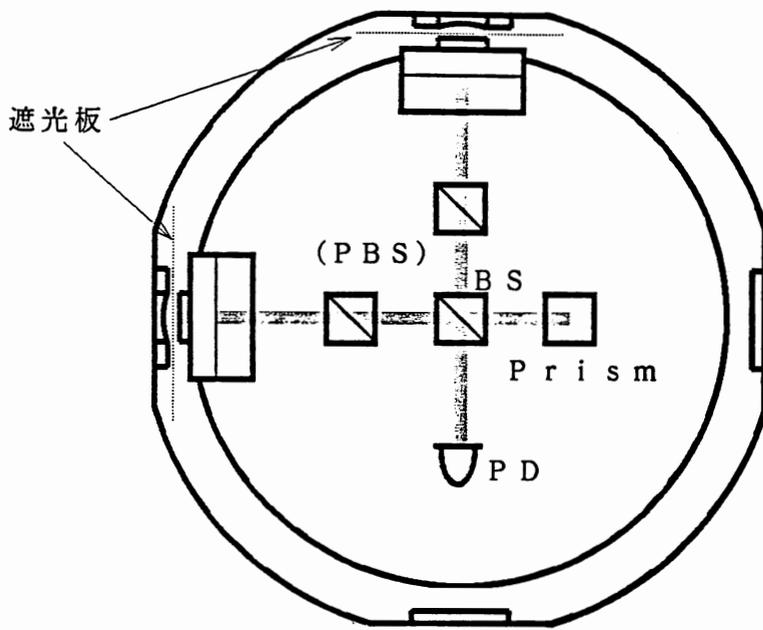


図 4.16: Michelson 干渉計による PZT の較正

干渉計を構成し、測定を行った。(図 4.16) マイケルソン干渉計が Dark Fringe になったとき、Photo Detector の出力は  $95.4\text{mV}$  で、Bright Fringe の時には  $1.970\text{V}$  であった。そこで、中間の  $1.032\text{V}$  の点で干渉計を動作させた。最初に FP1 側のフロントミラーの PZT に  $4528\text{Hz}$ 、 $42\mu\text{V}_{\text{rms}}$  の電圧を加え、FP2 側は静止させた。このとき、Photo Detector での  $4528\text{Hz}$  成分の出力は、 $9.30\mu\text{V}_{\text{rms}}$  となった。次に FP1 を静止させ、FP2 に  $54\mu\text{V}_{\text{rms}}$  を入力したときには  $27.1\mu\text{V}_{\text{rms}}$  の出力を得た。これらの結果より、フロントミラー PZT の  $4528\text{Hz}$  における感度はそれぞれ

$$\text{FP1: } 5.9 \times 10^{-9} \text{m/V}$$

$$\text{FP2: } 1.3 \times 10^{-8} \text{m/V}$$

と計算される。

#### 4.2.6 AGC 減算回路

トランスデューサーのそれぞれの腕の信号はかなりの位相雑音を含むものと予想される。これは、同相信号であることを利用して差動増幅器によって除去できる。しかし、固定したゲインの増幅器を用いるとミラーのドリフトなどによるアラインメン

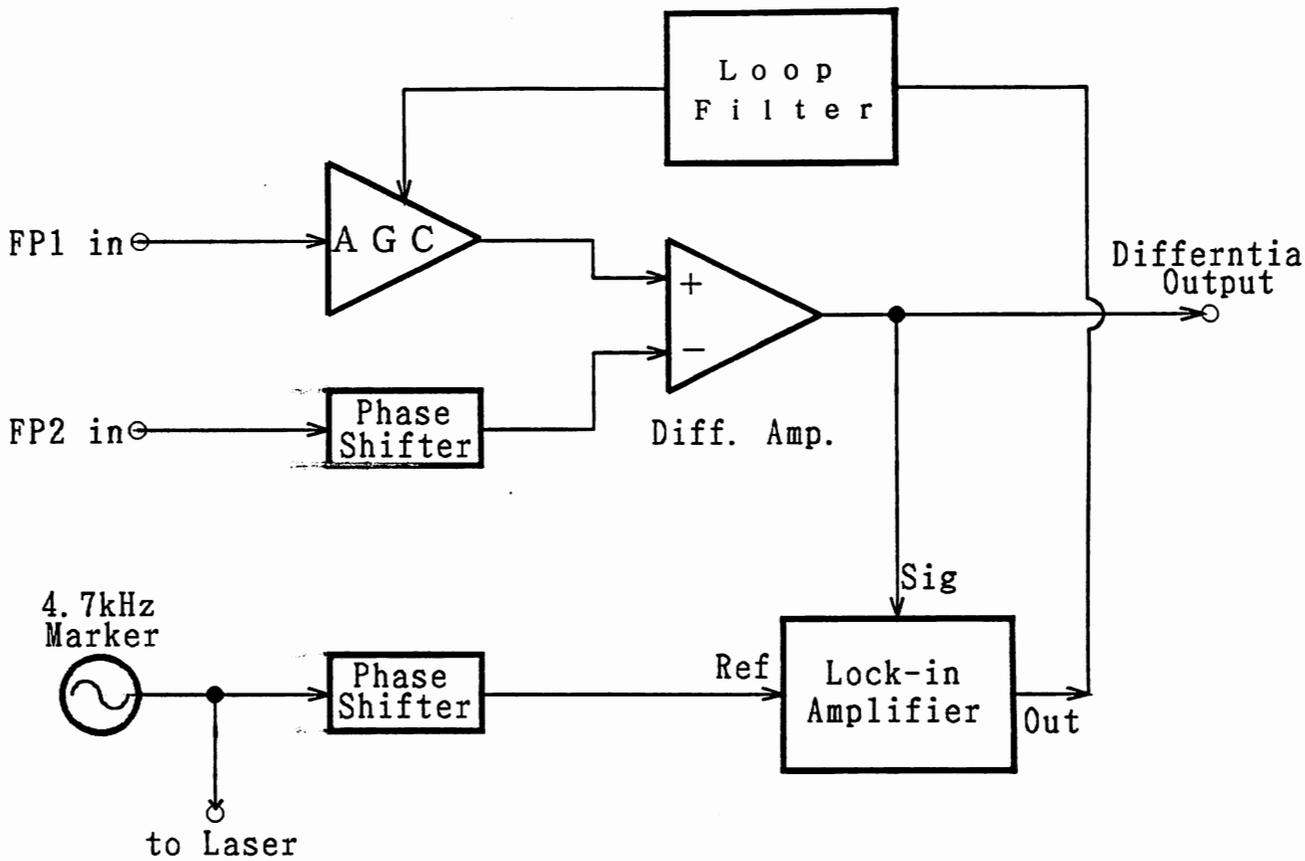


図 4.17: 位相雑音除去システム

トの崩れなどで Fabry-Perot の感度に変化した場合には位相雑音の除去ができない。このため、Automatic Gain Control (AGC) アンプによって位相雑音に対して常に最大の CMRR がとれるように差動ゲインを制御した。この制御を行うためには、基準となる信号が必要であり、これは素性のわかった位相変調信号でなくてはならない。そこで、この AGC の参照信号として、レーザー光に 4700Hz の弱い変調をかけた。この変調信号は、安定化の変調と加算してレーザー管の PZT に入力した。このマーカ信号が完全に打ち消すようなフィードバックループを構成して、トランスデューサー出力とした。

## 4.2.7 Fabry-Perot 干渉計

トランスデューサーのセンサー部にあたる Fabry-Perot 干渉計は、(強度) 反射率 99.94% 透過率 0.052%、外径 30mm、厚さ 5mm の平面鏡と球面鏡を組み合わせで構成した。フロントミラーにはウェッジ角  $0.5^\circ$  の平面鏡を用い、エンドミラーには曲率半径 500mm の球面鏡を用いた。基線長は 1.2cm であり、これによって求められる縦モード間隔は 12.5GHz、横モード間隔は 620MHz になる。一方、共振器の Finesse は  $\mathcal{F} \simeq 5200$  となるので、共振幅は 2.4MHz で、各モードははっきり分離している。マッチングが最大となるのは、当然 TEM<sub>00</sub> モードである。このとき、入射光はビームウェストがフロントミラー上で、そのスポットサイズが  $124\mu\text{m}$  となるように調整すれば良い。また、エンドミラーでのスポットサイズは  $126\mu\text{m}$  となる。モードマッチングが完全であるとき、鏡の透過率、反射率からの計算で、共振状態の Cavity の反射光は、入射光の 1.7% に減光する。実験では光学部品による波面の乱れなどの影響もあり、比較的良好モードがマッチした状態でも 90% 程度の減光率にしかならなかった。

実験の初期には反射光を取り出すためのアイソレーターとして、 $\frac{1}{4}$  板と偏向ビームスプリッターを組み合わせで用いた。(図 4.18) まず、この Fabry-Perot 干渉計に 10.8kHz の af 変調でロックをかけたところ、異常なほど強い 4 倍波が観測された。また、ロックがかかった瞬間にアイソレーターで分離されずにもとの光路に戻る光が激増することがわかった。次に Cavity の特性を調べるために、レーザーに位相変調をかけてフロントミラーの PZT を共振付近でゆっくりとスキャンした。レーザーの位相変調は 125kHz, 200V<sub>pp</sub> の信号を PM25 にかけて行った。PZT には、2.5V<sub>pp</sub>, 0.05Hz の三角波をかけ、フロントミラーの速度 2nm/s でスキャンした。このときの dc 成分と変調成分の出力を 1ms でサンプリングしたものが図 4.19 である。ただし、反射光の変調成分はロックイン検波し、1ms の積分をかけた。もう一方の Cavity についても全く同じことを行ったが、ほぼ同じようなデータとなった。共振ははっきりと 2 つ

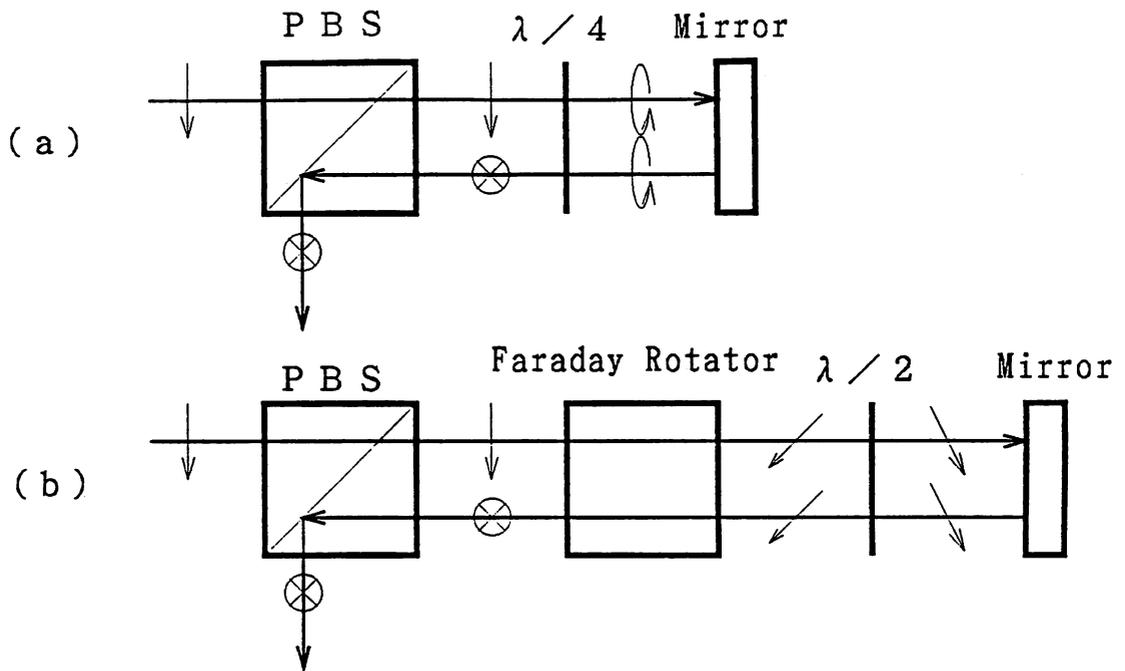
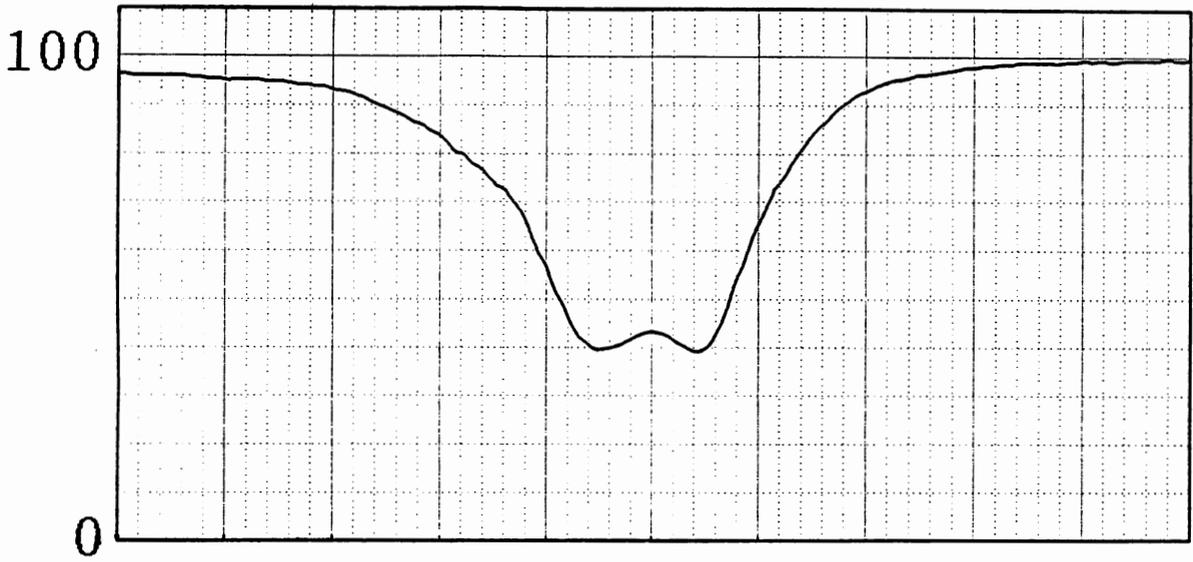


図 4.18: Fabry-Perot 干渉計の反射光を取り出すためのアイソレーター。(a)  $\lambda/4$ 板と偏光ビームスプリッターの組み合わせによるもの。干渉計の入射光は円偏向になる。(b) Faraday Rotator と偏光ビームスプリッターによるもの。入射光は直線偏光になる。偏光面を調整するために、 $\lambda/2$ 板を挿入した。図中の矢印は偏光面を示している。

のモードに分離し、その強度が等しいことから、両方ともに  $TEM_{00}$  モードと考えられる。しかし、縦モード・横モード共にこのように近接して存在しないため、通常の共振ではありえない。ロックをかけたときに戻り光が激増することを考えると、偏光に依存する性質であることが予想される。そこで、 $\lambda/4$ 板を回して Cavity に楕円偏光を入射し、同じ実験を行った。その結果、2つのモードの強度比が変化し、図 4.20 のようなデータとなった。こうした現象は、ミラーの反射膜が複屈折を持つために起きたものと考えられる。(Appendix B) ミラーの製造には電子ビーム蒸着が用いられており、膜形成の段階で微小な結晶構造を作るため、このような複屈折性が生じたものと考えられる。イオンスパッタリングによって製造したミラーの場合、完全なアモルファス構造になるため、このような現象は顕著ではない。

入射光に円偏光を用いる場合、上記のような複屈折によって振動に対する応答の線型性が乱される。また、光学的な性質もはっきりと定まらないため、極めて扱いにくい。感度も鏡の角度や変調度の変更などによって変化してしまう。そこで Cavity

# 反射光強度



# 微分信号

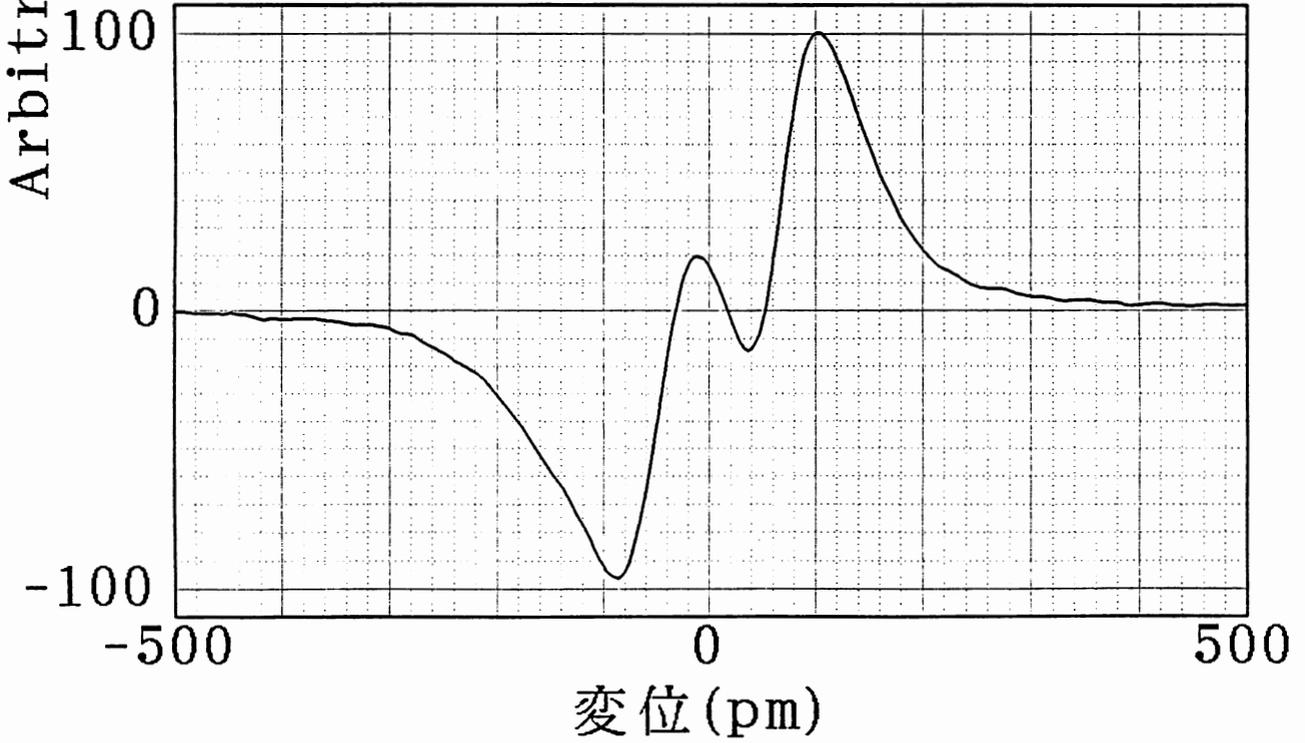


図 4.19: フロントミラーでスキャンしたときの Fabry-Perot 干渉計の反射光強度と微分信号。使用したアイソレーターは (a) の方式で、入射光は円偏光であった。

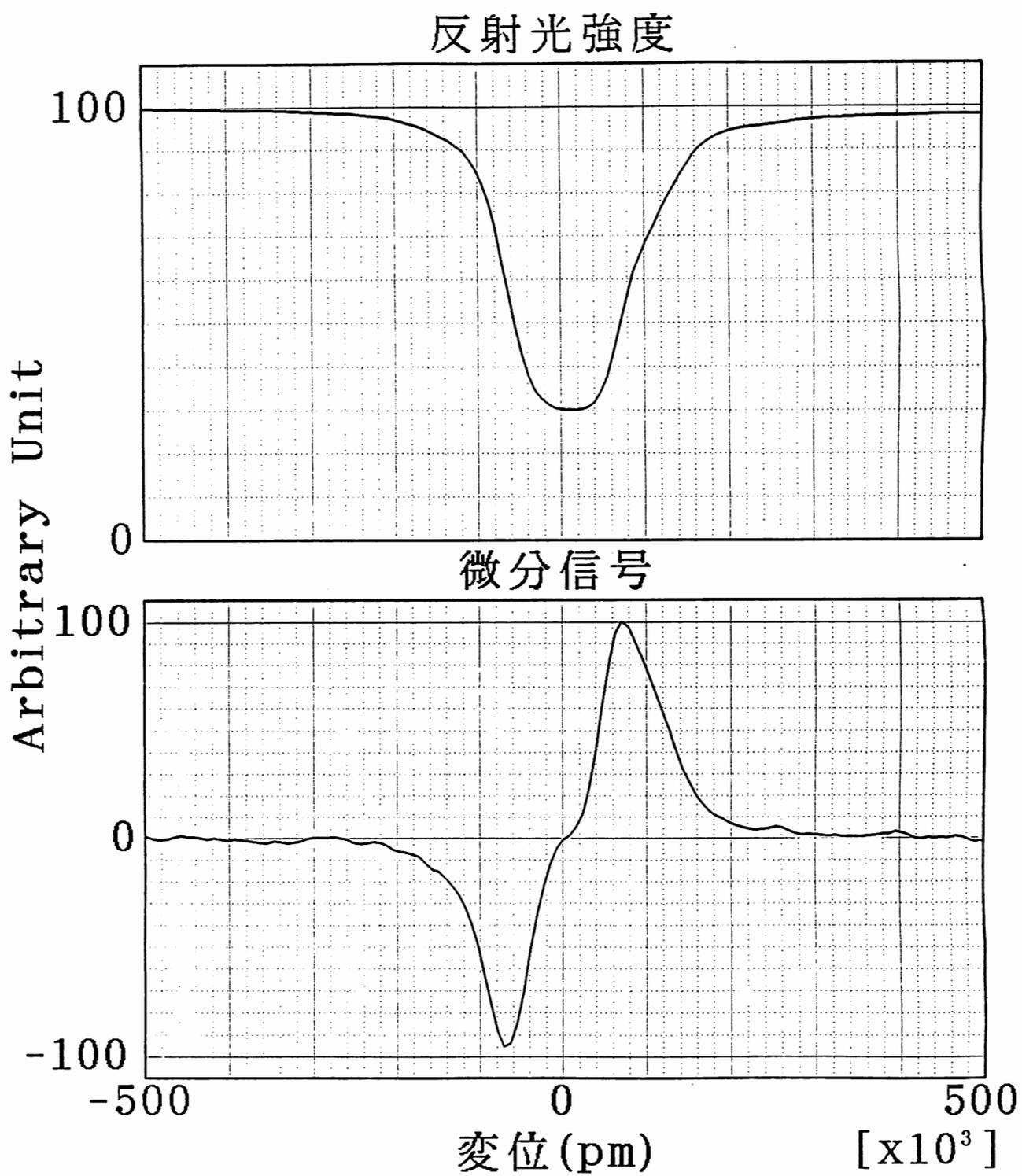


図 4.20:  $\frac{\lambda}{4}$ 板を回転させて楕円偏光を入射したときの反射光出力と微分信号

入射光には円偏光ではなく、直線偏光を用いることにした。このためアイソレーターは図 4.18(b) に変更した。偏光面は Cavity の複屈折性から、最も影響を受けにくい場所を  $\frac{\lambda}{2}$  を回転させながら探した。このときの反射光・微分信号のグラフは図 4.21 となった。

## 4.3 実験

これまでに述べてきたようなプロトタイプのアナテナとレーザー・トランスデューサーを組み合わせて、プロトタイプの検出器を製作し、検証・評価を行った。(図 4.22) 検出器は光源部分を除き、防振された真空槽の中に設置された。真空槽内は、ロータリーポンプによる粗びきののちは液体窒素によって 0.5 ~ 1Torr 程度の低真空に保たれた。以下では、中央のビームスプリッターの透過光が入射する Fabry-Perot を FP1, 反射光が入射する側を FP2 と表すものとする。

### 4.3.1 af変調方式

4.2.2 で述べたように、機械変調方式を用いると出力から強度ノイズを除去できない反面、大きな信号を得られ、回路構成も単純なものとなる。そこで、まず、この方法によってトランスデューサーを動作させ、特性を調べた。

#### 変調指数の測定

機械変調方式 (10.8kHz) で安定化したレーザーは、あまり明確に入力電圧と変調指数の関係がわかっていない。このため、最初にトランスデューサーの一方の腕の Fabry-Perot 干渉計 (FP1) を用いて変調指数の測定を行った。干渉計 (FP1) を Reference として反射光に含まれる 2 倍波成分の比率と干渉計の Finesse から変調度を算出する。光の周波数変調を利用して干渉計を Dark Fringe にロックし、このときの光電流の直流成分  $I_{dc}$ 、 $2\omega_m$  成分の振幅  $I_{2\omega_m}$ 、入射光全体の光電流  $I_{tot}$  を測定すると

$$I_{tot} = I_{stray} + I_{eff}$$

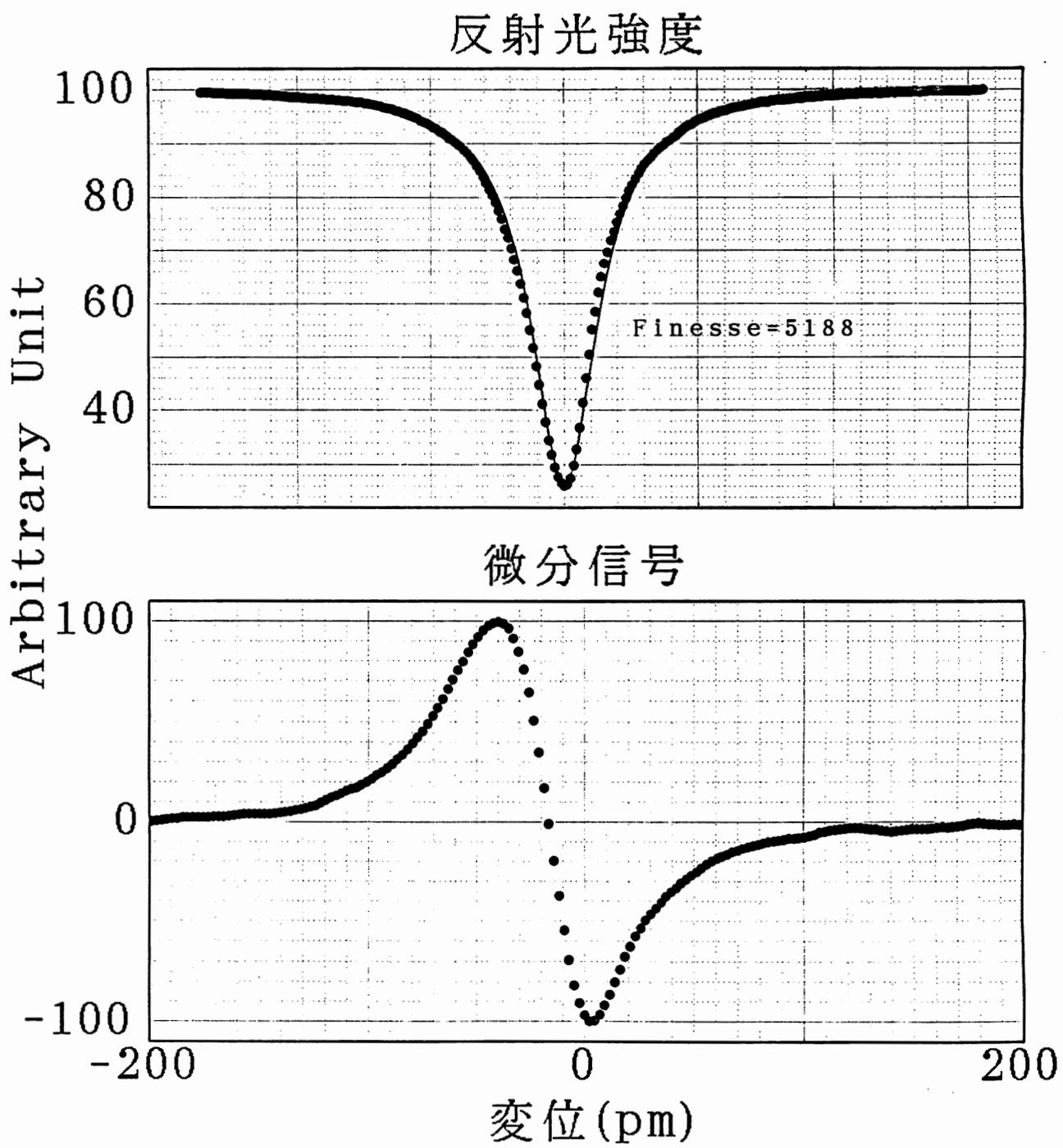


図 4.21: アイソレーターを (b) に変更して直線偏光を入射したときの反射光出力と微分信号

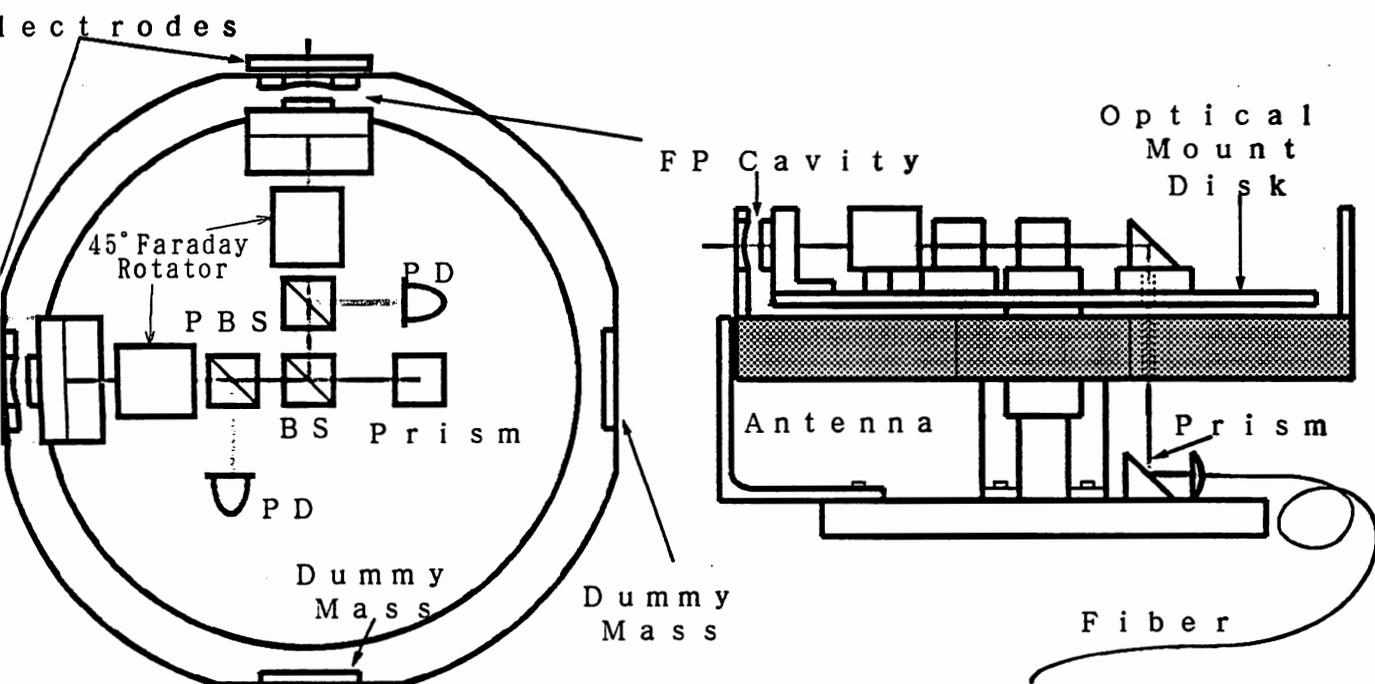


図 4.22: プロトタイプ検出器の模式図。

$$I_{2\omega_m} = R_{2\omega_m} I_{\text{eff}}$$

$$I_{\text{dc}} = I_{\text{stray}} + R_{\text{dc}} I_{\text{eff}}$$

のような関係が成り立つ。(図 4.24) ここで、 $I_{\text{stray}}$  はミスマッチなどのために干渉計に入射できなかった分の光電流を、 $I_{\text{eff}}$  は干渉計に入射した実効光電流を表す。また、 $R_{\text{dc}}$ 、 $R_{2\omega_m}$  は干渉計の入射光と反射光の直流成分および  $2\omega_m$  成分の比率で変調指数の関数である。上式から

$$\frac{1 - R_{\text{dc}}}{R_{2\omega_m}} = \frac{I_{\text{tot}} - I_{\text{dc}}}{I_{2\omega_m}}$$

を得る。これによって変調指数  $\phi_m$  を求めることができる。最初にレーザーの変調信号の大きさを変えて、2回の測定を行い、 $I_{\text{eff}}$  と  $I_{\text{stray}}$  を求めた。この値を用いて変調指数と Shot Noise Limit の感度を計算したものが図 4.25 である。これから、最適な  $\phi_m$  は 65 程度であることがわかっているため、これに近くなるように変調信号の大きさを調整し



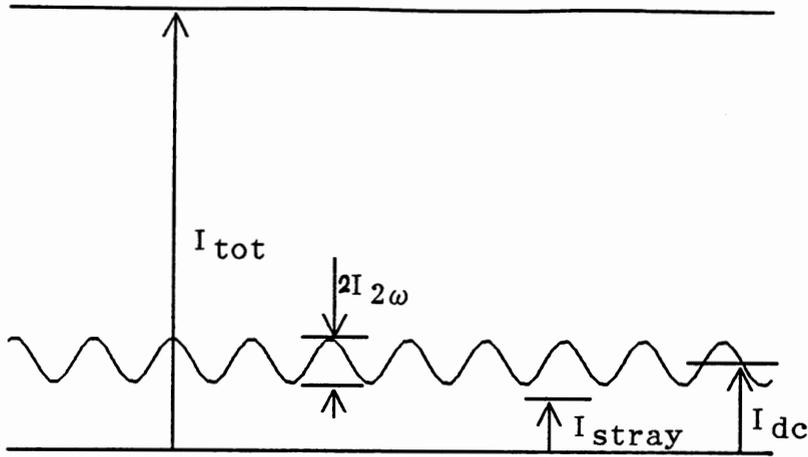


図 4.24:  $I_{tot}$ ,  $I_{dc}$ ,  $I_{2\omega_m}$ ,  $I_{stray}$  の定義

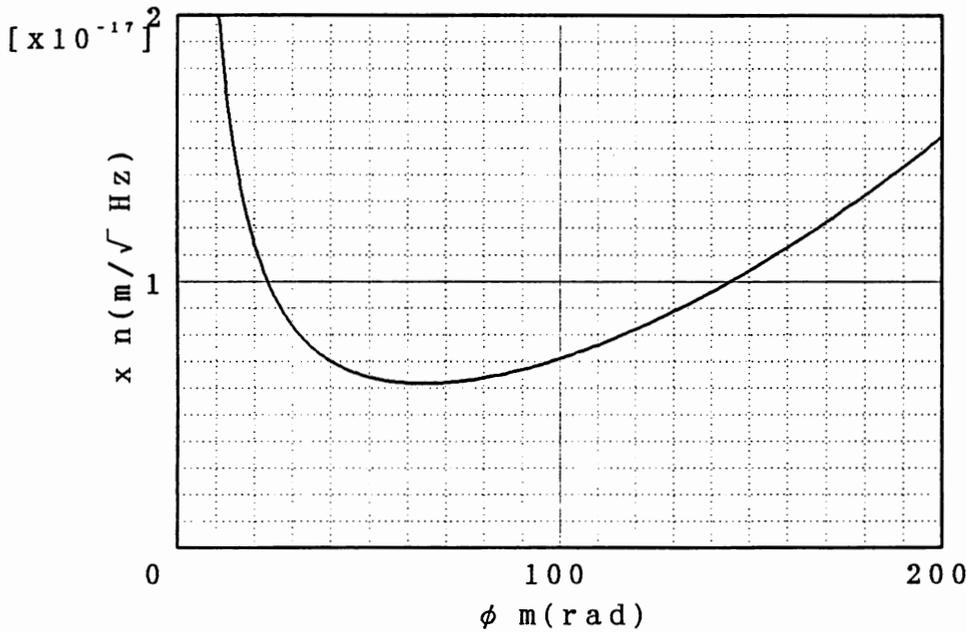


図 4.25: 10.8kHz 変調時の変調指数と Shot Noise Limit の計算値

た。最終的な測定値は  $I_{tot} = 1.52 \times 10^{-5} A$ ,  $I_{dc} = 5.19 \times 10^{-6} A$ ,  $I_{2\omega_m} = 1.58 \times 10^{-6} A_{rms}$  で、これを代入すると  $\phi_m = 67.5$  を得る。

### PZT による Fabry-Perot 干渉計の感度較正

次に干渉計に dc ロックをかけて動作状態にし、フロントミラーを PZT で振って振動に対する感度を測定した。信号は Photo Detector 出力をロックイン検波して得られる誤差信号を 8kHz の Low Pass Filter と 4.5kHz の Band Pass Filter を通して抽出した。この際、Feed Back Loop の Unity Gain 周波数は約 200Hz であるので、信号

	FP1	FP2
PZT に加えた電圧 ( $\mu\text{V}_{\text{rms}}$ )	0.360	0.498
PZT 感度 (nm/V)	5.90	13.5
振動の振幅 (fm <sub>rms</sub> )	2.12	6.72
信号成分の光電流 (nA <sub>rms</sub> )	0.622	1.41
感度 ( $10^5\text{A/m}$ )	2.93	2.10

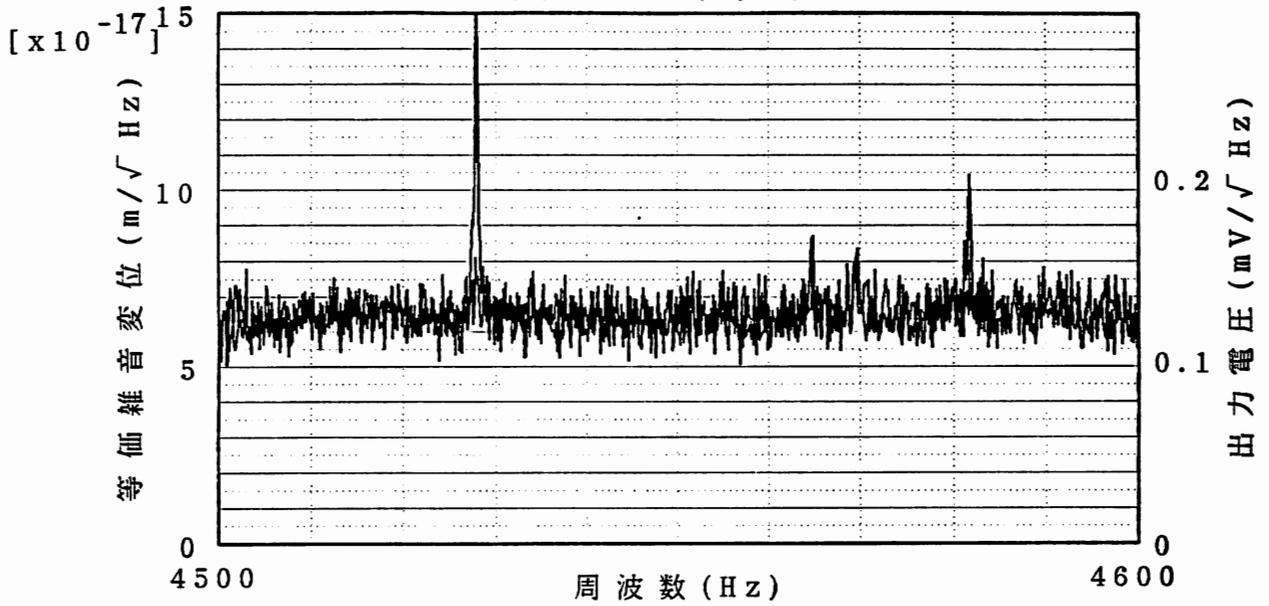
Table 4.2: PZT による af 変調 Fabry-Perot 干渉計の振動感度の較正

は完全に Open Loop になっている。感度の測定値を表 4.2 に光電流に換算して示す。この感度の  $\phi_m = 67.5$  から求めた計算値は、 $2.97 \times 10^5\text{A/m}$  であるので、FP1 に関しては、極めてよく一致している。FP2 では、 $I_{\text{tot}}$  は FP1 とほとんど同じ大きさであったが、 $I_{\text{dc}}$  は 3% 大きく、 $I_{2\omega_m}$  は 22% 小さかった。これはちょうど光の当たっていた部分の鏡の状態が悪く、Finesse が低下していたためと考えられる。これを補正すると感度の計算値は  $2.13 \times 10^5\text{A/m}$  となり、やはり実験値とよく一致する。

#### ノイズ測定

図 4.23 のような構成で、アンテナの熱平衡状態でのノイズを測定した。両腕からの信号は AGC アンプで減算してコモンモードの位相雑音を取り除くようにしている。この AGC 回路のマーカースとするために、レーザーには 10.78kHz の変調のほかに 4700Hz の小信号の位相変調をかけている。AGC アンプの入力の前にはと変調周波数の 2 倍波を取り除くためのローパスフィルターと AC アンプ、バンドパスフィルター、バンドパスフィルターが挿入されている。フォトアンプの抵抗値は  $100\text{k}\Omega$ 、バンドパスフィルターは中心周波数 4500Hz、ゲイン 33 倍で、ac アンプのゲインは 2 倍である。AGC アンプの減算前のそれぞれの腕の出力と減算を行った後の最終的なトランスデューサー出力は図 4.26 のようになった。この図から、両腕共にノイズフロアは  $125\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  であることがわかる。AGC アンプのゲインは FP1 が 1.00 倍、FP2 が 1.27 倍で、Photo Detector での光電流に換算すると、FP1 で  $1.9 \times 10^{-11}\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、FP2 で  $1.5 \times 10^{-11}\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$  と

## 各腕の出力



## 差動出力

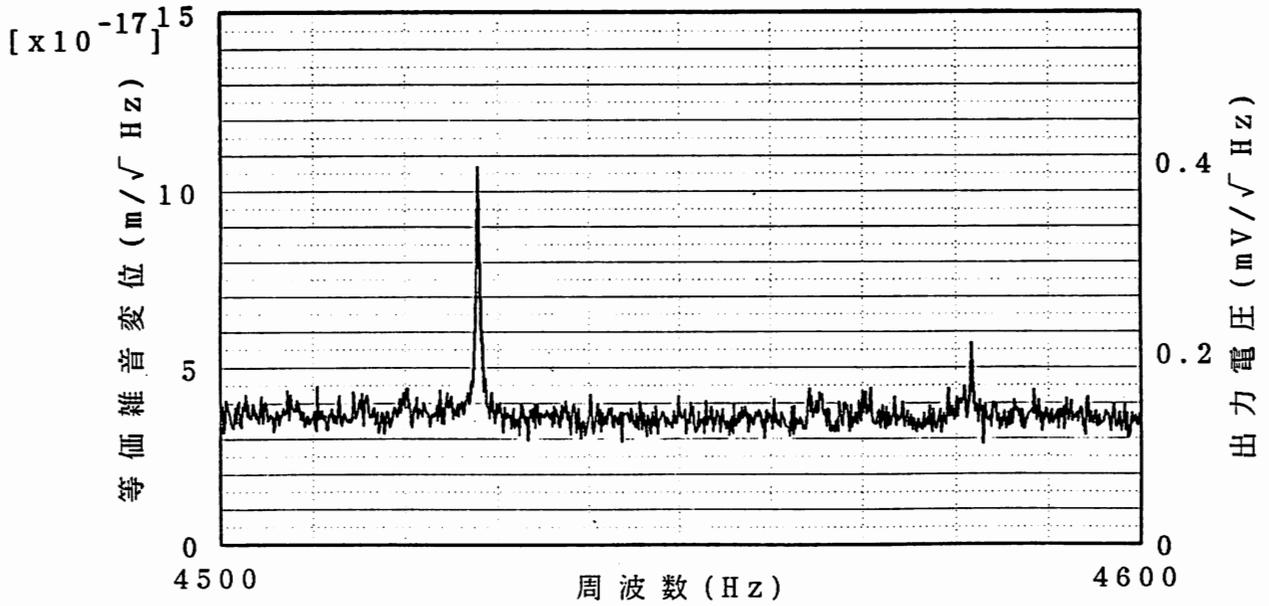


図 4.26: 10.8kHz 変調方式を用いたときの両腕の出力とトランスデューサー出力

なる。また変位ではそれぞれ  $6.5 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $7.1 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  のノイズに相当する。これに対して Shot Noise は両腕共  $2.0 \times 10^{-12} \text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$  であるので、これとはほぼ 10 倍の開きがある。また、強度ノイズは強度比で  $1.5 \times 10^{-6}/\sqrt{\text{Hz}}$  であり、反射光の dc レベルを考慮して電流値は  $8 \times 10^{-12} \text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$  になる。したがって、強度ノイズの影響はまだ現れていない。周波数雑音は以前の 2 モード法の測定値では  $40 \text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  であったが、これを変位雑音に換算すると  $1.0 \times 10^{-15} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  になってしまう。片腕出力のノイズと比べるとこの値は余りにも大きすぎ、実際の周波数雑音の値はこれよりも小さいはずである。以前に測定した値は、測定器の雑音\*であったものと考えられる。

次に減算後の信号を見ると、ノイズフロアは  $130 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  であり、各腕の出力とほとんど同じレベルである。これは  $\frac{x_{FP1} - x_{FP2}}{2}$  の変位に換算すると  $3.5 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  に相当する。また、両腕の信号中の AGC のマーカの大きさは  $40.0 \text{mV}$  であったがトランスデューサー出力ではノイズフロアに埋もれており、位相雑音に関しては  $40 \text{dB}$  を越える同相雑音除去比 (CMRR) が期待できる。また、強度雑音の大部分も同相信号になるため、これもある程度は除去できる。

### 4.3.2 rf 変調方式

今回の実験では、まだ強度雑音が信号に影響を与えていないが、パワーを大きくした場合には、その除去をしなければならない。この意味で rf 領域の変調は不可欠になる。そこで、rf 領域でもトランスデューサーが動作することを確認する意味で、レーザーの安定化を 2 モード法に変え、位相変調を EO Modulator によって  $10 \text{MHz}$  で与えて実験を行った。(図 4.27) af 変調の時との違いは、レーザーの変調復調系と安定化方式だけである。ロックを掛けていないときに dc モニターで観測された光電流は  $12 \mu\text{A}$  で、ロックのかかった状態では  $4 \mu\text{A}$  であった。これにフォトディテクターのノイズ  $3 \mu\text{A}$  を足し、変調指数と Shot Noise Limit の感度の関係を求めると図 4.28

\*ビート周波数を電圧に変換する回路の基準電圧の雑音であろう。

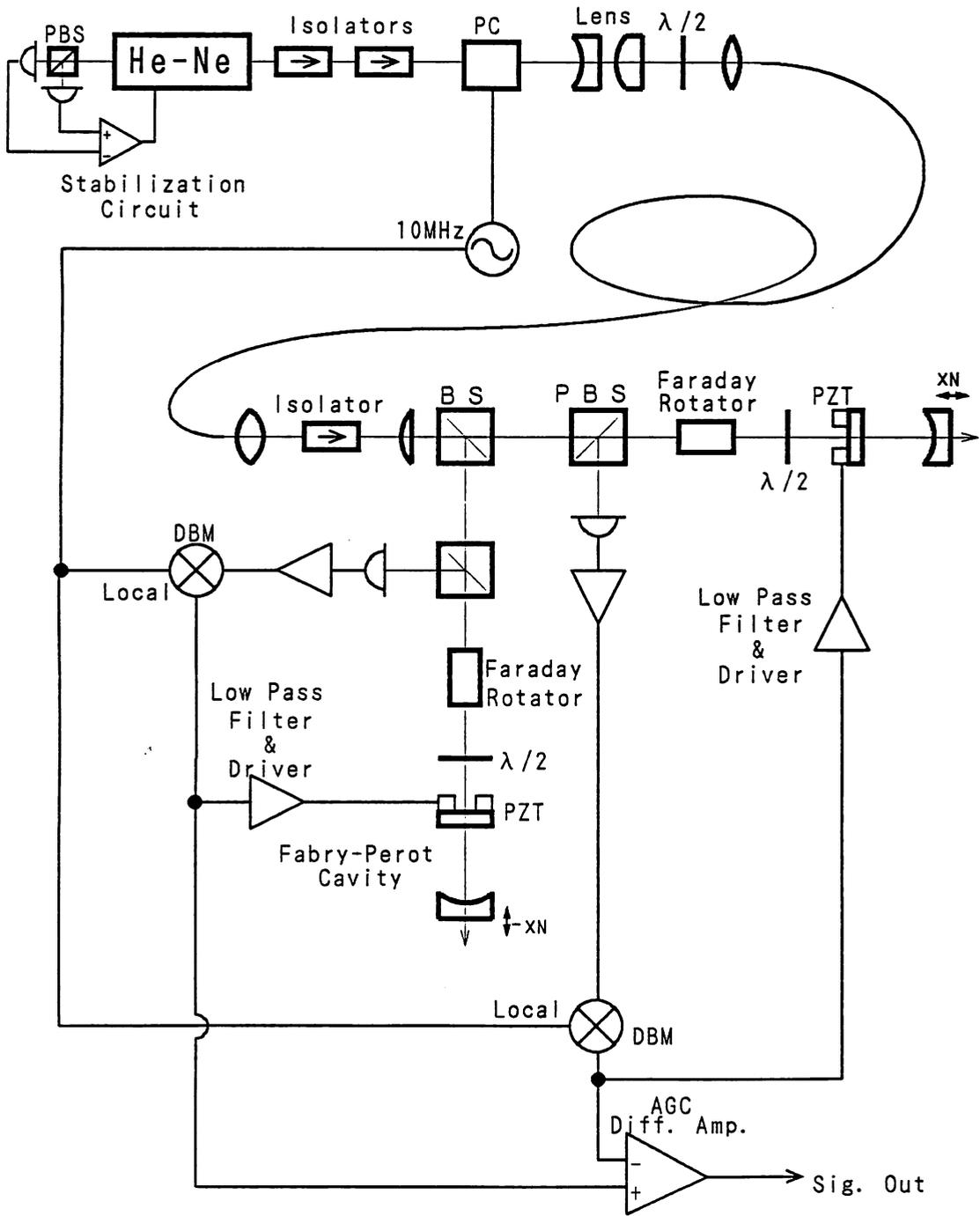


図 4.27: rf 変調時のトランスデューサーブロック図

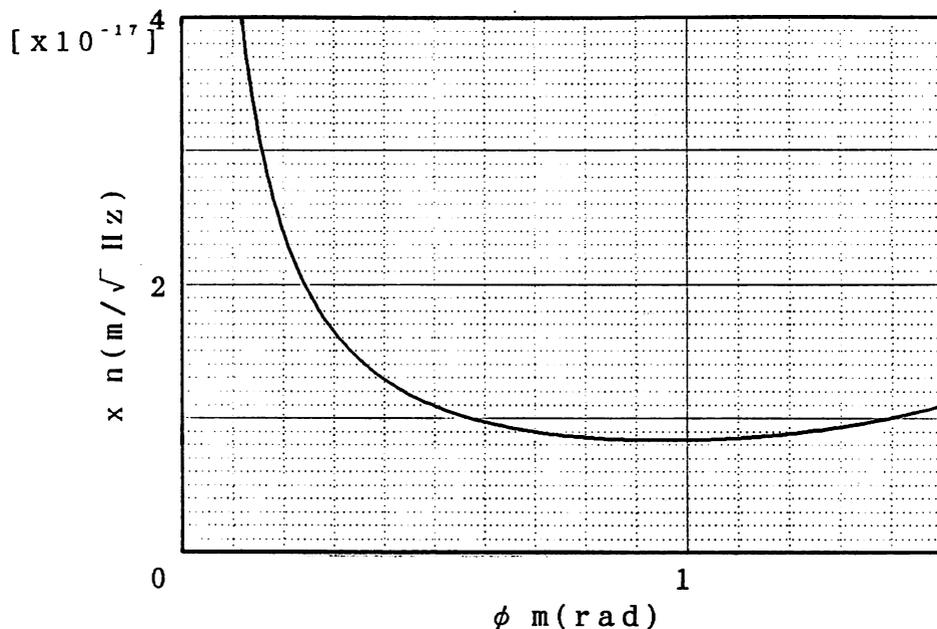


図 4.28: 10MHz 変調時の変調指数と Shot Noise Limit の計算値

となる。

### 実験系の校正

最初に Photo Detector、ミキサー、アンプ、フィルターなど AGC アンプ以外の全てを通しての光電流から電圧への変換率を求めた。レーザー光の強度ノイズは、この周波数領域では完全に Shot Noise 以下になっているため、これを入力信号の基準とした。各腕の干渉計を完全に共振からはずしたとき、dc の光電流は共に  $12\mu\text{A}$  であった。Detector Noise  $3\mu\text{A}$  を含めると、このときの雑音電流密度は  $3.1 \times 10^{-12} \text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$  となる。一方、このときの AGC の入力電圧の雑音は  $500\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。これより、光電流から AGC 入力までの変換率は  $1.6 \times 10^8 \text{V/A}$  となる。

### PZT による Fabry-Perot 干渉計の感度校正

af 変調の時と同様にしてフロントミラーの PZT で干渉計の感度校正を行った。変調度が低いことを反映して、感度は、af 変調の時に比べて 4~5 分の 1 程度しかない。このため、Shot Noise による変位雑音もその分大きくなる。また、FP1, FP2 の感度

	FP1	FP2
PZT に加えた電圧 ( $\mu\text{V}_{\text{rms}}$ )	0.42	0.54
PZT 感度 (nm/V)	5.90	13.5
振動の振幅 ( $\text{fm}_{\text{rms}}$ )	2.5	7.3
信号成分の光電流 ( $\text{nA}_{\text{rms}}$ )	0.32	0.97
感度 ( $10^4\text{A/m}$ )	6.8	7.1

Table 4.3: PZT による rf 変調 Fabry-Perot 干渉計の振動感度の較正

は 4% FP2 の方が大きいですが、鏡の反射率で換算すると有意な違いにはならない。

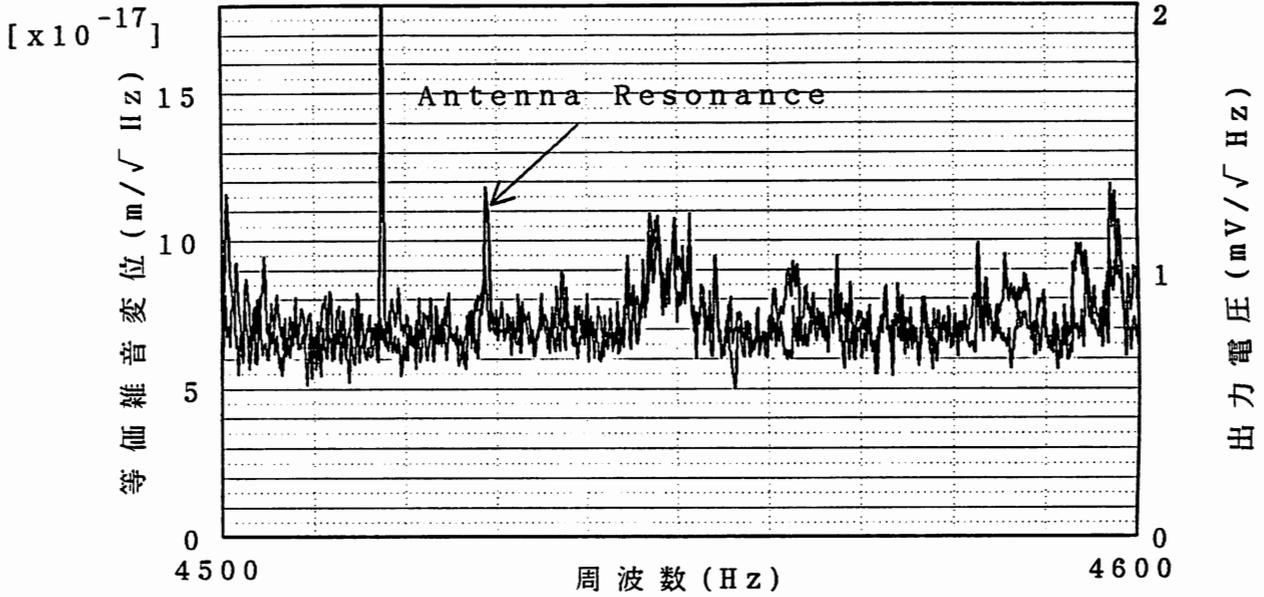
## ノイズ測定

af 変調の時と同様にしてノイズ測定を行った。このとき、片腕出力でのノイズフロアは  $800\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  程度で、上記の値を用いると、光電流に換算して  $5 \times 10^{-12}\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、変位に換算して  $7.8 \times 10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  に相当する。このときの AGC のゲインはそれぞれ 1.04, 1.00 でちょうど Fabry-Perot の感度を補正している。差動出力は  $900\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  で、これは  $4.3 \times 10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  にあたる。マーカー信号は片腕出力では 400mV あったが、差動出力では 4mV で、やはり 40dB 以上の CMRR がとれている。マーカー信号以外の周波数帯でも同様な CMRR が実際に得られるかを確認するために、レーザーにマーカー信号に加えて、他の周波数でも小信号の変調をかけてみた。この変調周波数での信号は片腕出力では約 11mV であったが、差動出力では完全にノイズフロアの中に埋もれてしまっていた。したがって、位相雑音は差動をとることによって除去されることが確認された。Shot Noise は  $2.2 \times 10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  で、ここでもやはり、信号は Shot Noise の約 2 倍の大きさがある。

## 静電型トランスデューサーとの比較

これまでは、フロントミラーに張り付けた PZT を基準として全ての議論を進めてきた。しかし、フロントミラーはアンテナとは独立しており、実際のアンテナの振動

# 各腕の出力



# 差動出力

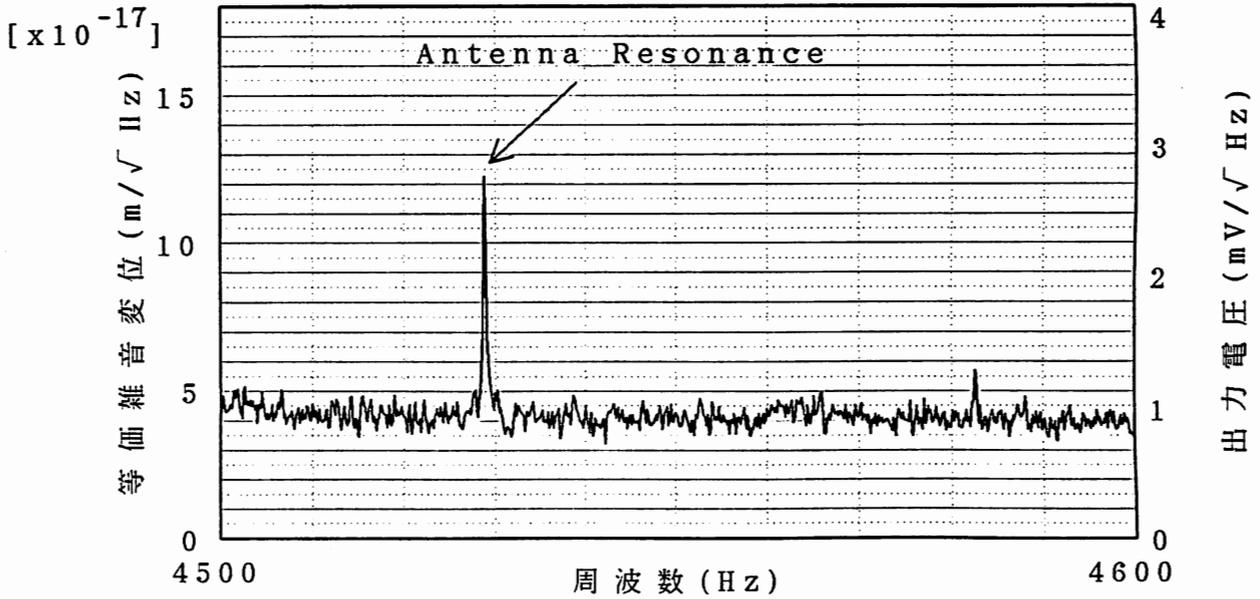


図 4.29: 10MHz 変調方式を用いたときの両腕の出力とトランスデューサー出力

を検出した訳ではない。そこで、アンテナの振動のモニターを実際に行えることを確認するために、アンテナを励起してその後励起を止め、静電型トランスデューサーとレーザートランスデューサーの両方で Decay を測定した。図 4.30 は、このときの双方のトランスデューサーの振幅の変化を横軸を時間に、縦軸を電圧にして描いたものである。このように 2 つのトランスデューサーは明かな比例関係を示しており、レーザートランスデューサーの出力電圧はアンテナの振動に比例し、静電型トランスデューサーよりもはるかにノイズが小さいことがわかる。

ところで、アンテナ端面にとりつけたレーザートランスデューサーのエンドミラーマウントは、光学部品の高さによる制約で共振周波数が低くなっている。共振周波数は FP1 で 1.15kHz, FP2 では 1.14kHz であった。このような低い共振のために、アンテナ端面の 4.5kHz の振動は、マウント上の高さによって異なる振幅を持つ。(図 4.31) これをレーザートランスデューサー位置での換算質量として計算に繰り込むと、換算質量は光軸の高さに大きく依存することになる。動作状態のトランスデューサーの換算質量は、静電型トランスデューサーとの比較から計算することができる。静電型トランスデューサーの振動はアンテナ端面の振動そのものであり、その感度は  $5.0 \times 10^{12} \text{V/m}$ 、また、換算質量は振動モードの形状から 13.7kg と計算される。レーザートランスデューサーの感度として PZT による較正值を用いると、レーザートランスデューサー変位に関するアンテナの換算質量は 312kg である。この換算質量を用いると図 4.29 のピークは 337K の振動エネルギーを持ち、実際の温度とほとんど一致している。

## 4.4 実験結果

ここでは、これまでに行った実験結果をまとめ、評価する。

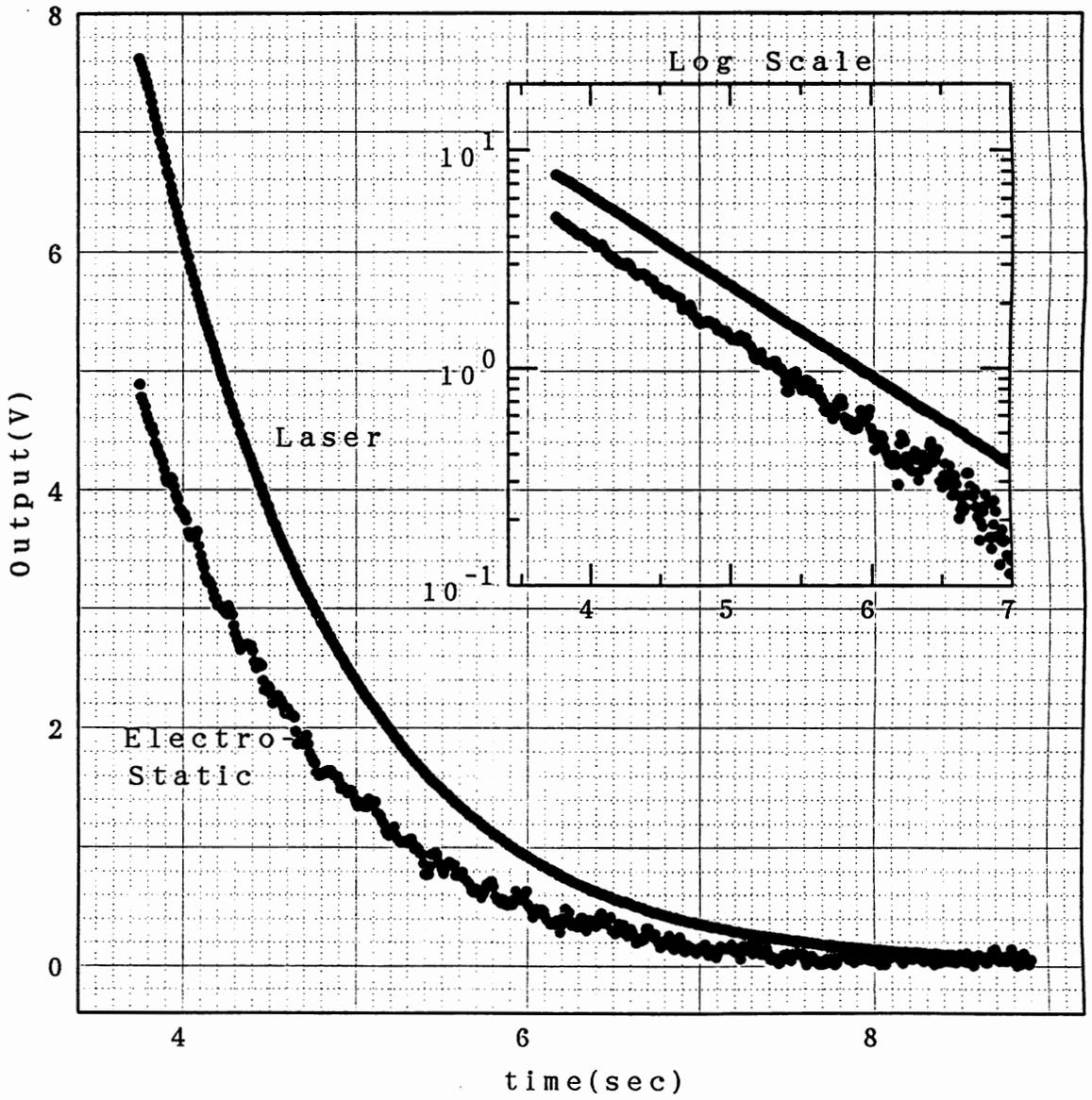


図 4.30: 励起後の減衰振動の振幅のレーザートランスデューサーと静電型トランスデューサーでの測定値

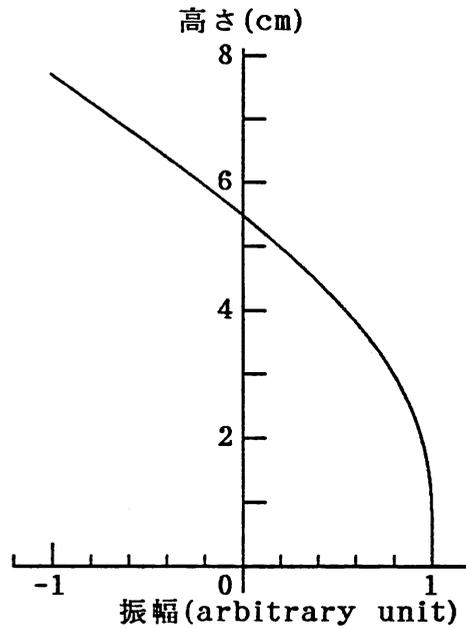


図 4.31: アンテナの振動に対するエンドミラーマウントの応答。エンドミラーマウントは薄板として近似し、下端はアンテナに固定されて振動、上端では自由という境界条件の下で計算した。

#### 4.4.1 位相雑音

まず、af, rf の両変調方式について AGC による減算前後のノイズを比較してみる。af 変調方式では減算前後のノイズのレベルがほとんど等しいことから、各腕のノイズのうち半分は同相雑音によるものと考えられる。同相雑音の起源としては、光源の位相雑音と強度雑音がある。このうち、強度雑音はほとんど影響を与えていないので、これを排除し、位相雑音を全て同相と仮定すると、その値は  $1.4\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  と推定できる。rf 変調では同相雑音は出力値で  $690\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  になり、これを周波数に換算すれば  $1.6\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  である。これらの値は、有効数字の範囲内で一致している。この周波数領域では、同相の振動など、他の要因は考えられないので、位相雑音は  $1.5\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  と結論できる。AGC による位相雑音の除去比を 40dB とすると、最終的なトランスデューサー出力における位相雑音は振動換算で  $5 \times 10^{-19}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  である。

## 4.4.2 光源に無関係なノイズ

雑音の残りの部分は各干渉計に対して独立か逆相のものである。強度雑音は位相雑音と若干異なる伝達関数を持つので、その1部は出力に残ると考えられるが、もともとノイズ自体が小さいため、信号に影響を与えるほどの大きさとはならない。したがって、このような雑音は光源にその原因を求めることはできない。af 変調の場合、Shot Noise は無視できるので、減算後のノイズレベル  $3.5 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  がそのままレーザー以外の要因の雑音になる。rf 変調の場合では、トランスデューサー出力から Shot Noise を差し引くと  $3.7 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  で、af 変調の時のノイズレベルとほぼ等しい。これは何らかの振動か電氣的な雑音と考えられる。電氣的な雑音のうち、光検出器から出力のンプまでの部分は、ロックをはずした状態では、はるかに低い雑音しか示さないの、これは排除できる。したがって、電氣的な雑音では PZT ドライバーの雑音のみが残る。これはどの PZT にたいしても  $1.4 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  であるが、PZT の感度の違いのため、FP1 に対しては  $8 \times 10^{-18} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ , FP2 に対しては  $1.8 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  の大きさのノイズとなる。残りの部分は振動に起因する。原因となるのは、アンテナ上の光学台とエンドミラーマウントである。光学台の振動は共振周波数が比較的アンテナに近く、Q 値が非常に低いため、熱振動を共振の裾野で拾っている。また、アンテナの振動と同様に振動が腕ごとに逆相になっているために、その影響はより大きなものとなる。光学台の共振周波数と Q 値を測定するために、光学台とエンドミラーマウントの間に PZT を挟み込み、周波数を変化させながら光学台を加振した。この時のニアミラーの振動をマイケルソン干渉計を用いて測定し、伝達関数を求めた。この結果、光学台の共振周波数は約 4200Hz で、バンド幅は 500Hz であった。ただし、伝達関数は非常に多くのピークを含み、余りきれいには測定できていないため、若干の誤差を含む。アンテナ周波数での振動は減衰のある強制振動の方程式に熱雑音力  $4\mu\omega kT/Q$  を代入して求める事ができる。Q を 10 とした場合には  $3 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  の熱振動を起こす。従って、Q 値の見積により多少の変動はあるが、

Noise	Modulation Method			
	af		rf	
	One Arm	Differential	One Arm	Differential
Shot Noise	0.62	0.44	3.1	2.2
Phase Noise	5.6	< 0.05	6.1	< 0.05
Intensity Noise	0.8	≪0.8	—	—
Optical Bench Vibration	3	3	3	3
End Mirror Mount Vibration	1.7	1.2	1.7	1.2
PZT Driver	1.7 (FP2)	1	1.7 (FP2)	1
Total	6.9	3.4	7.8	4.1
Experiment	7.1	3.5	7.8	4.3

(単位  $10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ )

Table 4.4: トランスデューサーのノイズ源

残留ノイズの大部分はこの光学台の熱振動と思われる。また、エンドミラーマウントの振動は完全に共振外であるが、換算質量が小さく、周波数も低いために無視できない大きさを持つ。これも同様の計算により、ほぼ  $1.7 \times 10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  となる。

### 4.4.3 検出器としての性能

この検出器の重力波検出器としての

性能を総合的に評価する。

測定された (あるいは計算された) パラメーターを右にまとめる。これから、

$\tau_{\text{opt}} = 0.24\text{s}$ ,  $T_{\text{eff}} = 114\text{K}$  を得る。この

ような高い周波数の重力波はほとんど存在しないために、余り意味のある値

ではないが、 $F_{\text{min}} = 1.6 \times 10^6\text{J}/\text{m}^2\text{Hz}$ ,

$h_{\text{min}} = 2.2 \times 10^{-15}$  となる。

半径	25cm
質量	28kg
有効面積	$0.11\text{m}^2$
周波数	4528Hz
Q 値	$1.49 \times 10^4$
モード温度	337K
換算質量	312kg
$\xi_N$	$3.5 \times 10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f_N$	$8 \times 10^{-16}\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$

# Chapter 5

## 結論

### 5.1 Discussion

これまでに述べたように、Fabry-Perot 干渉計を用いたトランスデューサーは非常に小さなパワーで、高い感度をもつことが実証された。実験で得られた変位-電圧変換率も計算値によく一致しており、計算通りの性能を有することが予想される。ノイズフロアの  $3.5 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  は、他の方式の常温で動作するトランスデューサーに比べて1桁程度よい値である。また、低温で超伝導 Cavity や、SQUID を用いたトランスデューサーと比べても遜色のない値になっている。プロトタイプではあるが、共振型重力波検出器に実際に干渉計が組み込まれたのは始めてであり、その有用性が実験的に確認された。しかし、今回開発したトランスデューサーは、まだ本来の雑音で制限された感度には達して居らず、アンテナに取り付けた部品の共振外の熱振動によって上限が定まっている。このような熱振動が排除できれば、多少の改善によって、 $10^{-18} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  程度の感度が実現できるものと思われる。実際に Free Mass 干渉計では、既にこの程度の振動検出精度を実現しているものもあり、レーザートランスデューサーの潜在力を証明している。また、現在のレーザーの能力や関連技術の水準から考えると、 $10^{-19} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  を越える感度も決して難しいものではない。しかし、この領域ではむしろ機械的な雑音、例えば、PZT ドライバーのノイズやミラーマウントのボンディングノイズ・アコースティックエミッションなどが問題となり、新たな

	Capacitor	Inductor		Laser
	+FET	+SQUID[32]	Cavity[33]	
$\omega/2\pi(\text{Hz})$	145	842	14930	4528
雑音変位 $\sqrt{\xi_N^2}(10^{-17}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}})$	17	2.2	2.6	3.5
雑音力 $\sqrt{f_N^2}(10^{-13}\text{N}/\sqrt{\text{Hz}})$	160	3.3	2.6	0.008
雑音温度 $T_N(\text{mK})$	90	1.4	23	0.03
雑音量子数 $(kT_N/\hbar\omega)$	$1.4 \times 10^7$	$3.6 \times 10^4$	$3.4 \times 10^4$	140

Table 5.1: 各種のトランスデューサー

技術開発を要する可能性もある。

他のトランスデューサーと比較した場合、レーザートランスデューサーは常温で動作することの他に反作用が非常に少ないという特徴がある。Shot Noise ではなく、強度揺らぎによる雑音力\*で比較しても、 $8 \times 10^{-16}\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$ で、マイクロ波 Cavity や SQUID よりも 2 桁以上小さい。このため、雑音温度は極めて低い。今回は熱雑音の寄与のために、トランスデューサー本来の等価雑音変位は測定できなかったが、それでも Table5.1のように他の形式のトランスデューサーと比べて際だった性能を持つ。また、光学台の熱雑音がない場合に到達できる感度として  $4 \times 10^{-18}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ を用いると、 $T_N = 3 \times 10^{-6}\text{K}$  となり、雑音量子数  $(kT_N/\hbar\omega)$  はわずかに 15 である。従って、トランスデューサーのみを考えた場合には、既に量子雑音のレベルにほぼ達していることになる。

一方、Free Mass 干渉計と比較すると、同じ変位感度を達成するのに要するパワーがはるかに少ない。Free Mass で用いられている光源は数 W のアルゴンイオンレーザーであり、干渉計内に入射しているパワーでも 230mW もある。今回の実験では入力光強度は  $100\mu\text{W}$  であり、両者の間には 3 桁以上の格差がある。このようなレーザーパワーへの要求は、両者の Finesse(Delay Line では折り返し回数) の相違をそのまま反映している。Free Mass は信号の性質上長い基線長を必要とし、干渉計内での光の滞留時間が重力波の半周期以下という条件から、高 Finesse にはできないが、基線長

\*ここで言う強度揺らぎは、強度安定化を行わない状態の値である。

の短いトランスデューサーでは Finesse を高くしても干渉計の帯域は十分に広い。今のところ、トランスデューサーの Finesse はミラーの製作技術のみで制限されており、よりよいミラーができれば感度は上昇する。

本実験では、トランスデューサーの開発とアンテナ上で動作させることに重点をおいたため、アンテナは十分な性能を発揮していない。特に、アンテナ上の光学台は実際のアンテナでは改善されなければならない。実験ではレーザーの位相雑音の軽減の為に Cavity の基線長を短くすることに主眼をおき、アンテナとほとんど同じスケールの台を取り付けたが、これによって、光学台の振動周波数がアンテナ周波数に近づき、その熱振動がノイズフロアを押し上げる結果となった。これは、プロトタイプアンテナの設計の際に Off Resonance の熱振動を十分に考慮していなかったことに起因する。熱振動を回避するためには、光学台を小さくしてアンテナに比べて高い共振周波数にしなければならない。これは台の共振周波数を上昇させるだけでなく、アンテナの Q 値の低下も軽減する。他方、Cavity の共振器長は長くなるので、周波数ノイズは変位換算では大幅に上昇する。しかし、現状では、周波数ノイズの影響は極めて小さく、40dB 以上の CMRR が保証されていることを考慮すれば、基線長の増加で S/N が悪化する心配はない。今回の実験の場合には、測定周波数領域でレーザーは Free Run 状態であったため、制御特性のよいレーザーを光源として周波数安定化を施し、CMRR の向上を図れば、トランスデューサーの感度が向上しても周波数ノイズが問題となることはないであろう。光学台の直径を 24cm, 厚さを 5cm とした場合には、共振周波数は 11kHz で、ニアミラーに対する光学台の 4 重極モードの換算質量は 3.3kg である。このとき、光学台の熱振動は  $Q \sim 10$  として縁辺上で  $10^{-18} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  となる。今回の実験と同様にニアミラーをアンテナ上の光学台の周辺に配置すると、トランスデューサーの到達感度は光学台の熱振動によって制限される。感度向上のためには、2 つの Cavity を独立に観測せずに直接干渉させて光学台上の部品数を減らし、Q 値の向上を図らねばならない。また、光路を変更してニアミラーを円板の中心近くに配置することによっても振動を減らすことができる。ニアミラー位置を中心か

ら 3cm にすれば、 $Q = 10$  でも熱振動は  $2 \times 10^{-19} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  とすることができる。部品数の減少で  $Q = 40$  となれば、 $1 \times 10^{-19} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  が実現できる。

同様にエンドミラーマウントの共振周波数も高くしなければならない。この実験で用いたプロトタイプアンテナでは、光学部品の制約によってミラーマウントの背が高くなり、共振周波数が下がってしまった。このために、トランスデューサーの変位に対するアンテナの換算質量が増大し、マウント自身の熱振動も無視できない大きさを持った。こうした点を改善するためには、ミラーマウントを低くしなければならない。実験で用いたミラーは 3cm $\phi$  の大きさを持つが、これを 1cm に変更しても回折損失は無視できる。また、レーザーの光路を低くする工夫を行えば、ミラーマウントの高さは 2cm 程度に抑えることができる。さらに、その厚さを 2 倍にすればエンドミラーマウントの共振は折れ曲がり振動が最低次とはならず、熱振動の大きさははるかに小さくなる。観測用のアンテナではミラーマウントを一体で削り出すことは非効率的であるので、アンテナに溶接することになるであろう。すでに振れ型の重力波アンテナでは、溶接による組立が確立しており、[34] ディスクでもおそらく溶接による劣化はないものと考えられる。

## 5.2 結論

我々の最終的な目標は、我々の銀河からの重力波を長期間安定して観測する事である。このために、トランスデューサーの高感度化によって、銀河系のイベントを検出する能力のある常温の共振型検出器を開発することをめざした。本研究では、大型の実用アンテナを作るための基礎として、レーザー干渉計をトランスデューサーとして組み込んだプロトタイプの検出器を製作した。この結果、

- 常温トランスデューサーとしてはこれまでの感度をはるかに上回る  $3.5 \times 10^{-17} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  の振動検出器を開発した。

- トランスデューサーの動作は計算値と極めて良く一致しており、原理的な問題点は存在していないことを確認した。
- アンテナへのトランスデューサーのマウント法は、実験を通じて問題点が明らかになり、改善の方策が示された。

という成果を得た。これをもとに大型の実用検出器の到達感度を考察する。直径 2m, 厚さ 20cm の実用アンテナを用いた検出器のパラメーターを表 5.2 に示した。表のトランスデューサーの雑音は、Cavity への入射効率 70% としたときの Shot Noise と位相雑音, 熱振動の予測値を加えた値である。これら 3 つの雑音の寄与はほぼ等しく、 $1 \times 10^{-19} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  程度になった。この感度を実現するためには、ミラーや光学部品などを組み入れるための部品をなるべく小型・軽量にし、 $Q \sim 40$  程度にする必要がある。また、位相雑音は東京大学で現在実現されている  $20 \text{mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$  を 60dB の CMRR で用いたときの値である。

最後に将来の共振型アンテナとしての要件を考えると、レゾナントトランスデューサーの開発と低温化が次の課題である。レゾナントトランスデューサーはアンテナと周波数が等しい小質量の副振動子を取り付け、機械的な共振によって振幅を増幅する手法である。これによって、トランスデューサー位置でのアンテナの換算質量は、ほぼ、副振動子の質量にまで下がる。これを用いればトランスデューサー感度が比較的悪い場合でも、アンテナのエネルギー検出精度は上げることができる。また、表 5.2 の検出器が完成すれば、サンプリングタイムは 4ms であり、1kHz の信号検出の限界にかなり近づいてしまう。換言すれば、検出器の感度はトランスデューサーによっては定まらなくなるわけである。したがってこれ以上の分解能を得るためには、熱振動を下げるほかに方策はない。最近、Finesse が 19000 の Cavity を 4.2K まで冷やしても Cavity の劣化が起こらないという報告がなされており、[35] 将来は検出器を低温化することもできるであろう。この場合、干渉計の反作用が少ないという性質が大いに活かされる事になる。かりに 4.2K で  $2 \times 10^7$  の  $Q$  値と 10g の換算質量が得られた場合、

アンテナ	
半径	1m
質量	1700kg
周波数	1.2kHz
Q 値	$2 \times 10^5$
換算質量	880kg
温度	300K
トランスデューサー	
波長	$1.06 \mu\text{m}$
入射パワー	10mW
フィネス	$1 \times 10^4$
基線長	95cm
変位雑音 ( $\sqrt{\xi_N^2}$ )	$2 \times 10^{-19} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$
雑音力 ( $\sqrt{f_N^2}$ )	$2 \times 10^{-13} \text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$
マッチング係数 ( $\eta$ )	$2 \times 10^{-5}$
雑音温度	$1 \times 10^{-5} \text{K}$
雑音量子数 ( $kT_N/\hbar\omega$ )	190
検出器	
サンプリング間隔	4.6ms
バンド幅	88Hz
実効温度 ( $T_{\text{eff}}$ )	38mK
重力波エネルギー密度の検出限界 ( $F_{\text{min}}$ )	$7.9 \text{J}/\text{m}^2 \text{Hz}$
重力波振幅の検出限界 ( $h_{\text{min}}$ )	$5.0 \times 10^{-18}$

Table 5.2: 大型アンテナのパラメーターと感度。トランスデューサー感度は、熱振動・Shot Noise・Phase Noise の寄与の予測値を加算した。ただし、 $h_{\text{min}}$  はアンテナ周波数の重力波が 1 周期だけ入射した場合について換算したものである。

Finesse が  $10^4$  で光源が 1mW の Nd:YAG レーザーのトランスデューサーを用いて、実効温度  $3.4 \times 10^{-6}$ K, バンド幅 200Hz,  $F_{\min} = 7.3 \times 10^{-4}$ J/m<sup>2</sup>Hz,  $h_{\min} = 5 \times 10^{-20}$  の検出器となる。この感度が実現できれば、最低でも年に 1 回程度の割合で、重力波のイベント検出ができるであろう。

# Appendix A

## Disk の固有振動

以下ではアンテナとして利用する disk の面内振動を求める。disk の半径を  $a$ 、厚さ  $h$ 、材質の密度、Poisson 比、Young 率を  $\rho, \sigma, E$  とし、板全体にわたって応力  $\sigma_{kz} = 0$  ( $k = r, \theta, z$ ) と近似する。変位ベクトル  $\vec{u}$  をモード展開し、

$$\begin{aligned} u_r &= U \\ u_\theta &= V \\ U &= \sum_n U_n \cos n\theta \cos \omega_n t \\ V &= \sum_n V_n \sin n\theta \cos \omega_n t \end{aligned} \tag{A.1}$$

とおくと、微小部分  $rdrd\theta dz$  の Lagrangian 密度は

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \omega_n^2 (U^2 + V^2) - \frac{1}{2} \sigma_{ik} u_{ik} \tag{A.2}$$

で与えられる。したがって、Lagrangian はこれを全体積で積分して

$$\begin{aligned} L &= \frac{Eh}{2(1-\sigma^2)} \int \left\{ k^2 (U^2 + V^2) - \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{U}{r} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2(1-\sigma) \frac{\partial U}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{U}{r} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1-\sigma}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} \right)^2 \right\} r dr d\theta \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$k = \sqrt{\frac{(1-\sigma^2)\omega_n^2 \rho}{E}} \tag{A.4}$$

$U, V$  に関する Euler-Lagrange 方程式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial U} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial U_r} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial U_\theta} \right) &= 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial V} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial V_r} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial V_\theta} \right) &= 0 \\
(\mathcal{L}' = r\mathcal{L}) &
\end{aligned} \tag{A.5}$$

を解くと4重極モード  $U_2, V_2$  は  $A, B$  を定数として

$$\begin{aligned}
U_2 &= A \left( \frac{2}{r} J_2(kr) - k J_3(kr) \right) + \frac{2B J_2(k'r)}{r} \\
V_2 &= -\frac{2A J_2(kr)}{r} - B \left( \frac{2}{r} J_2(k'r) - k' J_3(k'r) \right) \\
k' &= \sqrt{\frac{2}{1-\sigma}} k
\end{aligned} \tag{A.6}$$

境界条件は  $r = a$  で  $\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = 0$  である。振動モードはこの境界条件により、永年方程式

$$\begin{vmatrix}
\left[ 2 - \frac{(k'a)^2}{2} \right] J_2(ka) + ka J_3(ka) & 2[J_2(k'a) - k'a J_3(k'a)] \\
2[J_2(ka) - ka J_3(ka)] & \left[ 2 - \frac{(k'a)^2}{2} \right] J_2(k'a) + k'a J_3(k'a)
\end{vmatrix} = 0 \tag{A.7}$$

の解として与えられる。この内、重力波とのカップリングが最も強いのは最低次のモードである。

なお、アンテナ周辺の4箇所 of 切りかきは外周の摂動として取り扱える。外周を

$$\begin{aligned}
r(\theta) &= r_0 + \delta r(\theta) \\
\int_0^{2\pi} \delta r(\theta) d\theta &= 0
\end{aligned} \tag{A.8}$$

とおき、境界条件を

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}(r_0 - \varepsilon) &= 0 \\
\sigma_{r\theta}(r_0 + \varepsilon) &= 0 \\
\varepsilon &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta r(\theta) \cos 4\theta d\theta
\end{aligned} \tag{A.9}$$

とすればよい。また、ミラーマウントについては、 $r$ 方向の応力のみ摂動を与えればよい。

# Appendix B

## 鏡の複屈折

実験に用いた鏡は、電子ビーム蒸着法で作られたものであったため、コーティングに複屈折性を有していた。この影響が実験に非常に大きな困難をもたらした。ここでは、コーティングの複屈折を解析しておく。

### B.1 多層膜ミラー

最初に1層の光学薄膜の干渉を考える。屈折率  $n_s$  の基板上の厚さ  $d$ 、屈折率  $n$  の単層薄膜に  $n_0$  の媒質から直線偏光を入射させる。(図 B.1) このとき、媒質中での電場、磁場を  $E_0, H_0$ 、薄膜中での電場、磁場を  $E_1, H_1$  とすると、

$$\begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_1 \\ H_1 \end{pmatrix}$$

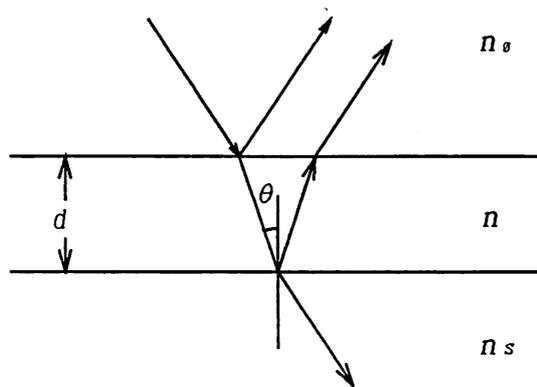


図 B.1: 単層膜への直線偏光の入射

$$\begin{aligned}
 M &= \begin{pmatrix} \cos k\Delta & -\frac{i \sin k\Delta}{p} \\ -ip \sin k\Delta & \cos k\Delta \end{pmatrix} & (B.1) \\
 p &= \begin{cases} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \cos \theta & \text{s 偏光} \\ \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n / \cos \theta & \text{p 偏光} \end{cases} \\
 \Delta &= nd \cos \theta
 \end{aligned}$$

の関係が成り立つ。ただし、 $\theta$ は薄膜中の屈折角である。多層膜の場合には、それぞれの膜についての  $M$  を入射面から順にかけて

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix} &= M \begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} & (B.2) \\
 M &= M_1 M_2 \cdots M_N \\
 &= \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

となる。膜全体の振幅透過率・反射率を  $t, r$ 、また、入射光の電場、磁場を  $E, H$  とすると、

$$\begin{aligned}
 E_0 &= E + rE \\
 H_0 &= p_0(E - rE) & (B.3)
 \end{aligned}$$

が成り立つ。また、基板中の  $p$  を  $p_s$  とおくと

$$\begin{aligned}
 E_N &= tE \\
 H_N &= p_s tE & (B.4)
 \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{p_0 m_{11} + p_0 p_s m_{12} - m_{21} - p_s m_{22}}{p_0 m_{11} + p_0 p_s m_{12} + m_{21} + p_s m_{22}} \\
 t &= \frac{2p_0}{p_0 m_{11} + p_0 p_s m_{12} + m_{21} + p_s m_{22}} & (B.5)
 \end{aligned}$$

を得る。 $\theta = 0$  で入射した場合には、p 偏光と s 偏光の  $M$  には相違がない。反射膜として用いる場合には屈折率の大きい H 層と小さい L 層を  $\lambda/4$  ずつ交互に重ねて

(HLHL...HLH) のような  $(2N + 1)$  層の構造を用いている。H,L 各層の特性マトリックスがそれぞれ

$$\begin{aligned} M_H &= \begin{pmatrix} \cos k\Delta_H & -\frac{i \sin k\Delta_H}{p_H} \\ -ip_H \sin k\Delta_H & \cos k\Delta_H \end{pmatrix} \\ M_L &= \begin{pmatrix} \cos k\Delta_L & -\frac{i \sin k\Delta_L}{p_L} \\ -ip_L \sin k\Delta_L & \cos k\Delta_L \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

と与えられるものとする。この各層が  $\Delta = \lambda/4$  からわずかにずれている場合、即ち

$$k\Delta_H = \frac{\pi}{2} + \delta_H, \quad k\Delta_L = \frac{\pi}{2} + \delta_L$$

$$\delta_H, \delta_L \ll 1$$

のとき、 $\delta$  の 1 次までの近似で

$$\begin{aligned} M_H &= \begin{pmatrix} \delta_H & -\frac{i}{p_H} \\ -ip_H & \delta_H \end{pmatrix} \\ M_L &= \begin{pmatrix} \delta_L & -\frac{i}{p_L} \\ -ip_L & \delta_L \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

となり、

$$(M_H M_L)^N = \begin{pmatrix} \left(-\frac{p_L}{p_H}\right)^N & i\alpha_N \left(\frac{\delta_H}{p_L} + \frac{\delta_L}{p_H}\right) \\ i\alpha_N (p_L \delta_H + p_H \delta_L) & \left(-\frac{p_H}{p_L}\right)^N \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\alpha_N = \frac{(-p_L/p_H)^N - (-p_H/p_L)^N}{(p_H/p_L) - (p_L/p_H)}$$

より、反射膜の特性マトリックスは

$$\begin{aligned} M &= (M_H M_L)^N M_H \\ &= \begin{pmatrix} -\left(-\frac{p_L}{p_H}\right)^N \delta_H + p_H \alpha_N \left(\frac{\delta_H}{p_L} + \frac{\delta_L}{p_H}\right) & -\frac{i}{p_H} \left(-\frac{p_L}{p_H}\right)^N \\ -p_H \left(-\frac{p_H}{p_L}\right)^N & -\left(-\frac{p_H}{p_L}\right)^N \delta_H + \frac{1}{p_H} \alpha_N (p_L \delta_H + p_H \delta_L) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

となる。ここで反射膜の層数が大きい場合は、 $p_H > p_L$  より、

$$M \simeq \left( -\frac{p_H}{p_L} \right)^N \begin{pmatrix} \beta & 0 \\ -ip_H & \beta \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

$$\beta = -\frac{p_H^2 \delta_H + p_H p_L \delta_L}{p_H^2 - p_L^2}$$

で近似され、反射率・透過率は (B.5) より求まる。 $\delta = 0$  の場合、 $r = -1$  で全反射する。現実には、膜内の吸収が存在し、 $N$  も有限であるために、 $|r| < 1$  である。また、透過光との位相差が常に  $\lambda/4$  ずれているため、便宜的に鏡面の位置をずらして反射率・透過率を  $ir, t$  の形に書くことができる。 $\delta \neq 0$  の場合、 $|r|$  には  $\delta$  の 2 次の効果しか表れないが、位相には 1 次の効果がある。鏡に複屈折がなければ、これも鏡面位置の変化に繰り込むことができる。しかし、複屈折が存在するときには、2 偏光の反射波に位相差が生ずるために無視することができない。この場合、反射率は複屈折の主軸をそれぞれ  $p, s$  偏光成分として

$$\begin{cases} ir & (s \text{ 偏光}) \\ ire^{i\epsilon} & (p \text{ 偏光}) \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

$$\epsilon \ll 1$$

とおくことができる。\*

## B.2 複屈折鏡による Fabry-Perot 干渉計

鏡として複屈折のあるものを用いて Fabry-Perot 干渉計を組んだときの特性を調べる。フロントミラーの反射率を  $ir_1, ir_1 e^{i\epsilon_1}$ 、エンドミラーの反射率を  $ir_2, ir_2 e^{i\epsilon_2}$  とする。2 つのミラーの主軸は  $\varphi$  の角をなす。フロントミラーの主軸に合わせて  $s, p$  の偏光を選び、それぞれの振幅を  $a_s, a_p$  とする。このとき、光学系を通した後の振幅を

$$\begin{pmatrix} a'_s \\ a'_p \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_s \\ a_p \end{pmatrix}$$

のように行列表示すると、フロントミラーの反射率は

---

\*同様の現象は入射角  $\theta \neq 0$  の場合にも起こるが、これは  $\theta$  の 2 次の効果となる。実験では  $\theta < 10^{-3} \text{rad}$  のアラインメントを確保していたため、これによっては観測された位相のずれは説明できない。

$$R_1 = ir_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varepsilon_1} \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

で与えられ、エンドミラーは

$$\begin{aligned} R_2 &= ir_2 \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varepsilon_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \\ &= ir_2 \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi + e^{i\varepsilon_2} \sin^2 \varphi & (1 - e^{i\varepsilon_2}) \cos \varphi \sin \varphi \\ (1 - e^{i\varepsilon_2}) \cos \varphi \sin \varphi & \sin^2 \varphi + e^{i\varepsilon_2} \cos^2 \varphi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

となる。フロントミラーの透過率マトリックスを  $T_1$  として Cavity の反射率マトリックス  $R_{\text{FP}}$  は

$$R_{\text{FP}} = R_1 + T_1 \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[ -\frac{2(n+1)\omega l}{c} \right] (R_1 R_2)^n R_2 T_1 \quad (\text{B.14})$$

で与えられる。 $\varepsilon$  の 1 次の近似で

$$\begin{aligned} R_1 R_2 &\sim -r_1 r_2 \begin{pmatrix} 1 + i\varepsilon_2 \sin^2 \varphi & -i\varepsilon_2 \cos \varphi \sin \varphi \\ -i\varepsilon_2 \cos \varphi \sin \varphi & 1 + i(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos^2 \varphi) \end{pmatrix} \\ &\sim -r_1 r_2 \begin{pmatrix} \exp(i\varepsilon_2 \sin^2 \varphi) & -i\varepsilon_2 \cos \varphi \sin \varphi \\ -i\varepsilon_2 \cos \varphi \sin \varphi & \exp[i(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos^2 \varphi)] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

であり、

$$(R_1 R_2)^n \sim (-r_1 r_2)^n \begin{pmatrix} \exp(in\varepsilon_2 \sin^2 \varphi) & -in\varepsilon_2 \cos \varphi \sin \varphi \\ -in\varepsilon_2 \cos \varphi \sin \varphi & \exp[in(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos^2 \varphi)] \end{pmatrix}$$

となる。これらより、フロントミラーでの透過の際の位相変化を無視すれば

$$\begin{aligned} R_{\text{FP}} &= \begin{pmatrix} ir_s & r_{ps} \\ r_{ps} & ir_p \end{pmatrix} \\ r_s &= \frac{r_1 + (r_1^2 + t_1^2)r_2 \exp[-i(2\omega l/c - \varepsilon_2 \sin^2 \varphi)]}{1 + r_1 r_2 \exp[-i(2\omega l/c - \varepsilon_2 \sin^2 \varphi)]} \\ r_{ps} &= \varepsilon_2 \frac{t_1^2 r_2 \cos \varphi \sin \varphi \exp(-2i\omega l/c)}{\{1 + r_1 r_2 \exp[-i(2\omega l/c)]\}^2} \\ r_p &= \frac{r_1 e^{i\varepsilon_1} + [(r_1 e^{i\varepsilon_1})^2 + t_1^2] r_2 \exp[-i(2\omega l/c - \varepsilon_2 \cos^2 \varphi)]}{1 + r_1 r_2 \exp[-i(2\omega l/c - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \cos^2 \varphi)]} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

が得られる。 $r_p, r_s$  はふつうの Fabry-Perot Cavity と全く同じ形の式である。ただし、ここでは複屈折による基線長の変化がみられる。 $r_{ps}$  からは、 $\varphi \neq 0, \pi/2$  の時に入射光と違う偏光の光が還ることがわかる。 $\varepsilon = 0$  の場合には偏光面の回転は生じないが、

偏光による基線長の違いは最大になる。 $\varepsilon = \pi/2$ の時には、複屈折のない鏡と全く同じ性質をもつ。共振器を組まなければ、主軸をはかることは不可能であるため、 $\varphi$ を適切に選ぶことは非常に困難である。実験によって観察されたように、 $\varphi \neq \pi/2$ の共振器に円偏光を入射すればモードは2つに分裂したように振る舞うことがわかる。(B.15)が対称行列であることから、適当な直線偏光を入射すれば偏光面の変化は起きない。

## 謝辞

本研究を行うに当たり、非常に多くの方の助けをいただいた事に感謝致します。

坪野公夫助教授にはこの実験のテーマと数多くの示唆、公私にわたる助言・指導をいただきました。また、この実験を円滑に進めるために、さまざまな角度からのご支援をしてくださいました。

坪野研究室助手の三尾典克氏には優れた洞察力と実行力によって、いつも問題点を洗い出し、解決への糸口を示していただきました。この実験が曲がりなりにも1つの区切りを迎えられた事は全く氏のおかげとあって過言ありません。議論の中から非常に有益な視点を見いだす事ができたことも幾度となくありました。さらにレーザー安定化などの面で、直接、実験を支援して頂きました。心からお礼を申し上げます。

新谷昌人氏には 10MHz の変調復調系を全て製作して頂きました。その性能がいかなる市販品よりも優れていただけでなく、度重なる無理な注文にもいやな顔もせずにつきあって頂きました。ありがとうございました。

森脇成典氏、河辺径太氏、佐藤寿一氏には計算や、プログラムなどでお手伝い頂きました。また、大学院生のみなさんとの議論は非常に楽しく、有益なものでした。

そのほかにも試作室の大塚茂巳氏をはじめ、教室のスタッフの方々にもお世話になり、お礼を述べさせていただきます。

最後にどんなに遅く帰ってもまた、帰宅できない時でもいつも明るくしていてくれた妻の淳子に「ありがとう」の言葉を贈ります。

# Bibliography

- [1] R. F. Stark and T. Piran, *Phys. Rev. Lett.* **55**(1985), 891.
- [2] *300 Years of Gravitation*, eds. S. W. Hawking *et. al.*(Cambridge University Press, 1987)
- [3] T. Nakamura, K. Oohara and Y. Kojima, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **90**(1987), 135.
- [4] K. Hirata *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58**(1987), 1490.
- [5] T. Nakamura and M. Fukugita, *Astrophys. J.* **337**(1989), 466.
- [6] J. Weber, *Phys. Rev. Lett.* **22**(1969), 1320.
- [7] D. H. Douglass *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **35**(1975), 480.
- [8] *Proc. 6th Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*(1992), (in Press).
- [9] D. Shoemaker *et. al.*, *Phys. Rev.* **D38**(1988), 423.
- [10] J.-Y. Vinet *et. al.*, *Phys. Rev.* **D38**(1988), 433.
- [11] R. M. Bionta *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58**(1987), 1494.
- [12] E. Amaldi *et. al.*, *Europhys. Lett.* **3**(1987), 1325.
- [13] F. Bronzini *et. al.*, *Nuovo Cimento* **C8**(1985), 300.

- [14] J. P. Richard, *J. Appl. Phys.* **64**(1988), 2202.
- [15] F. Bordoni *et. al.*, *Phys. Rev.* **D42**(1990), 2952.
- [16] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, New York, 1975), Chap. 13.
- [17] 平川浩正, 相対論第2版, (共立出版, 1986), 8章.
- [18] R. L. Forward, *Phys. Rev.* **D17**(1978), 379.
- [19] H. Hirakawa, K. Narihara and M.-K. Fujimoto, *J. Phys. Soc. Jpn.* **41**(1976), 1093.
- [20] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Theory of Elasticity* (Pergamon, New York, 1959), Chap. 3.
- [21] M.-K. Fujimoto and H. Hirakawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **46**(1979), 703.
- [22] S. Owa *et. al.*, *Proc. 4th Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, ed. R. Ruffini(Elsevier Science Publishers B. V., 1986), 571.
- [23] 辻内順平, 光学概論.
- [24] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon, Oxford, 1980), Chap. 7.
- [25] R. V. Pound, *Rev. Sci. Instrum.* **17**(1946), 490.
- [26] R. W. P. Drever *et. al.*, *Appl. Phys.* **B31**(1983), 97.
- [27] T. M. Niebauer *et. al.*, *Phys. Rev.* **A43**(1991), 5022.
- [28] D. Hils and J. L. Hall, *Rev. Sci. Instrum.* **58**(1987), 1406.
- [29] T. Suzuki, K. Tsubono and H. Hirakawa, *Phys. Lett.* **67A**(1978), 2.

- [30] K. Seta and S. Iwasaki, *Optics. Comm.* **55**(1985), 367.
- [31] N. Mio and K. Tsubono, *Jpn. J. Appl. Phys.* **29**(1990), 883.
- [32] P. F. Michelson and R. C. Taber, *J. Appl. Phys.* **52**(1981), 4313.
- [33] K. Tsubono, M. Ohashi and H. Hirakawa, *Jpn. J. Appl Phys.* **25**(1986), 622.
- [34] Y. Nagashima *et. al.*, *Rev. Sci. Instrum.* **59**(1987), 112.
- [35] J. P. Richard and J. J. Hamilton, *Appl. Optics* **30**(1991), 3560.