

The Parametric Instability in the bKAGRA Arm Cavity

柴田和憲

もくじ

▶ PIについて

1. Background: なぜPIを考えるのか？
2. Introduction: PIとは？

▶ g-factorの決定

1. Result: 計算結果
2. Discussion & Conclusion: それぞれのg-factorの比較
3. Summery: まとめ

▶ PIのコントロールについて

1. Risk & Provision: PIを起こしうる要因と対策

Appendix

References

Detail report: JGW-T1200787

PIについて

Background: なぜPIを考えるのか？ (1)

- ▶ ITM/ETMの曲率(g-factor)は決まっていなかった。
- ▶ g-factor の積は決まっており($g_1 g_2 = 0.475$)、以下の2つの候補に絞られていた。

Negative g-factor set

ITM curvature: $R_1 = 1.68$ km.

ETM curvature: $R_2 = 1.87$ km

Positive g-factor set

ITM curvature: $R_1 = 14$ km

ETM curvature: $R_2 = 7.5$ km

PI=Parametric Instability

Background: なぜPIを考えるのか？ (2)

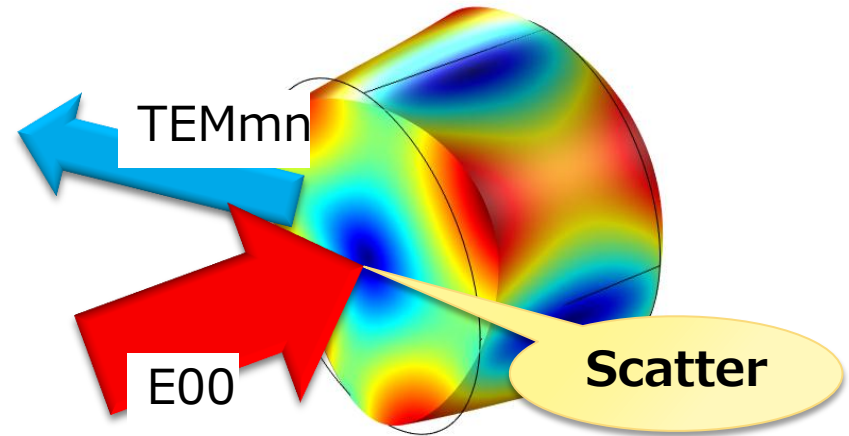
- ▶ 角度揺れ制御(ASC)の観点からnegativeの方がよい [1]。
- ▶ しかし、negativeではPIが問題となりやすいといわれる。
→そこで、P/N両方の候補についてPIを確かめてみる。

	Positive	Negative
ASC	×	○
PI	?	?

[1] Y. Michimura, LCGT f2f mtg in Aug. 2011:
JGW-G1100533

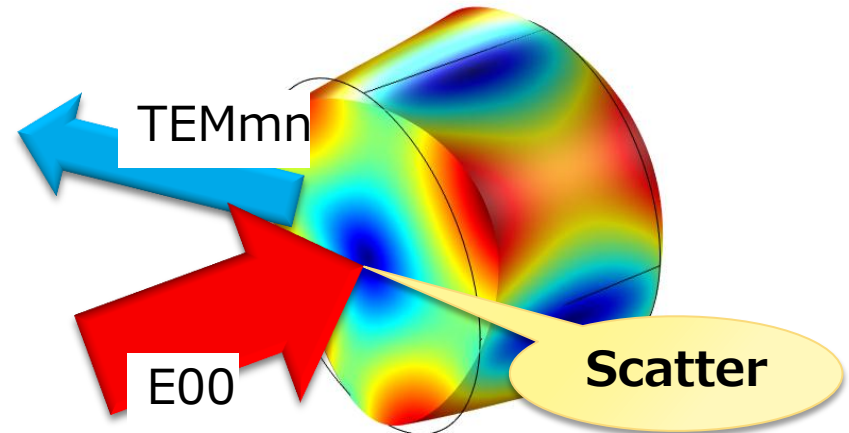
Introduction: PIとは？ (1)

- ▶ 弾性モードはFPキャビティの基本モード E_{00} を散乱することにより、高次のTEMモード TEM_{mn} を励起する。
- ▶ TEM_{mn} もまた、鏡を押すことで弾性モードを励起する



Introduction: PIとは？ (2)

- ▶ このサイクルによって、時として弾性モードが強く励起され、干渉計のロックに支障をきたしうる。



Introduction: PIとは？ (3)

- ▶ PIが起こる条件は以下で表される[2]:

$$\mathcal{R} > 1,$$

$$\mathcal{R} = \sum \frac{2P}{c_{LM}} \frac{Q_m}{\omega_m^2} \left(\frac{Q_{PR}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega}{\delta\omega_{PR}} \right)^2} + \frac{Q_{RSE}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega - \Delta_{RSE}}{\delta\omega_{RSE}} \right)^2} \right) \Lambda,$$

Λ : overlap factor between the optical mode and the elastic mode,

$$\Delta\omega = \omega_{00} - \omega_{TEM} - \omega_m,$$

ω_m : angular freq. of the elastic mode.

$\mathcal{R}$ は“parametric gain”と呼ばれる。
和はすべての光学モードについてとる。

[2] V.B. Braginsky et al., Phys. Lett. A **287**, 331(2001)

Introduction: PIとは？ (4)

$$\Lambda = \frac{|\int E_{\text{TEM}} \mu_z E_{00} dS|^2}{\int \vec{\mu}^2 dV \int |E_{\text{TEM}}|^2 dS \int |E_{00}|^2 dS}$$

- ▶ TEMと弾性モードの空間的な形状と周波数が一致したときPIが起こる

g-factorの決定

Strategy: 何を計算したのか (1)

$$\mathcal{R} = \sum \frac{2P}{cLM} \frac{Q_m}{\omega_m^2} \left(\frac{Q_{PR}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega}{\delta\omega_{PR}} \right)^2} + \frac{Q_{RSE}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega - \Delta_{RSE}}{\delta\omega_{RSE}} \right)^2} \right) \Lambda$$

- ▶ R_1, R_2 がそれぞれの要求精度内で変化すると、横モード間隔が変化する。
→ (R_1, R_2) 平面で考えると、一部の領域では $\mathcal{R}$ が大きくなりうる。
- ▶ 数値計算にはCOMSOLとMATLABを用いた。

Strategy: どうやって計算したのか (2)

$$\mathcal{R} = \sum \frac{2P}{c_{LM}} \frac{Q_m}{\omega_m^2} \left(\frac{Q_{PR}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega}{\delta\omega_{PR}} \right)^2} + \frac{Q_{RSE}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega - \Delta_{RSE}}{\delta\omega_{RSE}} \right)^2} \right) \Lambda$$

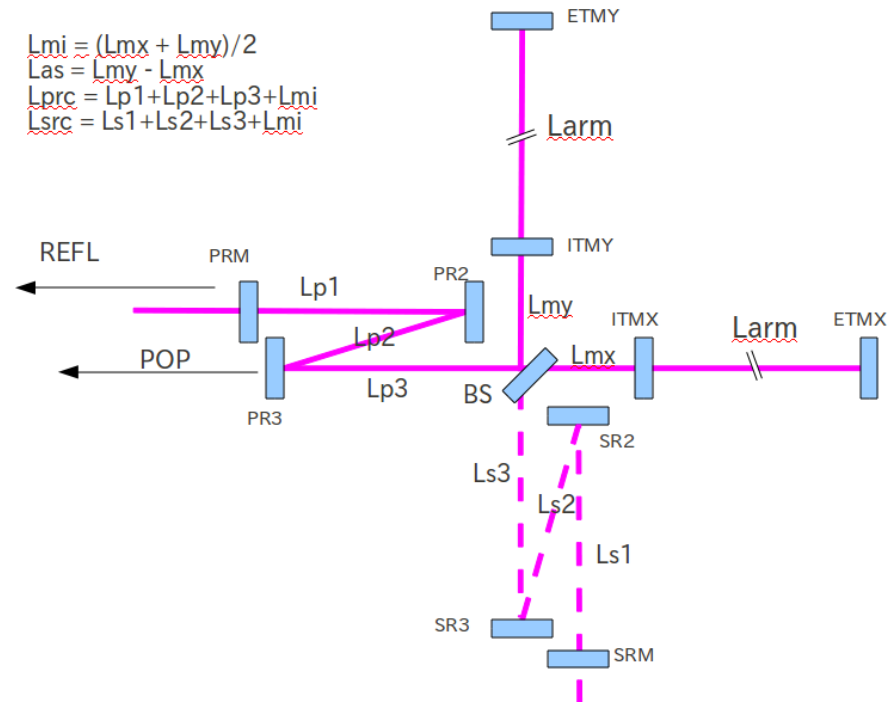
- Elastic modes(<150kHz)
(frequencies and shapes) COMSOL
- Overlap factors Λ

Braginskyさんの論文によれば
TEM88まで計算すれば十分らしい

- Parametric gains $\mathcal{R}$
through changing R_1, R_2 by 2% MATLAB

Parameters

- ▶ Mirror radius $r = 110$ mm
- ▶ Mirror depth $d = 150$ mm
- ▶ Mirror direction c-axis
- ▶ Power in the main cavity $P = 0.41$ MW
- ▶ Wavelength $\lambda = 1064$ nm
- ▶ Main cavity length $L = 3000$ m
- ▶ SR cavity length $L_{\text{SRC}} = 66.591$ m
- ▶ Q-factor of mechanical modes $Q_m = 10^8$
- ▶ Finesse $\mathcal{F} = 1550$
- ▶ Power transmittance of the PR mirror $T_{\text{PR}} = 0.10$
- ▶ Power transmittance of the RSE mirror $T_{\text{RSE}} = 0.37$
- ▶ サファイアの弾性テンソルは沼田さんの坪野研修論を用いた。

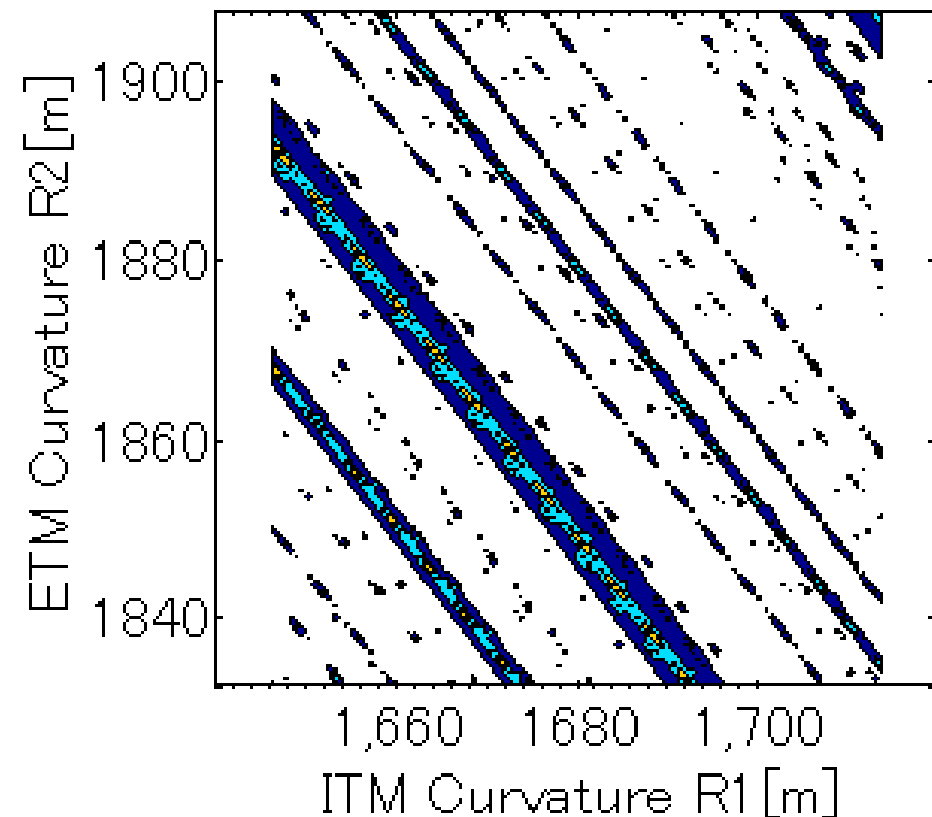


Result (with PR and detuned RSE)

The colored areas show where $\mathcal{R} > 1$.

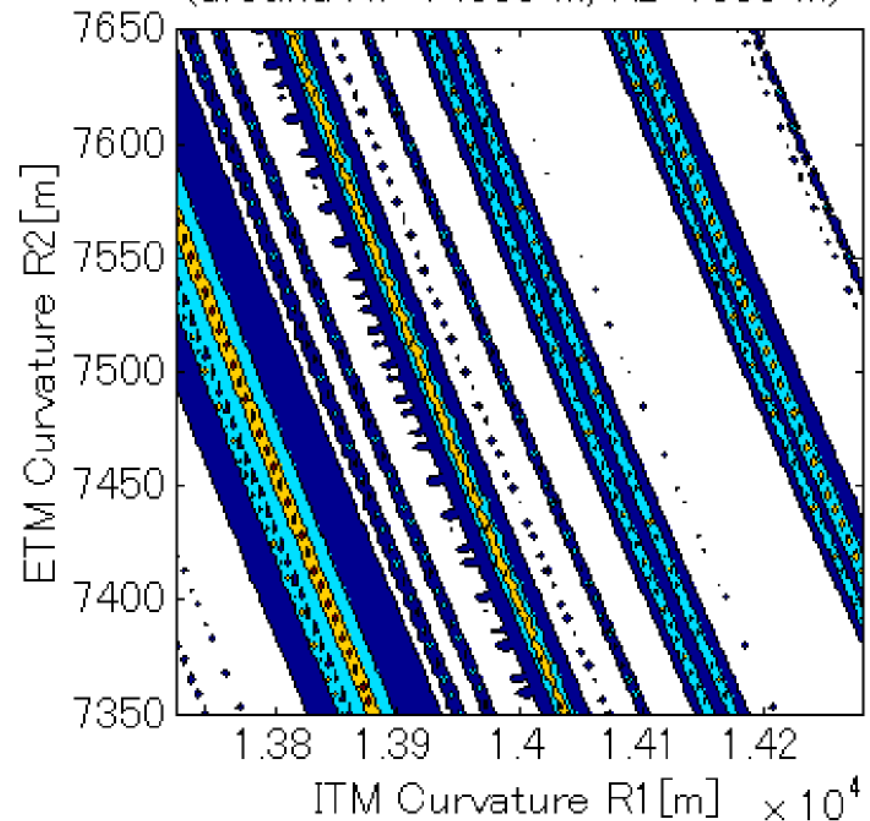
Negative g

Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=1680$ m, $R_2=1780$ m)



Positive g

Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=14000$ m, $R_2=7500$ m)

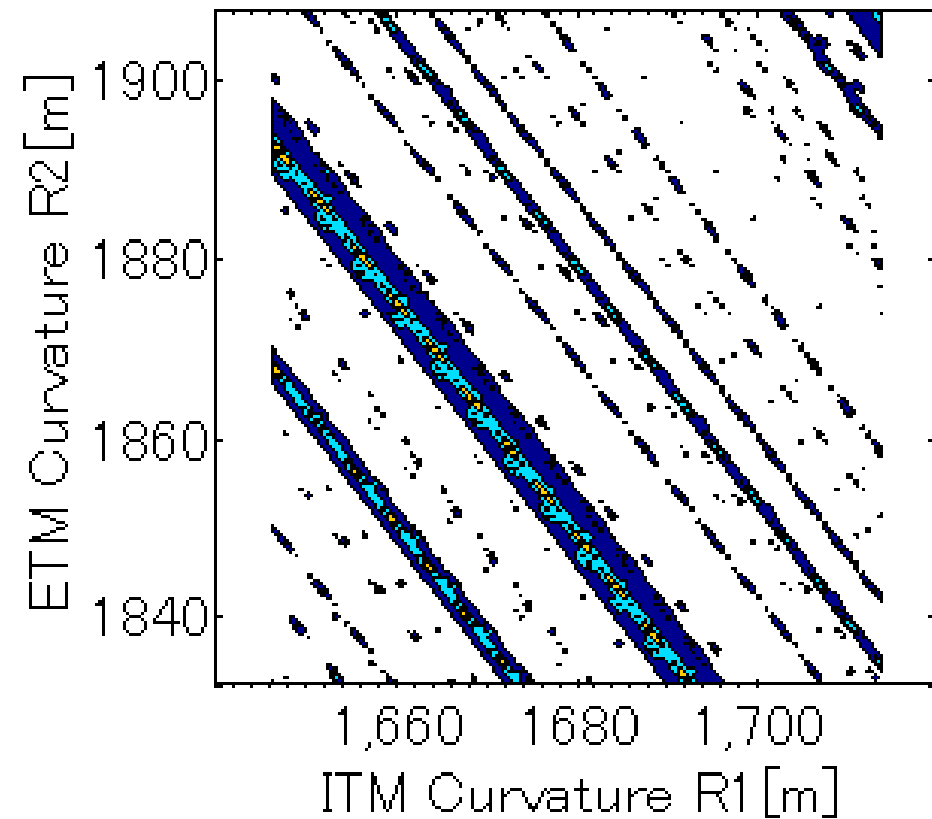


Result (with PR and detuned RSE)

The colored areas show where $\mathcal{R} > 1$.

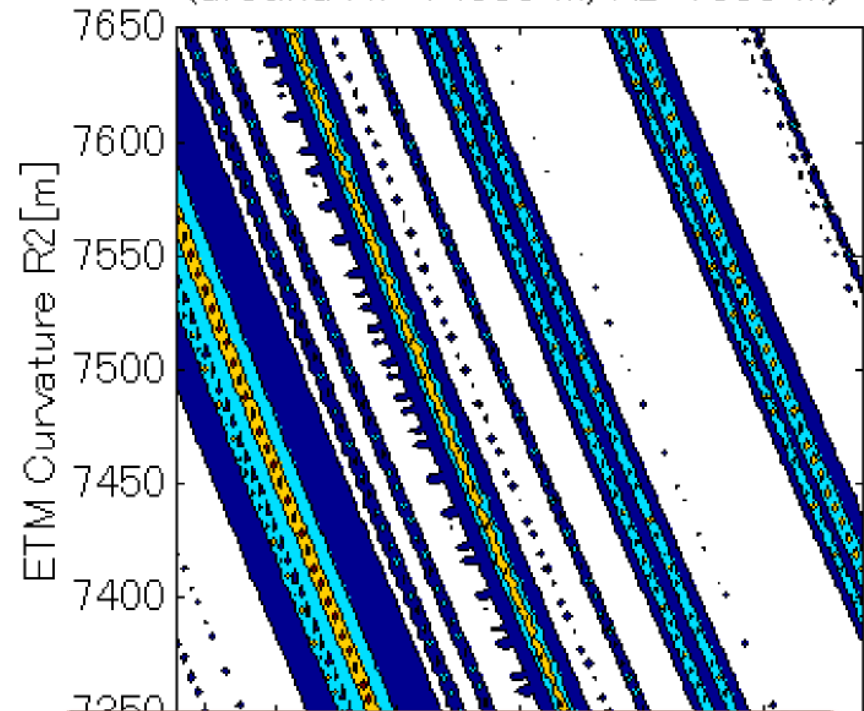
Negative g

Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=1680$ m, $R_2=1780$ m)



Positive g

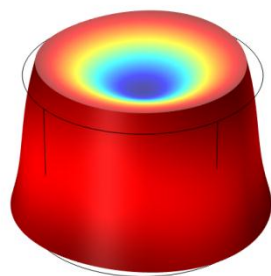
Max. of the parametric gain $\log_{10}(R)$
(around $R_1=14000$ m, $R_2=7500$ m)



Each case has the domain $\mathcal{R} > 1$,
but it does not seem so bad
(**not always $\mathcal{R} > 1$**).

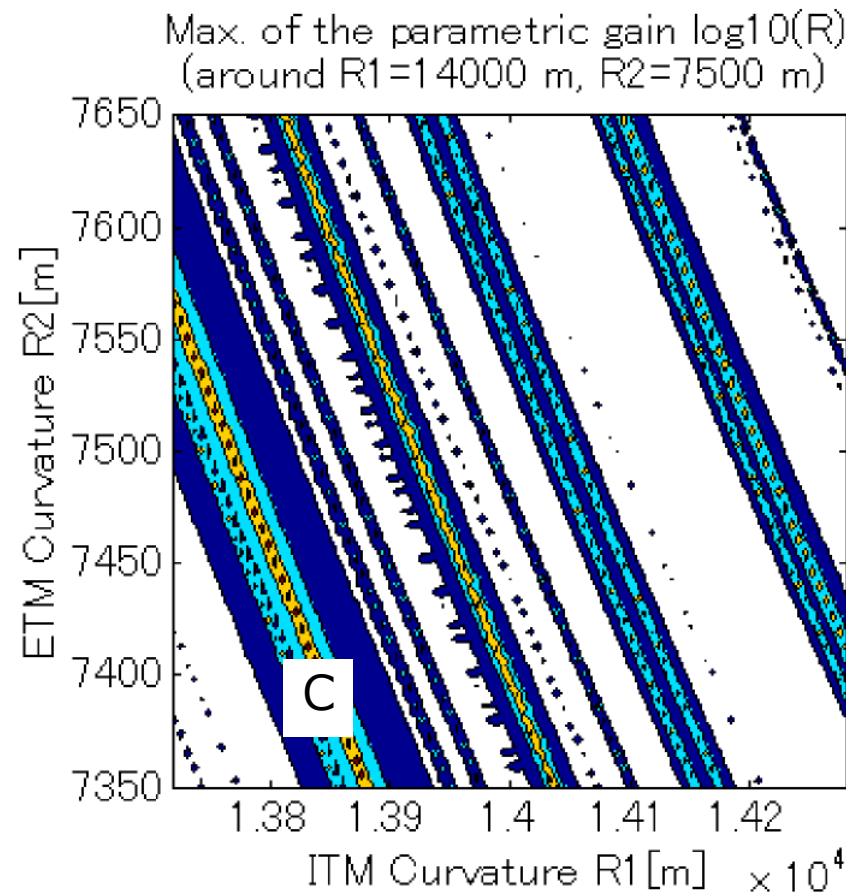
Discussion (positive g)

- ▶ $\max(\mathcal{R}) = 4000$
- ▶ C のみが不安定($\mathcal{R} \gg 1$):



C
23.9 kHz

- ▶ TEM20とのoverlapが最も大きい。
- ▶ C にさえ気を付ければよい。

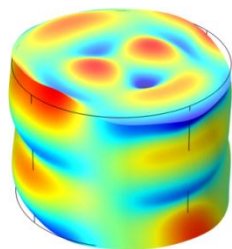


Discussion (negative g)

- ▶ $\max(\mathcal{R}) = 16000$
(positiveのときより4倍大きい)

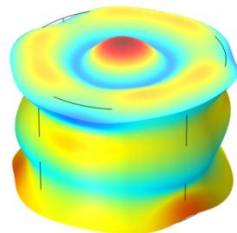
- ▶ Cの他に以下の2つのモードが不安定になりうる:

A



74.9 kHz

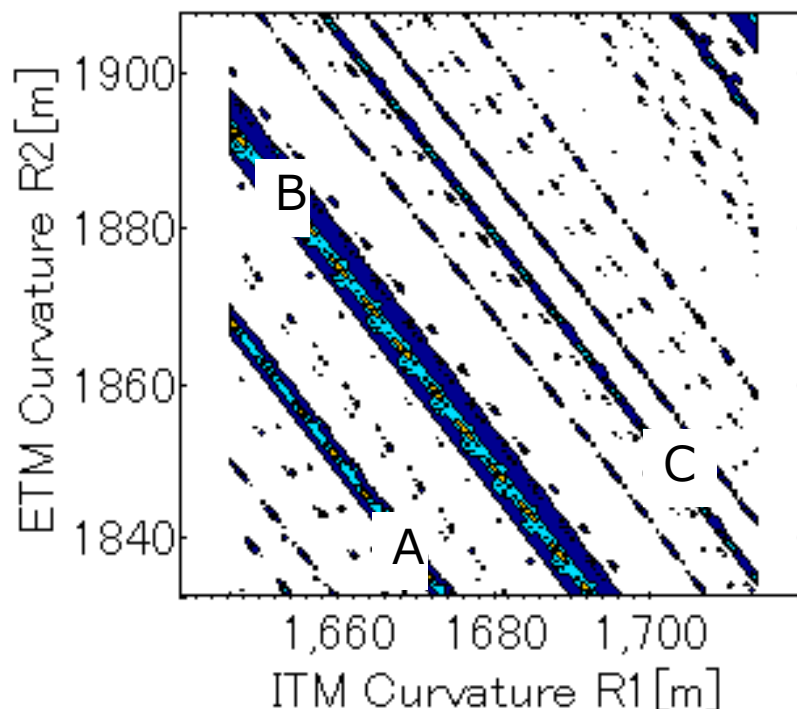
B



75.4 kHz

- ▶ A, BともにTEM02とのoverlapが最も大きい。

Max. of the parametric gain $\log_{10}(\mathcal{R})$
(around $R_1=1680$ m, $R_2=1780$ m)



Conclusion

- ▶ Negativeの方が不安定になりうる弾性モードの数が多い。
(同じ割合で曲率 R が変化したとき、曲率の小さい
negativeの方が $g = 1 - L/R$ はより大きく変化するため)
- ▶ **PIが致命的な問題とはならなさそうである
(Not Always $\mathcal{R} > 1$)**。
- ▶ しかしP/Nどちらにしろ、PIは起こりうる。
(PIの可能性を完全に排除することはできない)
- ▶ PIの対策を考えておく必要はある。

Summery

	Positive	Negative
ASC	×	○
PI	△	△

- ▶ 道村さんのASCLレポートによって、

negative gに決定。

(@ the MIF meeting 1/19)

- ▶ ただし、PIは起こりうるので何らかの対策は必要。

PIのコントロールについて

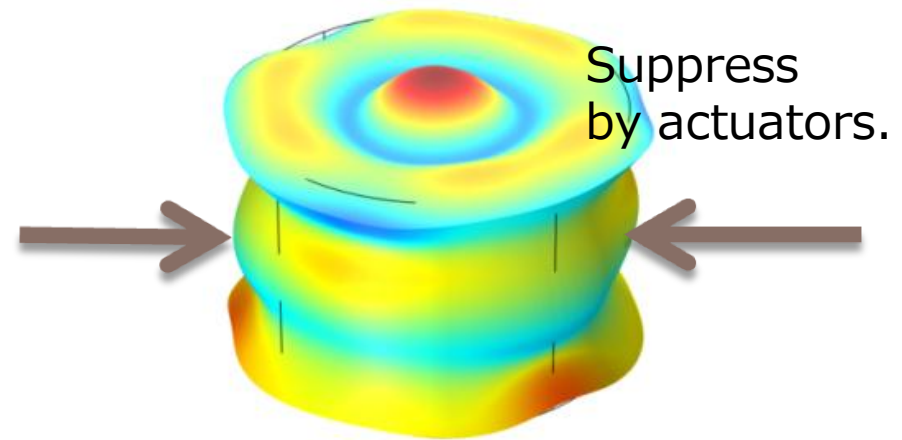
Risk: PIを起こしうる要因

- ▶ 弾性モードの周波数がFEMでの計算値からズれることによって起こる

1. FEMの計算誤差(1~5%)
2. 懸架系による弾性モードの固有周波数の変化
3. 曲率の変化による横モード周波数の変化
(数mの変化でキャビティの共振幅(~30Hz)以上変化する)
 1. 製作精度
 2. 温度変化

Provision: 対策 (1)

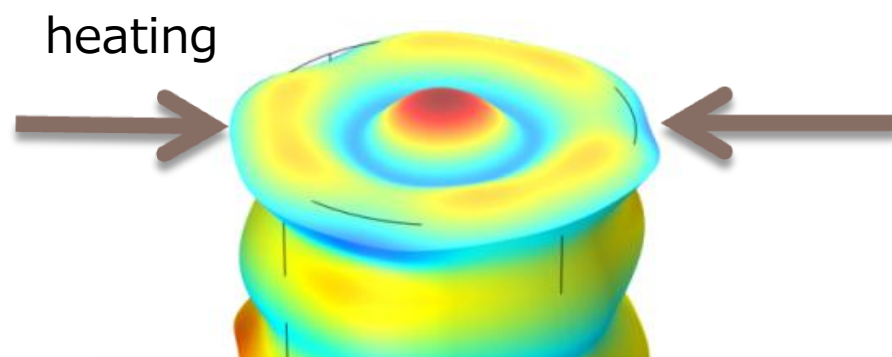
- ▶ アクチュエータによって不安定モードのQ値を抑える(麻生さんのアイデア)
- ▶ 一番シンプル。
- ▶ だけどQ値が下がるからノイズは少し悪化する？



Provision: 対策 (2)

- ▶ 温度で曲率を制御する
(→TEM周波数の微妙な変化) [4]
- ▶ AdvLIGOの鏡では、温度変化1Kで曲率が10m(1%程度)変化するらしい。
(鏡の製作精度より2倍もでかい)
- ▶ KAGRAの鏡についても調べておく必要性はありそう。

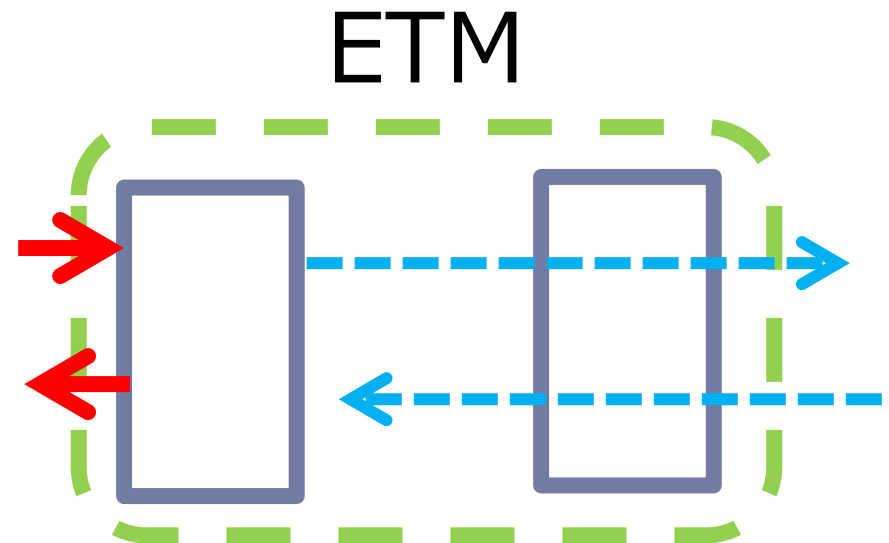
[4] Zhang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 121102(2005)



これが一番よさそうな気がする。
(新しいノイズの導入もない)

Provision: 対策 (3)

- ▶ Braginskyのアイデア [5]
- ▶ ETMの後ろから少ーしだけレーザーを入れる → ETM内が共振器として働いてdetuningすればPIを抑えられる
- ▶ 確かにすごい($\mathcal{R}$ を1%程度に抑えられる?)けど ITMに使うとき厄介。



[5] V.B. Braginsky, S.P. Vyatchanin, Phys. Lett. A **293**, 228(2002)

Fin.

Appendix A: Calculation error

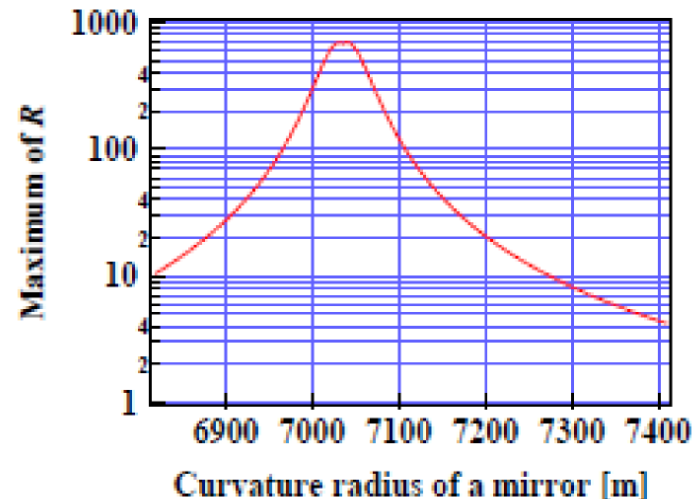
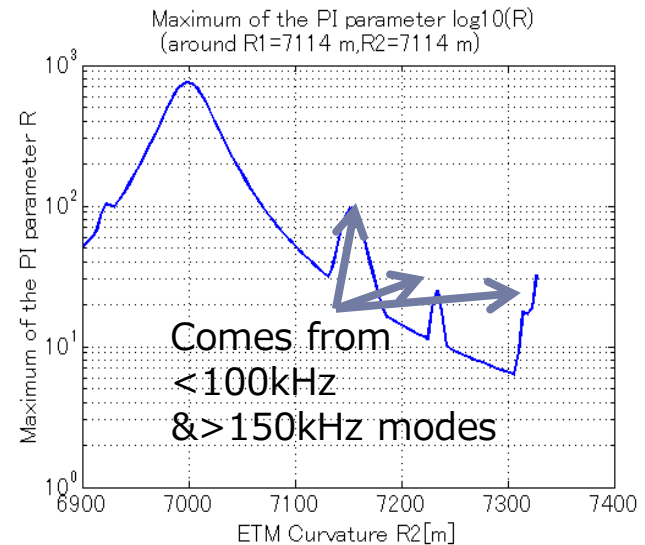
- ▶ **Q.** By setting the curvature requirement like $+1\%/-0\%$ (not $\pm 0.5\%$ as usual), can we get rid of the PI risk in advance?
- ▶ **A.** Since the error of FEM calc. is $1\sim 5\%$, the error of $\max(\mathcal{R})$ should be $> 2\%$. So we cannot get rid of the risk completely.

(To get rid of the PI in advance, the error of the FEM should be $\ll 0.5\%$. And there is no such a method.)

Appendix B: Check with the old result

- ▶ Often reported that the FEM calculations return with $> 1\%$ errors.
- ▶ Check with the Yamamoto's result(old parameters) [3]
→My result agree with it by $< 2\%$ errors for the peak position and value.
→OK

[3] K. Yamamoto *et al.*,
Amaldi proceedings(2009)

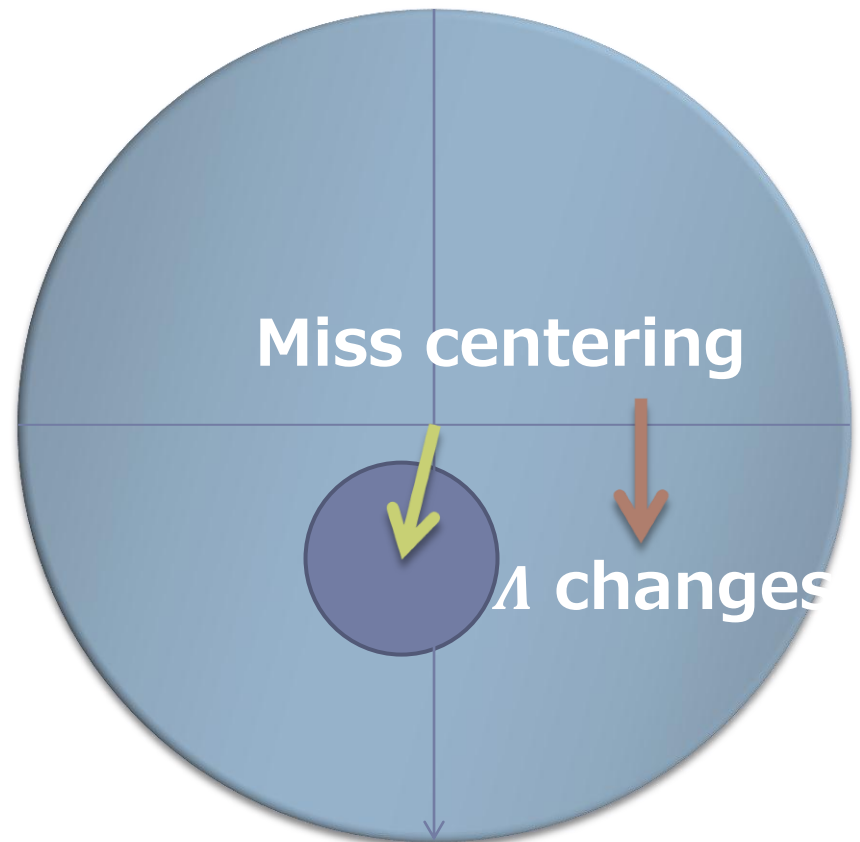


Appendix C: Loss of higher TEM modes

- ▶ Higher TEM modes have large power loss at mirrors.
- ▶ So, the finesse becomes smaller than $\mathcal{F} = 1550$.
- ▶ **Q.** How is that effect?
- ▶ **A.** The highest peak comes from TEM₂₀, and their power loss are about 3 ppm. So that effect doesn't make role.

Appendix D: Beam miss-centering

- ▶ A beam miss-centering might be occurs with 1mm error.
- ▶ **Q.** By this error, the PI occurs?
- ▶ **A.** No. (By miss-centering, $\mathcal{R}$ changes only 1%.)



References

1. Y. Michimura, JGW-G1100533(2011)
2. V.B. Braginsky *et al.*, Phys. Lett. A **287**, 331(2001)
3. K. Yamamoto *et al.*, Amaldi proceedings(2009)
4. C. Zhao *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 121102(2005)
5. V.B. Braginsky, S.P. Vyatchanin, Phys. Lett. A **293**, 228(2002)