

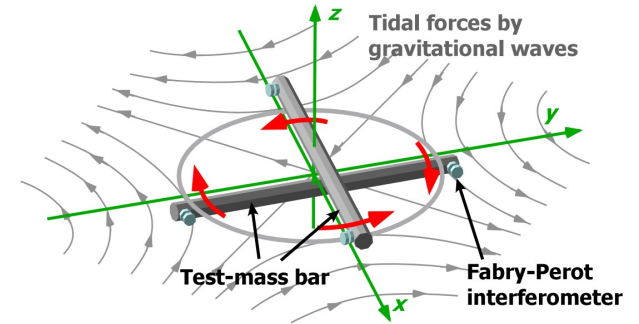
重力波望遠鏡 TOBA のための 結合光共振器を用いた角度信号増幅の実証

Angular Signal Amplification with a Coupled Cavity
for Torsion-Bar Gravitational-Wave Antenna

東京大学 大学院理学系研究科 物理学専攻
大島 由佳

概要

- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA で 0.1 Hz 帯の重力波観測を目指している

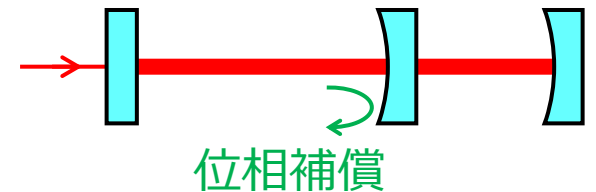


- TOBA の角度センサとして 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS) が考案された

- 角度信号が大きい
- ビームジッター雑音が小さい

- 本研究では Coupled WFS のシミュレーションと 原理実証実験を行った

- 信号強度と線形レンジの関係を示した
- 制御手法を確立した
- 角度信号増幅を定量的に評価した



目次

- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
- FINESSE を用いたシミュレーション
- 原理実証実験
- 実験結果・考察
- まとめ・今後の展望

目次

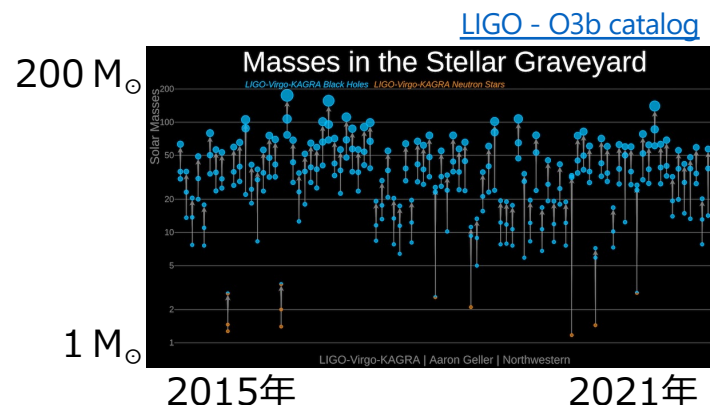
- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
 - TOBA の原理
 - TOBA のサイエンス
 - プロトタイプ Phase-III TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
- FINESSE を用いたシミュレーション
- 原理実証実験
- 実験結果・考察
- まとめ・今後の展望

低周波数の重力波観測

- 重力波
 - ・ 時空のゆがみが波として伝播する現象
 - ・ 電磁波では観測が難しい天体現象を観測できる

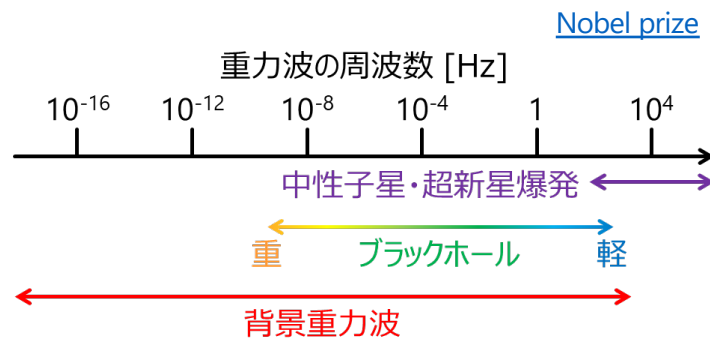
- 重力波観測の現状

- ・ レーザー干渉計型重力波望遠鏡
LIGO・Virgo・KAGRA が稼働中
- ・ 10 Hz - 1 kHz の感度が良い
→ 恒星質量ブラックホールや中性子星の連星合体



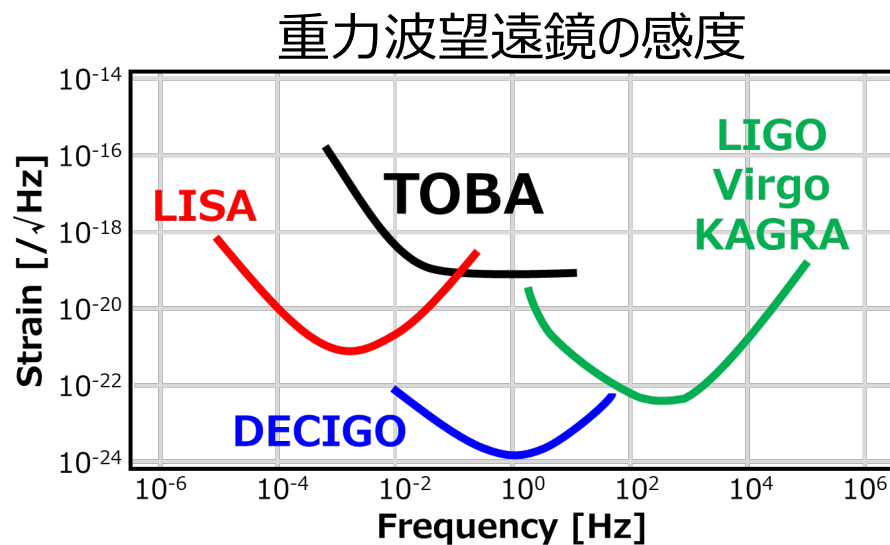
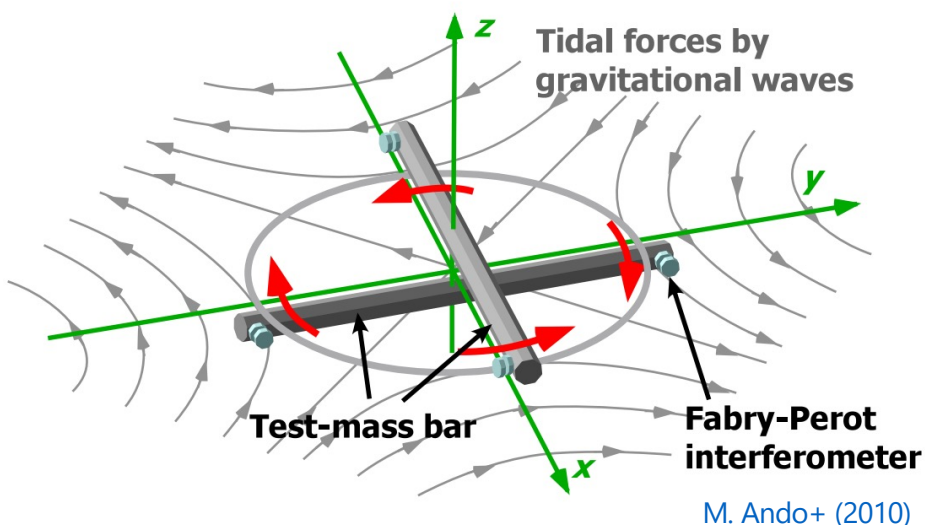
- 低周波数の重力波観測の必要性

- ・ 周波数によって観測対象が異なる
- ・ 低周波数: 背景重力波・
重いブラックホール連星合体



ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA

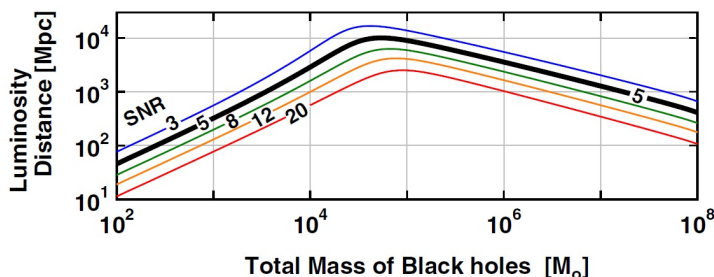
- TOBA: TOrsion-Bar Antenna
- 目標感度: $10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ @ 0.1 Hz
- 水平に懸架した2本の棒状マスのねじれ回転を検出
- ねじれ振り子の共振周波数は低い (~ 1 mHz) \rightarrow 地上で低周波数に高感度
 - 宇宙打ち上げの技術開発・コストが不要
 - 地上のためメンテナンスが簡単
 - 地上ならではのサイエンス



TOBA で得られるサイエンス

低周波重力波望遠鏡として

- 中間質量ブラックホール連星合体
~10 Gpc 以内
→ 大質量ブラックホール形成過程の解明

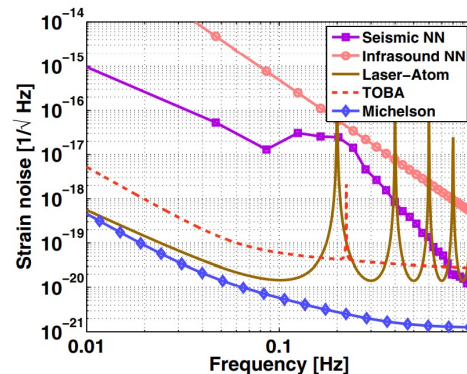


[M. Ando+ \(2010\)](#)

- 背景重力波
 $\Omega_{GW} \sim 10^{-7}$
→ 初期宇宙の直接探査

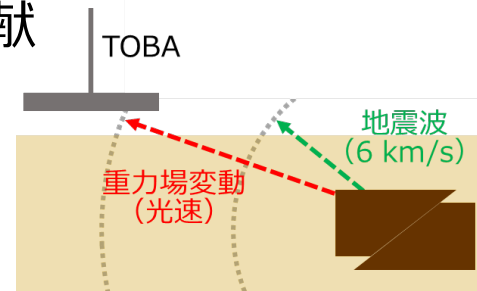
重力勾配計として

- 重力勾配雑音モデル検証
→ 第3世代検出器の雑音低減



[J. Harms+ \(2013\)](#)

- 地震速報
今より10秒以上早い速報
→ 社会への貢献



TOBA 開発の流れ

Phase-I

Phase-II

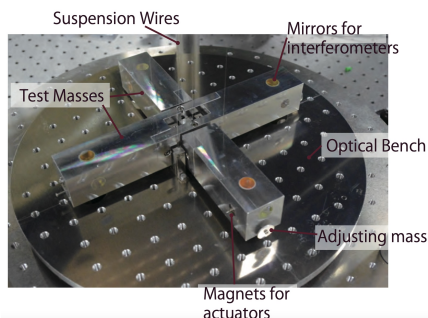
現在

Phase-III

Final

原理実証

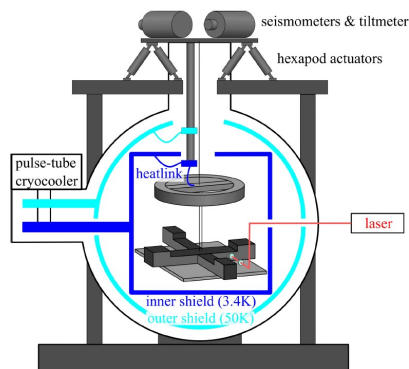
$10^{-8} / \sqrt{\text{Hz}}$ (達成)
20 cm 試験マス
室温



[K. Ishidoshiro+ \(2011\)](#)
[A. Shoda+ \(2017\)](#)

要素開発・雑音低減

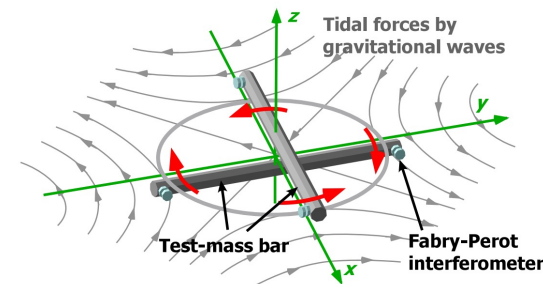
$10^{-15} / \sqrt{\text{Hz}}$ (目標)
35 cm 試験マス
低温 (4 K)



[T. Shimoda+ \(2020\)](#)

本観測

$10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ (目標)
10 m 試験マス
低温 (4 K)



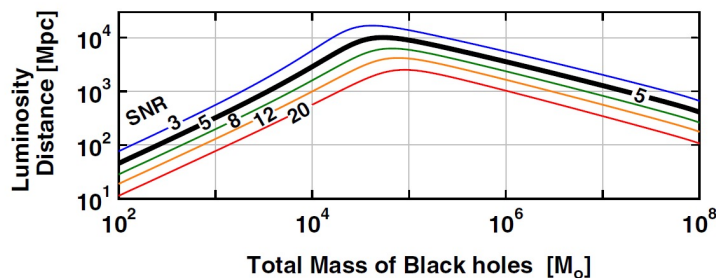
Phase-III TOBA で得られるサイエンス

低周波重力波望遠鏡として

- 中間質量ブラックホール連星合体

~1 Mpc以内

~10 Gpc以内 (Final)



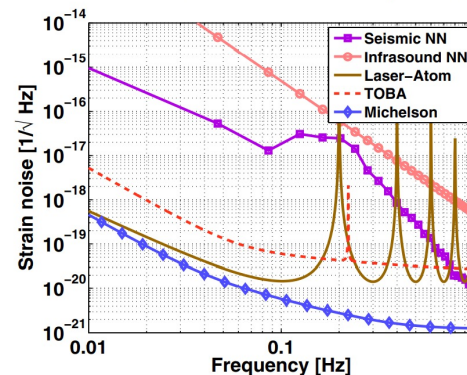
- 背景重力波

$\Omega_{\text{GW}} \sim 10^{-7}$ (Final)

重力勾配計として

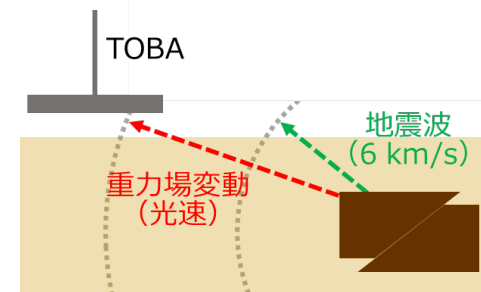
- 重力勾配雑音

モデル検証・非定常雑音



- 地震速報

100 km 先の M7 の地震を 10 秒以内
今より 10 秒以上早い速報 (Final)

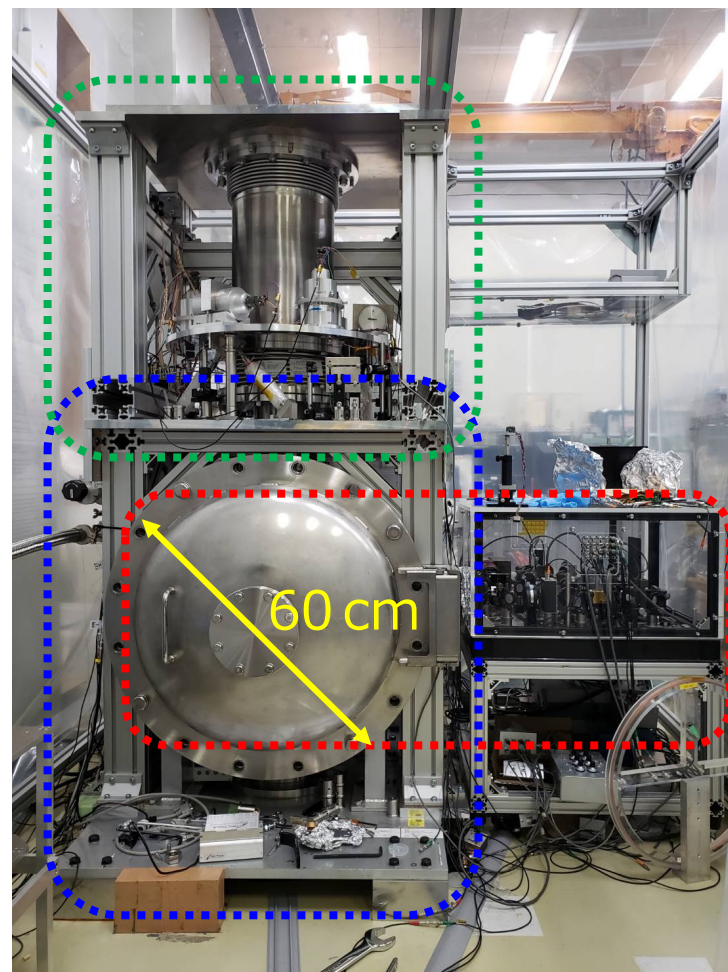
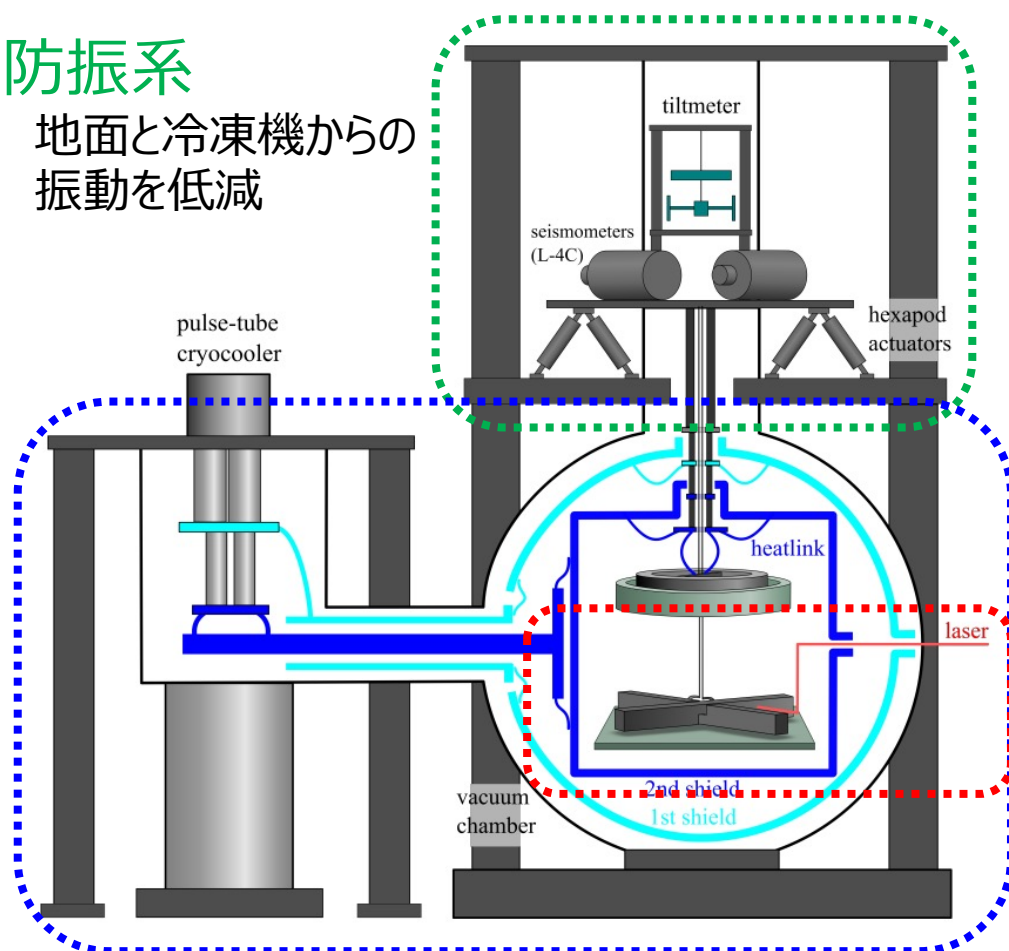


Phase-III TOBAの構成

下田智文 博士論文 (2019)

防振系

地面と冷凍機からの振動を低減



低温懸架系

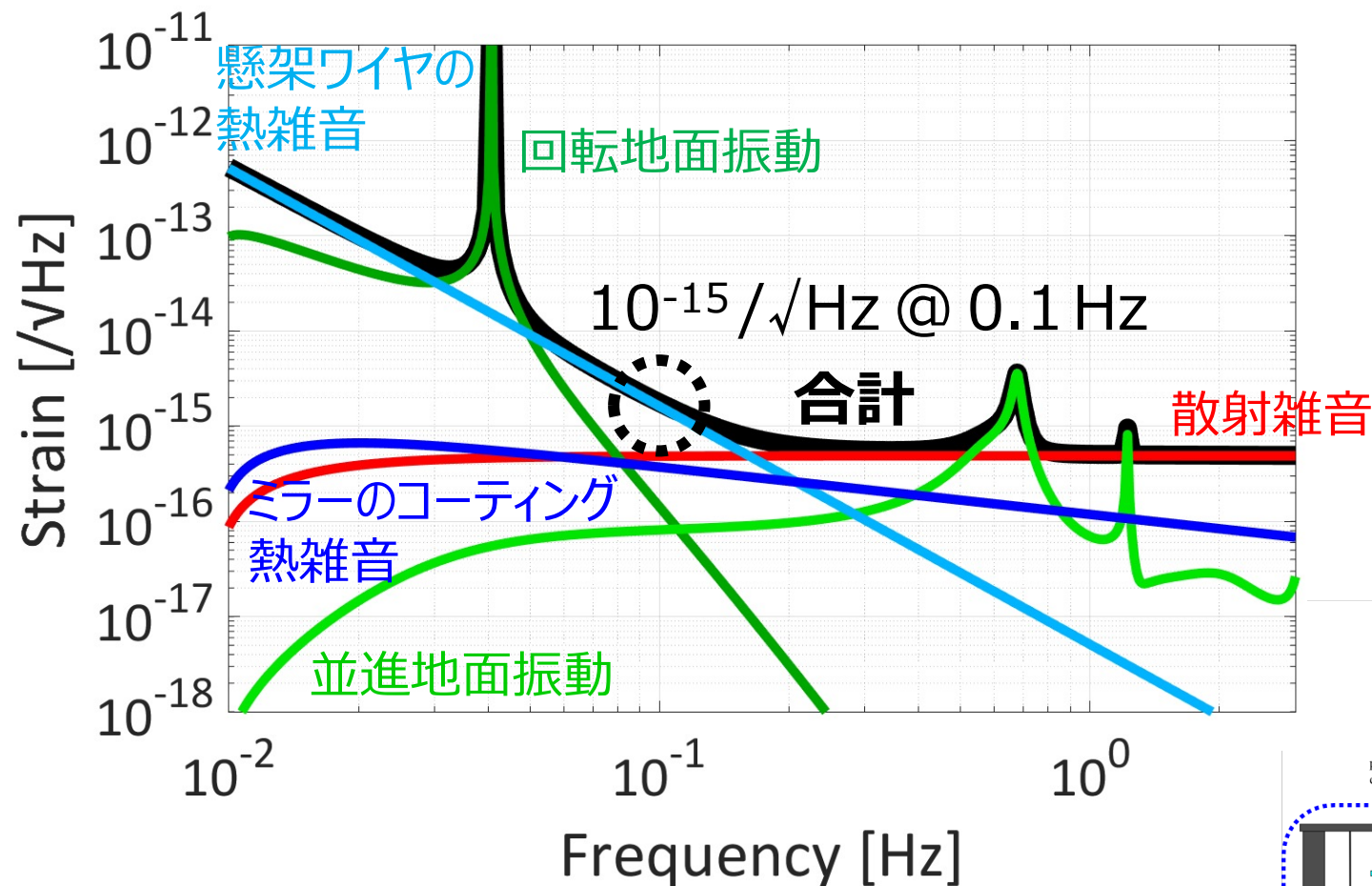
冷却されたねじれ振り子

光学系

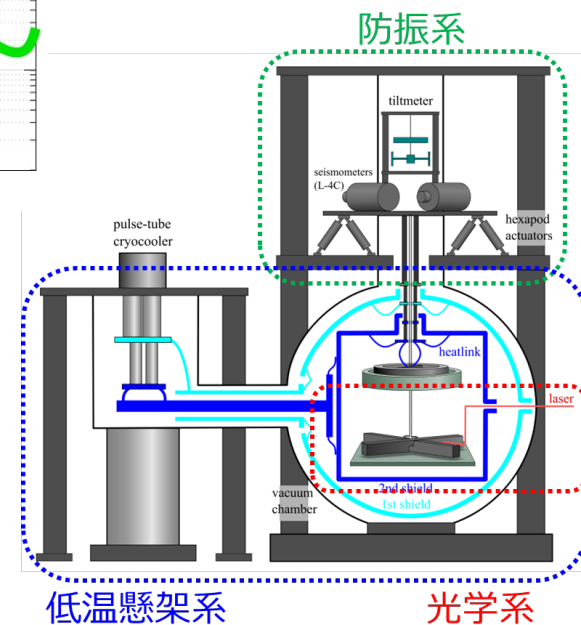
本研究

ねじれ振り子の回転を読み取る

Phase-III TOBA の目標感度



- 分散雑音の要求値を満たす高感度な角度センサが必要
→ Coupled WFSが考案された



目次

- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
 - 角度センサの比較
 - Coupled WFSの原理
 - 先行研究の課題
- FINESSE を用いたシミュレーション
- 原理実証実験
- 実験結果・考察
- まとめ・今後の展望

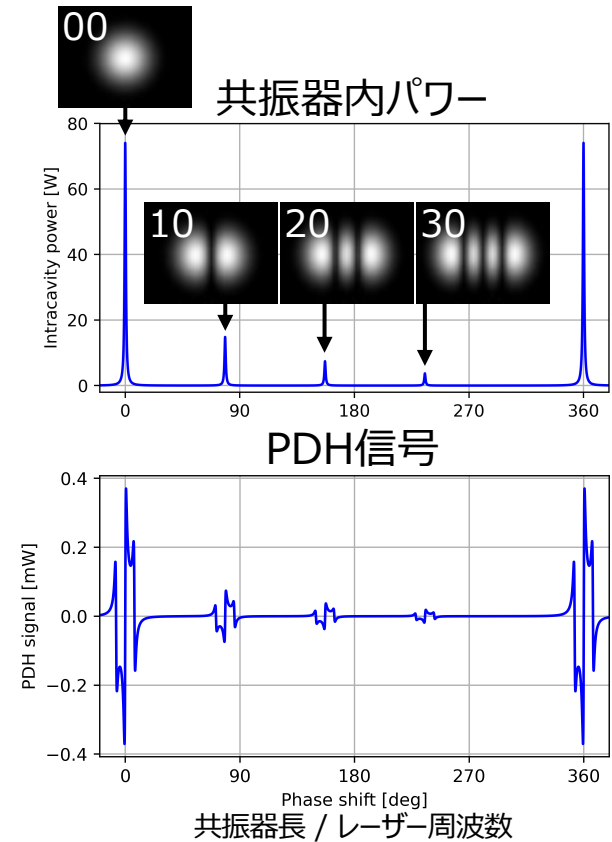
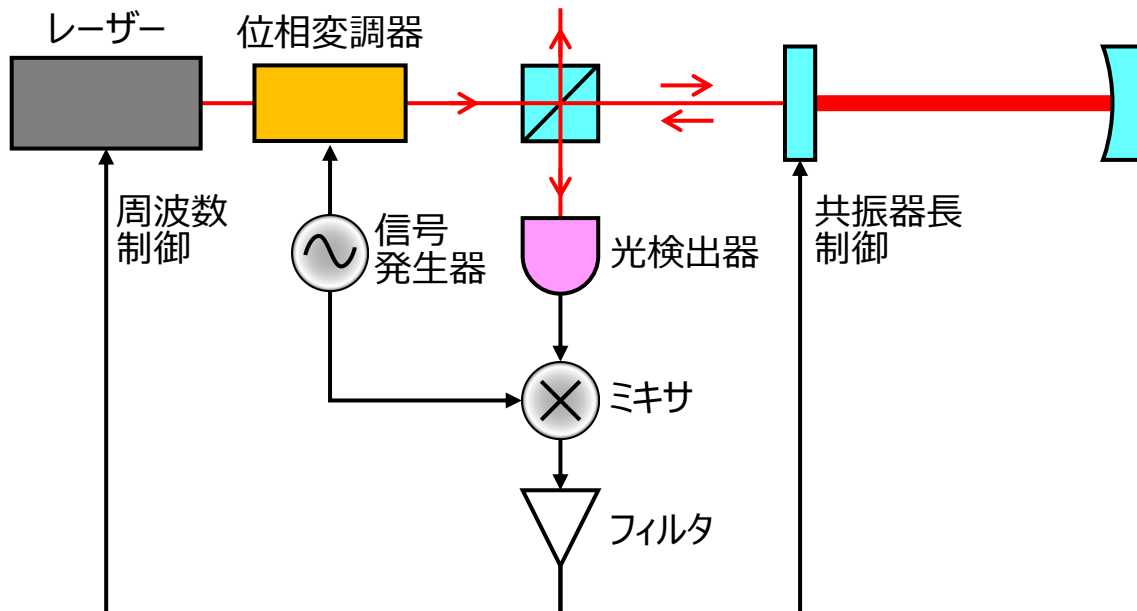
角度センサの比較

- ねじれ振り子の回転を高感度に読み取るセンサが必要
- Phase-III TOBAの散射雑音の要求値 (角度換算): $5 \times 10^{-16} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$

	マイケルソン干渉計 試験マス	Wavefront sensor	Coupled WFS 本研究
散射雑音	😊	😞 角度信号が 増幅されない	😊 角度信号が 増幅される
周波数雑音	😞 2つの光路の 非対称性による	😊	😊
並進カップリング	😞 2つの鏡を平行に 付けるのが難しい	😊	😊
ビームジッター雑音	😞 2つの鏡を平行に 付けるのが難しい	😞	😊 ビームジッターは 増幅しない
熱雑音	😊	😐 狭い範囲で 角度を測る	😐 狭い範囲で 角度を測る
線形レンジ	😊	😊	😞 角度信号と トレードオフ

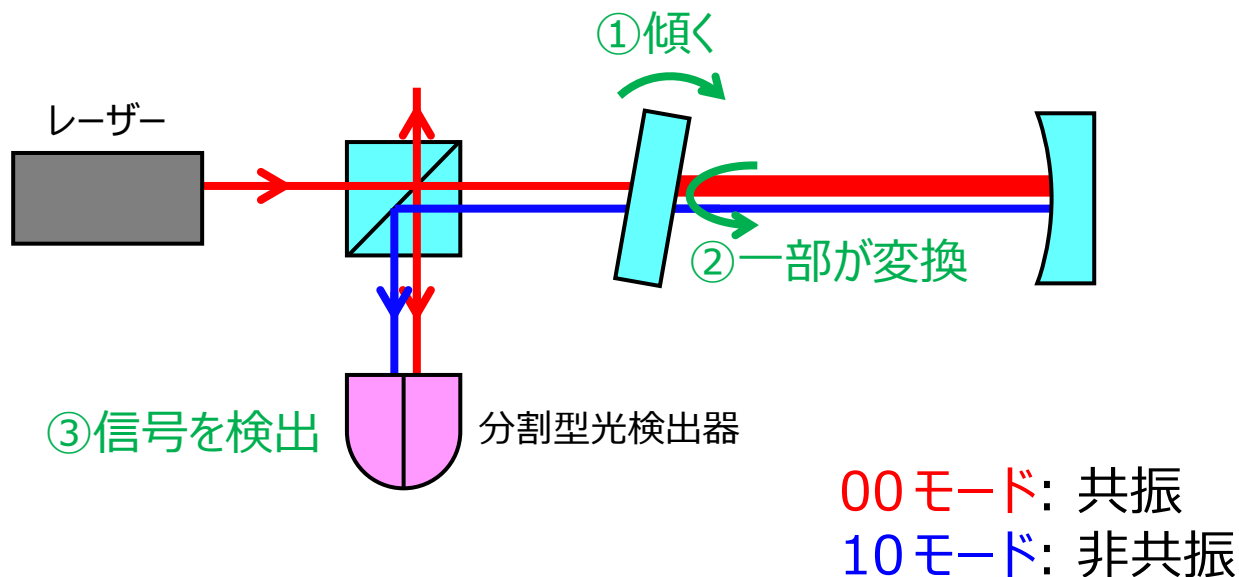
光共振器

- 光共振器: 鏡を向かい合わせて光をためる装置
 - フィネス: 光をためる能力を表す物理量
 - Gouy 位相: 00モードと10モードの位相差 → 同時に共振しない
- PDH法: 共振状態に制御する手法
 - PDH信号: 共振点まわりで線形な信号
 - フィードバック信号は鏡やレーザー光源に返す



Wavefront sensorの原理

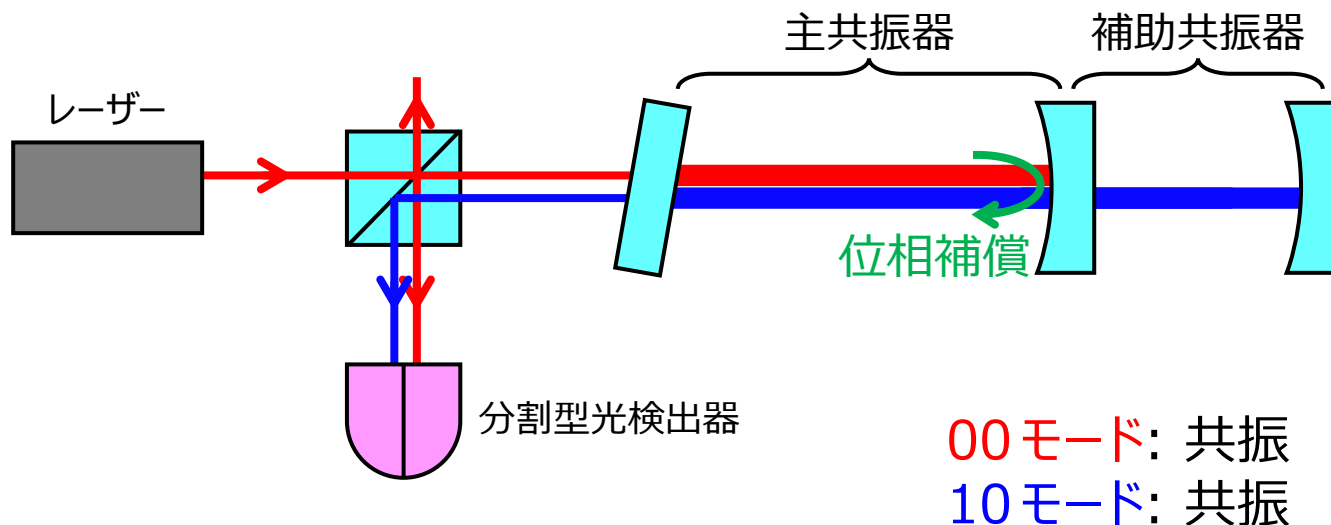
- WaveFront Sensor (WFS): 光共振器を用いた角度センサ
- ミラーの傾きで 10モードが生まれる
- 00モードと10モードの干渉を検出
- 左右の信号の差をとる → 傾き量に比例した WFS 信号



- Gouy 位相により 00モードと10モードが同時に共振しない
→ 共振器内で10モードが増幅されない

Coupled wavefront sensorの原理

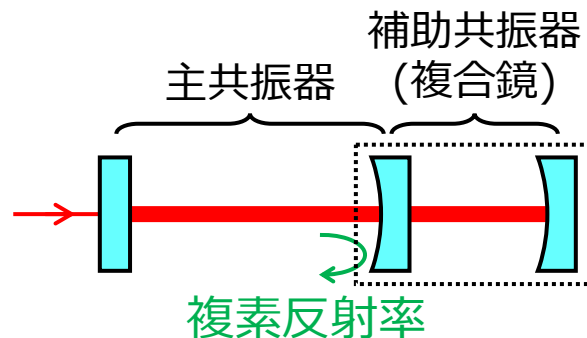
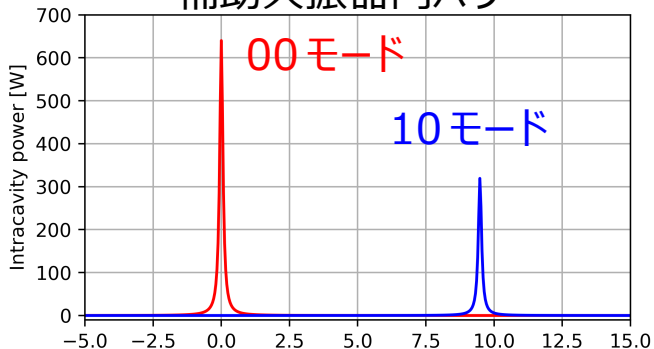
- Coupled WFS:
結合光共振器 (coupled cavity) を用いた WFS



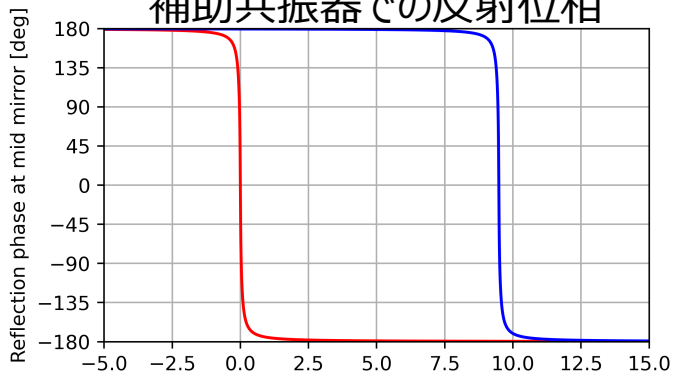
- 補助共振器による位相補償で主共振器の Gouy 位相を打ち消し
00モードと10モードを同時に共振させる
→ 主共振器内で10モードが増幅される
→ WFSより大きな信号

補助共振器による位相補償

補助共振器内パワー

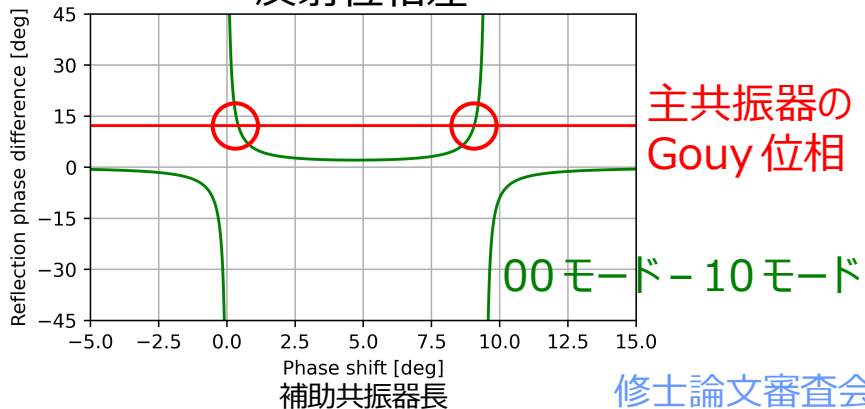


補助共振器での反射位相

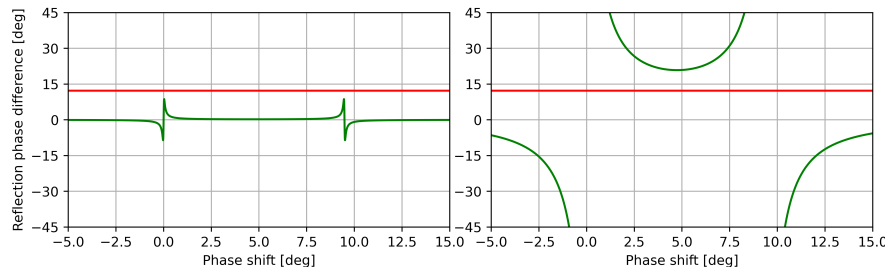


- 補助共振器で反射するときに
00モードと10モードは異なる位相を受け取る
→ 主共振器のGouy位相を打ち消せる

反射位相差

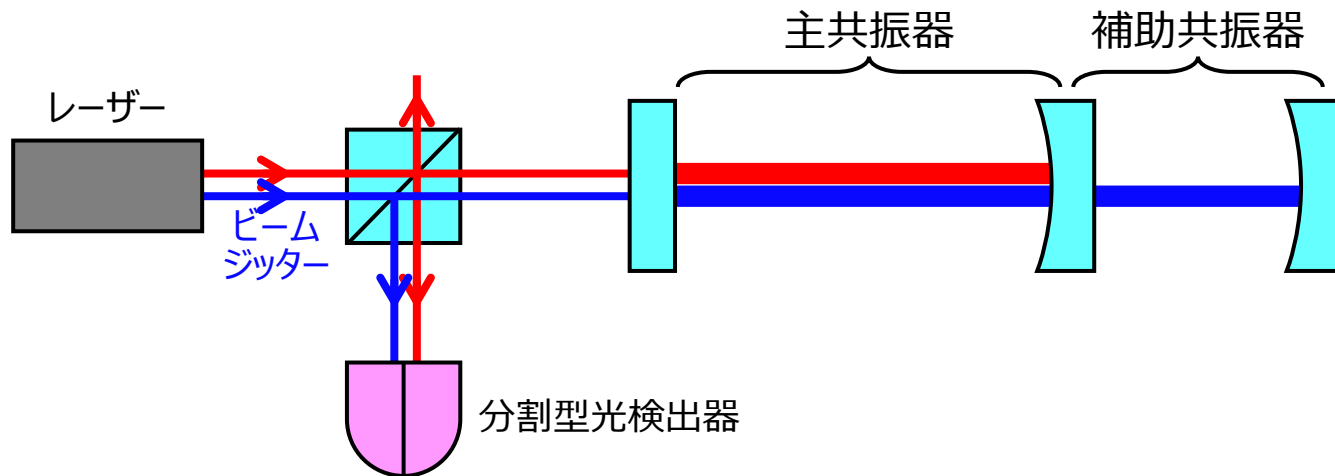


設計によっては位相補償できない



Coupled WFS のビームジッターへの応答

- ビームジッター: 入射光の揺らぎ
→ 入射光の 10 モードが WFS 信号に現れ雑音となる

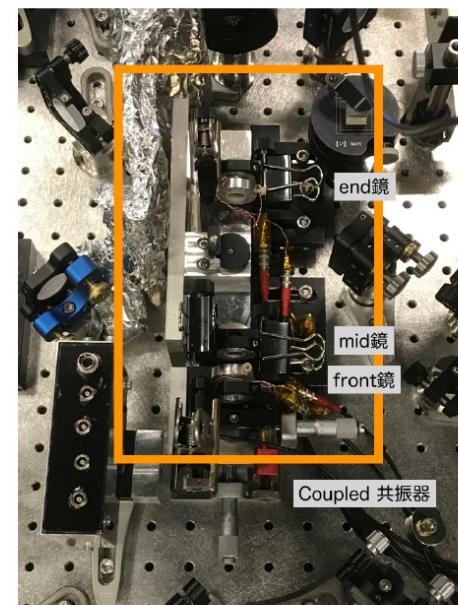


- ビームジッターは増幅されない
→ ビームジッター雑音に対して信号雑音比が良い

先行研究の課題

- 😊 原理実証実験により
Coupled WFSの信号増幅を確認した
- 😞 制御手法が確立されていない
- 😞 信号増幅の定量的な評価が行われていない
- 😞 線形レンジが計算されていない

⇒ 本研究で解決を目指す



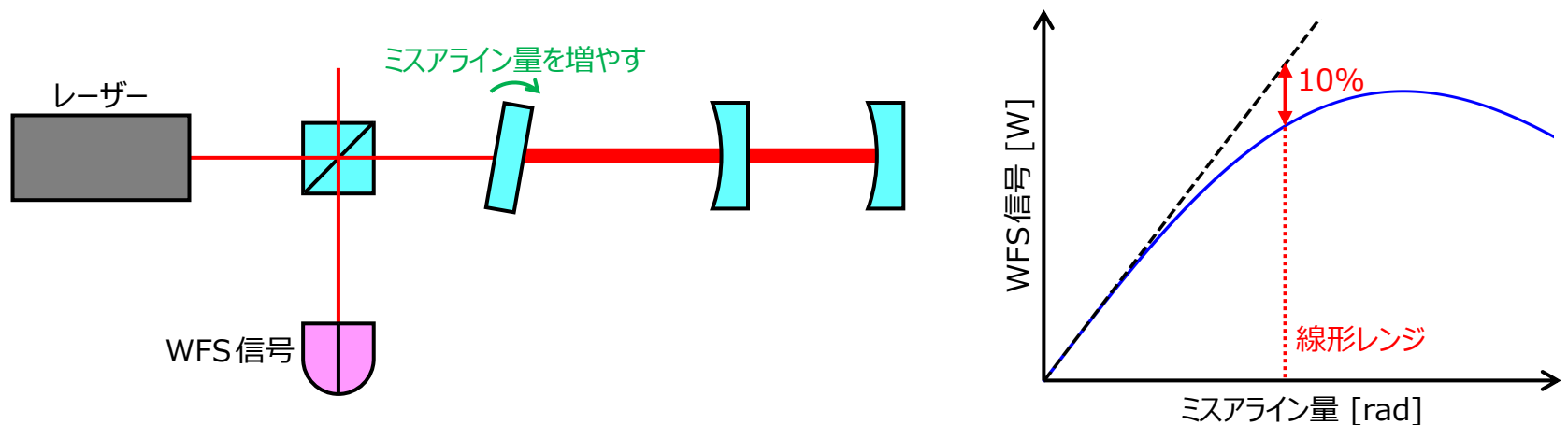
[宮崎祐樹 修士論文 \(2019\)](#)

目次

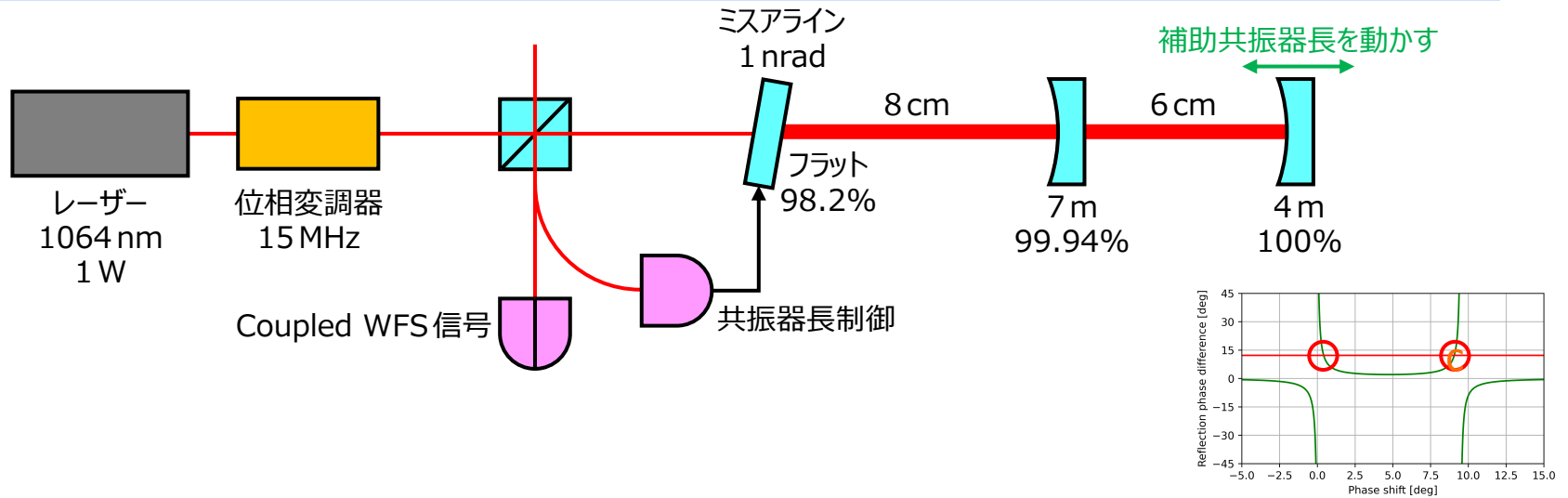
- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
- FINESSE を用いたシミュレーション
 - 目的・方法
 - Coupled WFS の信号増幅
 - Coupled WFS の線形レンジ
- 原理実証実験
- 実験結果・考察
- まとめ・今後の展望

FINESSEを用いたシミュレーション

- 目的
 - Coupled WFSの性質 (特に線形レンジ) を明らかにする
- 目標
 - Coupled WFSの信号がWFSより大きいことを確認する
 - Coupled WFSの線形レンジを計算する
- 方法
 - 線形レンジには解析解がない
→ 干渉計シミュレーションソフト FINESSE を使用
 - Coupled WFSを構築しパラメータを変えながらWFS信号を計算する



Coupled WFSの信号増幅



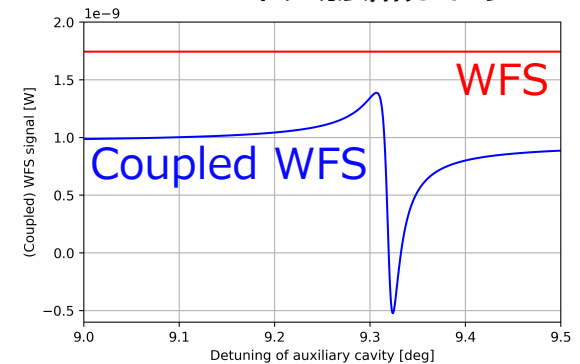
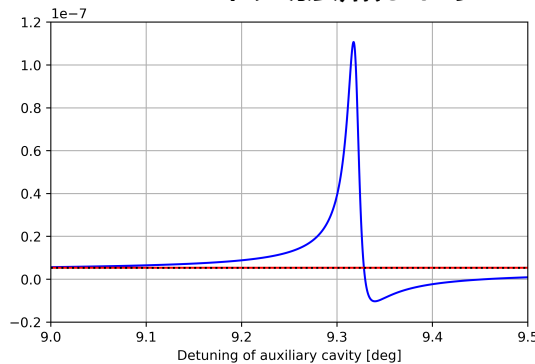
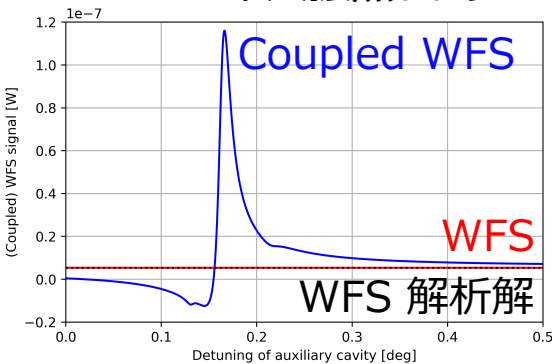
- 補助共振器の00モードと10モードの共振点まわりで WFS に比べて信号増幅

- フロントミラーを傾けずに入射光にビームジッターを混ぜた → 信号増幅しない

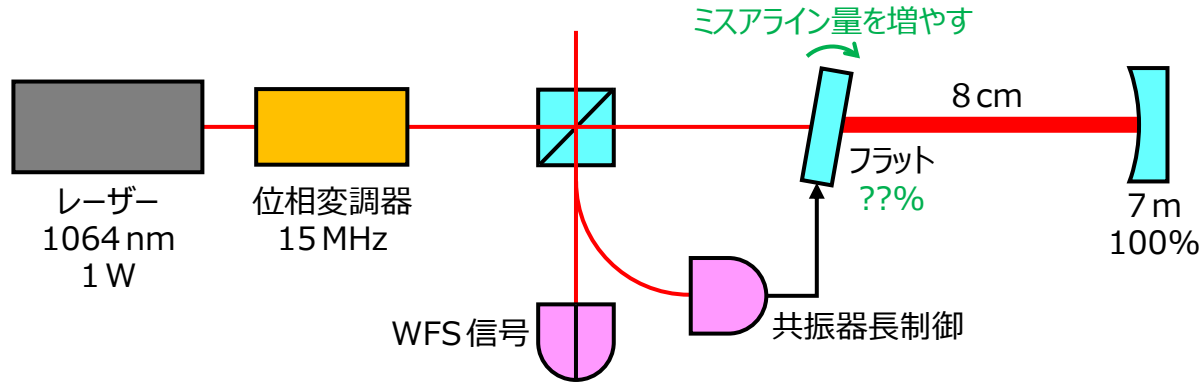
00モード共振点まわり

10モード共振点まわり

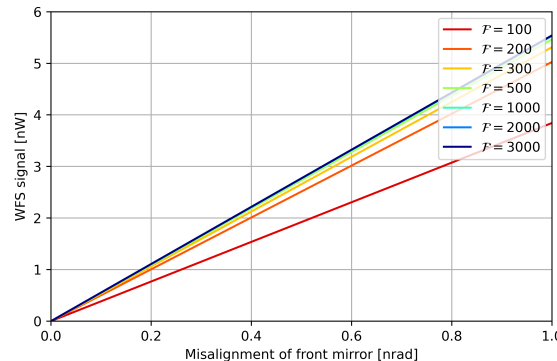
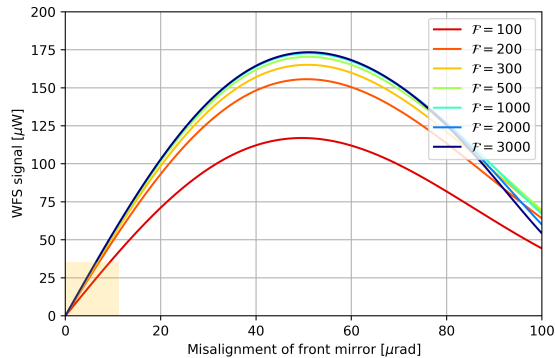
10モード共振点まわり



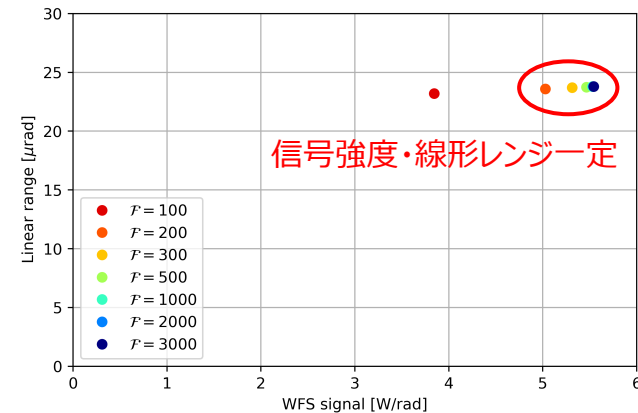
WFSの線形レンジ



- WFSの信号強度と線形レンジはフィネスに依存しない
← 10モードが増幅しないため

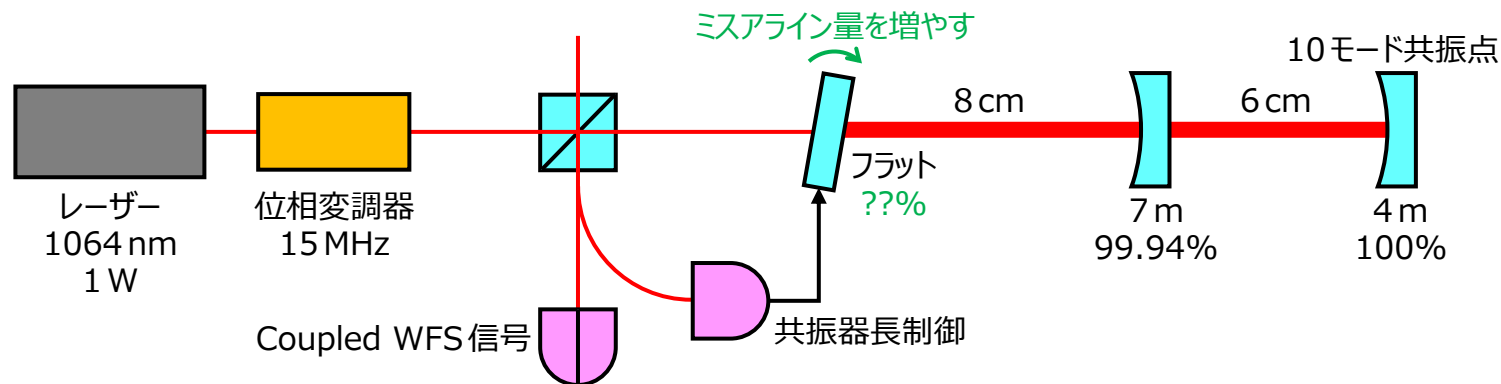


追加

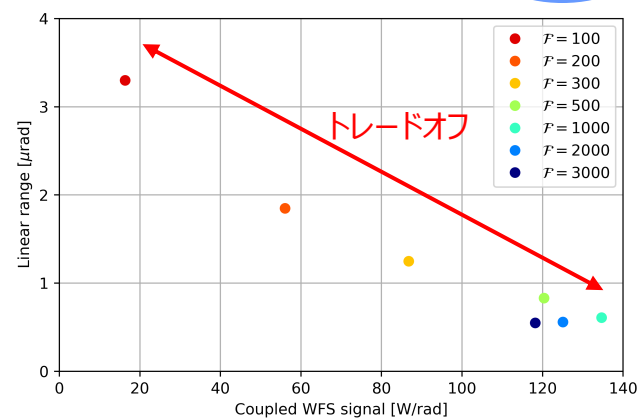
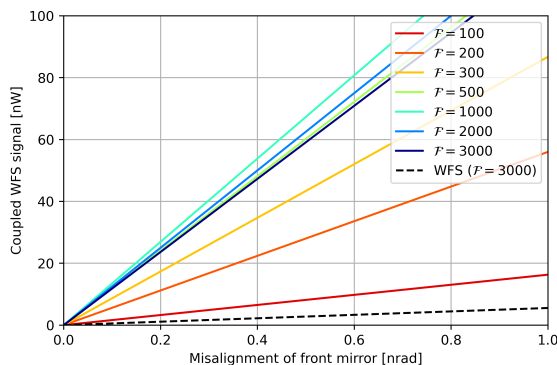
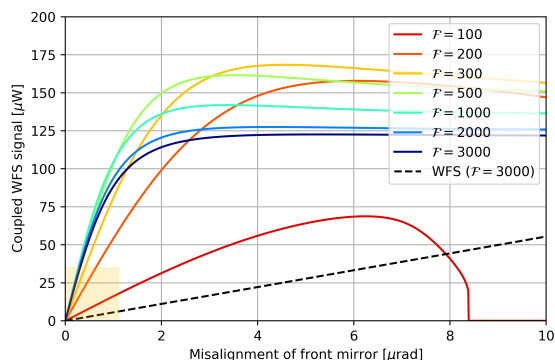


信号強度・線形レンジ一定

Coupled WFSの線形レンジ

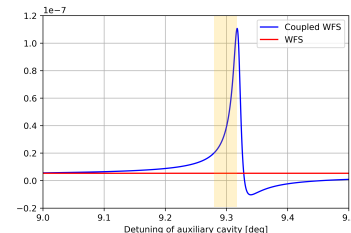
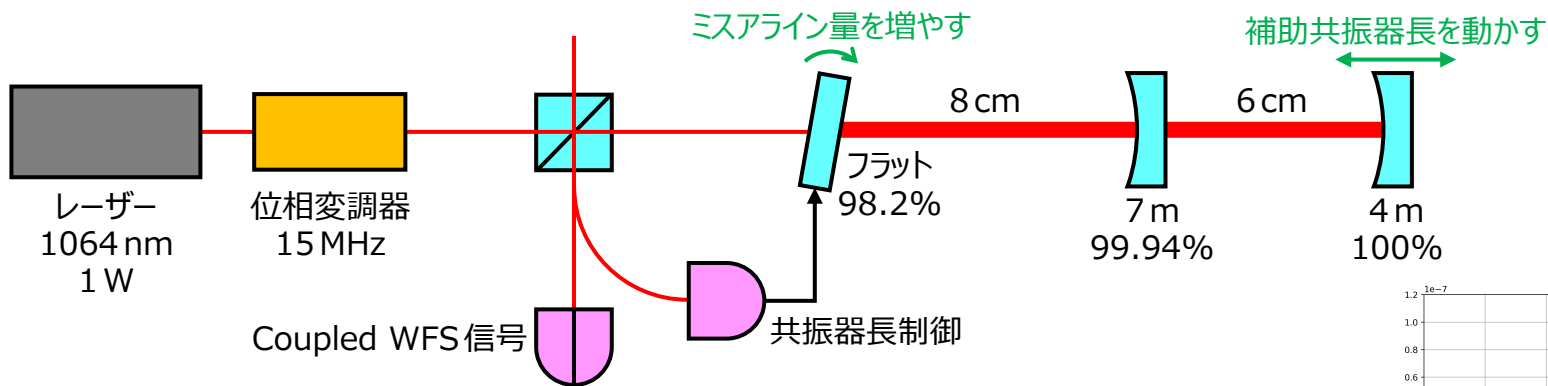


- フィネスが大きいほど Coupled WFS の信号強度が大きい
- 信号強度が大きくなると線形レンジが狭くなる (トレードオフ)

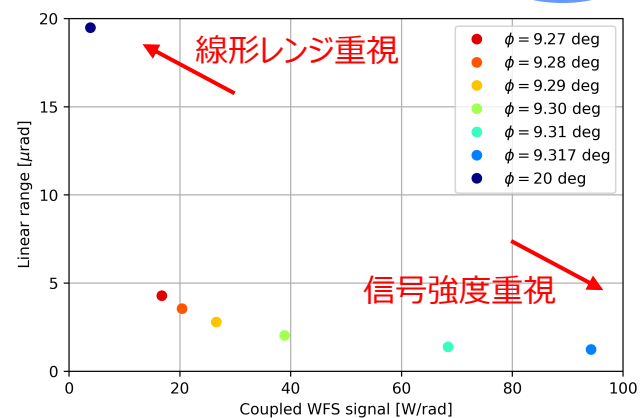
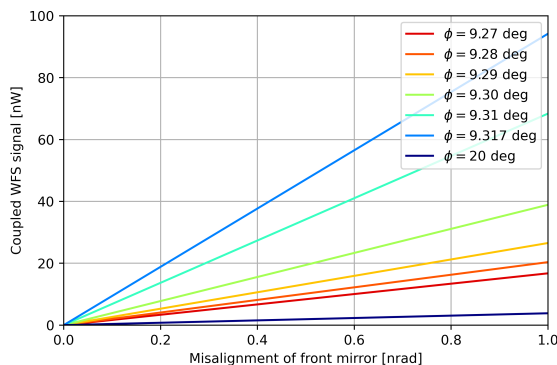
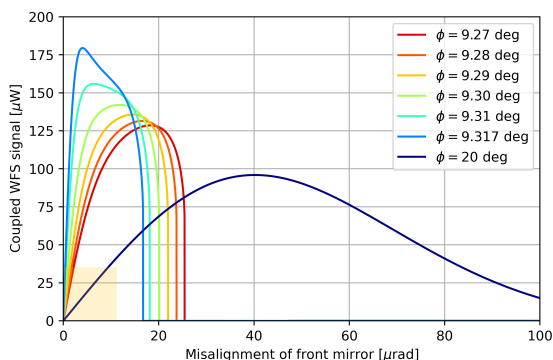


追加

Coupled WFSの制御点



- 補助共振器の制御点を変えることで Coupled WFSの信号強度と線形レンジを選ぶことができる → 1つの装置で様々な応答を示すセンサとして便利



追加

目次

- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
- FINESSE を用いたシミュレーション
- 原理実証実験
 - 目的・方法
 - 共振器の設計・性能評価
 - 共振器の制御手法
- 実験結果・考察
- まとめ・今後の展望

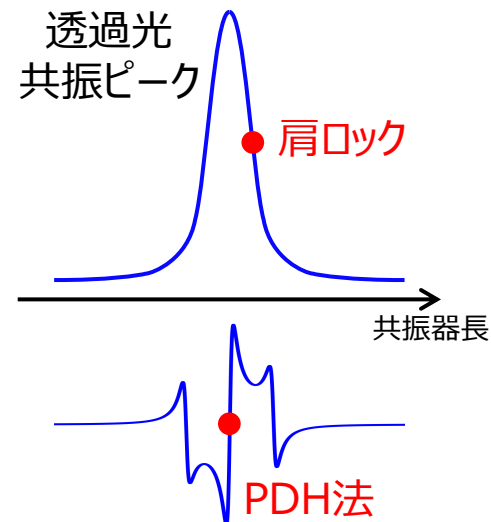
原理実証実験

先行研究の課題

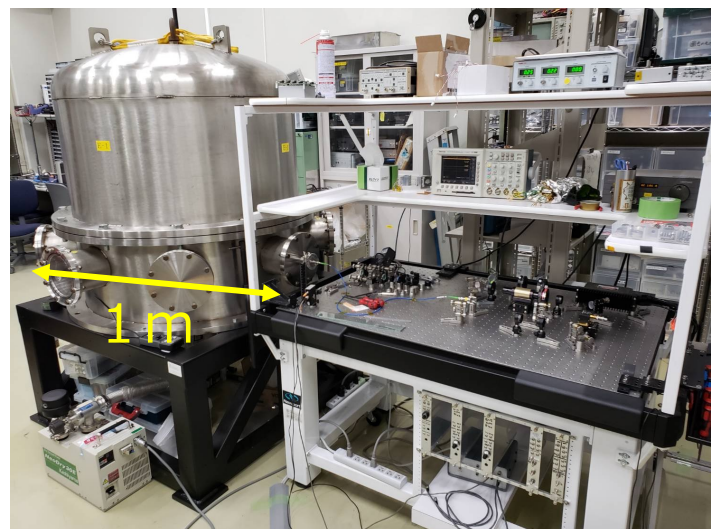
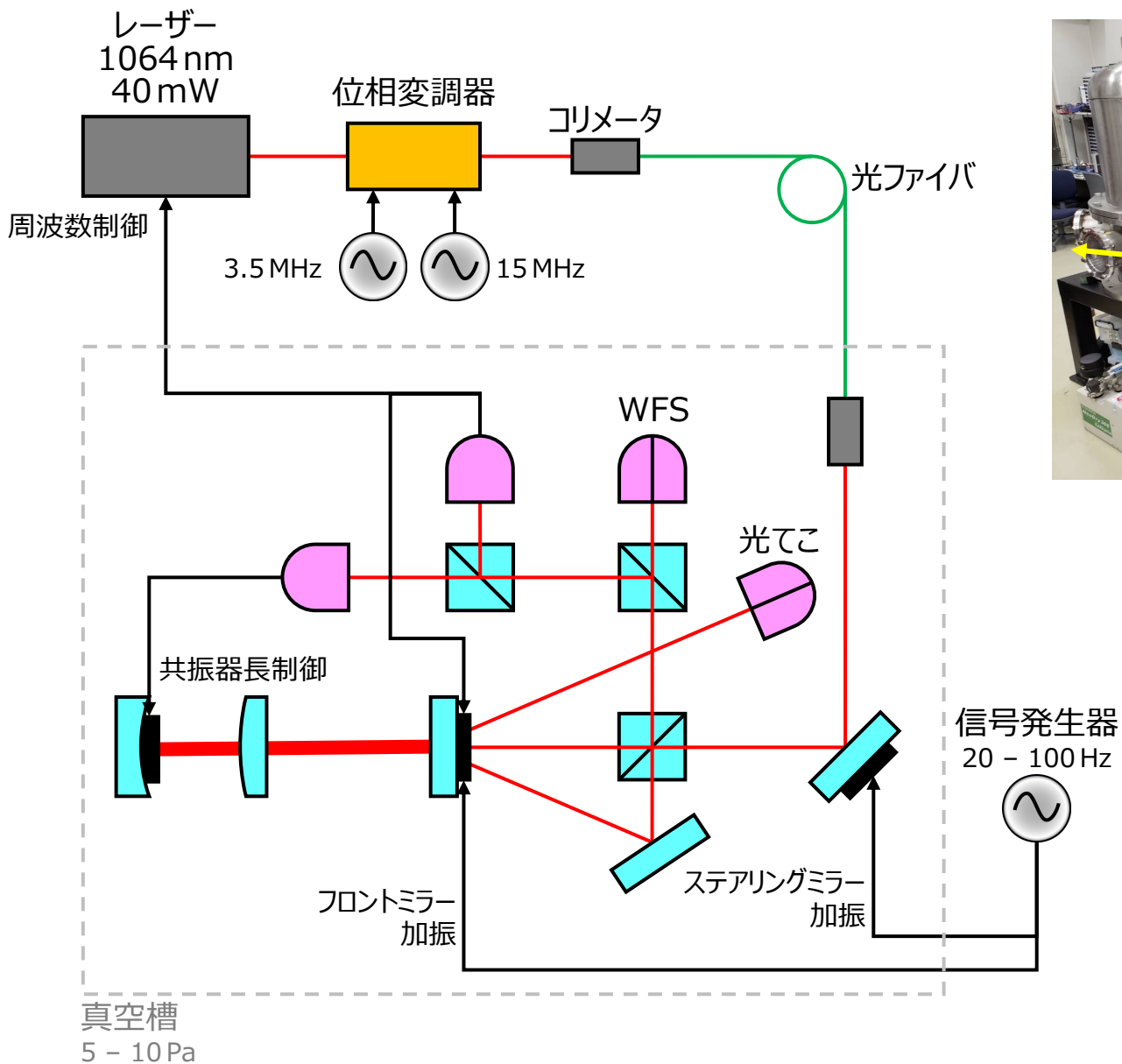
- ☹️ 制御手法が確立されていない
 - 補助共振器を肩ロックで制御した
- ☹️ 信号増幅の定量的な評価が行われていない
 - 共振器のアラインメントが数十分で変化する



- 目的
 - 制御手法の確立
 - 信号増幅の定量的な評価
- 目標
 - 主共振器・補助共振器を共振点に制御
 - Coupled WFS 信号が WFS 信号より大きいことを実験で実証
- 方法
 - 主共振器・補助共振器ともに PDH 法で制御
 - 共振器のアラインメントが変化しにくい構成で製作

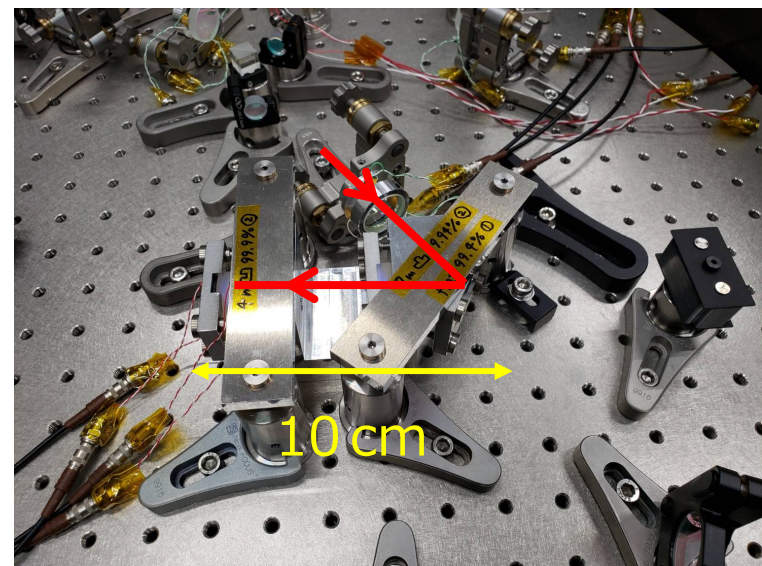
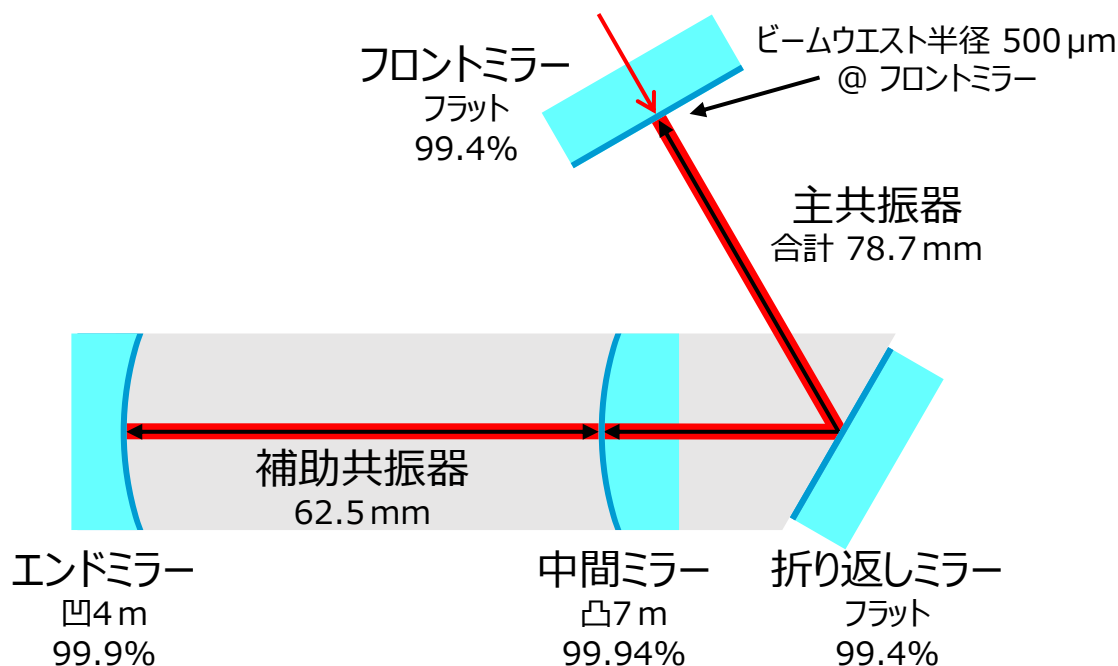


実験装置の構成



共振器の設計

- Phase-III TOBA の要求値に近づけつつ実験しやすいパラメータを選択
- 主共振器の状態をモニタできるように折り返す
- 位相補償には補助共振器の反射率・ロスが重要
 - HRコーティングを向かい合わせ
 - 0.1% のロスがあっても位相補償できるようにパラメータ設計
- アライメント安定化のためフロントミラー以外はスペーサーに固定
→ 数日間経ってもアライメントは大きく悪化しない

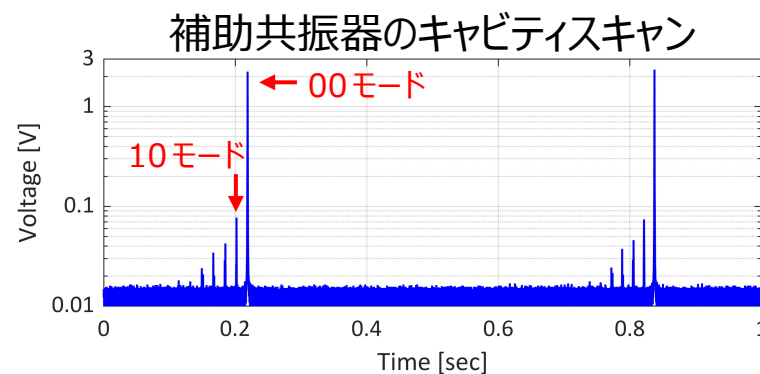
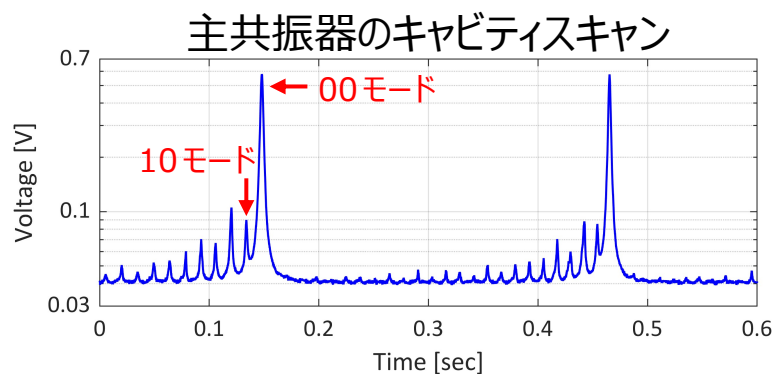


共振器の性能評価

	物理量	設計値※	測定値
主共振器	フィネス	225 - 667	200 ± 20
	Gouy 位相 [deg]	12.1 - 12.3	12.1 ± 1.0
	モードマッチ率 [%]	-	87 ± 2
補助共振器	フィネス	$(3.14 - 5.23) \times 10^3$	$(4.1 \pm 0.2) \times 10^3$
	Gouy 位相 [deg]	9.25 - 9.71	9.54 ± 0.04
	モードマッチ率 [%]	-	94 ± 2

※ Layertec 社のスペック値から計算した

- フィネス: 共振ピークの鋭さから測定
- Gouy 位相: 00モードと10モードの共振ピークの離れ度合いから測定
- モードマッチ率: 全共振ピークに占める00モードと10モードの割合から測定

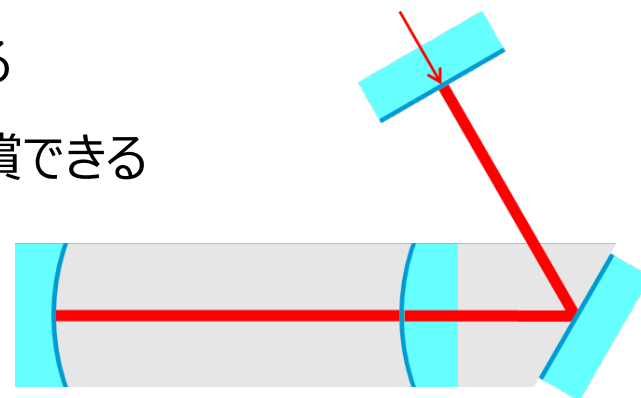


共振器の性能評価

	物理量	設計値※	測定値
主共振器	フィネス	225 - 667	200 ± 20
	Gouy 位相 [deg]	12.1 - 12.3	12.1 ± 1.0
	モードマッチ率 [%]	-	87 ± 2
補助共振器	フィネス	$(3.14 - 5.23) \times 10^3$	$(4.1 \pm 0.2) \times 10^3$
	Gouy 位相 [deg]	9.25 - 9.71	9.54 ± 0.04
	モードマッチ率 [%]	-	94 ± 2

※ Layertec 社のスペック値から計算した

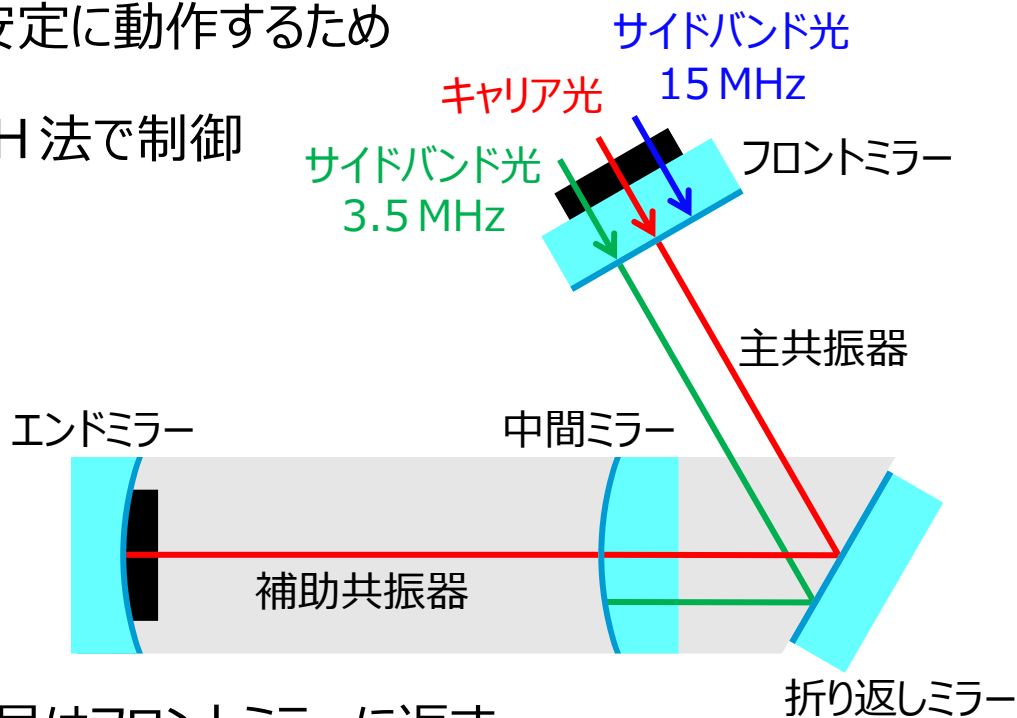
- 補助共振器のフィネスが設計値と矛盾しない
→ 補助共振器内のロスが小さく位相補償できる
- Gouy 位相が設計値と矛盾しない → 位相補償できる
- 主共振器のフィネスが設計値より小さい
→ AR コーティング・基材のロスが原因
- モードマッチ率は十分大きい



共振器の制御手法

- 主共振器・補助共振器ともに共振点に制御することを目指す
← 十分な信号増幅が得られ安定に動作するため

- 2つの変調周波数を用いて PDH 法で制御
 - 15 MHz: 主共振器用
 - 3.5 MHz: 補助共振器用

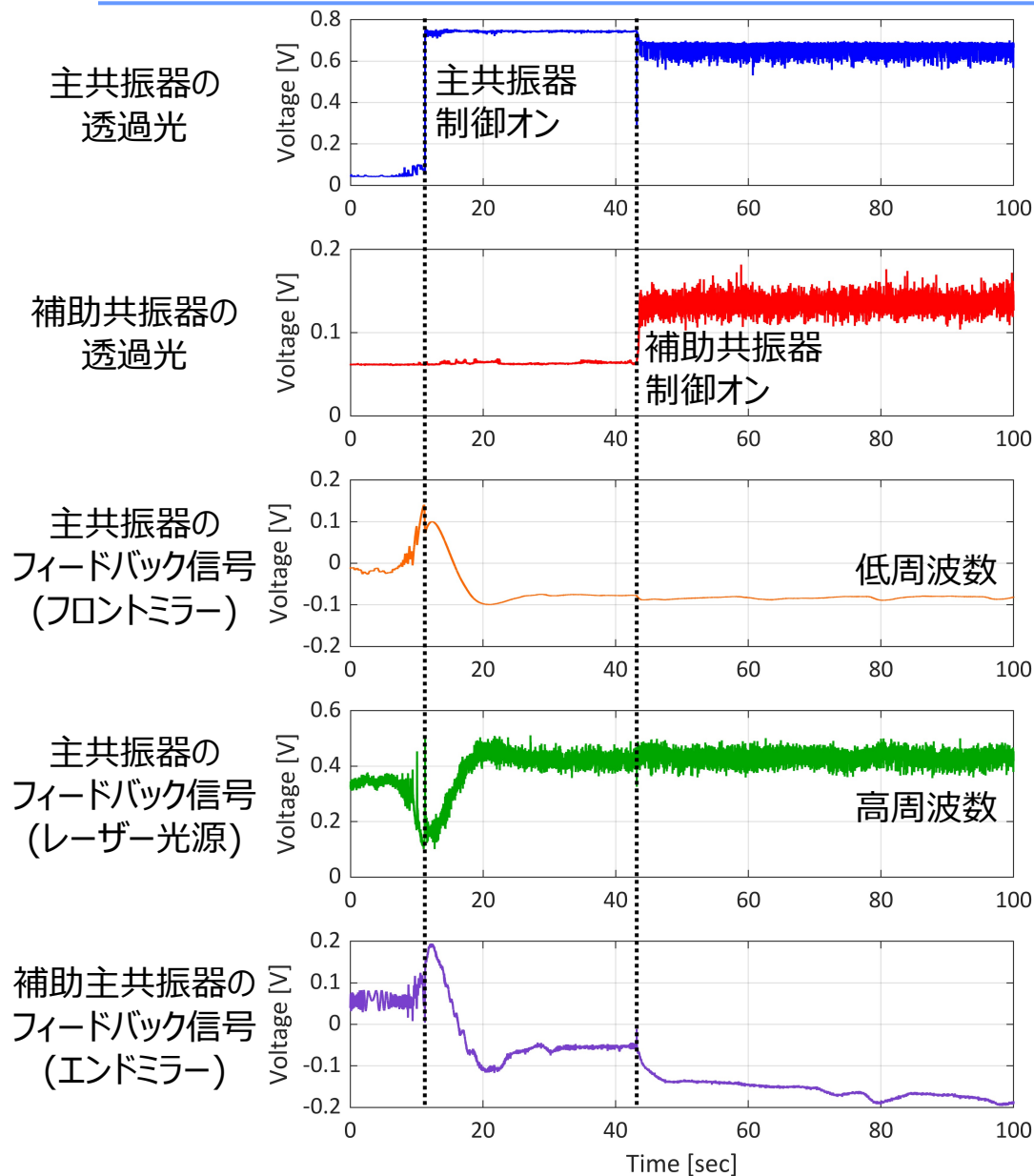


- 主共振器の制御
 - 低周波数のフィードバック信号はフロントミラーに返す
 - 高周波数のフィードバック信号はレーザー光源に返す
← レーザー周波数を介して
主共振器の外乱が補助共振器に伝わるため
- 補助共振器の制御
 - フィードバック信号はエンドミラーに返す

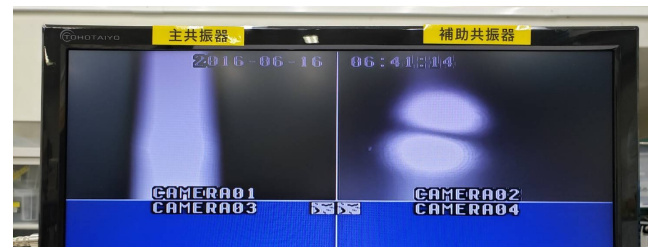
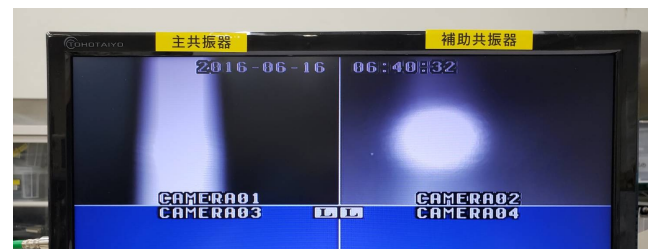
目次

- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
- FINESSE を用いたシミュレーション
- 原理実証実験
- 実験結果・考察
 - 共振器制御の結果
 - 角度信号増幅・ビームジッターへの応答の測定結果
 - 共振器制御の考察
- まとめ・今後の展望

共振器制御の結果



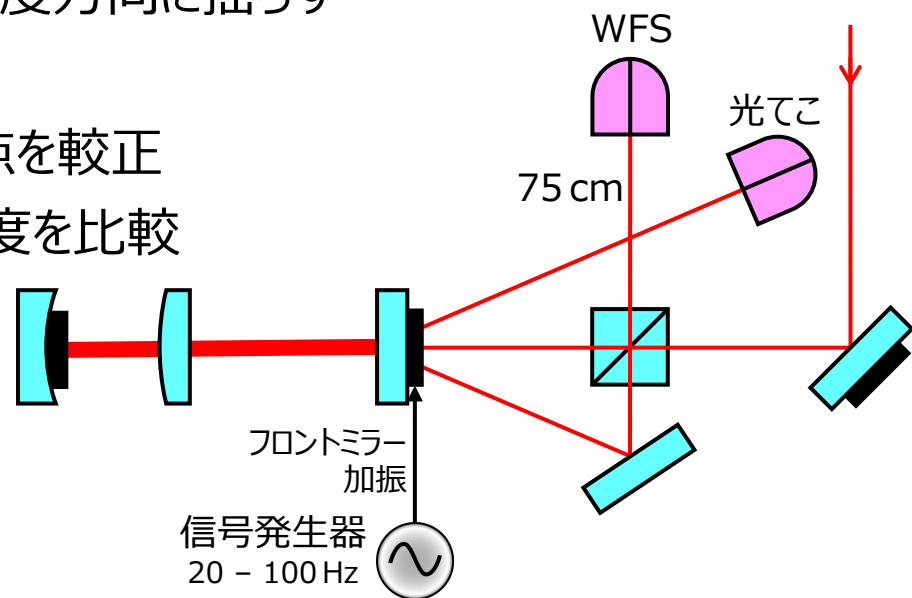
透過光をカメラで見た様子



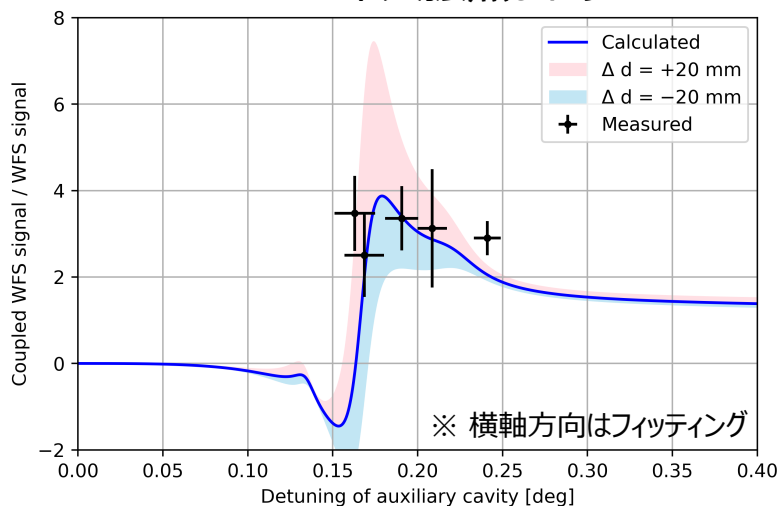
- 補助共振器は共振点からずれたところに制御した
→ 考察

角度信号の測定と結果

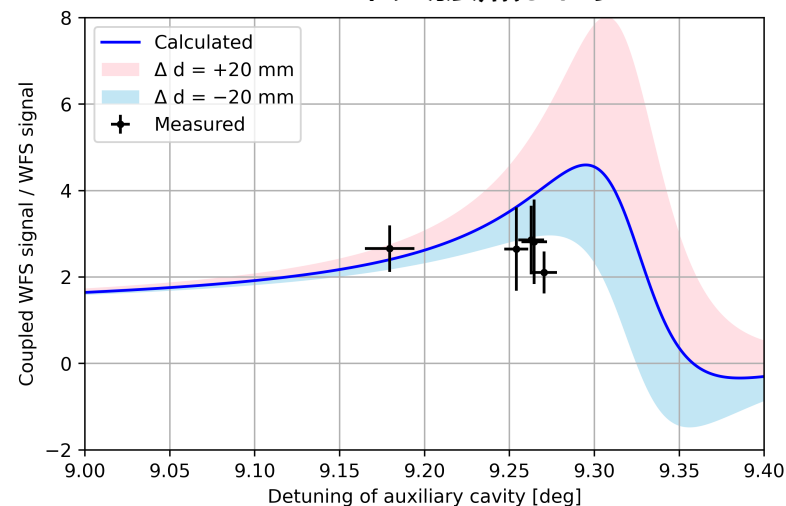
- フロントミラーに正弦波を注入して角度方向に揺らす
- 光てこ信号を使って校正
- 補助共振器の透過光量から制御点を校正
- WFSと Coupled WFS の信号強度を比較
 - 信号増幅を確認できた
 - 測定値と計算値の差は検出器の位置ずれで説明できる



00モード共振点まわり

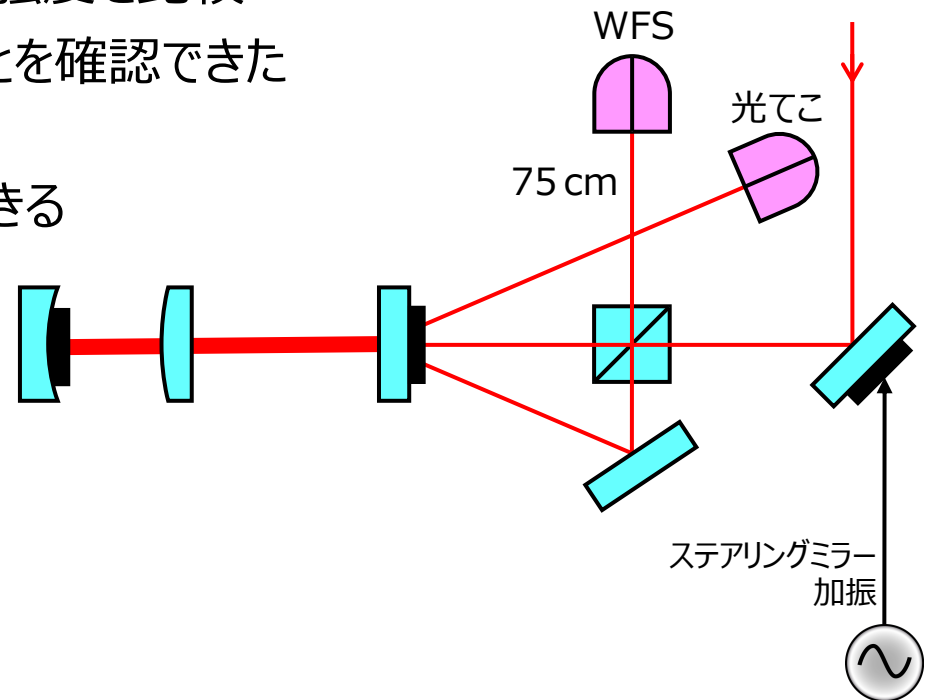
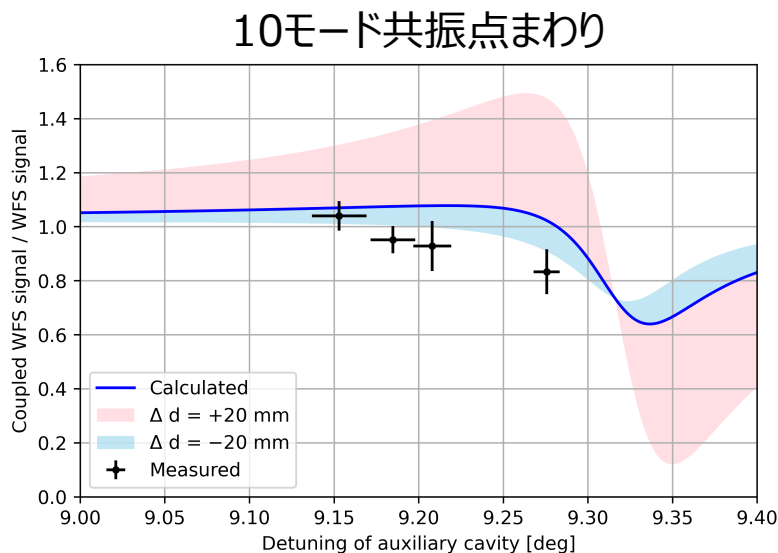


10モード共振点まわり



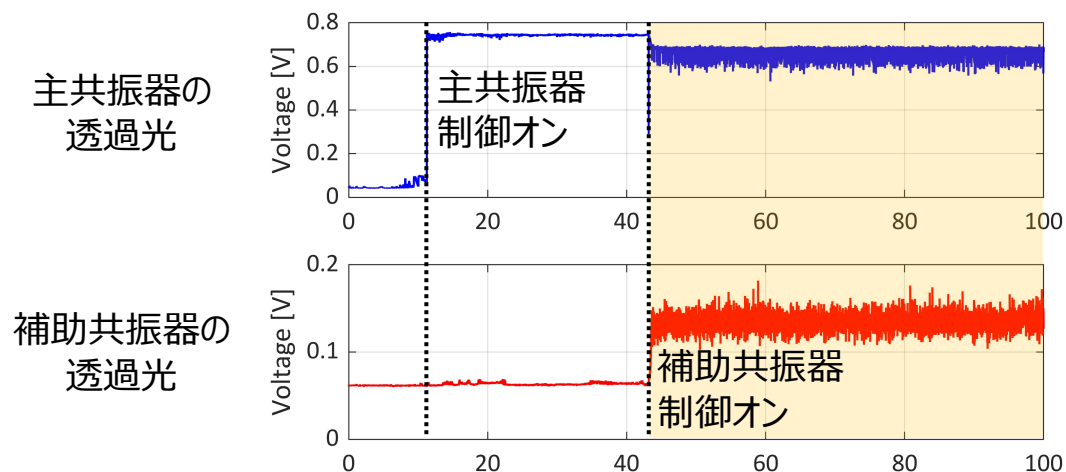
ビームジッター-応答の測定と結果

- ステアリングミラーを揺らして入射光にビームジッターを混ぜる
- 光てこ信号を使って校正
- 補助共振器の透過光量から制御点を校正
- WFSと Coupled WFS の信号強度を比較
 - ビームジッターを増幅しないことを確認できた
 - 測定値と計算値の差は
検出器の位置ずれで説明できる



共振器制御の考察

- 共振器の制御の結果
 - 補助共振器の透過光量が揺らぐ → 主共振器の透過光量も揺らぐ

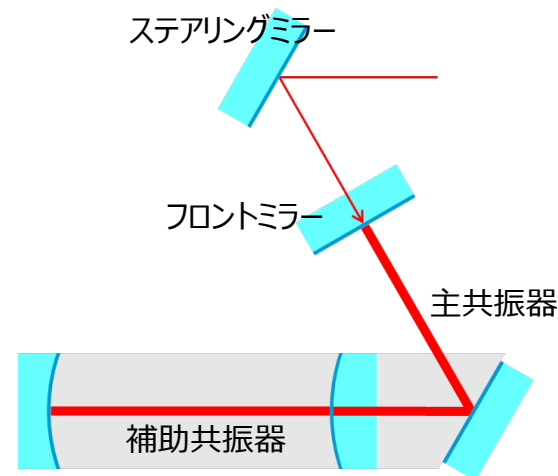


- 原因
 - 主共振器と補助共振器の固有モードのカップリング
 - 補助共振器の制御の安定性

考察 1: 共振器の固有モードのカップリング

● 現在の問題点

- フロントミラーを置いた後は補助共振器のアラインメントを調整していない
 - 2つの共振器の固有モードのカップリングが悪く
補助共振器の10モードの光量が多い
 - 主共振器内の光量が減少するため
補助共振器の共振点に制御できない
 - 共振点から少しずれた点に制御がかかり
透過光量が1次でふらついている



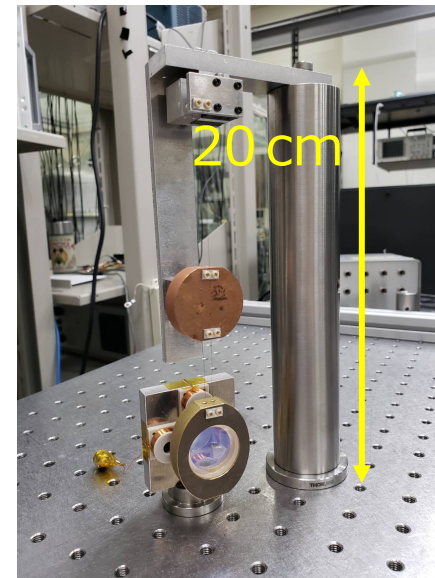
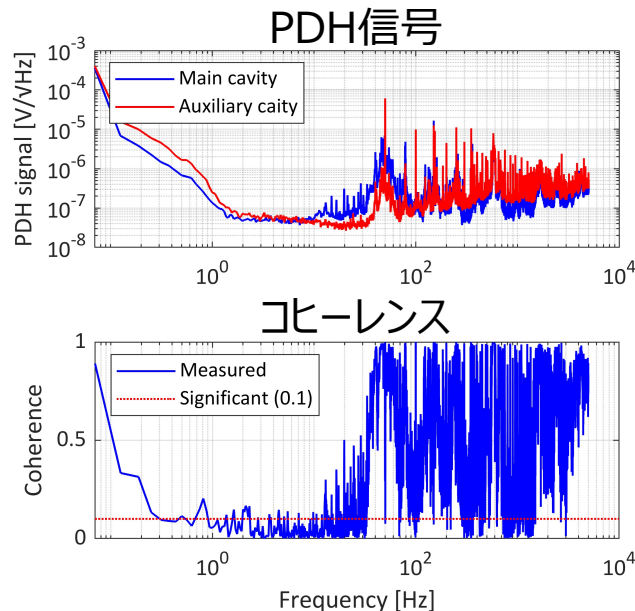
● 解決方法

- ステアリングミラーとフロントミラーのアラインメントを調整して共振器の固有モードのカップリングを改善
 - 補助共振器の10モードの光量を減らす
- ただしPDH信号が小さくなるので制御のゲインを大きくする必要がある



考察 2: 補助共振器の制御の安定性

- 現在の問題点
 - 2つの共振器のPDH信号は40 Hz以上で相関をもっている
→ 高周波数帯までフィードバック信号を返せず制御が不安定
- 解決方法
 - フロントミラーを振り子で吊って防振し
主共振器の高周波数帯での外乱を小さくする (設計・製作済み)
 - 主共振器のフィードバック信号をフロントミラーに返し
PDH信号の高周波数帯における相関を小さくする



目次

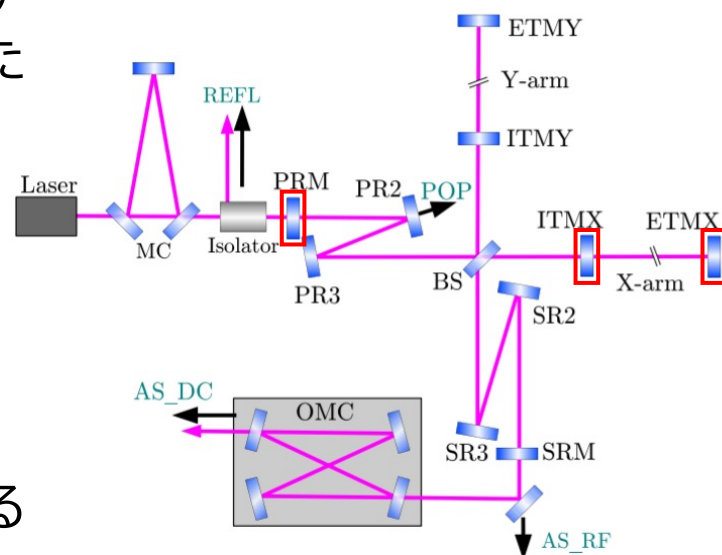
- ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA
- 結合光共振器を用いた wavefront sensor (Coupled WFS)
- FINESSE を用いたシミュレーション
- 原理実証実験
- 実験結果・考察
- **まとめ・今後の展望**

まとめ・今後の展望

- 本研究の成果
 - シミュレーションにより Coupled WFS の線形レンジを明らかにした
 - Coupled WFS を製作し PDH 法による制御を実現した
→ 制御は十分安定とはいえないが解決可能
 - 角度信号増幅とビームジッターへの応答を確認した

⇒ Coupled WFS の TOBA への有用性を示し
制御手法を確立して開発への見通しを立てた

[Y. Aso+ \(2013\)](#)

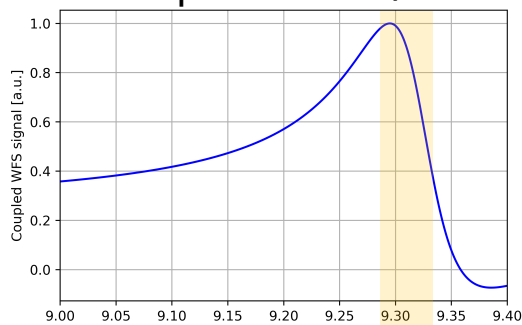


- 今後の展望
 - さらに複雑な構成のシミュレーション
→ KAGRA の WFS 信号にも応用できる
 - フロントミラーを振り子で吊る構成に変更し制御を安定化
 - TOBA への導入に向けて要求値を満たす設計の考案・雑音の低減

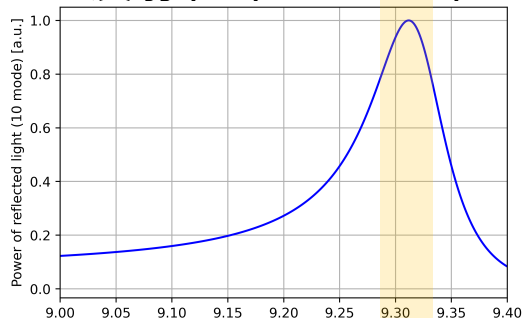
予備スライド

補助共振器の制御点

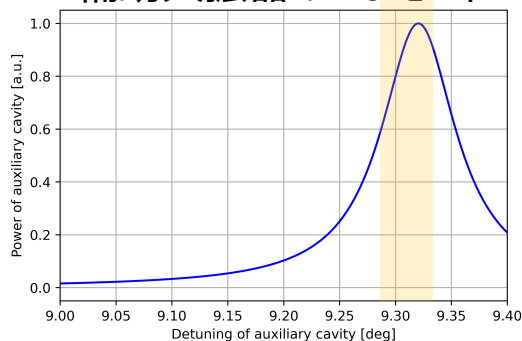
Coupled WFS 信号



反射ポートの10モード



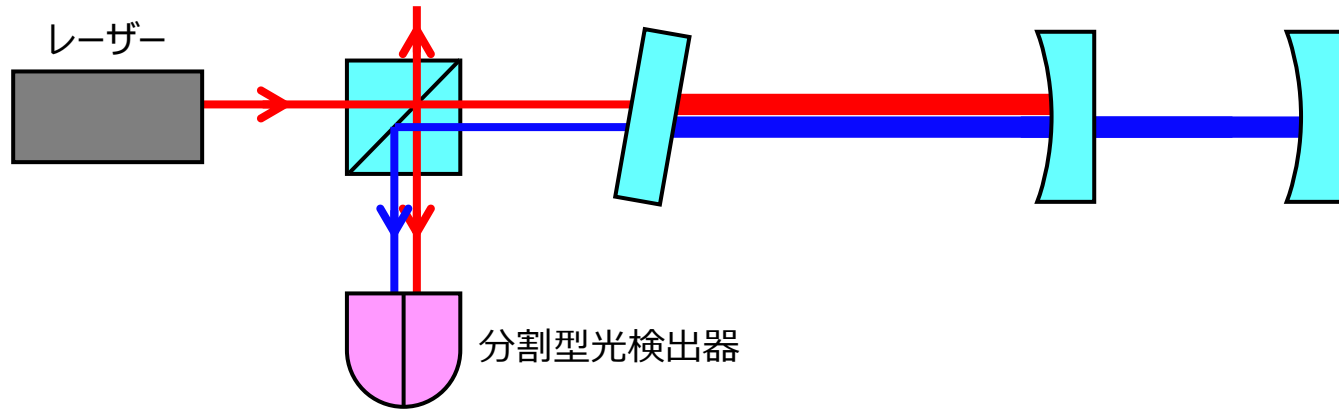
補助共振器の10モード



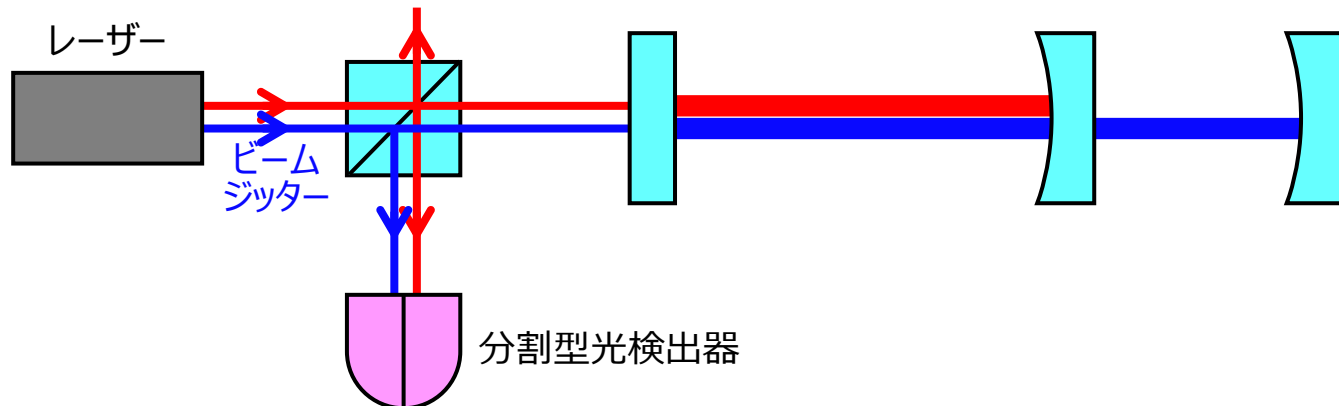
- Coupled WFSの信号増幅が最大になるとき
反射ポートの10モードも最大
← 10モードが増幅されている
- Coupled WFSの信号増幅が最大になるとき
補助共振器の10モードもほぼ最大
← 共振器のフィネスが大きいため
位相補償点と共振点がほぼ一致
- 補助共振器は10モード共振点に制御してよい
← 共振点だと光量がふらつかず安定に動作できる

Coupled WFS のビームジッターへの応答

- 共振器のミスアラインによって内部で生まれた 10 モードは共振器内で増幅されて反射ポートへ出ていく

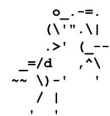


- ビームジッターに含まれる 10 モードも共振するが
入射光と反射光に含まれる量は変わらない(増幅されない)
→ ビームジッター雑音に対して信号雑音比が良い

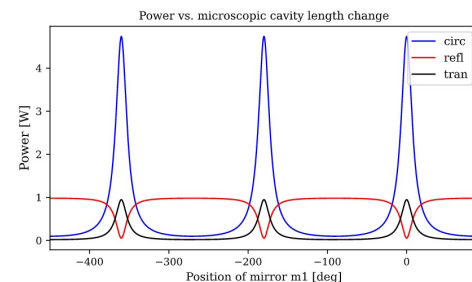
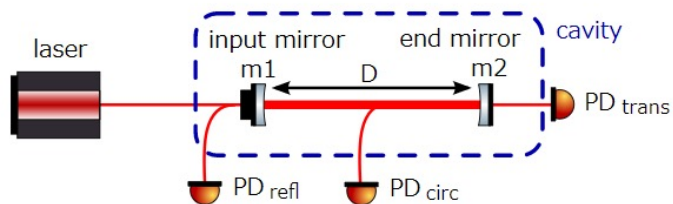


FINESSE

- 重力波分野でよく使われている干渉計シミュレーションソフト
- レーザー光源やミラーのコマンドで干渉計を設計
- レーザー光を空間モードで展開し電場を計算する
- 複雑な干渉計・解析解が存在しない計算に有用



Finesse 2



```
import numpy as np # Importing numpy
import matplotlib # For plotting
import matplotlib.pyplot as plt
from pykat import finesse # Importing the pykat-finesse package
from pykat.commands import * # Importing all packages in pykat.commands.
from IPython.display import display, HTML # Allows us to display HTML.

# Telling the notebook to make plots inline.
%matplotlib inline
# Initializes the PyKat plotting tool. Change the dpi-value to
# make plots appear smaller/bigger on your screen.
pykat.init_pykat_plotting(dpi=90)

basekat=finesse.kat() # initialising Finesse
basecode = """
l laser 1 0 n0 # Laser (Power = 1 W, wavelength offset = 0)
s s1 1 n0 nc1 # Space (Length = 1 m)

## The cavity ##
m m1 0.7 0.3 0 nc1 nc2 # Mirror (R = 0.7, T = 0.3, phi = 0)
s s1 4000 nc2 nc1 # Space (Length = 4 m)
m m2 0.8 0.2 0 nc3 nc4 # Mirror (R = 0.8, T = 0.2, phi = 0)
"""
basekat.parse(basecode) # Parsing the FINESSE-code

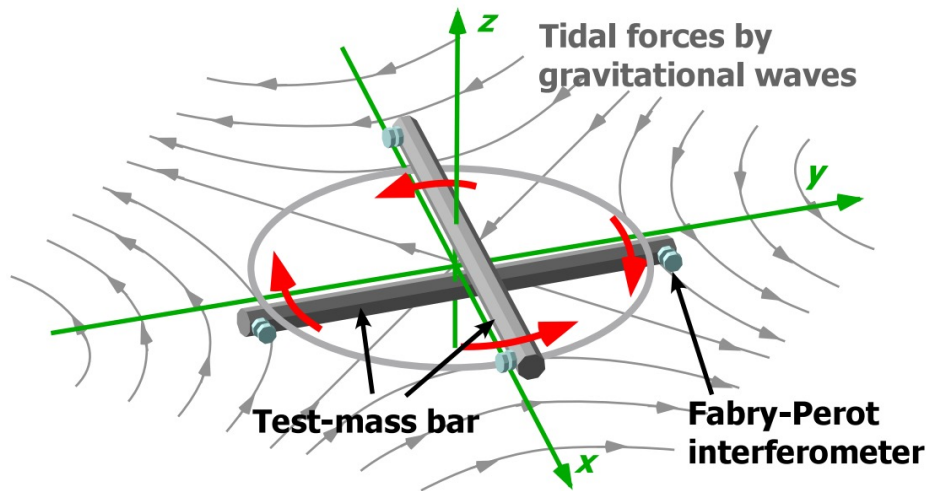
kat1 = deepcopy(basekat)
code = """
## Detectors ##

# Photo diodes measuring DC-power
pd refl nc1 # Reflected field
pd circ nc2 # Circulating field
pd tran nc4 # Transmitted field

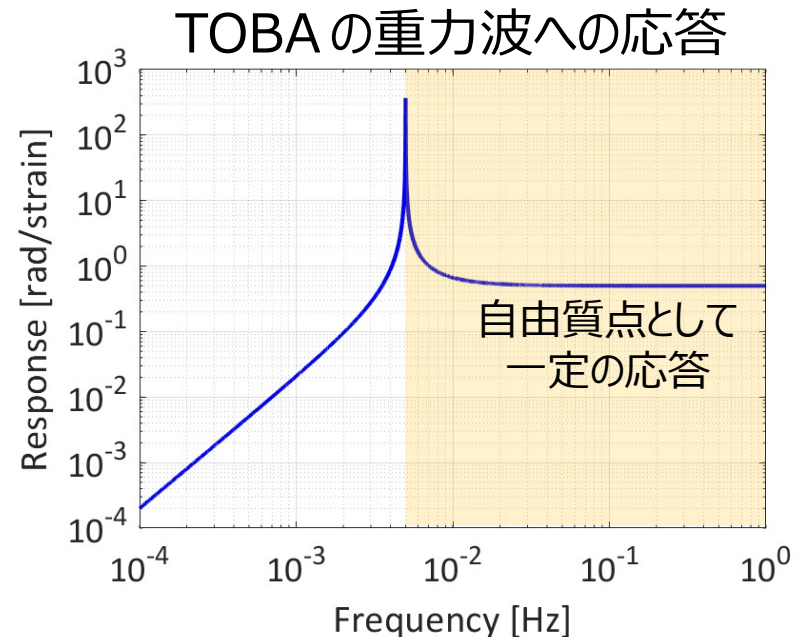
## Simulation instructions ##
xxis m1 phi lin -450 90 2000 # Varying tuning of input mirror m1.
yaxis abs # Plotting the amplitude of the detector measurements.
"""
kat1.parse(code) # Parsing the FINESSE-code
out1 = kat1.run() # Running the FINESSE-simulation, storing output in out1.
```

ねじれ型重力波望遠鏡 TOBA

- TOBA: TOrsion-Bar Antenna
- 水平に懸架した2本の棒状マス(ねじれ振り子)で構成
- 重力波が到来するとねじれ振り子が回転
- ねじれ振り子の共振周波数は低い(~ 1 mHz)
→ 低周波数の重力波を観測できる

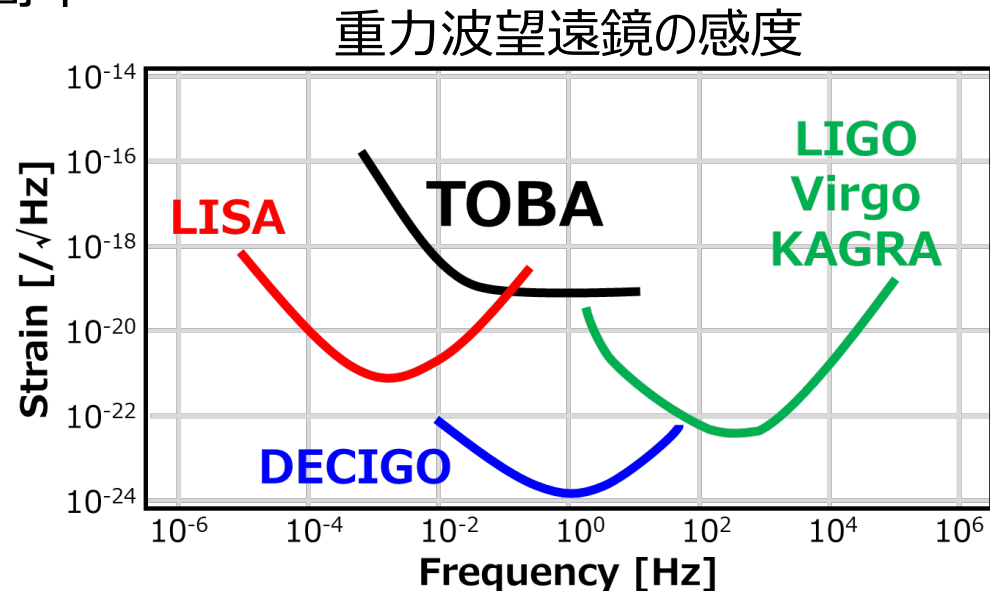


[M. Ando+ \(2010\)](#)



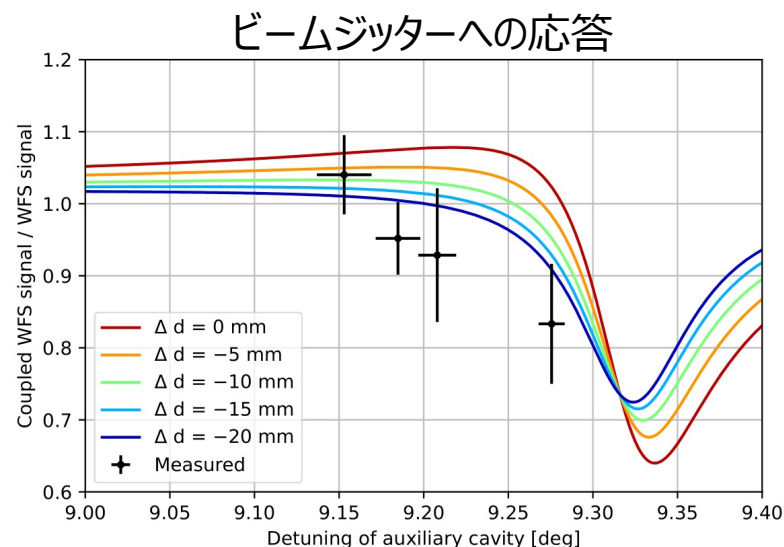
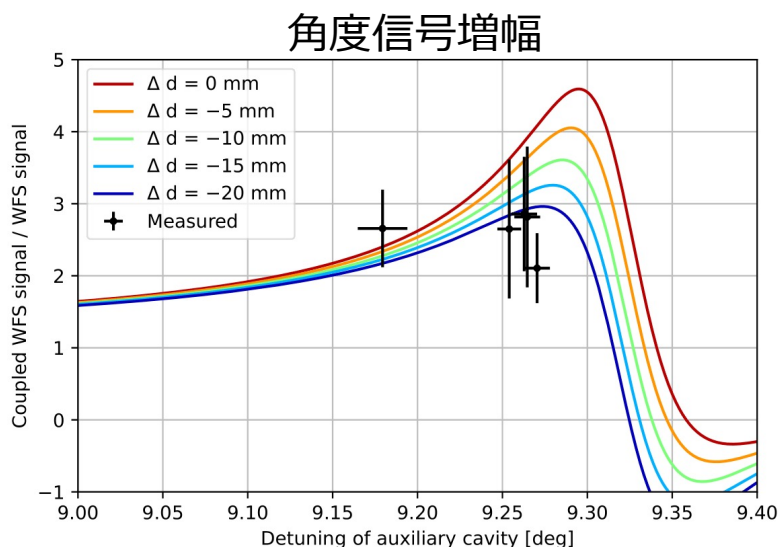
重力波望遠鏡の中での TOBA の位置づけ

- TOBA の目標感度: $10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ @ 0.1 Hz
- 地上のレーザー干渉計型重力波望遠鏡 (LIGO・Virgo・KAGRA)との違い
 - ・ より低い周波数帯をねらう → 異なるサイエンス
- 宇宙の重力波望遠鏡 (LISA・DECIGO)との違い
 - ・ 宇宙打ち上げの技術開発・コストが不要
 - ・ 地上のためメンテナンスが簡単
 - ・ 地上ならではのサイエンス

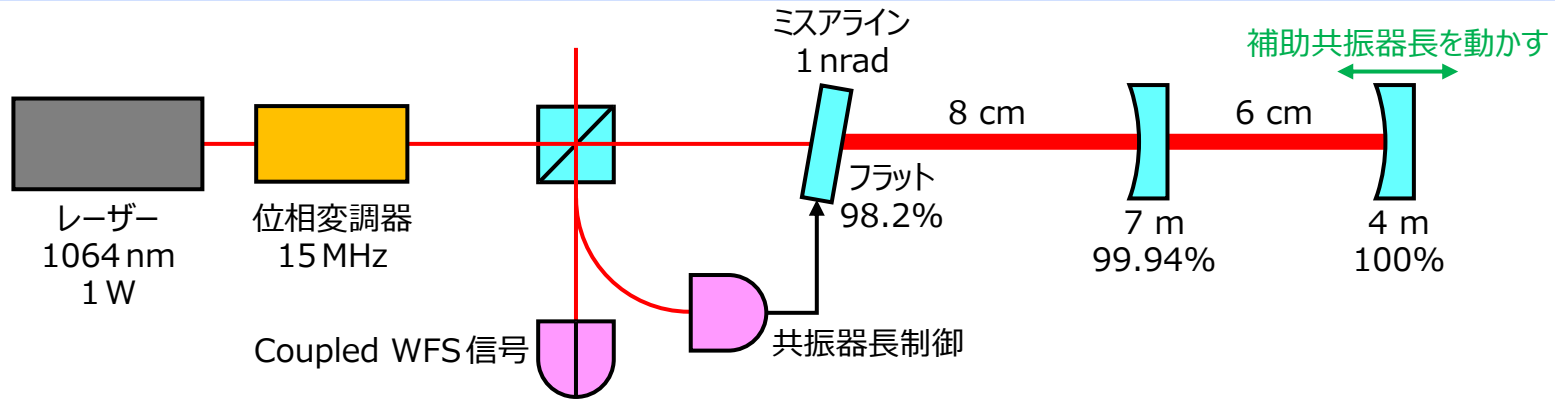


角度信号増幅についての考察

- 信号増幅度の計算値と測定値が一致しない
- 原因: 光検出器の位置ずれ
 - WFS の信号強度は光検出器の位置に依存
 - 光検出器をフロントミラーから 74.6 cm の場所に置くことが目標
 - 2 cm 程度ずれうると考え増幅度を計算
 - -2 cm ずれている場合 1 点を除いて誤差の範囲で一致
 - ビームジッターへの応答のふるまいとも無矛盾
- 解決方法: 光検出器をマイクロステージにのせて位置調整を可能にする



Coupled WFSの信号増幅



- 補助共振器の00モードと10モードの共振点まわりでWFSに比べて信号増幅
- 干渉によるゼロクロス点が見られる

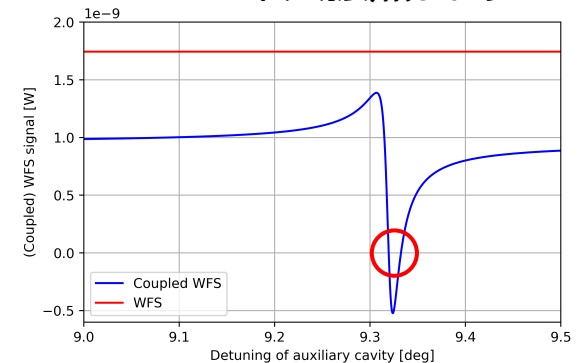
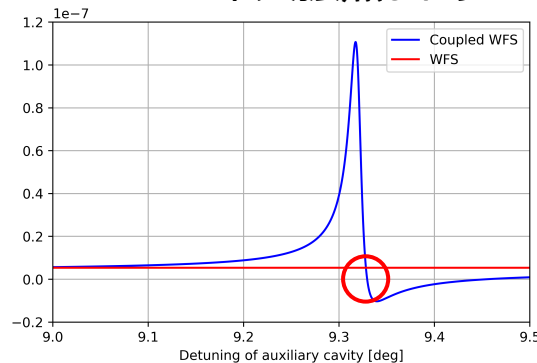
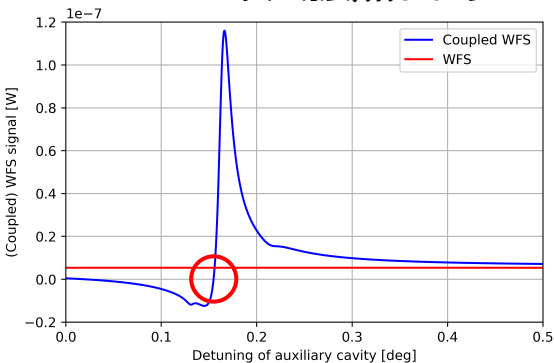
追加

- フロントミラーを傾けずに入射光にビームジッターを混ぜた → 信号増幅しない

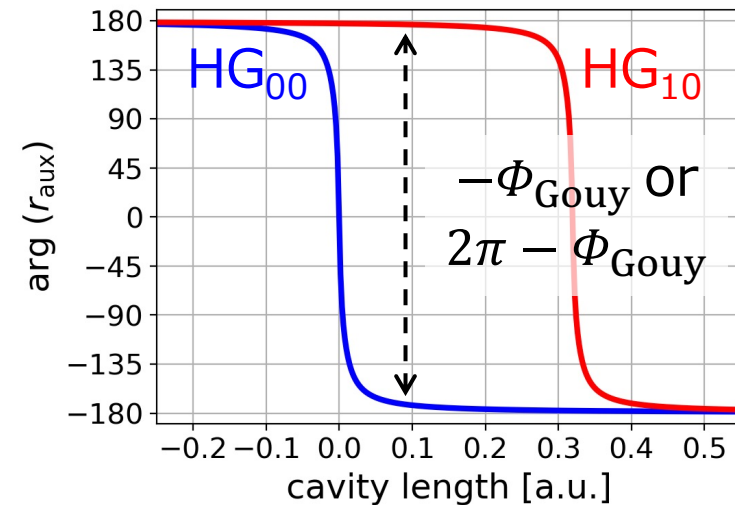
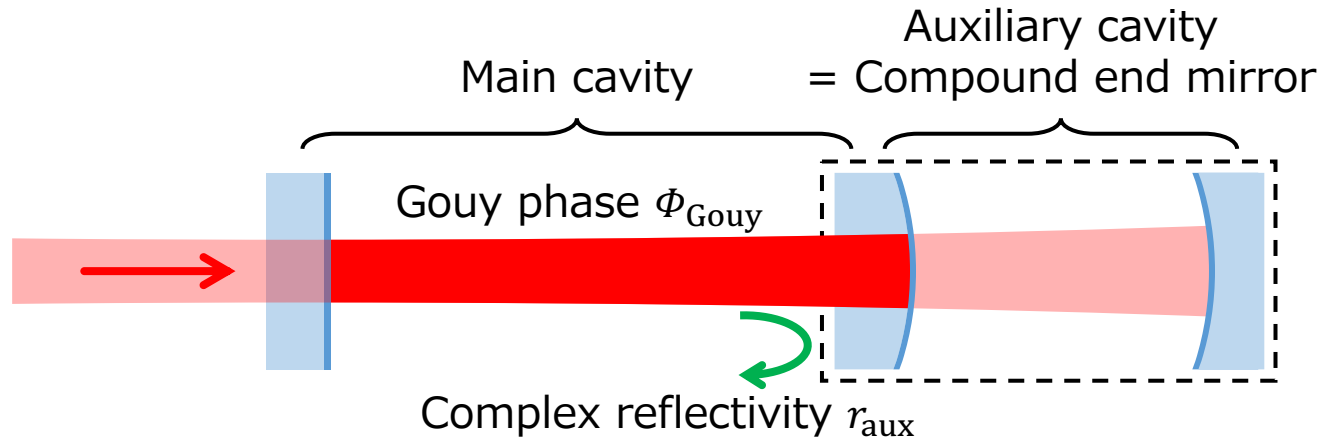
00モード共振点まわり

10モード共振点まわり

10モード共振点まわり



Phase compensation with auxiliary cavity

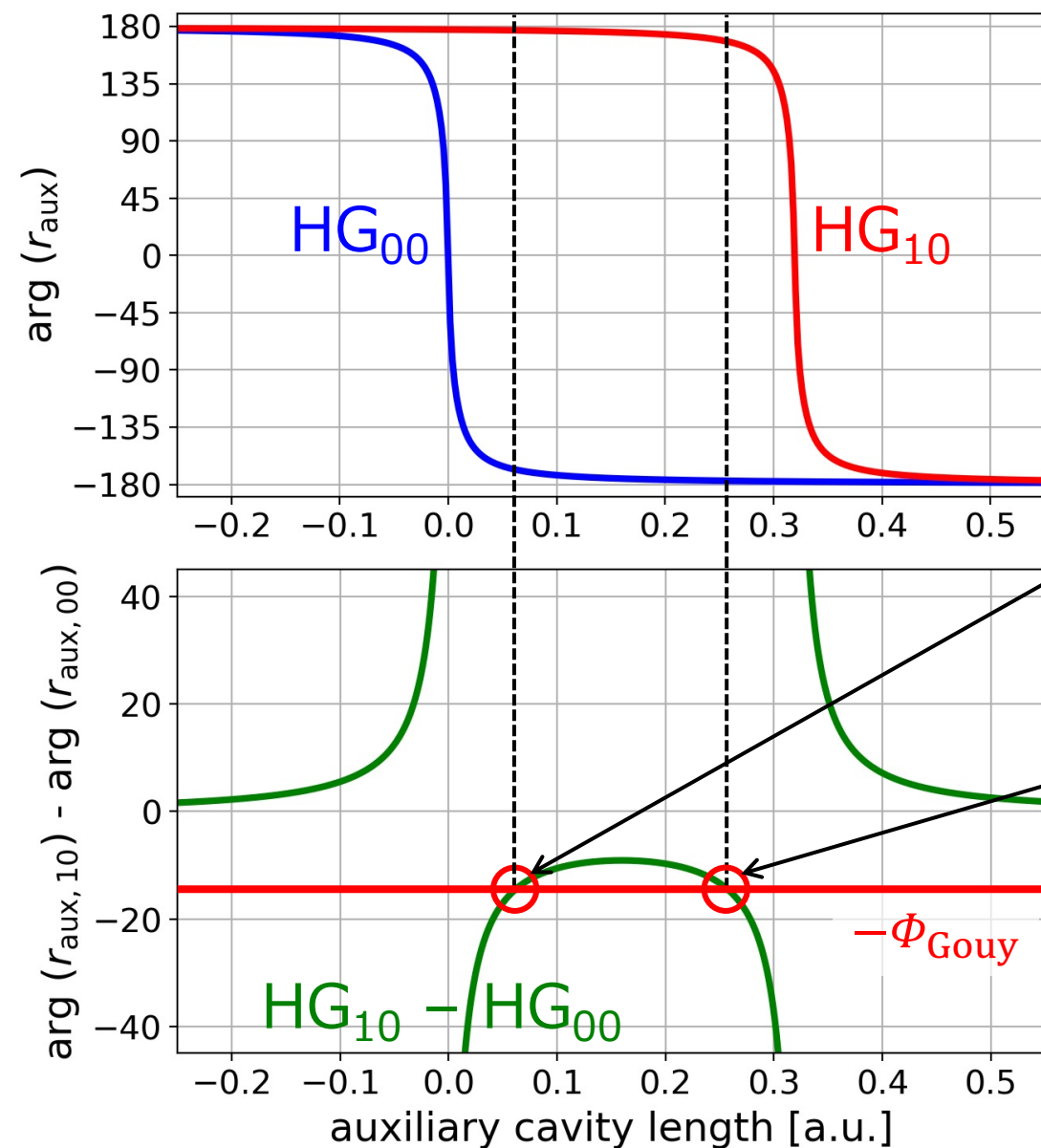


- Round-trip phase in main cavity

$$\begin{aligned}\varphi_{10} &= \varphi_{00} + \Phi_{\text{Gouy}} + \text{arg}(r_{\text{aux},10}) - \text{arg}(r_{\text{aux},00}) \\ &= \varphi_{00} + 2n\pi\end{aligned}$$

→ HG_{00} and HG_{10} can be resonant simultaneously

Lock points of auxiliary cavity

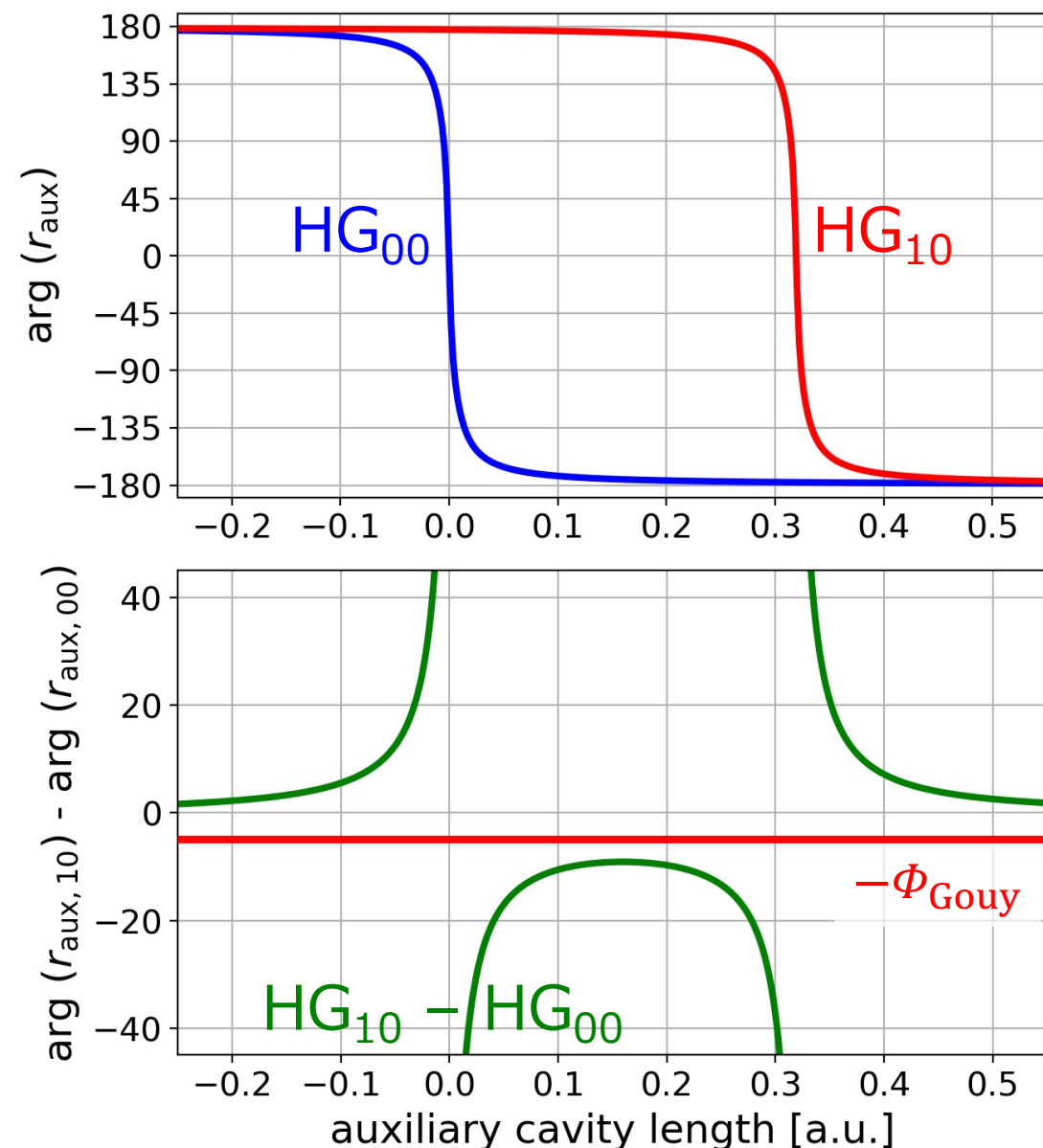


- Detune auxiliary cavity from resonance
- Some solutions exist

Change HG_{00} phase
 HG_{10} off resonance

HG_{00} off resonance
Change HG_{10} phase

Solutions do not always exist



Requirement:

enough large Φ_{Gouy}

- Long cavity
↔ Chamber size
- Small beam
(= Small RoC of mirrors)
↔ Thermal noise

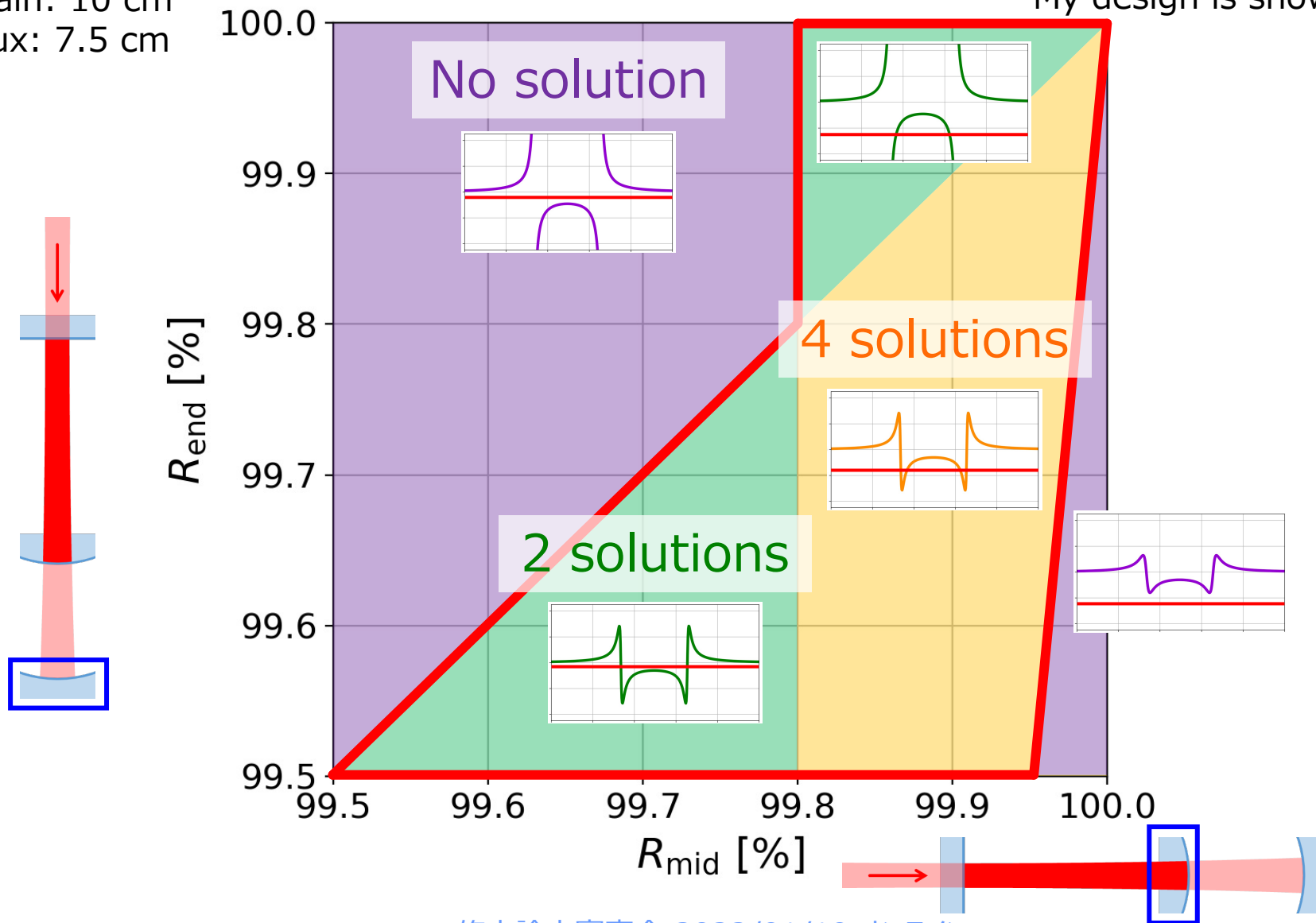
We have to design proper

- Length of cavities
- Reflectivity of mirrors
- RoC of mirrors

Allowed reflectivity

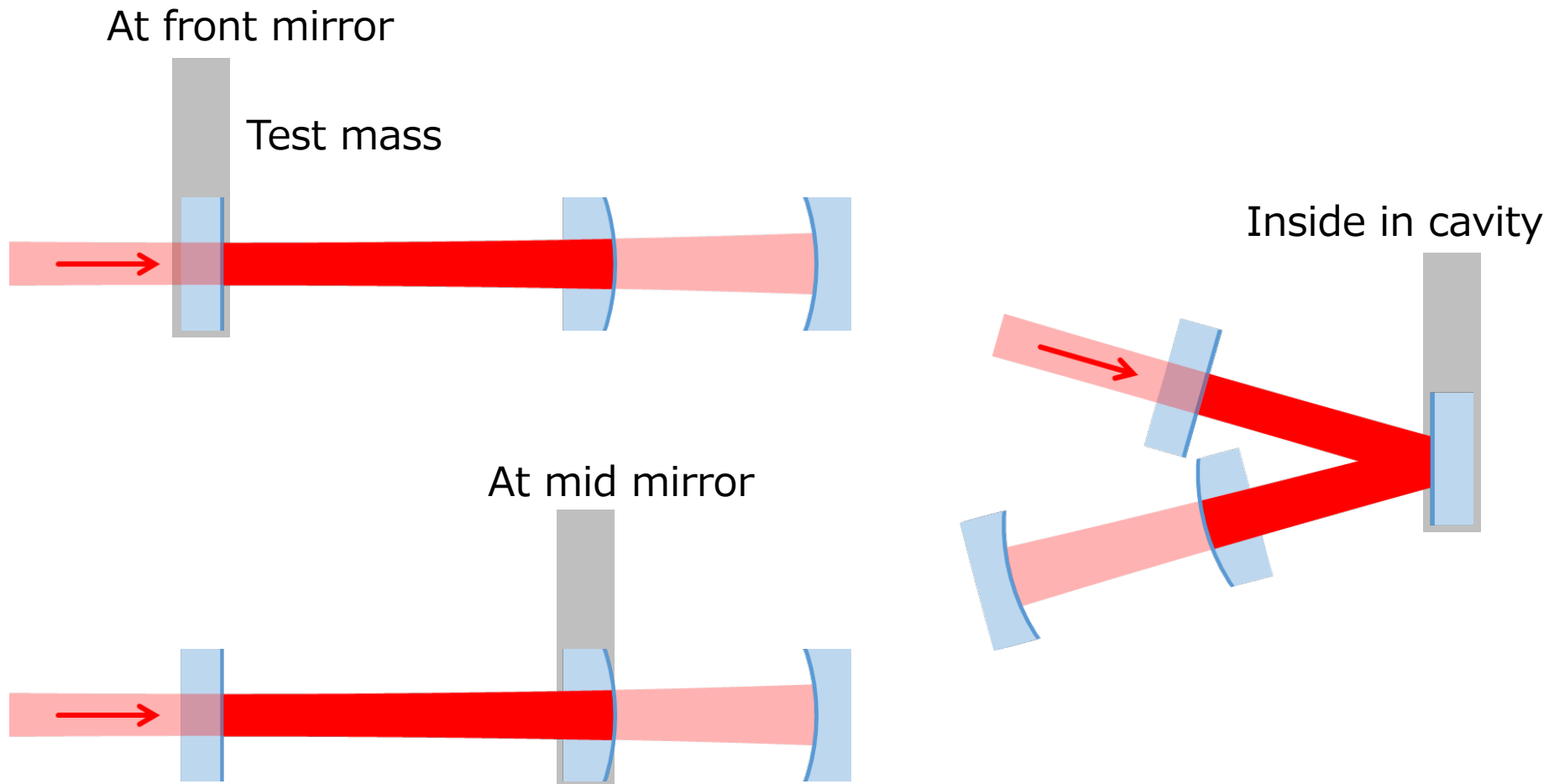
Beam: 800 μm
Main: 10 cm
Aux: 7.5 cm

Designed by Shimoda-san
My design is shown later



Possible configurations

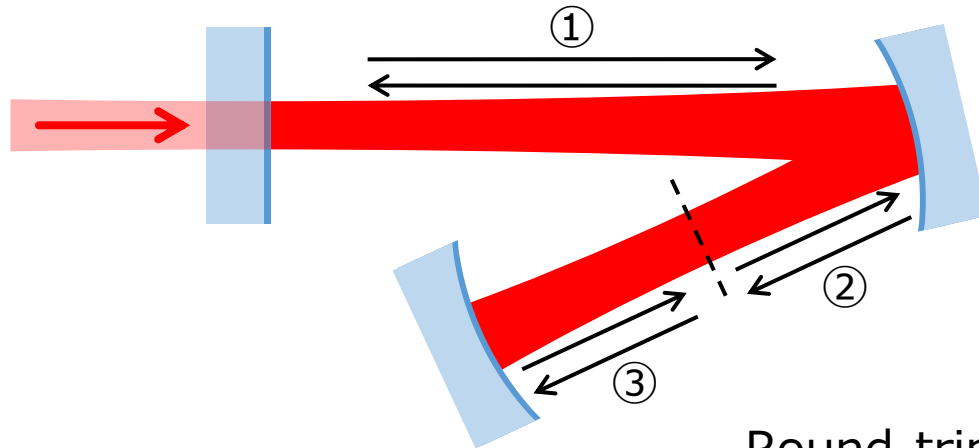
- Test mass can be put anywhere



Comparison of angular sensors

From Miyazaki-san & Shimoda-san's thesis	MI	Optical lever	Simple WFS	Folded WFS	Coupled WFS
Shot noise (Phase-III TOBA requirement: 5×10^{-16} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$)	○	×	×	○	○
Beam jitter	△	×	×	○	○
Frequency noise	×	○	○	○	○
Trans coupling	×	○	○	○	○
Other demerits				Weak to shrink in cryostat	Difficult to control with two DoF

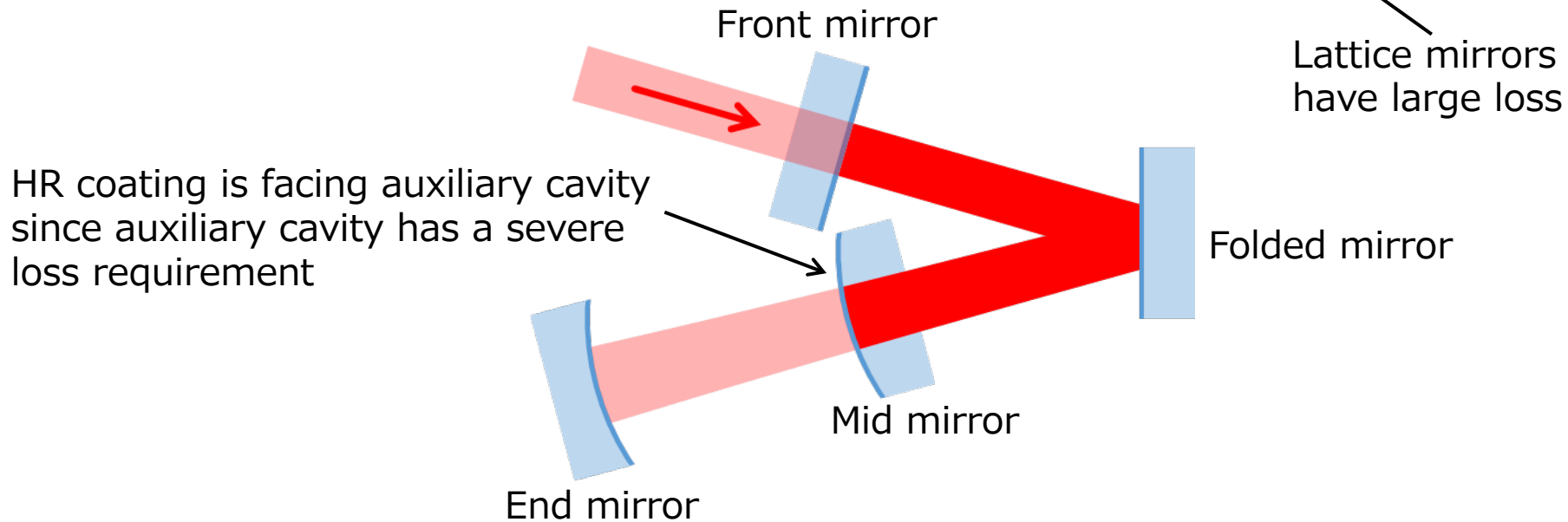
Folded WFS



Round-trip Gouy phase in cavity
 $(\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}) \times 2 = 2\pi$

- HG_{00} and HG_{10} **can** be resonant simultaneously by changing cavity length
→ HG_{10} mode signal **can** be amplified in folded WFS

Mirrors I purchased from Layertec



Large RoC is better for thermal noise
 Small RoC is better for alignment

	Front & Folded	Mid	End
Radius of curvature	∞ (flat)	7 m convex	4 m concave
Reflectivity (1)	99.4 %	99.94 %	99.9 %
Reflectivity (2)		99.9 %	99.94 %

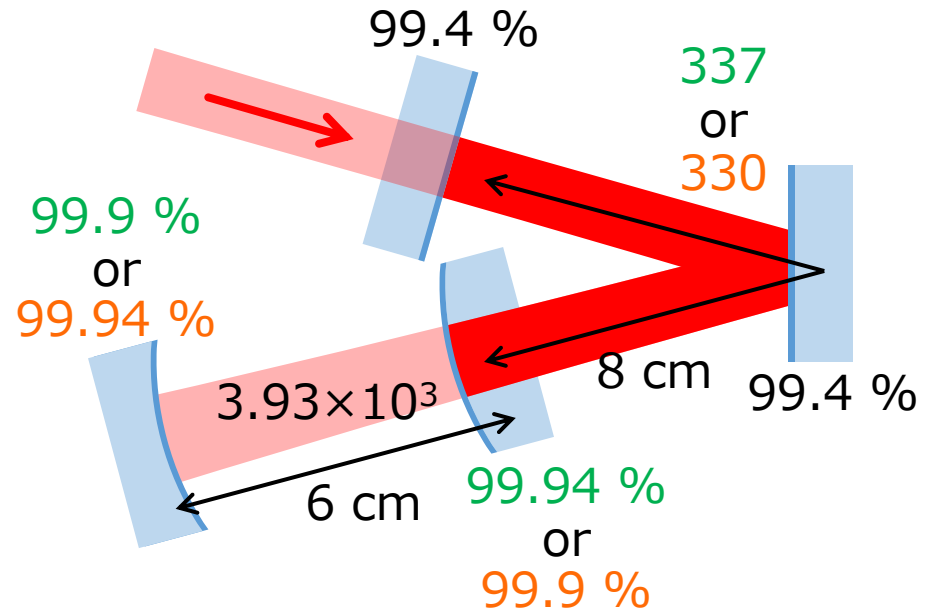
Auxiliary cavity is

under-coupled
 (better to control)

over-coupled
 (better to compensate phase)

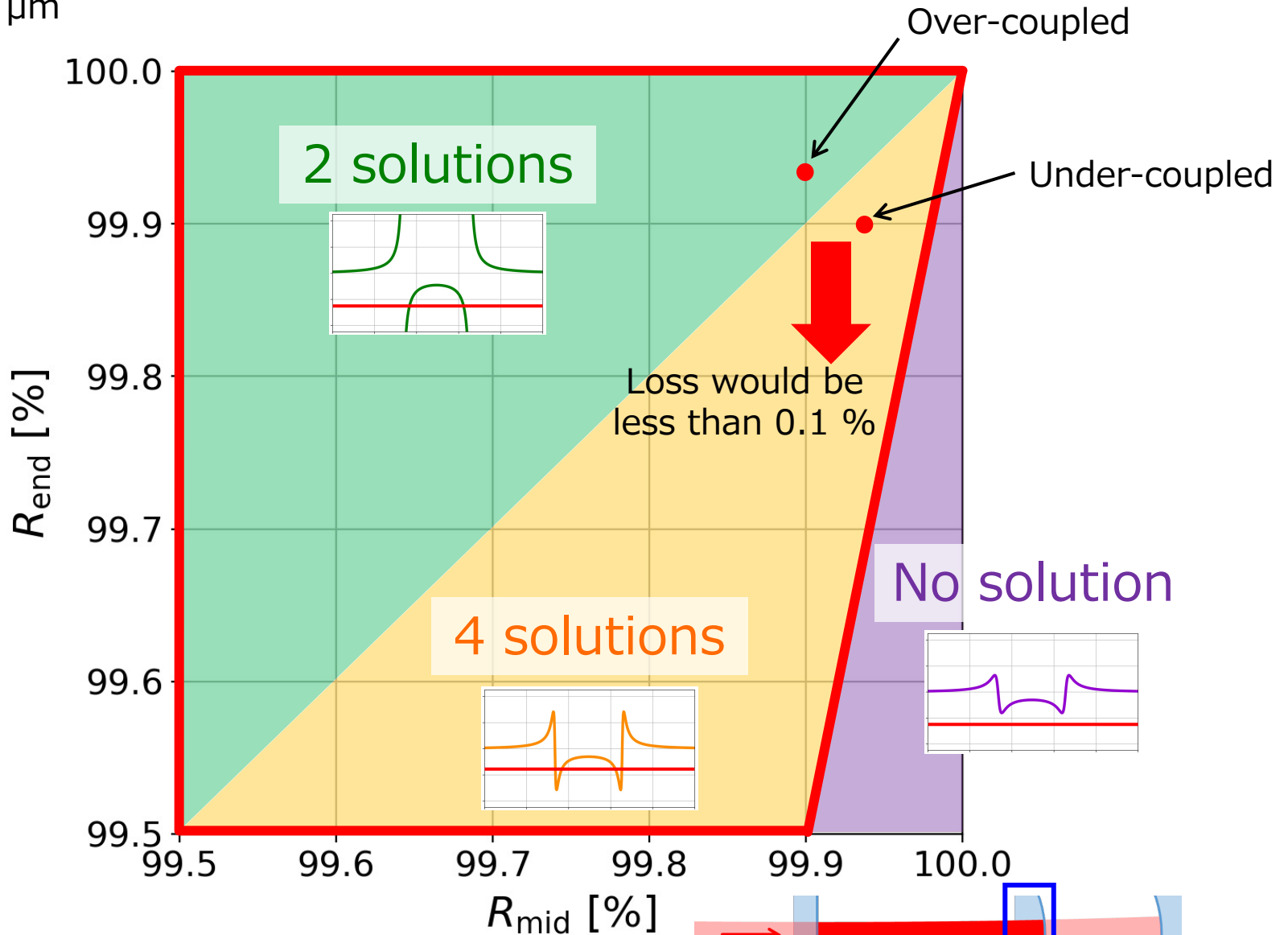
Cavity parameters

- Cavity length
 - 8 cm (total of main)
 - 6 cm (auxiliary)
- Beam radius
 - 500 μm at front mirror (waist)
 - 508 μm at end mirror
- Finesse
 - 337 (main when auxiliary is under-coupled)
 - 330 (main when auxiliary is over-coupled)
 - 3.93×10^3 (auxiliary)

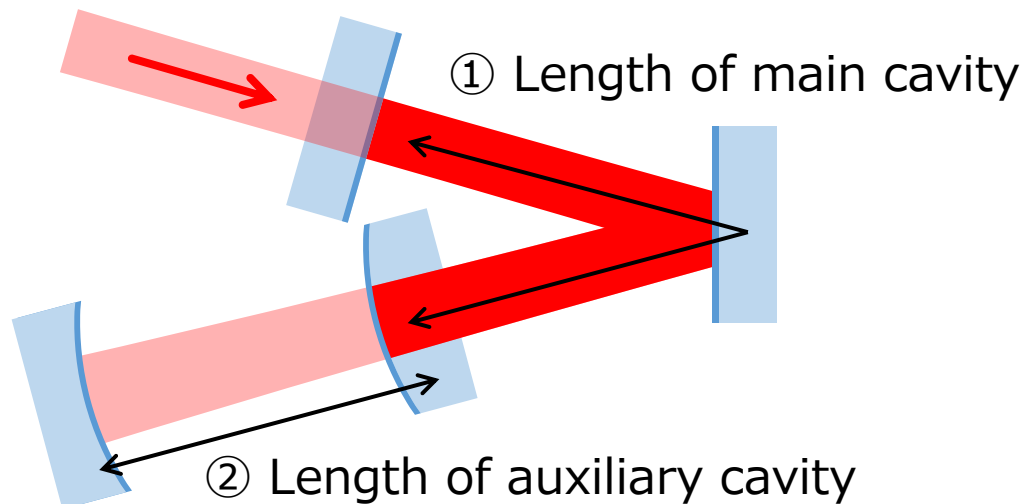


My designs are strong to loss

Beam: 500 μm
Main: 8 cm
Aux: 6 cm



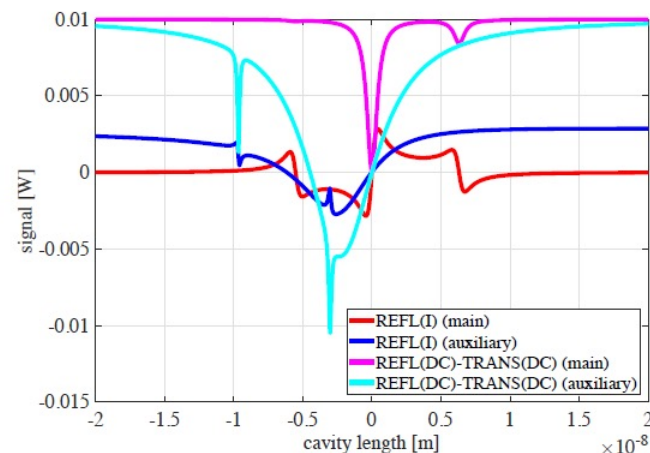
Control of two DoF



- Plan to control with PDH technique for both cavities
- Signal separation (main-auxiliary) is important
- Under-coupled cavity gives better signal separation

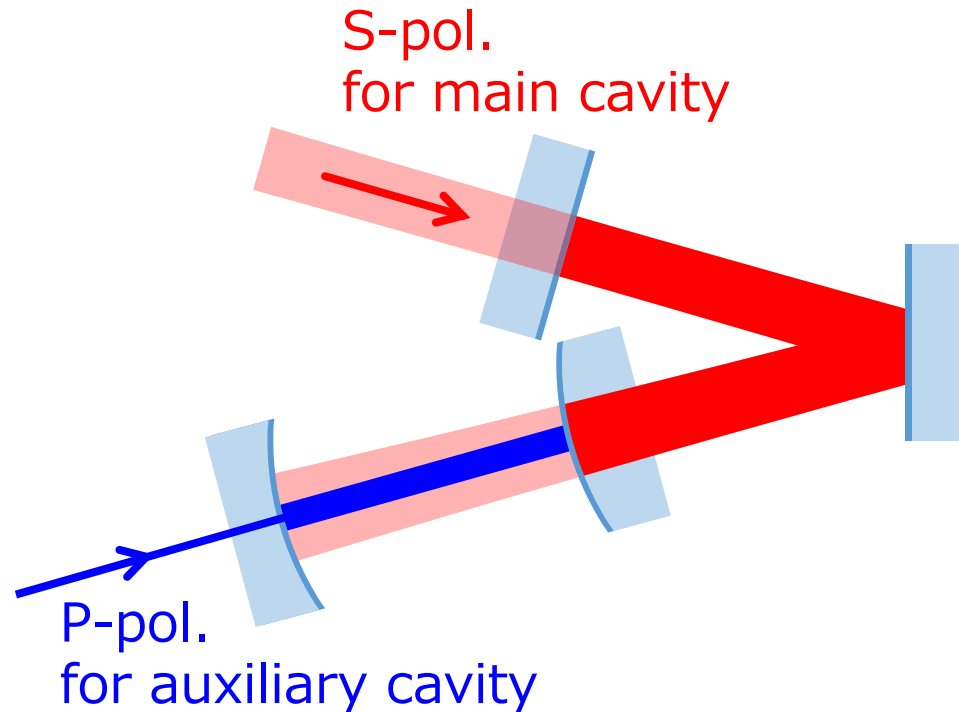
Shimoda-san calculated it
I want to calculate with Opticle

sensing matrix	main cavity	auxiliary cavity
PDH signal (refl)	1 —	0.09 —
DC signal (refl-trans)	0 —	1 —



Idea of control (1)

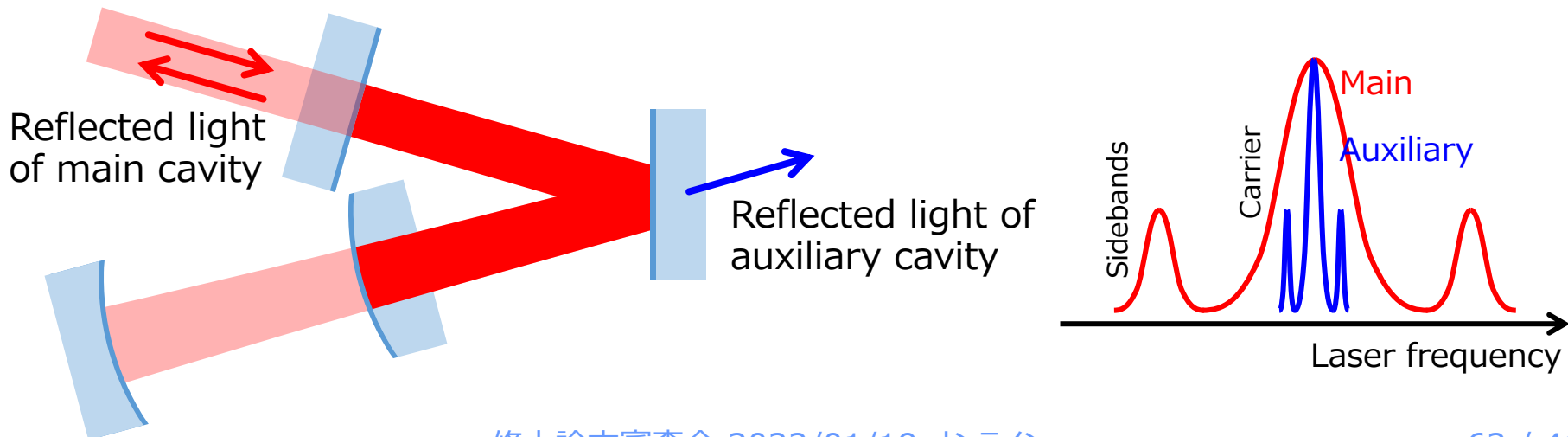
- Inject different polarizations into auxiliary cavity from behind
- Reflected light of main and auxiliary cavity is detected independently



Idea of control (2)

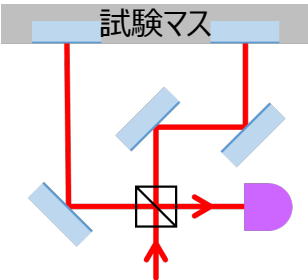
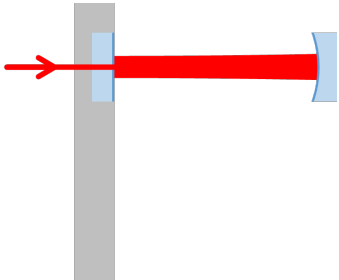
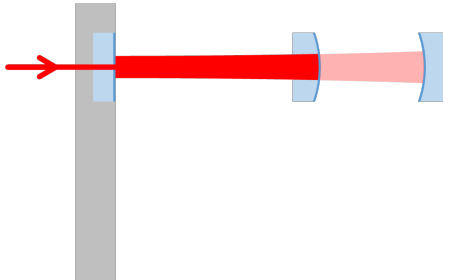















- Use two different modulation frequencies for main and auxiliary cavity
- Reflected light of auxiliary cavity is detected from folded mirror

	Length	FSR	Finesse	FWHM	Possible modulation freq.
Main	8 cm	3.8 GHz	300	13 MHz	40 MHz
Auxiliary	6 cm	5 GHz	4000	1.3 MHz	4 MHz



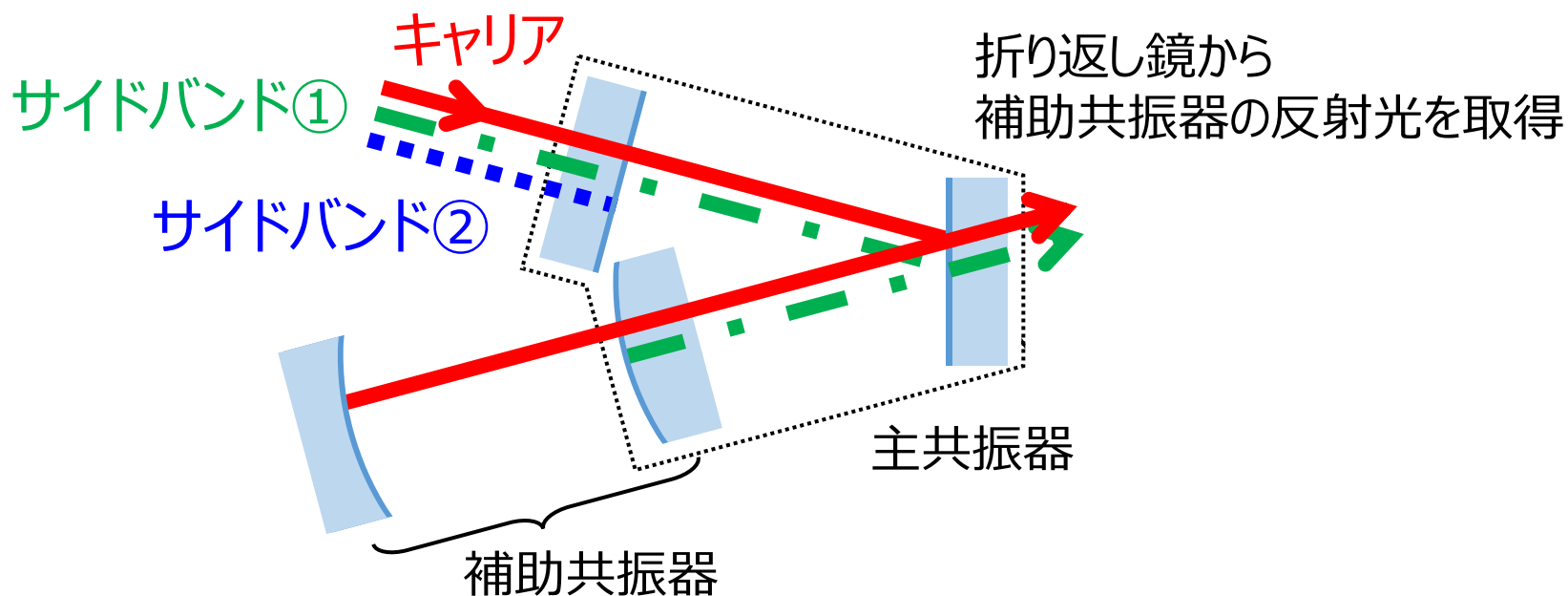
TOBA の角度センサ

- 試験マスの角度変動に大きな応答をもつセンサが必要
- 角度の読み取り雑音の要求値: 5×10^{-16} rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ (Phase-III)

	マイケルソン干渉計 	通常の wavefront sensor 	Coupled wavefront sensor 
感度		 角度信号が 増幅されない	 角度信号が 増幅される
周波数雑音	 2つの光路の 非対称性による		
並進カップリング	 2つの鏡を平行に 付けるのが難しい		
熱雑音		 狭い範囲で 角度を測る	 狭い範囲で 角度を測る
線形レンジ			 要検証

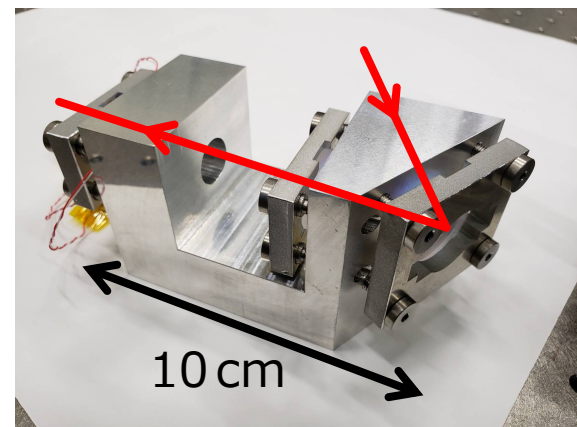
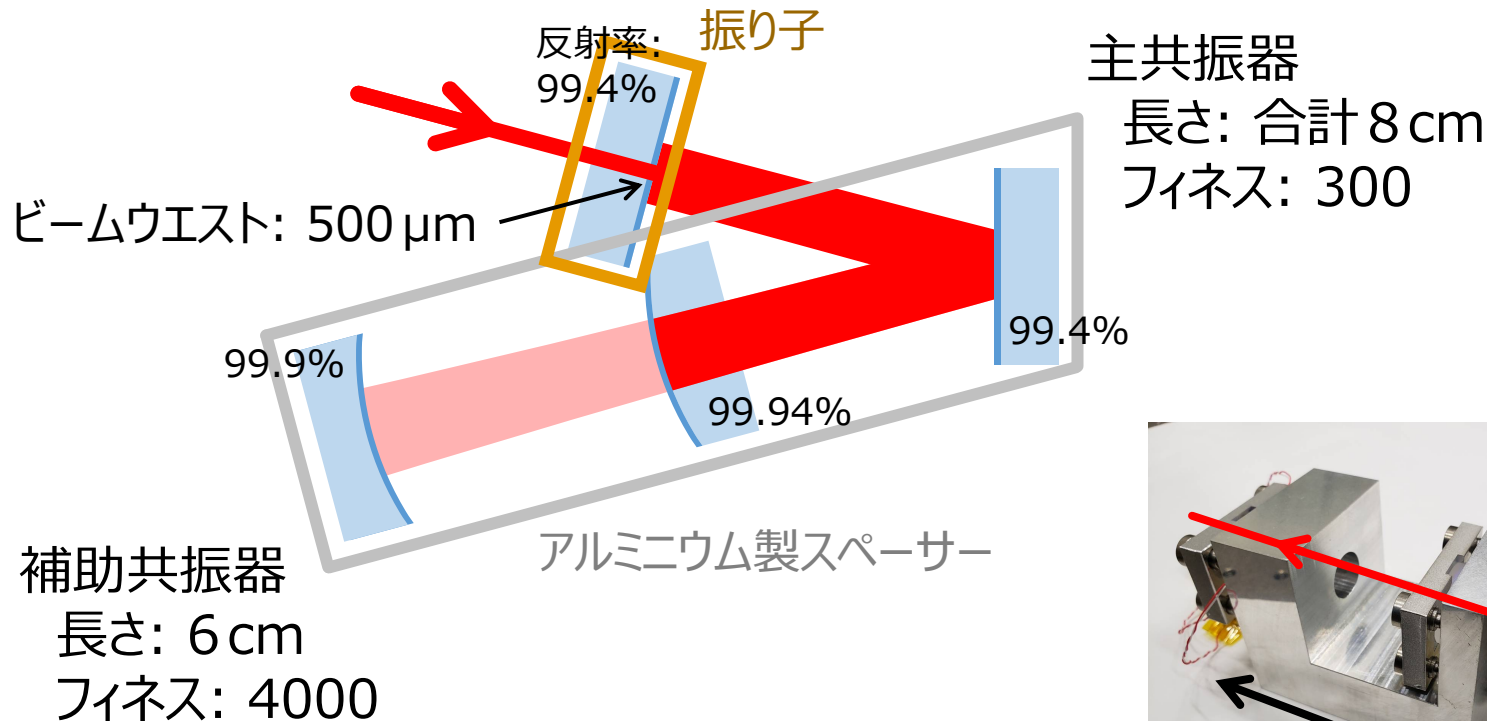
共振器長の制御手法

- 主共振器と補助共振器を PDH 法で制御
 - 2つの異なるサイドバンド周波数を使用
 - 信号取得のために主共振器を折り返す



共振器の設計

- 補助共振器に 0.1% のロスがあっても位相補償できるように設計
- 入射鏡は TOBA の試験マスに見立てて振り子で吊るす
- 他の 3 つの鏡はアルミニウム製スペーサーに固定



History of interferometer simulation tools

Interferometer simulation tools

Frequency domain

- Twiddle (1998-)
 - First tool, but slow to calculation
- FINESSE (2000-)
 - Much faster than Twiddle
- Thomas tool (2003-)
 - First tool to calculate radiation pressure
 - RF cannot be calculated
- Optickle (2005-)
 - Radiation pressure can be calculated including RF










Time domain

I don't know at all...
ex.) e2e

[JGW-G0900053-v1: Matlab上で動くOptickleを使った干渉計シミュレーション](#)

FINESSE vs. Optickle

- They have both strong and weak points
 - We have to choose which to use depending on purposes

	FINESSE	Optickle
Misalign of mirrors		
Higher-order modes		
Radiation pressure	 → 	
Polarizations		
Way of using	C & gnuplot, or Jupyter	MATLAB

I chose this
for Coupled WFS

I only installed and
run sample codes...

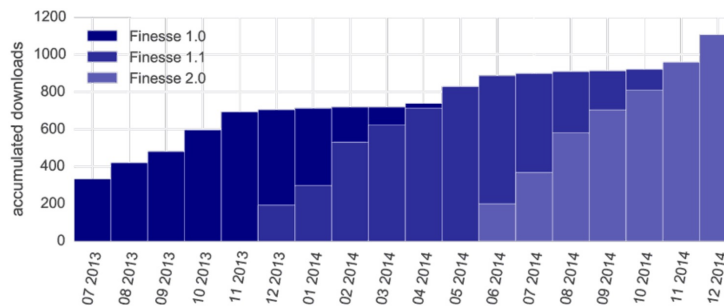
[JGW-G0900053-v1: Matlab上で動くOptickleを使った干渉計シミュレーション](#)

What is FINESSE?

- One of interferometer simulation tools
- Frequency domain InterfErometer Simulation Software
- Created by [Andreas Freise](#)
- Open sourced since 2012
- Used by many GW researchers

Please note that
 FINESSE: software
 finesse: physical quantity

Accumulated downloads



Locations of downloads



[JGW-G1301720: FINESSE lecture slides](#)

[History and impact of FINESSE :](#)

You can find many papers that cite FINESSE

How does FINESSE work?

Write codes

```
import numpy as np          # Importing numpy
import matplotlib          # For plotting
import matplotlib.pyplot as plt
from pykat import finesse  # Importing the pykat.finesse package
from pykat.commands import * # Importing all packages in pykat.commands.
from IPython.display import display, HTML # Allows us to display HTML.

# Telling the notebook to make plots inline.
%matplotlib inline
# Initialises the PyKat plotting tool. Change the dpi-value to
# make plots appear smaller/bigger on your screen.
pykat.init_pykat_plotting(dpi=90)

basekat=finesse.kat() # initialising Finesse
basecode = """
l laser 1 0 n0 # Laser (Power = 1 W, wavelength offset = 0)
s s1 1 n0 nc1 # Space (Length = 1 m)

## The cavity ##
m m1 0.7 0.3 0 nc1 nc2 # Mirror (R = 0.7, T = 0.3, phi = 0)
s sL 4000 nc2 nc3 # Space (Length = 4 km)
m m2 0.8 0.2 0 nc3 nc4 # Mirror (R = 0.8, T = 0.2, phi = 0)
"""

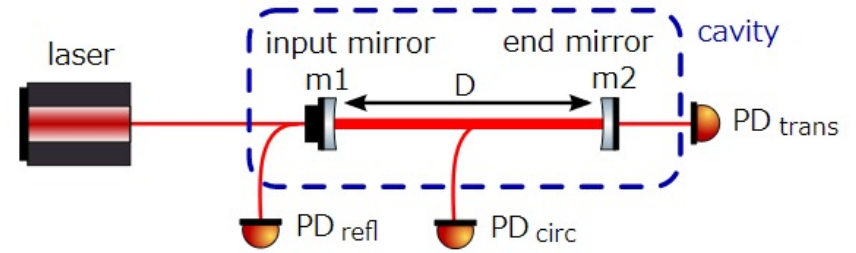
basekat.parse(basecode) # Parsing the FINESSE-code

kat1 = deepcopy(basekat)
code = """
## Detectors ##

# Photo diodes measuring DC-power
pd refl nc1 # Reflected field
pd circ nc2 # Circulating field
pd tran nc4 # Transmitted field

## Simulation instructions ##
xaxis m1 phi lin -450 90 2000 # Varying tuning of input mirror m1.
yaxis abs # Plotting the amplitude of the detector measurements.
"""

kat1.parse(code) # Parsing the FINESSE-code
out1 = kat1.run() # Running the FINESSE-simulation, storing output in out1.
```



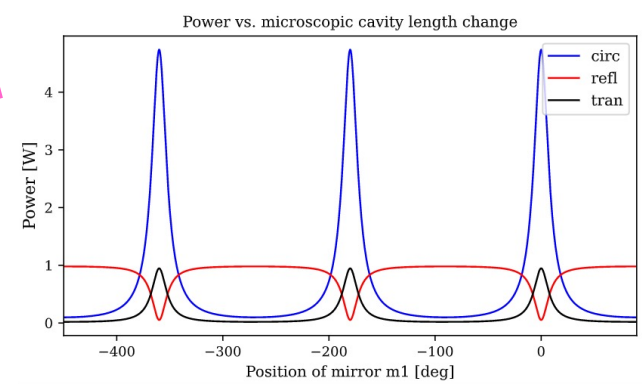
Build interferometers in our mind

- Mirror reflectance, RoC
- Length of cavity
- Place of PDs
-

Run codes



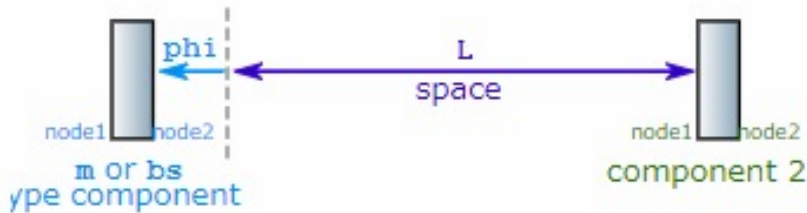
Plot results



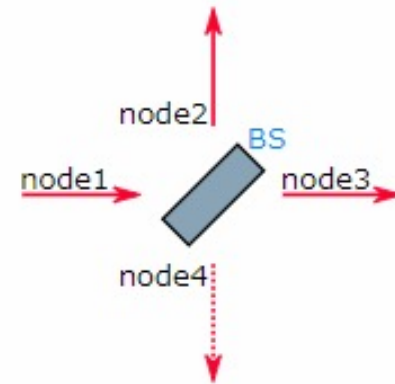
Cheatsheet

- Cheatsheet provides some answers to frequently asked questions (= very important information about use of commands)

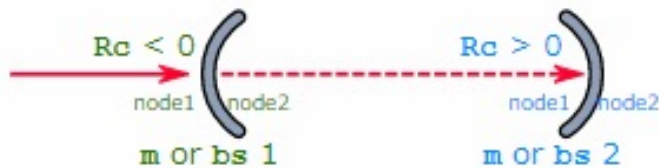
Macroscopic vs. microscopic length



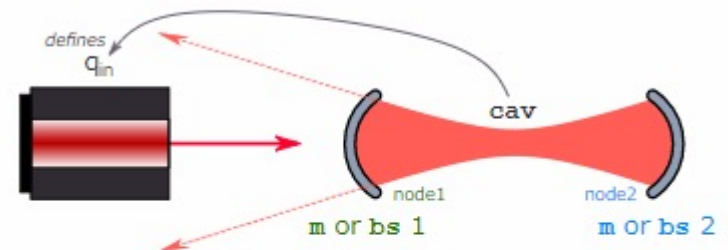
Beamsplitter nodes



RoC sign



How to build coupled cavity

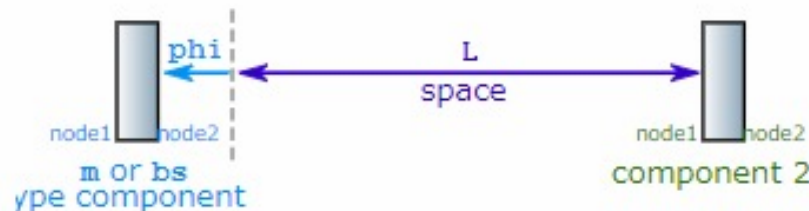


Microscopic length “phi”

- Command “phi” is important for simulation of Coupled WFS and DANCE when tuning length of mirrors microscopically
- “Phi” is defined such that a tuning of $\phi = 360$ deg corresponds to a change of one wavelength

$$\Delta L = \frac{\phi}{360^\circ} \lambda$$

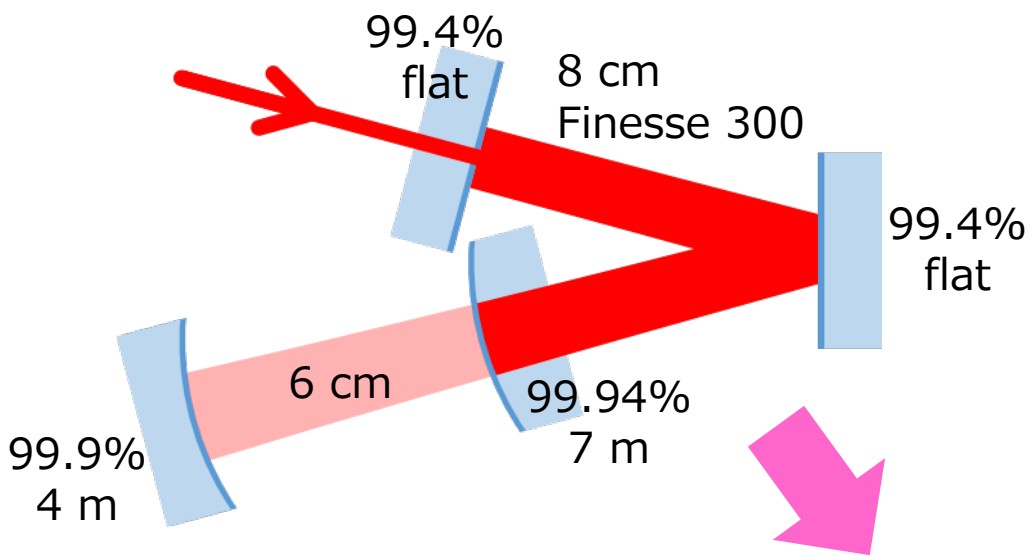
- FSR of linear cavity is not 360 deg, but 180 deg
- FSR of ring cavity depends on angle of incidence
- Sign of “phi” is opposite for front and end mirrors



- Choose proper sign for detuning and feedback signals

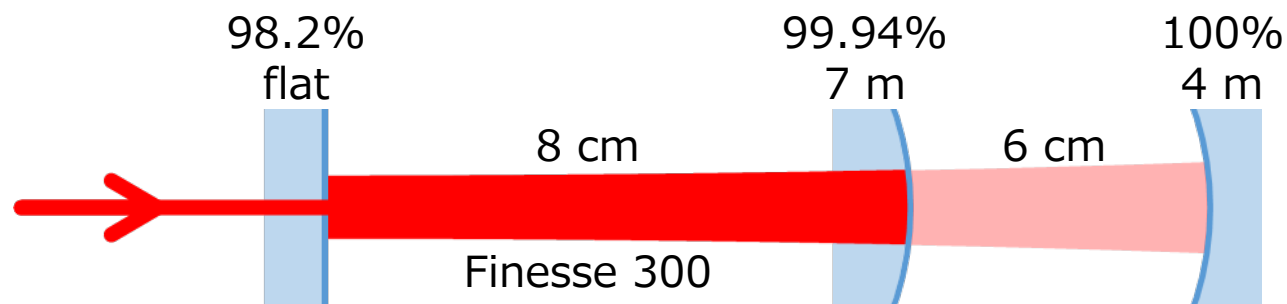
Experimental vs. simulation setup

- I want to build simulation setup as similar to my experimental setup as possible
- But too complicated setup is difficult for simulation



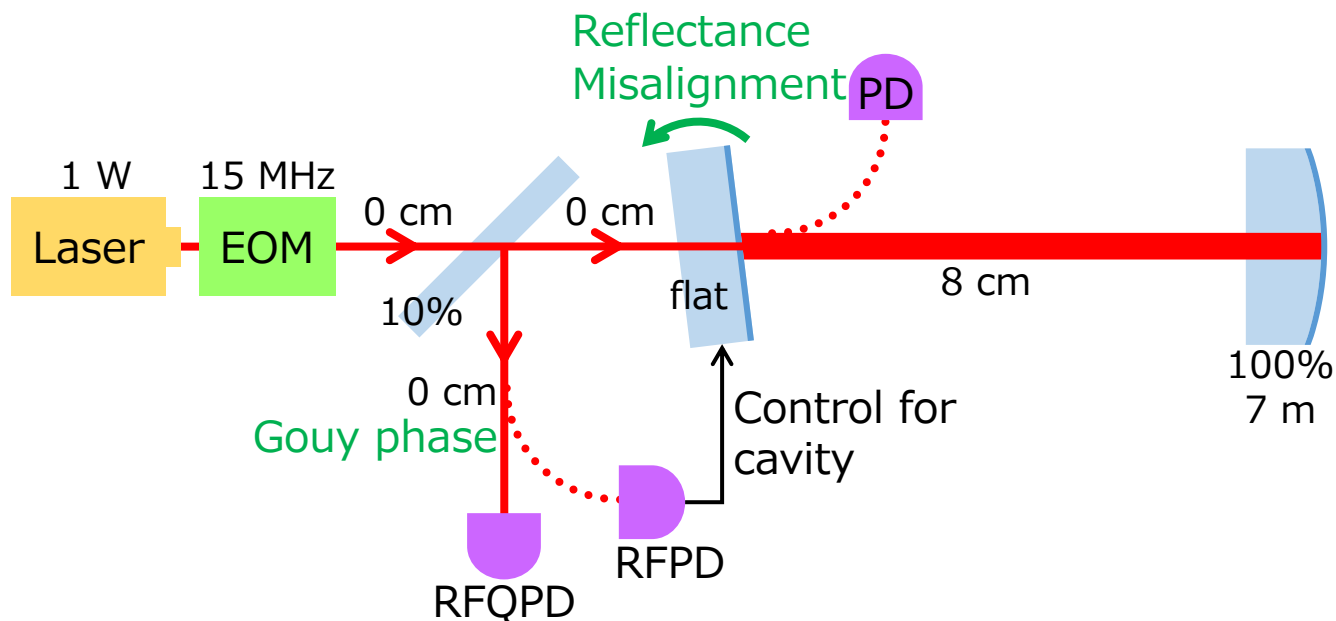
For simplicity, I change to

- linear cavities
- end mirror 100%
(→ Reflectance of auxiliary cavity as compound mirrors is always 100%)



Simulation setup of WFS

- Before calculating linear range of Coupled WFS, I calculate that of WFS for comparison

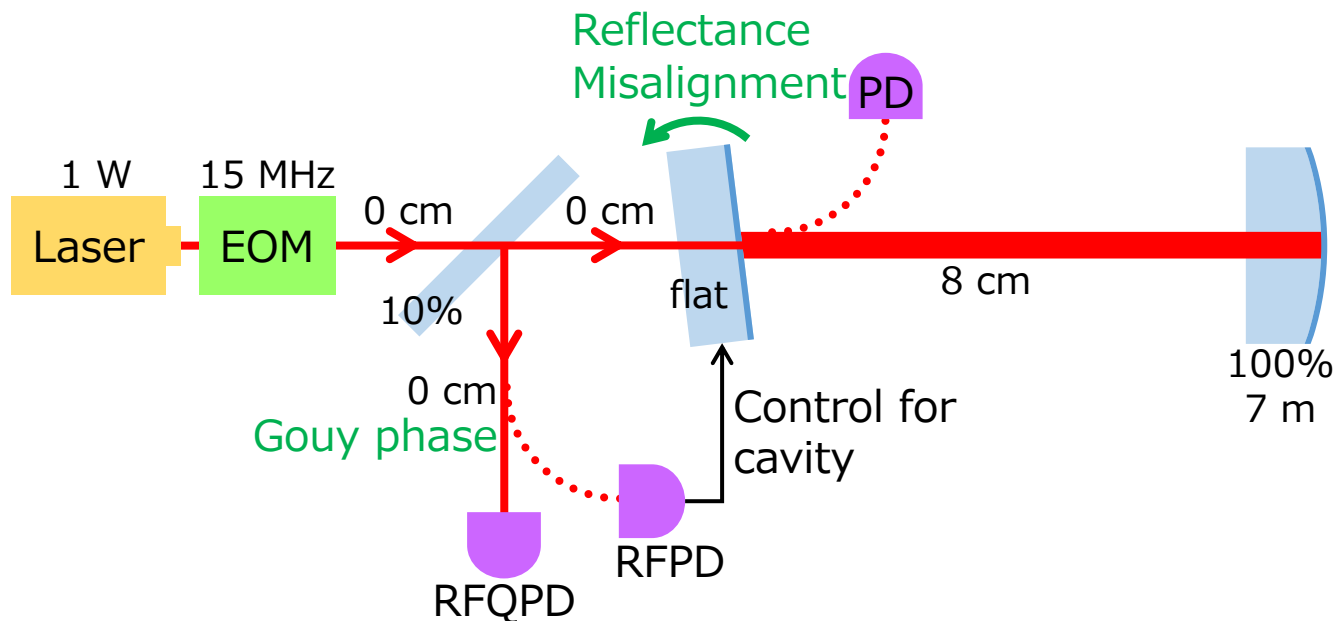


Step to calculate linear range of WFS

1. Search for best Gouy phase by sweeping it
2. Calculate linear range by increasing misalignment
3. Calculate finesse dependence by changing reflectance

Simulation setup of WFS

- Before calculating linear range of Coupled WFS, I calculate that of WFS for comparison



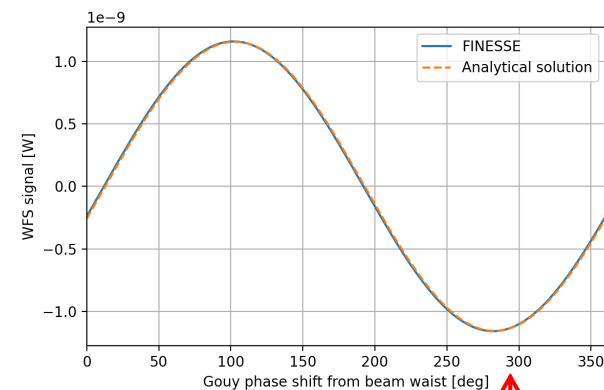
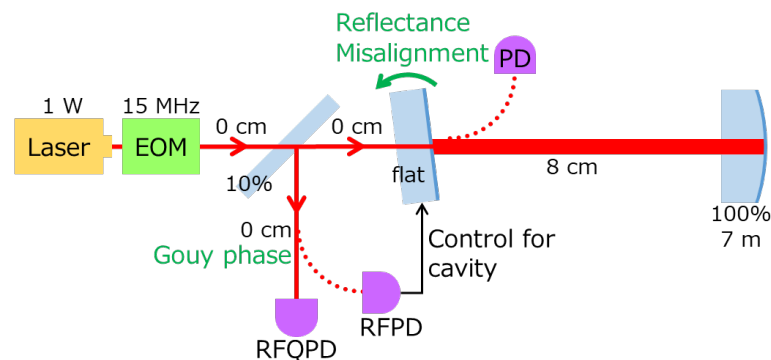
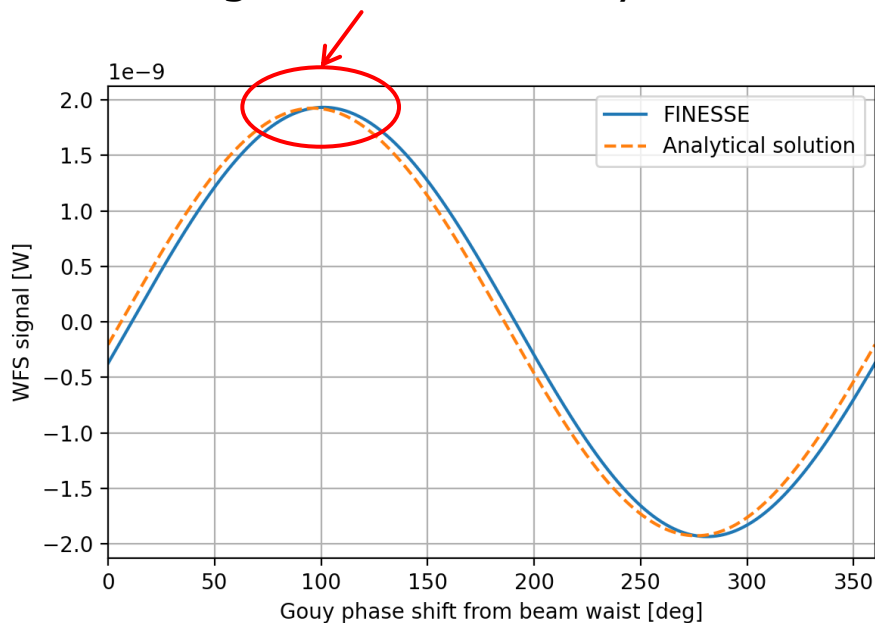
Step to calculate linear range of WFS

1. Search for best Gouy phase by sweeping it
2. Calculate linear range by increasing misalignment
3. Calculate finesse dependence by changing reflectance

Result of best Gouy phase

101 deg is best for FINESSE

96 deg is best for analytical solution

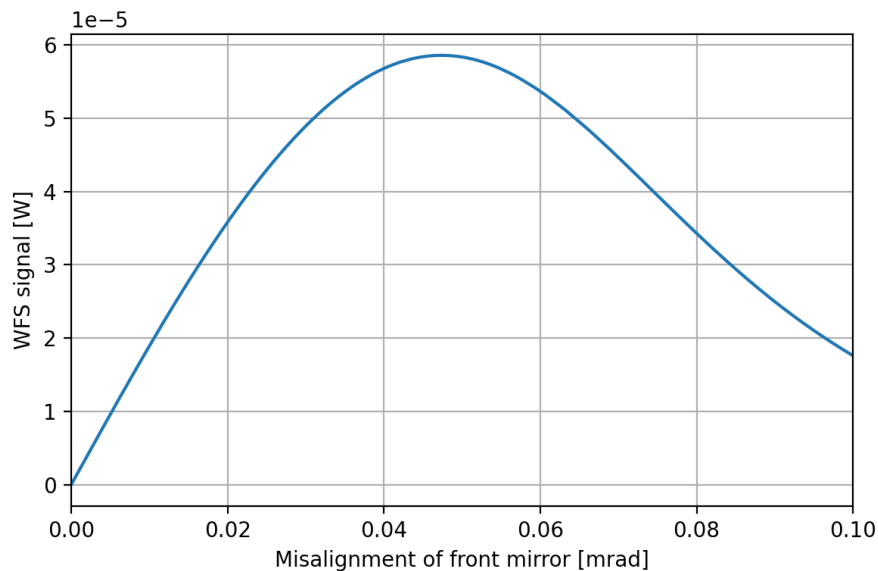
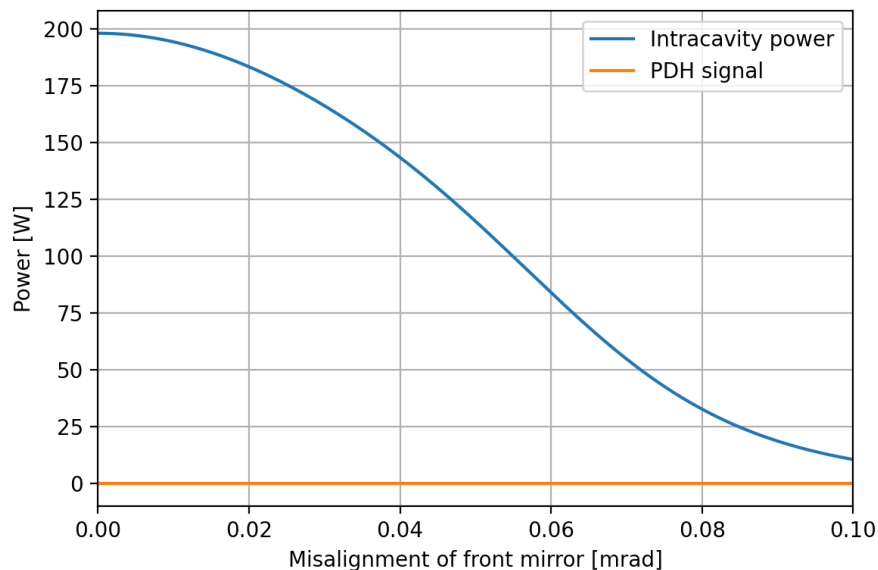


Front & end mirror:
7 m concave

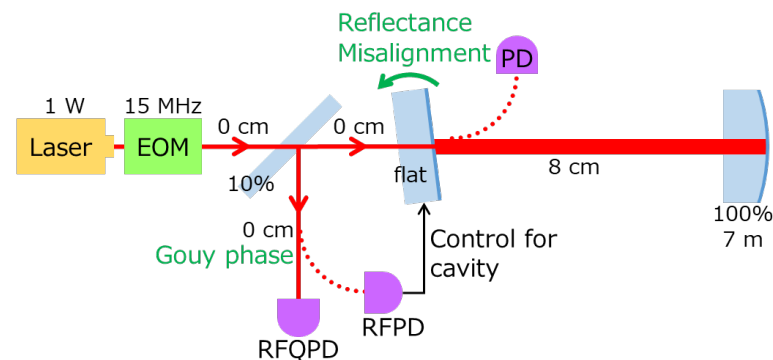
- FINESSE result is a little different from analytical solution. Why?
→ Because of flat front mirror (Rounding error in np.Inf ?)
- When I change front mirror to concave, two results are consistent

WFS_GouyPhase_AnalyticalSolution.ipynb

Result of linear range



Front mirror: 98.2%



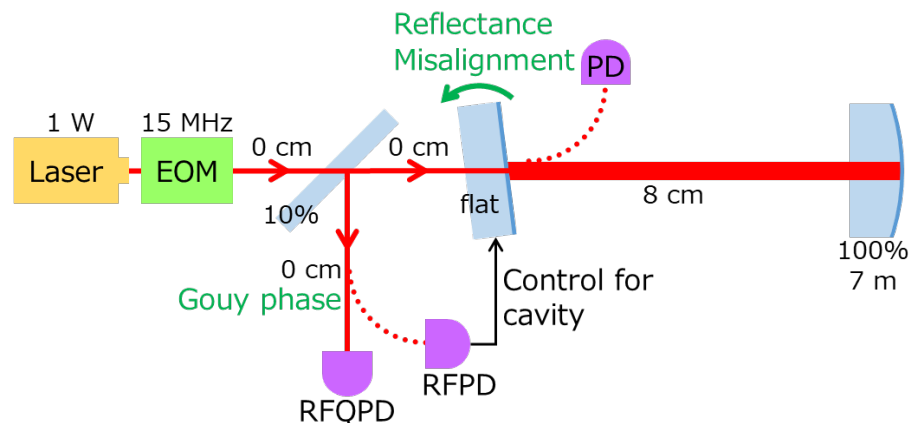
- Linear range: ~ 0.04 mrad
- WFS signal: ~ 2 W/rad

Tips for simulating linear range

- By the way, simulating linear range of WFS with FINESSE is not easy
- I introduce tips and bad simulating examples

Tips

1. Monitor **intracavity power** with PD
2. Misalign mirror from **0 rad**
3. Perform feedback control with **“lock” command**
4. Choose **proper sign** for feedback signal



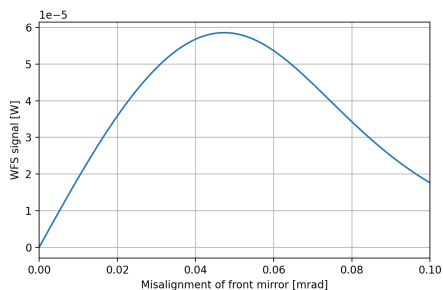
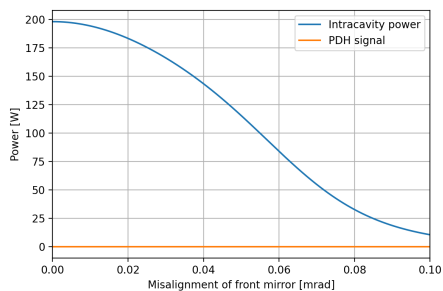
[JGW-G2113337-v2: How to simulate WFS signal properly with FINESSE :](#)

Takano-san's slides are good reference

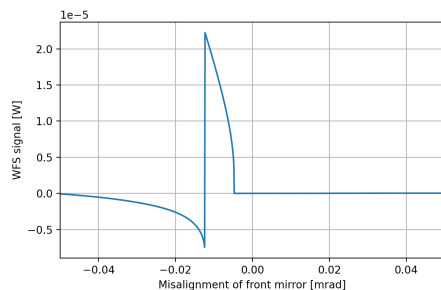
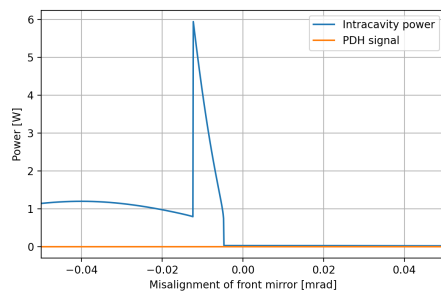
Bad simulating examples



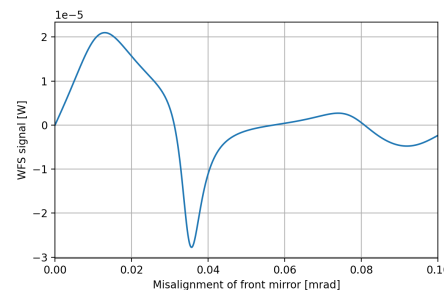
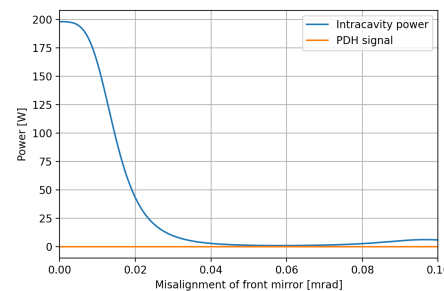
Works well



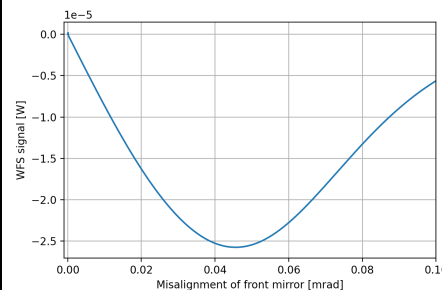
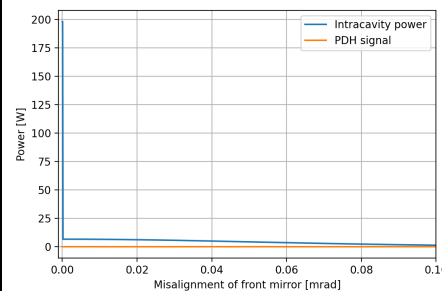
Misalignment from non-zero



Without "lock"

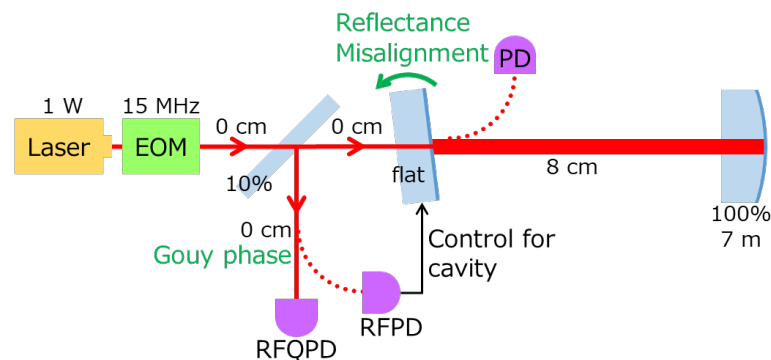
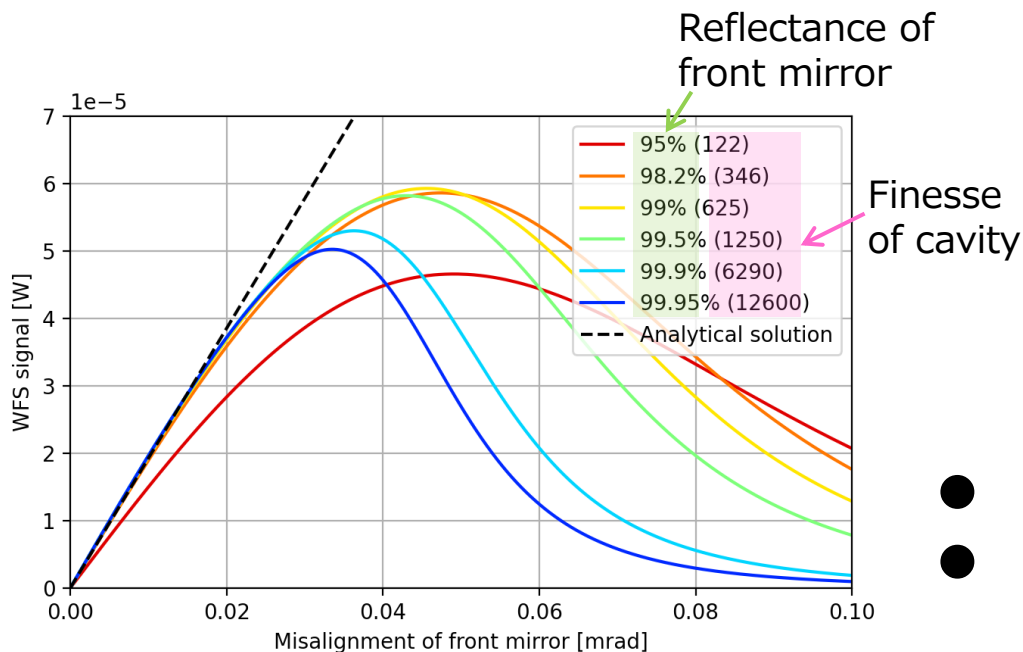


Feedback signal with wrong sign



WFS_LinearRange_tips.ipynb

Result of finesse dependence

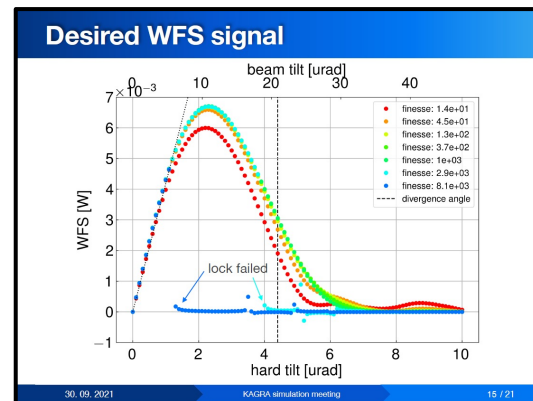


- Linear range: ~ 0.04 mrad
- WFS signal: ~ 2 W/rad

- WFS signal and linear range are independent on finesse

← Consistent with Takano-san's result

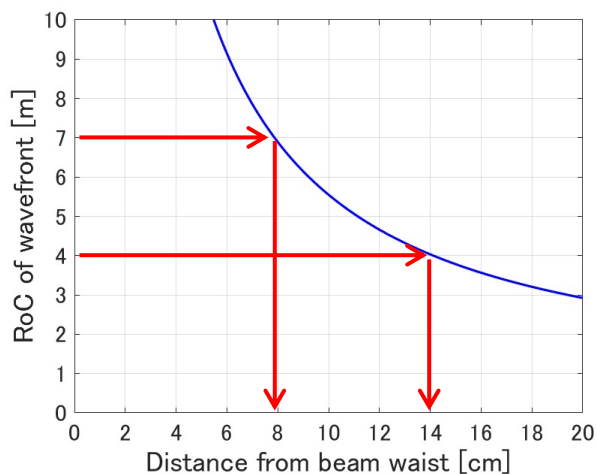
[JGW-G2113337-v2: How to simulate WFS signal properly with FINESSE](#)



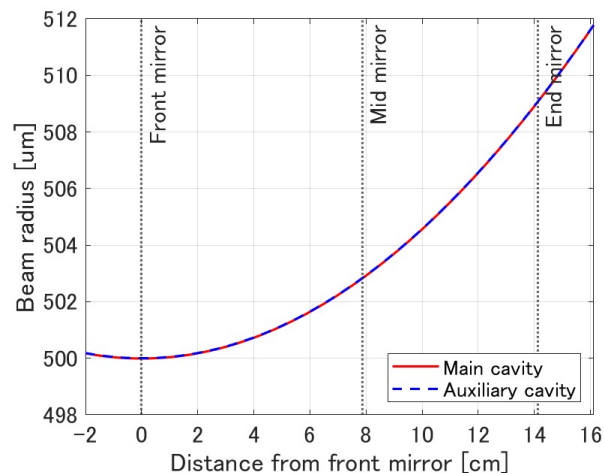
How to build coupled cavity

- Before calculating linear range of Coupled WFS, I have to build coupled cavity with FINESSE
- Eigenmode declared later is overwritten, so I have to calculate configuration of coupled cavity in advance
 - cav auxcav mid n7 end n8 ← Trace eigenmode for auxiliary cavity,
 - cav maincav front n5 mid n6 but overwritten
 - ↑ Trace eigenmode for main cavity

RoC with beam radius of 500 μm

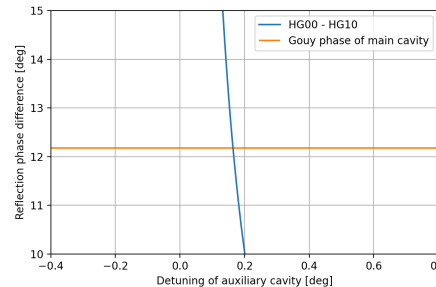
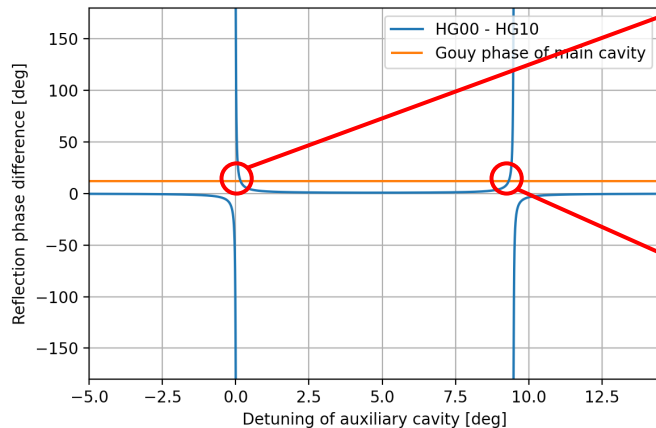
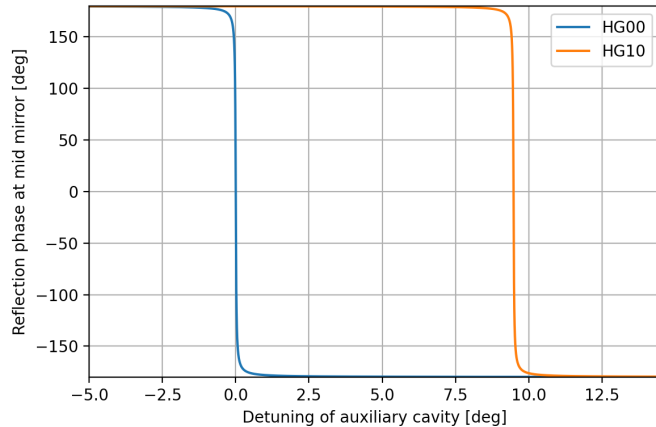


Eigenmodes of two cavities

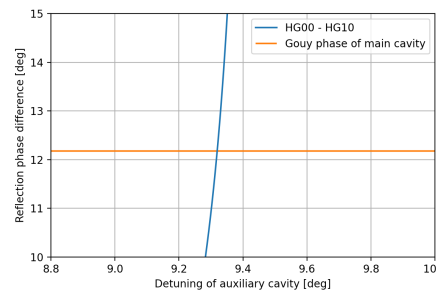


Phase compensation

- I confirm that my simulation setup has lock points of auxiliary cavity for working Coupled WFS



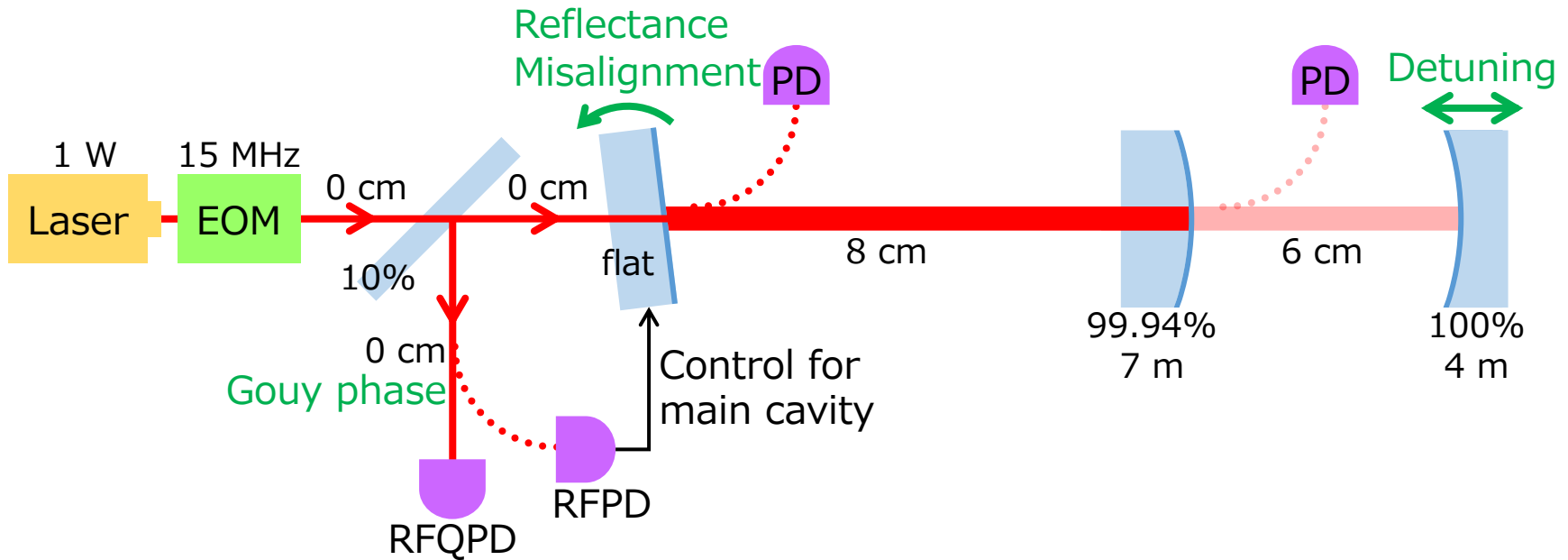
Near HG00 resonance:
detuning 0.15 deg



Near HG10 resonance:
detuning 9.3 deg

- Auxiliary cavity can compensate Gouy phase of main cavity with this setup

Simulation setup of Coupled WFS



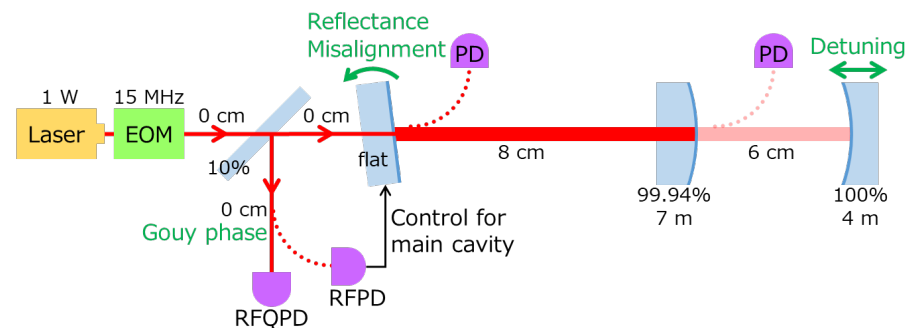
Step to calculate linear range of Coupled WFS

1. Search for lock points of auxiliary cavity by sweeping end mirror
2. Search for best Gouy phase by sweeping it
3. Calculate linear range by increasing misalignment
4. Calculate finesse dependence by changing reflectance

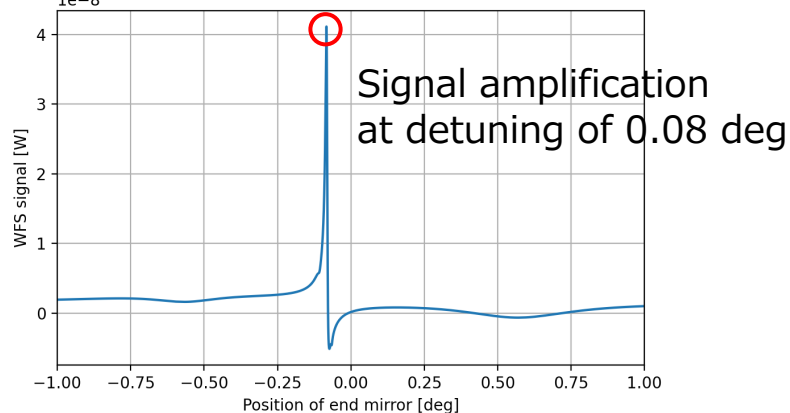
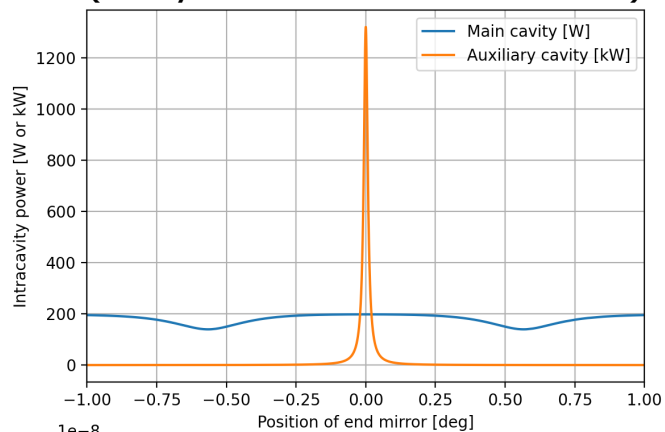
Result of lock points

CoupledWFS_LockPoint_revised.ipynb

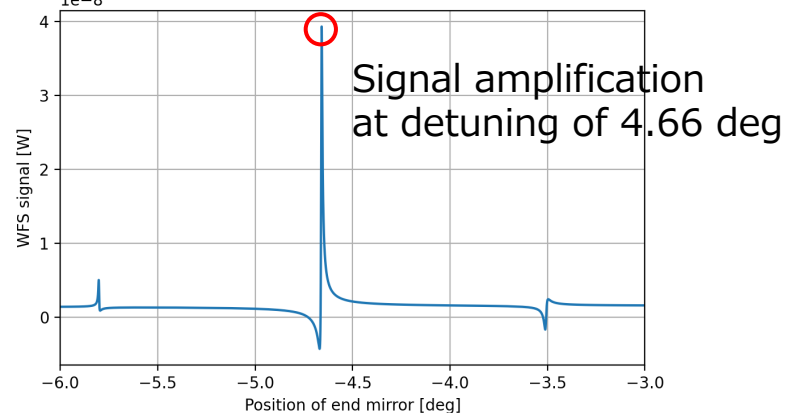
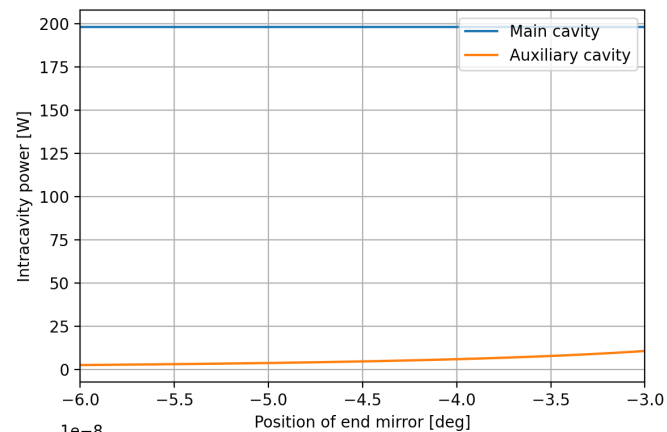
- Result of lock points is consistent for p.16 & p.26



Near HG00 resonance
(Very difficult to simulate!)

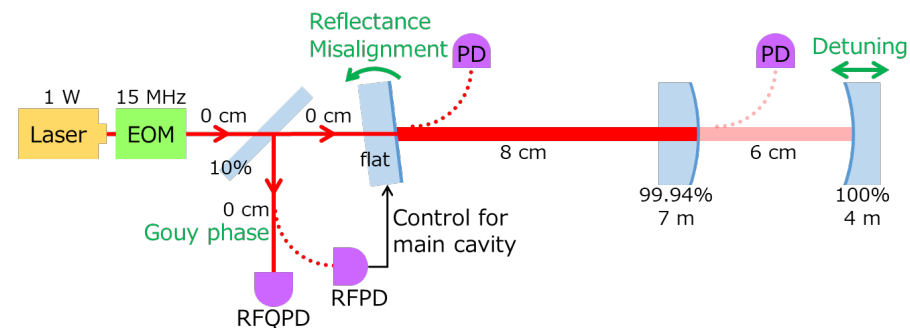
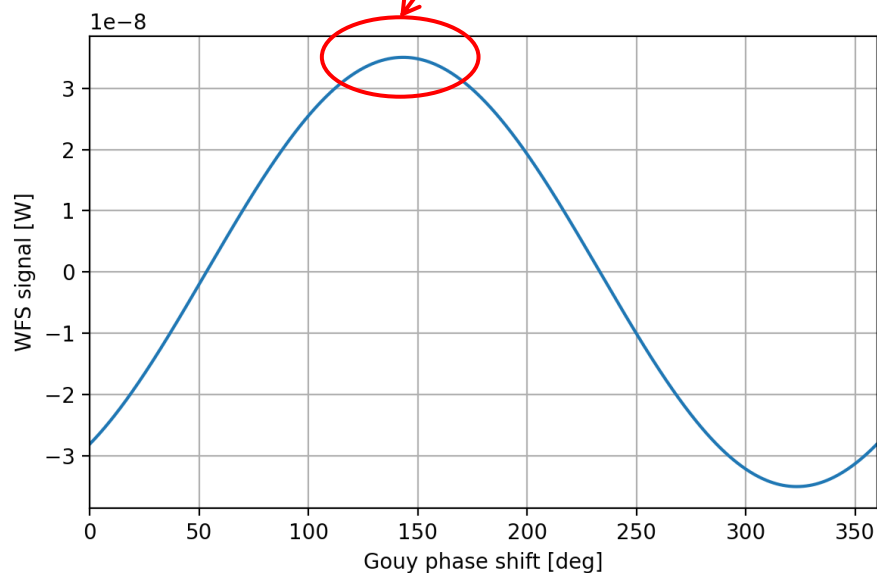


Near HG10 resonance



Result of best Gouy phase

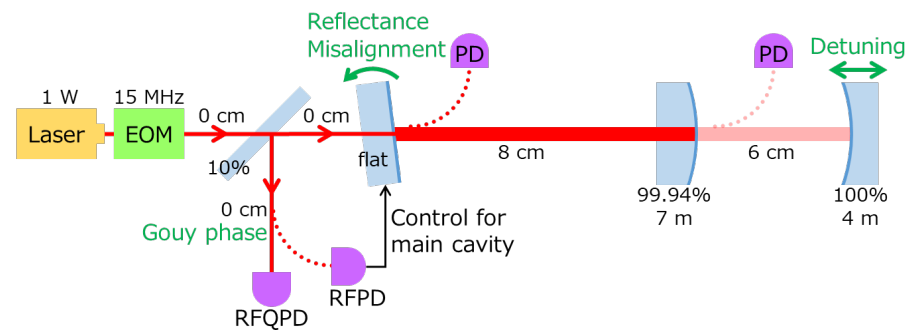
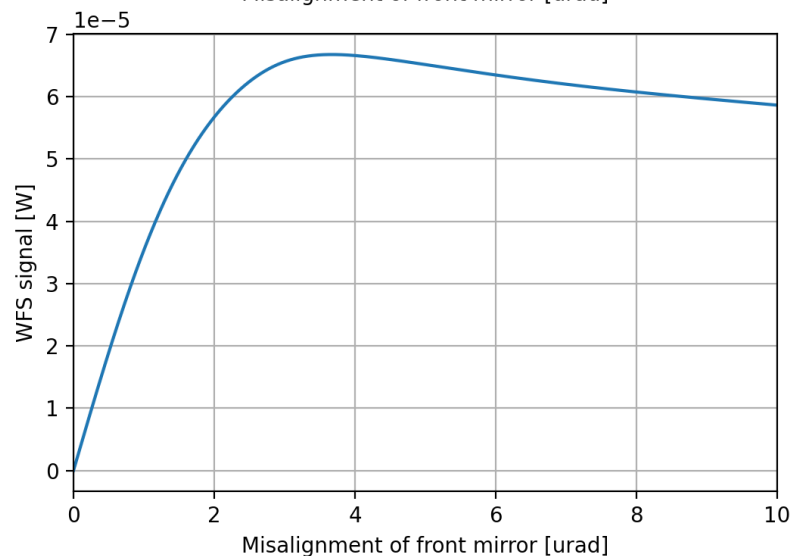
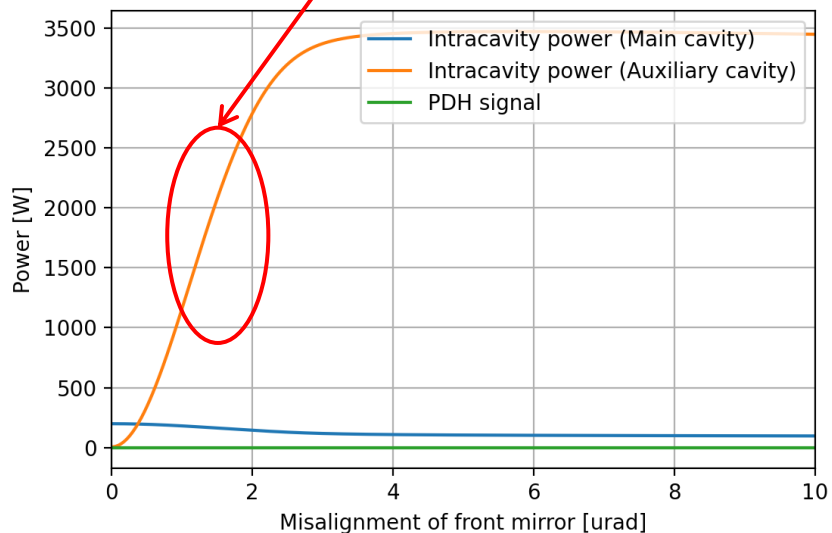
143 deg is best



- Best Gouy phase is different between WFS (96 deg) and Coupled WFS (143 deg)
- But configuration of main cavity is the same. Why?

Result of linear range

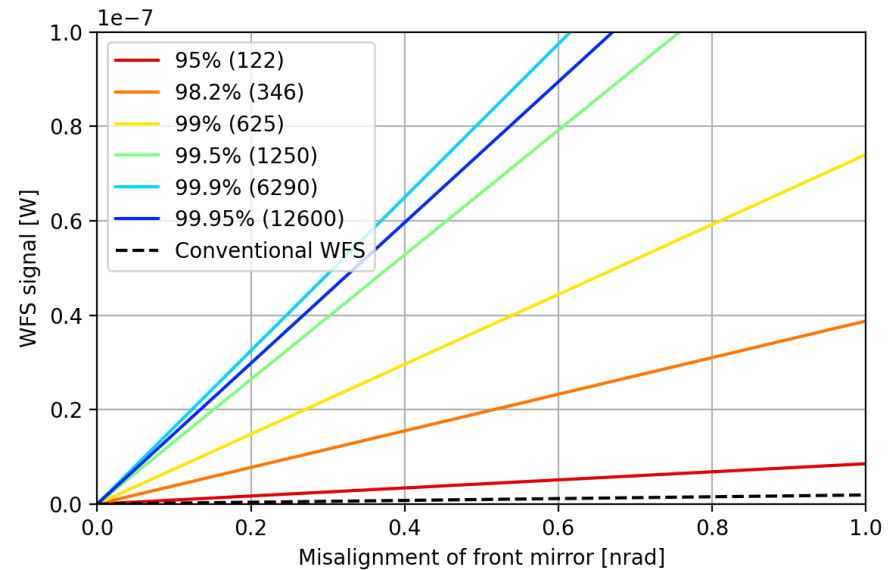
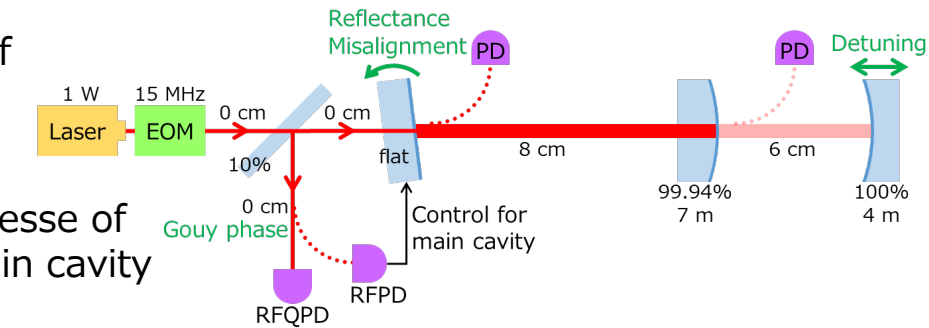
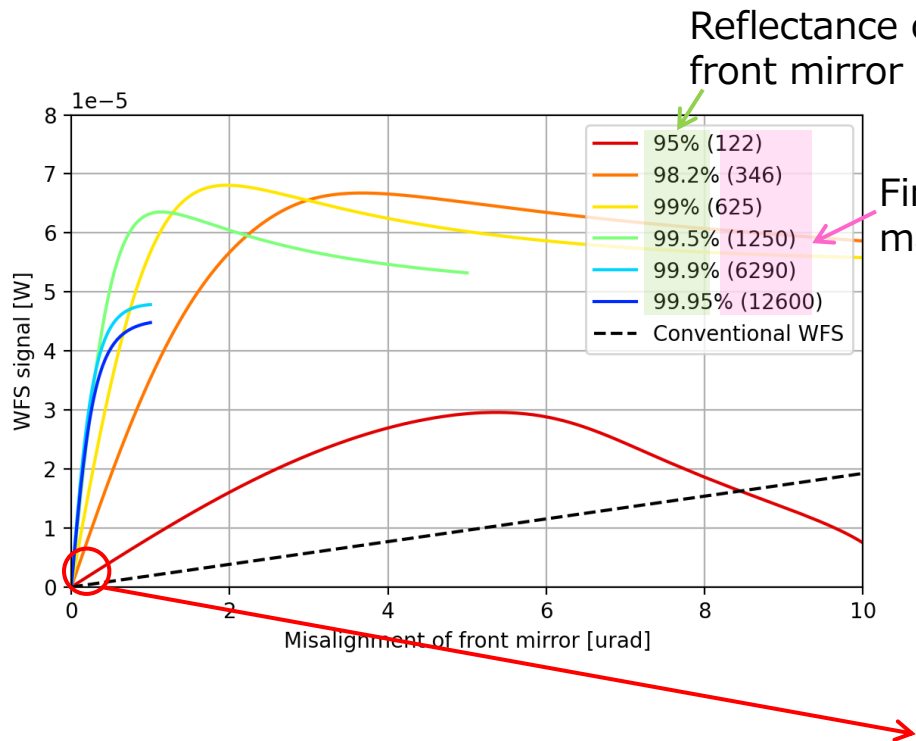
Increasing HG10



- Linear range: ~ 3 urad
- WFS signal: ~ 40 W/rad

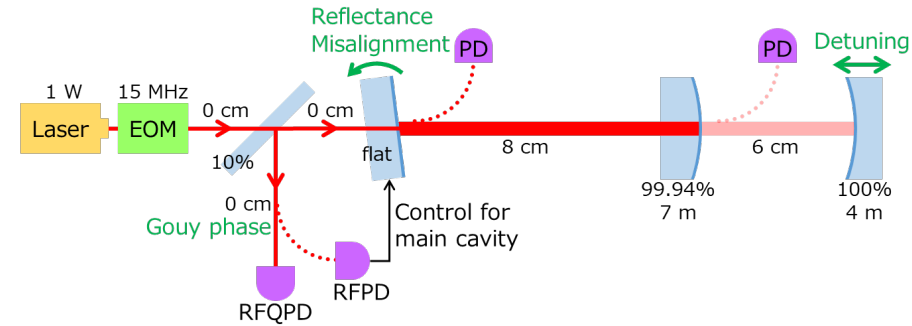
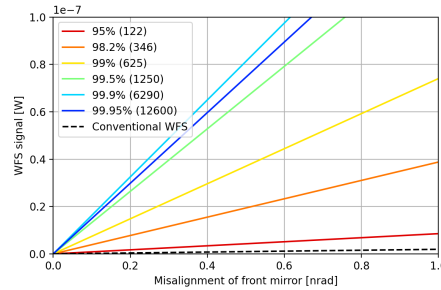
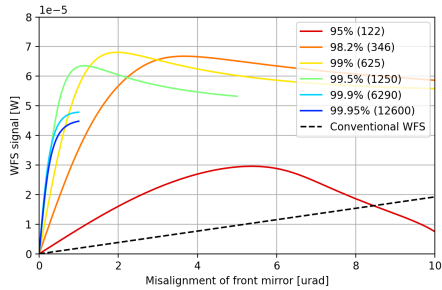
Front mirror: 98.2%

Result of finesse dependence



- As finesse increases, Coupled WFS signal increases and linear range decreases

Summary of Coupled WFS results



	Finesse	WFS signal [W/rad]	Linear range [urad]
WFS	-	2	40
Coupled WFS	122	10	5
	346	40	3
	625	75	1.5
	1250	130	1
	6290	170	0.25
	12600	150	0.25

- Factors for signal amplification and linear range reduction are roughly equal

CoupledWFS_LinearRange.ipynb

- This factor is much smaller than finesse