

修士論文

光リング共振器を用いた 片道光速の異方性探査

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
道村唯太

2012 年 1 月 6 日提出
2012 年 2 月 6 日最終版提出

修士論文の内容要旨

光リング共振器を用いた片道光速の異方性探査

道村唯太

概要

光リング共振器を用いた新しい装置を考案・製作し、片道光速の異方性探査を行い、異方性に対して最も厳しい上限値を与えた。これにより**光子の Lorentz 不変性を世界最高精度で検証**した。

研究背景

Lorentz 不変性は物理学の基本的な対称性であるが、量子重力理論の研究や宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の観測から、わずかに Lorentz 不変性が破れている可能性が示唆されている。特に光子の Lorentz 不変性の破れは光速の異方性に通じ、世界中で光速の異方性探査が行われている。しかし、多くの実験は Michelson-Morley の実験と同じように往復光速の異方性探査になっており、片道光速の異方性への上限値は往復光速に比べて 4 桁大きいものとなっていた。片道光速の異方性とは、一方向に進む光の速さの行きと帰りの差であり、光子の Lorentz 不変性の破れのうち、奇パリティ成分に対応している。

そこで、片道光速の異方性に着目し、異方性探査実験を行った。

特長

考案・製作した異方性探査のための実験装置 (図 1) の特長は以下の 3 点である。

・光リング共振器の光路の一部の屈折率を変える → 片道光速の異方性が測定可能に

これまでの光共振器ではその鏡像反転対称性から、往復光速の異方性しか測定することができなかった。そこで、光リング共振器の光路の一部に媒質を入れることにより**非対称性をもたせ、片道光速の異方性が測定できるようにした**。

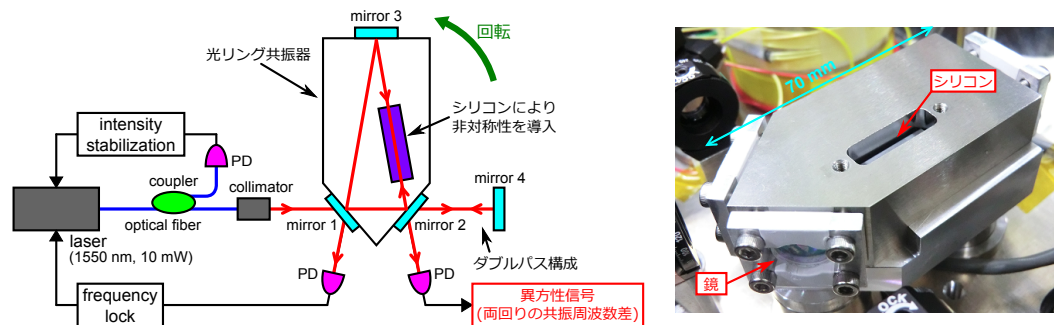


図 1: 左図: 本実験装置の概念図。レーザー光源を出た光はファイバを通じて光リング共振器に反時計回りに入射する。図の mirror 4 で透過光を打ち返し、時計回りに再入射させる。その反射光から、両回りの共振周波数差の信号を得る (ダブルパス構成)。右図: 3 枚の鏡がスペーサに固定され、光リング共振器を形成している。光路の一部にシリコンブロックが入っている。

・光リング共振器の時計回りと反時計回りの共振周波数の差を測定 → 環境変動に強い

片道光速の異方性が存在すると、光リング共振器の時計回りの共振周波数と反時計回りの共振周波数に差が生じる。この共振周波数の差を測定することで異方性探査を行った。時計回りの光と反時計回りの光は光リング共振器内の全く同じ光路を逆に辿るため、共振周波数の差を測定する本手法では、共振器の水平度や温度などといった**環境変動に対し、高い同相雑音除去が効く**。従ってこれまでの異方性探査実験のように、高レベル防振装置や高真空環境が必須ではなく、優れている。

・共振周波数の差をダブルパス構成により測定 → 高精度な null 測定に

兩回りの共振周波数の差をダブルパスという光学系構成 (図 1) により測定することを考案した。兩回りの共振周波数を調べるために 2 つのレーザー光を用いる手法では、共振器内での光の後方散乱を避けるために 2 つのレーザー光の周波数を意図的にずらす必要が生じる。ダブルパス構成では 1 つのレーザー光しか用いないため、その必要がなく、異方性がなければ信号がゼロとなる**高精度な null 測定**となる。

結果と意義

レーザー光の安定化のための入射光学系、光リング共振器、そして異方性探査のための回転機構からなる実験装置を製作した。光リング共振器を回転させることで約 1 万回転分の異方性信号データを取得した。このデータを用いて、Mansouri-Sexl の検証理論の枠組みで解析を行った結果、片道光速の異方性の大きさを表すパラメータに対し、

$$\alpha + \frac{1}{2} = (-2.3 \pm 2.6) \times 10^{-10}$$

という上限値を与えた。これは**これまでの上限値を 2 倍以上更新する最も厳しい上限値**であり、光速のずれ δc に対して $\delta c/c \lesssim 10^{-13}$ の**精度**で光速の等方性を検証したことになる。

光速の異方性は光子の Lorentz 不変性の破れにより生じる。Lorentz 不変性は宇宙の基本的な対称性であると考えられており、我々の宇宙観の基礎となっているため、その検証を行った本実験は極めて重要である。

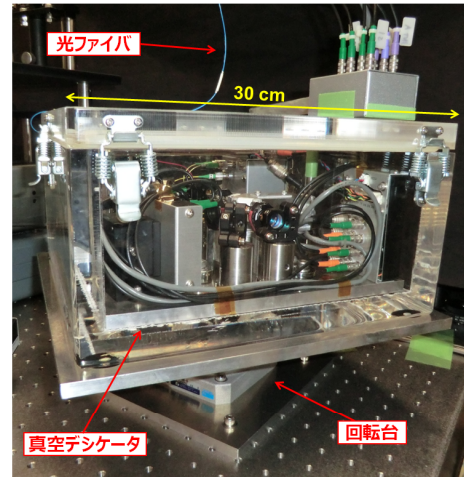


図 2: 光リング共振器を含む光学系は真空デシケータの中に配置され、回転台上に固定されている。

光リング共振器を用いた片道光速の異方性探査

道村唯太

指導教員: 坪野公夫

要旨

光リング共振器の時計回りの共振周波数と反時計回りの共振周波数を比較することで片道光速の異方性探査を行った。通常のリング共振器は片道光速の異方性に感度がないが、我々はリング共振器の光路の一部にシリコンを入れ、屈折率を変えることで異方性に感度を持たせた。共振器に入射するレーザー光の周波数は反時計回りの共振周波数にロックし、共振器の透過光を打ち返して再入射することで時計回りの共振周波数との差を取る。このダブルパス構成により本実験は null 測定になっている。また、この構成では温度などの環境変動に伴う雑音に対し、高い同相雑音除去が効くため、優れた構成になっている。

リング共振器を回転させることにより異方性探査を行い、片道光速の異方性に対し、 $\delta c/c \lesssim 10^{-13}$ の上限値を与えた。特殊相対論の検証理論である Mansouri-Sexl の理論の枠組みで解析を行った結果、 $\alpha + 1/2 = (-2.3 \pm 2.6) \times 10^{-10}$ の上限値を得た。これはこれまでの世界最高精度での測定より 2 倍以上精度がよいものである。

**Search for Anisotropy in the One-Way Speed of Light
Using an Optical Ring Cavity**

by Yuta Michimura

Supervisor: Kimio Tsubono

Abstract

A search for anisotropy in the one-way speed of light was performed by measuring resonant frequency difference between clockwise and counterclockwise modes of an optical ring cavity. Our cavity contains a piece of silicon, which makes our cavity sensitive to the anisotropy. The laser frequency is stabilized using the counterclockwise mode of the cavity, and the transmitted light is reflected back into the cavity for resonant frequency comparison with the clockwise mode. Because of this double-pass configuration, our experiment is a null experiment. Also, this brilliant configuration gives a high common mode rejection of environmental disturbances.

By rotating the apparatus, our result sets an upper limit on anisotropy of the one-way speed of light to a level of $\delta c/c \lesssim 10^{-13}$. Within Mansouri-Sexl test theory, our result implies an isotropy violation parameter $\alpha + 1/2 = (-2.3 \pm 2.6) \times 10^{-10}$, which is more than factor of 2 better than the previous best limit.

Contents

要旨	iv
Abstract	v
図目次	x
表目次	xi
記号・略語一覧	xii
1 はじめに	1
2 特殊相対論の検証	3
2.1 Mansouri-Sexl の検証理論	3
2.1.1 特殊相対論	3
2.1.2 MS 理論の仮定と座標変換	4
2.1.3 MS 理論における光速	5
2.1.4 時計の同期法	7
2.1.5 他の理論との比較	9
2.2 過去の検証実験	11
2.2.1 Michelson-Morley 型実験	12
2.2.2 Kennedy-Thorndike 型実験	14
2.2.3 Ives-Stilwell 型実験	15
2.3 本実験の主題	17
2.4 本章のまとめ	18
3 リング共振器による異方性探索	19
3.1 測定原理	19
3.1.1 原理	19
3.1.2 ダブルパス構成	20
3.1.3 これまでの実験に比べた利点	21
3.2 感度目標	23
3.3 雑音	24
3.3.1 散射雑音	24
3.3.2 レーザー強度雑音	25
3.3.3 レーザー周波数雑音	26
3.3.4 Sagnac 効果に由来する雑音	27
3.3.5 その他の雑音	28

3.4	本章のまとめ	30
4	実験装置	32
4.1	全体の構成	32
4.2	強度安定化系	33
4.2.1	強度安定化系の構成	33
4.2.2	強度安定化の結果	35
4.3	リング共振器	35
4.3.1	リング共振器の設計	35
4.3.2	光学系の構成と配置	37
4.3.3	周波数制御と信号の較正	38
4.3.4	周波数制御の結果と感度	39
4.4	回転機構	41
4.4.1	回転機構の構成	42
4.4.2	回転角速度の制御結果	42
4.4.3	回転と異方性信号取得の流れ	43
4.5	本章のまとめ	44
5	データ解析	46
5.1	解析方法	46
5.1.1	Sun centered celestial equatorial frame	46
5.1.2	異方性信号からの MS パラメータの算出	47
5.1.3	解析プログラムの確認	48
5.1.4	データ選択	50
5.2	解析結果	50
5.3	拡張標準理論における解析結果	51
5.4	本章のまとめ	52
6	結論	53
6.1	本研究の結果	53
6.2	今後の研究	53
A	フィードバック制御	55
A.1	オープンループ伝達関数	55
A.2	制御による雑音	56
A.2.1	in-loop と out-of-loop	56
A.2.2	外乱の見積もり	57
B	偏光解析法	58
B.1	光共振器	58
B.1.1	反射率と透過率	58
B.1.2	フリースペクトラルレンジとフィネス	60
B.2	波長板	61
B.3	偏光解析法の原理	63

B.4	ダブルパス構成での使用	66
B.5	偏光解析法の利点	67
C	レーザー周波数の変調効率測定	68
C.1	非対称 Michelson 干渉計	68
C.2	周波数変調効率の測定	69
D	拡張標準理論における解析	71
D.1	拡張標準理論の電磁気学	71
D.1.1	Maxwell 方程式	71
D.1.2	これまでの上限値	73
D.1.3	座標変換	74
D.1.4	光共振器の共振周波数のずれ	75
D.1.5	光リング共振器への適用	76
D.2	データ解析	79
D.2.1	解析方法	79
D.2.2	解析結果	79
D.2.3	MS パラメータとの関係	80
E	実験装置詳細	82
E.1	光学系構成部品	82
E.2	電気回路	83
E.2.1	光検出器回路	83
E.2.2	制御フィルタ回路	84
E.2.3	その他	85
E.2.4	電気回路の雑音	87
E.3	光学-電気系の全体図	88
E.4	その他の構成要素	89
E.5	実験装置写真	90
	参考文献	93
	謝辞	97

List of Figures

1	本実験装置の概念図	ii
2	回転系の写真	iii
2.1	絶対静止系 Σ と Σ に対して v で動く慣性系 S	5
2.2	Einstein の同期法	7
2.3	slow clock transport 法	7
2.4	Newton 力学における速度合成とエーテルの風	11
2.5	Michelson 干渉計	14
2.6	Brillet-Hall の実験	14
2.7	直交した 2 つの Fabry-Perot 共振器を用いた Michelson-Morley 型実験	14
2.8	リチウムイオンを用いた Ives-Stilwell 実験	16
2.9	時計の位相を比較する実験	16
2.10	Sagnac 干渉計にガラスを入れた Trimmer の実験	17
2.11	本実験の主題	18
3.1	光路の一部に媒質が入ったリング共振器	20
3.2	リング共振器の両側からレーザー光を入射する場合の光学系構成	21
3.3	ダブルパスを利用した本実験の光学系構成	21
4.1	実験装置全体の構成	32
4.2	強度安定化系の構成	33
4.3	AOM ドライバに加える電圧と AOM 透過率の関係	34
4.4	強度安定化のオープンループ伝達関数	34
4.5	強度安定化前後の相対強度雑音	35
4.6	リング共振器の形状	36
4.7	異方性信号取得光学系の構成	37
4.8	各光学素子間の距離とビーム半径の変化	38
4.9	周波数制御のオープンループ伝達関数	39
4.10	周波数制御前後の相対周波数雑音と異方性信号の雑音スペクトル	40
4.11	異方性信号への各種雑音の寄与	41
4.12	回転機構とデータ取得系の構成	42
4.13	回転角速度変動のスペクトル	43
4.14	異方性信号、回転角速度信号、原点通過信号の生データ	44
5.1	SCCEF と実験室系	47
5.2	異方性があった場合の直交位相振幅	49
5.3	異方性があった場合のデータ解析結果	49

5.4	得られた異方性信号の直交位相振幅	51
5.5	得られた異方性信号のデータ解析結果	51
A.1	フィードバック制御の原理を示すブロック線図	56
A.2	雑音の混入、評価用信号取得系を含めた場合のブロック線図	56
B.1	3枚の鏡から成る光共振器	58
B.2	光共振器の反射率の絶対値と位相	60
B.3	レーザー周波数の変化に対する光共振器の透過光強度	61
B.4	波長板による偏光状態の変換	62
B.5	偏光解析法の光学系構成 (シングルパスの場合)	63
B.6	共振器の透過光強度と偏光解析法によるエラー信号	66
B.7	偏光解析法の光学系構成 (ダブルパスの場合)	66
C.1	Michelson 干渉計	69
C.2	レーザー周波数の変調効率測定に用いた構成	69
D.1	実験室系におかれたリング共振器	77
E.1	周波数制御用、異方性信号取得用 PD	83
E.2	強度安定化用 PD	83
E.3	強度安定化用フィルタ	84
E.4	周波数制御用フィルタ	84
E.5	可変ゲイン差動回路	85
E.6	オフセット回路	85
E.7	モータードライバ用電源回路	86
E.8	フォトインタラプタ回路	86
E.9	強度安定化用 PD の雑音	87
E.10	周波数制御用、異方性信号取得用 PD の雑音	87
E.11	フィルタ回路の雑音	87
E.12	オフセット回路の雑音	87
E.13	光学-電気系の全体図	88
E.14	実験装置全体	90
E.15	真空デシケータ内光学系	90
E.16	スパーサーとリング共振器	91
E.17	シリコンブロック	91
E.18	回転台	91
E.19	モータードライバ	92

List of Tables

2.1	各理論と MS パラメータの対応関係	11
2.2	MS パラメータのこれまでの上限値	12
3.1	先行実験と本実験の比較	22
3.2	雑音計算に用いた実験装置パラメータ	24
3.3	各種雑音とその対策	31
4.1	リング共振器のパラメータ	36
4.2	本実験装置の雑音性能	45
D.1	光子の Lorentz 不変性の破れを表す SME パラメータ	73
D.2	異方性信号の各周波数成分とその振幅	79
D.3	これまでの共振器実験による SME パラメータの測定値との比較	80
D.4	本実験と F. Baynes <i>et al.</i> [26] の共振器パラメータ比較	81
E.1	本実験で使用した光学素子	82
E.2	本実験で使用した光学機械部品	83
E.3	本実験で使用したファイバ部品	83
E.4	本実験で使用したその他の構成要素	89

Glossary

記号

i	虚数単位 $i = \sqrt{-1}$
c	光速 $c = 299792458$ m/s
c_0	絶対静止系における光速 (特に強調しない限り $c_0 = 1$ を用いる)
ϵ_0	(絶対静止系における) 真空中の誘電率
μ_0	(絶対静止系における) 真空中の透磁率
h	プランク定数 $h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js
e	電荷素量 $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C
v	絶対静止系に対する実験室系の速さ $v = \boldsymbol{v} $
γ	$= 1/\sqrt{1-v^2}$
λ	レーザー光の波長
ν	レーザー光の周波数 [Hz] ($\nu = c/\lambda$)
ω	レーザー光の角周波数 [rad/sec] ($\omega = 2\pi\nu$)
ω_{rot}	光共振器の回転角周波数 [rad/sec] ($\omega = 2\pi f_{\text{rot}}$)
$\omega_{\oplus}$	地球の自転角周波数 $\omega_{\oplus} = 7.29 \times 10^{-5}$ rad/sec
$\Omega_{\oplus}$	地球の公転角周波数 $\Omega_{\oplus} = 1.99 \times 10^{-7}$ rad/sec
$T_{\oplus}$	2000 年の春分 (3 月 20 日 16:30(JST)) を $T_{\oplus} = 0$ とする時間
T_{rot}	1 回転の周期 ($T_{\text{rot}} = 2\pi/\omega_{\text{rot}}$)
χ	実験室の余緯度 (本実験室では $\chi = 54.3^\circ$)
η	地球の赤道傾斜角 $\eta = 23.4^\circ$
$\mathcal{F}$	フィネス
n	屈折率
m	自然数

略語

AOM	acousto-optic modulator (音響光学素子)
AR	anti-reflective, anti-reflection
BS	beam splitter
CMB	cosmic microwave background (宇宙マイクロ波背景放射)
CMRR	common mode rejection ratio (同相雑音除去比)
DFB	distributed feedback (分布帰還型 (レーザー))
FP	Fabry-Perot (共振器)
FSR	free spectral range
FWHM	full width at half maximum (半値全幅)
HR	high-reflection
HWP	half-wave plate ($1/2$ 波長板、 $\lambda/2$ 板)
LPF	low-pass filter
MS	Mansouri-Sexl (特殊相対論の検証理論)
PBS	polarizing beam splitter
PD	photo detector, photo diode (光検出器)
PDH	Pound-Drever-Hall
PI	photo interrupter
PM	polarization maintaining (偏波保持 (ファイバ))
PZT	lead zirconate titanate, $\text{Pb}(\text{Zr}_x, \text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ (ピエゾ素子)
QWP	quarter-wave plate ($1/4$ 波長板、 $\lambda/4$ 板)
SCCEF	Sun centered celestial equatorial frame
SG	signal generator (信号発生器)
SM	single mode (単一モード (ファイバ))
SME	Standard Model Extension (拡張標準理論)
SR	Special Relativity (特殊相対性理論)
UGF	unity gain frequency

Chapter 1

はじめに

Einstein は光速不変の原理と特殊相対性原理の 2 つの原理から出発し、電磁気学の Maxwell 方程式を不変に保つ Lorentz 変換が時空の座標変換であるということを導いた [1]。この特殊相対論は Lorentz 不変性が Maxwell 方程式だけでなく、他の物理法則にも成り立つ宇宙の基本的な対称性であることを最初に提唱した理論であると言える。Einstein による特殊相対論の発表から 100 年以上が経ち、あらゆる方法でその検証が行われてきたが、どの検証でも特殊相対論からのずれは見つかっておらず、非常に高い精度でその正しさが確認されている [2]。その結果、特殊相対論は素粒子の標準理論や一般相対論といった基本相互作用を記述する全ての理論の根底となっている。

一方で、弦理論やループ量子重力理論といった重力と他の相互作用を統一的に理解しようとする理論的な試みによって、あるエネルギースケールでは Lorentz 不変性が破れている可能性が示唆されている [3, 4]。また、宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の異方性探査から、観測された CMB の異方性の双極子成分がゼロとなる CMB 静止系が存在することがわかった [36]。もし CMB 静止系が特殊相対論が否定する絶対静止系だとしたら、我々の宇宙観は根底から覆されることになる。

Lorentz 不変性の破れがどの程度のスケールで観測できるかという定量的な予言は未だあまりなされていない。したがって、我々はこれまで以上に高い精度で特殊相対論の検証を行う必要がある。Lorentz 不変性の破れが見つかれば、当然新しい理論に繋がるし、Lorentz 不変性の破れが実験の精度の範囲内で見つからなくても、よりその精度を高めることで新たな理論へ制限をつけることができる。

本実験では光リング共振器を用いて、特殊相対論の検証の中でも特に、光速不変の原理の 1 つの重要な要素である片道光速の等方性を検証する。片道光速とは一方向に進む光の速さであり、Michelson-Morley の実験で用いたような干渉計や通常の光共振器ではその等方性は検証することができない。それは通常の干渉計や共振器は必ず光の往復を用いるため、往復光速の異方性しか検証できないからである。

我々は光リング共振器の光路の一部に媒質を入れることにより、片道光速の異方性に感度を持たせる。もし片道光速に異方性があれば、リング共振器の反時計回りと時計回りで共振周波数がずれることになる。そこで反時計回りと時計回りの共振周波数をダブルパスと呼ばれる構成を利用して比較する。この構成を用いると、片道光速の異方性を null 測定することができ、高精度になることが期待できる。また、温度変動や共振器の傾きによって共振器長が変化しても、反時計回りと時計回りの共振周波数は同相で変化する。したがって、反時計回りと時計回りの共振周波数を比較するのは同相雑音除去の観点からしても非常に優れた構成になっている。

本論文ではまず第 2 章で特殊相対論の検証理論として Mansouri-Sexl の理論を紹介し、過去に行われた検証実験を概観する。

第 3 章では光リング共振器を用いて片道光速の異方性が測定できる原理を示す。また、現在与えられている上限値を更新するために必要な感度目標と雑音について述べる。

第 4 章では製作した実験装置全体の構成と各構成要素について詳しく述べ、目標感度を達成できる装置になっていることを示す。

第 5 章では異方性探査により取得したデータから片道光速の異方性パラメータを決定する方法と実際の解析結果について述べる。

そして第 6 章で全体の結論と今後の研究について述べる。

フィードバック制御の原理や光共振器の仕組みなど、本論文を読む際に必要となる知識はできる限り補遺にまとめた。また、本文では Mansouri-Sexl の理論の枠組みで話を進めるが、拡張標準理論の枠組みでもデータ解析を行ったので補遺 D にまとめた。

Chapter 2

特殊相対論の検証

特殊相対論を検証する実験の精度を比較するには、特殊相対論からのずれを表すいくつかのパラメータを導入し、そのパラメータへの上限值をもって行うのが便利である。パラメータの導入の仕方は何を前提とするかによって変わってくるが、ここでは Mansouri と Sexl が提案した検証理論 [5, 6, 7] (以下、MS 理論) を紹介する。そして MS 理論の枠組みで過去の検証実験を評価し、本実験の主題を示す。

2.1 Mansouri-Sexl の検証理論

MS 理論は特殊相対論における座標変換である Lorentz 変換からのずれをパラメータ化した検証理論である。ここでは MS 理論の仮定条件と座標変換を示し、MS 理論における光速の表式を導出する。また、他の理論と比較することで MS 理論の有用性をみる。MS 理論は他の座標変換理論に比べて前提条件が少なく、最も広く用いられている検証理論となっている。

2.1.1 特殊相対論

特殊相対論の検証について考える前に、まずは簡単に特殊相対論についておさらいしておこう。特殊相対論は以下の 2 つの重要な原理を元にして構築されている。すなわち

- **光速不変の原理** 光速は伝播方向や光源の速度によらず一定である
- **特殊相対性原理** 全ての物理法則はどの慣性系においても同じ形で成立する

の 2 つである。これらの原理を仮定すると、ある慣性系 S から別の慣性系 S' への座標変換は Newton 力学で考えられていたような Galilei 変換ではなく、Lorentz 変換で表されることになる。Lorentz 変換は電磁気学の Maxwell 方程式を不変に保つ座標変換であり、特殊相対論はこの Lorentz 不変性が Maxwell 方程式だけではなく、他の物理法則にも成り立つとした理論であると言える。

さて、ある慣性系 $S'(t', x', y', z')$ が別の慣性系 $S(t, x, y, z)$ に対して x 軸方向に速さ v で動き、 x 軸と x' 軸が平行だとすると Lorentz 変換は

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -v\gamma & 0 & 0 \\ -v\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

のように書くことができる。ここで $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$ である。S 系で光速不変が成り立ち、 $c = 1$ で定数であったとすると、Lorentz 変換された S' 系でも光速不変が成り立つことは以下のように確認することができる。

S' 系で xy 平面内を x 軸から角度 θ の方向に光が進んでいるとすると、S' 系での光速を c' として

$$x' = c't' \cos \theta \quad (2.2a)$$

$$y' = c't' \sin \theta \quad (2.2b)$$

$$z' = 0 \quad (2.2c)$$

である。これを式 (2.1) に代入して (t, x, y, z) について解き、S 系での光の伝播を表す式

$$-t^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 0 \quad (2.3)$$

に代入すると

$$-(\gamma t' + v\gamma c't' \cos \theta)^2 + (\gamma t' + v\gamma c't' \cos \theta)^2 + (c't' \sin \theta)^2 = 0$$

となる。これを整理すると

$$c' = 1 \quad (2.4)$$

が得られ、S' 系でも光速は伝播方向 θ や光源の速度 v に依存しないことがわかるのである。

このように特殊相対論では光速はどの慣性系でも、伝播方向や光源の速度によらず一定となる。検証理論ではこの前提を仮定せずに座標変換を考えることにより、特殊相対論からのずれを評価する指標を作る。

2.1.2 MS 理論の仮定と座標変換

MS 理論では以下の仮定から出発する。

- **仮定 1** 宇宙には絶対静止系 $\Sigma(T, X, Y, Z)$ が存在し、 Σ 系では光速不変が成り立つ
- **仮定 2** Σ 系には特別な方向 (preferred direction) は存在しない

Σ 系に対して一定の速度で動く慣性系 S を考えると、両者の間の座標変換は最も一般的な線形変換の形で

$$t = aT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \quad (2.5a)$$

$$x = b_1 T + bX + b_2 Y + b_3 Z \quad (2.5b)$$

$$y = d_1 T + d_2 X + dY + d_3 Z \quad (2.5c)$$

$$z = e_1 T + e_2 X + e_3 Y + eZ \quad (2.5d)$$

と書けるはずである。ここで ϵ は時計の同期法を選択することによって決まるパラメータであり、2.1.4 節で詳しく述べる。

図 2.1 のように、S 系は Σ 系に対して X 軸方向に速さ v で動くとする。x 軸は X 軸上を動き、xy 平面と XY 平面は常に平行であるとする。これらのうち多くは 0 となり、

$$t = aT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \quad (2.6a)$$

$$x = b(X - vT) + b_2 Y + b_3 Z \quad (2.6b)$$

$$y = dY + d_3 Z \quad (2.6c)$$

$$z = eZ \quad (2.6d)$$

となる。さらに仮定 2 を用いると

$$t = aT + \epsilon x + \epsilon_2 y + \epsilon_3 z \quad (2.7a)$$

$$x = b(X - vT) \quad (2.7b)$$

$$y = dY \quad (2.7c)$$

$$z = dZ \quad (2.7d)$$

となる。時計を同期する際も特別な方向を導入しないので $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ とすると、上式は下記のように行列表現することができる。

$$\begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - \epsilon bv & \epsilon b & 0 & 0 \\ -vb & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

これが MS 理論における座標変換である。

特殊相対論における座標変換である式 (2.1) と比較することにより、ここで導入した 4 つのパラメータ ϵ 、 a 、 b 、 d の意味と特殊相対論 (SR) での値は下記のようにまとめられる。

- ϵ : 時計の同期法 (SR では $\epsilon = -v$)
- a : 時間の進み方の変化 (SR では $a = \gamma^{-1}$)
- b : v 方向の長さの変化 (SR では $b = \gamma$)
- d : v と垂直方向の長さの変化 (SR では $d = 1$)

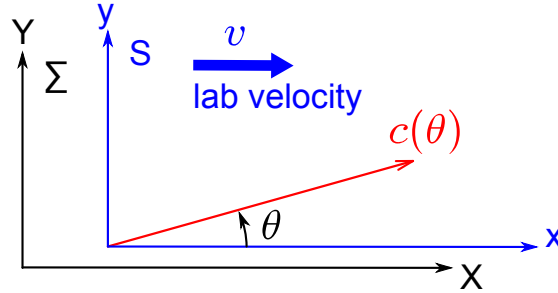


図 2.1: 絶対静止系 Σ と Σ に対して v で動く慣性系 S

2.1.3 MS 理論における光速

前節の仮定 1 により、 Σ 系では光速不変の原理が成立し、 $c_0 = 1$ となる。 S 系では光速はどのように表されるかは 2.1.1 節で考えたように、

$$x = c(\theta)t \cos \theta \quad (2.9a)$$

$$y = c(\theta)t \sin \theta \quad (2.9b)$$

$$z = 0 \quad (2.9c)$$

を式 (2.1) に代入して (T, X, Y, Z) について解き、 $-T^2 + X^2 + Y^2 + Z^2 = 0$ に代入すればよい。実際に計算を行うと S 系での光速は

$$c(\theta) = \frac{\epsilon b(1-v^2) \cos \theta + av \cos \theta - a \sqrt{\cos^2 \theta + b^2 d^{-2}(1-v^2) \sin^2 \theta}}{[\epsilon^2 b(1-v^2) - a^2 b^{-1} + 2\epsilon av] \cos^2 \theta - a^2 b d^{-2} \sin^2 \theta} \quad (2.10)$$

となって伝播方向 θ や光源の速度 v に依存した形になり、S 系では光速不変の原理は成り立たないことがわかる。

ここで MS 理論で導入した 4 つのパラメータを v で展開することを考える。このとき前節の仮定 2 より a 、 b 、 d は v の向きによらない形になっているべきであり、逆に ϵ は v の奇関数であるべきである。また、MS 理論での座標変換を表す式 (2.8) は $v = 0$ で $(T, X, Y, Z) = (t, x, y, z)$ になるはずであるから

$$\epsilon(v) = \epsilon v(1 - \epsilon_2 v^2 + \dots) \quad (2.11a)$$

$$a(v) = 1 + \alpha v^2 + \alpha_2 v^4 + \dots \quad (2.11b)$$

$$b(v) = 1 + \beta v^2 + \beta_2 v^4 + \dots \quad (2.11c)$$

$$d(v) = 1 + \delta v^2 + \delta_2 v^4 + \dots \quad (2.11d)$$

と展開できる [8]。これを式 (2.10) に代入して整理すると

$$c(\theta) = 1 - (\epsilon + 1)v \cos \theta - \left(\beta - \delta + \frac{1}{2} \right) v^2 \sin^2 \theta - (\alpha - \beta + 1)v^2 + \mathcal{O}(v^3) \quad (2.12)$$

となる。

式 (2.12) の各項の θ や v への依存性から、各項は

$$\begin{aligned} \epsilon + 1 &: \text{片道光速の異方性 } c(\theta) \neq c(\theta + \pi) \\ \beta - \delta + \frac{1}{2} &: \text{往復光速の異方性 } c(\theta) = c(\theta + \pi), c(\theta) \neq c(\theta + \pi/2) \\ \alpha - \beta + 1 &: \text{光速の光源速度への依存性 } c(v) \neq c(v') \end{aligned}$$

を意味していることがわかる。片道光速の異方性とは行きと帰りの光速に差があることであり、往復光速の異方性は直交する 2 方向を往復する光速に差があることである。片道光速の等方性と往復光速の等方性、光速の光源速度への非依存性は光速不変性の 3 つの要素であり、特殊相対論では上の 3 つのパラメータの組み合わせは全て 0 となる。すなわちこれら 3 つを測定することで、特殊相対論を検証することができる。

なお、特殊相対論では $c(\theta) = 1$ となることは、特殊相対論では

$$\epsilon = -v \quad (2.13a)$$

$$a = \gamma^{-1} = \sqrt{1-v^2} = 1 - \frac{1}{2}v^2 + \dots \quad (2.13b)$$

$$b = \gamma = 1/\sqrt{1-v^2} = 1 + \frac{1}{2}v^2 + \dots \quad (2.13c)$$

$$d = 1 \quad (2.13d)$$

であったから、式 (2.11) と比較することにより、特殊相対論では

$$\epsilon = -1, \quad \alpha = -\frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{1}{2}, \quad \delta = 0 \quad (2.14)$$

となることから確認できる。

2.1.4 時計の同期法

Newton 力学ではどの地点においても時間は常に等しく進むものであり、異なる 2 地点間の時刻を合わせるのは単なる技術的な問題であったが、特殊相対論ではそうとはならず、何らかの方法で時刻を合わせる必要がある。この時計の同期法として Einstein が採用した方法は 2 地点間に光を往復させるというものであった。しかし、この同期法では往路と復路で光速が等しいということを前提としてしまっている。そこで Mansouri と Sexl は特殊相対論のより一般的な検証理論を構築するために、そのような仮定をしない slow clock transport 法を採用した。ここでは 2 つの同期法において ϵ がどう表されるかを示す。

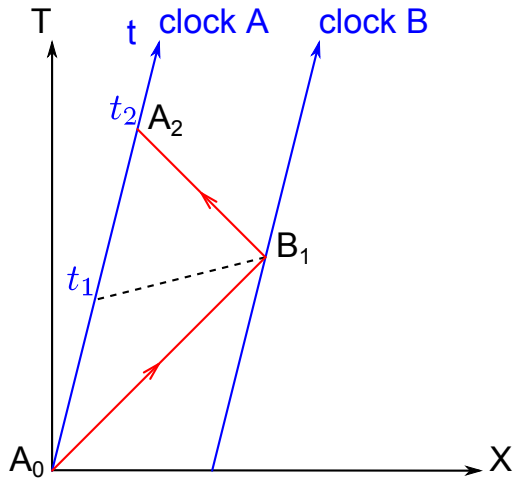


図 2.2: Einstein の同期法

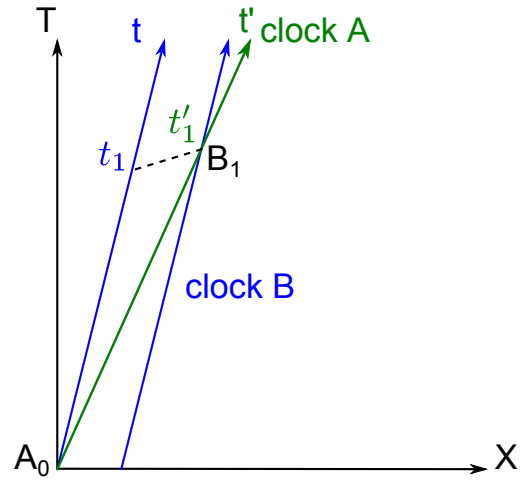


図 2.3: slow clock transport 法

Einstein の同期法

Einstein の同期法では S 系における 2 地点 A と B の時計を同期させるのに、 AB 間で光を往復させる。 A から光が出た時の S 系における座標を $A_0(0, 0, 0, 0)$ 、 B に到達した点を $B_1(t_1, x_1, 0, 0)$ 、 A に光が戻ってきた点を $A_2(t_2, 0, 0, 0)$ とすると、式 (2.7) より

$$t_1 = aT_1 + \epsilon x_1 \quad (2.15a)$$

$$x_1 = b(X_1 - vT_1) \quad (2.15b)$$

$$t_2 = aT_2 + \epsilon x_2 = aT_2 \quad (2.15c)$$

$$x_2 = b(X_2 - vT_2) = 0 \quad (2.15d)$$

が成り立つ。ここで T_i や X_i は Σ 系における B_1 、 A_2 の座標であり、 Σ 系では光速不変性が成り立つことから

$$X_1 = X_2 \quad (2.16a)$$

$$-(X_2 - X_1) = T_2 - T_1 \quad (2.16b)$$

が成り立つ。

ここで Einstein の同期法では

- **仮定** S 系のある 2 地点間を光が往復する時、往路と復路の所要時間は等しい

とし、A に光が戻ってきた時刻 t_2 を用いて

$$t_1 = \frac{t_2}{2} \quad (2.17)$$

とすることにより時計の同期を行う。

したがって、式 (2.17) に式 (2.15) と式 (2.16) を代入することにより、Einstein の同期法での ϵ

$$\epsilon \equiv \epsilon_E = \frac{-av}{b(1-v^2)} \quad (2.18)$$

が得られる。展開式 (2.11) を用いると

$$\epsilon_E = -1 \quad (2.19)$$

となって特殊相対論と一致する。

式 (2.12) に代入すると、Einstein の同期法を使った場合の S 系での光速は

$$c(\theta) = 1 - \left(\beta - \delta + \frac{1}{2} \right) v^2 \sin^2 \theta - (\alpha - \beta + 1) v^2 \quad (2.20)$$

となることがわかる。この式では片道光速の異方性を表す項はなくなっており、 $c(\theta) = c(\theta + \pi)$ である。これはもちろん、往路と復路の光速は等しいという仮定が入っているためである。

slow clock transport 法

slow clock transport 法では A 地点から B 地点へ時計を移動させることにより時計の同期を行う。時計を移動させる速さを u としたとき、 u が光速に比べて十分遅ければ移動に伴って生じる時間の遅れが十分小さいと考えられるため、時計の同期を行うことができる¹。

S 系で A 地点から x 軸に沿って時計を B 地点に移動させるとすると、出発した点を $A_0(0, 0, 0, 0)$ 、到着した点を $B_1(t_1, x_1, 0, 0)$ として

$$x_1 = ut_1 \quad (2.21)$$

が成り立つ。式 (2.7) より

$$t_1 = a(v)T_1 + \epsilon(v)x_1 \quad (2.22a)$$

$$x_1 = b(v)(X_1 - vT_1) \quad (2.22b)$$

が成り立つのでこれを式 (2.21) に代入することにより

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{ua(v) + (1 - \epsilon u)b(v)v}{(1 - \epsilon u)b(v)} T_1 \\ &= \left(v + \frac{a(v)}{b(v)}u \right) T_1 + \mathcal{O}(u^2) \end{aligned} \quad (2.23)$$

となる。よって Σ 系における時計の速さは

$$w \equiv v + \frac{a(v)}{b(v)}u \quad (2.24)$$

¹slow clock transport 法には問題があると主張する者もいる (例えば [9, 10])。片道光速は slow clock transport 法を採用しないと測定できないが、時計の同期法によって観測できるものが変わってしまうのはおかしいと主張している。彼らの主張では、片道光速の異方性があるような空間では時計を十分ゆっくりと移動させたとしても、時間の遅れが蓄積されるはずだとする。しかし後述するように、観測結果が時計の同期法によらないのは特殊相対論が成立している場合であり、その検証を考えている際にこうした議論をするのは妥当ではない。

である。

したがって、時計の静止系 S' を考えると式 (2.7) より

$$t'_1 = a(w)T_1 \quad (2.25)$$

となる。slow clock transport 法では $u \ll 1$ とすることにより $t' = t$ とするので、式 (2.25) を式 (2.22) に代入することにより

$$\begin{aligned} \epsilon \equiv \epsilon_T &= \frac{a(w) - a(v)}{b(v)(w - v)} \\ &= \frac{1}{b} \frac{da}{dv} \end{aligned} \quad (2.26)$$

が得られる。ここで式 (2.24) より $w - v \ll 1$ を用いた。

展開式 (2.11) を用いると

$$\epsilon_T = 2\alpha \quad (2.27)$$

となる。式 (2.12) に代入すると、slow clock transport 法を使った場合の S 系での光速は

$$c(\theta) = 1 - (2\alpha + 1)v \cos \theta - \left(\beta - \delta + \frac{1}{2} \right) v^2 \sin^2 \theta - (\alpha - \beta + 1)v^2 \quad (2.28)$$

となることがわかる。この式では片道光速の異方性を表す項が残っており、Einstein の同期法に比べてより一般的な、特殊相対論を検証するための表式になっている。以降ではこの表式を用いて議論を行う。

2 つの同期法の一致

Einstein の同期法と slow clock transport 法が一致するのは $\epsilon_E = \epsilon_T$ が成り立つ場合である。これが成り立つのは式 (2.18) と式 (2.26) を等式で結ぶことにより

$$a = \sqrt{1 - v^2} \quad (2.29)$$

が成り立つ場合のみであることがわかる。すなわち、Einstein の同期法と slow clock transport 法が一致するのは時間の遅れが特殊相対論と一致する場合のみである。

2.1.5 他の理論との比較

ここでは MS 理論の有用性をみるために、ほぼ同じ仮定から構築されている Robertson の検証理論 [11] と比較し、MS 理論が Robertson の理論を含んだより一般的な検証理論になっていることを示す。また、特殊相対論が登場する以前の Newton 力学は MS 理論の枠組みの中でどう表されるかについても述べることにする。

Robertson の検証理論

Robertson の検証理論では、MS 理論と同じ仮定をおいた上で、 S 系における計量を

$$ds^2 = -g_0^2 dt^2 + g_1^2 dx^2 + g_2^2 (dy^2 + dz^2) \quad (2.30)$$

とおくところから出発する。特殊相対論では $g_0 = g_1 = g_2 = 1$ である。

この計量を用いると Σ 系から S 系への座標変換は

$$\begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma/g_0 & -v\gamma/g_0 & 0 & 0 \\ -v\gamma/g_1 & \gamma/g_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/g_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/g_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

となり [11]、式 (2.8) と比較することにより、Robertson の計量と MS 理論のパラメータの対応関係は

$$\epsilon = \frac{-vg_1}{g_0}, \quad a = \frac{1}{\gamma g_0}, \quad b = \frac{\gamma}{g_1}, \quad d = \frac{1}{g_2} \quad (2.32)$$

となることがわかる。ここで時計の同期法に関するパラメータ ϵ を a 、 b を用いて表すと

$$\epsilon = \frac{-vg_1}{g_0} = \frac{-v\gamma/b}{1/(\gamma a)} = \frac{-av}{b(1-v^2)} \quad (2.33)$$

となり、式 (2.18) で見たように Einstein の同期法を用いた場合の ϵ_E と一致する。つまり、Robertson の理論は MS 理論に Einstein の同期法を用いた場合と等価である。これは計量を式 (2.30) のようにおいた時点で

- **仮定** S 系のある 2 地点間を光が往復する時、往路と復路の所要時間は等しい

が暗黙裡に入ってしまったためである。

2.1.1 節で行ったのと同じように $ds^2 = 0$ とおくことで S 系における光速を求めると

$$c(\theta) = \frac{g_0}{\sqrt{g_1^2 \cos^2 \theta + g_2^2 \sin^2 \theta}} \quad (2.34)$$

という表式になる。 $c(\theta) = c(\theta + \pi)$ の仮定が入ってしまったため、片道光速の異方性を議論できる検証理論にはなっていない。

Newton 力学

特殊相対論以前は異なる慣性系間の座標変換は Galilei 変換で表されると考えられていた。Galilei 変換は式 (2.1) で表される Lorentz 変換の $v \rightarrow 0$ の極限であり、

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -v & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

と表される。したがって、式 (2.8) と比較することにより、Newton 力学における MS 理論のパラメータの値は

$$\epsilon = 0, \quad a = 1, \quad b = 1, \quad d = 1 \quad (2.36)$$

となる。 S 系における光速は式 (2.10) にこれらを代入することで

$$c(\theta) = -v \cos \theta + \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta} \quad (2.37)$$

になることがわかる。これは

$$(c(\theta))^2 + v^2 + 2c(\theta)v \cos \theta = 1 \quad (2.38)$$

の解になっていることからわかるように、図 2.4 で示すような速度合成

$$c(\theta) = c_0 - v \quad (2.39)$$

を意味している。図 2.4 における $-v$ はいわゆるエーテルの風であり、エーテルの静止系 Σ に対して S 系が動いていることに起因している。

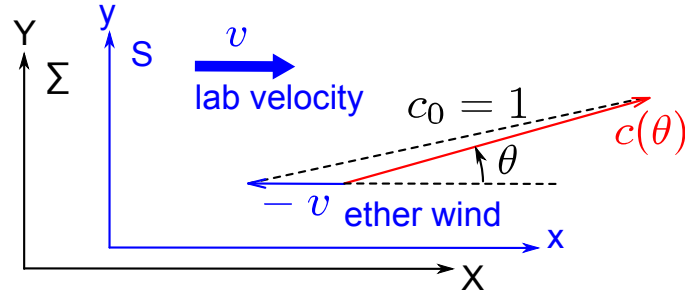


図 2.4: Newton 力学における速度合成とエーテルの風

以上をまとめると、各理論と MS パラメータの対応関係は下記の表 2.1 のようになる。MS 理論は特殊相対論から Newton 力学のエーテル理論まで含んだ検証理論になっていることがわかる。

表 2.1: 各理論と MS パラメータの対応関係

MS 理論	線形化 MS 理論	Robertson 理論	特殊相対論	Newton 力学
$\epsilon(v)$	ϵv	$-vg_1/g_0$	$-v$	0
$a(v)$	$1 + \alpha v^2$	$1/(\gamma g_0)$	$1/\gamma$	1
$b(v)$	$1 + \beta v^2$	γ/g_1	γ	1
$d(v)$	$1 + \delta v^2$	$1/g_2$	1	1

2.2 過去の検証実験

前節で、時計の同期に slow clock transport 法を用いた場合、光速は式 (2.28)

$$c(\theta) = 1 - 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta - \left(\beta - \delta + \frac{1}{2} \right) v^2 \sin^2 \theta - (\alpha - \beta + 1) v^2 \quad (2.40)$$

で表されることを見た。3つのパラメータの組み合わせ $\alpha + 1/2$ 、 $\beta - \delta + 1/2$ 、 $\alpha - \beta + 1$ はそれぞれ片道光速の異方性、往復光速の異方性、光源速度への依存性を表しており、それぞれ Ives-Stilwell 型実験 [12]、Michelson-Morley 型実験 [13]、Kennedy-Thorndike 型実験 [14] で測定することができる。ここでは、これまで行われた各タイプの検証実験を概観する。これまで与えられたもっとも厳しい上限値をまとめると表 2.2 のようになっている。

MS パラメータの決定には絶対静止系に対する実験室系の速さ v を決める必要があるが、絶対静止系の候補として最も自然であり、よく用いられているのが CMB 静止系である。CMB 静止系とは測定された CMB の異方性の双極子成分がゼロとなる系のことであり、観測から $v = 369 \text{ km/s} \sim 10^{-3}c$ が求められている [36]。

表 2.2: MS パラメータのこれまでの上限値

これまでの上限値	タイプ	文献
$\alpha + 1/2 = (-4.8 \pm 8.4) \times 10^{-8}$	IS 型	Reinhardt (2007) [15]
$\beta - \delta + 1/2 = (-1.6 \pm 6 \pm 1.2) \times 10^{-12}$	MM 型	Eisele (2009) [16]
$\alpha - \beta + 1 = (-4.8 \pm 3.7) \times 10^{-8}$	KT 型	Tobar (2010) [17]

2.2.1 Michelson-Morley 型実験

Michelson-Morley 型実験では往復光速の異方性を表す $\beta - \delta + 1/2$ を測定することができる。

Michelson-Morley の実験

最初の光速の異方性探査はもともとはエーテルの風速を測定する実験として、Michelson と Morley によって 1887 年に行われた [13]。測定装置として、彼らは図 2.5 に示すような Michelson 干渉計を用いた。光源から出た光をビームスプリッターで直交する 2 つの経路に分割し、それぞれ鏡によって反射させて再びビームスプリッター上で再結合させることで、直交する 2 方向の光速の差を干渉縞として検出しようとしたのである。

Michelson 干渉計の直交する腕の長さを $l_x = l_y \equiv l$ 、光の角周波数を ω とすると、2 方向を進む光の位相差は

$$\begin{aligned}\phi_- &= \left(\frac{l\omega}{c(\theta)} + \frac{l\omega}{c(\theta + \pi)} \right) - \left(\frac{l\omega}{c(\theta + \pi/2)} + \frac{l\omega}{c(\theta + 3\pi/2)} \right) \\ &= -2l\omega \left(\beta - \delta + \frac{1}{2} \right) v^2 \cos 2\theta\end{aligned}\quad (2.41)$$

となる。したがってエーテルの風が存在すれば、干渉計を回転させることで θ を変化させると干渉縞が変化するはずである。Michelson と Morley は水銀プールの上に浮かせた干渉計の回転に伴う干渉縞の変化を測定したが、有意な変化は見つからなかった。

彼らの実験の精度を MS パラメータで評価すると

$$|\beta - \delta + 1/2| \lesssim 10^{-3}\quad (2.42)$$

であった [7]。

Brillet-Hall の実験

Michelson-Morley の実験以降、エーテルの風速測定として光速の異方性探査は繰り返し行われたが、感度が飛躍的に向上したのは 1960 年にレーザーが発明されてからである。レーザーの発明以降

の実験で、Brillet と Hall による 1979 年の実験 [18] は特に優れた実験であった。彼らは Fabry-Perot 共振器 (B.1 節参照) の共振周波数の、共振器の回転に伴う変化量を測定することにより光速の等方性を検証した。図 2.6 のように、回転する Fabry-Perot 共振器の共振にレーザー周波数をロックし、そのレーザーの周波数と別の静止したレーザーの周波数のビートを取ることで Fabry-Perot 共振器の共振周波数の変動を測定したのである。

Fabry-Perot 共振器の共振周波数は共振器長を L として

$$\begin{aligned}\nu &= m \left(\frac{c(\theta)}{L} + \frac{c(\theta + \pi)}{L} \right) \\ &= \frac{m}{2L} \left[1 - \left(\beta - \delta + \frac{1}{2} \right) v^2 \cos 2\theta - 2(\alpha - \beta + 1)v^2 \right] \quad (m \text{ は自然数})\end{aligned} \quad (2.43)$$

と表すことができる。したがって測定期間中 v が一定だとすれば、測定したビート周波数の変動のうち、共振器の回転周波数の 2 倍の周波数成分を取り出すことで往復光速の異方性が測定できる。

彼らは光速の異方性を $\delta c/c \lesssim 10^{-15}$ の精度で測定しており、MS パラメータで評価すると

$$|\beta - \delta + 1/2| \lesssim 3 \times 10^{-9} \quad (2.44)$$

であった。この実験の精度は共振器の回転に伴って共振器の傾きが変動し、重力によって共振器長が伸縮することによる雑音で決まっていた。この測定は極めて精度の高いものであり、驚くべきことに 2000 年代に入るまで世界最高の精度を誇っていた。

近年の共振器を用いた実験

2000 年代に入ると、ヨーロッパのいくつかのグループが競いあって低温、高真空、高性能防振といった技術を導入し、次々と測定精度を上げていった。現在与えられている最も厳しい上限値は Eisele らによるもの [16] であり

$$\beta - \delta + 1/2 = (-1.6 \pm 6 \pm 1.2) \times 10^{-12} \quad (2.45)$$

である²。

彼らの実験では図 2.7 のように、直交した 2 つの Fabry-Perot 共振器の共振にそれぞれレーザーの周波数をロックし、2 つのレーザー周波数のビートを取ることで異方性探索を行なっている。Fabry-Perot 共振器を 2 つにすることによって Brillet-Hall の実験に比べると単純に異方性への感度が 2 倍になるが、彼らはさらに、2 つの Fabry-Perot 共振器を 1 つのスペーサーで作ることで同相雑音除去を利用する工夫を行った。温度変動などによる共振器長の変動が 2 つの共振器でほぼ同相となるため、ビート信号には現れないのである。

とはいえ傾き変動による重力伸縮は避けることができず、現在の精度もこの雑音で決まっている。式 (2.45) の 1 つ目の誤差は統計誤差であり、2 つ目の誤差は傾きの測定に伴う系統誤差である。この実験では傾き変動による周波数変化を、傾き変動をモニタすることで差し引いているため、系統誤差が出てくる。

往復光速の異方性は $(\beta - \delta + 1/2)v^2 \cos 2\theta$ で表されるため、現在の上限値は

$$\frac{\delta c}{c} < 6 \times 10^{-12} v^2 \sim 10^{-17} \quad (2.46)$$

の精度で往復光速の異方性が無いことを示している。

²[19] もほぼ同じ構成の実験装置を用いて同程度の精度での測定を行なっている。

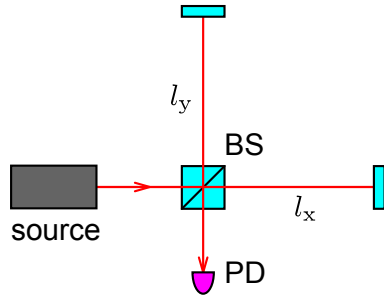


図 2.5: Michelson 干渉計

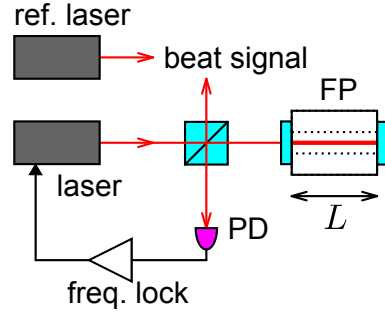


図 2.6: Brillet-Hall の実験

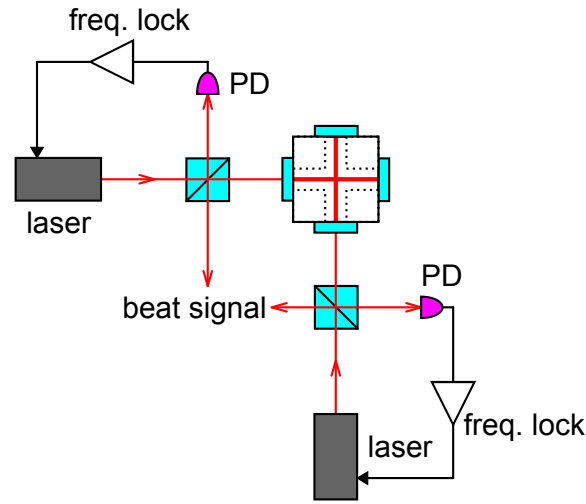


図 2.7: 直交した 2 つの Fabry-Perot 共振器を用いた Michelson-Morley 型実験

2.2.2 Kennedy-Thorndike 型実験

Kennedy-Thorndike 型実験では光速の光源速度への依存性を表す $\alpha - \beta + 1$ を測定することができる。

Kennedy-Thondike の実験

Michelson 干渉計の直交する腕の長さを非対称にすると、光源速度依存性に感度を持つ。Michelson-Morley 型の実験によって $\beta - \delta + 1/2$ の方が厳しい上限値がついているため、これをゼロとすると 2 方向を進む光の位相差は

$$\phi_- = 2(l_x - l_y)\omega(\alpha - \beta + 1)v^2 \quad (2.47)$$

となる。地球は約 $30 \text{ km/s} \sim 10^{-4}c_0$ の速さで公転運動しているため、 v が 1 年間で変動する。したがって干渉縞の 1 年の変化を測定することで $\alpha - \beta + 1$ を測定することができる。

1932 年にこの原理を利用した測定を最初に行ったのが Kennedy と Thorndike である [14]。彼らが得た上限値は、MS パラメータで評価すると

$$\alpha - \beta + 1 \lesssim (2 \pm 2) \times 10^{-2} \quad (2.48)$$

であった [7]。

近年の共振器を用いた実験

近年では共振器を利用して $\alpha - \beta + 1$ が測定されている。式 (2.43) を見れば分かる通り、共振器の共振周波数の v 依存性を調べるのである。現在最も厳しい上限値を与えているのは Tobar らによる測定 [17] である。彼らは低温サファイア共振器の共振周波数と周波数標準となる水素メーザーの周波数の差を 6 年間に渡って測定することにより

$$\alpha - \beta + 1 = (-4.8 \pm 3.7) \times 10^{-8} \quad (2.49)$$

という結果を得ている。

地球の自転に伴う v の変化は $\delta v = 10^{-4}$ のオーダーであるから、現在の上限値は

$$\frac{\delta c}{c} \lesssim 3.7 \times 10^{-8} \times [(v + \delta v)^2 - v^2] \sim 10^{-14} \quad (2.50)$$

の精度で光速の光源速度への依存性が無いことを示している。

2.2.3 Ives-Stilwell 型実験

Ives-Stilwell 型実験では片道光速の異方性を表す $\alpha + 1/2$ を測定することができる。

Ives-Stilwell の実験

高速で動く原子やイオンが吸収する光の周波数は、原子の前から光を当てた場合と後ろから当てた場合で、Doppler 効果の影響を受けて変わってくる。この Doppler 効果を最初に測定したのが Ives と Stilwell による 1938 年の実験 [12] である。

原子の静止系における共鳴周波数を ν_0 、実験室系で前から当てた場合、後ろから当てた場合の共鳴周波数をそれぞれ ν_p 、 ν_a とすると特殊相対論では $\nu_0^2 = \nu_p \nu_a$ となるが、MS 理論では

$$\frac{\nu_p \nu_a}{\nu_0^2} = 1 + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) (v_{\text{atom}}^2 + 2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_{\text{atom}}) \quad (2.51)$$

と書くことができる [15]。ここで v_{atom} は原子の速さである。

したがって ν_p と ν_a を測定することで $\alpha + 1/2$ を測定することができる。もともとの Ives-Stilwell の実験では水素のスペクトルを用いていたが、現在最も厳しい上限値を与えているのは Reinhardt らによる実験であり、彼らはリチウムイオンを用いている。周波数の測定には光周波数コムを用いており、現在の精度は

$$\alpha + 1/2 = (-4.8 \pm 8.4) \times 10^{-8} \quad (2.52)$$

である。

片道光速の異方性は $2(\alpha + 1/2)v \cos \theta$ で表されるため、この上限値は

$$\frac{\delta c}{c} \lesssim 2 \times 8.4 \times 10^{-8} v \sim 10^{-10} \quad (2.53)$$

の精度で片道光速の異方性が無いことを示している。

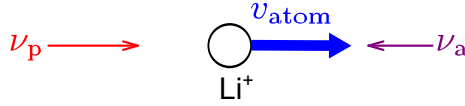


図 2.8: リチウムイオンを用いた Ives-Stilwell 実験

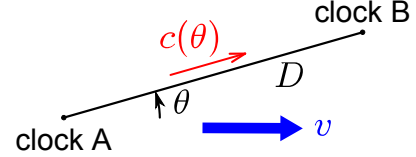


図 2.9: 時計の位相を比較する実験

時計を比較する実験

遠隔地にある 2 つの時計の位相を比較すると、片道光速の異方性を測定することができる。

図 2.9 のように A 地点と B 地点に時計があるとし、AB 間の距離を D 、ベクトル AB と絶対静止系に対する実験室の速度 v のなす角を θ とする。A 地点の時計信号を B 地点に送り、B 地点の時計信号と比較するとその位相差は

$$\phi = \phi_0 + \frac{D\omega}{c(\theta)} = \phi_0 + D\omega + 2D\omega \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta + \mathcal{O}(v^2) \quad (2.54)$$

と表すことができる。ここで ϕ_0 は A 地点の時計と B 地点の時計の原点の違いであり、双方の時計が光速に比べて十分遅く動いている限り一定となる。そのため ϕ の θ 依存性を調べることで $\alpha + 1/2$ を測定することができる。

[20] では 21 km 離れた地球上の 2 地点を光ファイバを用いてつなぎ、両地点に置かれた水素メーザー周波数標準の位相差が地球の自転に伴って変化するかを調べることにより $\alpha + 1/2$ を測定を行った。[21] では地上に置かれた水素メーザーと GPS 衛星に搭載されたセシウム原子時計、ルビジウム原子時計の位相差を調べた。測定の精度は後者の方が 2 桁良く

$$|\alpha + 1/2| < 1 \times 10^{-6} \quad (2.55)$$

であった。

Trimmer の実験

式 (2.41) で見たように、Michelson 干渉計では片道光速の異方性を測定することはできない。これは Michelson 干渉計は往復してビームスプリッターに帰ってきた光の位相差を測定するためである。Michelson 干渉計に限らず通常の干渉計は閉ループを作ってしまうため、片道光速の異方性探索に用いることはできない。閉ループにより生じる光の位相差は

$$\begin{aligned} \phi_{\text{loop}} &= \oint \frac{d\omega}{c(\theta)} \\ &\simeq \oint d\omega \left[1 + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta \right] \\ &= \oint d\omega \end{aligned} \quad (2.56)$$

となり、位相差に片道光速の異方性を表す項が残らないためである。

しかし、閉ループの一部の屈折率を変えると、 $\alpha + 1/2$ の項を残すことができる。このことを最初に利用したのが Trimmer らによる 1973 年の実験であった [22]。彼らは図 2.10 のように Sagnac 干渉計の一部にガラスを入れることにより異方性の探査を行った。

ガラスに沿ったベクトルと絶対静止系に対する実験室系の速度 v がなす角を θ とし、一周長を L 、ガラスの屈折率と長さをそれぞれ n 、 d とすると、この Sagnac 干渉計で反時計回りに進む光と時計回りに進む光の位相差は

$$\phi_- = 4(n-1)d\omega \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta \quad (2.57)$$

となる。したがって、 $n \neq 1$ のとき $\alpha + 1/2$ が測定できる。光が真空中を一周する分は $\alpha + 1/2$ の項が消えてしまうが、反時計回りとき計回りでガラスを通る方向が逆になるため、ガラスの部分で $\alpha + 1/2$ の項が残るのである。

当時はまだ MS 理論が確立されていなかったが、この実験では $\delta c/c \lesssim 8.4 \times 10^{-11}$ の精度で片道光速の異方性がないことを確かめている。したがって、MS パラメータで評価すると

$$|\alpha \pm 1/2| \lesssim 4 \times 10^{-8} \quad (2.58)$$

となる。

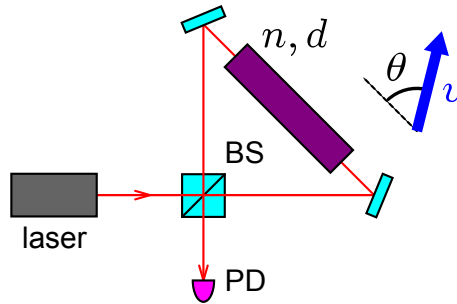


図 2.10: Sagnac 干渉計にガラスを入れた Trimmer の実験

2.3 本実験の主題

前節までで、光速不変性を検証することで特殊相対論の検証ができることを見た。光速不変性は片道光速の等方性、往復光速の等方性、光源速度への非依存性の 3 つの要素から成り立っており、それぞれ実験により高い精度で確かめられている。現在与えられている最も厳しい上限値を MS 理論のパラメータ $\alpha + 1/2$ 、 $\beta - \delta + 1/2$ 、 $\alpha - \beta + 1$ というとそれぞれ 10^{-8} 、 10^{-12} 、 10^{-8} のオーダーであり、 $\delta c/c$ というと 10^{-10} 、 10^{-17} 、 10^{-14} のオーダーとなっている。

光速不変性の検証の中でも片道光速の等方性検証の精度が低いのは他の測定で利用されているような光共振器を用いた測定がこれまでなされていなかったためであると考えられる。現在片道光速の等方性検証で最も精度が高いのは高速で動く原子やイオンの Doppler 効果を利用する方法であるが、この方法では Doppler 偏移した共鳴周波数の値を 10 桁もの高い精度で測定しなければならない。

光共振器を用いた片道光速の異方性探査がこれまでなされていなかったのは、通常の共振器では閉ループを作ってしまう、片道光速の異方性を表す項が消えてしまうためである。しかし、Trimmer らが行ったように、光路の一部に媒質を入れることによりこの問題を解決することができる。そこで我々は、Trimmer の実験を改良し、Sagnac 干渉計ではなくリング共振器に媒質を入れることで片道光速の異方性探査を行う。

Trimmer の実験をリング共振器に発展させるという実験は Exirifard によって 2010 年 10 月に理論的に提案された [23]。共振器を用いた往復光速の等方性は $\delta c/c \sim 10^{-17}$ のオーダーで検証されていることを考えると、リング共振器を用いることにより片道光速の等方性検証はこれまでの精度を数桁更新できることが期待できる。

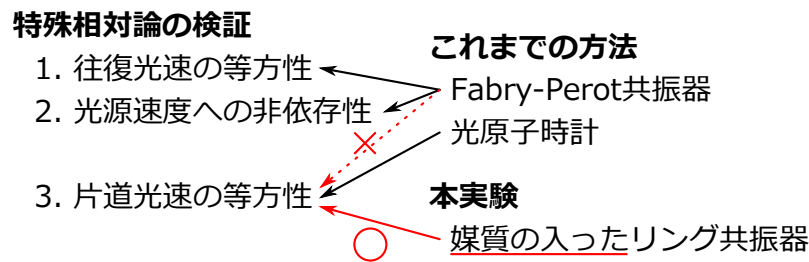


図 2.11: 本実験の主題

2.4 本章のまとめ

- 光速不変の原理は片道光速の等方性、往復光速の等方性、光源速度への非依存性から成り立っている。
- 特殊相対論の検証理論である MS 理論における片道光速の異方性、往復光速の異方性、光源速度への依存性の大きさ表すパラメータはそれぞれ $\alpha + 1/2$ 、 $\beta - \delta + 1/2$ 、 $\alpha - \beta + 1$ である。特殊相対論が正しければこれら 3 つのパラメータは全てゼロとなる。
- 往復光速の等方性や光源速度への非依存性はこれまで光共振器を用いた実験により高い精度で検証されてきた。
- 片道光速の等方性検証は通常の光共振器ではできず、現在最高精度でこれを検証しているのは原子やイオンの Doppler 遷移した共鳴周波数を測定する方法である。
- 光速不変の原理の 3 つの要素のうち、片道光速の等方性検証の精度が最も低く、 $\alpha + 1/2 = (-4.8 \pm 8.4) \times 10^{-8}$ である。これは光速の往路と復路の差でいうと $\delta c/c \lesssim 10^{-10}$ という精度である。
- 光路の一部に媒質を入れると、リング共振器でも片道光速の等方性が検証できるようになる。我々はこれを用いて片道光速の異方性探査を行い、 $\alpha + 1/2$ の上限値を更新する。

Chapter 3

リング共振器による異方性探査

この章では、リング共振器を用いて片道光速の異方性が測定できる原理について述べた上で、片道光速の異方性に対して過去の実験よりもよい上限値を与えるために必要な感度目標を示す。また、本実験の感度を制限する雑音とそれに基づく装置設計について述べる。

3.1 測定原理

リング共振器の光路の一部の屈折率を変えると、片道光速の異方性があった場合と無かった場合で共振周波数にずれが出る。ここではまずその原理を示し、共振周波数のずれを測定するのに必要となる光学系構成について述べる。本実験では光学系構成として、リング共振器を用いる利点を最大限に活かすダブルパスと呼ばれる構成を用いる。

3.1.1 原理

図 3.1 のような、3 枚の鏡 M1、M2、M3 で構成される、長さ d 、屈折率 n の媒質が入ったリング共振器を考える。実験室系の絶対静止系に対する速度 v と媒質中の光路のなす角を θ とすると、リング共振器の反時計回りの共振周波数 ν_+ は共振条件 (B.1 節参照) より

$$\frac{m}{\nu_+} = \frac{(l_1 - d)}{c(\theta)} + \frac{nd}{c(\theta)} + \frac{l_3}{c(\theta - \theta_2 + \pi)} + \frac{l_2}{c(\theta + \theta_3 + \pi)} \quad (m \text{ は自然数}) \quad (3.1)$$

を満たす。 $c(\theta)$ に式 (2.40) を代入すると v の 1 次まで考えて

$$\frac{m}{\nu_+} \simeq l_1 - d + nd + l_2 + l_3 \quad (3.2)$$

$$+ 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v [(l_1 - d) \cos \theta + nd \cos \theta - l_3 \cos (\theta - \theta_2) - l_2 \cos (\theta + \theta_3)] \quad (3.3)$$

$$= L + (n - 1)d + 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v (n - 1)d \cos \theta \quad (3.4)$$

となる。ここで $L \equiv l_1 + l_2 + l_3$ とおいた。

同様に時計回りの共振周波数 ν_- は

$$\frac{m}{\nu_-} = L + (n - 1)d - 2 \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v (n - 1)d \cos \theta \quad (3.5)$$

となる。片道光速の異方性がなく、 $\alpha + 1/2 = 0$ の場合は共振周波数はどちら回りでも $\nu = m/[L + (n-1)d]$ となるのが異方性の存在によってずれることがわかる。また、このずれは $n = 1$ では測定できず、光路の一部の屈折率が変わっているために初めて測定可能であることもわかる。

反時計回りと時計回りの共振周波数の差を取ると

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \equiv \frac{\nu_+ - \nu_-}{\nu} = -\frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta \quad (3.6)$$

となって、異方性がなければゼロとなる異方性信号になる。本実験では θ をリング共振器の回転によって変化させながらこの異方性信号を測定し、回転に同期した成分を取り出すことで $\alpha + 1/2$ を決定する。

リング共振器内を光が通る経路は鏡の配置が決まれば一意に決まるため、反時計回りと時計回りの光路は一致する。したがって共振器の温度変動や傾き変動によって共振器長が変化しても、 ν_+ と ν_- は同相で変化するため、 $\delta\nu \equiv \nu_+ - \nu_-$ は変化しない。反時計回りと時計回りの共振周波数の差を取ると、この同相雑音除去の恩恵を受けられるのが大きな利点である。

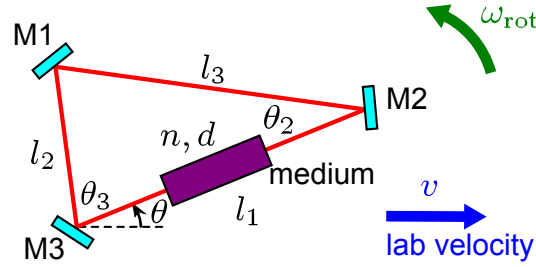


図 3.1: 光路の一部に媒質が入ったリング共振器

3.1.2 ダブルパス構成

反時計回りと時計回りの共振周波数を比較するための光学系構成として最も単純な構成は図 3.2 のようにレーザーを2つ用意し、各レーザーの周波数をそれぞれ反時計回り、時計回りの共振周波数にロックすることである。その上で2つのレーザー周波数のビートを取ればよい。

しかし、実際にはこの方法では2つのレーザーの周波数を数百 Hz 以下まで近づけることはできない。反時計回りと時計回りの光が共振器内での後方散乱によってカップリングをおこし、それがレーザー周波数の制御を通じてフィードバックされてしまうためである。このフィードバックによって例えば異方性により反時計回りと時計回りで共振周波数に差があったとしても、2台のレーザー周波数が一致してしまう。

この引き込み現象はロックインと呼ばれ、リングレーザージャイロなどでも問題となっている¹[24]。したがってこの方法では2つのレーザーの周波数をフリースペクトラルレンジ程度ずらす必要があり、異方性信号が

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \nu_{\text{offset}} - \frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta \quad (3.7)$$

¹ リングレーザージャイロはレーザー媒質をリング共振器の中に入れたものであり、Sagnac 効果によって生じる反時計回り光と時計回り光の周波数差 $\Delta\nu$ を測定することで回転角速度を測定する装置である。 $\Delta\nu$ は角速度に比例するため、角速度の小さい領域はロックインにより $\Delta\nu = 0$ となって不感領域となってしまう。そこでリングレーザージャイロでは機械的に常に回転振動を与えることでロックイン領域以上の角速度となるようにしている。

のような形になって null 測定とならない。

そこで我々はダブルパスと呼ばれる構成を利用することにした。ダブルパスとは元々は重力波検出器のモードクリーナー向けに提案された構成であり [25]、ダブルパスを利用した本実験の光学系構成は図 3.3 のようになっている。

まず、光検出器 PD1 を用いてレーザー周波数と反時計回りの共振周波数 ν_+ の差に比例したエラー信号を取得し、レーザー周波数を ν_+ にロックする。するとリング共振器の透過光の周波数は ν_+ となるので、これを鏡 MR によって打ち返し、今度は時計回りに入射させる。時計回りの共振周波数 ν_- が ν_+ と一致している場合は打ち返した光も完全に共振するが、ずれがある場合はダブルパス目の光検出器 PD2 によってそのずれ $\delta\nu \equiv \nu_+ - \nu_-$ に比例した信号が得られる。

この構成では PD2 で得た信号がそのまま異方性信号となり、1 つの周波数の光しか共振器内に存在しないため、ロックインを起こす機構が原理的に存在しない。したがってリング共振器を用いて片道光速の異方性探査を行う利点を最大限に活かし、高精度な null 測定が可能な構成となっている。

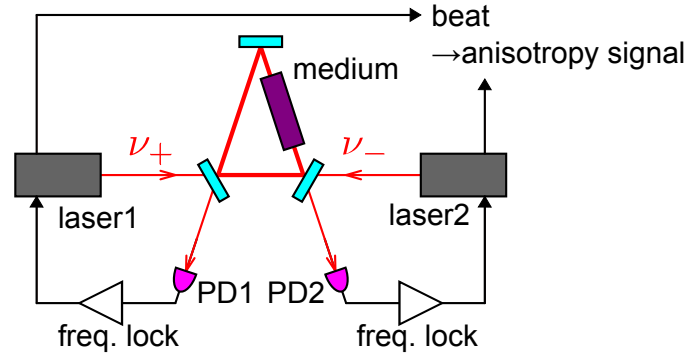


図 3.2: リング共振器の両側からレーザー光を入射する場合の光学系構成

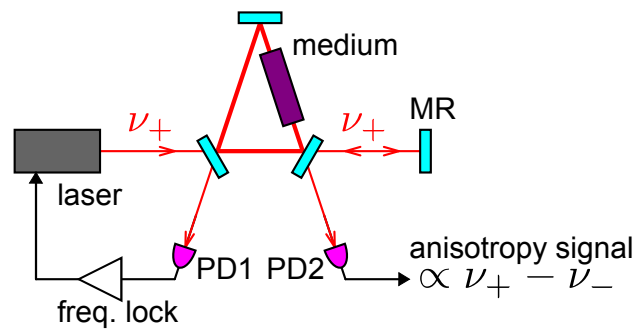


図 3.3: ダブルパスを利用した本実験の光学系構成

3.1.3 これまでの実験に比べた利点

Sagnac 干渉計の光路の一部に媒質を入れることで片道光速に感度を持たせるという方法は 2.2.3 節でも述べたように Trimmer によって 1973 年に行われていた。Sagnac 干渉計では干渉計を構成

する鏡の位置や姿勢の変動によって反時計回りと時計回りの光路が変わってしまうため、温度変動などが問題となってしまいます。リング共振器を用いると同相雑音除去によって温度変動などは雑音とはならないが、Trimmer の実験をリング共振器に発展させるという実験はつい最近まで行われていなかった。

リング共振器を用いた片道光速の異方性探査を初めて行ったのは Baynes ら [26] であり、2011 年 10 月に発表された。彼らは拡張標準理論と呼ばれる別の枠組みでその精度を評価しているが、MS 理論でいうと

$$|\alpha + 1/2| \lesssim 6 \times 10^{-10} \quad (3.8)$$

とこれまでの世界最高精度 [15] を 2 桁更新するものであった (D.2.3 節参照)。

しかし彼らの構成は図 3.2 のようにレーザー光をリング共振器の両側から入れる構成であった²。そのためロックインを避けるために 2 つの入射レーザー光の周波数をずらす必要があり、null 測定ではなかった。本実験はダブルパス構成を利用した null 測定である。

また、彼らは共振器の回転を行なっておらず、地球の自転回転のみを利用している。一般に雑音レベルは高周波数帯ほど小さくなるため、本実験では共振器を能動的に回転させることによって異方性信号が出る周波数を上げる。地球の自転周波数は 1.2×10^{-5} Hz であるが、我々は 4 桁大きい $f_{\text{rot}} = 0.125$ Hz で共振器を回転させる。

Michelson-Morley 型の共振器実験では回転台の傾き変動によって共振器が重力で伸縮することが雑音となるため、装置の回転が必ずしも精度の向上に結びつくわけではない。したがって、回転させる場合は高性能な防振装置や傾き制御が必要となる。しかし、リング共振器の反時計回りと時計回りの共振周波数を比較する本実験では共振器長の変動に同相雑音除去が効くため、共振器の回転は大きな利点となる。

さらに、我々は屈折率の大きいシリコンを媒質として選ぶことで片道光速の異方性への感度を上げる。式 (3.6) からわかるように、屈折率 $n = 3.69$ のシリコンを用いると $n = 1.44$ のガラスを用いた場合に比べて単純計算で 4 倍程度感度が向上する。シリコンは他の共振器実験でよく用いられている波長 1064 nm の光は透過しないが、波長 1550 nm の光に対しては透明である。

先行実験と比べた本実験の利点を表 3.1 にまとめた。

表 3.1: 先行実験と本実験の比較

	Trimmer (1973) [22]	Baynes (2011) [26]	本実験
干渉計	Sagnac 干渉計 (図 2.10)	リング共振器 (図 3.2)	リング共振器 (図 3.3)
同相雑音除去	×	○	○
null 測定	○	×	○
装置の回転	○	×	○
媒質と屈折率	ガラス ($n = 1.5$)	UV 融解石英 ($n = 1.44$)	シリコン ($n = 3.69$)

²より詳細に言うと彼らは 1 台のレーザーからの光を 2 つに分け、一方の周波数を AOM を用いて固定量 (80 MHz) ずらしている。さらに別の AOM を用いることで 2 台のレーザー光のビートを取る必要をなくす工夫をしている。いずれにせよ null 測定ではなく、本質的に図 3.2 と同じである。

3.2 感度目標

本実験の目的は $\alpha + 1/2$ をこれまでの世界最高精度である式 (3.8) より良い 10^{-10} の精度で測定することである。以下では、この精度で測定するために必要なおよその雑音レベルを見積もってみる。

前節で導いたように、片道光速の異方性を示す信号 $s(t)$ は式 (3.6) で与えられ

$$s(t) = \frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta \quad (3.9)$$

と書ける。地球の自転などを無視すると $\theta \simeq \omega_{\text{rot}} t$ となるので、 $s(t)$ の ω_{rot} 成分の振幅を求めることで $\alpha + 1/2$ を測定することができる。 ω_{rot} 成分の振幅 ξ は $s(t)$ の離散フーリエ変換 $S(\omega)$ を用いて

$$\xi \sim \sqrt{\left| \frac{2}{N} S(\omega_{\text{rot}}) \right|^2} \quad (3.10)$$

で表すことができる。ここで N はデータ点の数である。

一方、 $s(t)$ の ω_{rot} におけるパワースペクトル密度は、 f_s をサンプリング周波数とすると

$$P_s(\omega_{\text{rot}}) = \sqrt{\frac{1}{N f_s} |S(\omega_{\text{rot}})|^2} \quad (3.11)$$

と書ける。パワースペクトル密度とはノイズレベルを評価するために用いられる指標であり、ノイズスペクトルなどとも呼ぶ。

式 (3.10) と式 (3.11) より、 ξ を $P_s(\omega_{\text{rot}})$ を用いて表すと

$$\xi \sim \frac{2}{\sqrt{T}} P_s(\omega_{\text{rot}}) \quad (3.12)$$

となる。ここで $T = N/f_s$ は測定時間であり、この式より ξ の測定精度は測定時間の平方根に反比例することがわかる。

さて、実験室系の速度 v として太陽の CMB 静止系に対する速度 $v = 369 \text{ km/s} \sim 10^{-3} c_0$ [36] を用いると、式 (3.9) より、 $\alpha + 1/2$ を 10^{-10} の精度で決定するためには ξ を 10^{-13} の精度で決定しなければならないことがわかる。実験室の緯度などを考慮すると振幅がさらに 1 桁程度減るため、実際には ξ を 10^{-14} の精度で決定することが必要である。

測定時間 T としては数時間から数百時間とるのがまずは現実的である。ここでは $T = 10^4 \text{ sec}$ とすると、 $s(t)$ の ω_{rot} における雑音レベル $P_s(\omega_{\text{rot}})$ に対する要求値は式 (3.12) より

$$P_s(\omega_{\text{rot}}) < 10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.13)$$

となる。

なお、本論文では線形応答を扱うため、以下からは $s(t)$ のような時系列データと $P_s(\omega)$ のようなスペクトルデータの記号を特に区別しない³。

³このような扱いについては、[37]などを参照せよ。

3.3 雑音

リング共振器の時計回りと反時計回りの周波数を比較することで片道光速の異方性を測定する本実験装置は同相雑音除去により様々な環境変動に強いが、同相雑音除去が効かない雑音がいくつか存在する。また、同相雑音除去が効くものであっても、同相雑音除去比が無限大となるわけではない。

本節では感度を制限するいくつかの雑音について述べ、式 (3.13) から求められるそれぞれの雑音への要求値とそれに基づく装置設計の方針を示す。片道光速の異方性信号はリング共振器の回転周波数に出るため、要求値は全て回転周波数 $f_{\text{rot}} = \omega_{\text{rot}}/(2\pi) = 0.125$ Hz におけるものである。

雑音計算に用いたパラメータは下の表の通りである。入射光強度 P_0 については、本来は反時計回りに関してはレーザー光源から入射される強度、時計回りについては図 3.3 の打ち返し用の鏡 MR で反射された光強度となるため、反時計回りと時計回りで異なってくる。しかし、オーダーは変わらないので以下の計算では簡単のため時計回りと反時計回りの入射光強度は等しいとする。

表 3.2: 雑音計算に用いた実験装置パラメータ

レーザー波長	$\lambda = 1550$ nm	フィネス	$\mathcal{F} = 125$
レーザー周波数	$\nu = 1.93 \times 10^{14}$ Hz	共振器の一周長	$L = 140$ mm
入射光強度	$P_0 = 1$ mW	共振器が囲う面積	$S = 530$ mm ²
回転角周波数	$\omega_{\text{rot}} = 45$ °/sec $= 0.785$ rad/sec	シリコン長	$d = 20$ mm
		シリコンの屈折率	$n = 3.69$

3.3.1 散射雑音

散射雑音とは光検出器に届く光子の数が量子的に揺らぐことによって生じる雑音であり、Heisenberg の不確定性原理に由来する量子雑音の 1 つである。散射雑音は白色雑音であり、光検出器に流れる電流を I_{PD} とすると、そのパワースペクトル密度は

$$\delta I_{\text{shot}} = \sqrt{2eI_{\text{PD}}} \text{ [A}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.14)$$

と表すことができる [27]。この式を量子効率 η を用いて表すことを考える。量子効率の定義は入射光子 1 つあたりの出力電子数なので、光検出器に届く光の強度を P_{PD} とすると

$$\eta \equiv \frac{I_{\text{PD}}/e}{P_{\text{PD}}/(h\nu)} \quad (3.15)$$

と書けるので

$$I_{\text{PD}} = \frac{e}{h\nu} \eta P_{\text{PD}} \quad (3.16)$$

となる。ここで e は電荷素量、 h はプランク定数である。

これを式 (3.14) に代入すると、散射雑音に起因する光強度変化の検出限界は

$$\delta P_{\text{shot}} = \sqrt{\frac{2h\nu P_{\text{PD}}}{\eta}} \quad (3.17)$$

となることがわかる。

本実験ではエラー信号の取得に偏光解析法を用いる。詳細な計算は補遺 B で行うが、式 (B.31) より偏光解析法では 1 つの光検出器に入射する光強度は共振点で

$$P_{PD} = \frac{1}{4}P_0 \quad (3.18)$$

となる。また、共振器を光が 1 周する際に生じる位相を ϕ とすると、共振点付近での ϕ の変化に対するエラー信号 P_{diff} の変化の割合は式 (B.32) より

$$\frac{\partial P_{\text{diff}}}{\partial \phi} = \frac{1}{\pi}P_0\mathcal{F} \quad (3.19)$$

となる。

したがって、散射雑音によって決まる位相検出限界は

$$\begin{aligned} \delta\phi_{\text{shot}} &= \sqrt{2}\delta P_{\text{shot}} \left(\frac{\partial P_{\text{diff}}}{\partial \phi} \right)^{-1} \\ &= \frac{\pi}{\mathcal{F}} \sqrt{\frac{h\nu}{\eta P_0}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

となる。ここで最初の $\sqrt{2}$ は偏光解析法では 2 つの光検出器の差動をエラー信号として用いるため、2 つの光検出器で生じた散射雑音が無相関で足されることを表している。

ϕ は

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}[L + (n-1)d] \quad (3.21)$$

となるので、散射雑音による共振周波数の検出限界は

$$\frac{\delta\nu_{\text{shot}}}{\nu} = \frac{\delta\phi_{\text{shot}}}{\phi} = \frac{1}{2[L + (n-1)d]\mathcal{F}} \sqrt{\frac{ch\lambda}{\eta P_0}} \quad (3.22)$$

となる。

量子効率 $\eta = 1$ とおき、本実験で用いたリング共振器のパラメータを用いると

$$\frac{\delta\nu_{\text{shot}}}{\nu} = 4 \times 10^{-16} / \sqrt{\text{Hz}} < 10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.23)$$

となるので、要求値を満たしている。さらに散射雑音を 1 桁下げたい場合は式 (3.22) を見ればわかるように、共振器のフィネスを 1 桁上げるか入射光強度を 2 桁上げる必要があるが、今回の実験ではその必要はなく、よい設計値になっている。

ただし、以上の計算はレーザー周波数が共振点に完全にロックされた理想的な場合であり、実際には理論式より散射雑音が大きくなると考えられる。実際の散射雑音がどの程度であったかの議論は 4.3.4 節で行う。

3.3.2 レーザー強度雑音

光検出器によって共振器の共振周波数と入射光の周波数の差を得る今回のような実験では、エラー信号を光強度の変化として捉える。すなわち、入射光強度の変動が周波数の変動と区別することができないような実験装置では、入射光強度の変動が雑音となってしまう。

本実験では 2 つの光検出器の差動を取る偏光解析法を用いることで、2 つの光検出器に同相で効く強度雑音の影響を抑えている。完全に差動が取れる理想的な場合は強度雑音の影響は完全に無く

なるが、実際にはそうはならない。エラー信号に含まれる強度雑音は、同相雑音除去比を $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}}$ とおくと、式 (3.18) より

$$\delta P_{\text{int}} = \frac{1}{4} \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}} P_0 \frac{\delta P_0}{P_0} \quad (3.24)$$

と書けるので、強度雑音による位相検出限界は

$$\begin{aligned} \delta \phi_{\text{int}} &= \delta P_{\text{int}} \left(\frac{\partial P_{\text{diff}}}{\partial \phi} \right)^{-1} \\ &= \frac{\pi \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}}}{4\mathcal{F}} \frac{\delta P_0}{P_0} \end{aligned} \quad (3.25)$$

したがって共振周波数の検出限界は式 (3.21) も用いると

$$\frac{\delta \nu_{\text{int}}}{\nu} = \frac{\delta \phi_{\text{int}}}{\phi} = \frac{\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}} \lambda}{8[L + (n-1)d]\mathcal{F}} \frac{\delta P_0}{P_0} \quad (3.26)$$

となる。

強度雑音の同相雑音除去比は経験的に、良くて 1/100 と言われている。そこで $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{int}} = 1/10$ において本実験で用いたリング共振器のパラメータを用いると

$$\frac{\delta \nu_{\text{int}}}{\nu} = 8 \times 10^{-10} \frac{\delta P_0}{P_0} \quad (3.27)$$

となるので、入射光強度変動に対する要求値は

$$\begin{aligned} \frac{\delta P_0}{P_0} &< \frac{10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}}{8 \times 10^{-10}} \\ &\simeq 1 \times 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (@ f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

となる。

本実験ではレーザー光源からの光強度をモニタし、音響光学素子 (AOM) と呼ばれる素子を用いてフィードバック制御することでレーザー強度を安定化して、この要求値を実現する。詳しくは 4.2 節で述べる。

なお、レーザーの周波数が反時計回りの共振周波数にロックされている限り、レーザー光源からの入射光強度が変化すると反時計回りの透過光強度、すなわち時計回りにとっての入射光強度も同じ割合で変化するため、レーザーの強度変動を抑えることで異方性信号への強度雑音の影響も抑えることができることを指摘しておく。

3.3.3 レーザー周波数雑音

本実験では共振器の反時計回りの共振周波数にレーザー周波数をロックし、その周波数の光を時計回りに入射することで反時計回りとき計回りの共振周波数を比較する。理想的にはレーザー周波数が反時計回りの共振周波数に完全にロックされるが、実際はレーザー周波数に残留変動があるため、これが雑音となる。

レーザー周波数の残留変動に対する要求値は式 (3.13) の値そのものであり

$$\frac{\delta \nu_{\text{freq}}}{\nu} < 10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (@ f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}) \quad (3.29)$$

となる。レーザー周波数ロックの詳細については 4.3 節で述べる。

本実験で用いた共振器の共振の半値全幅は

$$\nu_{\text{FWHM}} = \frac{c}{[L + (n-1)d]\mathcal{F}} \simeq 12 \text{ MHz} \quad (3.30)$$

であり⁴

$$\frac{\nu_{\text{FWHM}}}{\nu} = 6 \times 10^{-8} \quad (3.31)$$

となる。これは周波数安定化後の残留変動に比べて3桁大きいので、共振器の透過光の周波数もレーザー周波数と同様に変動することになる。レーザー周波数の安定度がそのまま異方性信号に乗ってしまうと考えてよいのはこのためである。

3.3.4 Sagnac 効果に由来する雑音

回転するリング共振器の時計回りと反時計回りの周波数は、Sagnac 効果 [28] によってずれる。回転角速度が一定の場合はそのずれの大きさが一定であるため、雑音とならないが、回転角速度が変動すると雑音となる。

光が時計回りで一周するときに生じる位相と反時計回りで一周するときの位相の差は [29] によると

$$\phi_{\text{Sagnac}} = \frac{4\pi}{c\lambda} \oint \mathbf{v}_l \cdot d\mathbf{l} \quad (3.32)$$

と表すことができ、光路の屈折率に依らない⁵。ここで $d\mathbf{l}$ は光路の線素ベクトルで、 $\mathbf{v}_l$ はその線素が回転により動いている速度である。

よって、Sagnac 効果によって生じる時計回りと反時計回りの周波数差は式 (3.21) も用いると

$$\frac{\delta\nu_{\text{Sagnac}}}{\nu} = \frac{\delta\phi_{\text{Sagnac}}}{\phi} = \frac{8\pi S \delta\omega_{\text{rot}} / (c\lambda)}{2\pi[L + (n-1)d]/\lambda} = \frac{4S}{c[L + (n-1)d]} \delta\omega_{\text{rot}} \quad (3.33)$$

となる。ここで S は光路が囲う面積である。

本実験で用いたリング共振器のパラメータを用いると

$$\frac{\delta\nu_{\text{Sagnac}}}{\nu} = 4 \times 10^{-11} (\text{rad/sec})^{-1} \delta\omega_{\text{rot}} \quad (3.34)$$

となるので、 ω_{rot} の変動に対する要求値は

$$\begin{aligned} \delta\omega_{\text{rot}} &< \frac{10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}}{4 \times 10^{-11} (\text{rad/sec})^{-1}} \\ &\simeq 3 \times 10^{-2} \text{ rad/sec} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (@ f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

となる。

回転速度の制御には市販のモーター制御システムを用いて行う。詳しくは 4.4 節で述べる。

なお、本実験ではリング共振器の回転中に連続的に異方性信号を取得するため Sagnac 効果が雑音となるが、共振器を数度回転させて静止するという動作を繰り返し、静止時に異方性信号を取得することで Sagnac 効果による雑音を原理的に回避することも可能である。今回は ω_{rot} の変動に対する要求値が厳しくないため、測定時間を優先し、連続的に取得することにした。

⁴B.1.2 節参照。本実験で用いた媒質の入ったリング共振器では式 (B.12) の L を $L + (n-1)d$ とする必要があることに注意。

⁵Fresnel-Fizeau 効果が無視できる時のみであろう。すなわち、 R をリングの平均半径として、 $\omega_{\text{rot}} R \ll c/n$ の時のみ。[30] の式 (56) も参照。

3.3.5 その他の雑音

地面振動

地面の常時微動と呼ばれる振動や回転台の振動などにより共振器長が変化しても、時計回りと反時計回りの周波数は同相で変化するため、原理的には雑音にはならない。さらに、光学系をしっかりと固定することにより、光学系全体が同相で動くようになり、さらに振動の影響を減らすことができる。本実験ではリング共振器を構成する鏡を1つのスペーサーに固定し、さらに全体の光学系を1枚のアルミ板上に固定することにより振動の影響を低減する。

地面振動の大きさは地域や時間帯、天候などによって左右されるが、およそ

$$x_{\text{seis}} = \begin{cases} 10^{-9} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 10 \text{ Hz}) \\ 10^{-9} \left(\frac{10 \text{ Hz}}{f}\right)^2 \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f > 10 \text{ Hz}) \end{cases}$$

の式に従うことが知られている [31]。

したがって、時計回りと反時計回りの同相雑音除去比を γ_{CMRR} 、スペーサーに鏡を固定することによる同相雑音除去比を $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}}$ とおくと、地面振動による共振器の時計回り、反時計回りの共振周波数差の変動は

$$\frac{\delta\nu_{\text{seis}}}{\nu} \sim \gamma_{\text{CMRR}} \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} \frac{\delta x_{\text{seis}}}{L} \sim \gamma_{\text{CMRR}} \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} \times 10^{-8} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (3.36)$$

となる。回転台の振動によって振動レベルがさらに2桁大きくなるとすると、式 (3.13) を満たすためには、

$$\gamma_{\text{CMRR}} \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} \lesssim 10^{-6} \quad (3.37)$$

が必要となる。別の実験で少なくとも $\gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} < 10^{-6}$ は期待できることがわかっており、この要求値は厳しいものではない。したがって、本実験では特別な防振装置などは必要ないと考えられる。

温度変動

共振器の温度が変動すると、スペーサーの熱膨張により共振器長が変化する。しかしこの影響は時計回りと反時計回りの周波数に同相に効くため、原理的には雑音にならない。

温度変動を δT_{cav} 、スペーサーの熱膨張係数を α_L 、時計回りと反時計回りの同相雑音除去比を γ_{CMRR} とすると、温度変動により共振器の時計回り、反時計回りの共振周波数差の変動は

$$\frac{\delta\nu_{\text{temp}}}{\nu} = \gamma_{\text{CMRR}} \alpha_L \delta T_{\text{cav}} \quad (3.38)$$

となる。

本実験ではスペーサーとして熱膨張係数の小さいスーパーインバーと呼ばれる合金を用いており、 $\alpha_L \sim 10^{-7} / \text{K}$ である。よって、 $\gamma_{\text{CMRR}} = 1/100$ とすると、温度安定度への要求値は

$$\begin{aligned} \delta T_{\text{cav}} &\lesssim \frac{10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}}{1/100 \cdot 10^{-7} / \text{K}} \\ &= 10^{-3} \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (@ f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}) \end{aligned} \quad (3.39)$$

となる。この値は特に温度安定化をしなくても、実験室内で実現されている値であり、本実験では共振器の温度安定化は必要ないと考えられる。

共振器の傾き変動

回転に伴って共振器の傾きが変動すると、重力によって共振器が伸縮してしまう。この傾き変動は共振器を用いる Michelson-Morley 型の異方性実験では長年に渡って感度を制限する原因となっているが、本実験ではこの変動も時計回りと反時計回りの共振周波数に同相に効くため、原理的には雑音にならない。

スペーサーの形状を長さ l の直方体とし、水平からの共振器の傾き $\delta\varphi$ によって長さ方向に重力加速度 $g \sin \delta\varphi$ を受けると考えると、重力による伸縮は

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{\rho l^2}{2E} g \sin \delta\varphi \quad (3.40)$$

$$\simeq \frac{\rho l^2 g}{2E} \delta\varphi \quad (3.41)$$

と書くことができる [32]。ここで ρ と E はそれぞれスペーサーの密度とヤング率である。

したがって、傾きの変動に起因する時計回り、反時計回りの共振周波数差の変動は

$$\frac{\delta\nu_{\text{tilt}}}{\nu} \sim \gamma_{\text{CMRR}} \frac{\delta l}{l} = \gamma_{\text{CMRR}} \frac{\rho l^2 g}{2E} \delta\varphi \quad (3.42)$$

となる。 $\gamma_{\text{CMRR}} = 1/100$ 、 $l \sim L/2$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とし、スーパーインバーの物性値⁶ $\rho = 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $E = 140 \text{ GPa}$ を代入すると

$$\frac{\delta\nu_{\text{tilt}}}{\nu} \sim 1 \times 10^{-11} / \text{rad} \delta\varphi \quad (3.43)$$

となるので、傾き変動への要求値は

$$\begin{aligned} \delta\varphi &\lesssim \frac{10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}}{1 \times 10^{-11} / \text{rad}} \\ &= 1 \times 10^{-1} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (@ f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}) \end{aligned} \quad (3.44)$$

となる。この要求値は他の Michelson-Morley 型の実験などへの要求値に比べると 5 桁大きく [19]、よほど不安定な回転台を使わない限り、傾き制御は必要ないと言える。

遠心力に由来する雑音

回転速度の変動により共振器に加わる遠心力が変動すると、共振器が伸縮して共振周波数が変わってしまう。この影響も本実験では同相雑音除去により、原理的には雑音にならない。

遠心力によるスペーサーの伸縮を見積もるには式 (3.40) における $g \sin \delta\varphi$ を遠心加速度の変動 $\delta(r\omega_{\text{rot}}^2)$ に置き換えれば良いので

$$\begin{aligned} \frac{\delta l}{l} &= \frac{\rho l^2}{2E} \delta(r\omega_{\text{rot}}^2) \\ &= \frac{\rho l^2 r \omega_{\text{rot}}}{E} \delta\omega_{\text{rot}} \end{aligned} \quad (3.45)$$

したがって、遠心力の変動に起因する時計回り、反時計回りの共振周波数差の変動は

$$\frac{\delta\nu_{\text{cent}}}{\nu} \sim \gamma_{\text{CMRR}} \frac{\delta l}{l} = \gamma_{\text{CMRR}} \frac{\rho l^2 r \omega_{\text{rot}}}{2E} \delta\omega_{\text{rot}} \quad (3.46)$$

⁶Matweb <http://www.matweb.com/> による値。

となる。 $\gamma_{\text{CMRR}} = 1/100$ 、 $r \sim L/2$ として、上と同様に共振器のパラメータを代入すると

$$\frac{\delta\nu_{\text{cent}}}{\nu} \sim 8 \times 10^{-14} (\text{rad/sec})^{-1} \delta\omega_{\text{rot}} \quad (3.47)$$

となるので、回転速度変動への要求値は

$$\begin{aligned} \delta\omega_{\text{rot}} &\lesssim \frac{10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}}{8 \times 10^{-14} (\text{rad/sec})^{-1}} \\ &= 1 \times 10^1 \text{ rad/sec} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (@ f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}) \end{aligned} \quad (3.48)$$

となる。この要求値は式 (3.35) より 3 桁近く大きく、遠心力変動の影響は同相雑音除去の恩恵によって十分無視できる。

電気系雑音

本実験では、共振器からの反射光強度を光検出器を用いて電気信号に変え、各種電気回路を用いてデータ取得やフィードバック制御を行うため、光検出器や電気回路で発生する雑音の影響を避けることはできない。個々の回路からの雑音の寄与を A.2 節のような計算を用いて評価し、実験装置の開発を進める必要がある。

音の影響等

一般に、干渉計を室内に組むと音による振動や風などが影響して雑音となる。これらの雑音の一部は同相雑音除去されると考えられるが、レーザー周波数ロックの安定度を向上させる上でもこれらの影響を極力抑えることが望ましい。

本実験では共振器を含む主な光学系をアクリル樹脂でできた真空デシケータ内に配置し、1 kPa(= 10^{-2} atm) 程度まで減圧する。こうすることで防音になるだけでなく、温度安定度もよくなると期待できる。

3.4 本章のまとめ

- 本実験では、光路の一部に媒質 (シリコン) を入れて屈折率を変化させたリング共振器を用いることで世界最高精度での片道光速の異方性探査を行う。
- 異方性信号はリング共振器の反時計回りと時計回りの共振周波数の差として現れる。本実験ではこの差をダブルパス構成を用いて取得する。
- ダブルパス構成により取得される異方性信号は、片道光速の異方性がなければゼロとなるものであり、本実験は null 測定である。
- 反時計回りと時計回りの共振周波数の差を取るため、共振器長変動に起因する雑音には全て高い同相雑音除去が効く。そのため高真空環境や高性能な防振装置などが必要ない優れた測定装置になっている。
- 本実験ではリング共振器を回転させることによって異方性信号の現れる周波数を上げる。

- 片道光速の異方性を表す MS パラメータ $\alpha + 1/2$ のこれまでの上限値を更新するために必要な各種雑音レベルは表 3.3 のようになる。この雑音計算を元に、装置設計を行った。

表 3.3: 各種雑音とその対策

雑音	要求値 (@ 0.125 Hz)	対策
レーザー強度雑音	$\delta P_0/P_0 < 1 \times 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}}$	AOM を用いた強度安定化
レーザー周波数雑音	$\delta \nu_{\text{freq}}/\nu < 10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}$	共振にレーザー周波数をロック
Sagnac 効果	$\delta \omega_{\text{rot}} < 3 \times 10^{-2} \text{ rad/sec} / \sqrt{\text{Hz}}$	回転速度制御
振動	$\gamma_{\text{CMRR}} \gamma_{\text{CMRR}}^{\text{rigid}} \lesssim 10^{-6}$	スペーサーを用いて共振器を一体化
温度、音など	—	光学系を真空デシケータ内に構築

Chapter 4

実験装置

本実験で用いた装置はメインとなるリング共振器と、これに入射するレーザー光の強度を安定化するためのファイバ光学系、そして全体を回転させる回転機構の3つに大別することができる。この章では実験装置の全体の構成を示した上で、各構成要素について詳しく述べていく。

4.1 全体の構成

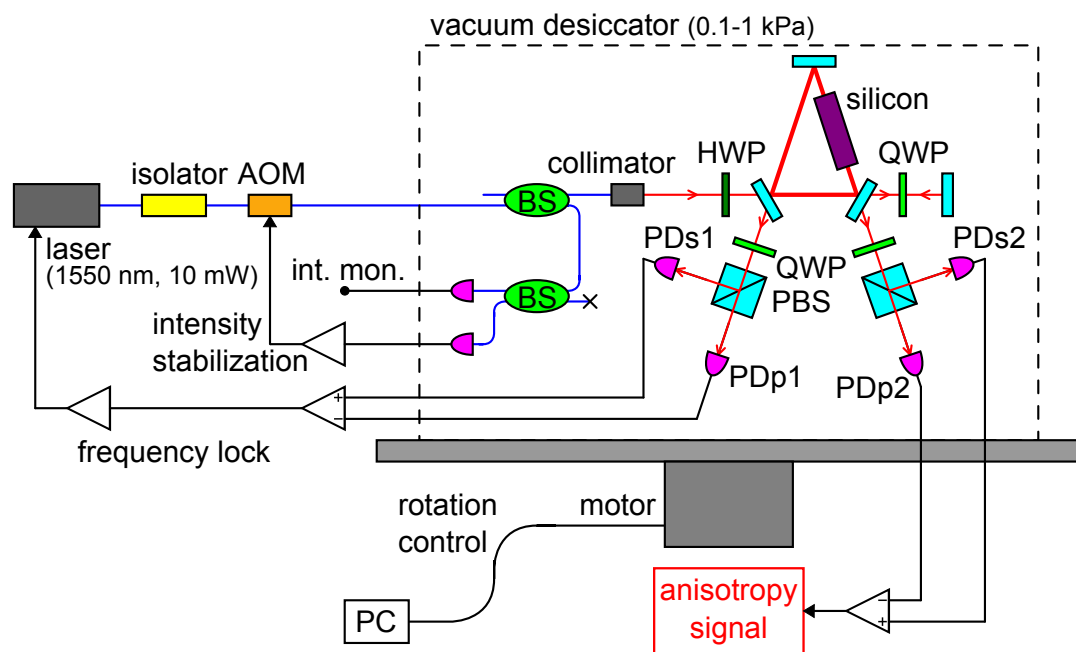


図 4.1: 実験装置全体の構成

実験装置全体の構成は図 4.1 のようになっている¹。

用いるレーザー光源は DFB ファイバレーザーであり、波長は 1550 nm、出力強度は 10 mW である。光源から出た光はファイバを通して、反射戻り光を阻止するためのアイソレータ、強度安定

¹より詳細な光学系、電気回路系の構成は図 E.13 にある。

化のための音響光学素子 (AOM) を通って真空デシケータ内に供給される。光はここでビームスプリッタ (ファイバカプラ) によって3つに分けられる。そのうち2つは強度安定化に用い、残りの1つはファイバを出て空間光となってリング共振器に入射する。強度安定化に用いる光やリング共振器からの反射光は光検出器によって電気信号に変換され、真空デシケータの外に出てそれぞれ強度安定化や周波数制御のエラー信号、異方性信号として用いる。

リング共振器の入った真空デシケータは回転台に固定されており、パソコンを通じてその回転を制御する。回転台の回転角速度や入射光強度などの信号は異方性信号と合わせてデータロガーによって記録され、解析に用いる。

4.2 強度安定化系

AOM には駆動電圧を変化させるとその透過率が変化するという性質がある。本実験ではその性質を用いて強度安定化を行った。ここでは強度安定化系の構成と安定化の結果を示す。

4.2.1 強度安定化系の構成

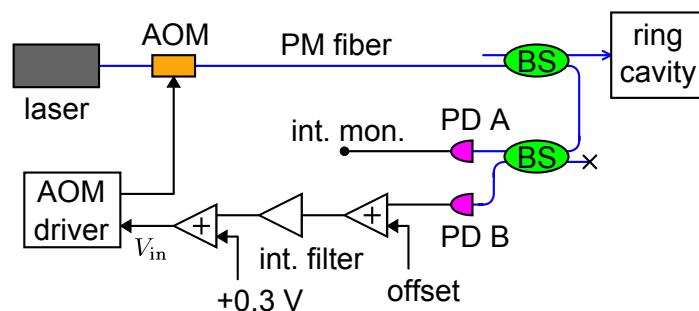


図 4.2: 強度安定化系の構成

強度安定化系の構成は図 4.2 のようになっており、ファイバ光学系となっている。

レーザー光源から出た光は AOM を透過してリング共振器に入射するが、その光の一部をビームスプリッタによって分け、光検出器で強度変動に比例したエラー信号を得る。このエラー信号がゼロになるように AOM の駆動電圧を変化させるというフィードバック制御を行う。本実験では強度変動を2つの光検出器で測定し、一方をフィードバック制御のためのエラー信号取得に、他方を達成された強度安定度の評価のために用いた。

図 4.3 は AOM ドライバに加える電圧によって AOM の強度透過率がどう変化するかをプロットしたものである。駆動電圧 V_{in} に対して透過率 T_{AOM} は正弦波の形で変化することが知られており、本実験に用いた AOM では

$$T_{AOM} = 0.43 \sin^2 \left(\frac{\pi V_{in}}{0.88 \text{ V}} \right) \quad (4.1)$$

であった。

異方性の測定精度を上げるには、共振器に入射するレーザー光強度が強い方がよい。しかし、図 4.3 を見ればわかるように、透過率最大の付近では駆動電圧の変化に対する透過率の変化量が小さく、制御特性が悪くなる。そこで本実験では、 $V_{in} = 0.3 \text{ V}$ (透過率 33%) を動作点として用いた。

強度安定化のオープンループ伝達関数は図 4.4 のようになっている。実線は用いた制御フィルタの伝達特性から予想されるオープンループ伝達関数である。UGF(unity gain frequency) は 60 kHz、位相余裕は 10° となっている。異方性信号の出る 0.125 Hz で十分高いゲインが実現されており、十分な制御帯域となっている。高周波側で位相遅れが発生しているが、これは AOM の応答に遅れが生じているためである。

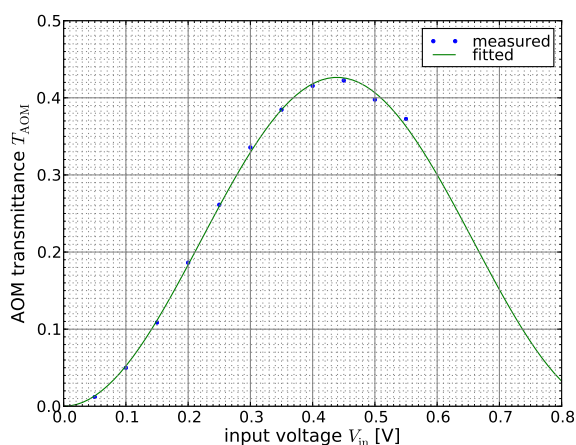


図 4.3: AOM ドライバに加える電圧と AOM 透過率の関係

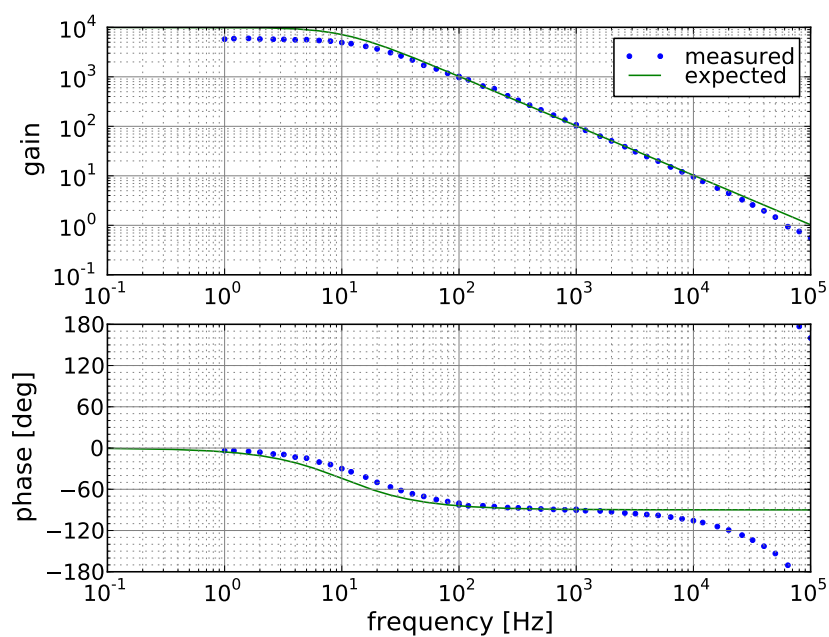


図 4.4: 強度安定化のオープンループ伝達関数

4.2.2 強度安定化の結果

図 4.5 が強度安定化の結果である。緑線が強度安定化前の強度変動を表しており、赤線が強度安定化後の強度変動である。強度安定化によって要求値より 2 桁低い

$$\frac{\delta P}{P} = 1 \times 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (4.2)$$

が達成されたことがわかる。

なお、強度安定化前もほぼ要求値を満たしているが、これは本実験では 2 つの光検出器の差動から異方性信号を得る偏光解析法を用いる工夫をしているため、強度安定度に対する要求値が緩いからである。

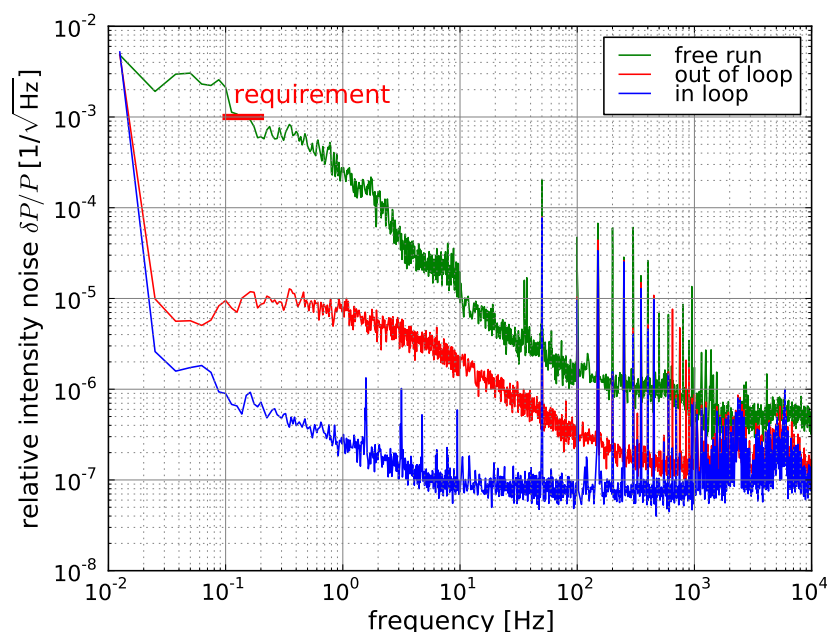


図 4.5: 強度安定化前後の相対強度雑音 (緑線が強度安定化前、赤線が強度安定化後、青線は in-loop のエラー信号)

4.3 リング共振器

ここでは本実験のメインとなるリング共振器と異方性信号取得のための光学系、レーザー光の周波数ロックについて述べる。また異方性信号の較正方法について述べ、達成された雑音レベルについて議論する。

4.3.1 リング共振器の設計

本実験で用いたリング共振器は 3 枚の鏡で構成される三角共振器であり、3 枚の鏡は図 4.6 のようにスペーサーに固定されている。スペーサーの材質は熱膨張係数が $\alpha_L \sim 10^{-7} / \text{K}$ と小さいスー

パーインバーである。3.3.5 節で述べたように、スペーサーに固定することにより振動や温度変動の同相雑音除去比がより一層高められるだけでなく、周波数ロックの安定度が上がることが期待できる。

スペーサーには光路となる穴の他に、シリコンブロックを入れるための穴が開けられている。シリコンは波長 1550 nm の光に対して透明であり、屈折率が $n = 3.69$ と大きい。我々はこのシリコンを媒質として選ぶことで、式 (3.6) からわかる通り、片道光速の異方性への感度を高めている。シリコンブロックは後方散乱を防ぐための AR コートが施されており、さらに光を斜入射²することで反時計回りと時計回りの光のカップリングをなくしている。

リング共振器を構成する 3 枚の鏡のパラメータ等は表 4.1 にまとめた通りである³。フィネスの設計値 $\mathcal{F} = 125$ は散乱雑音などの計算から十分な大きさである (3.3.1 節参照)。

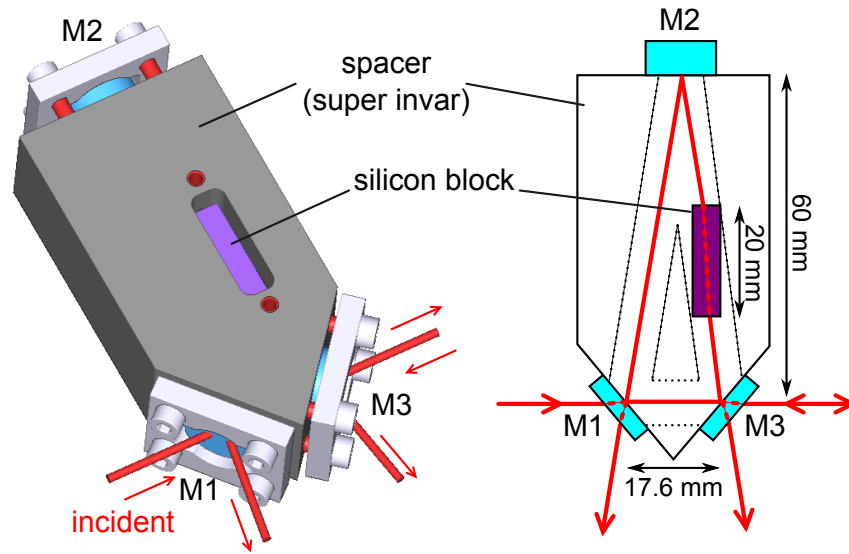


図 4.6: リング共振器の形状

表 4.1: リング共振器のパラメータ (n 以外は全て設計値。 r_i は p 偏光に対するものであり、s 偏光に対してはこれよりも大きな値となる。 $\mathcal{F}$ はシリコンブロックにおける全ロス 1% を仮定した設計値。 n は $\lambda = 1550$ nm における値であり、岡本光学加工所による実測値)

M1 強度反射率	$r_1^2 = 98\%$	フィネス	$\mathcal{F} = 125$
M2 強度反射率	$r_2^2 > 99\%$	一周長	$L = 140$ mm
M3 強度反射率	$r_3^2 = 98\%$	シリコン長	$d = 20$ mm
M1 曲率半径	$R_1 = \infty$ (flat)	シリコンの屈折率 (実測値)	$n = 3.69$
M2 曲率半径	$R_2 = 200$ mm	フリースペクトラルレンジ	$\nu_{\text{FSR}} = 1.5$ GHz
M3 曲率半径	$R_3 = \infty$ (flat)	共振の半値全幅	$\nu_{\text{FWHM}} = 12$ MHz

²入射角は 9.5 度である。この値はシリコンブロックがスペーサーと平行になるようにした値である。

³光共振器の用語や扱いについては [33, 34] などを参照せよ。B.1 節にも一部まとめている。

4.3.2 光学系の構成と配置

リング共振器による片道光速の異方性信号取得光学系の構成は図 4.7 のようになっている。

レーザー光源から偏波保持ファイバを通じてデシケータ内に供給された光はコリメータを出て空間光となり、共振器に反時計回りに入射する。共振器の反射光から偏光解析法によって入射光の周波数と反時計回りの共振周波数の差に比例したエラー信号を取得する。偏光解析法とは三角形リング共振器の偏光選択性を利用する方法であり、波長板を用いて入射光に非共振な偏光成分を混ぜ、反射光に含まれる p 偏光と s 偏光を QWP と PBS を用いて干渉させることでエラー信号を作る。PBS によって分けた 2 つの光を光検出器 PDs1、PDp1 で取得し、その差動を取ることで理想的には強度雑音が効かない構成になっている。

PDs1 と PDp1 の差動によって得たエラー信号を用いて、レーザー光源内部の周波数変調機構にフィードバックすることで反時計回りの共振周波数にレーザー周波数をロックする。本実験で用いたレーザー光源の周波数変調機構はファイバでできたレーザーキャビティに取り付けられたピエゾ素子である。

レーザー周波数が反時計回りの共振にロックされると、鏡 M3 から光が一部透過する。この透過光を打ち返し用の鏡 MR を用いて反射し、今度は時計回りに再び入射する。このときの反射光から偏光解析法によって反時計回りとき計回りの共振周波数の差に比例した信号を取得する。この信号は片道光速の異方性の大きさ $\alpha + 1/2$ に比例した異方性信号になっており、もし $\alpha + 1/2 = 0$ であれば反時計回りとき計回りの共振周波数が一致するため、ゼロとなる。したがって本実験は null 実験である。

なお、偏光解析法の原理と本実験でエラー信号取得にこの方法を用いる利点は補遺 B にまとめた。

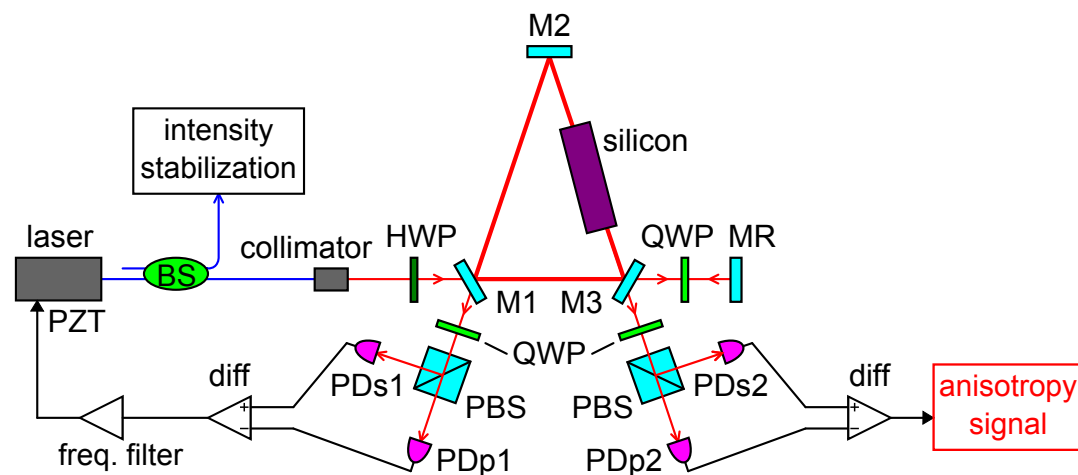


図 4.7: 異方性信号取得光学系の構成 (HWP は 1/2 波長板、QWP は 1/4 波長板、PBS は偏光ビームスプリッター)

コリメータからリング共振器までの距離、リング共振器から打ち返し用の鏡 MR までの距離はモードマッチ⁴が最大となるように設計した。各光学素子間の距離とビーム半径の変化は図 4.8 のようになっている。MR の曲率半径は MR における波面の曲率半径と等しい 200 mm である。

⁴入射光の空間モードと共振器の固有モードがどれだけ合っているかというのをモードマッチング率と呼び、これが高くないと光は共振器に共振しない。詳しくは [33, 34] などを参照せよ。

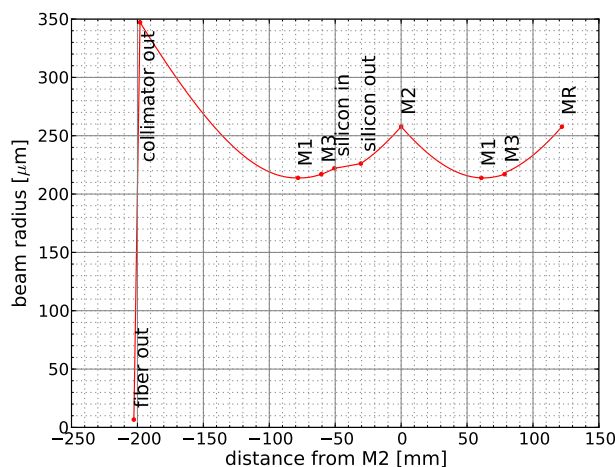


図 4.8: 各光学素子間の距離とビーム半径の変化 (赤点は各光学素子の表面の位置とビーム径を示している。M1、M2、M3、MR などの鏡については特に HR 面を指す)

4.3.3 周波数制御と信号の較正

レーザー周波数制御のオープンループ伝達関数は図 4.9 のようになっている。UGF は 1 kHz、位相余裕は 80° となっており、安定な制御系となっている。制御帯域を制限しているのは 23 kHz 付近にあるピエゾ素子の共振であり、高周波での位相遅れはこの共振に起因していると考えられる。

偏光解析法では入射光の周波数と共振器の共振周波数の差に比例したエラー信号が取得できる。この比例係数を H [V/Hz] とし、フィルタの伝達関数を F [V/V]、ピエゾ素子による周波数変調効率を A [Hz/V] とするとオープンループ伝達関数 G は

$$G = HFA \quad (4.3)$$

と表すことができる (補遺 A 参照)。 F は製作したフィルタ回路の伝達特性であるため既知であり、測定可能である。また、 A は非対称 Michelson 干渉計を用いて測定した (補遺 C 参照)。したがって G を測定することで H を求めることができる。この H を用いて電圧から周波数へ変換することでエラー信号の較正を行う。

この方法は異方性信号の較正にも用いることができる。図 4.7 の PDs1 と PDp1 の差動から得たエラー信号ではなく、PDs2 と PDp2 の差動から得たエラー信号を用いてレーザー周波数をロックし、そのオープンループ伝達関数を測定すればよい。

この方法を用いて測定した H は PDs1 と PDp1 を用いたものを H_1 、PDs2 と PDp2 を用いたものを H_2 とすると

$$H_1 = 8.2 \times 10^{-8} \text{ V/Hz} \quad (4.4)$$

$$H_2 = 1.5 \times 10^{-8} \text{ V/Hz} \quad (4.5)$$

であった。これらの値は典型的な値であり、波長板の回転角の調整具合や入射光の偏光状態によって異なる。そのため異方性探索時はロックをかける毎にオープンループ伝達関数を測定することで較正係数 H_i の測定を行った。

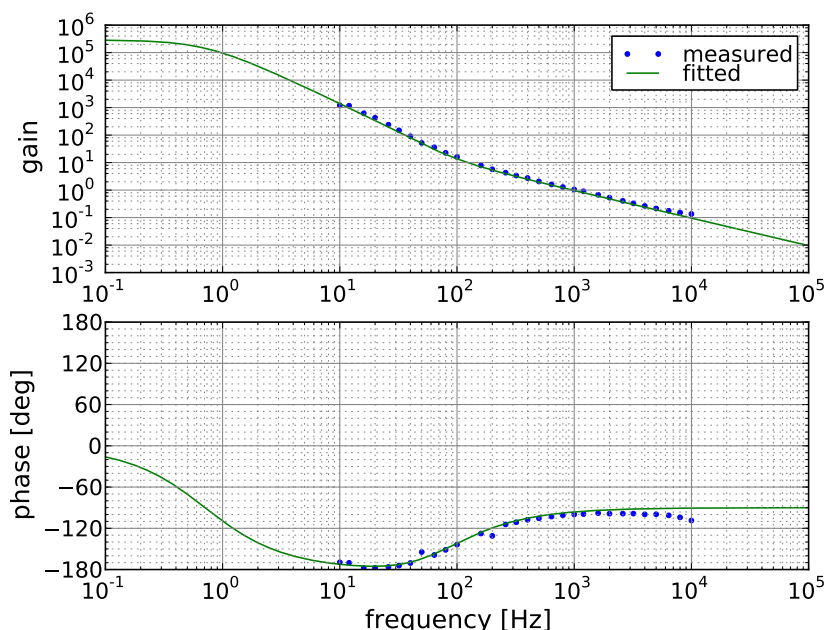


図 4.9: 周波数制御のオープンループ伝達関数

4.3.4 周波数制御の結果と感度

図 4.10 が周波数制御の結果を示している。緑線が周波数制御前のレーザー周波数雑音であり、これは制御のフィードバック信号から見積もったものである⁵。青線が周波数制御に用いたエラー信号、赤線が異方性信号のスペクトルである。つまり赤線が異方性信号への本実験装置の感度を表しており、周波数制御によって要求値より低い雑音レベルに抑えられたことがわかる。

エラー信号が完全にレーザー周波数の変動に比例したものとなっていれば、エラー信号のスペクトルと異方性信号のスペクトルは一致するはずである。実際に ~ 70 Hz 以上はそうになっており、高周波数帯ではレーザー周波数雑音が異方性信号の雑音レベルを決めていると考えられる。一方、低周波数帯ではエラー信号と異方性信号のスペクトルが異なっており、その原因としては以下の 2 つの可能性が考えられる。

- エラー信号は in-loop のものであるため、実際のレーザー周波数変動はもっと大きい可能性がある
- 異方性信号取得の際に別の雑音が効いている可能性がある

⁵この辺りのフィードバック制御と雑音に関する議論については、A.2 節を参照せよ。

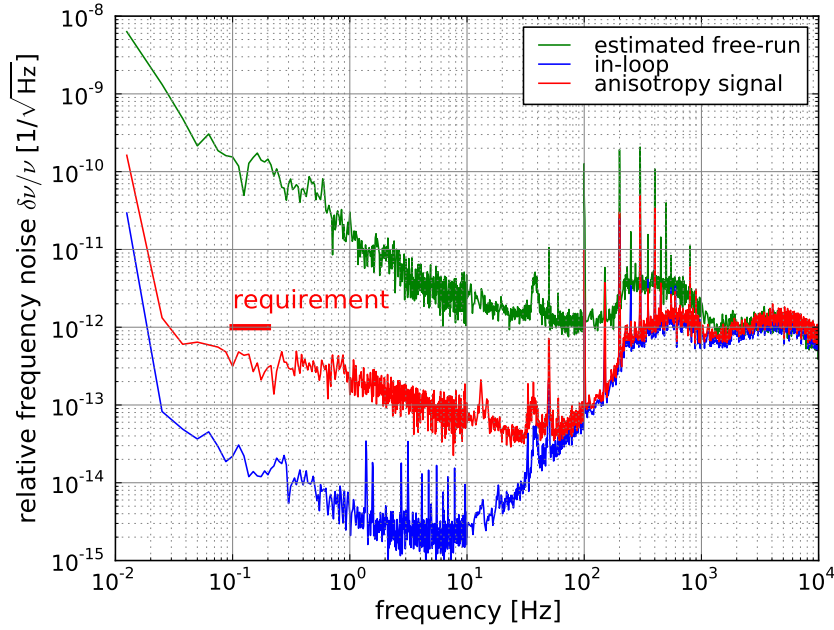


図 4.10: 周波数制御前後の相対周波数雑音と異方性信号の雑音スペクトル (緑線がフィードバック信号から見積もった周波数制御前、青線が in-loop のエラー信号、赤線が異方性信号)

異方性信号への各種雑音の寄与を表したのが図 4.11 である。雑音の寄与はそれぞれ

$$\delta V_{\text{shot}} = \sqrt{2e(g^2 V_{\text{PDs2}} + V_{\text{PDp2}}) R_f} \quad (4.6)$$

$$\delta V_{\text{int}} = V_{\text{diff}} \frac{\delta P}{P} \quad (4.7)$$

$$\delta V_{\text{PD}} = \sqrt{g^2 (\delta V_{\text{PDs2}})^2 + (\delta V_{\text{PDp2}})^2} \quad (4.8)$$

を前節で求めた H_2 で割ることにより得たものである。ここで V_{PDs2} 、 V_{PDp2} はそれぞれの光検出器の出力の DC 成分の大きさであり、 g は 2 つの光検出器のゲイン調整を行なって差動を取った際のゲインである。式 (4.6) は式 (3.14) から導かれる散雑雑音であり、 R_f は光検出器の帰還抵抗の値である。本実験では $R_f = 10 \text{ k}\Omega$ となっている (図 E.1 参照)。

δV_{int} はレーザー強度雑音の寄与であり、 V_{diff} は異方性信号の DC 成分の大きさである。理想的な偏光解析法では完全に差動を取ることで $V_{\text{diff}} = 0$ となるが、実際には残留 DC 成分が残るため、レーザーの相対強度雑音 $\delta P/P$ の影響が現れる。また、 δV_{PD} は光検出器の電氣的な雑音であり、2 つの光検出器の雑音の 2 乗和となる。各光検出器の雑音スペクトルの生データは図 E.10 にある。

さて、図 4.11 からわかるように、レーザー強度雑音は強度安定化によって異方性信号の雑音へは効かなくなっており、光検出器の雑音が最も効いていることがわかる。しかし異方性信号の雑音レベルは 0.125 Hz で光検出器の雑音より 1.8 倍程度大きく、これだけでは雑音源をすべて特定できたとは言えない。

現在その他の雑音源として考えているのは入射光の偏光ドリフトである。入射光の偏光状態がドリフトするとエラー信号のゼロ点が共振点からずれ、レーザーの周波数が共振点から少しずれるこ

とになるため、雑音となる。この影響を正確に見積もるのは難しいが、入射光を PBS で分け、p 偏光と s 偏光の強度を長期的にモニタすることにより偏光のドリフトが存在することがわかっている。偏波コントローラ等を用いて入射光の偏波面を安定化することによりさらに感度が向上する可能性がある。

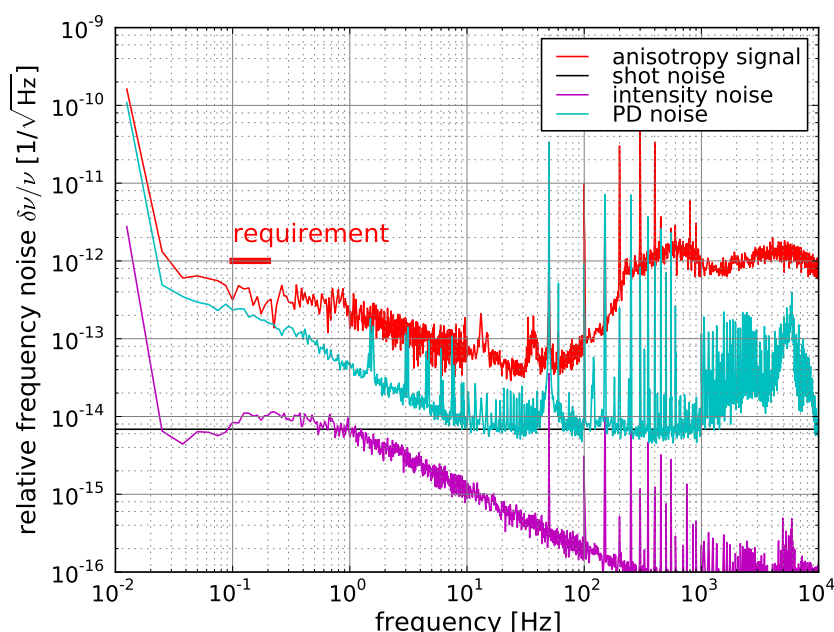


図 4.11: 異方性信号への各種雑音の寄与

4.4 回転機構

本実験ではレーザー光源からファイバを通じてリング共振器に光を供給し、リング共振器を回転させる。このとき光源やデータ取得のための測定器等は回転させないため、正回転と逆回転を繰り返すよう回転台の回転を制御する必要がある⁶。また、3.3.4 節で述べたように、回転角速度の変動は Sagnac 効果によって雑音となってしまふ。本実験では市販のモーターとその制御システムを用いて回転角速度の制御を行った⁷。

以下ではまず回転機構の構成を示し、回転角速度制御の結果や異方性信号取得の流れについて述べる。

⁶他の異方性実験では光源や測定器ごと連続回転させてしまう場合も多い (例えば [16, 19])。この場合、電源供給等はスリッピングと呼ばれるケーブルのねじれを防ぐ機構を用いて行う。しかしこの方法では回転機構が大掛かりになってしまふだけでなく、スリッピングから回転に同期した雑音が出てしまうことから、本実験ではスリッピングを用いないことにした。往復光速の異方性実験では回転周波数の 2 倍の周波数に異方性信号が出るため、本実験に比べるとスリッピングで発生する雑音が効きにくくなっている。

⁷日機電装株式会社のダイレクトドライブモータを用いた。型番は表 E.4 参照。

4.4.1 回転機構の構成

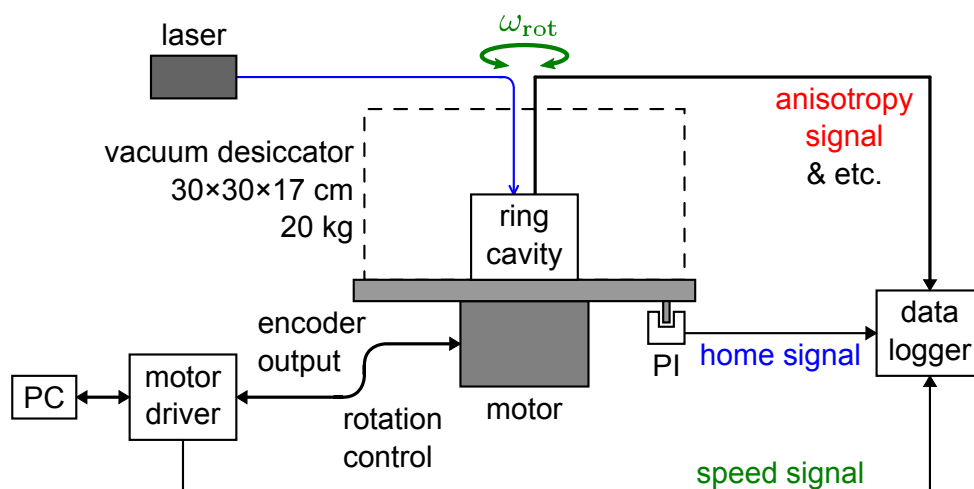


図 4.12: 回転機構とデータ取得系の構成 (PI はフォトインタラプタ)

回転機構の構成は図 4.12 のようになっている。リング共振器を含む光学系は防音等のために真空デシケータ内に配置されており、その真空デシケータが回転台に固定されている。真空デシケータの大きさは底面 30 cm × 30 cm、高さ 17 cm であり、光学系を含めた回転体全体の質量は約 20 kg である。

回転台の回転はモータードライバによって制御される。ドライバはモーターに内蔵された 1 回転 64 万パルス (4 通倍値) のエンコーダ出力を元に回転角と回転角速度を割り出し、回転角速度制御のためのトルク指令をモーターに返す。回転角や回転角速度の指定はモータードライバに接続されたパソコンでプログラムを作成することにより行った。

4.4.2 回転角速度の制御結果

図 4.13 がモータードライバによって制御された回転角速度変動のスペクトルである。青線と緑線はそれぞれ異方性探査の際に用いた回転角速度 $45^\circ/\text{sec}$ ($f_{\text{rot}} = 0.125 \text{ Hz}$) で正回転⁸させた場合と逆回転させた場合での測定であるが、どちらの場合も要求値よりも十分低い変動レベルになっている。

回転周波数である 0.125 Hz とその高調波で回転角速度変動のピークが立っているが、これはエンコーダに由来するものであり、実際の回転角速度変動ではないと考えられる。モーターには等間隔にスリットが開けられた円盤が取り付けられており、単位時間あたりに通過したスリットの数进行を数えることにより回転角速度の測定を行なっている。これがエンコーダの仕組みであるが、この仕組みではスリットが完全に等間隔に開けられていないなどの理由によってどうしても回転周波数に雑音ピークが立ってしまう。

回転角速度が回転周波数で実際に変動しているのではないというのは負荷をかけずにモーターだけで回転させても同じ高さのピークが出たことで確認した。もし回転角速度が回転周波数で実際に

⁸本論文では、上から見てリング共振器が反時計回りに回る方向を正回転とする。

変動しているとしたら、その原因は回転させる真空デシケータの重心が回転中心と一致していないからだと考えられ、偏心がない状態ではピークの高さが低くなるはずである。

図 4.13 の赤線はモーターを静止させた時の回転角速度信号のスペクトルを表している。エンコーダーの生の出力を角速度信号に変換する F/V コンバーターの雑音が 0.1 Hz から 10 Hz 付近で大きくなっている。そのため、実際の回転角速度変動は図に示したものよりも低いと考えられる。

以上より、本実験で使用した回転台の回転角速度変動は

$$\delta\omega_{\text{rot}} \lesssim 1 \times 10^{-3} \text{ rad/sec}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.9)$$

であると考えられる。これは要求値よりも 1 桁以上低い値である。

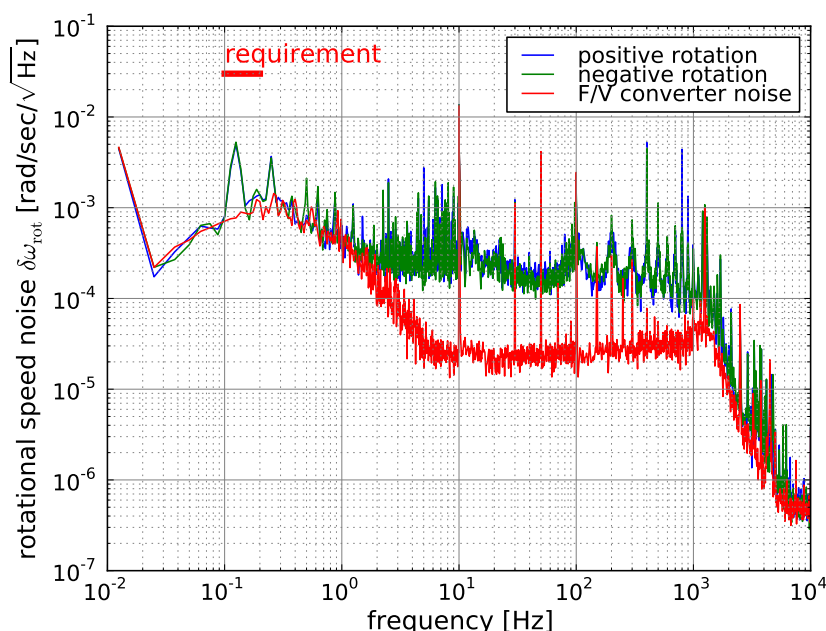


図 4.13: 回転角速度変動のスペクトル (青線は正回転時、緑線は逆回転時、赤線は静止時の回転角速度信号)

4.4.3 回転と異方性信号取得の流れ

本実験では正回転と逆回転を交互に繰り返すことで異方性探索を行う。このとき回転の開始時と反転時は加速と減速を伴い回転角速度が変動するため、異方性信号が Sagnac 効果によって汚されてしまう。したがって本実験では 1 回転より少し多い 390° 回転と -390° 回転を繰り返すようにし、加減速のない 360° 分の異方性信号データを 1 回分のデータ解析に用いることで、各回転ごとに片道光速の異方性の大きさ $\alpha + 1/2$ を求めた。

1 回転ずつのデータに区切るためには回転角の原点を通過したことを示す信号が必要である。本実験で用いた回転台の下には図 4.12 のように一箇所だけ突起が出ており、これが透過型フォトイ

ンタラプタを通過することで回転角の原点通過信号が得られるようにした⁹。

リング共振器を用いて取得した異方性信号は原点通過信号とモータードライバからの回転角速度信号と共にデータロガーにサンプリング周波数 100 Hz で記録される。データ解析はこれら 3 つの連続信号を用いて行った。

図 4.14 は実際に異方性探索中に得られた 3 つの信号の生データである。原点通過信号のパルスが立ってからもう一度立つまでの 8 sec が 1 回転分のデータであり、回転角速度信号は正回転か逆回転かを判断するために用いた。加減速時の時間も含めると正回転と逆回転の 1 サイクルは約 20 sec である。

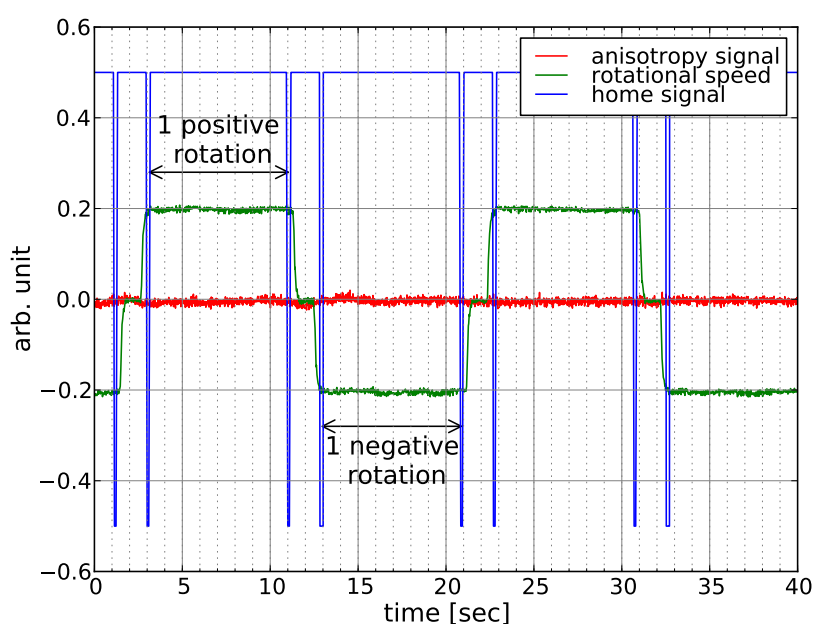


図 4.14: 異方性信号、回転角速度信号、原点通過信号の生データ

4.5 本章のまとめ

- 本実験装置はレーザー強度安定化光学系とリング共振器、回転機構から構成される。
- 各構成要素を製作し、全てにおいて片道光速の異方性の大きさを表すパラメータ $\alpha + 1/2$ の上限値を更新するために必要な雑音性能を達成した。その結果は下記の表 4.2 にまとめた。
- レーザー強度安定化を行ったことにより、強度雑音は片道光速の異方性への感度 (周波数雑音レベル) へ効かなくなった。また、散射雑音も効いていない。
- 感度を制限しているのはレーザーの偏光ドリフトである可能性がある。感度をあと 1 桁向上するには偏波面の安定化と、より低雑音な光検出器の使用が必要である。

⁹ モーターにも同様の機構が内蔵されており、モータードライバによる回転の制御には内蔵のものが用いられている。フォトインタラプタによる原点通過信号はそれとは独立に、データ解析のために取得するものである。

- 本実験ではリング共振器を回転させることで異方性探索を行う。このとき正回転と逆回転を交互に繰り返す。
- 回転中、連続的に取得した異方性信号は原点通過信号を用いて1回転分のデータに区切られる。データ解析はこの1回転分のデータ毎に行う。

表 4.2: 本実験装置の雑音性能

雑音	要求値 (@ 0.125 Hz)	達成された値
レーザー強度雑音	$\delta P/P < 1 \times 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}}$	$1 \times 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$ (図 4.5)
レーザー周波数雑音	$\delta \nu_{\text{freq}}/\nu < 10^{-12} / \sqrt{\text{Hz}}$	$4 \times 10^{-13} / \sqrt{\text{Hz}}$ (図 4.10)
Sagnac 効果	$\delta \omega_{\text{rot}} < 3 \times 10^{-2} \text{ rad/sec}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\lesssim 1 \times 10^{-3} \text{ rad/sec}/\sqrt{\text{Hz}}$ (図 4.13)

Chapter 5

データ解析

本実験ではリング共振器を 2 週間に渡って断続的に約 2.6 万回転させ、異方性信号を取得した。ここでは測定した異方性信号から片道光速の異方性パラメータ $\alpha + 1/2$ を得る方法について述べ、実際に解析した結果を示す。

また、MS 理論の枠組みだけではなく拡張標準理論の枠組みでも解析を行った。拡張標準理論における解析の詳細については本章ではなく補遺 D にまとめたので、ここではその結果のみを示す。

5.1 解析方法

本実験における異方性信号は共振器の反時計回りの共振周波数と時計回りの共振周波数の差である。その表式は式 (3.9) で与えられ

$$s(t) = \frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) v \cos \theta \quad (5.1)$$

であった。ここで θ は実験室系の絶対静止系に対する速度 $\boldsymbol{v}$ と媒質に沿ったベクトルのなす角である。 $\boldsymbol{v}$ は実験室系では地球の自転に伴って変化するため、 $\theta = \omega_{\text{rot}} t$ と単純におくことはできない。そこで、 $\boldsymbol{v}$ が常に一定の方向を向く系を考える必要がある。

そのような系としてよく用いられているのが SCCEF (Sun centered celestial equatorial frame) である [35]。ここではまず SCCEF について説明した上で、異方性信号から $\alpha + 1/2$ を算出する方法を示す。また、作成した解析プログラムを用いて、異方性信号がある場合はどのような解析結果が得られるかについて示す。最後に、データ選択をどのように行ったかについて述べる。

5.1.1 Sun centered celestial equatorial frame

SCCEF を図示すると図 5.1 のようになる。SCCEF の原点は太陽であり、X 軸は秋分にいる地球、Z 軸は地球の自転軸の北を向いている。XY 平面は赤道面と一致しており、地球の公転面に対して $\eta = 23.4^\circ$ 傾いている。CMB の異方性の測定から SCCEF は CMB 静止系に対してほぼ一定の速度で動いていることがわかっており

$$\boldsymbol{v} = v \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \varphi \\ \sin \psi \cos \varphi \\ -\sin \psi \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

とすると $v = 369 \text{ km/s}$ 、 $\psi = 168^\circ$ 、 $\varphi = -7.2^\circ$ となっている [36]。ここで ψ と φ はそれぞれ赤経と赤緯である。

実験室系の座標を x 軸が南を向き、 z 軸が地面と垂直になるようにとると、SCCEF から実験室系への空間座標変換は

$$R = \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & -\sin \chi \\ -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & 0 \\ \sin \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \sin \chi \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

で与えられる [35]。ここで χ は実験室の余緯度であり、本実験は東京 (北緯 35.7°) で行ったので $\chi = 54.3^\circ$ である。また、 $\omega_{\oplus}$ は地球の自転角周波数であり、 $T_{\oplus}$ は 2000 年の春分、すなわち実験室の y 軸と SCCEF の Y 軸が重なった瞬間を $T_{\oplus} = 0$ とする時間である。日本標準時間では 2000 年 3 月 20 日 16:30 となっている¹。

なお、地球の自転速度は 0.5 km/s 、公転速度は 30 km/s なのでどちらも v に比べて小さいため、以下の計算では無視する。

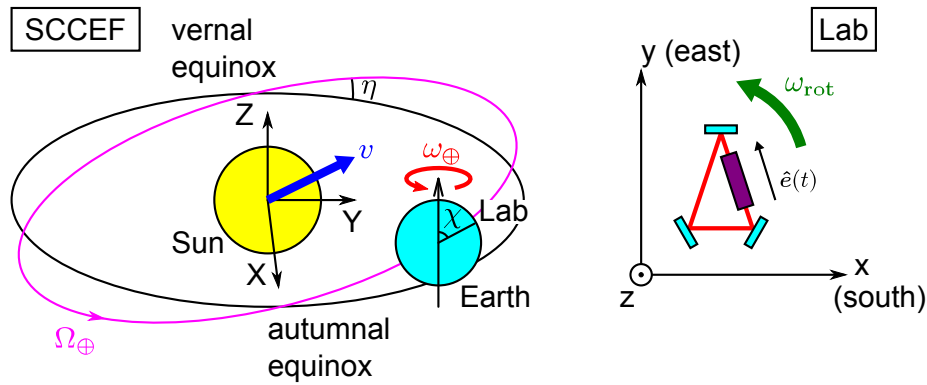


図 5.1: SCCEF と実験室系

5.1.2 異方性信号からの MS パラメータの算出

媒質に沿った単位ベクトルを $\hat{e}(t)$ とすると、 $\cos \theta = \mathbf{v} / v \cdot \hat{e}(t)$ となる。 $\hat{e}(t)$ は実験室系では

$$(\hat{e}(t))_{\text{lab}} = \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{rot}} t \\ \sin \omega_{\text{rot}} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

となるので、これを SCCEF 系に変換することで式 (5.1) は

$$s(t) = -\frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \mathbf{v} \cdot R^T \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{rot}} t \\ \sin \omega_{\text{rot}} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

と書き直すことができる。

¹Time and Date of Vernal Equinox <http://aom.giss.nasa.gov/srvernal.html> より。

一方、実験で得られた異方性信号 $s(t)$ を ω_{rot} で Fourier 変換することにより直交位相振幅 $\mathcal{C}$ 、 $\mathcal{S}$ を求めると、1 回転の周期を T_{rot} とおいて

$$\mathcal{C} + i\mathcal{S} = \frac{2}{T_{\text{rot}}} \int_0^{T_{\text{rot}}} s(t) e^{i\omega_{\text{rot}} t} dt \quad (5.6)$$

で

$$s(t) = \begin{pmatrix} \mathcal{C} \\ \mathcal{S} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{rot}} t \\ \sin \omega_{\text{rot}} t \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

となるので、この式と式 (5.5) を比較することにより

$$\begin{pmatrix} \mathcal{C} \\ \mathcal{S} \end{pmatrix} = -\frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) Q\mathbf{v} \quad (5.8)$$

となる。ここで Q は R の 2×3 成分である。

したがって片道光速の異方性を表す $\alpha + 1/2$ は

$$\alpha + 1/2 = -\frac{L + (n-1)d}{4(n-1)d} \frac{1}{|Q\mathbf{v}|^2} \mathbf{v} \cdot Q^T \begin{pmatrix} \mathcal{C} \\ \mathcal{S} \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

と求めることができる。この計算は、実験室系で求めたベクトル $(\mathcal{C}, \mathcal{S}, 0)$ を SCCEF に変換したベクトル

$$\begin{pmatrix} \mathcal{C}' \\ \mathcal{S}' \\ \mathcal{Z}' \end{pmatrix} = \frac{1}{|Q\mathbf{v}|^2} Q^T \begin{pmatrix} \mathcal{C} \\ \mathcal{S} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

の $\mathbf{v}$ への射影成分を求めていることに等しい。

上記の計算を 1 回転毎に行うことで各回転における $\alpha + 1/2$ の値を求め、その平均から最終的な測定値を求めた。本実験では正回転と逆回転を繰り返すが、逆回転のデータについては ω_{rot} を $-\omega_{\text{rot}}$ に置き換えることで計算できる。

5.1.3 解析プログラムの確認

前節の計算を元で作成した解析プログラムの正しさを確認するために、Gauss 雑音に異方性信号を注入した 24 時間分のデータを生成し、解析を行った。

図 5.2 は生成したデータの Fourier 変換により求めた直交位相振幅 $(\mathcal{C}, \mathcal{S})$ とこれを式 (5.10) を用いて SCCEF に変換した $(\mathcal{C}', \mathcal{S}')$ をプロットしたものである。 $(\mathcal{C}, \mathcal{S})$ は CMB 静止系に対する実験室系の運動方向と異方性の大きさを表している。実験室系で求めた $(\mathcal{C}, \mathcal{S})$ では地球の自転の影響により 24 時間かけて xy 平面上を一周することになる。このとき、楕円状に一周するのは実験室の緯度の影響であり、北極に実験室があれば円となる。

SCCEF に変換した $(\mathcal{C}', \mathcal{S}')$ では地球自転の影響がなくなり、 $\psi = 168^\circ$ の方向に分布する。これは CMB 静止系に対する SCCEF の運動方向を XY 平面に射影したものに对应している。したがって仮に $\mathbf{v}$ が既知でなくても、 $(\mathcal{C}', \mathcal{S}')$ のプロットから絶対静止系に対する SCCEF の運動方向を決めることができる。

図 5.3 は式 (5.9) から求めた各回転毎の $\alpha + 1/2$ とそのヒストグラムである。今回は $\alpha + 1/2 = 1 \times 10^{-10}$ の場合の信号を注入したが、確かに 1×10^{-10} を中心に分布する結果になっていることがわかる。また、式 (5.9) から異方性信号に含まれる雑音が Gauss 雑音であれば $\mathcal{C}$ や $\mathcal{S}$ が Gauss

分布するため、求める $\alpha + 1/2$ も Gauss 分布する。図 5.3 の赤破線は求めた $\alpha + 1/2$ の平均値と分散から計算した Gauss 分布であるが、ヒストグラムが確かに Gauss 分布していることが確認できる。

以上より、作成した解析プログラムの正しさが確認された。

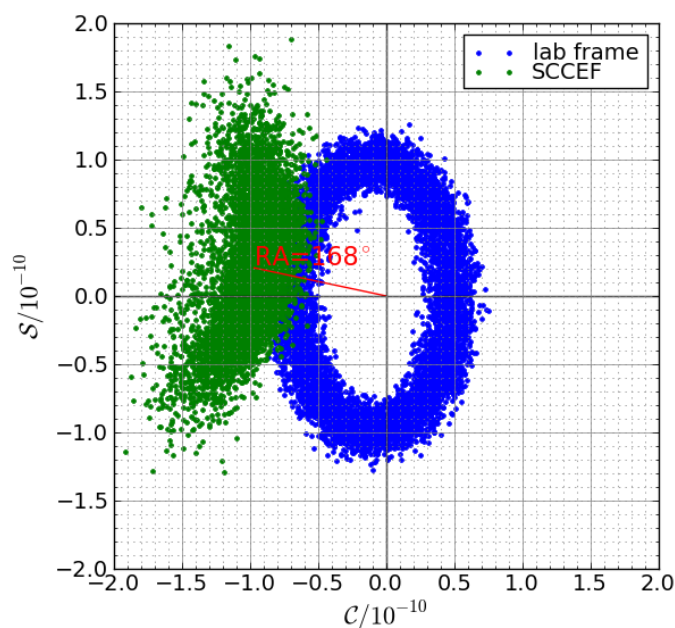


図 5.2: 異方性があった場合の直交位相振幅

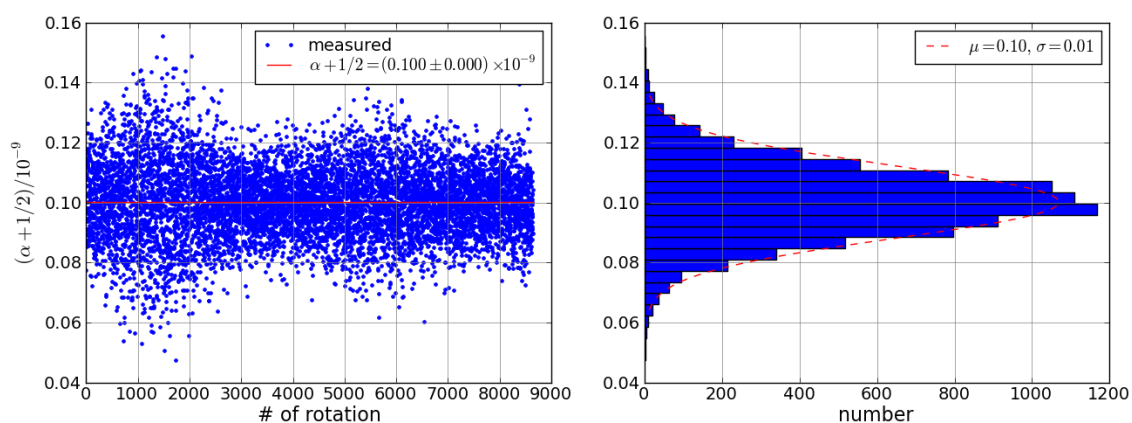


図 5.3: 異方性があった場合のデータ解析結果 (左図は各回転毎の $\alpha + 1/2$ 。右図はそのヒストグラムで、赤破線は平均値と分散から計算した Gauss 分布)

5.1.4 データ選択

本実験ではリング共振器を約 2.6 万回転させ、異方性信号を取得したが、全ての回転データを解析に用いたわけではない。レーザー周波数ロックの状態や周囲の環境によって雑音レベルが大きいデータは異方性信号が見えないと考えられるため、ある雑音レベルを超えるデータは用いないというデータ選択を行った。

雑音レベルの評価には異方性信号の現れない $0.167 \text{ Hz}(= 1.5f_{\text{rot}})$ における直交位相振幅を用いて行った。これは 1 回転 8 sec 分のデータのうちの中心 6 sec 分を Fourier 変換することにより求めることができる。

2.6 万回転分の異方性信号データのうちデータ解析に用いたのは約 1 万回転分である。正回転、逆回転の 1 サイクルが約 20 sec であるから (図 4.14 参照)、これは測定時間でいうと $1 \times 10^5 \text{ sec}$ 分 (約 1.2 日分) のデータに相当する。

5.2 解析結果

異方性信号のデータ取得は 2011 年 11 月後半の 2 週間に渡って断続的に行った。断続的に、というのはレーザー周波数のロックを維持する時間に限界があったためであり、ロックが続く時間は最長でも 10 時間程度であった。

データ解析の結果が図 5.4 と図 5.5 である。図 5.4 で (C', S') は実験の精度の範囲内で原点を中心に分布しており、特定の方向に片道光速の異方性が見つかることはなかった。図 5.5 は各回転ごとに求めた $\alpha + 1/2$ を時系列でプロットしたものとそのヒストグラムである。ほぼ Gauss 分布しており、最終的に得られた $\alpha + 1/2$ の値は全データの平均と分散から

$$\alpha + 1/2 = (-2.3 \pm 2.6) \times 10^{-10} \quad (5.11)$$

であった。これは現在最も厳しい上限値を与えている [26] に比べて 2 倍以上、上限値を更新する値である。したがって本実験は片道光速に関して、世界最高精度で特殊相対論を検証したことになる。

[26] は最近行われたリング共振器を用いた実験であり、40 日分のデータを用いて $|\alpha + 1/2| \lesssim 6 \times 10^{-10}$ の上限値を得ている。本実験では約 1.2 日分のデータしか用いていないが、上限値を更新することができたのはダブルパス構成によって null 測定になっているためだと考えられる。その他に、媒質として屈折率の大きいシリコンを用いるなど、3.1.3 節にまとめた工夫によってこの高い精度が実現できたと言える。

さらに今回の上限値を 1 桁更新するには、 10^2 日分の異方性信号データを得るか、雑音レベルを 1 桁下げればよい。雑音レベルを 1 桁下げするには低雑音な光検出器の利用と入射レーザー光の偏波面の安定化が必要だと考えられる (4.3.4 節参照)。レーザー周波数ロックの継続時間の限界は入射レーザー光の偏光ドリフトに起因していると考えられるため、偏波面の安定化はさらに長期的なデータを取得する上でも重要である。

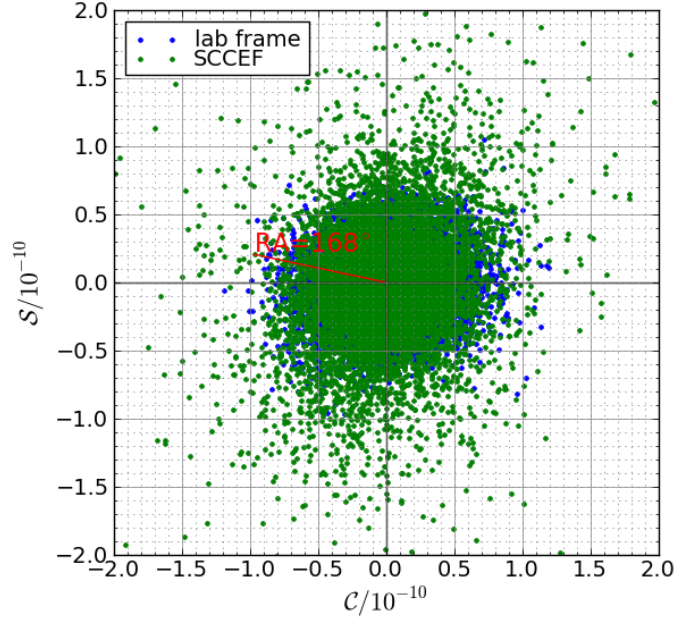


図 5.4: 得られた異方性信号の直交位相振幅

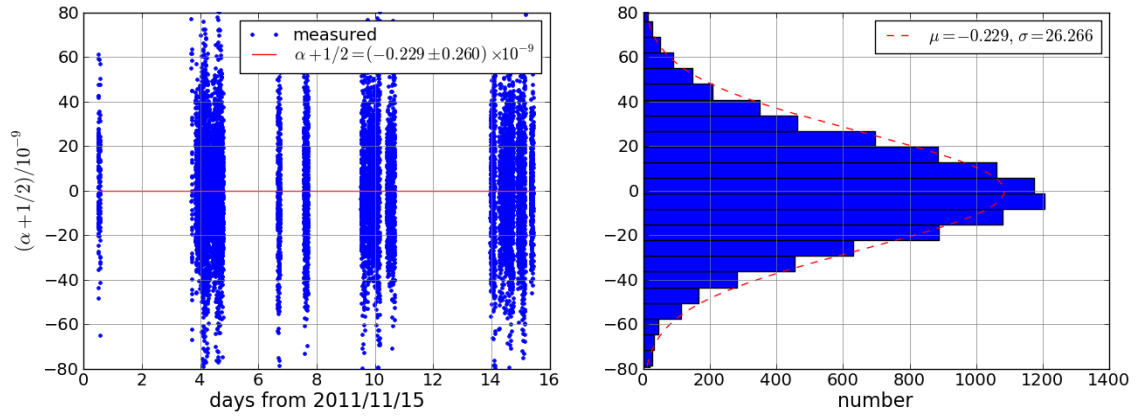


図 5.5: 得られた異方性信号のデータ解析結果 (左図の横軸は 2011 年 11 月 15 日午前 0 時 (JST) からの日数。点がない部分はデータ選択によって用いなかった時間帯、または測定を行なっていない時間帯。右図の赤破線は平均値と分散から計算した Gauss 分布)

5.3 拡張標準理論における解析結果

Lorentz 不変性を検証するための、MS 理論とは異なる枠組みとして、近年よく用いられているものに拡張標準理論がある [43]。拡張標準理論の説明やこの枠組における解析方法は補遺 D にま

とめたが、本実験では拡張標準理論の4つのパラメータを測定することができる。

得られた測定結果は

$$\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ} = (1.1 \pm 0.9) \times 10^{-12} \quad (5.12)$$

$$\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ} = (1.0 \pm 0.9) \times 10^{-12} \quad (5.13)$$

$$\tilde{\kappa}_{o+}^{XY} = (-0.4 \pm 9.4) \times 10^{-13} \quad (5.14)$$

$$\tilde{\kappa}_{\text{tr}} = (-0.1 \pm 4.2) \times 10^{-9} \quad (5.15)$$

である。 $\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ}$ 、 $\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}$ 、 $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ はそれぞれ SCCEF における X 軸、Y 軸、Z 軸方向の片道光速の行き帰りの差に相当するパラメータであり、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ は SCCEF における光速の $c_0 = 1$ からの等方的なずれを表す。 $\tilde{\kappa}_{o+}$ の3つのパラメータについては、現在最も厳しい上限値を与えている [16] に比べると1桁精度が悪いが、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ は最近行われたリング共振器を用いた実験 [26] に比べると1.5倍精度がよく、世界最高精度での測定となっている。

また、[26] はリング共振器の回転を行わず、地球自転のみを利用しているため、 $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ を測定することができない。したがって、本実験はリング共振器を用いて世界で初めて $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ の測定を行った実験となる。

5.4 本章のまとめ

- MS 理論の枠組みによる解析では、異方性信号の回転周波数成分の直交位相振幅から絶対静止系に対する SCCEF の運動方向を決めることができる。
- リング共振器を約 2.6 万回転させることで片道光速の異方性探索を行い、データ選択によって使用可能な約 1 万回転分 (約 1.2 日分) の異方性信号データを取得した。
- 得られた異方性信号の解析を行った結果、片道光速の異方性は実験の精度の範囲内で見つからなかった。
- 本実験が測定した片道光速の異方性の大きさは MS 理論のパラメータで $\alpha + 1/2 = (-2.3 \pm 2.6) \times 10^{-10}$ であった。これはこれまで与えられていた上限値を2倍以上更新するものである。
- 拡張標準理論の枠組みでも解析を行い、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}} = (-0.1 \pm 4.2) \times 10^{-9}$ の結果を得た。これはこれまで与えられていた上限値を1.5倍更新するものである。

Chapter 6

結論

6.1 本研究の結果

- 光路の一部にシリコンを入れたリング共振器と、ダブルパス構成による反時計回りと時計回りの共振周波数の比較というこれまでにない方式による片道光速の異方性測定装置を製作した。
- レーザーの強度安定度と周波数安定度、回転台の回転速度変動の全てにおいて、片道光速の異方性に対する上限値を更新するために必要な雑音性能を達成した。
- 製作した装置を用いてリング共振器を約 2.6 万回転させることで片道光速の異方性探索を行い、使用可能な約 1 万回転分 (約 1.2 日分) の異方性信号データを取得した。
- 得られた異方性信号の解析から、MS 理論のパラメータで $\alpha + 1/2 = (-2.3 \pm 2.6) \times 10^{-10}$ の結果を得た。これはこれまで与えられていた上限値を 2 倍以上更新するものである。
- 拡張標準理論の枠組みでも解析を行い、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}} = (-0.1 \pm 4.2) \times 10^{-9}$ の結果を得た。これはこれまで与えられていた上限値を 1.5 倍更新するものである。

本実験により片道光速の等方性が確かめられ、片道光速に関して、世界最高精度での特殊相対論の検証ができた。

6.2 今後の研究

短時間の測定データにより上限値を更新したことで、リング共振器を用いた片道光速の異方性探索におけるダブルパス構成の有用性が示せたと言える。

現在、本実験装置の感度を制限しているのは入射するレーザー光の偏波面のドリフトと光検出器の雑音だと考えている。したがって、レーザー光の偏波面の安定化系を導入し、低雑音の光検出器を用いてさらに周波数安定度を上げることで、 $\alpha + 1/2$ の上限値をさらに 1 桁程度更新できると考えられる。今回の実験では約 1.2 日分のデータを用いたが、測定時間を稼ぐことでさらに精度を上げることも可能である。

今回の実験の精度は片道光速の行き帰りの差 $\delta c/c$ でいうと 10^{-13} のオーダーとなる。Michelson-Morley 型の共振器実験では往復光速の等方性が 10^{-17} のオーダーで確かめられているが、本実験もそのオーダーに到達するためにはさらに 3 桁程度の感度向上と 1 年程度の測定が必要となる。3 桁の感度向上には低雑音の回路や光検出器の使用だけでなく、振動レベルの低減が必要になると考

えられる。本実験では反時計回りと時計回りの共振周波数で同相雑音除去が期待できるため防振装置は理想的には必要なく、今回の実験でも用いていない。しかし、振動は共振器長の変化だけでなく入射光と検出器の相対的な位置の変化を引き起こすため、さらなる感度向上には光検出器の振動を抑えるための防振装置が必要になると考えられる。光検出器を含めた光学系全体が一体となって振動する場合は雑音とはならないため、光学系全体のモノリシック化も有効である。

また、さらに高安定な回転台を導入し、回転角速度を制御する必要がある可能性が考えられる。3桁の感度向上に必要な角速度変動への要求値は $\delta\omega_{\text{rot}} \lesssim 10^{-4} \text{ rad/sec}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。

本実験装置はコンパクトな装置となっており、人工衛星にも搭載可能であると考えられる。スピロ衛星に搭載することで、雑音の少ない連続回転が実現できるだけでなく、回転軸を変化させることで3次元的な異方性探査を行うことができる。

Appendix A

フィードバック制御

ここでは本論文を読むにあたって必要なフィードバック制御の基本について簡単にまとめる。より包括的に知りたい場合は参考文献として例えば [37] がある。

A.1 オープンループ伝達関数

フィードバック制御とは、制御対象の変動を検出し、その変動と逆の方向に力を加えることで変動を抑える制御のことである。典型的なフィードバック制御ループをブロック線図で表すと図 A.1 のようになる。まず、何らかの外乱 x_0 がセンサの伝達関数 H を通じてエラー信号 v_{er} に変換される。このエラー信号を元に、制御フィルタ F でフィードバック量 v_{fb} を決め、アクチュエータ A を用いてセンサの入力部にフィードバックするというものである。このフィードバック制御により、元々の変動量 x_0 は x_{st} に抑えられる。

ここで残留変動 x_{st} は、センサ、フィルタ、アクチュエータの伝達関数を用いて

$$x_{st} = x_0 - AFHx_{st} \quad (A.1)$$

と書けるので、 $G = AFH$ とおくと

$$x_{st} = \frac{1}{1+G}x_0 \quad (A.2)$$

となる。したがって、ゲイン $|G|$ を大きくすることで変動が抑えられることがわかる。この G のことをオープンループ伝達関数と呼ぶ。

しかし、一般に G は周波数の関数であり、どの周波数帯域でも $|G|$ を大きく取れるわけではない。一般的に高周波数帯では $|G|$ は小さくなり、 $|G| > 1$ の領域を制御帯域、 $|G| = 1$ となる周波数を UGF (unity gain frequency) と呼ぶ。

式 (A.2) から、 $G = -1$ になると x_{st} が発散してしまうことからわかるように、UGF は制御安定性の判定に重要な周波数である。安定性の判定方法にはいくつかの方法があるが、本論文で扱うような比較的単純な伝達関数を持つ制御系の安定性判定には Nyquist の安定条件がよく用いられている。Nyquist の安定条件によると、UGF での G の位相余裕、すなわち $\arg(G) + 180^\circ$ が 30° 程度以上大きければ、そのフィードバック制御は安定である。

伝達関数の実部と虚部は Kramers-Kronig の関係式で結ばれており、高いゲインと高い位相余裕を両立するのは不可能である。そこで、制御フィルタ回路の伝達関数 F の形を工夫することにより、必要な周波数帯域で高ゲインであり、なおかつ安定なフィードバック制御ループを設計することが必要となる。

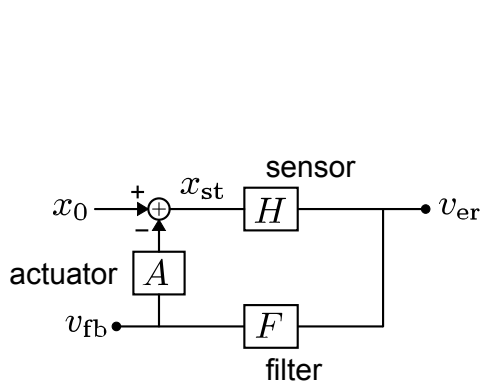


図 A.1: フィードバック制御の原理を示すブロック線図

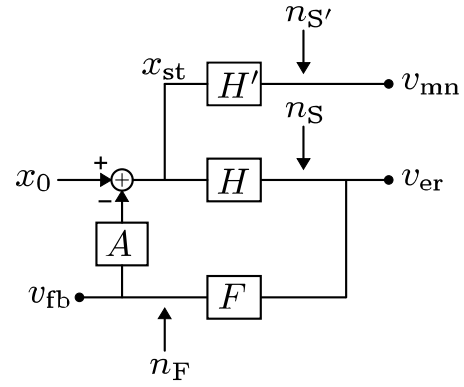


図 A.2: 雑音の混入、評価用信号取得系を含めた場合のブロック線図

A.2 制御による雑音

前節で考えた理想的な場合では、 G を大きくすることにより変動を十分に抑えることができるが、実際には制御ループに雑音が混入し、実現できる残留変動には限界がある。本節では図 A.2 のようにセンサの雑音 n_S とフィルタ回路の雑音 n_F を考え、雑音がある中で残留変動をどう評価するか、また外乱による変動をどう見積もるかについて述べる。

A.2.1 in-loop と out-of-loop

フィードバック制御ではエラー信号が 0 になるように制御を行うが、エラー信号にはセンサの雑音が含まれるため、単に制御ループ内 (in-loop) のエラー信号を見ているだけでは実際の残留変動を正しく評価することはできない。

例えば、図 A.2 のような制御系でのエラー信号は

$$v_{er} = H[x_0 - A(Fv_{er} + n_F)] + n_S \quad (A.3)$$

より

$$v_{er} = \frac{H}{1+G}x_0 - \frac{HA}{1+G}n_F + \frac{1}{1+G}n_S \quad (A.4)$$

となる。よってエラー信号から見積もった残留変動は

$$x_{st}^{(er)} = \frac{v_{er}}{H} = \frac{1}{1+G}x_0 - \frac{A}{1+G}n_F + \frac{1}{1+G}\frac{1}{H}n_S \quad (A.5)$$

となつて、 $|G| \gg 1$ では $x_{st}^{(er)} \sim 0$ となる。

しかし実際には

$$x_{st} = \frac{v_{er} - n_S}{H} = \frac{1}{1+G}x_0 - \frac{A}{1+G}n_F - \frac{G}{1+G}\frac{1}{H}n_S \quad (A.6)$$

であり、 $|G| \gg 1$ でも $x_{st} \sim 0$ にはならず、 $x_{st} \sim n_S/H$ となる。したがって制御ループ内のエラー信号だけでは、残留変動を小さく評価してしまうことになる。

実際の残留変動をより正しく評価するには、図 A.2 のように制御ループ外 (out-of-loop) のモニタ信号 v_{mn} が必要である。 v_{mn} は

$$v_{mn} = H' x_{st} + n_{S'} \quad (\text{A.7})$$

となるので、モニタ信号から見積もった残留変動は

$$x_{st}^{(mn)} = \frac{v_{mn}}{H'} = \frac{1}{1+G} x_0 - \frac{A}{1+G} n_F - \frac{G}{1+G} \frac{1}{H} n_S + \frac{1}{H'} n_{S'} \quad (\text{A.8})$$

となる。よって $|G| \gg 1$ で、 $x_{st}^{(mn)} \sim n_S/H + n_{S'}/H'$ となるので、よりよい評価となる。

A.2.2 外乱の見積もり

フィードバック制御は、外乱による変動を検出するセンサがある領域でしか高い感度を持たないような場合に、変動を抑えてセンサを常に高感度に保つためにも用いられている。変動を抑えるために制御が加えるフィードバック量から、外乱を逆算することができるためである。

これまでと同様に制御ループの計算を行うとフィードバック信号 v_{fb} は

$$v_{fb} = \frac{FH}{1+G} x_0 + \frac{F}{1+G} n_S + \frac{1}{1+G} n_F \quad (\text{A.9})$$

となるので、これから見積もった外乱は

$$x_0^{(fb)} = \frac{1+G}{FH} v_{fb} = x_0 + \frac{1}{H} n_S + \frac{A}{G} n_F \quad (\text{A.10})$$

となる。

フィードバック信号による外乱の見積もりは、特に $|G| > 1$ となる制御帯域では n_F の影響が小さくなるため優れている。しかし、制御帯域外では n_F の項が大きくなるため、外乱を正しく評価できるとは言えない。

そこで、制御帯域外ではエラー信号を元に見積もるのがよい。式 (A.4) より、エラー信号から見積もった外乱は

$$x_0^{(er)} = \frac{1+G}{H} v_{er} = x_0 + \frac{1}{H} n_S + A n_F \quad (\text{A.11})$$

となる。

Appendix B

偏光解析法

本実験ではレーザーの周波数を光共振器の共振周波数にロックするためのエラー信号取得法として、偏光解析法 [38, 39] を用いた。ここではまず簡単に光共振器の性質についてまとめる。そして偏光を操作する波長板の仕組みについて述べた上で、偏光解析法の原理を示す。最後に、本実験で偏光解析法を用いた利点について述べる。

B.1 光共振器

光共振器とは図 B.1 のように複数の鏡を向かい合わせることで光を何度も行き来させることのできる装置である。特に 2 枚の鏡を平行に向かい合わせたものを Fabry-Perot 共振器と呼び、3 枚以上の鏡からなるものをリング共振器と呼ぶ。Fabry-Perot 共振器では共振器内に光の定在波ができるのに対し、リング共振器では進行波ができる。

光共振器には共振周波数が存在し、その周波数の光だけを透過させるという性質を持つ。ここではその性質について簡単にまとめる。

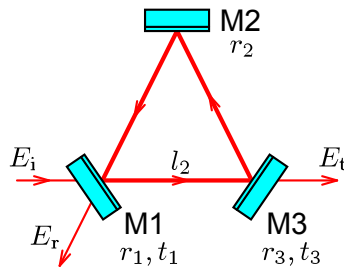


図 B.1: 3 枚の鏡から成る光共振器

B.1.1 反射率と透過率

図 B.1 のような M1、M2、M3 の 3 枚の鏡から成る光共振器を考える。共振器の一周長を L とし、各鏡の反射率、透過率を r_i 、 t_i とする¹。

¹ここで反射率、透過率とは振幅反射率、振幅透過率を指す。強度反射率、強度透過率はそれぞれ r^2 、 t^2 となる

M1 に入射するレーザー光の電場振幅を E_i とすると、反射光の振幅は、共振器内での光の進行を考えて

$$\begin{aligned}
 E_r &= E_i(-r_1) + E_i t_1^2 r_3 r_2 e^{-i\phi} + E_i t_1^2 r_3^2 r_2^2 r_1 e^{-2i\phi} + E_i t_1^2 r_3^3 r_2^3 r_1^2 e^{-3i\phi} + \dots \\
 &= E_i(-r_1) + E_i t_1^2 r_3 r_2 e^{-i\phi} \sum_{n=0}^{\infty} (r_3 r_2 r_1 e^{-i\phi})^n \\
 &= E_i \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 r_3 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}} \right)
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

となる。ここで ϕ は光が共振器を一周するときの位相変化であり、レーザーの角周波数を ω とすると

$$\phi \equiv \frac{L\omega}{c} \tag{B.2}$$

である。

同様に M3 からの透過光の振幅は、M1 から M3 まで光が進むときの位相変化を $\phi_2 \equiv l_2 \omega / c$ として

$$\begin{aligned}
 E_t &= E_i t_1 t_3 e^{-i\phi_2} + E_i t_1 r_3 r_2 r_1 t_3 e^{-i(\phi+\phi_2)} + E_i t_1 (r_3 r_2 r_1)^2 t_3 e^{-i(2\phi+\phi_2)} + \dots \\
 &= E_i t_1 t_3 e^{-i\phi_2} \sum_{n=0}^{\infty} (r_3 r_2 r_1 e^{-i\phi})^n \\
 &= E_i \frac{t_1 t_3 e^{-i\phi_2}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}}
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

となるので、リング共振器の反射率 r_{cav} 、透過率 t_{cav} は

$$r_{\text{cav}}(\phi) = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 r_3 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}} \tag{B.4}$$

$$t_{\text{cav}}(\phi) = \frac{t_1 t_3 e^{-i\phi_2}}{1 - r_1 r_2 r_3 e^{-i\phi}} \tag{B.5}$$

となる。

さて、式 (B.1) と式 (B.3) より反射光強度、透過光強度は $r_1^2 + t_1^2 = 1$ とおくとそれぞれ

$$\begin{aligned}
 P_r &= |E_r|^2 \\
 &= \frac{(r_2 r_3 - r_1)^2 + 4r_1 r_2 r_3 \sin^2(\phi/2)}{(1 - r_1 r_2 r_3)^2 + 4r_1 r_2 r_3 \sin^2(\phi/2)} |E_i|^2
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
 P_t &= |E_t|^2 \\
 &= \frac{(t_1 t_3)^2}{(1 - r_1 r_2 r_3)^2 + 4r_1 r_2 r_3 \sin^2(\phi/2)} |E_i|^2
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

となる。透過光強度が最大になるとき、共振器内部の光強度が最大となり、入射レーザー光と共振器が共振しているという。共振条件は

$$\phi = 2\pi m \quad (m \text{ は自然数}) \tag{B.8}$$

である。したがって、この共振器の共振周波数は式 (B.2) より

$$\nu = \frac{mc}{L} \quad (m \text{ は自然数}) \tag{B.9}$$

となる。

また、式 (B.1) を用いて、共振付近における反射率の絶対値と位相をプロットしたものが図 B.2 である。この図から分かる通り、共振付近では ϕ のわずかな変化に対して反射光の位相は大きく変化する。これは光が共振器内を何周も回ることにより ϕ の変化が増幅されたためだと考えることができる。この性質があるため、光共振器は入射光の周波数 ν を精密に測定する干渉計として用いることができる。

ただし、式 (B.2) からわかるように、 ϕ の変化は光の周波数の変化によるものか共振器の一周長の変化によるものか区別することができない。そのため、一般に周波数を測定する実験では共振器長の変化が雑音になってしまう。

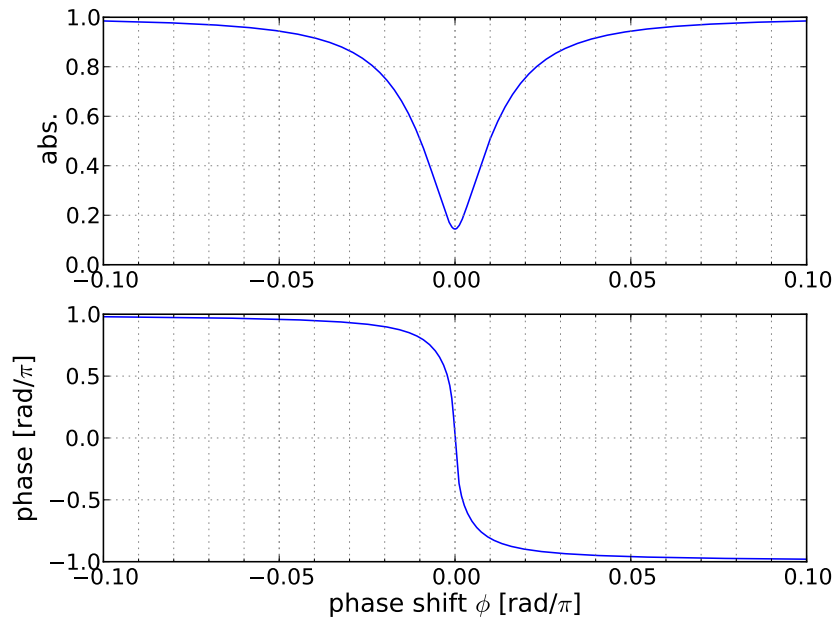


図 B.2: 光共振器の反射率の絶対値と位相

B.1.2 フリースペクトラルレンジとフィネス

式 (B.7) を用いて、レーザーの周波数の変化に対する透過光強度の変化をプロットしたものが図 B.3 である。共振器長 L を固定してレーザーの周波数を変化させると、透過光強度は周期的に変化することがわかる。この周期をフリースペクトラルレンジ (FSR) といい、式 (B.9) より

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{L} \quad (\text{B.10})$$

となる。

また、透過強度ピークの半値全幅 ν_{FWHM} は式 (B.7) より求めることができ、

$$\frac{1}{1 + \frac{4r_1r_2r_3}{(1 - r_1r_2r_3)^2} \sin^2 \left(\frac{\pi L \nu_{\text{FWHM}}}{2c} \right)} = \frac{1}{2} \quad (\text{B.11})$$

を解けばよい。ここで $\frac{\pi L \nu_{\text{FWHM}}}{2c} = \frac{\pi \nu_{\text{FWHM}}}{2 \nu_{\text{FSR}}} \ll 1$ とする²と $\sin$ の展開ができ、

$$\nu_{\text{FWHM}} \equiv \frac{c(1 - r_1 r_2 r_3)}{\pi L \sqrt{r_1 r_2 r_3}} \quad (\text{B.12})$$

となる。

ν_{FSR} と ν_{FWHM} の比は共振の鋭さを表し、フィネスという。その表式は

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 r_3}}{1 - r_1 r_2 r_3} \quad (\text{B.13})$$

である。鏡の反射率を 1 に近づけるほどフィネスは大きくなり、共振は鋭くなる。

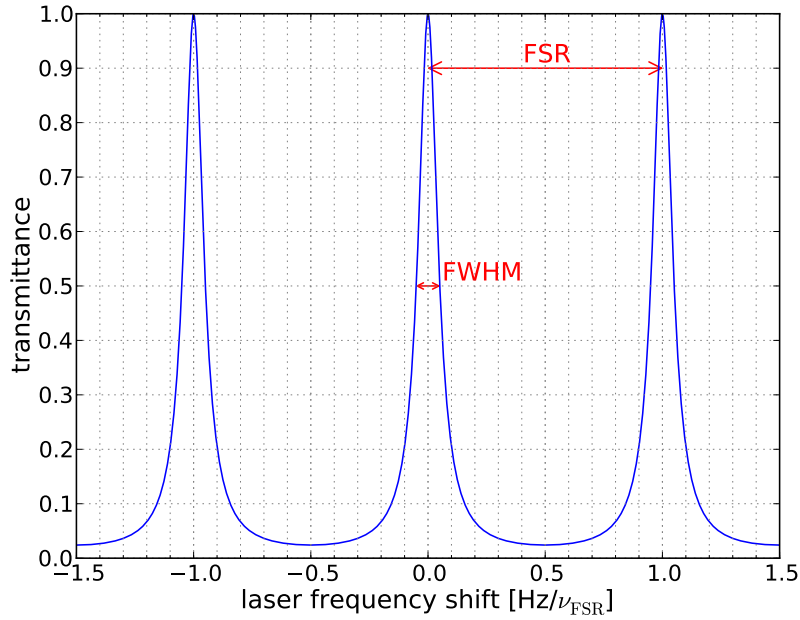


図 B.3: レーザー周波数の変化に対する光共振器の透過光強度 ($r_1 = r_3$ 、 $r_2 = 1$ 、 $\mathcal{F} = 10$ の場合)

B.2 波長板

波長板とは複屈折結晶を利用して、直交する 2 つの光学軸の間に位相差を生じさせることで偏光状態を変換する光学素子である。1/2 波長板は 1/2 波長に相当する π 、1/4 波長板は 1/4 波長に相当する $\pi/2$ だけ位相差を生じさせる。2 つの光学軸は速軸 (fast 軸)、遅軸 (slow 軸) と呼ばれ、速軸に対して遅軸が決まった位相だけ遅れることになる。

波長板に入射する光の電場振幅を s 偏光成分 E^s と p 偏光成分 E^p を用いて

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = \begin{pmatrix} E^s \\ E^p \end{pmatrix} \quad (\text{B.14})$$

²一般に共振器を用いるときはフィネス (式 (B.13) 参照) を 1 より十分大きくとるのでこの仮定は妥当である。

とし、これが波長板によってどう変換されるかを考える³。

波長板の遅軸が s 偏光軸に対して θ だけ回転しているとすると、s/p 軸から速/遅軸への変換 $R(\theta)$ は

$$\begin{pmatrix} E_{\text{fast}} \\ E_{\text{slow}} \end{pmatrix} = R(\theta) \begin{pmatrix} E^s \\ E^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^p \\ E^s \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

と書ける。

1/2 波長板は速軸と遅軸の間に π だけ位相差を生じさせるので、1/2 波長板の働きを表す行列は s/p の基底で

$$\begin{aligned} W_H(\theta_H) &= R^{-1}(\theta_H) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi} \end{pmatrix} R(\theta_H) \\ &= \begin{pmatrix} \cos 2\theta_H & \sin 2\theta_H \\ \sin 2\theta_H & -\cos 2\theta_H \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

となる。すなわち、図 B.4(a) のように、直線偏光を 1/2 波長板に入射すると速軸に対して対称に折り返した偏光に変換される。1/2 波長板の速軸は自由に回転させることができるので、1/2 波長板を用いると直線偏光の偏光方向を変えられることがわかる。

同様に 1/4 波長板は速軸と遅軸の間に $\pi/2$ だけ位相差を生じさせるので、

$$\begin{aligned} W_Q(\theta_Q) &= R^{-1}(\theta_Q) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} R(\theta_Q) \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_Q - i \sin^2 \theta_Q & \sin \theta_Q \cos \theta_Q (1 + i) \\ \sin \theta_Q \cos \theta_Q (1 + i) & \sin^2 \theta_Q - i \cos^2 \theta_Q \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

となる。式からはわかりにくいですが、直線偏光を 1/4 波長板に入射すると図 B.4(b) のように、入射した偏光の速軸成分と遅軸成分を楕円の 2 つの軸とする楕円偏光に変換される。

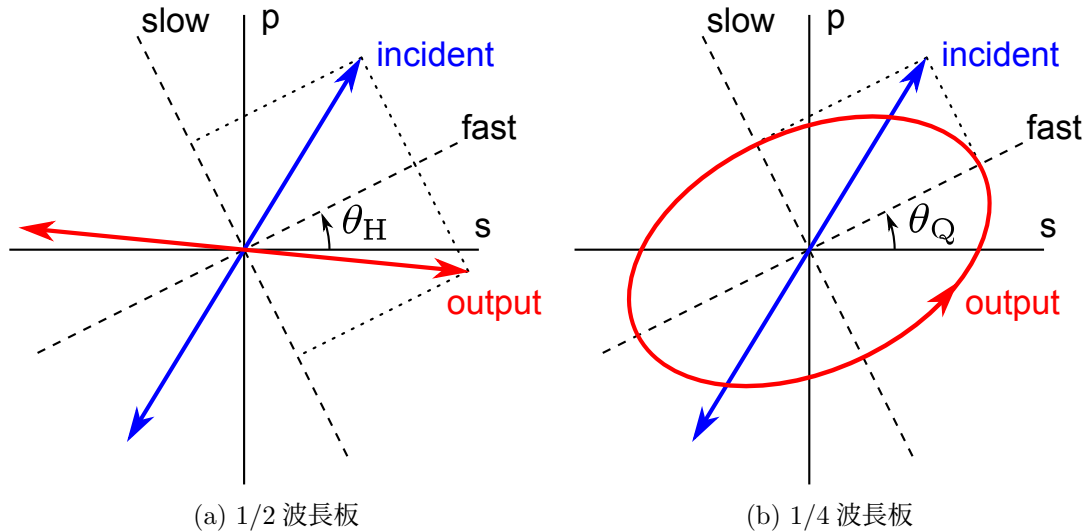


図 B.4: 波長板による偏光状態の変換

³このような計算方法は Jones が 1941 年に考案したことから Jones 計算法と呼ばれている [40]。

B.3 偏光解析法の原理

レーザー周波数を共振器の共振周波数にロックするためには、レーザー周波数の変化に比例し、共振点で0になるようなエラー信号が必要である。このような信号の候補として、例えば図 B.2 で見たような共振器の反射光の位相が考えられるが、光検出器では光の位相を直接測定することはできない。そこで入射光に、共振器に共振しない成分を混ぜ、これと共振する成分の反射光を干渉させることでエラー信号を取得するというを行う。共振する成分の反射光には共振器を一周するときに生じる位相の情報が含まれており、これを干渉によって非共振成分の位相と比較するのである。

非共振成分としては様々なものが考えられるが、偏光解析法では共振する偏光成分に直交する偏光を用いる。この方法は本実験で用いたような奇数枚の鏡からなるリング共振器など、偏光選択性を持つ共振器で用いることができる。

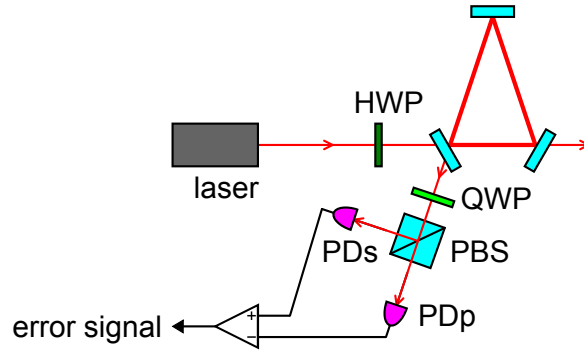


図 B.5: 偏光解析法の光学系構成 (シングルパスの場合)

偏光解析法での波長板の置き方にはいくつかのパターンがあるが、ここでは図 B.5 のような、本実験で用いた配置を考える。リング共振器に入射する偏光は直線偏光で、その偏光方向が1/2波長板によって調整されて

$$\mathbf{E}_i = \begin{pmatrix} E_i^s \\ E_i^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} E_0 \quad (\text{B.18})$$

となっていたとする。

3枚の鏡のs偏光、p偏光の反射率、透過率を r_i^σ 、 t_i^σ ($i = 1, 2, 3$, $\sigma = s, p$) とすると、リング共振器の反射率は式 (B.4) より

$$r_{\text{cav}}^s(\phi) = -r_1^s + \frac{(t_1^s)^2 r_2^s r_3^s e^{-i\phi}}{1 - r_1^s r_2^s r_3^s e^{-i\phi}} \quad (\text{B.19})$$

$$r_{\text{cav}}^p(\phi) = r_1^p + \frac{(t_1^p)^2 r_2^p r_3^p e^{-i\phi}}{1 + r_1^p r_2^p r_3^p e^{-i\phi}} \quad (\text{B.20})$$

となる。ここで ϕ は光が共振器を一周するときの位相変化であり、式 (B.2) で与えられる。またpとsで一部符号が変わるのは鏡に斜入射しているために偏光によって反射率の符号が変わるためである。このため、例えばs偏光に対してレーザー周波数が共振点付近にある、すなわち $e^{-i\phi} \simeq 1$

のとき、

$$\begin{aligned}
 r_{\text{cav}}^{\text{p}} &\simeq r_1^{\text{p}} + \frac{(t_1^{\text{p}})^2 r_2^{\text{p}} r_3^{\text{p}}}{1 + r_1^{\text{p}} r_2^{\text{p}} r_3^{\text{p}}} \\
 &= 1 - \frac{(1 - r_1^{\text{p}})(1 - r_2^{\text{p}} r_3^{\text{p}})}{1 + r_1^{\text{p}} r_2^{\text{p}} r_3^{\text{p}}} \\
 &\simeq 1
 \end{aligned} \tag{B.21}$$

となって p 偏光に対しては非共振となる。

したがって、この偏光選択性により共振器の反射光は共振点付近で

$$\mathbf{E}_{\text{r}} = \begin{pmatrix} E_{\text{r}}^{\text{s}} \\ E_{\text{r}}^{\text{p}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{\text{cav}}^{\text{s}}(\phi) \cos \theta \\ r_{\text{cav}}^{\text{p}}(\phi) \sin \theta \end{pmatrix} E_0 \simeq \begin{pmatrix} r_{\text{cav}}^{\text{s}}(\phi) \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} E_0 \tag{B.22}$$

となる。この反射光をそのまま PBS で分けると共振する s 偏光成分と非共振の p 偏光成分は干渉しないが、PBS の前に傾けた 1/4 波長板をおくと干渉する。1/4 波長板の遅軸が s 軸から θ_{Q} だけ回転しているとすると、1/4 波長板透過後の光は

$$\mathbf{E}'_{\text{r}} = W_{\text{Q}}(\theta_{\text{Q}}) \begin{pmatrix} E_{\text{r}}^{\text{s}} \\ E_{\text{r}}^{\text{p}} \end{pmatrix} \tag{B.23}$$

となる。

簡単のために θ_{Q} を最適な 45° においてこれを計算すると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}'_{\text{r}} &= W_{\text{Q}}(\pi/4) \begin{pmatrix} E_{\text{r}}^{\text{s}} \\ E_{\text{r}}^{\text{p}} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (1 - i)(E_{\text{r}}^{\text{s}} + iE_{\text{r}}^{\text{p}}) \\ (1 + i)(E_{\text{r}}^{\text{s}} - iE_{\text{r}}^{\text{p}}) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{B.24}$$

したがって、この光を PBS で s 偏光成分、p 偏光成分に分けてそれぞれ PD で検出することを考えると、各 PD に入射する光強度は

$$\begin{aligned}
 P_{\text{PDs}} &= \left(\frac{1}{2} |1 - i| |E_{\text{r}}^{\text{s}} + iE_{\text{r}}^{\text{p}}| \right)^2 \\
 &= P_{\text{DC}} + \text{Re}(E_{\text{r}}^{\text{s}} (iE_{\text{r}}^{\text{p}})^*)
 \end{aligned} \tag{B.25}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\text{PDp}} &= \left(\frac{1}{2} |1 + i| |E_{\text{r}}^{\text{s}} - iE_{\text{r}}^{\text{p}}| \right)^2 \\
 &= P_{\text{DC}} - \text{Re}(E_{\text{r}}^{\text{s}} (iE_{\text{r}}^{\text{p}})^*)
 \end{aligned} \tag{B.26}$$

と書ける。ここで P_{DC} は DC 的な成分であり、 $|E_0|^2 = P_0$ とおくと

$$\begin{aligned}
 P_{\text{DC}} &= \frac{1}{2} (|E_{\text{r}}^{\text{s}}|^2 + |E_{\text{r}}^{\text{p}}|^2) \\
 &= \frac{1}{2} P_0 \left[\frac{(r_2^{\text{s}} r_3^{\text{s}} - r_1^{\text{s}})^2 + 4r_1^{\text{s}} r_2^{\text{s}} r_3^{\text{s}} \sin^2(\phi/2)}{(1 - r_1^{\text{s}} r_2^{\text{s}} r_3^{\text{s}})^2 + 4r_1^{\text{s}} r_2^{\text{s}} r_3^{\text{s}} \sin^2(\phi/2)} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right]
 \end{aligned} \tag{B.27}$$

と書ける。この DC 成分は共振点 $\phi = 2\pi m$ で 0 とはならず

$$P_{\text{DC}}|_{\phi=2\pi m} = \frac{1}{2} P_0 \left[\frac{(r_2^{\text{s}} r_3^{\text{s}} - r_1^{\text{s}})^2}{(1 - r_1^{\text{s}} r_2^{\text{s}} r_3^{\text{s}})^2} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right] \tag{B.28}$$

となる。

一方、 $\text{Re}(E_r^s(iE_r^p)^*)$ は共振点で 0 となるため、各 PD 出力の差を取ることで共振点で 0 となるエラー信号を得ることができる。この信号を書き下すと

$$\begin{aligned} P_{\text{diff}} &\equiv P_{\text{PDs}} - P_{\text{PDp}} \\ &= 2\text{Re}(E_r^s(iE_r^p)^*) \\ &= -2P_0 \cos \theta \sin \theta \frac{(t_1^s)^2 r_2^s r_3^s \sin \phi}{1 + (r_1^s r_2^s r_3^s)^2 - 2r_1^s r_2^s r_3^s \cos \phi} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

となる。共振点で制御されている限り $P_{\text{diff}} = 0$ となるため、レーザー強度雑音の影響を受けない信号になっている。また、共振点付近での傾きが

$$\left. \frac{\partial P_{\text{diff}}}{\partial \phi} \right|_{\phi=2\pi m} = -2P_0 \cos \theta \sin \theta \frac{(t_1^s)^2 r_2^s r_3^s}{(1 - r_1^s r_2^s r_3^s)^2} \quad (\text{B.30})$$

となって ϕ に線形となるため、レーザー周波数のエラー信号としてふさわしい信号になっている。これが偏光解析法の原理である。

実際にエラー信号 P_{diff} を共振器の透過光強度と共にプロットしたものが図 B.6 である。エラー信号は透過光強度を微分したような形になっており、共振点付近の範囲で ϕ に線形な信号になっていることがわかる。また図 B.6 では 1/4 波長板の角度 θ_Q が 45° でない場合に得られるエラー信号もプロットしたが、 θ_Q が 45° からずれると共振点でのエラー信号が 0 にならない。これは 2 つの PD に入射する光の DC 成分が差動で打ち消されないためであり、レーザー強度雑音の影響を受けやすくなってしまう。

また、式 (B.30) からわかるように、1/2 波長板によって共振器に入射する偏光の偏光方向 θ を調整することでエラー信号の大きさを変えることができる。傾きが最大になるのは $\cos \theta \sin \theta = 1/2$ となる $\theta = 45^\circ$ の時であるが、透過光強度が最大となって反射光強度が最小になるのは $\theta = 0$ の時であり、一般に $\theta = 0$ から少しずらした程度の方が SN 比は大きい。

以上の式は一般的な場合に成り立つが、 $\theta = 45^\circ$ とし、本実験で用いたような $r_2^s = 1$ 、 $r_1^s = r_3^s$ という条件を用いると式 (B.28) や式 (B.30) は

$$P_{\text{DC}}|_{\phi=2\pi m} = \frac{1}{4}P_0 \quad (\text{B.31})$$

$$\left. \frac{\partial P_{\text{diff}}}{\partial \phi} \right|_{\phi=2\pi m} = \frac{1}{\pi}P_0\mathcal{F} \quad (\text{B.32})$$

と簡単にかける。ここで $\mathcal{F}$ は s 偏光に対するフィネスであり、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1^s r_2^s r_3^s}}{1 - r_1^s r_2^s r_3^s} = \frac{\pi r_1^s}{(t_1^s)^2} \quad (\text{B.33})$$

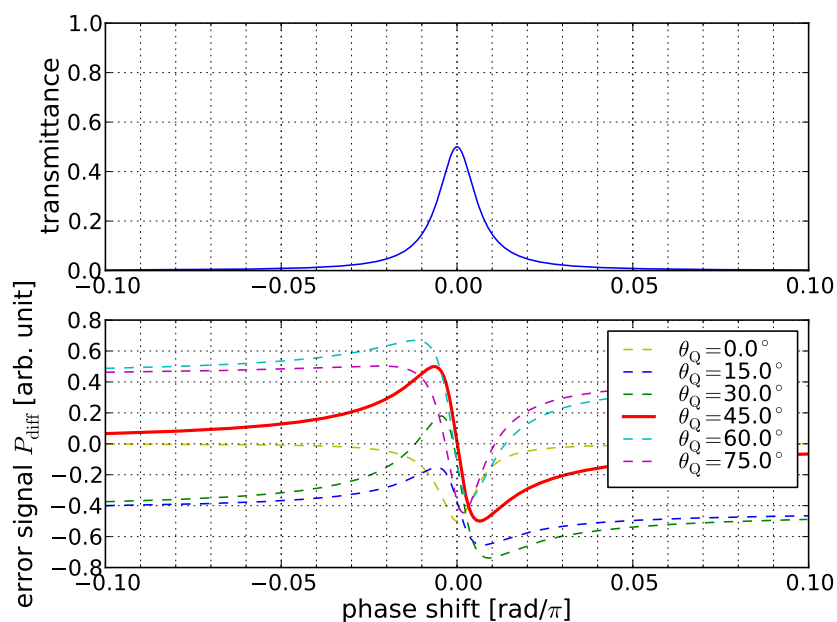


図 B.6: 共振器の透過光強度と偏光解析法によるエラー信号

B.4 ダブルパス構成での使用

式 (B.16) と式 (B.17) を比較すればわかるように、同じ $1/4$ 波長板に 2 回光が通ると、 $1/2$ 波長板と同じ効果となる。したがって、ダブルパス構成において偏光解析法を用いる際は、図 B.7 のように波長板を配置すればよい。偏光選択性により共振器の透過光は直線偏光になっているが、共振器と折り返しの鏡の間に置かれた $1/4$ 波長板を 2 回通することで共振しない偏光成分を作るのである。

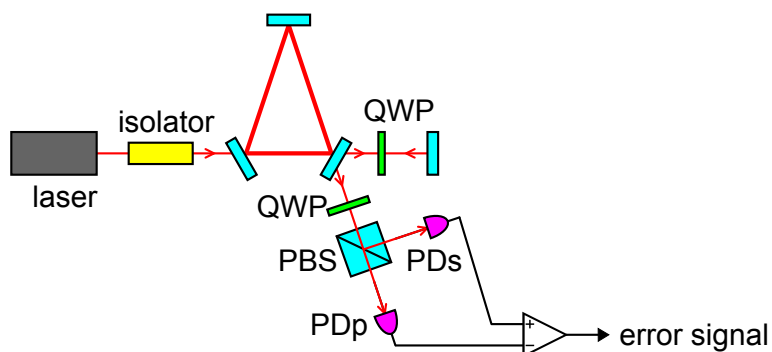


図 B.7: 偏光解析法の光学系構成 (ダブルパスの場合)

B.5 偏光解析法の利点

入射光の周波数と共振器の共振周波数の差に比例したエラー信号を取得するための方法として、現在最も一般的に用いられているのは Pound-Drever-Hall(PDH) 法 [41] と呼ばれる方法である。PDH 法では入射光に位相変調を加えることで生成した位相変調サイドバンドを非共振成分として用い、これと共振するキャリアのビートを取ることでエラー信号を取得する。

PDH 法では位相変調サイドバンドの周波数を共振から十分にずらす必要がある。本実験で用いた共振器は共振器長が短く、半値全幅が 12 MHz と大きい、必要となる位相変調周波数は ~ 100 MHz と高周波になってしまい、PDH 法は不向きであると言える。偏光解析法の場合は PDH 法と違い位相変調器や高速で応答する光検出器、高速オペアンプを必要としない点で優れている。

また、本実験ではダブルパス構成による異方性信号取得にも偏光解析法を用いた。ダブルパス構成では共振器を 1 度透過した光を用いるため、高次モードが低減されたきれいな基本モードをエラー信号取得に用いることができる⁴。そのため、位相変調をかける際に空間モードを汚してしまう PDH 法に比べ、偏光解析法はダブルパス構成における利用に特に向いていると言える [42]。

⁴ここでいうモードとはレーザー光の空間モードのことである。光源から出たレーザー光の電場強度は理想的には光軸に垂直な面で Gauss 分布しており、このモードを基本モードと呼ぶ。実際のレーザー光はこの基本モードからずれており、高次モードが含まれる。構成する鏡の曲率半径や鏡間の距離を適切に選んだ共振器には基本モードだけが共振するため、共振器は空間モード選択性を持つ。詳しくは [33, 34] などを参照。

Appendix C

レーザー周波数の変調効率測定

本実験で用いたファイバレーザー光源では、ファイバでできたレーザー共振器の共振器長をピエゾ素子によって変調することにより、出力されるレーザー光の周波数に変調をかけることができる。本実験ではこの周波数変調機構を用いてレーザー周波数をリング共振器の反時計回りの共振周波数にロックした。

周波数変調の効率、すなわちピエゾ素子に加える電圧に対するレーザー周波数の変化量は非対称 Michelson 干渉計を用いると測定することができる。ここではその原理と実際の測定結果について述べる。

C.1 非対称 Michelson 干渉計

Michelson 干渉計とはレーザー光源から出た光をビームスプリッタで2つの経路に分割し、それぞれ鏡によって反射させて再びビームスプリッタ上で再結合させることで、2つの光の位相差を干渉縞として検出する装置である。

図 C.1 のような Michelson 干渉計を考える。レーザーの角周波数を ω とすると、入射光の電場は

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega t} \quad (\text{C.1})$$

のように書ける。ビームスプリッタと鏡 MX、MY を往復するときに受ける位相変化をそれぞれ ϕ_x 、 ϕ_y とすると、再結合して光検出器に入射する光は

$$E_{\text{PD}} = \frac{1}{2} E_0 e^{i(\omega t - \phi_x)} - \frac{1}{2} E_0 e^{i(\omega t - \phi_y)} \quad (\text{C.2})$$

と書ける¹。よって光検出器に入射する光の強度は

$$P_{\text{PD}} = |E_{\text{PD}}|^2 = \frac{1}{2} P_{\text{in}} (1 - \cos \phi_-) \quad (\text{C.3})$$

となる。ここで $\phi_- \equiv \phi_x - \phi_y$ であり、両腕の長さの差 l_- とレーザーの周波数 ν を用いて書くと

$$\phi_- = \frac{2l_- \omega}{c} = \frac{4\pi l_- \nu}{c} \quad (\text{C.4})$$

となる。

¹ここではビームスプリッタの分割比が 1:1 であり、鏡 MX と MY の反射率が 1 である理想的な場合を考えた。

両腕の長さの差が δl_- だけ変動し、レーザー周波数が $\delta\nu$ だけ変動するとこの位相差は

$$\delta\phi_- = \phi_- - \frac{4\pi(l_- + \delta l_-)(\nu + \delta\nu)}{c} \simeq \frac{4\pi\delta l_- \nu}{c} + \frac{4\pi l_- \delta\nu}{c} \quad (\text{C.5})$$

だけ変化する。したがって、 δl_- が変化すると P_{PD} が変化することがわかる。この性質は距離の精密な計測に用いることができるため、Michelson 干渉計は重力波検出器などとして用いられている。

重力波検出器などでは両腕の長さの DC 的な差 $l_- \simeq 0$ とすることでレーザー光の周波数変化 $\delta\nu$ によって P_{PD} が変化してしまうのを避けている。一方、 l_- をわざと大きくすると、入射レーザー光の周波数の変化でも P_{PD} が変化する。本実験ではこの非対称 Michelson 干渉計を利用して、レーザー周波数の変調効率を測定した。

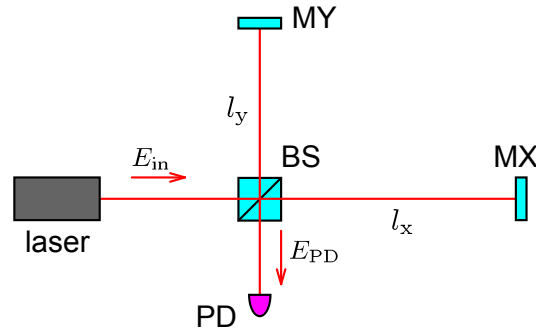


図 C.1: Michelson 干渉計

C.2 周波数変調効率の測定

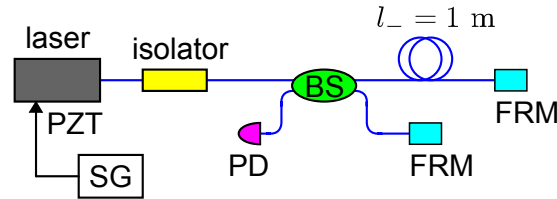


図 C.2: レーザー周波数の変調効率測定に用いた構成 (SG は信号発生器、FRM は faraday rotator mirror)

図 C.2 がレーザー周波数の変調効率測定に用いた構成である。ファイバを用いて構成した非対称 Michelson 干渉計の出力が、レーザー光源のピエゾ素子に加える電圧によってどう変化するかを調べることににより変調効率を測定した。

ピエゾ素子に加える電圧の変化を ΔV とし、これによってレーザー光の周波数が $\Delta\nu$ だけ変化したとすると、両腕の位相差 ϕ_- は式 (C.5) より

$$\Delta\phi_- = \frac{4\pi n l_- \Delta\nu}{c} \quad (\text{C.6})$$

だけ変化する。ここで n はファイバの屈折率である。 P_{PD} の 1 周期分の変化は $\Delta\phi_{-} = 2\pi$ に相当しているので、 P_{PD} を 1 周期分変化させるのに必要な ΔV を用いて周波数変調効率 A は

$$A = \frac{\Delta\nu}{\Delta V} = \frac{c}{2nl_{-}} \frac{1}{\Delta V} \quad (C.7)$$

となる。ファイバの屈折率 $n = 1.47$ 、導入した非対称性 $l_{-} = 1$ m、そして測定した ΔV の値を代入すると

$$A = 12.9 \text{ MHz/V} \quad (C.8)$$

と求まる。これが本実験で用いたファイバレーザのピエゾ素子による周波数変調効率である。

Appendix D

拡張標準理論における解析

Lorentz 不変性を検証するための枠組みとして、近年よく用いられているものに拡張標準理論 (standard model extension; 以下 SME と呼ぶ) がある [43]。ここでは SME の枠組みの中で本実験の解析を行う。

D.1 拡張標準理論の電磁気学

SME では標準理論の扱う全ての素粒子における対称性の破れの度合いを多くのパラメータで表す。本実験のような光速の異方性を検証する実験では、その中でも光子の Lorentz 不変性を検証していることになる。ここでは SME で Maxwell 方程式がどのように修正されるかについて述べ、本実験における異方性信号を SME のパラメータで表す。

D.1.1 Maxwell 方程式

SME における光子のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}(k_F)_{\kappa\lambda\mu\nu}F^{\kappa\lambda}F_{\mu\nu} \quad (\text{D.1})$$

となる [43]。ここで $F_{\mu\nu}$ は 4 元ポテンシャル A_μ から構成される電磁場テンソル $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ である。第 1 項が通常の Lorentz 不変なラグランジアンであり、そこに Lorentz 不変性の破れを表す項が加わった形になっている。

このラグランジアンを元に運動方程式を立てると Maxwell 方程式を修正する必要があるが、電束密度 $\mathbf{D}$ と磁場の強さ $\mathbf{H}$ の定義を

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_0(\epsilon_r + \kappa_{DE}) & \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}\kappa_{DB} \\ \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}\kappa_{HE} & \mu_0^{-1}(\mu_r^{-1} + \kappa_{HB}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

と修正することにより、Maxwell 方程式を通常と同じ形にすることができる [35, 44]。ここで 4 つの κ は 3×3 行列であり、 $(k_F)_{\kappa\lambda\mu\nu}$ の 19 の独立な要素を用いて表すことができる。Lorentz 不変性が成り立つのであれば、すべての κ はゼロとなる。また、 ϵ_r と μ_r は比誘電率、比透磁率である。以下では全て等方的な媒質中での光速を考えるため、 ϵ_r と μ_r はスカラーとする。

さて、これらの κ をパリティの偶奇性、時間反転に対する符号によって以下のように分解すると実験との対応を考える上で便利である。

$$\tilde{\kappa}_{e+}^{jk} = \frac{1}{2}(\kappa_{DE} + \kappa_{HB})^{jk} \quad (\text{D.3a})$$

$$\tilde{\kappa}_{e-}^{jk} = \frac{1}{2}(\kappa_{DE} - \kappa_{HB})^{jk} - \delta^{jk} \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.3b})$$

$$\tilde{\kappa}_{o+}^{jk} = \frac{1}{2}(\kappa_{DB} + \kappa_{HE})^{jk} \quad (\text{D.3c})$$

$$\tilde{\kappa}_{o-}^{jk} = \frac{1}{2}(\kappa_{DB} - \kappa_{HE})^{jk} \quad (\text{D.3d})$$

$$\tilde{\kappa}_{\text{tr}} = \frac{1}{3} \text{tr}(\kappa_{\text{DE}}) \quad (\text{D.3e})$$

ここで δ^{jk} は Kronecker のデルタ記号である。逆に κ を $\tilde{\kappa}$ を用いて表すと

$$\kappa_{DE}^{jk} = (\tilde{\kappa}_{e+} + \tilde{\kappa}_{e-})^{jk} + \delta^{jk} \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.4a})$$

$$\kappa_{HB}^{jk} = (\tilde{\kappa}_{e+} - \tilde{\kappa}_{e-})^{jk} - \delta^{jk} \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.4b})$$

$$\kappa_{DB}^{jk} = (\tilde{\kappa}_{o+} + \tilde{\kappa}_{o-})^{jk} \quad (\text{D.4c})$$

$$\kappa_{HE}^{jk} = (\tilde{\kappa}_{o+} - \tilde{\kappa}_{o-})^{jk} \quad (\text{D.4d})$$

となる。

$\tilde{\kappa}_{e+}$ と $\tilde{\kappa}_{o-}$ は真空の複屈折を表しており、それぞれ 5 自由度を持つ 3×3 対称行列である¹。 $\tilde{\kappa}_{e-}$ は往復光速の異方性に対応する、5 自由度を持つ 3×3 対称行列である。また、 $\tilde{\kappa}_{o+}$ は片道光速の異方性に対応する、3 自由度を持つ 3×3 反対称行列である。最後に $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ は光速の $c_0 = 1$ からの等方的なずれを表すスカラーとなっている。

$\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ が等方的なずれを表すことは簡単に示すことができる。後述するように、他の 18 個のパラメータは全て $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ より 4 桁以上厳しい上限値がついているので、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ 以外は全てゼロであるとする、式 (D.4) より式 (D.2) は

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_0(\epsilon_r + \tilde{\kappa}_{\text{tr}}) & 0 \\ 0 & \mu_0^{-1}(\mu_r^{-1} - \tilde{\kappa}_{\text{tr}}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (\text{D.5})$$

となる。すなわち、Lorentz 不変性の破れによって比誘電率が $\epsilon_r \rightarrow \epsilon_r + \tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ 、比透磁率が $\mu_r^{-1} \rightarrow \mu_r^{-1} - \tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ だけずれたことになる。したがって、媒質中での光速は

$$\begin{aligned} c_m &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \sqrt{\frac{1 - \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \mu_r}{1 + \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \epsilon_r^{-1}}} \\ &\simeq \frac{c_0}{n} \left[1 - \frac{1}{2} (\epsilon_r^{-1} + \mu_r) \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \right] \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

となり、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ の効果で等方的に c_0/n からずれていることがわかる。真空中で考えても、 $c_0 \rightarrow c_0(1 - \tilde{\kappa}_{\text{tr}})$ となる。

このようなずれの大きさは座標系によって異なり、時間変化もする。しかし、Lorentz 不変性の破れが生じたのは初期宇宙の Planck スケールでの効果であると考えられており、CMB 静止系のような宇宙論的な座標系では $\tilde{\kappa}$ の 19 のパラメータは定数になっていると考えられる。CMB 静止系に対して慣性運動する系でも定数になるので、SCCEF における上限値で他の実験と検証の精度

¹ 3×3 対称行列は通常 6 自由度を持つが、3 つの対角成分は独立な 2 つのパラメータで表せるため、1 つ減って 5 自由度となる [35]。

を比較することがよく行われている。したがって、まず実験室系における $\tilde{\kappa}$ を求め、SCCEF に変換して上限値を与えるという手順を踏むことになる。座標変換において κ がどのように変換されるかは D.1.3 節で述べる。

なお、ここで注意したいのは SME では CMB 静止系においても光速は c_0 でないことである。MS 理論では絶対静止系と仮定できる CMB 静止系では光速は c_0 であり、CMB 静止系に対して運動している SCCEF で光速が c_0 からずれるのであった。SME では宇宙誕生時は光速が c_0 であったが、Lorentz 不変性の破れによって宇宙論的な座標系の候補である CMB 静止系やそれに対して慣性運動する SCCEF では光速は c_0 からずれており、そのずれが $\tilde{\kappa}$ の 19 の定数で表される。SCCEF に対して地球は公転運動をしているため、実験室系では $\tilde{\kappa}$ は定数とはならない。

D.1.2 これまでの上限値

座標変換について考える前に、これまで与えられている上限値をまとめておく。具体的な値は該当文献はもちろん、[45] にも一覧表としてまとまっている。

まず、真空の複屈折を表す $\tilde{\kappa}_{e+}$ と $\tilde{\kappa}_{o-}$ はガンマ線バーストからのガンマ線の偏光測定により 10^{-37} 以下のレベルで上限値が与えられている [46]。複屈折の項は座標変換しても他の項に効いてこないで、以下では $\tilde{\kappa}_{e+}$ と $\tilde{\kappa}_{o-}$ はゼロとおくことにする [35]。

光速の異方性に対応する $\tilde{\kappa}_{e-}$ と $\tilde{\kappa}_{o+}$ は Michelson-Morley 型の実験で測定することができ、現在は直交した Fabry-Perot 共振器の共振周波数を比較することによりそれぞれ 10^{-17} 、 10^{-13} のレベルでの上限値がついている [16, 19]。これらの実験は $\delta c/c \sim 10^{-17}$ の精度を持つ実験であるが、ここで $\tilde{\kappa}_{o+}$ の上限値が $\tilde{\kappa}_{e-}$ に比べて 4 桁大きいのは Michelson-Morley 型の実験が偶パリティな実験だからであり、SCCEF への座標変換の際に地球の SCCEF に対する速度 $\beta_{\oplus} \simeq 10^{-4}$ がかかってしまうからである。

SCCEF における光速の等方的なずれを表す $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ はさらに $\beta_{\oplus}^2 \simeq 10^{-8}$ がかかるため、これまでの上限値は 10^{-9} に留まっている [47]。 $\tilde{\kappa}_{o-}$ や $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ によりよい上限値を与えるためには、奇パリティな実験装置が必要である。本実験の用いたリング共振器は光路の一部に媒質を入れることにより奇パリティな共振器になっており、 $\tilde{\kappa}_{o-}$ の直接の測定ができる。

以上をまとめると次の表のようになる。ここで感度 1 とは測定した $\delta c/c$ とほぼ同じオーダーで上限値がつけられるということ、感度 $\beta_{\oplus}$ とは $\delta c/c$ の精度の $\sim 1/\beta_{\oplus}$ で上限値がつけられることを示している。

表 D.1: 光子の Lorentz 不変性の破れを表す SME パラメータ

	意味	自由度	これまでの上限値	偶パリティ 実験での感度	奇パリティ 実験での感度
$\tilde{\kappa}_{e+}^{jk}$	真空の複屈折	5	$\lesssim 10^{-37}$	-	-
$\tilde{\kappa}_{o-}^{jk}$	真空の複屈折	5	$\lesssim 10^{-37}$	-	-
$\tilde{\kappa}_{e-}^{jk}$	光速の異方性 (往復)	5	10^{-17}	~ 1	$\sim \beta_{\oplus}^2$
$\tilde{\kappa}_{o+}^{jk}$	光速の異方性 (片道)	3	10^{-13}	$\sim \beta_{\oplus}$	~ 1
$\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$	光速の等方的なずれ	1	10^{-9}	$\sim \beta_{\oplus}^2$	$\sim \beta_{\oplus}$

D.1.3 座標変換

真空の複屈折を表す $\tilde{\kappa}_{e+}$ と $\tilde{\kappa}_{o-}$ をゼロとすると、式 (D.4) は

$$\kappa_{DE}^{jk} = \tilde{\kappa}_{e-}^{jk} + \delta^{jk} \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.7a})$$

$$\kappa_{HB}^{jk} = -\tilde{\kappa}_{e-}^{jk} - \delta^{jk} \tilde{\kappa}_{\text{tr}} = -\kappa_{DE}^{jk} \quad (\text{D.7b})$$

$$\kappa_{DB}^{jk} = \tilde{\kappa}_{o+}^{jk} \quad (\text{D.7c})$$

$$\kappa_{HE}^{jk} = \tilde{\kappa}_{o+}^{jk} = \kappa_{DB} \quad (\text{D.7d})$$

となる。

SCCEF から実験室系への座標変換に伴ってこれらは

$$(\kappa_{DE})_{\text{lab}} = R\kappa_{DE}R^T - R\kappa_{DB}B^TR^T - RB\kappa_{DB}R^T \quad (\text{D.8a})$$

$$(\kappa_{HB})_{\text{lab}} = R\kappa_{HB}R^T - R\kappa_{DB}B^TR^T - RB\kappa_{DB}R^T \quad (\text{D.8b})$$

$$(\kappa_{DB})_{\text{lab}} = R\kappa_{DB}R^T + R\kappa_{DE}B^TR^T + RB\kappa_{HB}R^T \quad (\text{D.8c})$$

のように変換される [35]。ここで R は SCCEF から実験室系への座標変換行列であり、実験室の余緯度を χ 、地球の自転角周波数を $\omega_{\oplus}$ として

$$R = \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & -\sin \chi \\ -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & 0 \\ \sin \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \sin \chi \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} & \cos \chi \end{pmatrix} \quad (\text{D.9})$$

である (5.1.1 節参照)。また、 B は SCCEF に対する実験室系の速度を $\beta_{\oplus}$ としたとき、

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -\beta_{\oplus}^Z & \beta_{\oplus}^Y \\ \beta_{\oplus}^Z & 0 & -\beta_{\oplus}^X \\ -\beta_{\oplus}^Y & \beta_{\oplus}^X & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.10})$$

で表される反対称行列である。 $\beta_{\oplus}$ は地球の公転速度 $\beta_{\oplus}$ と公転角周波数 $\Omega_{\oplus}$ を用いて

$$\beta_{\oplus} = \beta_{\oplus} \begin{pmatrix} \sin \Omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ -\cos \eta \cos \Omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ -\sin \eta \cos \Omega_{\oplus} T_{\oplus} \end{pmatrix} \quad (\text{D.11})$$

となる。ここで $\eta = 23.4^\circ$ は SCCEF の XY 平面と地球の公転面のなす角である。なお、地球の自転速度は $\beta_L \simeq 10^{-6}$ であり、公転速度 $\beta_{\oplus} \simeq 10^{-4}$ に比べて十分小さいため、ここでは無視している。

さて、前節で見たように現在与えられている $\tilde{\kappa}_{e-}$ の上限値は $\tilde{\kappa}_{o+}$ や $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ に比べてそれぞれ 4 桁、8 桁小さいため、ゼロとすると $\kappa_{DE} = -\kappa_{HB}$ は

$$\kappa_{DE}^{jk} = -\kappa_{HB}^{jk} = \delta^{jk} \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.12})$$

とスカラー行列になる。また、 κ_{DB} と B は反対称行列であるので、 $\kappa_{DB}B^T + B\kappa_{DB} = 0$ であるから結局、式 (D.8) のうち最初の 2 つは

$$(\kappa_{DE})_{\text{lab}} = \tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.13a})$$

$$(\kappa_{HB})_{\text{lab}} = -\tilde{\kappa}_{\text{tr}} \quad (\text{D.13b})$$

となって時間変化しない。

したがって、SCCEF における $\tilde{\kappa}_{o+}$ と $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ だけを考える場合、実験室系では $(\kappa_{DB})_{\text{lab}}$ とこれに等しい $(\kappa_{HE})_{\text{lab}}$ だけを考えればよいことになる。

D.1.4 光共振器の共振周波数のずれ

Lorentz 不変性の破れがあると、共振器の共振周波数が通常考える共振周波数からずれることになる。ここでは、このずれが SME パラメータでどのように表されるかを示す²。

Lorentz 不変性の破れがなかった時の共振器内の電磁場を $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0, \mathbf{D}_0, \mathbf{H}_0$ とし、その角周波数を ω_0 とおく。また、Lorentz 不変性の破れがあった場合の共振器内の電磁場を $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{H}$ とし、その角周波数を ω とおく。するとどちらの場合についても、Maxwell 方程式は

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 & \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= 0\end{aligned}\quad (\text{D.14})$$

のように表されるので

$$-2\nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}_0^*}{\partial t} + \mathbf{E}_0^* \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{D.15})$$

$$2\nabla \cdot (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}_0^*}{\partial t} + \mathbf{H}_0^* \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{D.16})$$

が成り立つ。両辺を足し、時間微分を行うと

$$2\nabla \cdot (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E} - \mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}) = i\omega_0(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}_0^* + \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}_0^*) - i\omega(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}) \quad (\text{D.17})$$

となるので、Lorentz 不変性の破れによって生じる角周波数のずれ $\delta\omega \equiv \omega - \omega_0$ は、共振器の体積 V による積分を用いて

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{-\int_V d^3x \left[(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}) - (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}_0^* + \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}_0^*) - \frac{2i}{\omega_0} \nabla \cdot (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E} - \mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}) \right]}{\int_V d^3x (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B})} \quad (\text{D.18})$$

と表すことができる [35]。

さて、Lorentz 不変性の破れは十分小さく、

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \delta\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B} \quad (\text{D.19})$$

と書けるものとし、以下では $\delta\mathbf{E}$ や $\delta\mathbf{B}$ の 1 次の項まで考えることにする。式 (D.2) から $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ は

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} + \epsilon_0 \kappa_{DE} \mathbf{E} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \kappa_{DB} \mathbf{B} \\ &\simeq \mathbf{D}_0 + \epsilon_0 \epsilon_r \delta\mathbf{E} + \epsilon_0 \kappa_{DE} \mathbf{E}_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \kappa_{DB} \mathbf{B}_0 \\ &\equiv \mathbf{D}_0 + \epsilon_0 \epsilon_r \delta\mathbf{E} + \delta\mathbf{D}\end{aligned}\quad (\text{D.20})$$

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \mathbf{B} + \mu_0^{-1} \kappa_{HB} \mathbf{B} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \kappa_{HE} \mathbf{E} \\ &\simeq \mathbf{H}_0 + \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \delta\mathbf{B} + \mu_0^{-1} \kappa_{HB} \mathbf{B}_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \kappa_{HE} \mathbf{E}_0 \\ &\equiv \mathbf{H}_0 + \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \delta\mathbf{B} + \delta\mathbf{H}\end{aligned}\quad (\text{D.21})$$

²[35] と同様の計算を行う。導出の詳細は [48] などが参考になる。

となる。これらを式 (D.18) に代入すると

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} \simeq -\frac{1}{2U} \int_V d^3x (\mathbf{E}_0^* \cdot \delta\mathbf{D} - \mathbf{B}_0^* \cdot \delta\mathbf{H}) \quad (\text{D.22})$$

が得られる。ここで U は電磁場のエネルギーであり、

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V d^3x (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) \\ &= \frac{1}{2} \int_V d^3x (\epsilon_0 \epsilon_r |\mathbf{E}_0|^2 + \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} |\mathbf{B}_0|^2) \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

さらに式 (D.22) に $\delta\mathbf{D}$ と $\delta\mathbf{H}$ を代入して整理すると

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{2U} \int_V d^3x \left(\epsilon_0 \mathbf{E}_0^* \cdot \kappa_{DE} \mathbf{E}_0 - \mu_0^{-1} \mathbf{B}_0^* \cdot \kappa_{HB} \mathbf{B}_0 + 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \text{Re}(\mathbf{E}_0^* \cdot \kappa_{DB} \mathbf{B}_0) \right) \quad (\text{D.24})$$

が得られる。 κ_{DB} は反対称行列であり、式 (D.7d) より $\kappa_{DB} = \kappa_{HE} = -\kappa_{DB}^T$ であることをここでは用いた。

D.1.5 光リング共振器への適用

D.1.3 節では、 $\tilde{\kappa}$ のうち、 $\tilde{\kappa}_{o+}$ と $\tilde{\kappa}_{tr}$ だけを考える場合は $(\kappa_{DB})_{\text{lab}}$ の項だけを計算すればよいことを見た。そこで、本実験のような奇パリティな光リング共振器を用いた場合は Lorentz 不変性の破れによる共振周波数のずれを表す式 (D.24) を

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{U} \int_V d^3x \left(\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \text{Re}(\mathbf{E}_0^* \cdot \kappa_{DB} \mathbf{B}_0) \right) \quad (\text{D.25})$$

とおく。

まず、 x 軸方向に光が長さ l だけ進む場合を考えてみよう。電場の振幅が y 軸と平行で、磁場の振幅が z 軸に平行であるとするとき光の電磁場は

$$\mathbf{E}_0 = \hat{\mathbf{y}} E_0 e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \quad (\text{D.26})$$

$$\mathbf{B}_0 = \hat{\mathbf{z}} n E_0 e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \quad (\text{D.27})$$

となる。ここで $\hat{\mathbf{y}}$, $\hat{\mathbf{z}}$ はそれぞれの方向の単位ベクトルであり、 $n \equiv \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ は光が通る媒質の屈折率、 $k_0 \equiv \omega_0 / (c_0 / n) = n \omega_0$ は波数である。式 (D.23) に代入すると

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^l dx [\epsilon_0 \epsilon_r E_0^2 + \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} (n E_0)^2] \\ &= \frac{l \epsilon_r E_0^2}{2} (\epsilon_0 + \mu_0^{-1}) \end{aligned} \quad (\text{D.28})$$

また、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0^* \cdot \kappa_{DB} \mathbf{B}_0 &= n E_0^2 \hat{\mathbf{y}} \cdot \kappa_{DB} \hat{\mathbf{z}} \\ &= n E_0^2 \kappa_{DB}^{yz} \end{aligned} \quad (\text{D.29})$$

となるので式 (D.25) に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega}{\omega_0} &= -\frac{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} l n E_0^2 \kappa_{DB}^{yz}}{\frac{l \epsilon_r E_0^2}{2} (\epsilon_0 + \mu_0^{-1})} \\ &= -\frac{n}{\epsilon_r} \kappa_{DB}^{yz} \end{aligned} \quad (\text{D.30})$$

となる。

xy 平面を x 軸に対して θ の角度方向に伝播する場合は、 $(k_x, k_y) = (k \cos \theta, k \sin \theta)$ として式 (D.26) を

$$\mathbf{E}_0 = M(\theta) \hat{\mathbf{y}} E_0 e^{i(k_x x + k_y y - \omega_0 t)} \quad (\text{D.31})$$

$$\mathbf{B}_0 = \hat{\mathbf{z}} n E_0 e^{i(k_x x + k_y y - \omega_0 t)} \quad (\text{D.32})$$

のように変更すればよい。ここで $M(\theta)$ は回転行列

$$M(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.33})$$

である。この変更に伴って変わるのは

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0^* \cdot \kappa_{DB} \mathbf{B}_0 &= n E_0^2 M(\theta) \hat{\mathbf{y}} \cdot \kappa_{DB} \hat{\mathbf{z}} \\ &= n E_0^2 (M^T(\theta) \kappa_{DB})^{yz} \end{aligned} \quad (\text{D.34})$$

だけなので、 $\kappa_{DB} \rightarrow M^T(\theta) \kappa_{DB}$ とすればよいから結局

$$\frac{\delta \omega}{\omega_0} = -\frac{n}{\epsilon_r} (\kappa_{DB}^{yz} \cos \theta - \kappa_{DB}^{xz} \sin \theta) \quad (\text{D.35})$$

となる。

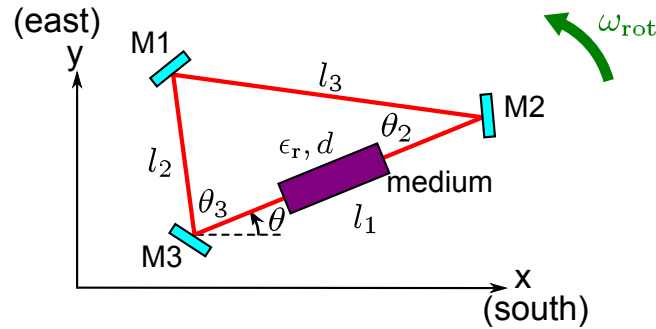


図 D.1: 実験室系におかれたリング共振器

さて、図 D.1 のような本実験で用いたリング共振器を考える。Lorentz 不変性の破れによって生じる共振周波数のずれは、共振器の光路を部分にわけて、その部分での電磁場のエネルギーの比で式 (D.35) を足していけばよい [44]。エネルギーは式 (D.28) よりその部分の長さ誘電率で決まるので、まず反時計回りを考えると

$$\begin{aligned} \frac{\delta \omega_+}{\omega_0} &= -\frac{1}{(l_1 - d) + l_2 + l_3 + \epsilon_r d} \\ &\quad \times \left[\kappa_{DB}^{yz} \left((l_1 - d) \cos \theta + l_3 \cos(\theta - \theta_2 + \pi) + l_2 \cos(\theta + \theta_3 + \pi) + d \epsilon_r \frac{n}{\epsilon_r} \cos \theta \right) \right. \\ &\quad \left. - \kappa_{DB}^{xz} \left((l_1 - d) \sin \theta + l_3 \sin(\theta - \theta_2 + \pi) + l_2 \sin(\theta + \theta_3 + \pi) + d \epsilon_r \frac{n}{\epsilon_r} \sin \theta \right) \right] \\ &= -\frac{(n-1)d}{L + (\epsilon_r - 1)d} (\kappa_{DB}^{yz} \cos \theta - \kappa_{DB}^{xz} \sin \theta) \end{aligned} \quad (\text{D.36})$$

となる。\$L \equiv l_1 + l_2 + l_3\$ は共振器の一周長である。

時計回りでは符号が反転するので、反時計回りと時計回りの共振周波数差は \$\nu = \omega/(2\pi)\$ で書く
と結局

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\nu_+ - \nu_-}{\nu} = -\frac{2(n-1)d}{L + (\epsilon_r - 1)d}(\kappa_{DB}^{yz} \cos \theta - \kappa_{DB}^{xz} \sin \theta) \quad (\text{D.37})$$

となる。\$\theta = \omega_{\text{rot}} t\$ なので、得られた異方性信号を \$\omega_{\text{rot}}\$ で復調することにより、\$\kappa_{DB}^{yz}\$ と \$\kappa_{DB}^{xz}\$ がわかる³。

実際にはここで求まるのは実験室系での \$(\kappa_{DB})_{\text{lab}}\$ であるから、式 (D.8c) を用いて SCCEF に変換する必要がある。式 (D.7) で \$\tilde{\kappa}_{o+}\$ と \$\tilde{\kappa}_{tr}\$ の項のみに注目して計算を行うと

$$\begin{aligned} (\kappa_{DB})_{\text{lab}} &= R(\tilde{\kappa}_{o+} + 2\tilde{\kappa}_{tr} B^T) R^T \\ &= R \begin{pmatrix} 0 & \tilde{\kappa}_{o+}^{XY} + 2\beta_{\oplus}^Z \tilde{\kappa}_{tr} & \tilde{\kappa}_{o+}^{XZ} - 2\beta_{\oplus}^Y \tilde{\kappa}_{tr} \\ -\tilde{\kappa}_{o+}^{XY} - 2\beta_{\oplus}^Z \tilde{\kappa}_{tr} & 0 & \tilde{\kappa}_{o+}^{YZ} + 2\beta_{\oplus}^X \tilde{\kappa}_{tr} \\ -\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ} + 2\beta_{\oplus}^Y \tilde{\kappa}_{tr} & -\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ} - 2\beta_{\oplus}^X \tilde{\kappa}_{tr} & 0 \end{pmatrix} R^T \quad (\text{D.38}) \end{aligned}$$

となるので

$$\boldsymbol{\kappa} \equiv \begin{pmatrix} \tilde{\kappa}_{o+}^{YZ} + 2\beta_{\oplus}^X \tilde{\kappa}_{tr} \\ -\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ} + 2\beta_{\oplus}^Y \tilde{\kappa}_{tr} \\ \tilde{\kappa}_{o+}^{XY} + 2\beta_{\oplus}^Z \tilde{\kappa}_{tr} \end{pmatrix} \quad (\text{D.39})$$

とおくとその \$yz\$ 成分、\$xz\$ 成分は

$$(\kappa_{DB})_{\text{lab}}^{yz} = \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ \cos \chi \sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ -\sin \chi \end{pmatrix} \cdot \boldsymbol{\kappa} \quad (\text{D.40})$$

$$(\kappa_{DB})_{\text{lab}}^{xz} = -\begin{pmatrix} -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \boldsymbol{\kappa} \quad (\text{D.41})$$

と表される。

したがって、異方性信号を表す式 (D.37) に上式を代入すると結局

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{2(n-1)d}{L + (\epsilon_r - 1)d} \boldsymbol{\kappa} \cdot R^T \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.42})$$

が得られる。\$(\cos \theta, \sin \theta, 0)^T\$ は実験室系における媒質中の光路に沿った単位ベクトルを表しており、\$R^T\$ はそのベクトルを SCCEF に変換している。そのため、\$\boldsymbol{\kappa}\$ の各成分は SCCEF における X 軸方向、Y 軸方向、Z 軸方向の片道光速の異方性を表していることがわかる。片道光速の異方性は SCCEF に対して静止している系で測定した場合は \$\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ}\$、\$\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}\$、\$\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}\$ だけで表され、SCCEF での光速の \$c_0 = 1\$ からの等方的なずれを表す \$\tilde{\kappa}_{tr}\$ を測定することはできない。地球上で測定する場合は地球の公転運動によって初めて \$\tilde{\kappa}_{tr}\$ が測定できるようになり、その感度は式 (D.39) からわかるように \$\tilde{\kappa}_{o+}\$ に比べて \$\beta_{\oplus}\$ だけ悪くなる。

³ここでの \$\theta\$ は MS 理論で考えていたような、実験室系の CMB 静止系に対する速度 \$\boldsymbol{v}\$ と媒質中の光路の角度ではなく、実験室の \$x\$ 軸と媒質の角度であることに注意。図 D.1 と図 3.1 を比較するとよい。

D.2 データ解析

ここでは SME の枠組みの中でのデータ解析の方法を示し、実験データを元に得られた SME パラメータの測定値を過去の実験と比較する。さらに、SME パラメータが MS 理論のパラメータとどう対応しているかについて述べる。

D.2.1 解析方法

MS 理論の枠組みにおける解析では異方性信号の Fourier 変換により直交位相振幅を求め、これを SCCEF に変換するというものだった (5.1.2 節参照)。しかし、SME の場合は求めたいパラメータが $\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ}$ 、 $\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}$ 、 $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ 、そして $\tilde{\kappa}_{tr}$ と 4 つあるためこの方法は用いることができない。そこで 4 つのパラメータが別の変調周波数に現れることを用いた解析が行われている。

式 (D.42) に $\theta = \omega_{rot}t$ を代入し、内積計算をして整理すると

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{2(n-1)d}{L + (\epsilon_r - 1)d} \sum_{jk} [C_{jk} \cos(\omega_{rot}t + (j\omega_{\oplus} + k\Omega_{\oplus})T_{\oplus}) + S_{jk} \sin(\omega_{rot}t + (j\omega_{\oplus} + k\Omega_{\oplus})T_{\oplus})] \quad (D.43)$$

のような形になる。各周波数成分とその振幅をまとめると、表 D.2 のようになる。したがって各変調周波数の直交位相でロックイン検波することにより SME の 4 つのパラメータを決定することができる。

表 D.2: 異方性信号の各周波数成分とその振幅

変調	振幅 C_{jk}, S_{jk}
$\cos(\omega_{rot}t + \omega_{\oplus}T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}(1 + \cos\chi)\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ}$
$\cos(\omega_{rot}t - \omega_{\oplus}T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}(-1 + \cos\chi)\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ}$
$\sin(\omega_{rot}t + \omega_{\oplus}T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}(-1 - \cos\chi)\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}$
$\sin(\omega_{rot}t - \omega_{\oplus}T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}(-1 + \cos\chi)\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}$
$\cos(\omega_{rot}t)$	$-\sin\chi\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$
$\sin(\omega_{rot}t + (\omega_{\oplus} + \Omega_{\oplus})T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}[\cos\chi(1 - \cos\eta) + (1 + \cos\eta)]\beta_{\oplus}\tilde{\kappa}_{tr}$
$\sin(\omega_{rot}t - (\omega_{\oplus} + \Omega_{\oplus})T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}[-\cos\chi(1 - \cos\eta) + (1 + \cos\eta)]\beta_{\oplus}\tilde{\kappa}_{tr}$
$\sin(\omega_{rot}t + (\omega_{\oplus} - \Omega_{\oplus})T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}[-\cos\chi(1 + \cos\eta) + (-1 + \cos\eta)]\beta_{\oplus}\tilde{\kappa}_{tr}$
$\sin(\omega_{rot}t - (\omega_{\oplus} - \Omega_{\oplus})T_{\oplus})$	$\frac{1}{2}[\cos\chi(1 + \cos\eta) + (-1 + \cos\eta)]\beta_{\oplus}\tilde{\kappa}_{tr}$
$\cos(\omega_{rot}t + \Omega_{\oplus}T_{\oplus})$	$\sin\chi\sin\eta\beta_{\oplus}\tilde{\kappa}_{tr}$
$\cos(\omega_{rot}t - \Omega_{\oplus}T_{\oplus})$	$\sin\chi\sin\eta\beta_{\oplus}\tilde{\kappa}_{tr}$

D.2.2 解析結果

異方性探索によって得られた異方性信号データから、前節で述べた方法を用いて各回転毎に SME パラメータを求め、全回転分の平均をとることで SME パラメータを決定した。ここで用いたデータは 5.1.4 節で述べたデータ選択をした後の約 1 万回転分のデータである。

その結果をこれまでの共振器実験による測定値とともにまとめたのが表 D.3 である。本実験による $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ の測定値はこれまでの最高精度である F. Baynes らによるもの [26] より 1.5 倍精度がよいものとなっている。

$\tilde{\kappa}_{o+}$ については現在もっとも厳しい上限値を与えている Ch. Eisele らによる偶パリティ実験 [16] より 1 桁程度精度が悪い。しかし、本実験は奇パリティな共振器を用いて $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ を求めた最初の実験である。[26] もつい最近行われた奇パリティ実験であるが、この実験では地球の自転のみを利用し、共振器を回転させていないため、表 D.2 から分かる通り $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ に感度がない。 $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ は SCCEF の Z 軸方向の片道光速の異方性を表しているが、Z 軸は地球の自転軸と一致しているため、地球自転だけでは $\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}$ による変調がかからないためである。

表 D.3: これまでの共振器実験による SME パラメータの測定値との比較 (文献はそれぞれ Eisele が [16]、Hohensee が [47]、Baynes が [26])

	偶奇	$\tilde{\kappa}_{o+}^{YZ}/10^{-13}$	$\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}/10^{-13}$	$\tilde{\kappa}_{o+}^{XY}/10^{-13}$	$\tilde{\kappa}_{\text{tr}}/10^{-9}$
Eisele (2009)	偶	$-0.1 \pm 1.0 \pm 0.4$	$-0.1 \pm 1.0 \pm 0.2$	$1.5 \pm 1.5 \pm 0.2$	-
Hohensee (2010)	偶	2 ± 7	17 ± 7	15 ± 12	15 ± 7.4
Baynes (2011)	奇	-	7 ± 14	測定不可	3.4 ± 6.2
本実験	奇	11 ± 9	10 ± 9	-0.4 ± 9.4	-0.1 ± 4.2

D.2.3 MS パラメータとの関係

MS 理論では片道光速の異方性信号は式 (5.5)

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{4(n-1)d}{L+(n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \mathbf{v} \cdot \mathbf{R}^T \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{rot}} t \\ \sin \omega_{\text{rot}} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.44})$$

と表されるのであった。

一方、SME では式 (D.42) で表される。MS 理論では CMB 静止系を絶対静止系だとして、これに対する SCCEF の速度 $\mathbf{v}$ を与えることで片道光速の異方性に関するパラメータは $\alpha + 1/2$ の 1 つになっているが、SME では絶対静止系を仮定せず、SCCEF における片道光速の異方性を $\tilde{\kappa}$ を用いて 3 成分に分けていることがわかる。

前提条件が異なるため単純には両者のパラメータを比較することができない。しかし、同じ実験でどちらの枠組みでも解析を行うことができるため、実験の精度を比較するために MS パラメータと SME パラメータの関係を求めると上式と式 (D.42) より

$$-\frac{4(n-1)d}{L+(n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \mathbf{v} \simeq -\frac{2(n-1)d}{L+(\epsilon_r-1)d} \boldsymbol{\kappa} \quad (\text{D.45})$$

となる。SME の $\boldsymbol{\kappa}$ は式 (D.39) で求められるので

$$-\frac{4(n-1)d}{L+(n-1)d} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \mathbf{v} \simeq -\frac{2(n-1)d}{L+(\epsilon_r-1)d} (\mathcal{O}(\tilde{\kappa}_{o+}) + 2\beta_{\oplus} \mathcal{O}(\tilde{\kappa}_{\text{tr}})) \quad (\text{D.46})$$

となる。

本実験と同じく奇パリティ共振器を用いている F. Baynes らの実験 [26] は SME の枠組みでしか解析を行なっておらず、 $\tilde{\kappa}_{\text{tr}}$ しか求めている。そこで上式を用いて MS パラメータ $\alpha + 1/2$ に焼き直すと彼らの実験が与えた上限値は

$$|\alpha + 1/2| \lesssim 6 \times 10^{-10} \quad (\text{D.47})$$

となる。計算に用いた F. Baynes らの共振器パラメータは下記の表 D.4 にまとめた。

表 D.4: 本実験と F. Baynes *et al.*[26] の共振器パラメータ比較

	本実験	Baynes (2011)
共振器の一周長 L	140 mm	~ 100 mm
媒質の長さ d	20 mm	~ 15 mm
媒質の屈折率 n	3.69 (シリコン)	1.44 (UV 溶融石英)
MS での係数 $\frac{4(n-1)d}{L + (n-1)d}$	1.11	~ 0.25
SME での係数 $\frac{2(n-1)d}{L + (\epsilon_r - 1)d}$	0.27	~ 0.11
$\tilde{\kappa}_{o+}^{XZ}/10^{-13}$	10 ± 9	7 ± 14
$\tilde{\kappa}_{\text{tr}}/10^{-9}$	-0.1 ± 4.2	3.4 ± 6.2
$(\alpha + 1/2)/10^{-10}$	-2.3 ± 2.6	$\sim \pm 6$ (推定値)

Appendix E

実験装置詳細

ここでは本文中では触れられなかった実験装置の詳細についてまとめる。

E.1 光学系構成部品

本実験で使用した光学系を構成する部品をまとめておく。

表 E.1 は本実験で用いた光学素子のリストである。共振器用ミラーはリング共振器に用いたほか、凹面ミラーはダブルパスの折り返し用の鏡 (図 4.7 の MR) としても使用した。またシリコンブロックは $5 \times 10 \times 20$ mm の直方体で、 5×10 mm の端面を AR コートしたものであり、岡本光学加工所に製作していただいた。AR コートは波長 1550 nm のビーム 9.5 度入射に対し、反射率が p 偏光、s 偏光ともに 1 面あたり 0.5% 以下になるよう指定した。また面精度は $\lambda/10$ とした。

表 E.2 はこれら光学素子を保持するために用いた光学機械部品のリストである。xy 軸ステージは光検出器の支持と位置の調整に用いた。

また、表 E.3 は入射光学系に用いたファイバ部品のリストである。

表 E.1: 本実験で使用した光学素子

品名	メーカー	品番
共振器用平面ミラー	Lattice Electro Optics	BS-1550-Rp98-UF-0513
共振器用凹面ミラー	Lattice Electro Optics	RX-1550-UF-MPC-0525-200
PBS	Lattice Electro Optics	PBS-1550-05
HWP	Newport	05RP02-40
QWP	Newport	05RP04-40
金平面ミラー	Thorlabs	PF05-03-M01
シリコンブロック	岡本光学加工所	特注
ファイバコリメータ	Thorlabs	PAF-X-5-C

表 E.2: 本実験で使用した光学機械部品

品名	メーカー	品番
ミラーマウント	Thorlabs	KM05/M
BS ホルダー	シグマ光機	PLH-25
波長板ホルダー	Thorlabs	RSP05/M
ファイバコリメータマウント	Thorlabs	HCP
xy 軸ステージ	シグマ光機	TASB-402

表 E.3: 本実験で使用したファイバ部品

品名	メーカー	品番
ファイバレーザ	NKT Photonics	Koheras AdjustiK C15 (2003 年度購入品)
AOM	Brimrose	AMM-55-3.2-170-1550-2FP
AOM ドライバ	Brimrose	FFA-55-B1-F1
偏光コントローラ	Newport	F-POL-APC
アイソレータ	Newport	ISC-1550
PM アイソレータ	Haphit	FPIS-1550-DS-2L10-FC/APC
カプラ (BS)	Newport	F-PMC-1550-50
偏波保持ファイバ	OZ Optics	PMJ-3S3S-1550-8/125-1-1-1
ファイバ接続用アダプタ	Newport	F-MA-FC-FC

E.2 電気回路

本実験で使用した電気回路のうち、重要なものの回路図を示す。また、実験装置の感度に関する回路の雑音スペクトルを示す。

E.2.1 光検出器回路

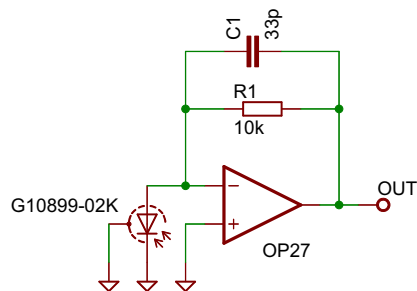


図 E.1: 周波数制御用、異方性信号取得用 PD

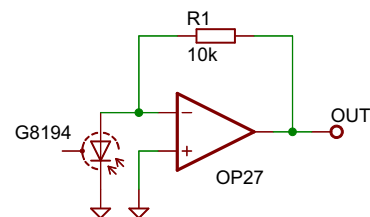


図 E.2: 強度安定化用 PD

E.2.2 制御フィルタ回路

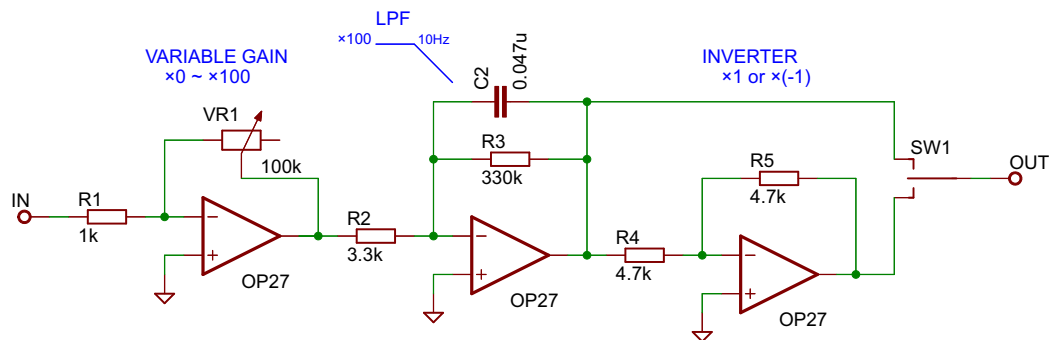


図 E.3: 強度安定化用フィルタ

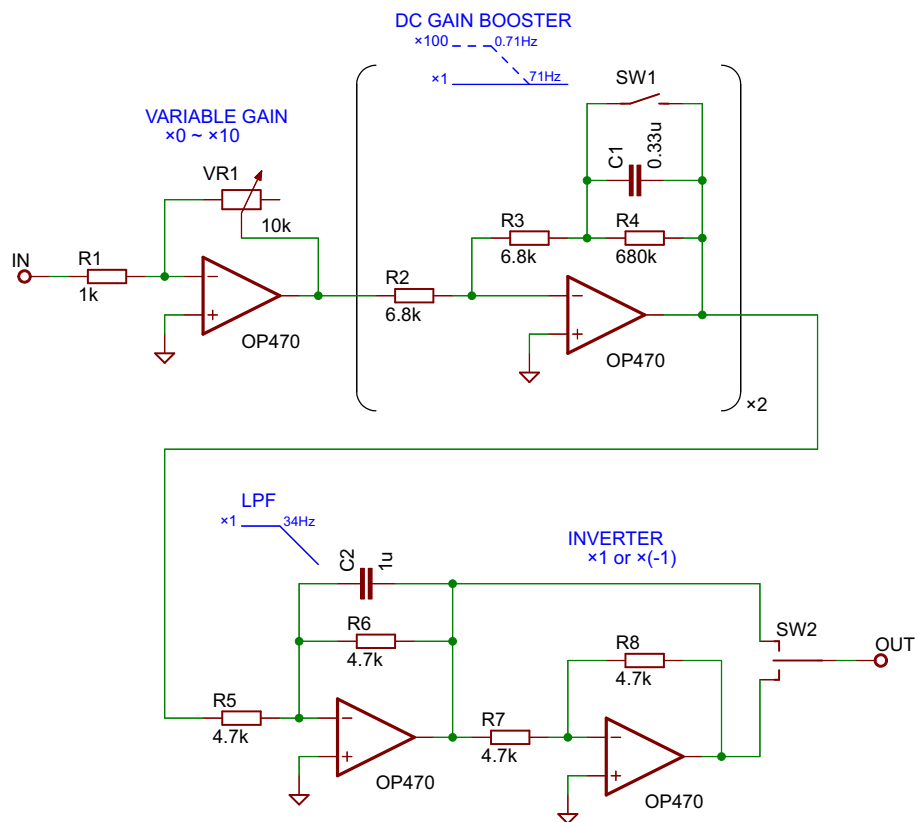


図 E.4: 周波数制御用フィルタ (DC ゲイン増幅器が2つついており、スイッチ SW1 を1つ切る毎に DC ゲインが 100 倍上がる)

E.2.3 その他

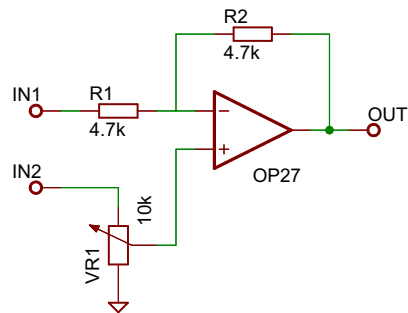


図 E.5: 可変ゲイン差動回路 (偏光解析法で 2 つの光検出器出力の差動を取るために用いた)

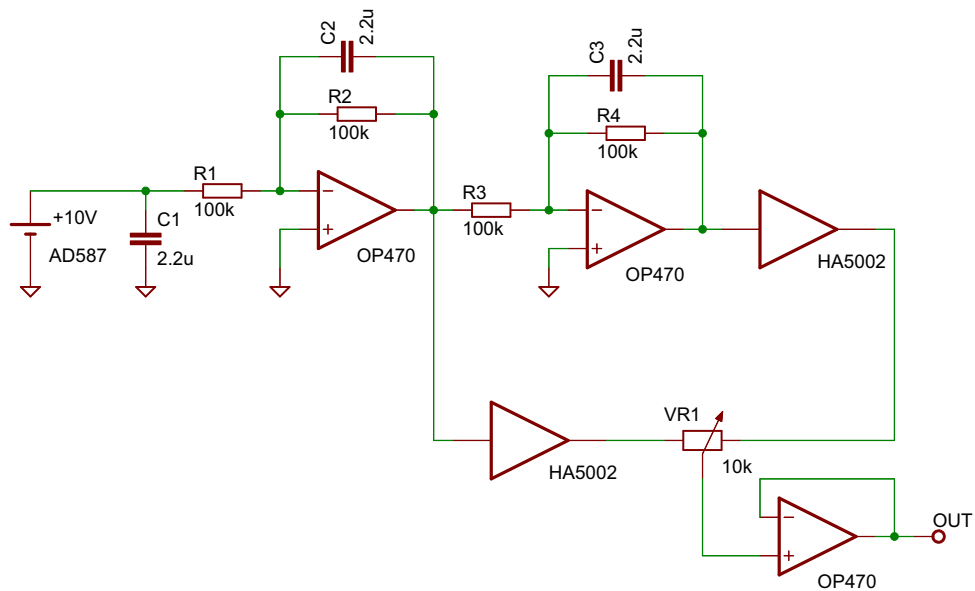


図 E.6: オフセット回路 (強度安定化や周波数制御でフィードバック信号のオフセット調整などに用いた。可変抵抗 VR1 を動かすことにより -10 V から $+10\text{ V}$ のオフセット電圧が出力される。実際には HA5002 の先に可変抵抗が 10ch 分並列についている)

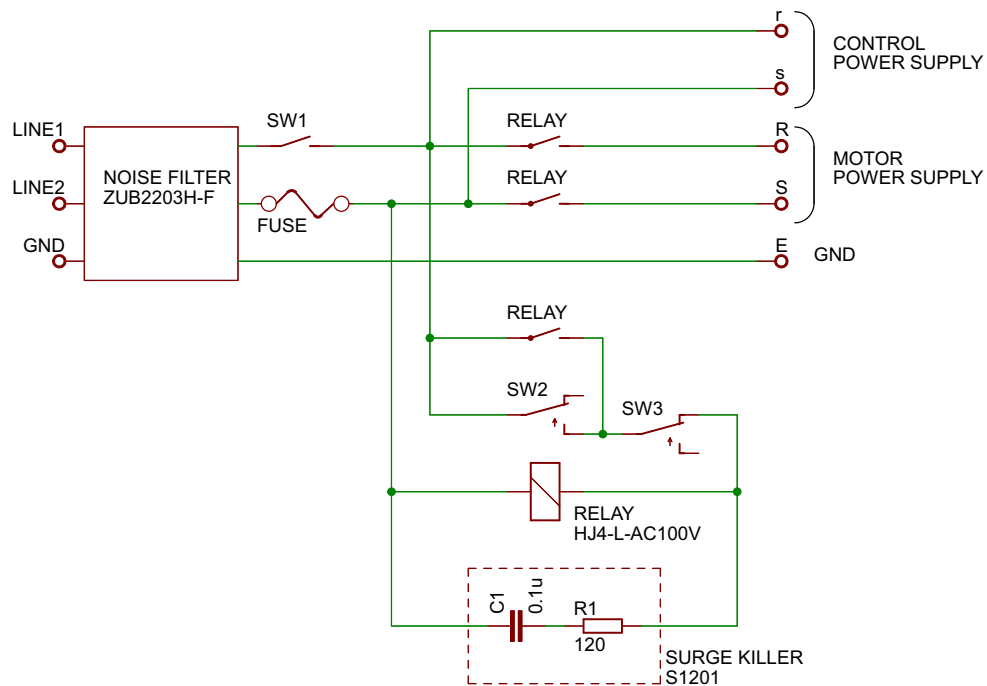


図 E.7: モータードライバ用電源回路 (スイッチ SW1 が入ると制御電源が投入される。その後 SW2 を入れるとリレーによってモーターへ電源が投入される。モーターの電源を切るには SW3 を切れば良い。制御電源が入っている間しかモーターに電源が入らないような仕組みになっている)

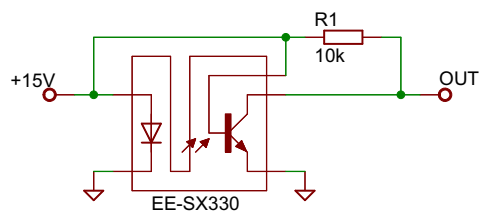


図 E.8: フォトインタラプタ回路 (回転台の原点通過信号を得るために用いた。EE-SX330 は透過型フォトインタラプタであり、この回路では遮断されていない時 15 V、遮断されると 0 V を出力する)

E.2.4 電気回路の雑音

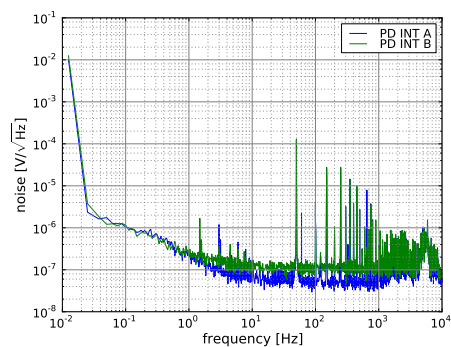


図 E.9: 強度安定化用 PD の雑音 (レーザー光を入射しない状態での出力)

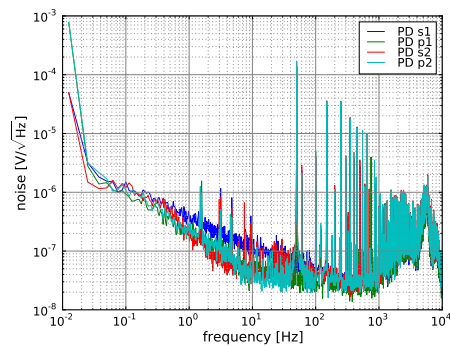


図 E.10: 周波数制御用、異方性信号取得用 PD の雑音 (レーザー光を入射しない状態での出力)

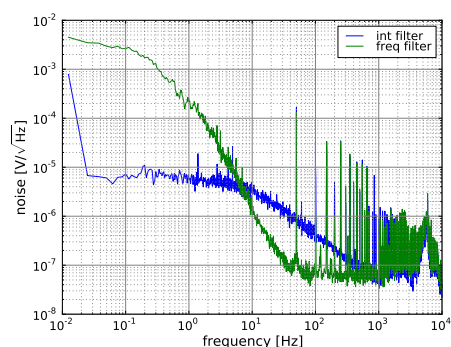


図 E.11: フィルタ回路の雑音 (入力を接地したときの出力)

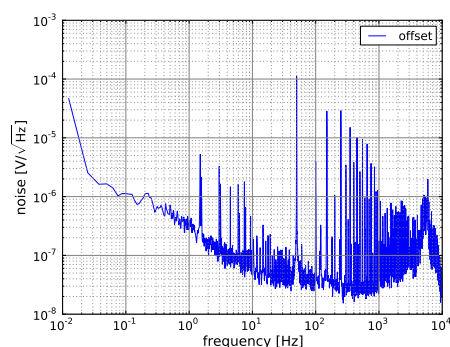


図 E.12: オフセット回路の雑音 (0V が出力されるようにした時)

E.3 光学-電気系の全体図

光学系と電気回路接続の詳細な全体図は図 E.13 のようになっている。

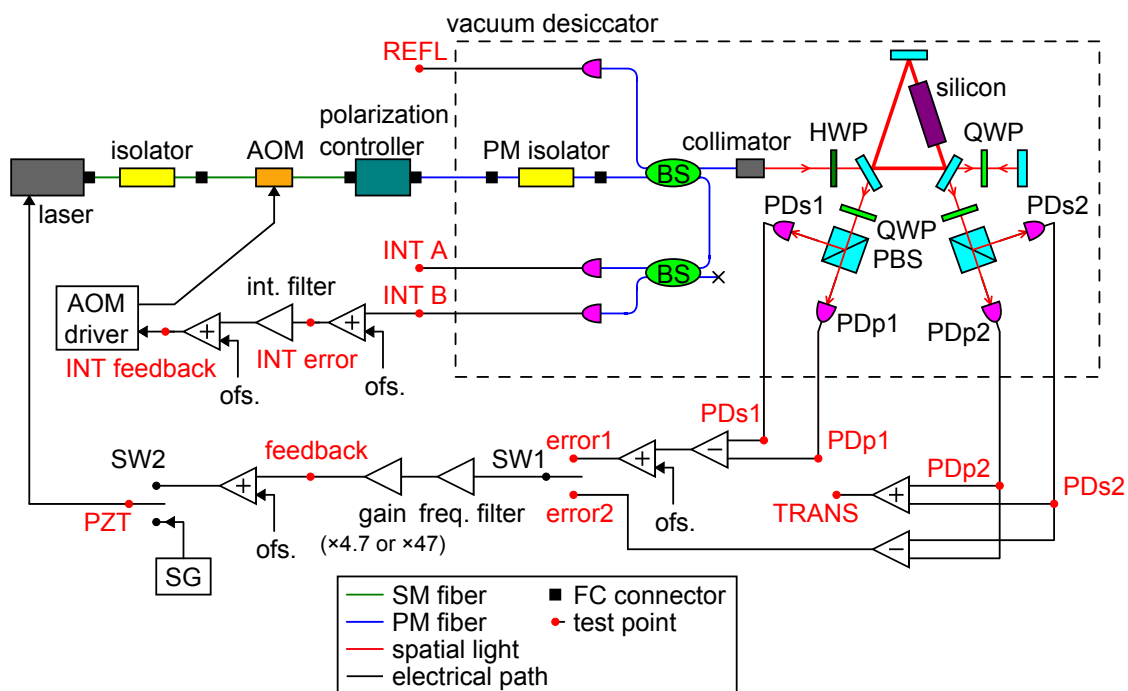


図 E.13: 光学-電気系の全体図

E.4 その他の構成要素

光学系、電気回路以外の重要な構成要素の品番をまとめておく。

表 E.4: 本実験で使用したその他の構成要素

品名	メーカー	品番	用途など
モーター	日機電装	NMR-CAUIA2A-151A	実験装置の回転に使用したダイレクトドライブモーター
ドライバ	日機電装	NCR-CDA1A1A-201D	モーターの制御
デシケータ	アズワン	1-070-01	防音等のために光学系を入れた真空デシケータ
真空ポンプ	ULVAC	DAM-010	ダイアフラム型ドライ真空ポンプ
ポッティング剤	信越化学	KE-42-T	真空デシケータにファイバを導入する際に開けたスリットを埋めるために用いた 1 液型 RTV ゴム
ポッティング剤	Momentive	TSE3032	真空デシケータ内外を繋ぐ電気ケーブルのために開けた穴を埋めるのに用いた 2 液混合型透明シリコンゴム
マッチング液	Norland	9006	ファイバコネクタ部に充填し、屈折率を整合
データロガー	横河	DL750	異方性信号、その他モニタ信号の取得
FFT アナライザ	ADVANTEST	R9211	伝達関数及びスペクトルの測定
信号発生器	Tektronix	AFG3021	レーザー周波数の変調による共振点サーチなど

E.5 実験装置写真

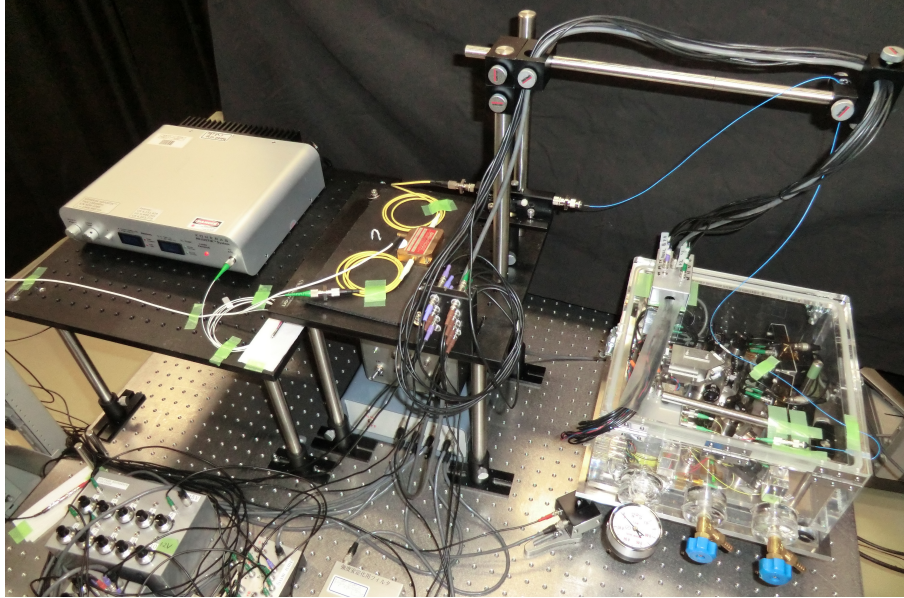


図 E.14: 実験装置全体

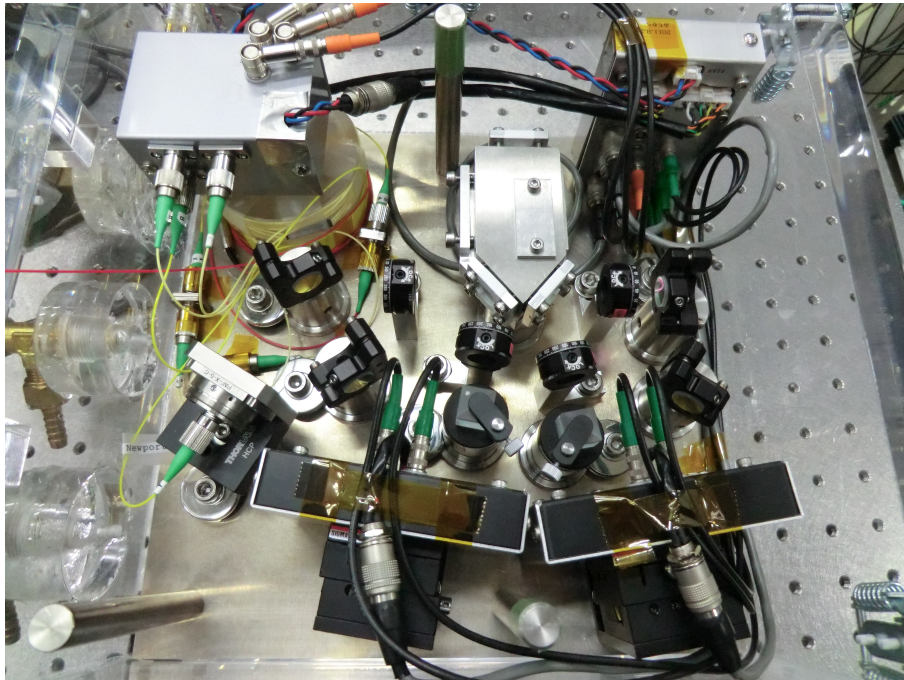


図 E.15: 真空デシケータ内光学系

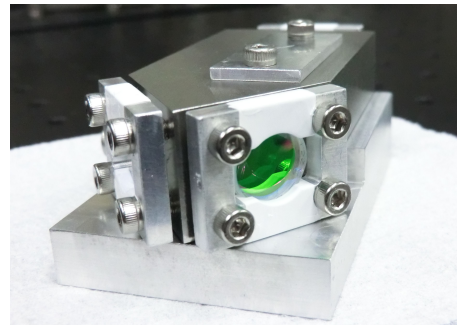
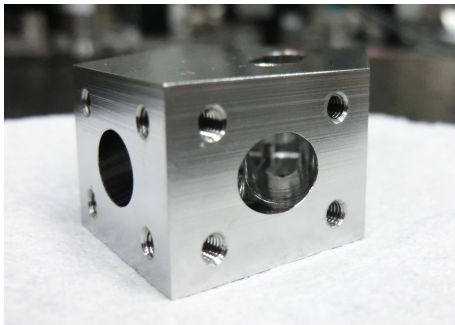


図 E.16: スペーサーとリング共振器

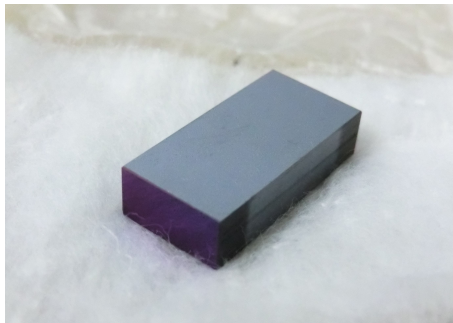


図 E.17: シリコンブロック

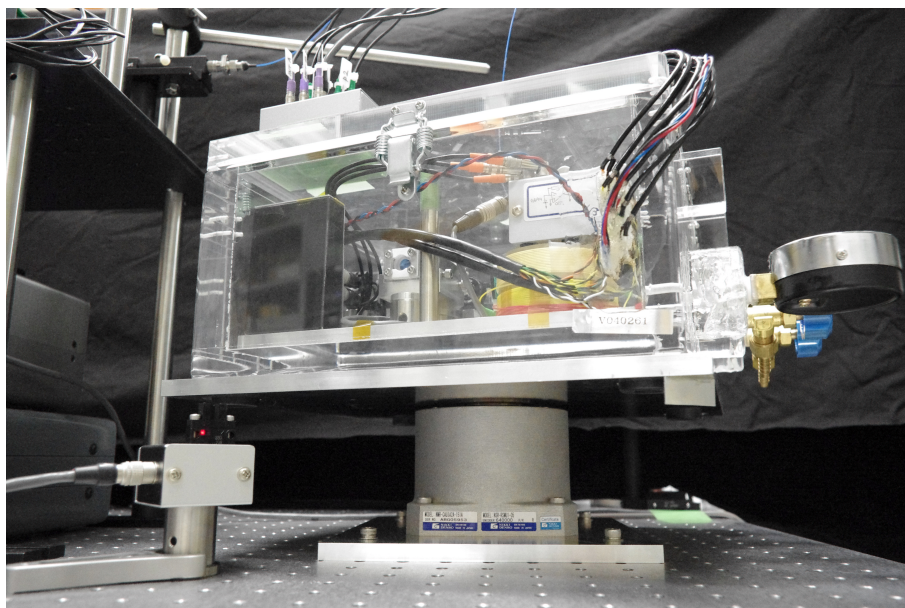


図 E.18: 回転台

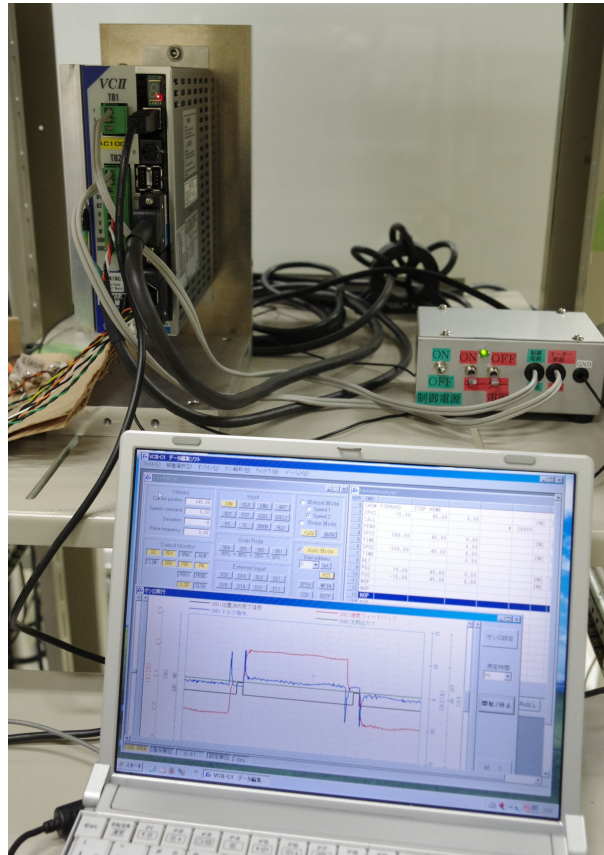


図 E.19: モータードライバ

Bibliography

1 はじめに

- [1] A. Einstein: Ann. Phys. (Leipzig) **17** (1905) 891.
Zur Elektrodynamik bewegter Körper
- [2] D. Mattingly: Living Rev. Relativity **8** (2005) 5.
Modern Tests of Lorentz Invariance
- [3] V. A. Kostelecký and S. Samuel: Phys. Rev. D **39** (1989) 683.
Spontaneous Breaking of Lorentz Symmetry in String Theory
- [4] R. Gambini and J. Pullin: Phys. Rev. D **59** (1999) 124021.
Nonstandard optics from quantum space-time

2 特殊相対論の検証

- [5] R. Mansouri and R. U. Sexl: Gen. Relativ. Grav. **8** (1977) 497.
A Test Theory of Special Relativity: I. Simultaneity and Clock Synchronization
- [6] R. Mansouri and R. U. Sexl: Gen. Relativ. Grav. **8** (1977) 515.
A Test Theory of Special Relativity: II. First Order Tests
- [7] R. Mansouri and R. U. Sexl: Gen. Relativ. Grav. **8** (1977) 809.
A Test Theory of Special Relativity: III. Second Order Tests
- [8] C. M. Will: Phys. Rev. D **45** (1992) 403.
Clock synchronization and isotropy of the one-way speed of light
- [9] Y. Z. Zhang: *Special Relativity and its Experimental Foundations* (World Scientific, Singapore, 1997).
- [10] R. Anderson, I. Vetharaniam, and G. E. Stedman: Phys. Rep. **295** (1998) 93.
Conventionality of synchronisation, gauge dependence and test theories of relativity
- [11] H. P. Robertson: Rev. Mod. Phys. **21** (1949) 378.
Postulate versus Observation in the Special Theory of Relativity
- [12] H. E. Ives and G. R. Stilwell: J. Opt. Soc. Am. **28** (1938) 215.
An experimental study of the rate of a moving atomic clock
- [13] A. A. Michelson and E. W. Morley: Am. J. Sci. **34** (1887) 333.
On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether

- [14] R. J. Kennedy and E. M. Thorndike: Phys. Rev. **42** (1932) 400.
Experimental Establishment of the Relativity of Time
- [15] S. Reinhardt, G. Saathoff, H. Buhr, L. A. Carlson, A. Wolf, D. Schwalm, S. Karpuk, C. Novotny, G. Huber, M. Zimmermann, R. Holzwarth, T. Udem, T. W. Hänsch and G. Gwinner: Nat. Phys. **3** (2007) 861.
Test of relativistic time dilation with fast optical atomic clocks at different velocities
- [16] Ch. Eisele, A. Yu. Nevsky, and S. Schiller: Phys. Rev. Lett. **103** (2009) 090401.
Laboratory Test of the Isotropy of Light Propagation at the 10^{-17} Level
- [17] M. E. Tobar, P. Wolf, S. Bize, G. Santarelli, and V. Flambaum: Phys. Rev. D **81** (2010) 022003.
Testing local Lorentz and position invariance and variation of fundamental constants by searching the derivative of the comparison frequency between a cryogenic sapphire oscillator and hydrogen maser
- [18] A. Brillet and J. L. Hall: Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 549.
Improved Laser Test of the Isotropy of Space
- [19] S. Herrmann, A. Senger, K. Möhle1, M. Nagel, E. V. Kovalchuk, and A. Peters: Phys. Rev. D **80** (2009) 105011.
Rotating optical cavity experiment testing Lorentz invariance at the 10^{-17} Level
- [20] T. P. Krisher, L. Maleki, G. F. Lutes, L. E. Primas, R. T. Logan, J. D. Anderson, and C. M. Will: Phys. Rev. D **42** (1990) 731.
Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards
- [21] P. Wolf and G. Petit: Phys. Rev. A **56** (1997) 4405.
Satellite test of special relativity using the global positioning system
- [22] W. S. N. Trimmer, R. F. Baierlein, J. E. Faller, and H. A. Hill: Phys. Rev. D **8** (1973) 3321.
Experimental Search for Anisotropy in the Speed of Light
- [23] Q. Exirifard: [arXiv:1010.2057v6](https://arxiv.org/abs/1010.2057v6) [gr-qc]
Triangular Ring Resonator: Direct measurement of the one-way light speed anisotropy

3 リング共振器による異方性探査

- [24] F. Zarinetchi and S. Ezekiel: Opt. Lett. **11** (1986) 6.
Observation of lock-in behavior in a passive resonator gyroscope
- [25] B. J. Cusack and D. A. Shaddock and B. J. J. Slagmolen and G. de Vine and M. B. Gray and D. E. McClelland: Class. Quantum Grav. **19** (2002) 1819.
Double pass locking and spatial mode locking for gravitational wave detectors
- [26] F. N. Baynes, A. N. Luiten, and M. E. Tobar: Phys. Rev. D **84** (2011) 081101.
Testing Lorentz invariance using an odd-parity asymmetric optical resonator

- [27] 三尾典克: 『重力波をとらえる』(中村卓, 三尾典克, 大橋正健 編著, 京都大学学術出版会, 1998) p.210.
- [28] G. Sagnac: C. R. Acad. Sci. Paris **157** (1913) 708.
The demonstration of the luminiferous aether by an interferometer in uniform rotation
- [29] R. Wang, Y. Zheng, and A. Yao: Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 143901.
Generalized Sagnac Effect
- [30] E. J. Post: Rev. Mod. Phys. **39** (1967) 475.
Sagnac Effect
- [31] P. R. Saulson: *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors* (World Scientific, Singapore, 1994) p.127.
- [32] 関谷淳: 東京大学 修士論文 (2000) p.36.
「空間の等方性検証実験」 http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/sekiya_m.pdf

4 実験装置

- [33] 森脇成典: 『重力波をとらえる』(中村卓, 三尾典克, 大橋正健 編著, 京都大学学術出版会, 1998) p.339-361.
- [34] H. Kogelnik and T. Li: Proc. IEEE **54** (1966) 1312.
Laser Beams and Resonators

5 データ解析

- [35] V. A. Kostelecký and M. Mewes: Phys. Rev. D **66** (2002) 056005.
Signals for Lorentz violation in electrodynamics
- [36] C. H. Lineweaver, L. Tenorio, G. F. Smoot, P. Keegstra, A. J. Banday, and P. Lubin: Astrophys. J. **470** (1996) 38.
The Dipole Observed in the COBE DMR Four-Year Data

A フィードバック制御

- [37] 片山徹: 『新版 フィードバック制御の基礎』(朝倉書店, 2002)

B 偏光解析法

- [38] T. W. Hänsch and B. Couillaud: Opt. Commun. **35** (1980) 441.
Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity
- [39] S. Moriwaki, T. Mori, K. Takeno, and N. Mio: Appl. Phys. Express **2** (2009) 016501.
Frequency Discrimination Method Making Use of Polarization Selectivity of Triangular Optical Cavity

- [40] R. Clark Jones: J. Opt. Soc. Am. **31** (1941) 488.
A New Calculus for the Treatment of Optical Systems
- [41] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley and H. Ward: Appl. Phys. **B** 31 (1983) 97.
Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator
- [42] Noriaki Ohmae: Doctoral Thesis, University of Tokyo (2011) p.58-69.
Laser System for Second-Generation Gravitational-Wave Detectors

D 拡張標準理論における解析

- [43] D. Colladay and V. A. Kostelecký: Phys. Rev. D **58** (1998) 116002.
Lorentz-violating extension of the standard model
- [44] M. E. Tobar, P. Wolf, A. Fowler, and J. G. Hartnett: Phys. Rev. D **71** (2005) 025004.
New methods of testing Lorentz violation in electrodynamics
- [45] V. A. Kostelecký and N. Russel: Rev. Mod. Phys. **83** (2011) 11.
Data tables for Lorentz and CPT violation
- [46] V. A. Kostelecký and M. Mewes: Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 140401.
Sensitive Polarimetric Search for Relativity Violations in Gamma-Ray Bursts
- [47] M. A. Hohensee, P. L. Stanwix, M. E. Tobar, S. R. Parker, D. F. Phillips, and R. L. Walsworth: Phys. Rev. D **82** (2010) 076001.
Improved Constraints on Isotropic Shift and Anisotropies of the Speed of Light using Rotating Cryogenic Sapphire Oscillators
- [48] Andrew Zimmerman: Thesis, Swarthmore College (2011) p.21-24.
Lorentz Violation in Degenerate Resonant Cavities
http://www.swarthmore.edu/Documents/academics/physics_astronomy/honors%20theses/Andrew_Zimmerman_Thesis2011.pdf

Acknowledgements

本実験をこのようにまとめることができたのは、多くの方々の助力をいただいたからこそです。ここに深い感謝の意を表します。

指導教員である坪野公夫教授には、この実験を全面的にバックアップしていただき、様々な助言をいただきました。こういう実験がやりたいと言い始めてから今日まで、何度先生の部屋のドアをノックしたかわかりません。方向性で迷った時やひとまとまりの進展があった時、真っ先に相談し、報告したのは坪野先生でした。先生はその度に相談に乗ってくださり、危うい点を指摘してくださったりしました。また、実験をやる上で新たに必要なものが出ると、常に快く購入を許可していただき、最高に恵まれた環境で実験ができました。先生のもとで修士論文を書くことができたというのは私の誇りです。

坪野研究室の助教である麻生洋一氏には、学部4年の頃から実験の指導をしていただきました。共振器の扱い方、制御理論、機械系の設計、計算機の利用などあらゆる実験技術を最初に学んだのは氏からでした。実験で行き詰まり相談に行くと、いつもの確にわかりやすく解決方法や問題が起きた場所の特定方法を教えてくださいました。学生の間で長々とああでもないこうでもない悩んでいたことが、氏に相談すると一瞬で解決されることも多く、尊敬するしかありません。また、学会など発表がある度に発表練習で丁寧に指導していただきました。

京都大学大学院理学研究科の安東正樹氏には、本実験のアイデアを様々な提供していただきました。机上の測定原理をこのような実験装置の形に落とし込めたのは、氏のアイデアがあったからこそです。そもそもこの実験は氏がモノリシックに組んだ光学系を使って何か面白いことができないかと提案してくださったことがきっかけとなって始まったものです。最終的には当初の目論見から少しずれた形の実験になりましたが、氏の提案がなければこのようなテーマに出会うことはなかったでしょう。メール等で何度も実験方針やデータ解析の相談に乗っていただいただけでなく、レーザー光源やファイバ部品などを提供していただきました。

東京大学大学院工学系研究科博士研究員の大前宣昭氏には、リング共振器のロックの仕方から光学部品メーカー、使いやすい描画ソフトまで、本当にありとあらゆることを教えていただきました。氏は実験知識が豊富で指導力もあり、実験の立ち上げ時からちょっとでも迷った所があるとついつい相談してしまいました。氏はその度に面倒くさがりながらも経験に基づいた的確な助言をしていただきました。あまりにも的確すぎて悔しい思いも何度かしました。また、本論文も最後まで丁寧にチェックしていただきました。今年度から氏が坪野研究室に出入りするようになったのは私にとって非常な幸運であり、そのことが決まってにやにやしたのは私だけではないはずです。

東京大学大学院理学系研究科の大塚茂巳氏、南条良勝氏をはじめとする試作室の方々には、実験に必要な部品を製作していただきました。その製作スピードは凄まじく、完成待ちで実験が遅れることは1分たりともありませんでした。むしろ出来上がりが早すぎてこちらが急かされるほどでした。設計の相談に乗っていただいたり、細かな変更に対応していただいたりして、感謝の気持ちでいっぱいです。

東京大学大学院工学系研究科附属光量子科学研究センターの三尾典克教授には、本実験で用いたような両側から光を入れる共振器に関する、氏の経験に基づく情報をいただきました。また本実験の物理的な意味に関して、貴重な意見をいただきました。

高エネルギー加速器研究機構の平松成範名誉教授には、モーターの電源回路に関するアドバイスなどをいただきました。また実験中によく声をかけていただき、大変心強かったです。

他にもカリフォルニア工科大学の新井宏二氏、和泉究氏、国立天文台の上田暁俊氏、阿久津智忠氏、高橋竜太郎氏、京都大学の磯山総一郎氏、仏坂健太氏、東京工業大学の宗宮健太郎氏、三尾研究室の森脇成典氏、国立清華大学の Wei-Tou Ni 氏など、様々な方から有益なコメントや情報をいただきました。

東京大学宇宙線研究所の黒田和明教授、東京大学大学院理学系研究科の酒井広文准教授は本論文の審査を行ってくださいました。審査中に様々なコメントやアイディアをいただき、この実験を今後更に進めていく上で非常に参考になりました。また、論文の書き方についても、細かいところまでチェックしていただきました。

坪野研究室博士課程の穀山渉氏には、本実験のもととなる論文を紹介していただきました。光速の行き帰りの差が測定できたら面白そうだが、どんな方法があるだろうかと話をもちかけたところ興味を持ってくださり、すぐに調べていただいたのです。その後も博士論文執筆で忙しい中関連分野の論文を紹介してくださったり、実験をのぞきにきてアドバイスをくださったりしました。本論文が少しでも視野の広いものになっているとしたら、それは氏のおかげです。

同じく博士課程の松本伸之氏には、特に光学系に関してアドバイスをいただきました。氏とは坪野研究室で実験を始めた時期が近く、すぐ隣同士で実験をしていたことから最も相談しやすい先輩でした。氏のような議論の相手がいたことは幸運でした。

博士課程の岡田健志氏とも、様々な議論を交わすことができました。氏は私とは異なる研究スタイルや発想法を持っており、常に好奇心が刺激されました。また後輩の面倒見がよく、何度か奢ってもらい、我々の士気を高めていただきました。

修士課程の正田亜八香氏からは、同期ということもあり様々な刺激を受けました。氏は私が持っていないものを持っており、学部4年で共同実験をしていたころから学ぶところが多くありました。

修士課程の柴田和憲氏、牛場崇文氏とは、同じくモーターを用いる実験をしていたということもあり情報交換ができました。また何度か回路部品などの注文をまとめて行なってくれ、助かりました。

坪野研究室秘書の工藤伯子氏、物理学専攻事務の上田美樹氏、伊藤彩美氏は物品購入時や学会参加時の事務手続きなどをしてくださいました。事務処理に追われることなく実験に集中できたのは、この御三方のおかげです。

日機電装の成沢康任氏は、本実験に適切なモーターの選定をしてくださり、納品後も電源回りやモーター制御のパラメータ調整などでサポートしていただきました。

岡本光学加工所の笹間慶保氏をはじめとする方々には、本実験の鍵となるシリコンブロックを加工していただきました。

長瀬産業のデトゥロン・ロベルト氏にはデシケータの穴埋めのためのポッティング剤を提供していただきました。

他にもシグマ光機の玉田保氏、大谷礼雄氏、日本レーザーの堀越俊行氏、坂本幹夫氏、サンブラスの田中憲久氏、仁木工芸の山田正規氏、THKの山口竜佑氏、ハイテックの家澤有基氏、ヒカリ

電子工業の藤崎尚幸氏など、様々な方から実験装置の設計や製品に関する情報をいただきました。

最後に、私の研究を誰よりも応援し、生活面で支えてくれた両親に感謝します。

ここに挙げた方々以外にも、本当に多くの方々のお世話になりました。すべての皆様に心から感謝いたします。ありがとうございました。