

Geophone

2018 年 11 月 23 日

Geophone についてのあれこれをまとめておく．

1 Geophone の原理

Geophone は，コイルが磁石による磁場の中を動くことで生じる起電力から信号を得る．バネに繋がれたコイルの運動と，コイルに流れる電流が結合した電気ー力学結合系としてモデル化できる．

1.1 Geophone の力学モデル

力学系として，バネとダッシュポット繋がれたコイルとしてモデル化する．

$$m\ddot{x} = -k(x - x_g) - b(\dot{x} - \dot{x}_g) + f_i \quad (1.1)$$

ただし， x は内部マスの変位， x_g は地面の変位， m はマスの質量， k はばね定数， b は抵抗係数である．また f_i はコイルに流れる電流による力である．

一方，回路の方程式は

$$\epsilon = L\dot{i} + Ri \quad (1.2)$$

である．ここで L, R はコイルのインダクタンス，内部抵抗で， ϵ はマスの運動で生じる起電力．

次に， ϵ について考える．簡単のために x_g は無視する．（あとで $x \rightarrow x - x_g, \dot{x} \rightarrow \dot{x} - \dot{x}_g$ とすればいい）コイルの微小線素 $d\mathbf{l}$ に生じる起電力 $d\epsilon$ は

$$d\epsilon = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = vBdl \quad (1.3)$$

であるから（ $\mathbf{v}, \mathbf{B}, d\mathbf{l}$ は互いに垂直）

$$\epsilon = \int_C d\epsilon = \int_C dlvB \quad (1.4)$$

$dl = r d\theta$ （ r はコイルの半径）であるから

$$\epsilon = \int_C d\theta r v B = 2\pi n r B v = Gv \quad (1.5)$$

である．ただし n はコイルの巻き数で， $G = 2\pi n r$ とおいた．

次にマスにかかる力を考える．電流 i が流れていると，コイルの微小線素 $d\mathbf{l}$ に加わる力 $d\mathbf{f}_i$ は

$$d\mathbf{f}_i = i d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = -iBdl\hat{x} \quad (1.6)$$

である．ただし $\hat{x}$ は x 方向の単位ベクトル．したがって，

$$\mathbf{f}_i = \int_C d\mathbf{f}_i = \int_C dliB\hat{x} = - \int_C d\theta iB\hat{x} = -2\pi n r iB\hat{x} = -Gi\hat{x} \quad (1.7)$$

となり，コイルを流れる電流と同じ G が現れる．

これらより

$$m\ddot{x} = -k(x - x_g) - b(\dot{x} - \dot{x}_g) - Gi \quad (1.8)$$

$$G(\dot{x} - \dot{x}_g) = L\dot{i} + Ri \quad (1.9)$$

となる．

1.2 Geophone の伝達関数

Geophone の伝達関数を考える． x, x_g, i をフーリエ変換して

$$-m\omega^2 x = -k(x - x_g) - i\omega b(x - x_g) - Gi \quad (1.10)$$

$$i\omega G(x - x_g) = i\omega Li + Ri \quad (1.11)$$

である．これらから，

$$i = \frac{i\omega G}{i\omega L + R}(x - x_g) \quad (1.12)$$

$$(\omega_0^2 + i\omega(\gamma_0 + \frac{G}{Rm}) - \omega^2)x = (\omega_0^2 + i\omega(\gamma_0 + \frac{G}{Rm}))x_g \quad (1.13)$$

$\gamma = \gamma_0 + \frac{G}{Rm}$ とおくと

$$x = \frac{\omega_0^2 + i\gamma\omega}{\omega_0^2 + i\gamma\omega - \omega^2}x_g \quad (1.14)$$

となる．一方，Geophone の出力 V は

$$\epsilon = Gv = Gi\omega(x - x_g) \quad (1.15)$$

であるから

$$\epsilon = G \frac{i\omega^3}{\omega_0^2 + i\gamma\omega - \omega^2}x_g \quad (1.16)$$

となる．