

電気情報工学特別講義 第5回

道村唯太

東京大学 大学院理学系研究科 物理学専攻

講義スケジュール

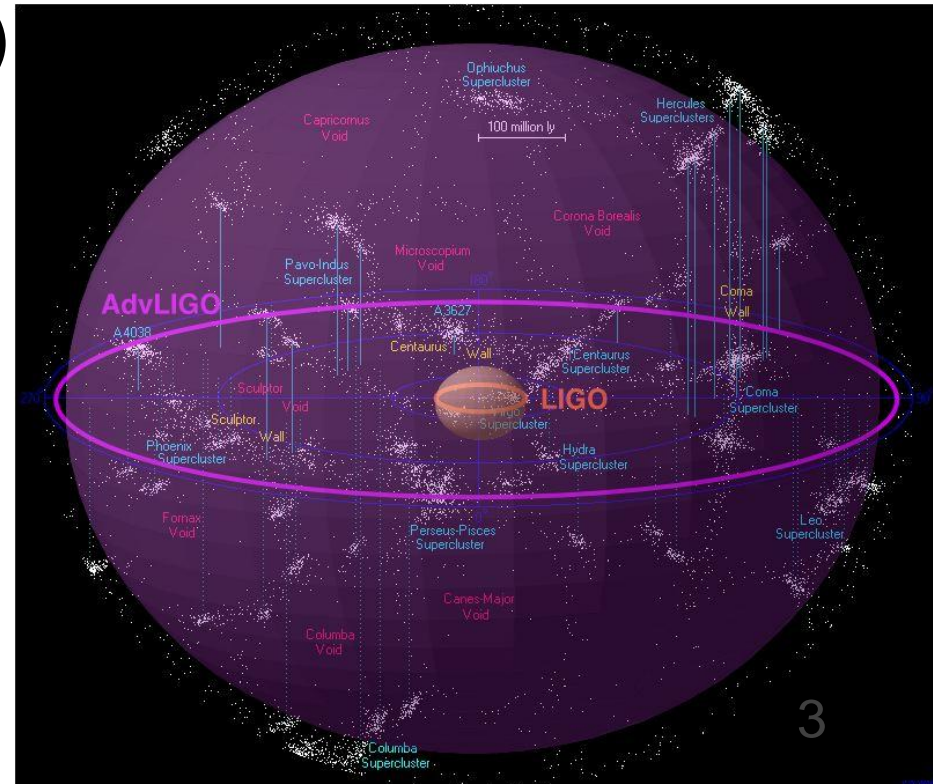
- 10月3日(月)
 - 3限 第1回 重力波の初検出について
 - 4限 第2回 重力波望遠鏡KAGRAの紹介
- 10月4日(火)
 - 2限 第3回 干渉計と共振器の原理
 - 3限 第4回 パワースペクトルと伝達関数
 - 4限 第5回 様々な雑音とその低減方法
- 10月5日(水)
 - 2限 第6回 重力波望遠鏡のこれから
 - 3限 第7回 精密測定技術の応用
 - 4限 第8回 「重力波天文学の夜明けとKAGRA」

重力波の振幅

- 重力波による空間歪みの大きさ

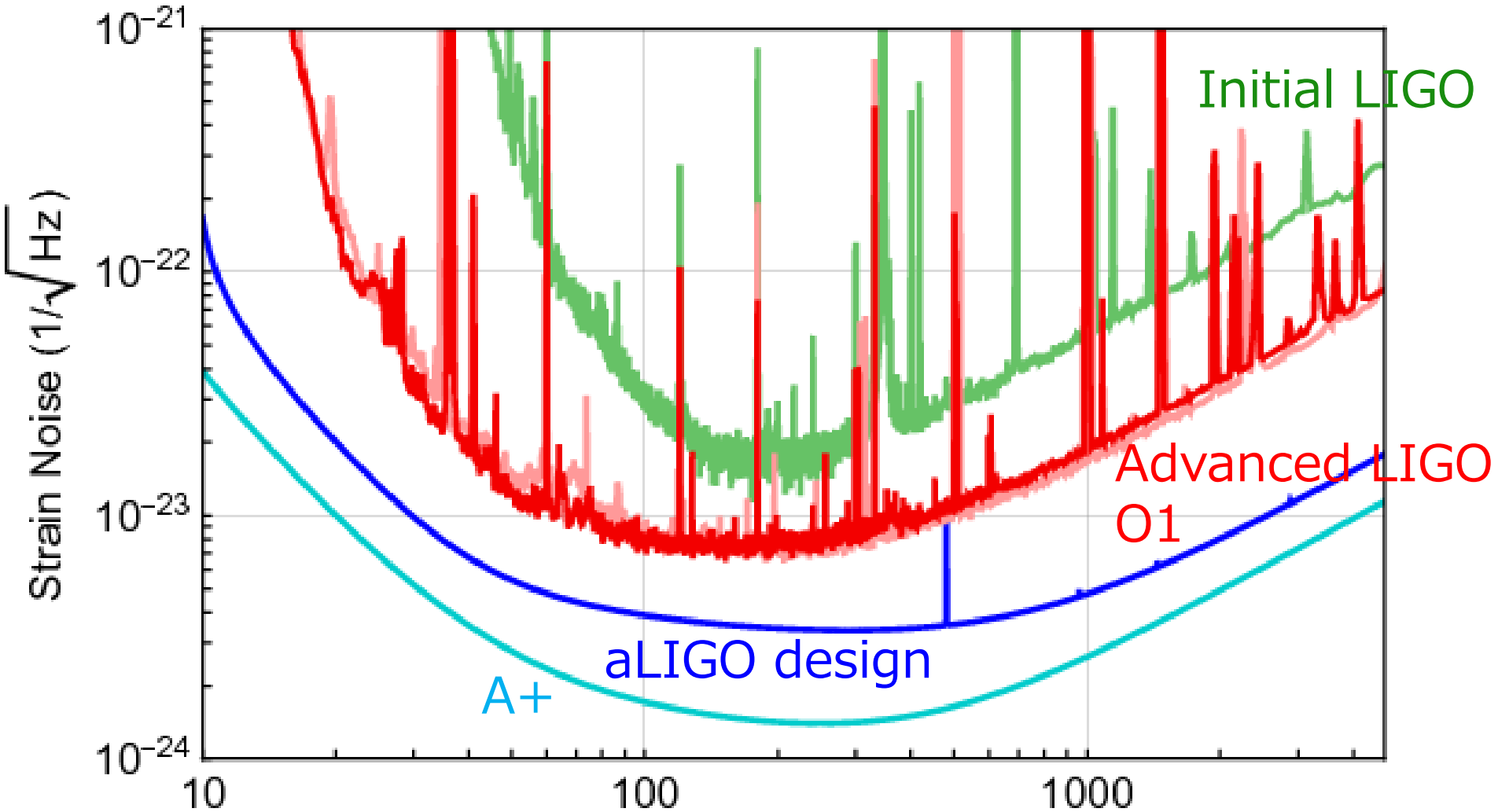
$$h \sim \frac{GM}{c^2 r} \left(\frac{v}{c} \right)^2$$

- 感度を10倍(雑音を1/10)にすると、
10倍遠くが見える
→ 1000倍の数の
天体が見える
イベントレートが
1000倍になる



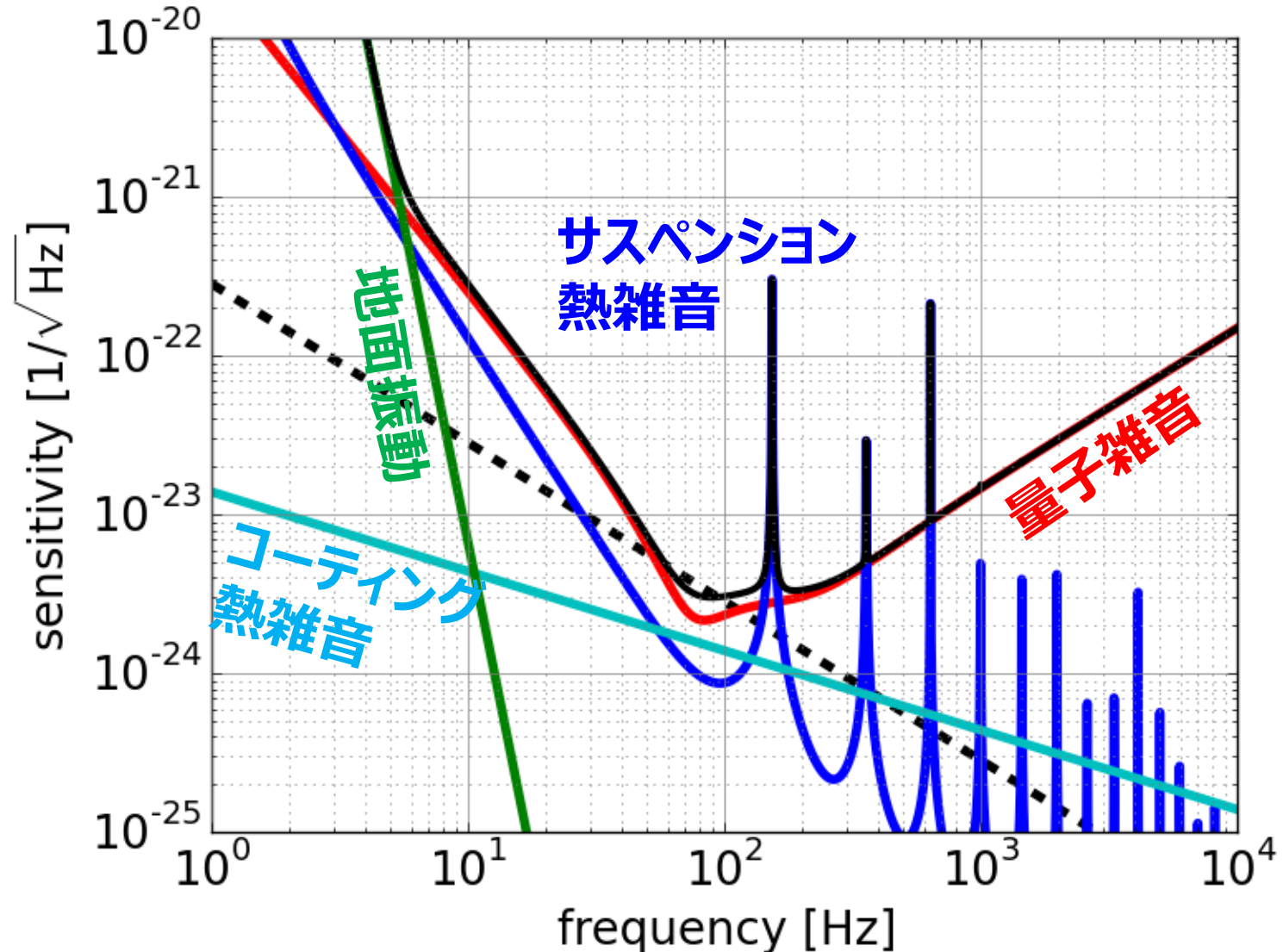
LIGOの感度

- 感度向上が重力波の初検出に繋がった



KAGRAの設計感度

- 量子雑音、熱雑音、地面振動雑音で制限



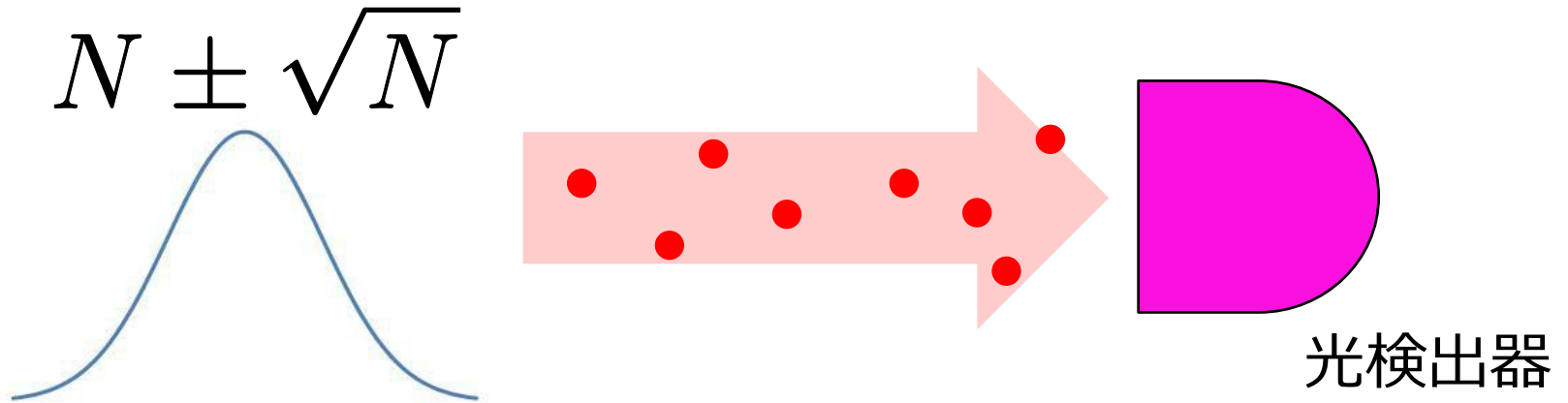
今回のお話

- 重力波望遠鏡を制限する雑音とその低減方法
- 量子雑音
 - 散射雑音
 - 輻射圧雑音
- 熱雑音
 - 熱雑音研究の歴史
 - サスペンション熱雑音
 - コーティング熱雑音
- 地面振動雑音
 - 防振技術

量子雑音

散射雑音

- 光検出器に届く光子の数は量子力学的に揺らぐ



光子1個のエネルギー

$$p_1 = \frac{hc}{\lambda}$$

光子の数

$$N = \frac{P_{PD}}{p_1}$$

- 揺らぐ強度

$$\delta P_{\text{shot}} = p_1 \sqrt{N}$$

散射雑音スペクトル

$$\delta P_{\text{shot}} = \sqrt{\frac{2hcP_{PD}}{\eta\lambda}}$$

散射雑音による位置検出限界

- 前回やった通り、

$$\delta L_{\text{shot}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{hc\lambda}{\eta P_0}}$$

(Michelson干渉計の場合)

散射雑音による強度揺らぎは

$$\propto \sqrt{P}$$

信号の大きさは

$$\propto P$$

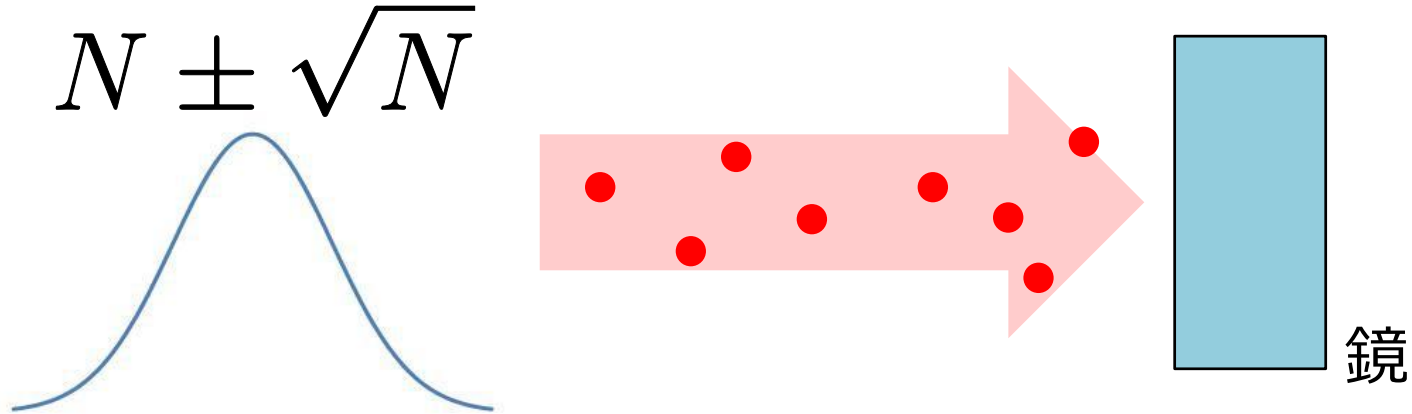
したがってSN比としては

$$\propto 1/\sqrt{P}$$

- つまり光強度を強くするほど、散射雑音は下がる

輻射圧雑音

- 鏡にあたる光子の数は量子力学的に揺らぐ



- 揺らぐ強度のスペクトル

$$\delta P_{\text{rad}} = \sqrt{\frac{hcP_0}{\lambda}}$$

Michelson干渉計で、入射光量 P_0 とした

- 鏡の変位スペクトル

鏡に加わる力

力から変位への伝達関数

$$\delta L_{\text{rad}} = \frac{2\delta P_{\text{rad}}}{c} H(\omega) = \sqrt{\frac{4hP_0}{c\lambda}} H(\omega)_{10}$$

散射雑音と輻射圧雑音

- 散射雑音は光量を増やすほど小さい

$$\delta L_{\text{shot}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{hc\lambda}{\eta P_0}}$$

- 輻射圧雑音は光量を減らすほど小さい

$$\delta L_{\text{rad}} = \sqrt{\frac{4hP_0}{c\lambda}} H(\omega)$$

トレードオフ！

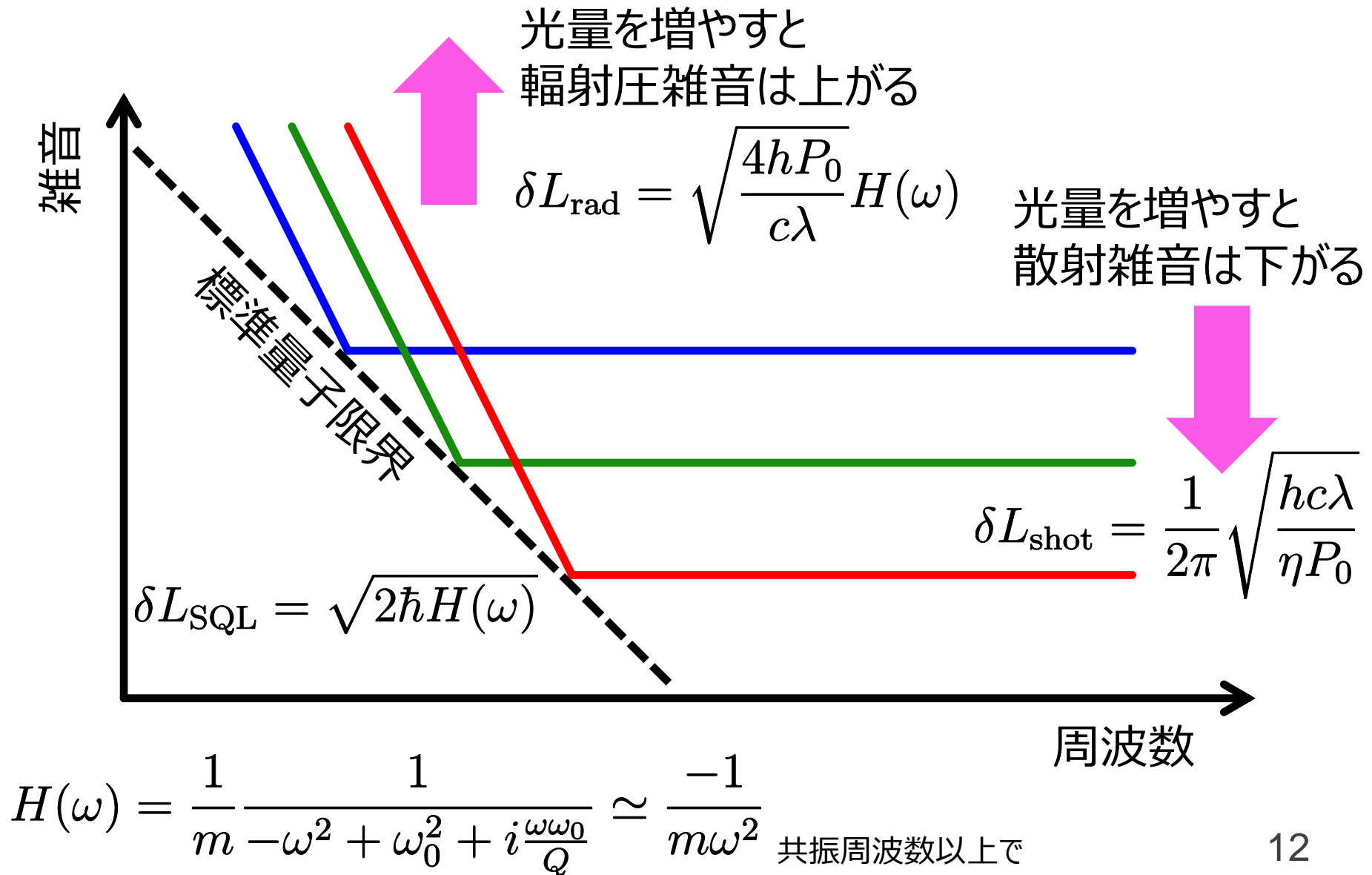


- 標準量子限界(Standard Quantum Limit)

$$\delta L_{\text{SQL}} = \sqrt{\delta L_{\text{shot}} \delta L_{\text{rad}}} = \sqrt{2\hbar H(\omega)}$$

$$\hbar \equiv h/(2\pi) \quad 11$$

標準量子限界



量子雑音の対策方法

- 腕の長さを長くして重力波信号を大きくする
- 干渉計構成を工夫して重力波信号を大きくする
Fabry-Pérot, RSE
高いフィネス
- 重い鏡を使う
$$\delta L_{\text{SQL}} = \sqrt{2\hbar H(\omega)} \simeq \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega^2}}$$
- 入射光強度を他の雑音に対して最適化する
- 真空場揺らぎをスクイーズする

標準量子限界と不確定性原理

- Heisenbergの不確定性原理

$$\delta x \delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

粒子の位置と運動量を同時に高精度で測定することはできない

- 標準量子限界

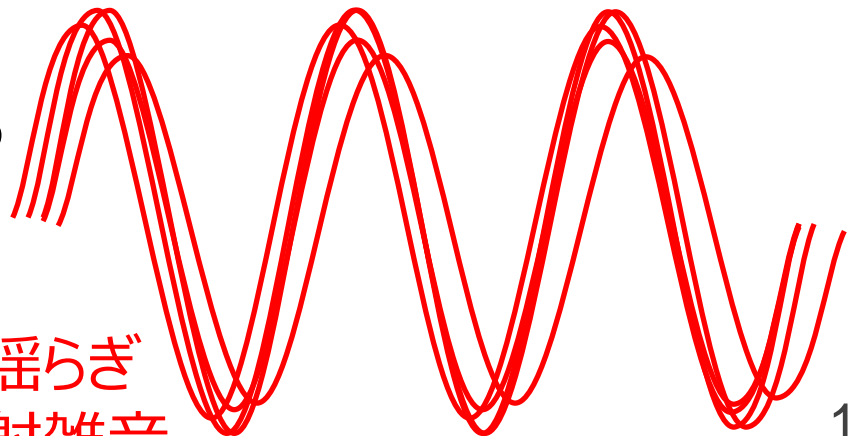
$$\delta L_{\text{shot}} \delta L_{\text{rad}} \geq 2\hbar H(\omega)$$

光子の位置と運動量
(波の位相と振幅)を同時に高精度で測定することはできない

$$E = E_0 e^{i(\omega t - \phi)}$$

振幅揺らぎ
→ 輻射圧雑音

位相揺らぎ
→ 散射雑音



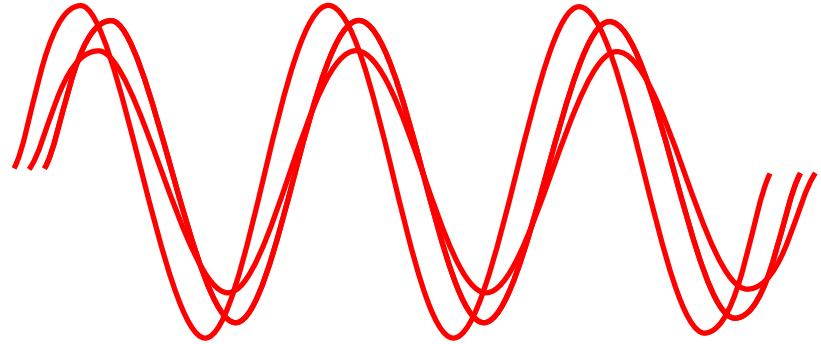
スクイーズ

- 通常の光(コヒーレント光)

$$E = E_0 e^{i(\omega t - \phi)}$$

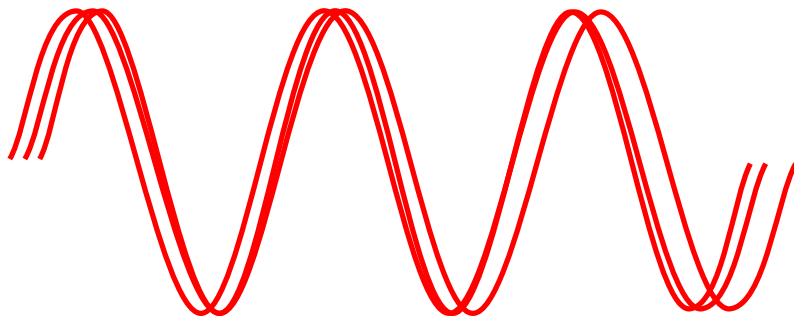
↑
振幅

↑
位相

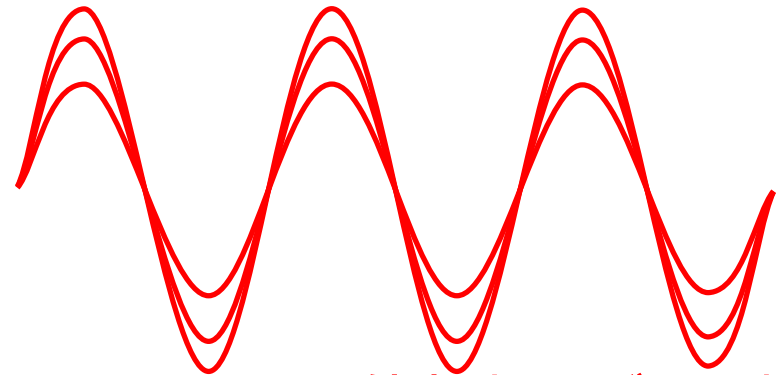


- スクイーズド光

片方の揺らぎを犠牲にしてもう一方の揺らぎを
圧搾した光



振幅揺らぎを圧搾



位相揺らぎを圧搾

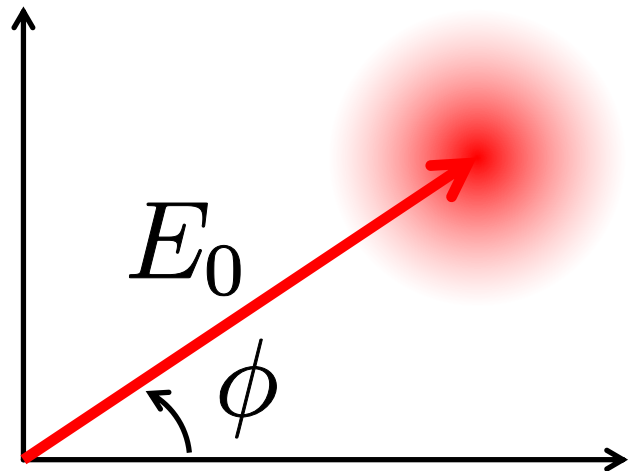
スクィーズド光

- 通常の光(コヒーレント光)

$$E = E_0 e^{i(\omega t - \phi)}$$

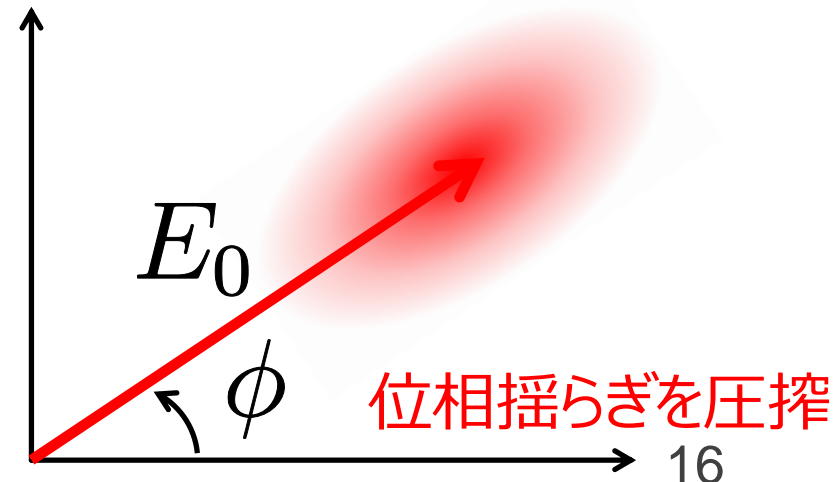
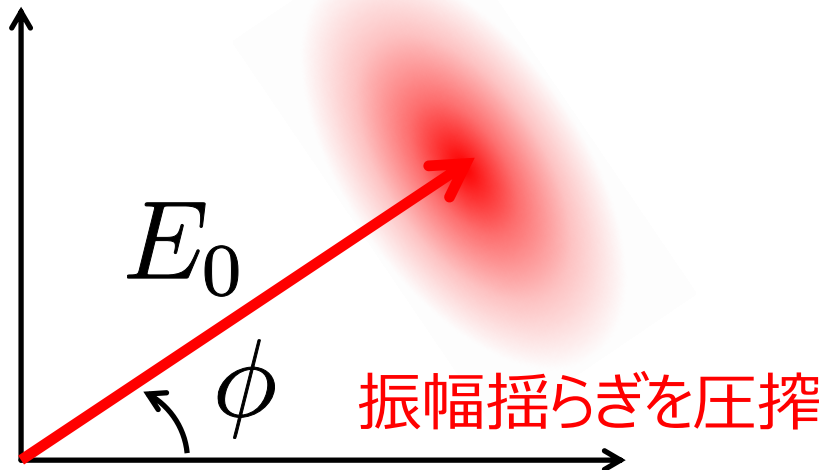
振幅

位相



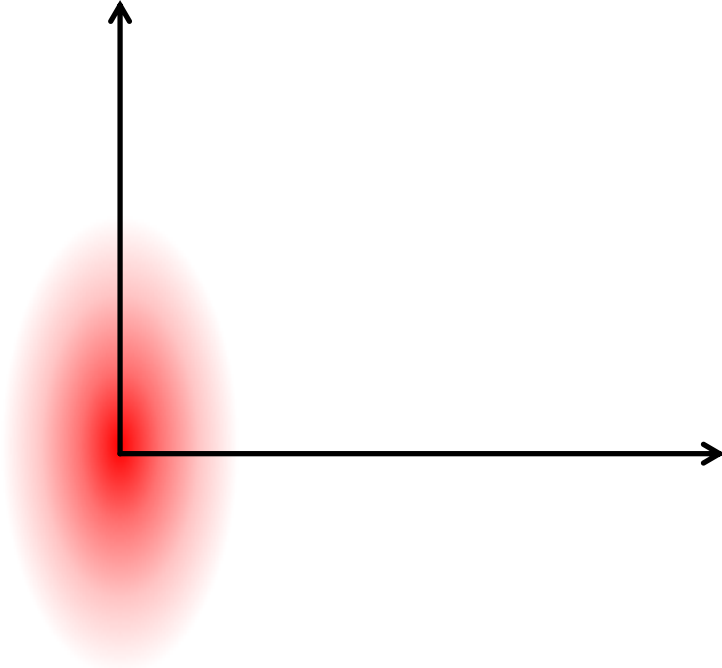
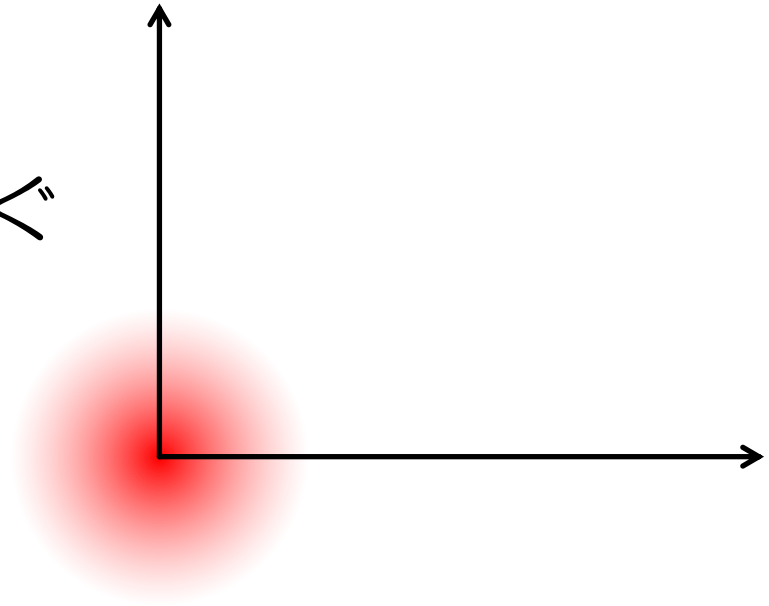
- スクィーズド光

片方の揺らぎを犠牲にしてもう一方の揺らぎを
圧搾した光



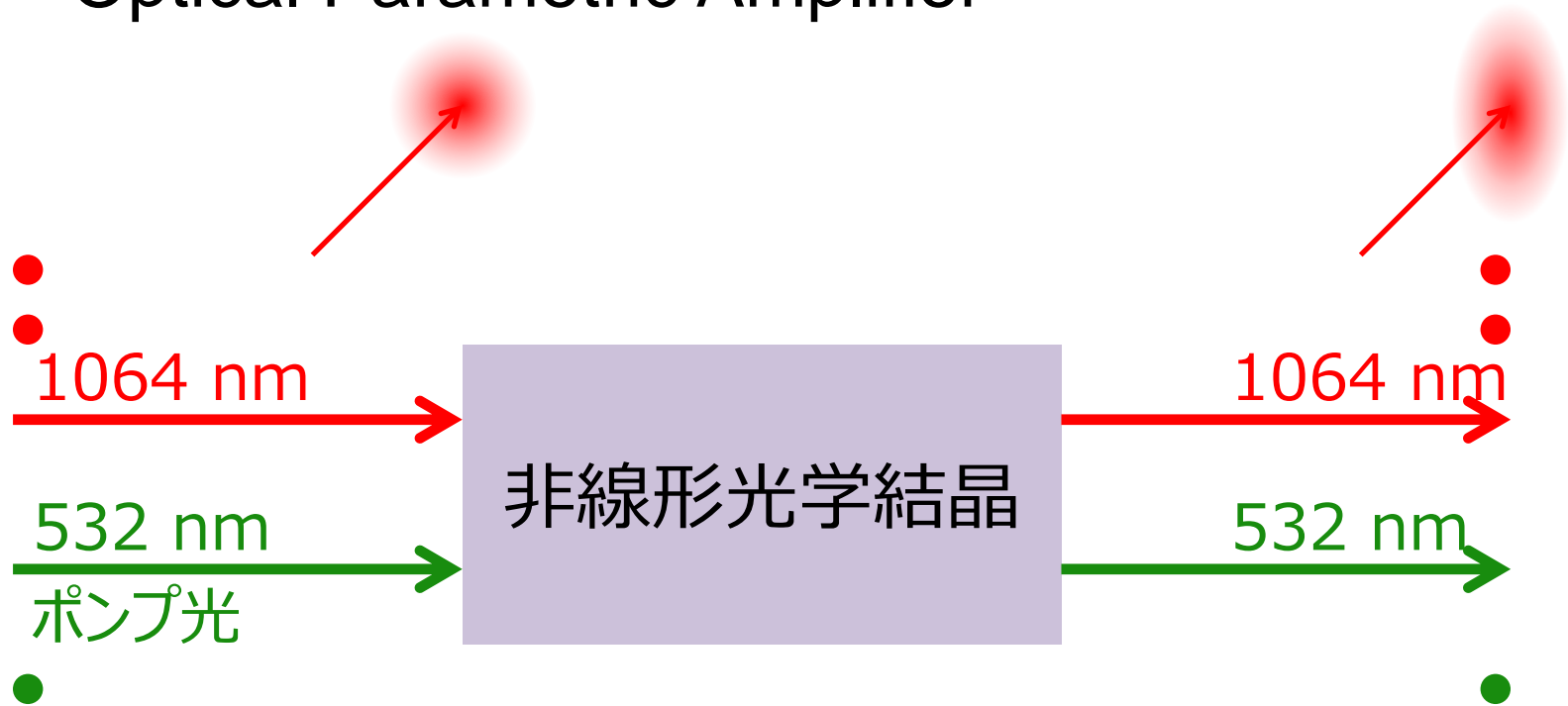
スクイーズド真空場

- 真空場も揺らぎを持っている
光がなくても、揺らぐ
- スクイーズド真空場



スクイーズド光の生成方法

- 光パラメトリック増幅器を使う
Optical Parametric Amplifier



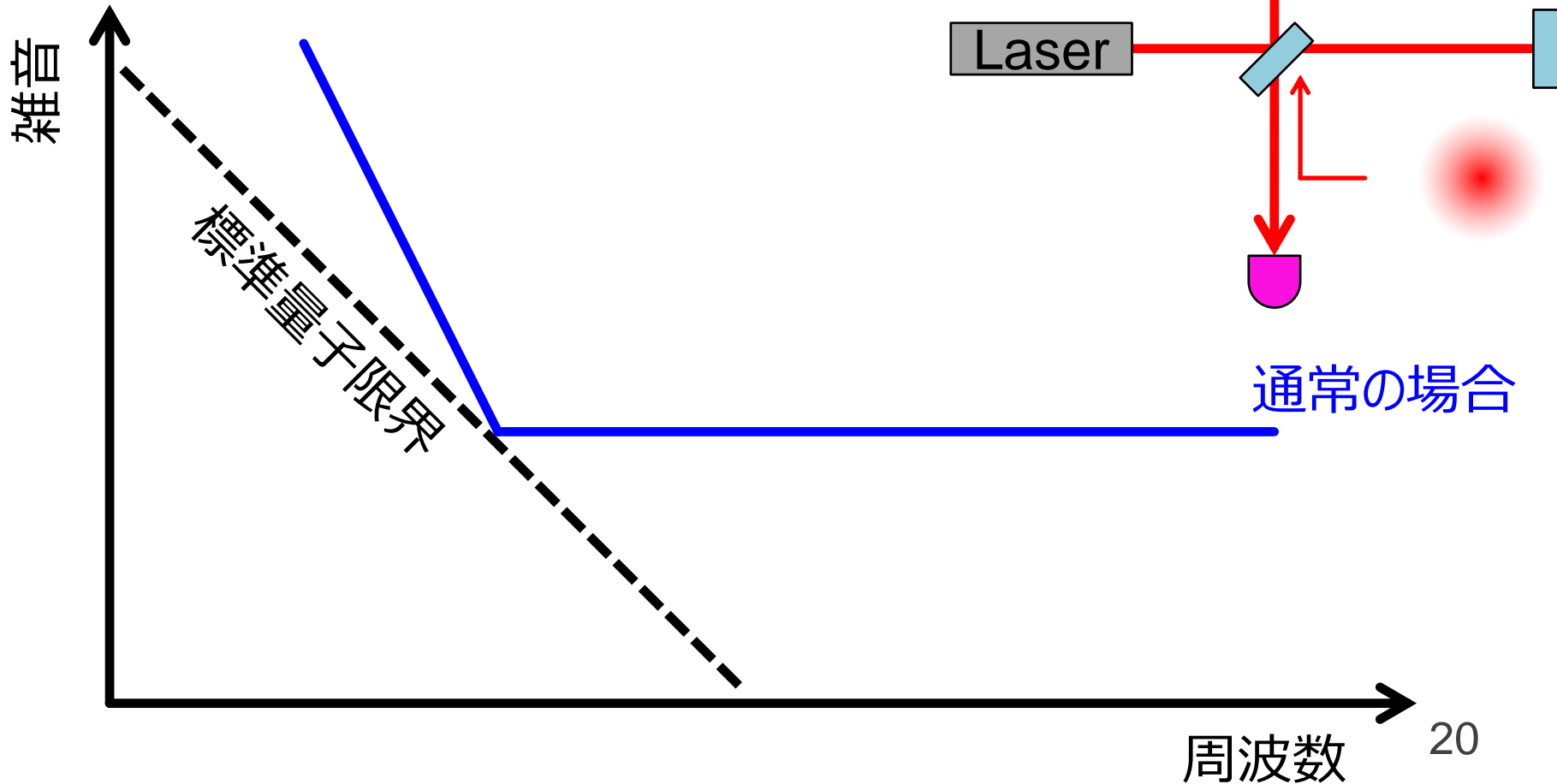
スクイーズド真空場の生成方法

- 光パラメトリック増幅器を使う
Optical Parametric Amplifier



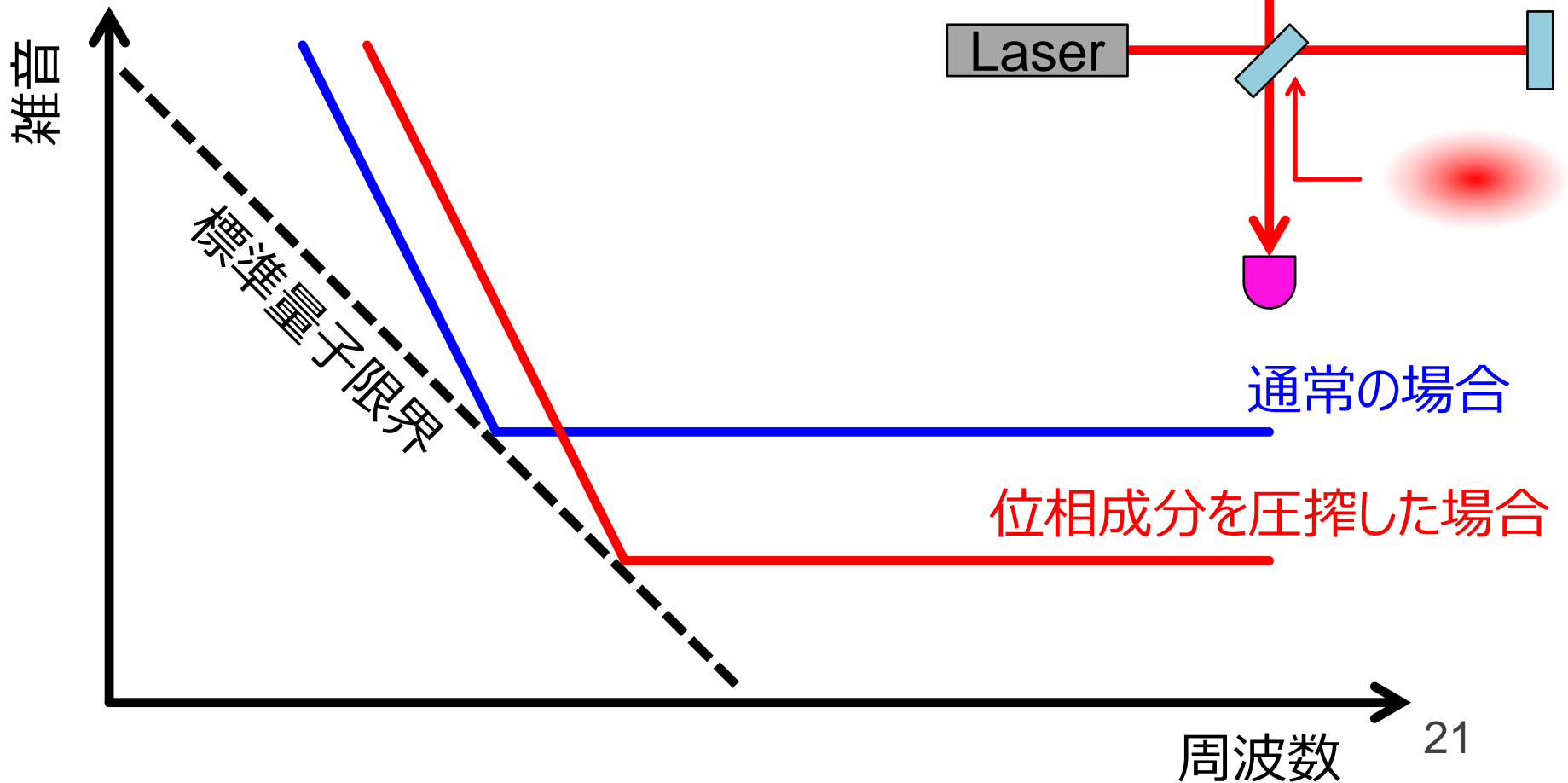
真空場の導入

- 干渉計に入射する真空場を
スクイズド真空場に置き換える



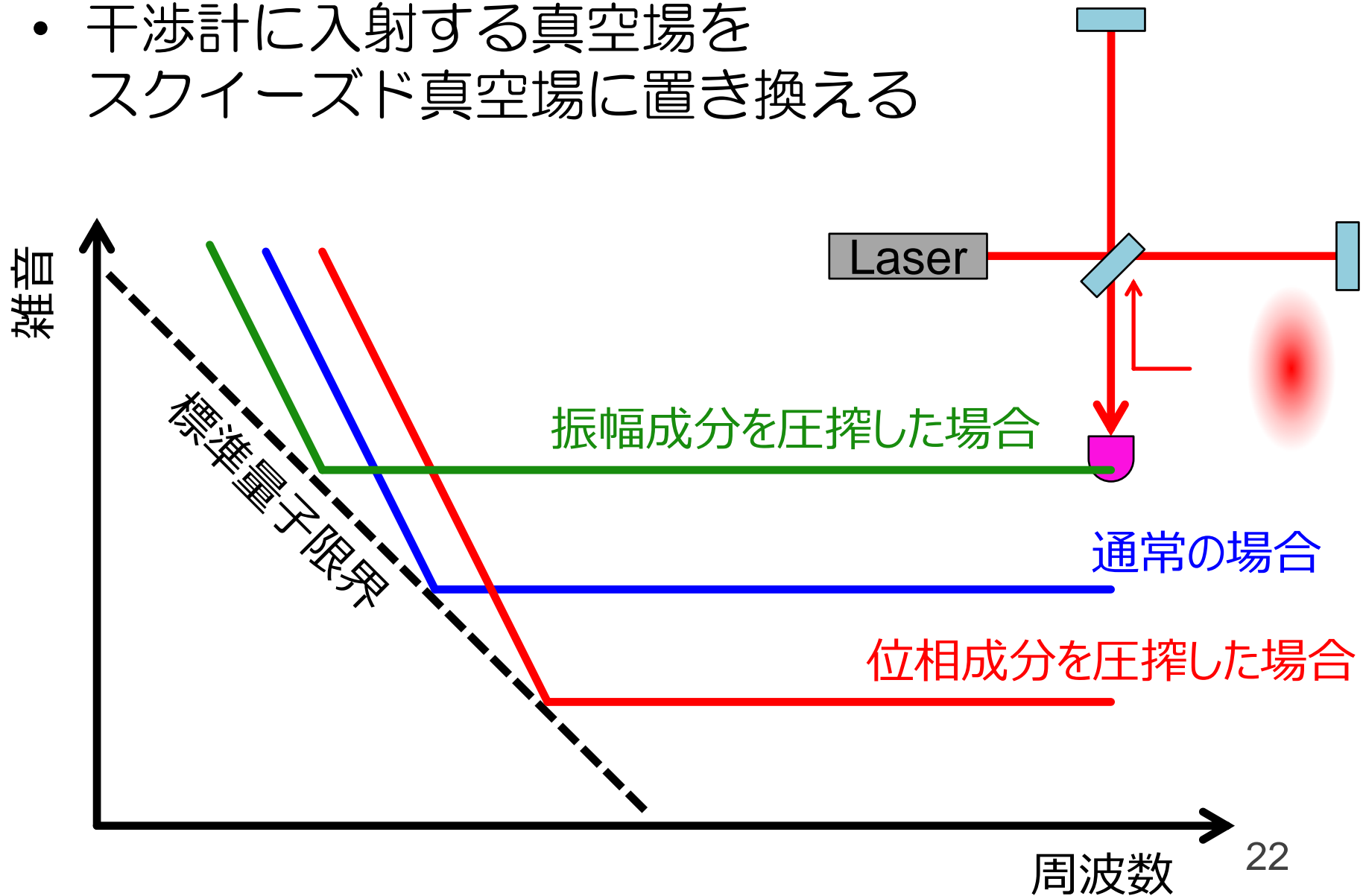
真空場の導入

- 干渉計に入射する真空場をスクイズド真空場に置き換える



真空場の導入

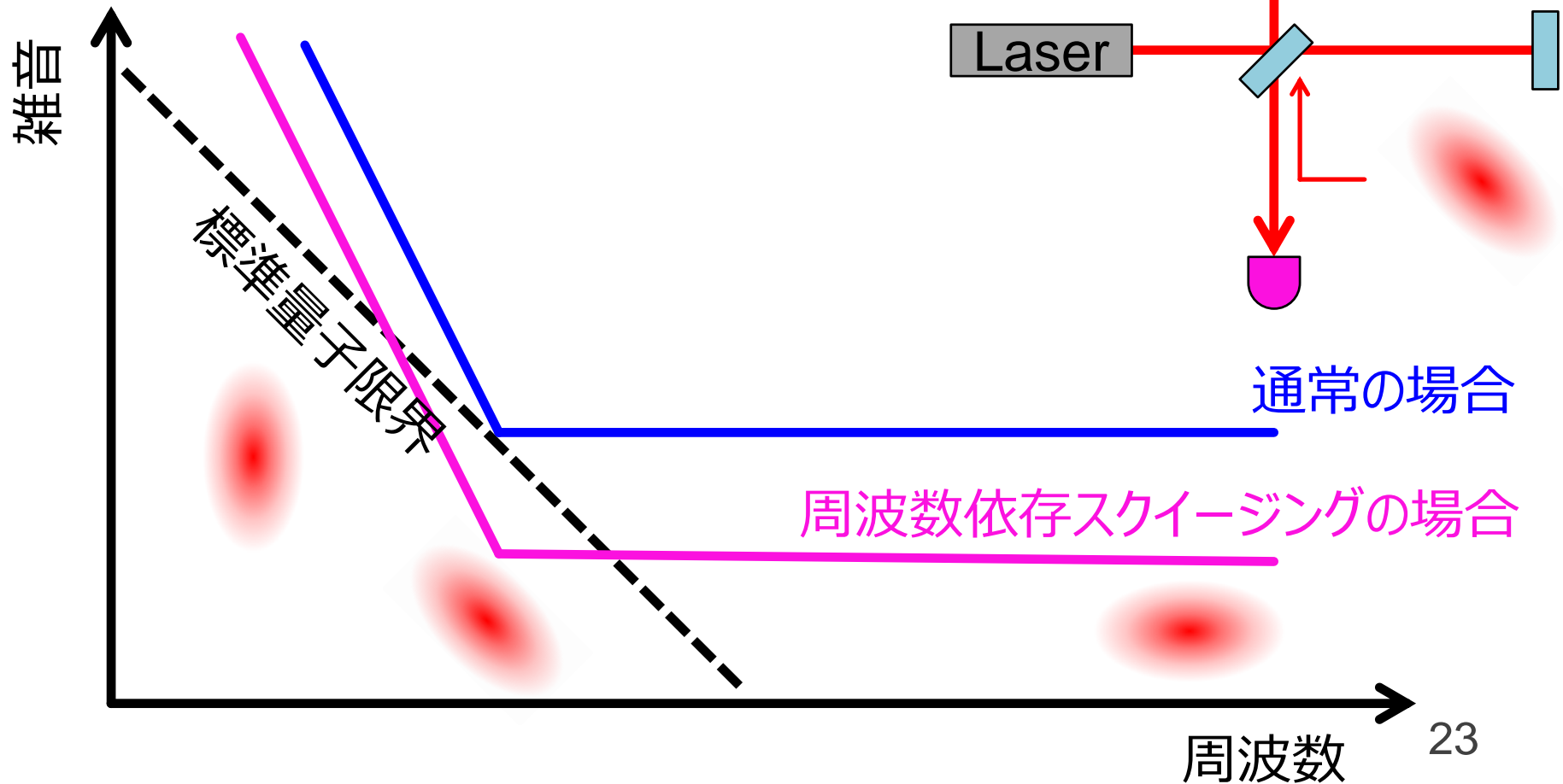
- 干渉計に入射する真空場をスクイズド真空場に置き換える



周波数依存スクィーズド真空場

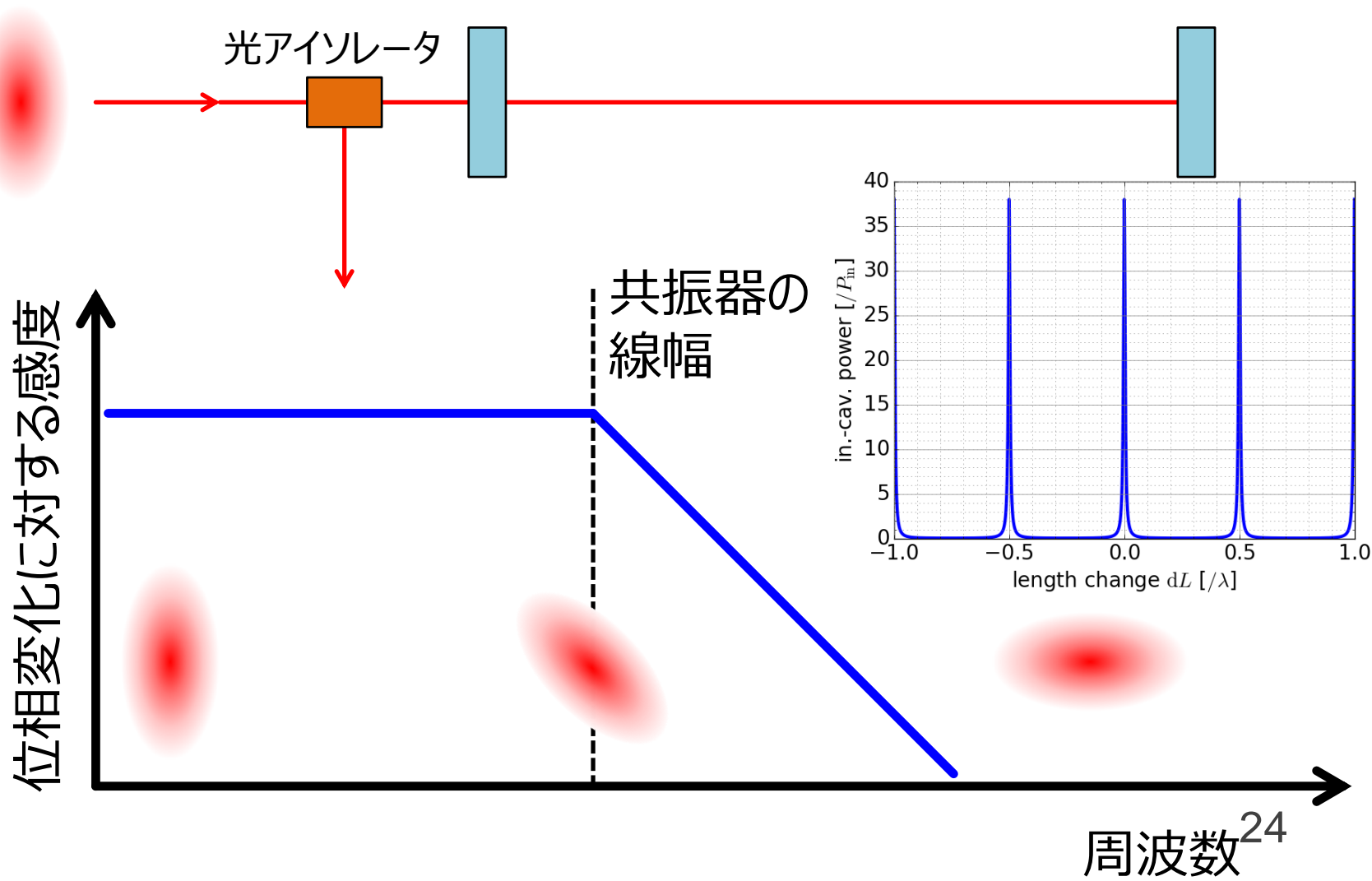
- 周波数に応じてスクィーズする向きを変える

標準量子限界を超えることができる！



周波数依存スクィーズド真空場

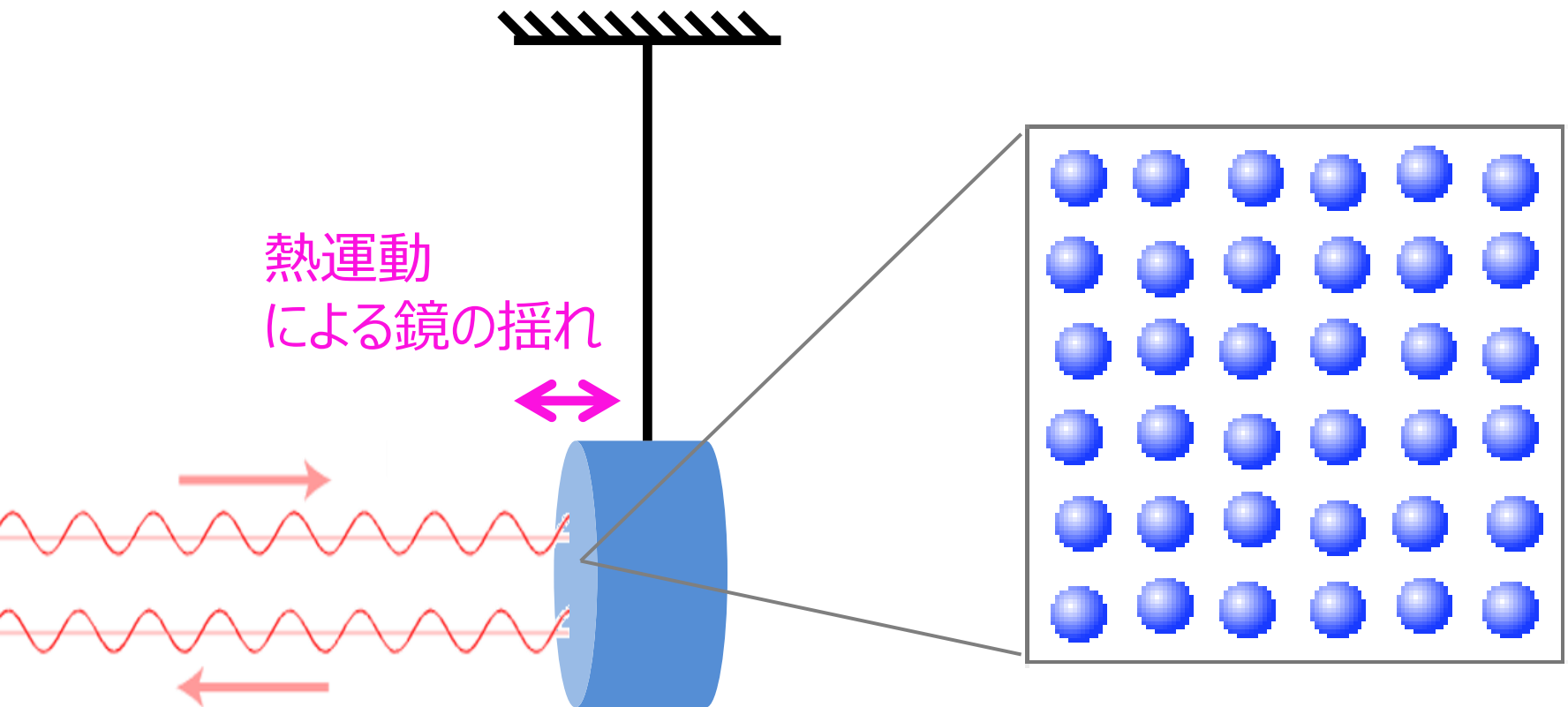
- Fabry-Pérot共振器の周波数応答を利用



熱雜音

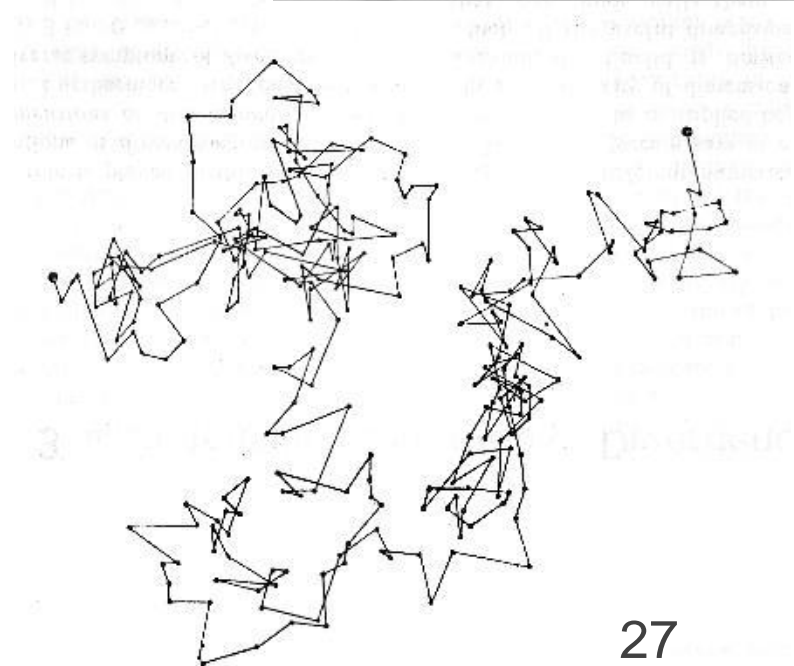
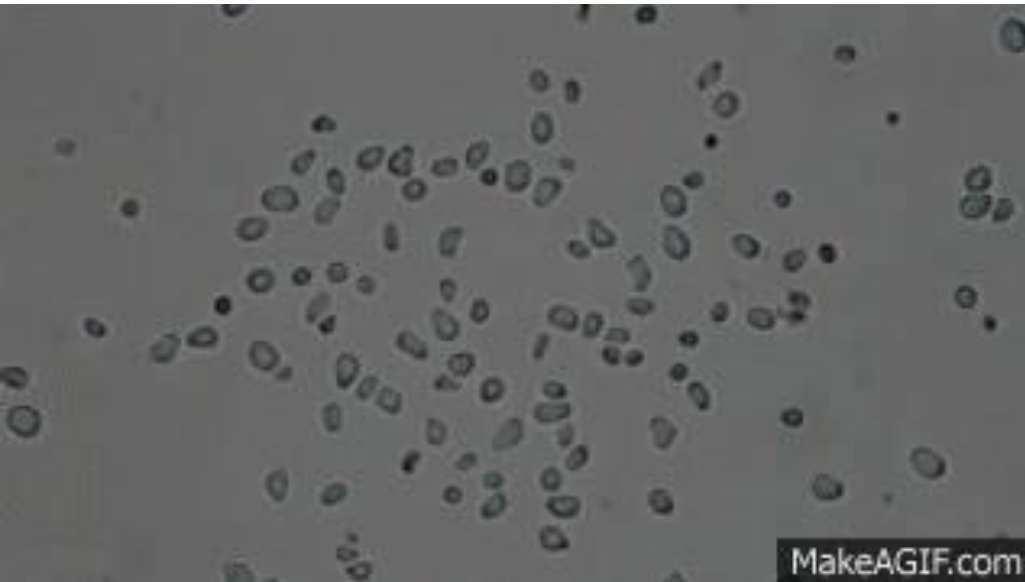
熱雑音とは

- 鏡を作る原子の熱運動で表面が揺らぐ
- 懸架するワイヤの熱運動で鏡の位置が揺らぐ



ブラウン運動の発見

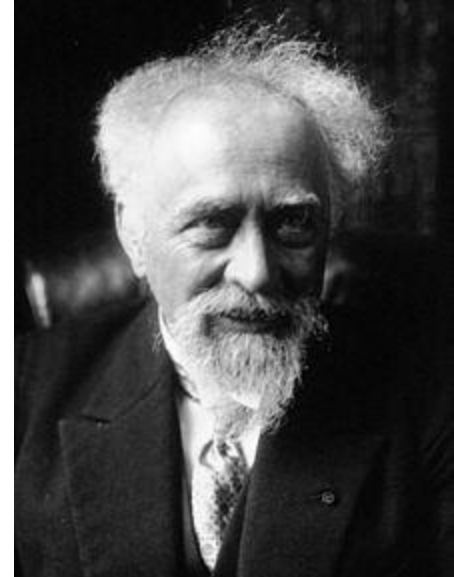
- 1827年 Robert Brown
花粉から出た微粒子の顕微鏡観察
不規則な運動を発見
- 無機物でも同様の現象が起こることも示した
→生命に関係している
運動ではない



分子運動論

- 19世紀後半 水分子の不規則な衝突？
原子・分子論はまだ仮説段階だった
- 1905年 Albert Einstein
分子運動論
→ 液体中の微粒子の運動
を定量的に計算 (博士論文)
- 1908年 Jean B. Perrin
コロイド溶液を用いた
精密測定で実験的に検証

→ 原子の実在の証明: 分子運動論、
統計力学、確率過程の数学
の発展の重要な契機



ブラウン運動の一般化

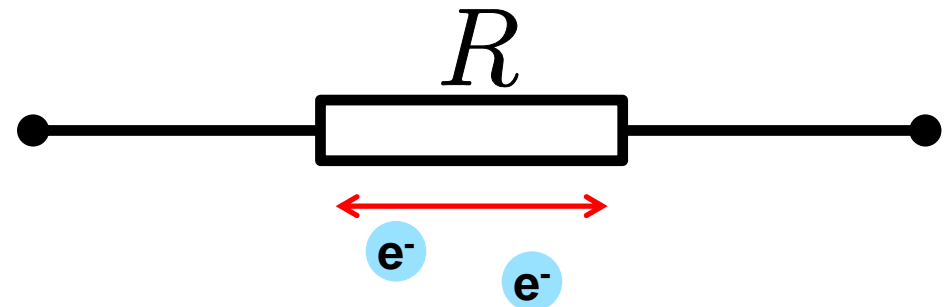
- 1957年 久保亮五ら

揺動散逸定理

→ 散逸と熱運動の関係を定式化

- ブラウン運動

熱運動に起因する、
巨視的物理量の不規則な運動



例: 鏡の熱運動

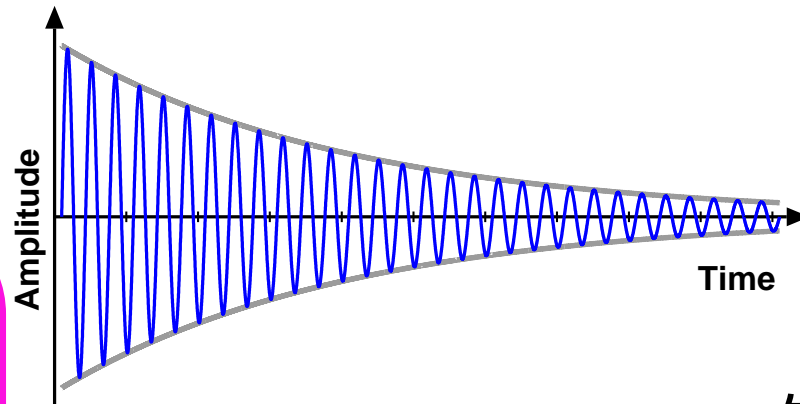
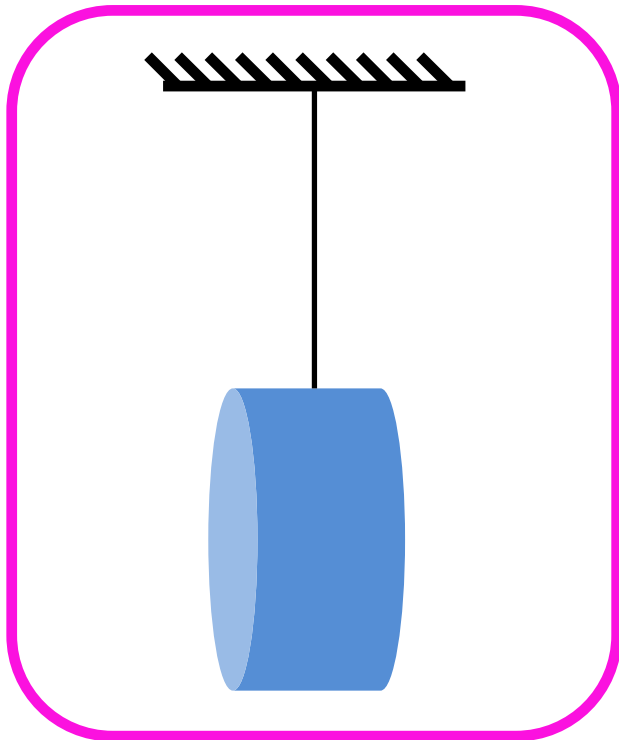
抵抗の熱雑音

抵抗中の電子の熱運動による雑音

揺動散逸定理

- エネルギー散逸が大きいほど、熱揺動力も大きい
外界とやりとりするエネルギーに揺らぎ

減衰のある振り子
(調和振動子)



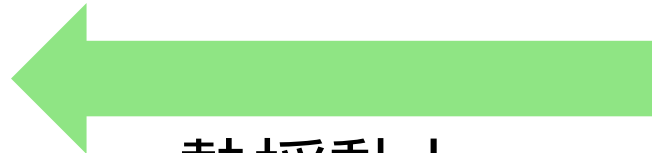
エネルギー散逸



外界: 熱浴

温度: T

熱揺動力



熱雑音の対策方法

- 腕の長さを長くして重力波信号を大きくする

- 熱雑音は温度とQ値(散逸の少なさ)で決まる

$$\delta L_{\text{th}} \propto \sqrt{\frac{T}{Q}}$$

- サスペンション熱雑音

散逸の少ないワイヤを使う

(細くする、石英を使うなど)

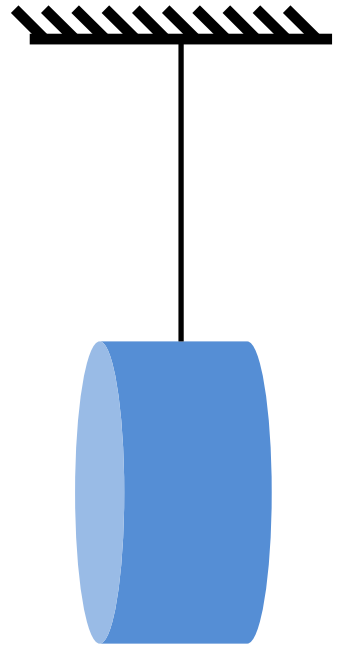
- 鏡の熱雑音

散逸の少ない鏡を使う(石英、サファイアなど)

散逸の少ないコーティングを使う

ビーム径を広げる

- 低温化はどちらにも効く



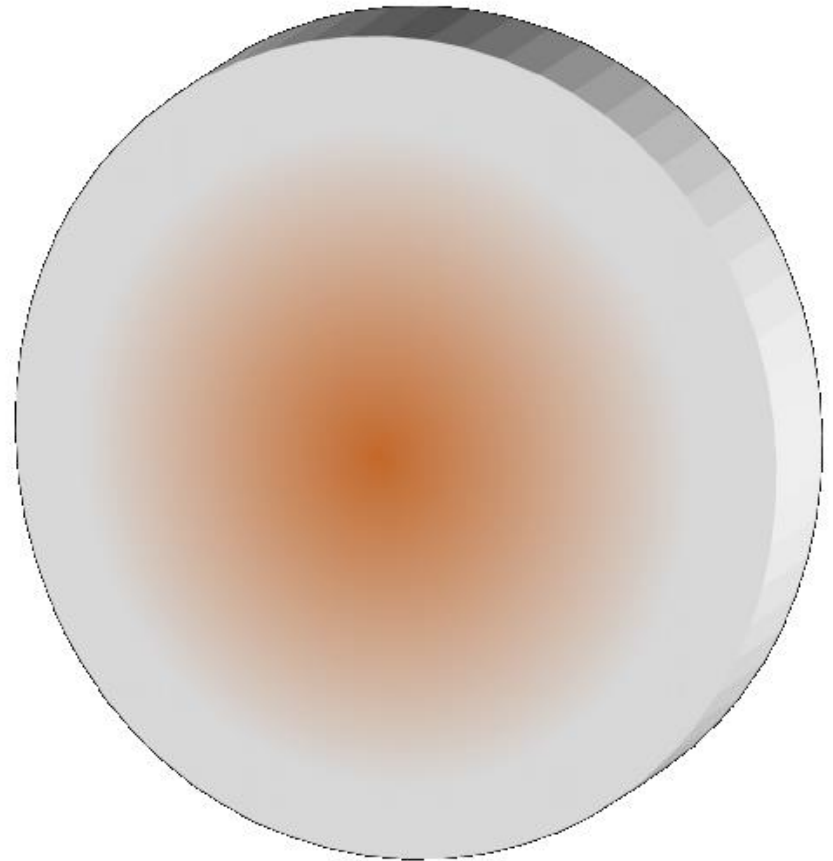
コーティング熱雑音

- 高反射率コーティング
λ/4の厚さの層を交互に
- このQ値(10^4)が悪く、
開発が進められている



ビーム径と熱雑音

- レーザー光には広がりがある
- 広いほど、鏡表面の熱揺らぎが平均化される
- 大きな鏡が必要



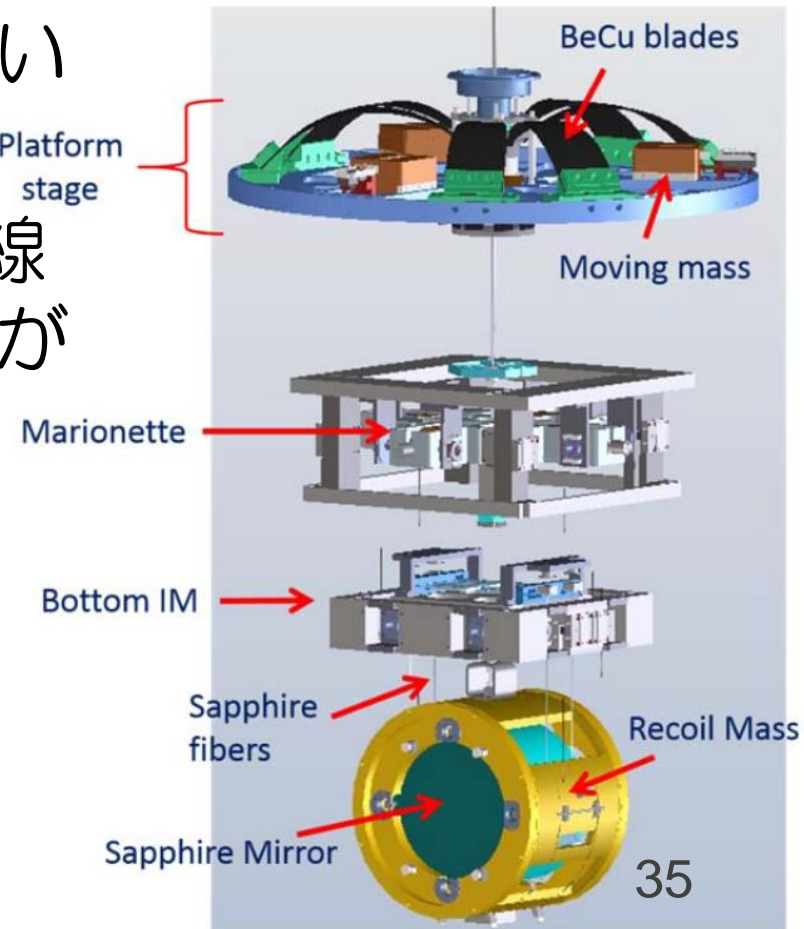
低温化

- Advanced LIGOやAdvanced VirgoとKAGRAで熱雑音の対策方法が決定的に違う

	Advanced LIGO	Advanced Virgo	KAGRA
腕の長さ	4 km	3 km	3 km
温度	常温	常温	20 K
鏡の材質	熔融石英	熔融石英	サファイア
鏡の直径	34 cm	35 cm	22 cm
鏡の重さ	40 kg	42 kg	23 kg

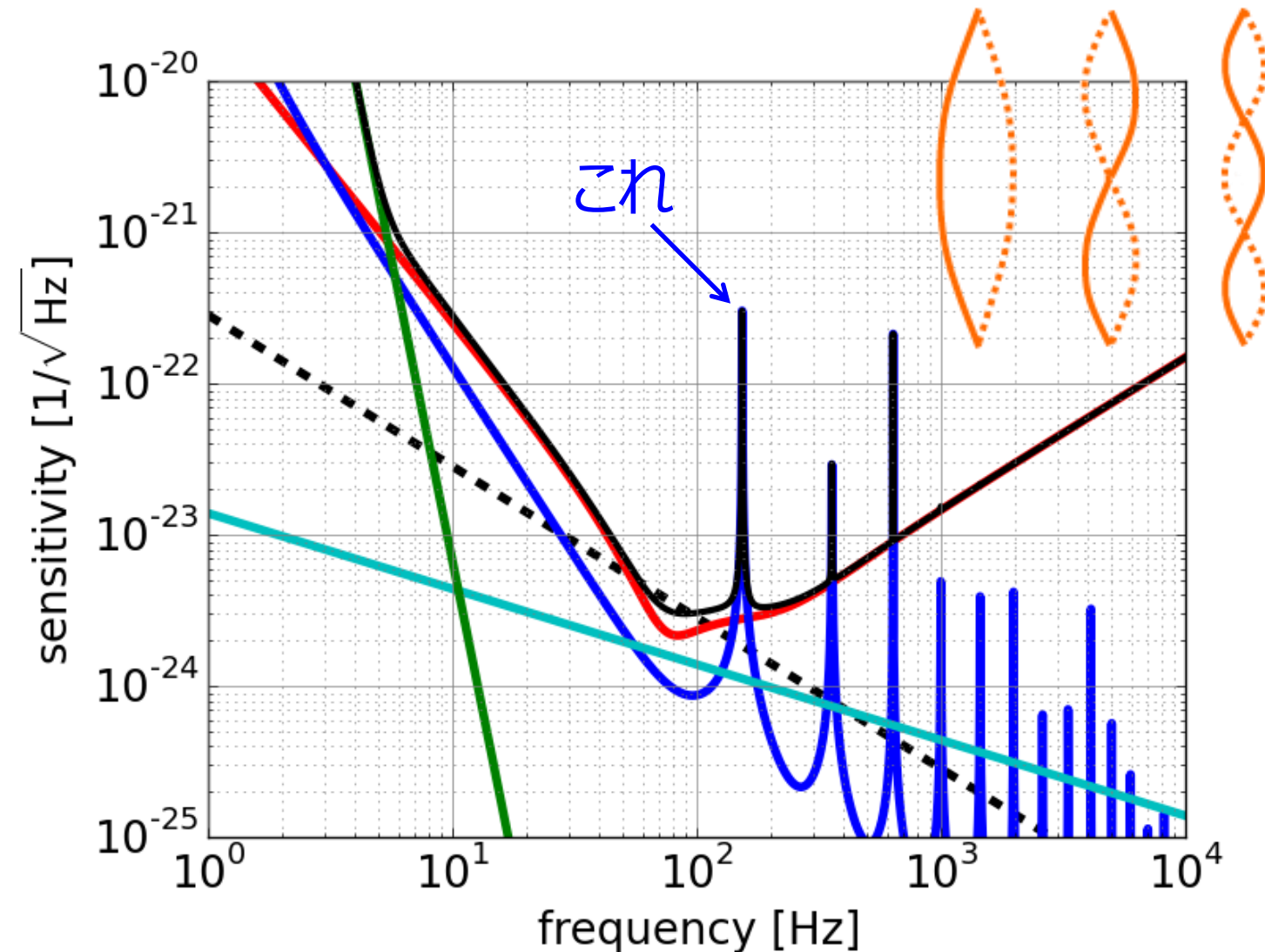
低温化の難しさ

- 熔融石英は低温でQ値が悪い
→ サファイア
- サファイアは大きな鏡が作れない
→ ビーム径を広げられない
軽くて量子雑音的に損
- 鏡を冷やすために太い懸架線
→ サスペンション熱雑音が大きい
低いバイオリンモード
周波数
- 冷凍機の振動

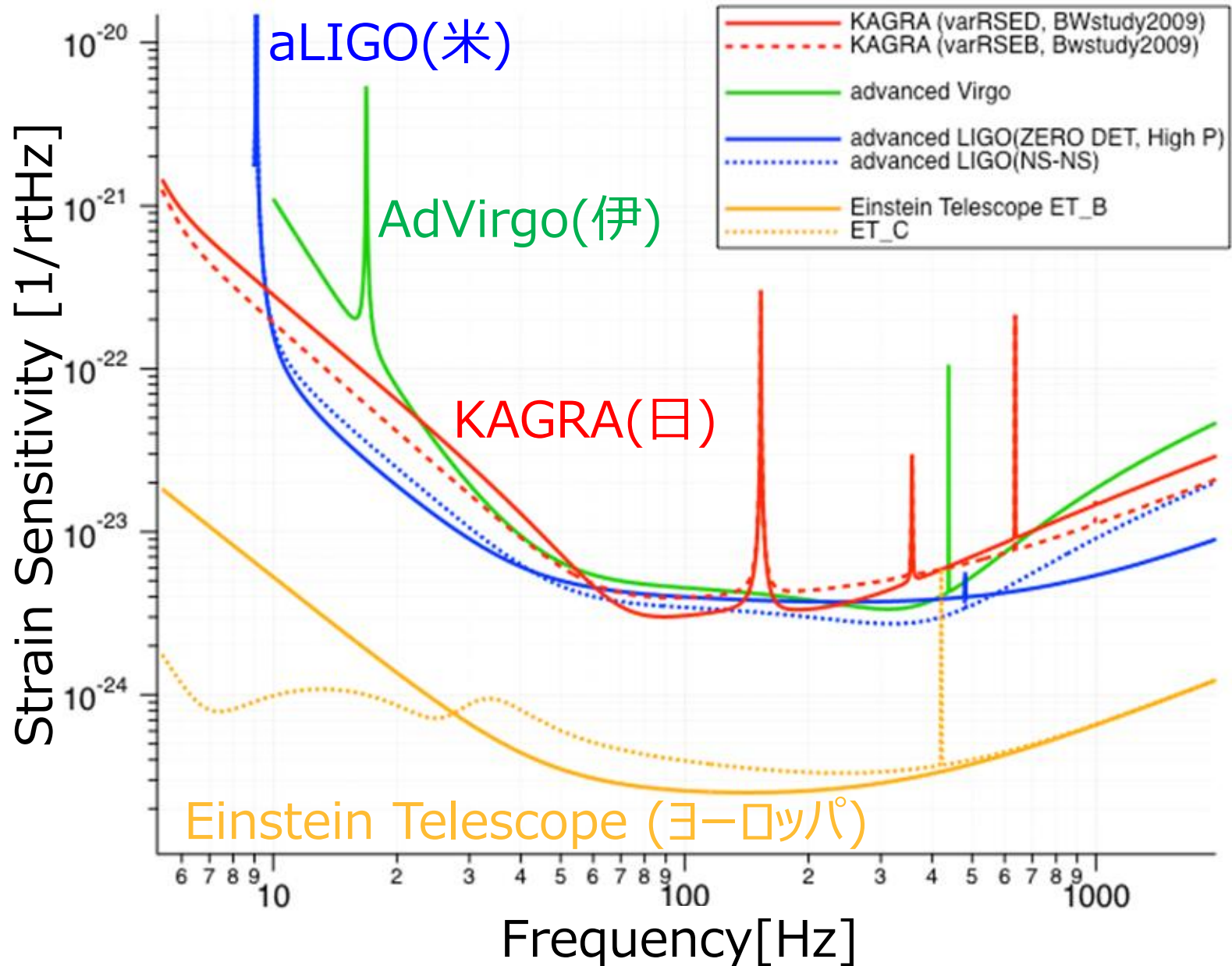


バイオリンモード

- 太いと低い周波数になり、観測帯域に

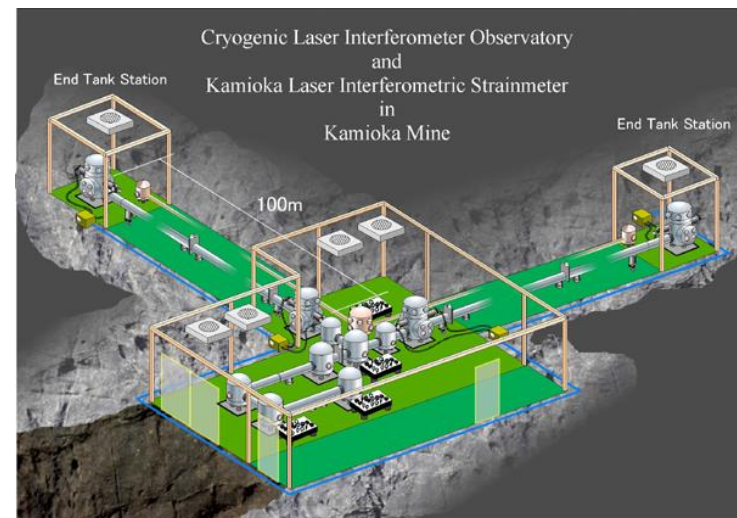
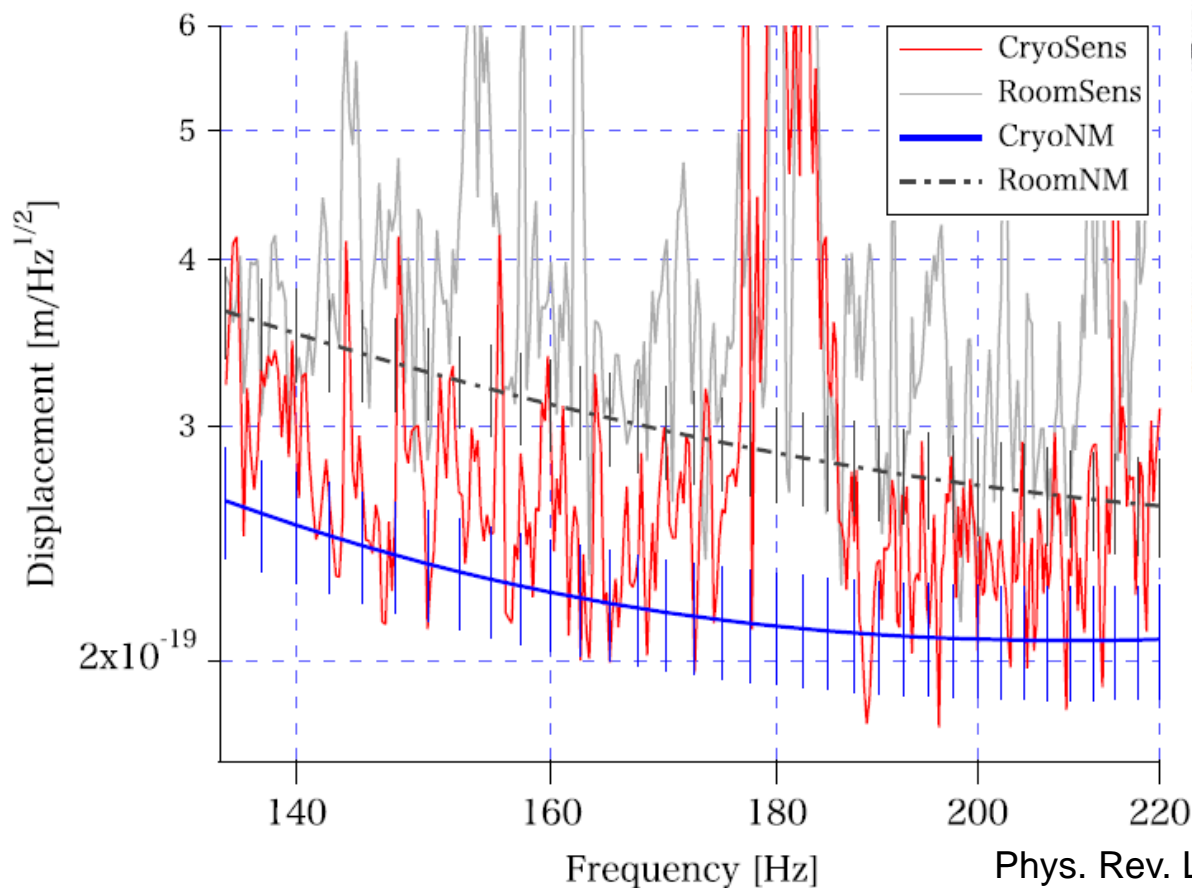


感度の比較



CLIO

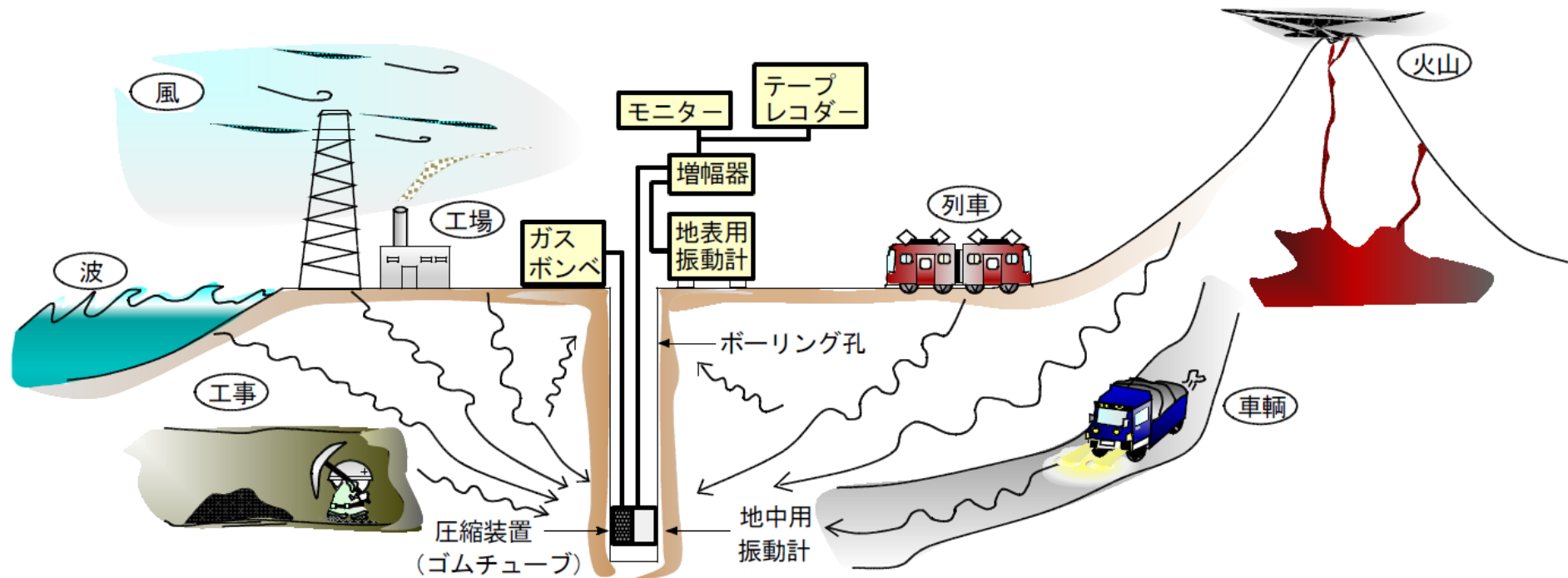
- 岐阜県神岡地下にある100 mのプロトタイプ干渉計
- 2006年にサファイア鏡での低温動作実現
- 2010年に熱雑音低減を初実証



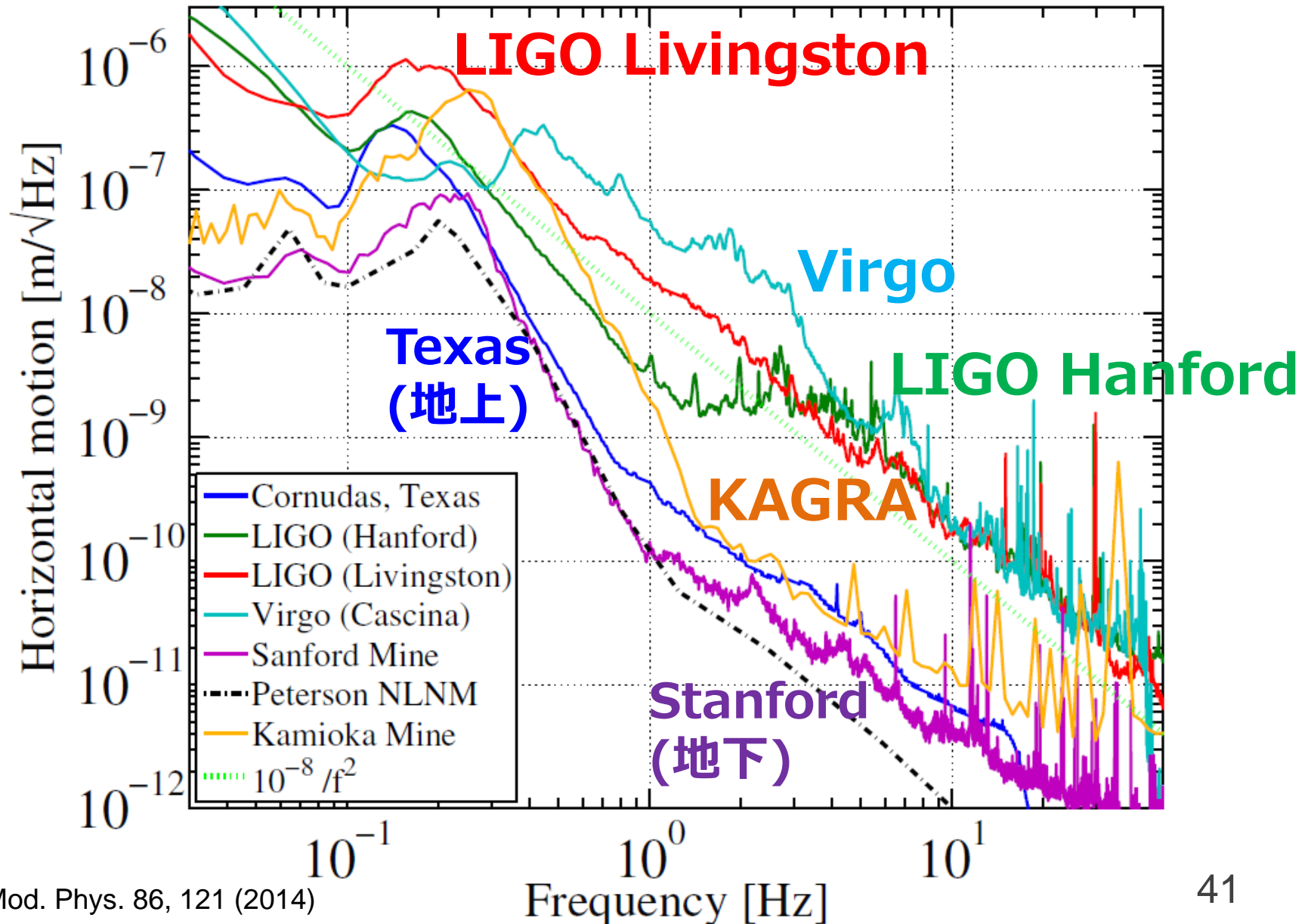
地面振動雑音

地面振動

- 地震がなくても、地面は常に振動している(常微動)
- 時と場所によって大きさが異なる
夜、田舎、地下がいい
重力波望遠鏡の場所選びは重要

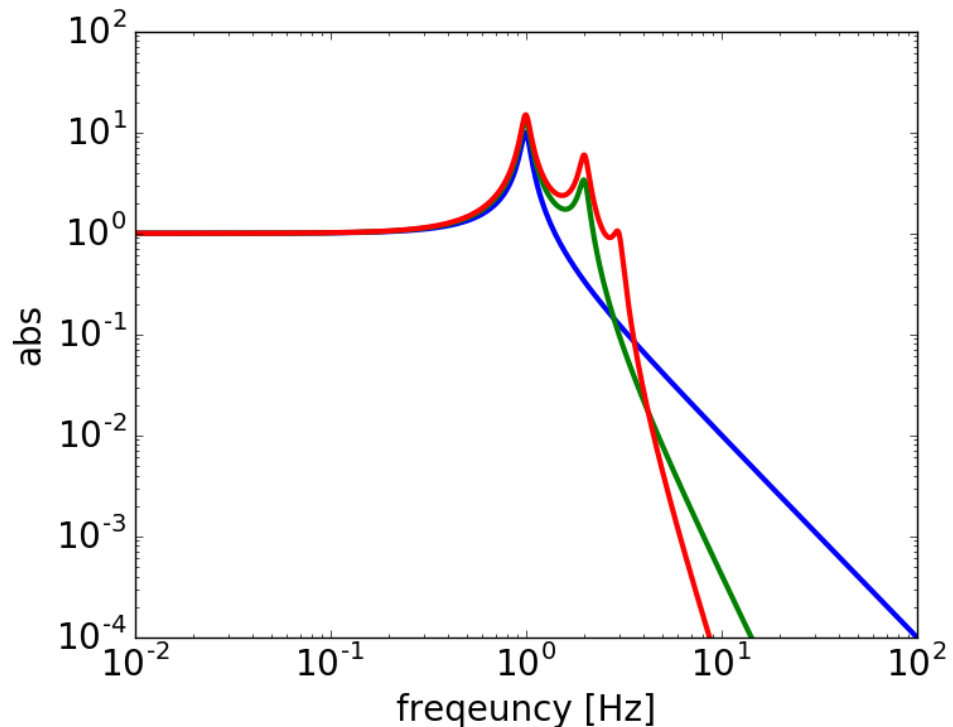
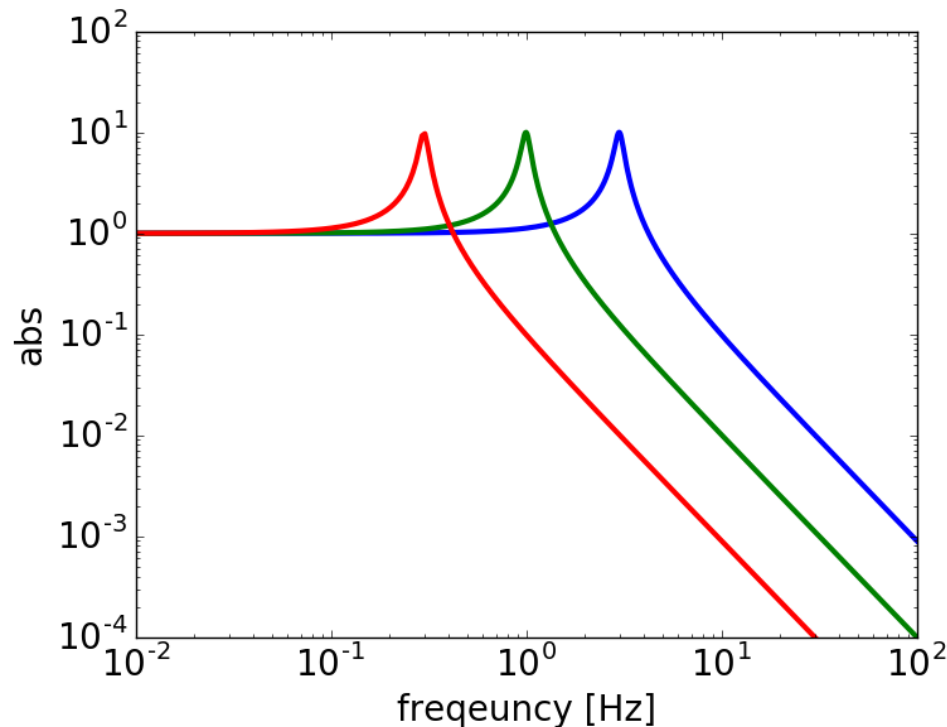


地面振動の場所比較



地面振動の対策方法

- 腕の長さを長くして重力波信号を大きくする
- 共振周波数が低い、多段振り子で防振する



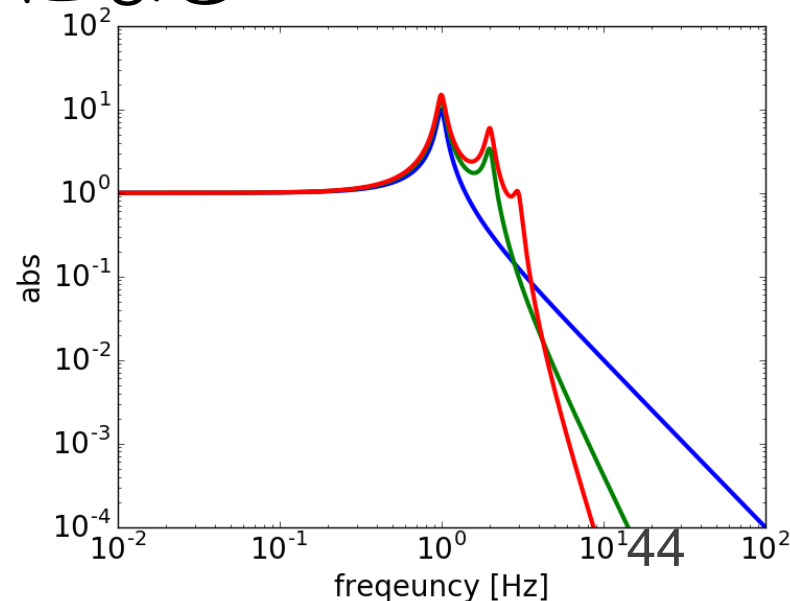
何段振り子必要？

- 神岡の地面振動は 10^{-11} m/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @ 10 Hz
- 必要な感度は $h \sim 10^{-21}$ / $\sqrt{\text{Hz}}$ @ 10 Hz とする
- 共振周波数1 Hzの振り子をつなげていくとする

何段振り子必要？

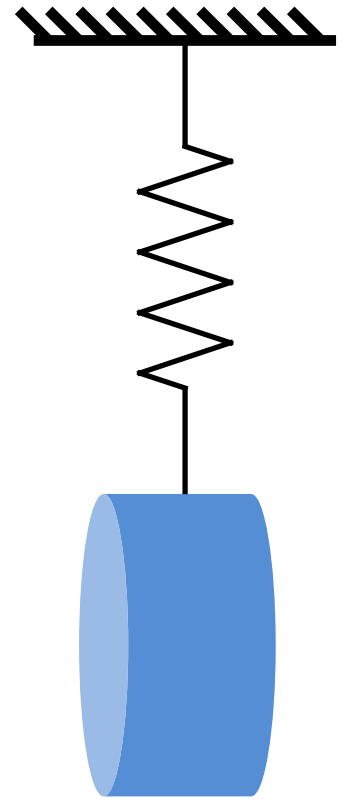
- 神岡の地面振動は 10^{-11} m/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @ 10 Hz
- 必要な感度は $h \sim 10^{-21}$ / $\sqrt{\text{Hz}}$ @ 10 Hz とする
- 共振周波数1 Hzの振り子をつなげていくとする
- 必要な変位感度は $h \cdot L \sim 10^{-18}$ m
- 振り子1段で10 Hzでは1/100になる

→ 4段振り子が必要



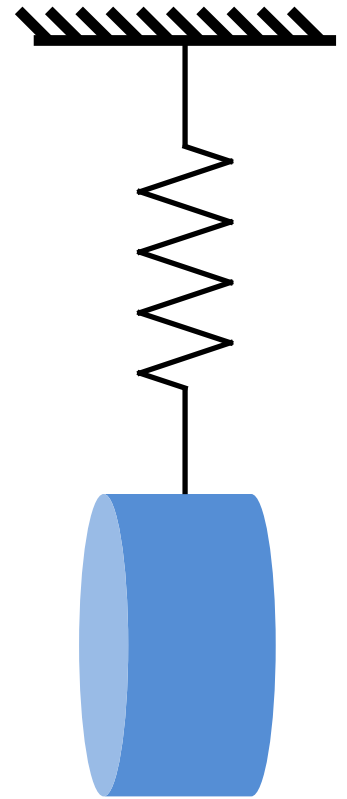
縦防振

- 縦方向の防振も必要
- 光軸が水平とは限らない



縦防振

- 縦方向の防振も必要
- 光軸が水平とは限らない



KAGRAでは湧水を流すために
トンネルに1/300の傾斜がついている

低共振周波数の工夫

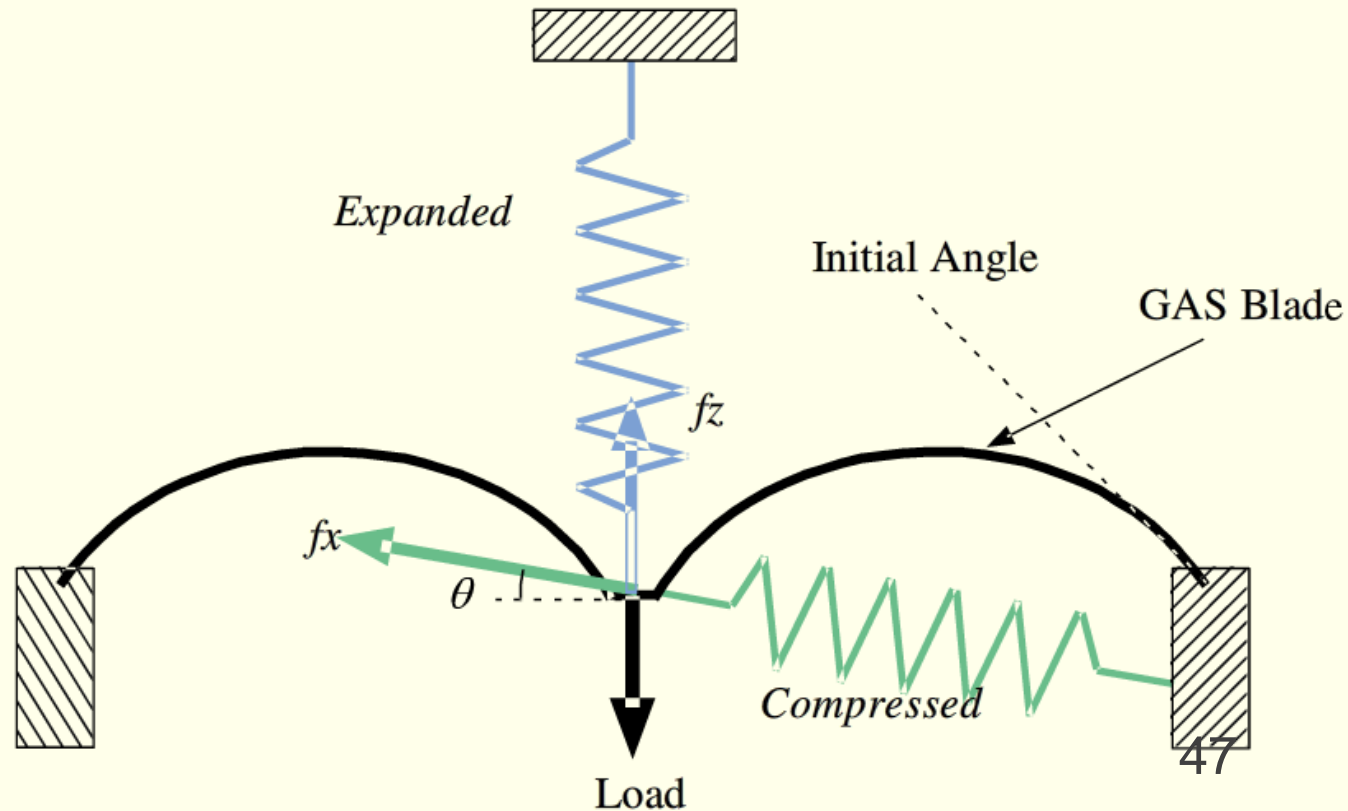
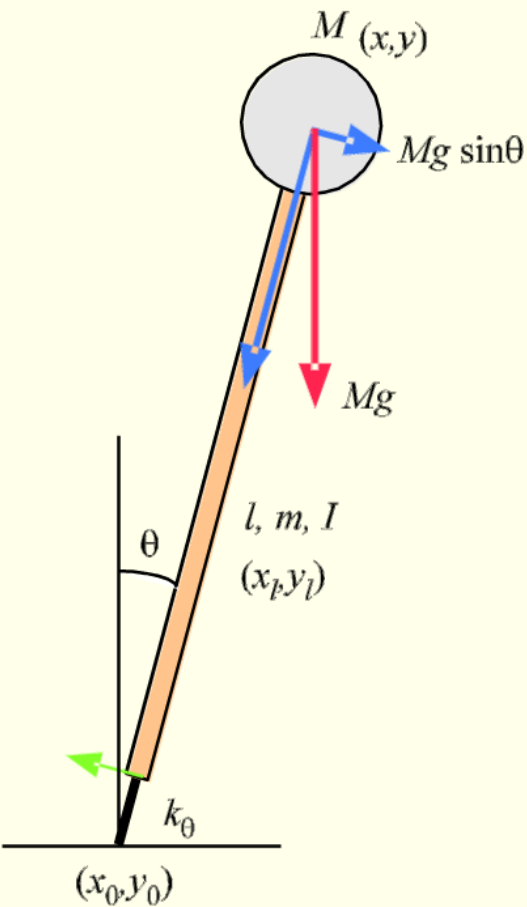
- 普通の振り子ではあまり
低共振周波数にはできない

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

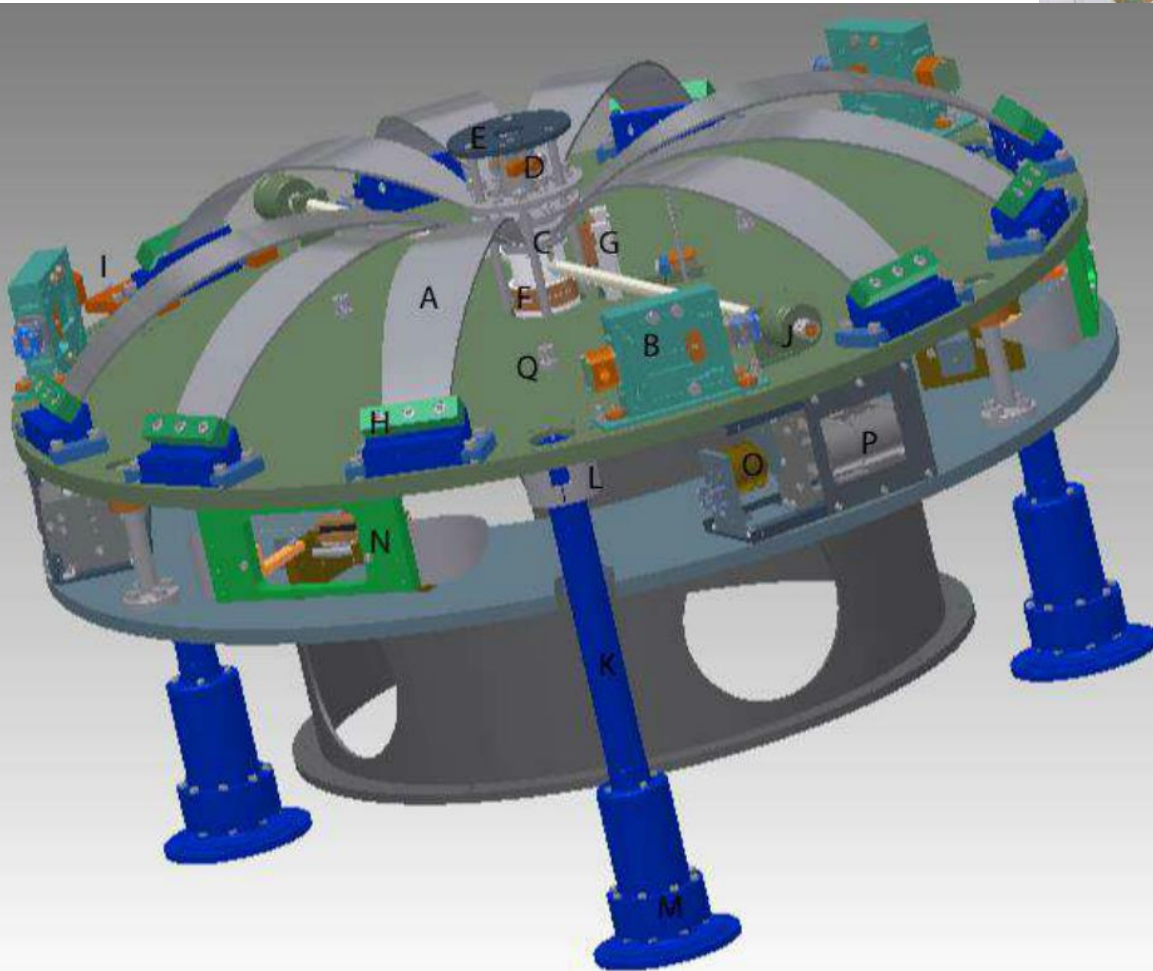
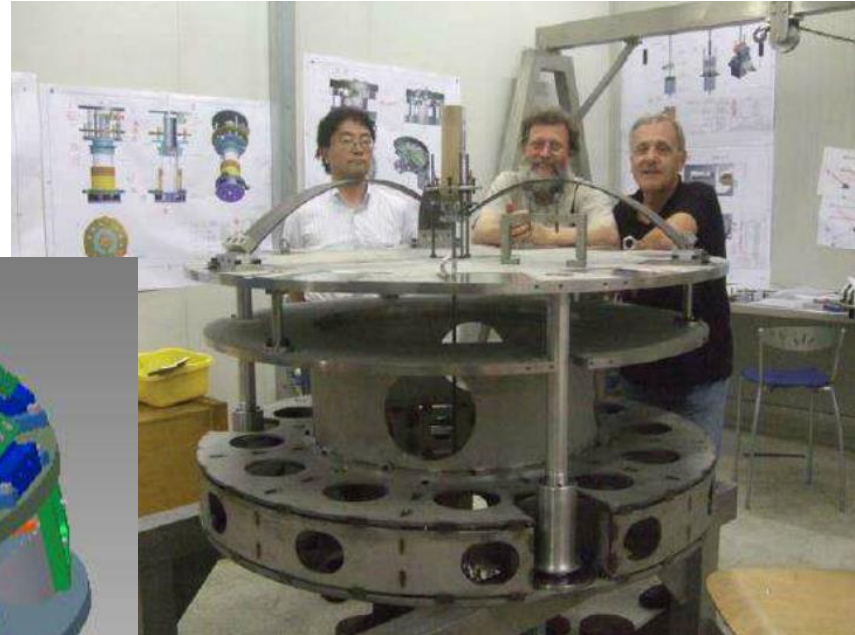
1 mで0.5 Hz

倒立振り子(水平)

GASフィルタ(縦)



低共振周波数の工夫



ニュートニアン雑音

- ニュートン重力が変化し、鏡に力を与える

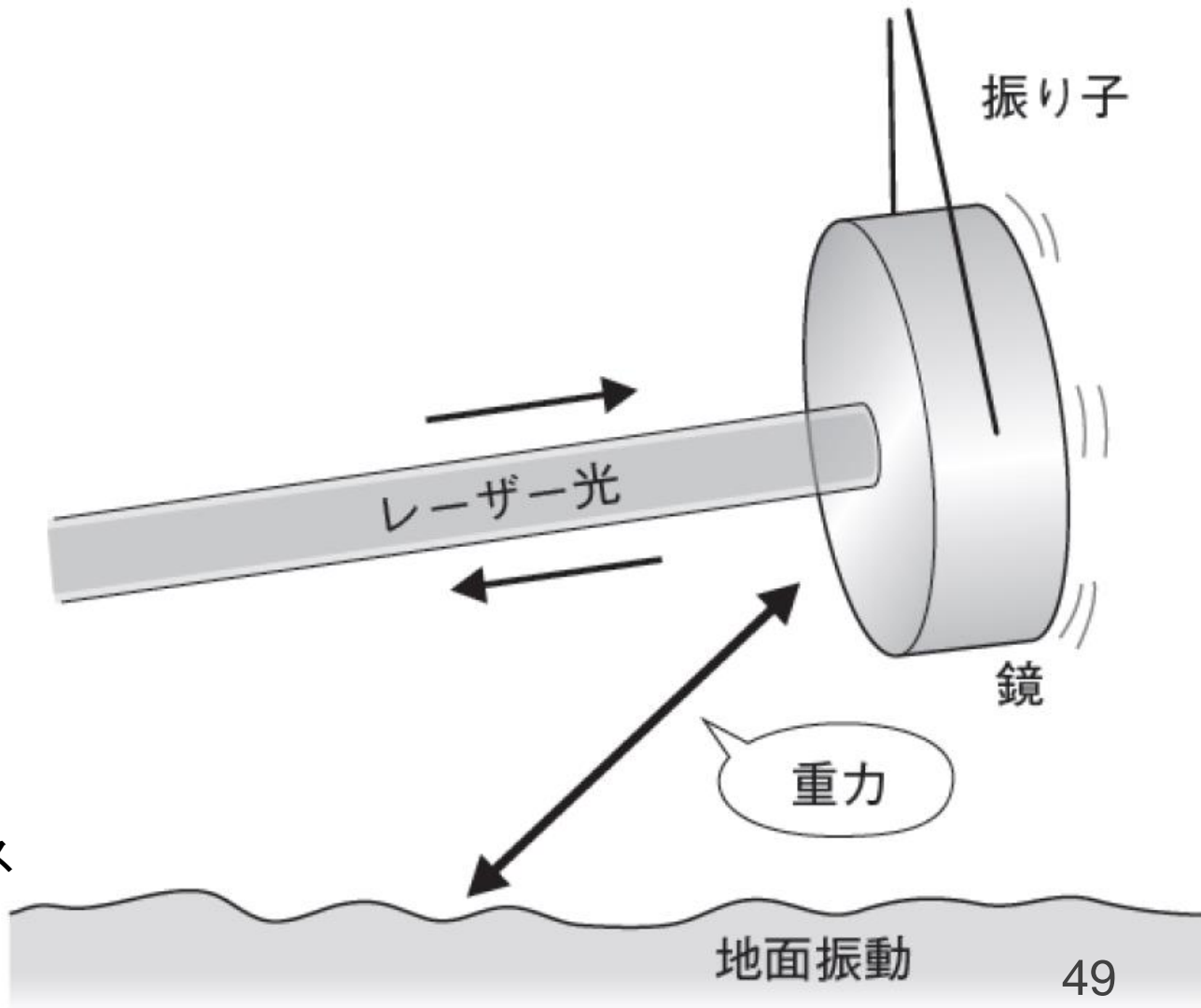
地面

海

空気

地下水

人間



講談社ブルーバックス
『重力波とはなにか』
安東正樹著

第5回のまとめ

- 重力波望遠鏡を制限する雑音
量子雑音、熱雑音、地面振動雑音
- 量子雑音
光子数の量子的な揺らぎ
長い腕、干渉計構成の工夫、重い鏡で低減
周波数依存スクイーミング
- 熱雑音
鏡の表面や懸架系の熱的な揺らぎ
長い腕、低温、低損失、広いビーム径で低減
- 地面振動雑音
地面の定常的な振動
場所選びが重要
長い腕、低共振周波数、多段防振で低減

2日目のレポート

- 重力波検出器の雑音源を1つ取り上げ、その原因と対策方法について簡単にまとめてください(講義で取り上げなかった雑音でもOK)
- 名前と学籍番号、実施日を必ず書くこと！

ノーベル物理学賞2016予想

- 本日10月4日18:45(日本時間)から



Ronald
Drever

Kip Thorne

Rainer Weiss