



5. 電磁場の角運動量



電磁波の運動量

復習：点電荷に電磁波が入射したときの運動

- * 質量 m , 電荷 q で外力 F を受けている点電荷に平面波 $\mathbf{E}_{\text{in}}, \mathbf{B}_{\text{in}}$ が入射したとき, 運動方程式は

$$m \frac{d^2 \mathbf{z}(t)}{dt^2} = \mathbf{F}(\mathbf{z}(t)) + q(\mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{z}(t), t) + \mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}_{\text{in}}(\mathbf{z}(t), t))$$

(参考) 3.4 点電荷による
電磁波の散乱

- * ここで, $|\mathbf{B}_{\text{in}}| = \frac{1}{c} |\mathbf{E}_{\text{in}}|$ であることを考慮すると, 点電荷の速度が光速に比べて十分遅い時, 磁場の項は無視できる.
- * 点電荷の位置の変化が入射電磁波の波長と比べて十分小さいとき, \mathbf{E}_{in} の中の \mathbf{z} を, 点電荷の平均的な位置 \mathbf{z}_0 に置き換える.
→ $\mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{z}(t), t) \cong \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{z}_0 - \omega t)}$ とする.

復習：点電荷に電磁波が入射したときの運動



$$\text{運動方程式: } m \frac{d^2 \mathbf{z}(t)}{dt^2} = \mathbf{F}(\mathbf{z}(t)) + q \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{z}_0 - \omega t)}$$

*外力 F は無いとすると

簡単のため $\mathbf{z}_0 = 0$ とおいた

$$\mathbf{z}(t) = -\frac{q \mathbf{E}_0}{m \omega^2} e^{i \omega t}, \quad \dot{\mathbf{z}}(t) = -\frac{i q \mathbf{E}_0}{m \omega} e^{i \omega t}$$

*電磁波が単位時間あたりに与えるエネルギーは,

$$\frac{dW}{dt} = |\dot{\mathbf{z}} \cdot q \mathbf{E}_0 e^{i \omega t}| = \frac{q^2 E_0^2}{m \omega}$$

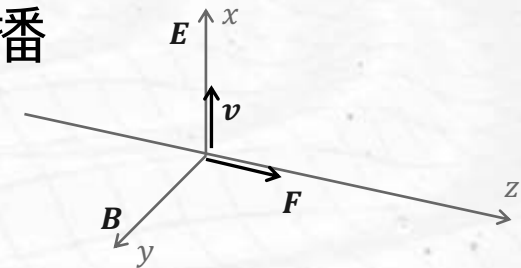
電磁波の運動量

*電磁波の磁場を無視しないで考える： $B_0 = \frac{1}{c} E_0$

この電場が与えるローレンツ力は、電磁波の伝播方向に働き、その大きさは、

$$F = q|\dot{\mathbf{z}}| \frac{E_0}{c} = \frac{q^2 E_0^2}{m \omega c} = \frac{dW/dt}{c}$$

→ $p = \frac{W}{c}$ の運動量を与える。

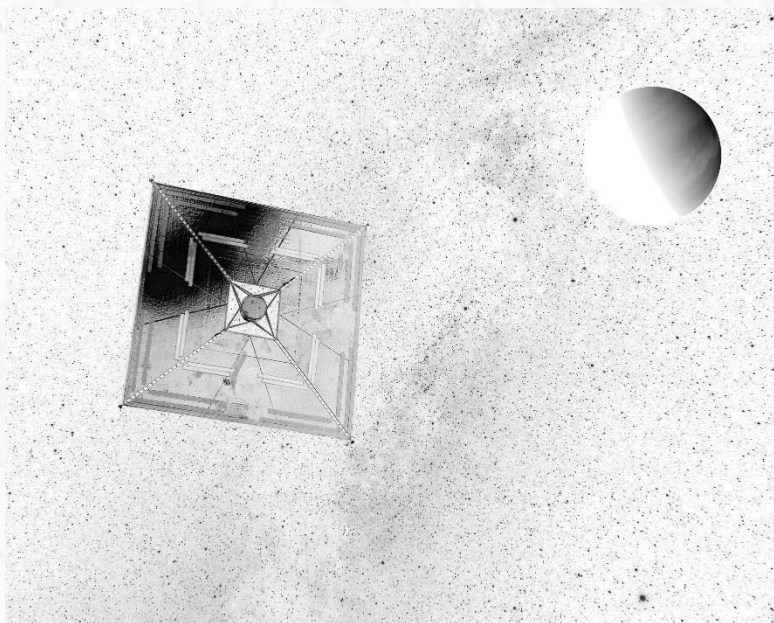


*量子論の観点で解釈 → 光子は $W = h_b \omega$ のエネルギーを持つ。

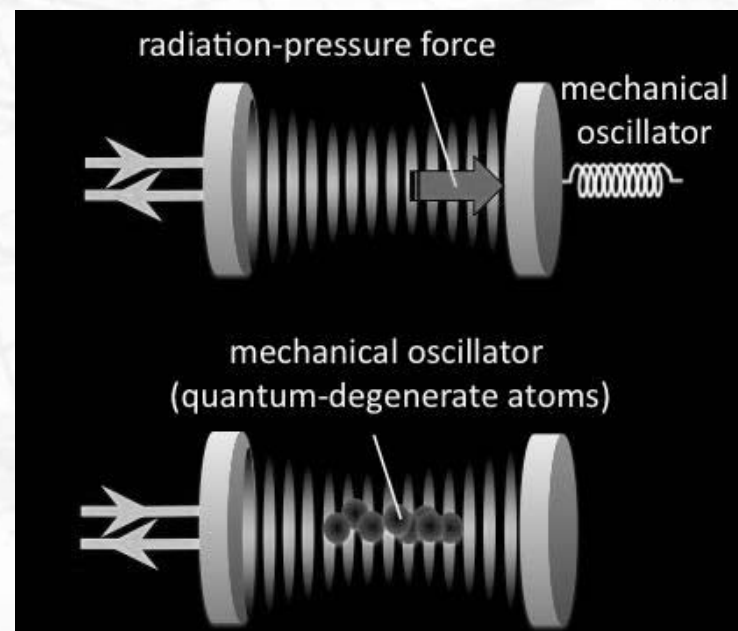
この光子が持つ運動量： $p = \frac{h_b \omega}{c} = h_b k$

電磁波の運動量

- 光子を鏡などで反射するとき運動量を受け取る.



ソーラーセイル IKAROS (イカロス, 2010年JAXA).



量子オプトメカニクス

The background features a light gray grid pattern. A bright, circular spot is positioned in the upper right quadrant, with a lens-like shape extending from it towards the center. The overall aesthetic is clean and technical.

電磁波の角運動量

円偏光の電磁波

- 円偏光の電磁波：電場ベクトルの方向が円運動する。
(2つの直交する同振幅の直線偏光成分を,
 $\pi/2$ だけ位相をずらして重ねたものと考えても良い)

* 点電荷に対して円偏光電磁波が入射したときの運動は？

→ 点電荷は角周波数 ω で円運動する.

- 点電荷が受けるトルク $\tau = \frac{dW/dt}{\omega}$

- 角運動量 : $\tau dt = \frac{dW}{\omega}$ (右周り円偏光の場合)

減衰項を考えないと発散してしまうので注意.

向かってくる光を正面から見たときの、電場ベクトルが右回転.

円偏光の電磁波

*量子論の観点で解釈 → 光子は $W = h_b \omega$ のエネルギーを持つ.

右円偏光の光子が持つ角運動量 : $\tau dt = \frac{dW}{\omega} = h_b$

左円偏光の光子が持つ角運動量 : $-h_b$

ラゲール・ガウシアンモード

・波動方程式の近軸近似の方程式

(参考) 4.2 (補)
レーザー光の伝播

→ ラゲール・ガウシアン(Laguerre-Gaussian)モード

$$\psi_{pl}^{\text{LG}}(r, \phi, z) = \sqrt{\frac{k_0}{\pi z_R}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \left(\frac{\sqrt{k_0 z_R}}{|q(z)|} r \right)^l L_p^{(l)} \left(\frac{k_0 z_R}{|q(z)|^2} r^2 \right) \cdot \frac{z_R}{|q(z)|} \left(i \frac{|q(z)|}{q(z)} \right)^{1+2p+l} \exp \left[-\frac{ik_0}{q(z)} \frac{r^2}{2} + i l \phi \right]$$

佐々田博之
「光の角運動量制御」
光学 33 271 (2004)

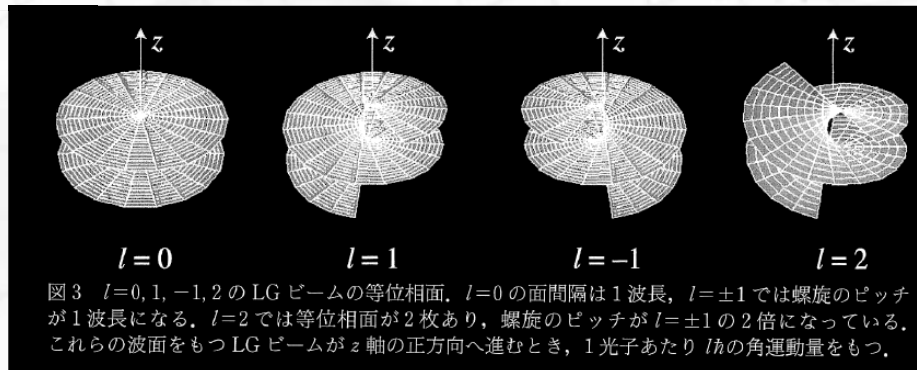


図3 $l=0, 1, -1, 2$ のLGビームの等位相面。 $l=0$ の面間隔は1波長、 $l=\pm 1$ では螺旋のピッチが1波長になる、 $l=2$ では等位相面が2枚あり、螺旋のピッチが $l=\pm 1$ の2倍になっている。これらの波面をもつLGビームが z 軸の正方向へ進むとき、1光子あたり $l\hbar$ の角運動量をもつ。

進行方向に対して
らせん状の等位相面をもつ

⇒ $l\hbar$ の角運動量を持つ。