

---

物理学教室 3年生

# 電磁気学 III

安東 正樹

# 講義内容の予定

---

1. 電磁波の基礎
  - 1.1 自由電磁場とその性質
2. 電磁波の放射
  - 2.1 遅延ポテンシャルと先進ポテンシャル
  - 2.2 遅延ポテンシャルの多重極展開
3. 荷電粒子の出す電磁波
  - 3.1 リエナール-ヴィーヘルトのポテンシャル
  - 3.2 運動する荷電粒子の作る電磁波
  - 3.3 制動放射
  - 3.4 点電荷による電磁波の散乱
  - 3.5 チェレンコフ放射
4. 電磁波の伝播
  - 4.1 導波管
  - 4.2 空洞共振器
  - 4.3 電磁波の回折
5. 電磁場の角運動量

<http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp>

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻  
安東研究室

ホーム 研究室紹介 研究内容 メンバー 連絡先・アクセス

安東研究室では、重力・相対論に関する実験、特に重力波による新しい天文学分野を切りひらくことを目標とした研究を進めています。それに加えて、将来の重力波望遠鏡で必要とされる精密計測技術として、スクイーミングなどの量子光学的手法の研究、熟雑音や防振技術の研究、さらには、宇宙重力波望遠鏡の実現に向けた基礎開発研究も進めています。

12345

新着情報

- 2013年10月27日 第12回DECIGOワークショップが東京大学で開催されます。
- 2013年8月20日 麻生助教の論文が Physical Review D誌に掲載されました。
- 2013年8月10日 正田亜八香さんと道村唯太さんがサマースクールNRGW2013で講演を行いました。
- 2013年7月19日 安東准教授が国際会議APPC12で招待講演を行いました。
- 2013年7月13日 正田亜八香さんと柴田和恋さんが国際会議Amaldi10で発表を行いました。

これまでの新着情報

日本語 / English / RSS

- ▶ 研究室紹介
- ▶ 研究内容
- ▶ メンバー
- ▶ 連絡先・アクセス
- ▶ 年次報告
- ▶ 学位論文
- ▶ 講義資料

サイト内検索

‘講義資料’

→ ‘電磁気学III’

User ID : lecture

Password : lec\_ando

---

# 5. 電磁場の角運動量

---

# 電磁波の運動量

# 復習：点電荷に電磁波が入射したときの運動

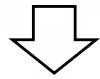
- \* 質量  $m$ , 電荷  $q$  で外力  $F$  を受けている点電荷に平面波  $\mathbf{E}_{\text{in}}, \mathbf{B}_{\text{in}}$  が入射したとき, 運動方程式は

$$m \frac{d^2 \mathbf{z}(t)}{dt^2} = \mathbf{F}(\mathbf{z}(t)) + q(\mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{z}(t), t) + \mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}_{\text{in}}(\mathbf{z}(t), t))$$

(参考) 3.4 点電荷による  
電磁波の散乱

- \* ここで,  $|\mathbf{B}_{\text{in}}| = \frac{1}{c} |\mathbf{E}_{\text{in}}|$  であることを考慮すると, 点電荷の速度が光速に比べて十分遅い時, 磁場の項は無視できる.
- \* 点電荷の位置の変化が入射電磁波の波長と比べて十分小さいとき,  $\mathbf{E}_{\text{in}}$  中の  $\mathbf{z}$  を, 点電荷の平均的な位置  $\mathbf{z}_0$  に置き換える.  
→  $\mathbf{E}_{\text{in}}(\mathbf{z}(t), t) \cong \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{z}_0 - \omega t)}$  とする.

# 復習：点電荷に電磁波が入射したときの運動



$$\text{運動方程式: } m \frac{d^2 \mathbf{z}(t)}{dt^2} = \mathbf{F}(\mathbf{z}(t)) + q \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{z}_0 - \omega t)}$$

\*外力  $F$  は無いとすると

簡単のため  $\mathbf{z}_0 = 0$  とおいた

$$\mathbf{z}(t) = -\frac{q \mathbf{E}_0}{m \omega^2} e^{i \omega t}, \quad \dot{\mathbf{z}}(t) = -\frac{i q \mathbf{E}_0}{m \omega} e^{i \omega t}$$

\*電磁波が単位時間あたりに与えるエネルギーは,

$$\frac{dW}{dt} = |\dot{\mathbf{z}} \cdot q \mathbf{E}_0 e^{i \omega t}| = \frac{q^2 E_0^2}{m \omega}$$

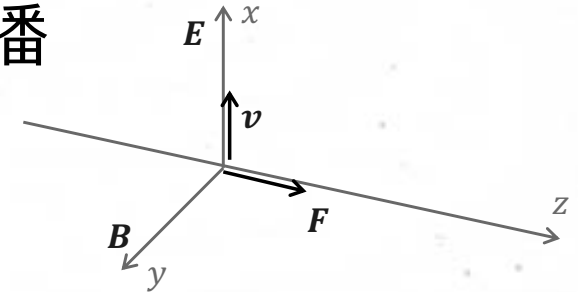
# 電磁波の運動量

\*電磁波の磁場を無視しないで考える： $B_0 = \frac{1}{c} E_0$

この電場を与えるローレンツ力は、電磁波の伝播方向に働き、その大きさは、

$$F = q|\dot{\mathbf{z}}| \frac{E_0}{c} = \frac{q^2 E_0^2}{m \omega c} = \frac{dW/dt}{c}$$

→  $p = \frac{W}{c}$  の運動量を与える。



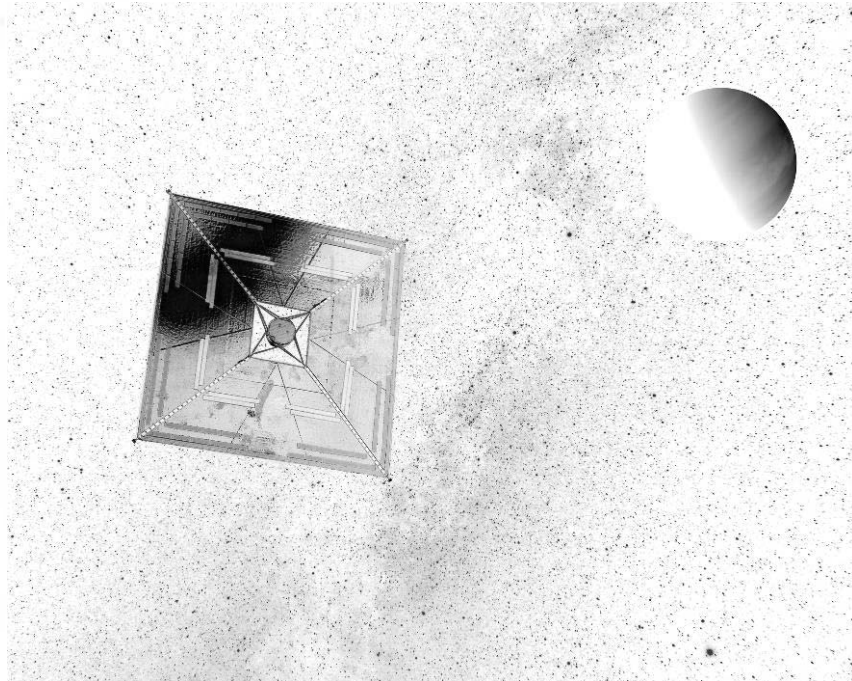
\*量子論の観点で解釈 → 光子は  $W = h_b \omega$  のエネルギーを持つ。

この光子が持つ運動量： $p = \frac{h_b \omega}{c} = h_b k$

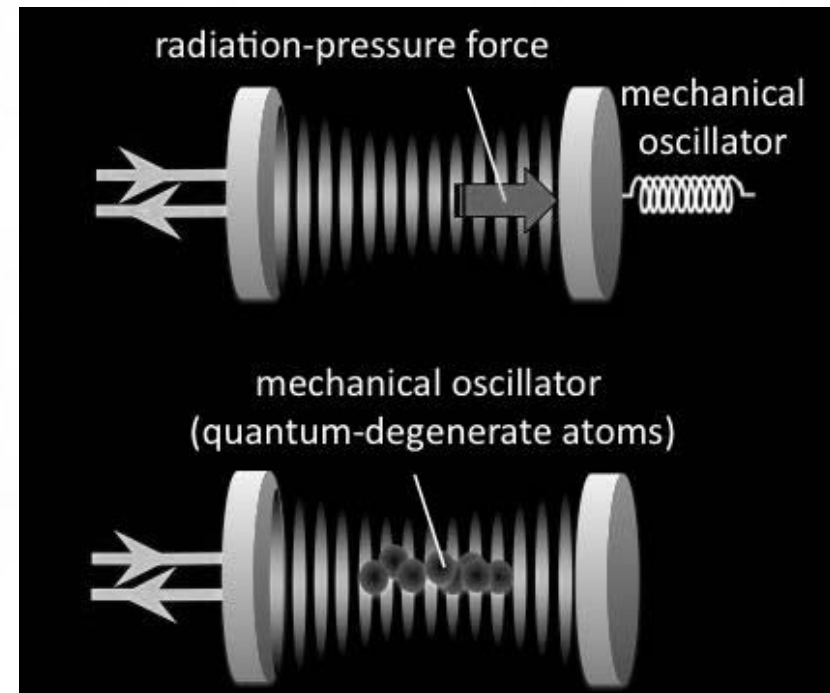


# 電磁波の運動量

- 光子を鏡などで反射するとき運動量を受け取る.



ソーラーセイル IKAROS (イカロス, 2010年JAXA).



量子オプトメカニクス

---

# 電磁波の角運動量

# 円偏光の電磁波

- 円偏光の電磁波：電場ベクトルの方向が円運動する。  
(2つの直交する同振幅の直線偏光成分を,  
 $\pi/2$  だけ位相をずらして重ねたものと考えても良い)

\* 点電荷に対して円偏光電磁波が入射したときの運動は？

→ 点電荷は角周波数  $\omega$  で円運動する.

- 点電荷が受けるトルク  $\tau = \frac{dW/dt}{\omega}$

- 角運動量 :  $\tau dt = \frac{dW}{\omega}$  (右周り円偏光の場合)

減衰項を考えないと発散してしまうので注意.

向かってくる光を正面から見たときの, 電場ベクトルが右回転.

# 円偏光の電磁波

\*量子論の観点で解釈 → 光子は  $W = h_b \omega$  のエネルギーを持つ.

右円偏光の光子が持つ角運動量 :  $\tau dt = \frac{dW}{\omega} = h_b$

左円偏光の光子が持つ角運動量 :  $-h_b$

# ラゲール・ガウシアンモード

(参考) 4.2 (補)

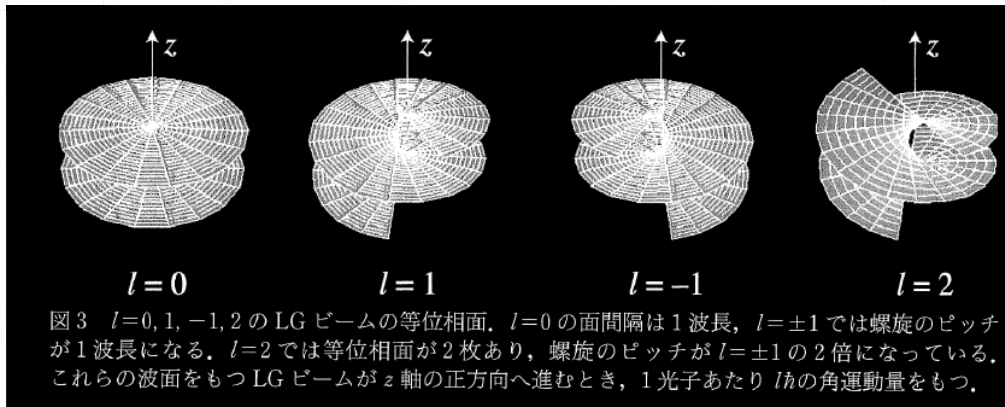
レーザー光の伝播

・波動方程式の近軸近似の方程式

→ ラゲール・ガウシアン(Laguerre-Gaussian)モード

$$\psi_{pl}^{\text{LG}}(r, \phi, z) = \sqrt{\frac{k_0}{\pi z_R}} \sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \left( \frac{\sqrt{k_0 z_R}}{|q(z)|} r \right)^l L_p^{(l)} \left( \frac{k_0 z_R}{|q(z)|^2} r^2 \right) \cdot \frac{z_R}{|q(z)|} \left( i \frac{|q(z)|}{q(z)} \right)^{1+2p+l} \exp \left[ -\frac{ik_0}{q(z)} \frac{r^2}{2} + i l \phi \right]$$

佐々田博之  
「光の角運動量制御」  
光学 33 271 (2004)



進行方向に対して  
らせん状の等位相面をもつ

⇒  $l \hbar$  の角運動量を持つ。