

電磁気学 III レポート問題

2016 年 12 月 22 日 安東 正樹, 桑原 祐也 (TA)

下記 4 問のうち 3 問を選択して解答せよ．式中の記号など特に説明のないものの定義は講義で用いたものに準ずる．参考文献・出典がある場合は必ず明記すること．提出締め切り：2017 年 1 月 27 日 12 時．提出先：理学部 1 号館 物理教務室横のレポートボックス．

問 1 運動する荷電粒子の電場に関する Heaviside-Feynman の表式

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\mathbf{n}}{R^2} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{n}}{R^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{n}}{dt^2} \right]$$

が，Liénard-Wiechert のポテンシャルから導かれる電場と等価であることを示せ．

問 2 原子に振動数 $\omega_0/(2\pi)$ で束縛された電子による電磁場の散乱を考えよう．

(1) 電子の運動方程式は近似的に

$$m\ddot{z}(t) + m\omega_0^2 z(t) = q\mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{z}_0 - \omega t)}$$

と書ける．これを解くことで，Rayleigh 散乱の断面積が

$$\sigma_R = \sigma_T \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}, \quad \sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \right)^2$$

で与えられることを示せ．ただし， σ_T は Thomson 散乱の全断面積である．

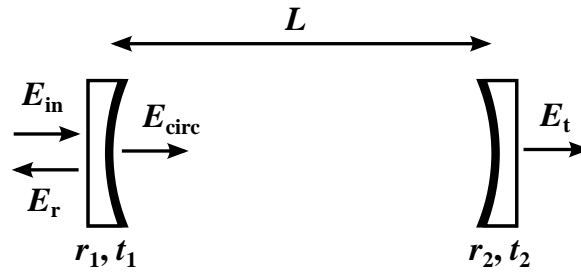
(2) 簡単のために地球大気を，1 気圧，300 K，厚さ 10 km の一様な空気分子の層だと仮定する．また，空気分子は波長 100 nm に吸収スペクトルを持つと仮定する．真上にある太陽から大気を通してやってくる赤色光 (700 nm) と青色光 (400 nm) が地上に到着したとき，直接到着する光量は Rayleigh 散乱によってもとの光量のどれだけまで減少するか計算せよ．またこのことと関連させて，昼間は空全体が青色で，夕方には太陽付近の空が赤色になることを説明せよ．

問 3 2 枚の鏡を向かい合わせにした光共振器の性質について考えよう．

(1) 図で共振器内の電場 E_{circ} は，入射電場 $E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega t}$ が共振器内に入ってから n 往復した電場 ($n = 0, 1, 2, \dots$) の和であると考えられる．1 往復するごとに電場の位相が $\phi = 2L\omega/c$ ずれることに注意して和を実行することで，

$$E_{\text{circ}} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}} E_{\text{in}}$$

が得られることを示せ．さらにある k 番目の共振に注目し，そのときの共振器長 L_k からの変位を $x \equiv L - L_k$ とする． x が共振ピークの十分近くにいるとき，共振器内パ



ワーは

$$P_{\text{circ}} \simeq \frac{\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi} t_1\right)^2}{1 + \left(\frac{4\mathcal{F}}{\lambda} x\right)^2} P_{\text{in}}$$

と展開できることを示せ．ただし鏡 1, 2 の反射率と透過率はそれぞれ $r_{1,2} \simeq 1$ および $t_{1,2}$ であり, $r_{1,2}$ の符号は共振器の内側で反射するときに正とせよ．

- (2) 一方の鏡が可動である場合を考える (具体的には振り子などを想定すればよい)．
 $L = L_k + x$ ($x > 0$) となる位置でこの可動鏡がつり合っているとき, そのつり合いの位置からの微小変位 δx に対しては鏡に復元力がはたらくことを示せ．これを光バネ呼ぶ．
- (3) 実は光バネはバネ定数の他にバネ定数と逆符号のダンピング係数を持つことが知られており, ダンピング係数が負の場合には振幅が指数関数的に増大する運動を与えるため不安定である．この不安定性を解消する方法を考えよ．

問 4 物理現象もしくは実験において、電磁波に関連した現象を 1 つ取り上げ、A4 用紙 2 ページ以内で説明せよ．