平成 27 年度 「基礎方程式とその意味を考える」 電磁気学パートレポート問題

提出先: 教養学部教務（アドミニストレーション棟レポートボックス)
提出締め切り 7 月 28 日 (火).

電場 $\boldsymbol{E}$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}$，電荷密度 ρ と電流密度 $\boldsymbol{j}$ の関係を表すマクスウェル方程式は，真空誘電率 ϵ_0，真空透磁率 μ_0 を用いて以下のように表される。

$$
\begin{aligned}
\nabla \cdot \boldsymbol{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, & \nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0, & \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \boldsymbol{B} &= \epsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{j}.
\end{aligned}
$$

このとき，以下の設問に答えよ。

第 1 問　以下のベクトル場 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_3$ について，それぞれ発散と回転を求めよ。

$$\boldsymbol{F}_1 = (x, y, z), \quad \boldsymbol{F}_2 = (-y, x, 0), \quad \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = (x - y, x + y, z)$$

第 2 問　3 次元直交座標系の $z = 0$ 面上に，電荷の面密度 ρ をもった無限に広く十分に薄い導体が広がっているとする。このとき，マクスウェル方程式を用いて，点 (0, 0, z) での電場 $\boldsymbol{E}$ を求めよ。

第 3 問　空間に半径 r を持つ導体でできた中空の球殻が浮かんでおり，電荷 Q を持っているものとする。この球殻内部の電場 $\boldsymbol{E}$ はどのようになるか，理由を示して説明せよ。

第 4 問　連続の方程式 $\nabla \cdot i + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ が，ある微小体積内における電荷量の保存を表していることを，3 行以内で説明せよ。また，マクスウェル方程式を用いてこの式を示せ。ここで，任意のベクトル $\boldsymbol{X}$ に対するベクトル解析の公式 $\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{X}) = 0$ を用いて良い。

第 5 問　一定電場や一定磁場のない真空中を x 軸方向に伝搬する電場 $\boldsymbol{E}$ があり，その成分が任意の関数 f を用いて $(0, 0, f(x - ct))$ で書かれるものとする。このとき，磁場 $\boldsymbol{B}$ は y 成分しか持たない (電場方向と進行方向の両方に対して垂直である) ことを示せ。

第 6 問　講義中では、真空中 ($\rho = 0$, $\boldsymbol{j} = 0$) における波動方程式を求めた。それを参考に、電荷密度や電流密度が存在しているときの波動方程式を求めよ。

第 7 問 (採点対象外)　授業の感想と建設的な提案などをお書きください.