

2017 年度冬学期 特別実験  
タングステンワイヤを用いた CSL 模型の検証

理学部物理学科 4 年  
05161571 渡辺彬生

2018 年 1 月 29 日  
共同実験者: 及川瑞稀

## 目次

1	はじめに	1
2	CSL 模型	2
3	実験の準備、原理	3
3.1	実験のセットアップ	3
3.2	CSL による補正項の計算	4
3.3	ワイヤの熱振動の数値計算	5
4	実験の方法、結果、考察	9
4.1	シャドーセンシング	9
4.2	Q 値の測定	10
4.3	スペクトルの測定	12
5	今後の実験の改良	15
6	謝辞	16
付録 A	レーザーのウェスト位置および幅の計算	17

## 1 はじめに

CSL 模型とは、シュレディンガー方程式に確率的な微小項を加えることで、マクロな系で波動関数が収束し、量子力学での観測が不要になるモデルである。今回は、タングステンワイヤの両端を固定して熱振動スペクトルをシャドーセンシングにより測定し、通常の場合の熱振動スペクトルの有限要素法による数値計算および CSL によるエネルギーの変化と比較することで CSL の確率項の大きさを表すパラメータの値の上限を求めることを目的に実験を行った。結果、両端固定したタングステンワイヤのバイオリンモードは測定できたが、熱振動より地面振動の影響が大きく、CSL のパラメータに上限をつけることはできなかった。今後、ワイヤの防振、真空槽の温度安定化、レーザーの強度安定化を行って熱振動以外の影響を減らすことで、CSL のパラメータの値に上限をつけられると考えられる。

## 2 CSL 模型

CSL 模型とは、シュレディンガー方程式に確率的な微小項を加えて修正することで、ミクロな系では通常のシュレディンガー方程式を用いた時とほぼ一致し、マクロな系では波動関数が収束し量子力学の理論の中で理解の難しい「観測」という概念が不要になるモデルの一種である。CSL 模型では、通常のシュレディンガー方程式

$$d\psi = -\frac{i}{\hbar}H\psi dt \quad (2.1)$$

の代わりに  $r, \lambda$  の 2 つのパラメータをもつ以下の微分方程式を採用する。

$$d\psi_t = \left[ -\frac{i}{\hbar}Hdt + \frac{\sqrt{\gamma}}{m_0} \int d^3\mathbf{x} [M(\mathbf{x}) - \langle M(\mathbf{x}) \rangle_t] dW_t(\mathbf{x}) - \frac{\gamma}{2m_0^2} \int d^3\mathbf{x} [M(\mathbf{x}) - \langle M(\mathbf{x}) \rangle_t]^2 dt \right] \psi_t. \quad (2.2)$$

ここで、 $W_t(\mathbf{X})$  はウィーナー過程、 $H$  は通常のハミルトニアン、 $m_0$  は参照質量で、通常は原子質量とする。 $\gamma$  は収束過程の強さを示すパラメータで、CSL 模型のパラメータである  $r, \lambda$  を用いて以下のように表せる。

$$\gamma = (4\pi r^2)^{\frac{3}{2}} \lambda. \quad (2.3)$$

$M(\mathbf{x})$  は質量密度演算子で、パラメータ  $r$ 、粒子の種類  $j$ 、粒子の生成消滅演算子を用いて以下のように表せる。

$$M(\mathbf{x}) = \sum_j m_j \int d^3\mathbf{y} \frac{1}{(\sqrt{2\pi}r)^3} e^{-\mathbf{x}^2/2r^2} \psi_j^\dagger(\mathbf{y}) \psi_j(\mathbf{y}). \quad (2.4)$$

CSL 模型についてのより詳細な説明は [1] を参照。

CSL 模型を特徴付ける上記の 2 つのパラメータが取りうる範囲を制限するために、これまでも様々な実験が行われてきた。最近の実験結果としては、宇宙探査機 LISA パスファインダーの測定を用いた [2] や、極低温に冷却したカンチレバーを用いた [3] がある。

今回の実験でも、パラメータ  $r$  と  $\lambda$  に制限を課すことを目的としており、両端固定したタングステンワイヤの熱振動を調べる方法を使った。

### 3 実験の準備、原理

#### 3.1 実験のセットアップ

CSL の影響を調べるには、マクロな系でのエネルギーを測定し、それが CSL がない場合の計算結果からどれだけずれているかを見積もる必要がある。今回の実験では、両端を固定した直径  $10\mu\text{m}$ 、長さ  $200\text{mm}$  のタングステンワイヤの真空での熱振動スペクトルを、レーザーとフォトダイオード (以下、PD) を用いたシャドーセンシングで測定した。実験装置のセットアップは以下の模式図のようにした。

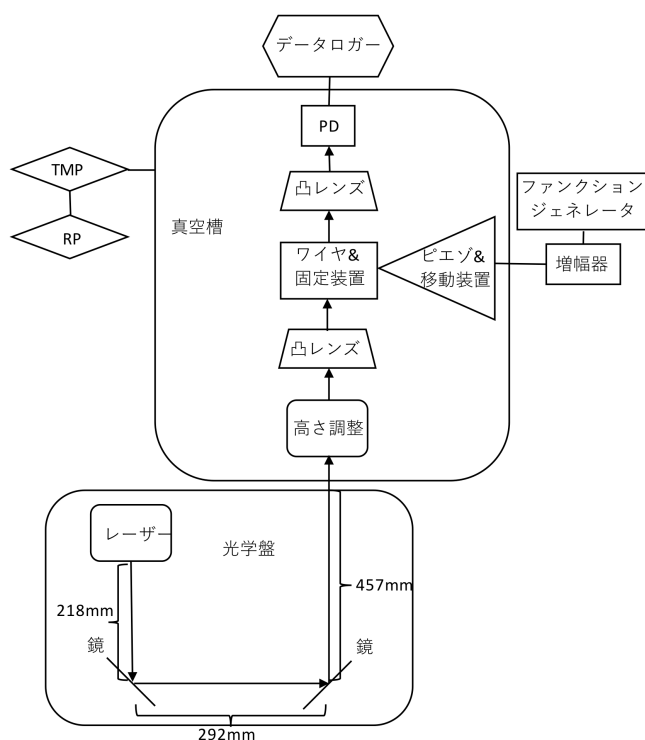


図1 実験装置のセットアップの模式図

レーザーは波長  $1064\text{nm}$  の Nd:YAG レーザーを用いた。また、凸レンズは2つとも焦点距離  $25.4\text{mm}$  で、1つ目はワイヤに当たる部分でレーザーの幅を狭くしてシャドーセンシングをできるようにするために、2つ目はレーザーを収束させてフォトダイオードに全ての光を入射させるために用いた。1つ目の凸レンズの焦点距離が  $25.4\text{mm}$  でシャドーセンシングに適していることは付録を参照。真空槽外の光学盤と真空槽内の光学盤の高さが異なるため、高さ調整の部分では上下2枚の鏡で反射させて、レーザーがワイヤの中央に当たるように真空槽内での高さを調整した。

図1でのワイヤ&固定装置の部分については、下図2のようなジグを用いた。ワイヤ上端は固定装置の上部の移動台に取り付けてワイヤの長さを調整できるようにし、ジグ全体を前後方向と左右方向の移動台の上に乗せ、ワイヤへのレーザーの当たり方を調整できるようにした。また、ワイヤを張る時にまず一方のみを固定し、重さ  $3.311\text{g}$  のおもりをワイヤに吊るし、その状態で他方を固定することでワイヤの張力を  $3.247 \times 10^{-2}\text{N}$  と

した。

図1での piezo & 移動装置の部分については、下図3のようなジグを用いた。上部の横方向に伸びた先端に piezo を固定し、電圧で長さが変わるようにした。また、ジグ全体をワイヤ方向の移動台の上に乗せ、移動台のマイクロメータ部分にピコモーターを取り付けて piezo をワイヤに接触させたり離したりできるようにした。

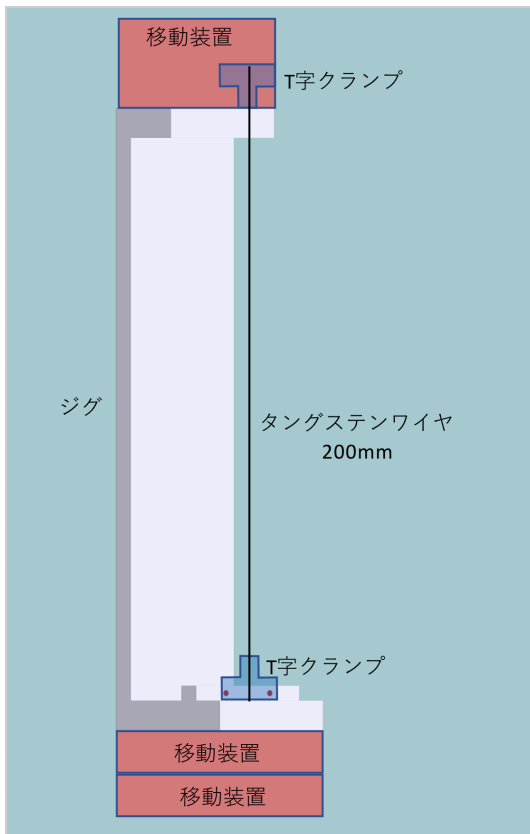


図2 ワイヤ&固定装置の図

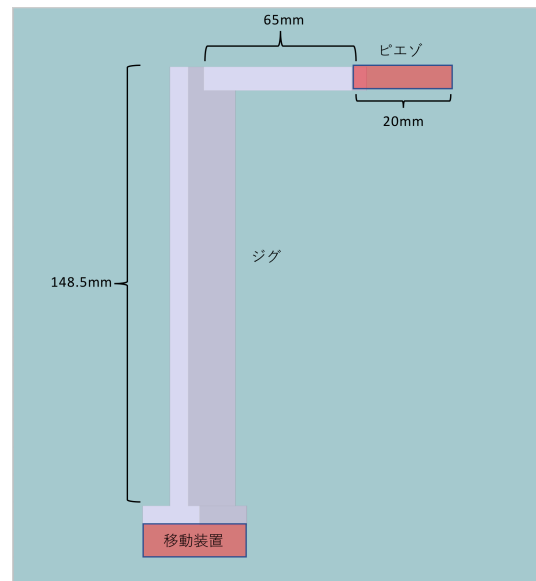


図3 piezo & 移動装置の図

### 3.2 CSL による補正項の計算

CSL を仮定した場合に、通常の量子力学とのワイヤのエネルギーの時間変化の違いを計算する。ワイヤを  $N$  個の粒子からなる系として、 $n$  番目の粒子の位置を  $x_n = (x_n^1, x_n^2, x_n^3)$  とする。また、シャドーセンシングで測ることができる運動量はレーザーと垂直方向のみであるため、以下の計算で運動量  $p$  はワイヤにもレーザーにも垂直な方向についてのみであり、 $n$  番目の粒子の運動量を  $p_n$  とする。[4] と同様の方法を用いる。ただし、実際にはワイヤは両端固定されているが、近似のため固定は無視し、全てワイヤの中央と同じように振動すると仮定した。系のエネルギーを表す物理量  $\mathcal{O}$  は以下のように表せる。

$$\mathcal{O} = \sum_n \frac{p_x^2}{2m}. \quad (3.1)$$

目的の量  $\epsilon$  は以下の計算で求められる。

$$\begin{aligned}
\epsilon &= \frac{d}{dt} \langle \mathcal{O} \rangle |_{\text{CSL}} \\
&= \left\langle -\frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{x} \left[ \frac{\sqrt{(4\pi r^2)^{\frac{3}{2}}} \lambda}{m_0} M(\mathbf{x}), \left[ \frac{\sqrt{(4\pi r^2)^{\frac{3}{2}}} \lambda}{m_0} M(\mathbf{x}), \mathcal{O} \right] \right] \right\rangle \\
&= \left\langle -\frac{1}{2} \frac{(4\pi r^2)^{\frac{3}{2}} \lambda m^2}{(2\pi)^6 m_0^2} \int d^3 \mathbf{x} \int d^3 \mathbf{k} \int d^3 \mathbf{k}' e^{-\frac{1}{2} r^2 (k^2 + k'^2)} \sum_{n, n_1, n_2} \left[ e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{n_1})}, \left[ e^{-i\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{n_2})}, \frac{p_n^2}{2m} \right] \right] \right\rangle. \tag{3.2}
\end{aligned}$$

$\mathbf{x}$  についての積分、 $\mathbf{k}'$  についての積分を行うと、以下のようになる。

$$\epsilon = \left\langle -\frac{r^3 \lambda m}{4\pi^{3/2} m_0^2} \int d^3 \mathbf{k} e^{-r^2 k^2} \sum_{n, n_1, n_2} \left[ e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_{n_1}}, \left[ e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_{n_2}}, p_n^2 \right] \right] \right\rangle. \tag{3.3}$$

Campbell-Baker-Hausdorff の公式を用いて交換関係を計算すると、以下になる。ただし、 $k_1$  は  $\mathbf{k}$  の  $p$  方向成分、 $k_2, k_3$  はそれに直交する成分である。

$$\begin{aligned}
\epsilon &= \left\langle -\frac{r^3 \lambda m}{4\pi^{3/2} m_0^2} \int d^3 \mathbf{k} e^{-r^2 k^2} (-2N\hbar^2 k_1^2) \right\rangle \\
&= \frac{N\hbar^2 r^3 \lambda m}{2\pi^{\frac{3}{2}} m_0^2} \int dk_1 dk_2 dk_3 k_1^2 e^{-r^2 k_1^2} e^{-r^2 k_2^2} e^{-r^2 k_3^2} \\
&= \frac{N\hbar^2 r^3 \lambda m}{2\pi^{\frac{3}{2}} m_0^2} \frac{\sqrt{\pi}}{2r^3} \frac{\sqrt{\pi}}{r} \frac{\sqrt{\pi}}{r} \\
&= \frac{N\hbar^2 m \lambda}{4m_0^2 r^2}. \tag{3.4}
\end{aligned}$$

以上から、熱振動のエネルギー変化を精度よく測定することで CSL のパラメータの積  $r^{-2}\lambda$  の上限を与えることができる。

### 3.3 ワイヤの熱振動の数値計算

ワイヤの熱振動スペクトルの実測値が CSL 模型を用いない場合の熱振動スペクトルからどれだけずれているかを見積もるには、ワイヤの熱振動スペクトルを数値的に計算する必要がある。ここでは、有限要素法を用いて両端固定したワイヤの熱振動スペクトルを求める。

長さ  $L$  のワイヤを  $2l$  個の同じ長さの小さな要素に分割し、微分方程式を差分で書き直して計算する。[5] から、元の微分方程式および境界条件は以下である。

$$-EIx^{(4)}(z, t) + Tx''(z, t) = \sigma \ddot{x}(z, t) + FLe^{i\omega t}, \tag{3.5}$$

$$x(0, t) = x'(0, t) = 0, \tag{3.6}$$

$$x(L, t) = x'(L, t) = 0. \tag{3.7}$$

この式で、 $x$  はワイヤと垂直方向の変位、 $z$  はワイヤ上での位置、 $t$  は時刻、 $E$  は複素数のヤング率、 $T$  は張力、 $\sigma$  は線密度である。 $FLe^{i\omega t}$  は外力の項で、ワイヤの中央のみに加わると仮定する。

$$x(z, t) = x(z)e^{i\omega t} \tag{3.8}$$

のように、周波数成分を分けて式を書き直すと以下になる。

$$-EIx^{(4)}(z) + Tx''(z) + \sigma\omega^2x(z) = FL. \quad (3.9)$$

$\Delta z \equiv \frac{L}{2l}$  とし、微分を差分で以下のように書き直す。

$$x'(n\Delta z) = \frac{1}{\Delta z} \left( x \left( \left( n + \frac{1}{2} \right) \Delta z \right) - x \left( \left( n - \frac{1}{2} \right) \Delta z \right) \right). \quad (3.10)$$

高次の微分も同様に差分に直して計算する。また、中央にのみ力が加わると仮定したため、 $z = \frac{L}{2}$  を基準にワイヤの上下に関して変位は対称である。これらを用いると、 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{x}''$  および  $\mathbf{x}^{(4)}$  は以下のように、行列と  $\mathbf{x}$  の積で表せる。

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x(0\Delta z) \\ x(1\Delta z) \\ x(2\Delta z) \\ \vdots \\ x(l\Delta z) \end{pmatrix} = \text{diag}(1, \dots, 1)\mathbf{x}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{x}'' = \frac{1}{\Delta z^2} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \vdots \\ 0 & 1 & -2 & \ddots & \ddots \\ & 0 & \ddots & \ddots & 1 & 0 \\ \vdots & & \ddots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{x}^{(4)} = \frac{1}{\Delta z^4} \begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \vdots \\ 1 & -4 & 6 & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & & 0 \\ & \ddots & \ddots & -4 & 6 & -4 & 1 \\ \vdots & & 0 & 1 & -4 & 7 & -4 \\ 0 & \dots & & 0 & 2 & -8 & 6 \end{pmatrix} \mathbf{x}. \quad (3.13)$$

式 (3.11)、式 (3.12)、式 (3.13) と式 (3.10) から  $x\left(\frac{L}{2}\right)$  を数値的に求めることができ、求めた  $x\left(\frac{L}{2}\right)$  を用いて複素アドミッタンス  $Y(\omega)$  を以下のように求めることができる。

$$Y(\omega) = \frac{i\omega x\left(\frac{L}{2}\right)}{F}. \quad (3.14)$$

これを用いて、熱振動のスペクトル密度  $\chi(\omega)$  は次のように求められる。

$$\chi^2(\omega) = \frac{4k_B T_0}{\omega^2} \text{Re}[Y(\omega)]. \quad (3.15)$$

ただし、 $k_B$  はボルツマン定数、 $T_0$  は温度である。以上を用いてワイヤの熱振動を  $l = 1000$  として数値的に計算し、図 4 が得られた。他の物理量は、実際のスペクトル測定時と同じ条件を用いた。具体的には、 $T = 3.311 \times 10^{-3}\text{N}$ 、 $T_0 = 297\text{K}$ 、 $L = 200\text{mm}$ 、密度  $\rho = 19.25\text{g/cm}^3$ 、ヤング率の実部は  $400\text{GPa}$  で、虚部の大きさは実部の  $10^{-3}$  倍とした。



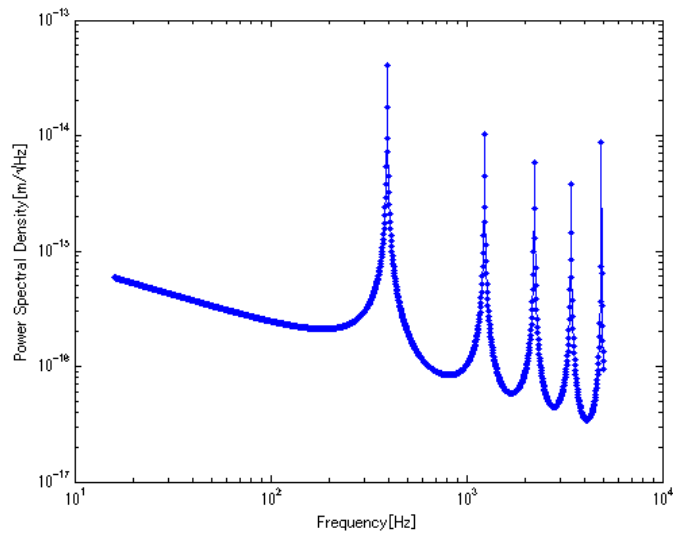


図4 ワイヤの熱振動スペクトルの数値計算結果

図4からワイヤの共振は394.3Hz、1235Hz、2228Hzで発生する。これは、両端固定したワイヤの振動が1倍、3倍、5倍、…のバイオリンモードで発生することと一致している。

ワイヤの分割数  $l$  は変えずに周波数を上の計算の500分の1ずつの細かい刻みごとに変化させて計算し直すと、バイオリンモードの周辺について下図5が得られる。

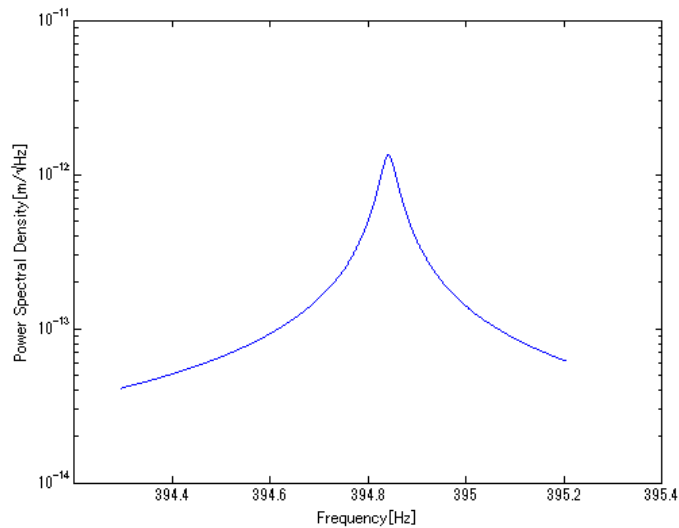


図5 細かい周波数刻みでの数値計算結果

この時、共振周波数  $f_0$  は394.8Hz、ピークでのスペクトル密度は  $1.341 \times 10^{12} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、半値全幅  $\Gamma$  は

0.060 ± 0.005Hz だった。これらから、Q 値は以下になる。

$$Q = \pi f_0 \frac{1}{\Gamma \ln 2} = (3.0 \pm 0.3) \times 10^4. \quad (3.16)$$

これは後の章の実験結果での Q 値より悪いが、原因はワイヤの分割数が足りないためである。ワイヤの分割数  $l$  を大きくし、プログラムの桁落ちを防ぐ処理をして長時間計算することで、Q 値は大きくなり、ピークのスペクトル密度も大きくなると考えられる。

## 4 実験の方法、結果、考察

測定の最終的な目標は真空でのワイヤの熱雑音スペクトルを得ることである。そのために、まずはワイヤの変位と PD の電圧変化の対応を測定する。次に、真空でワイヤを弾いた時の減衰を測り、Q 値を得る。その後、真空でスペクトルを測定する。

### 4.1 シャドーセンシング

ワイヤの変位と PD の電圧変化を結びつけるために、はじめはワイヤをレーザーに当たらない位置に置き、ワイヤ固定装置の下移動装置に付いているマイクロメータを少しずつ回すことで、ワイヤの位置を少しずつ変え、ワイヤがレーザーを隠す範囲による PD の電圧変化を測定した。結果は、下図 6 になった。この測定で、ワイヤは真空槽に入れ、圧力は大気圧だった。実験室の光の影響で PD の値がずれることを防ぐために、測定時には真空槽の扉を閉じた。ワイヤの位置の調節は台座の下部の移動装置についてのマイクロメータを動かすことでレーザーと垂直方向に移動させた。また、ワイヤがレーザーに全く当たっていない時の電圧を 0 とし、ワイヤを移動させてレーザーの一部を隠したときの電圧の減りをプロットした。

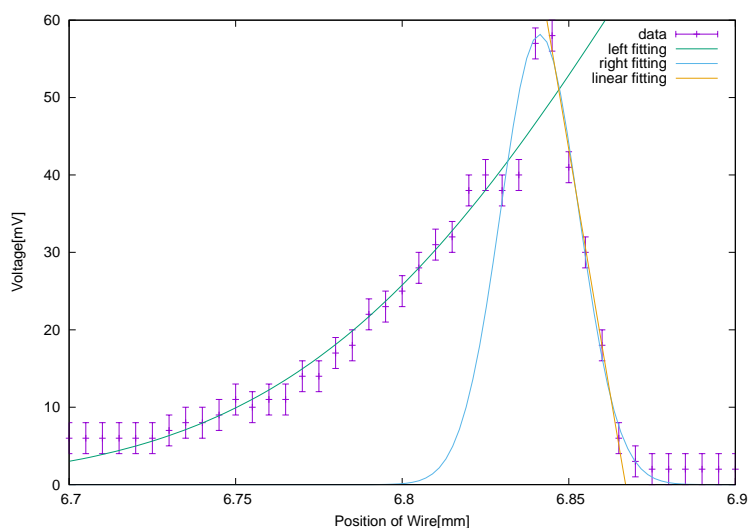


図 6 シャドーセンシングでのワイヤ位置と電圧の関係

ワイヤがレーザーの左側を隠す時と右側を隠す時で電圧の変化が異なるため、左右それぞれでガウシアンフィッティングした。ワイヤがレーザーの左右を隠す時に電圧の変化が異なる原因は、レーザーがワイヤに当たるまでに鏡で複数回反射させたためにレーザーの幅が左右異なることおよび、マイクロメータの不具合で図の左側の測定時にマイクロメータの目盛りが空回りしていた可能性が考えられる。

スペクトル測定の実験では図の右側を用い、ワイヤが線形レンジで振動するようにマイクロメータで位置を合わせた。右側を線形フィッティングすると、傾きの絶対値は  $(2.5 \pm 0.1) \times \text{V/mm}$  である。以上から、スペクトル測定時の、ワイヤの変位と PD の電圧変化の変換則が得られた。

## 4.2 Q 値の測定

真空槽を油回転ポンプとターボ分子ポンプで減圧し、圧力が平衡に達した状態で測定した。この時圧力は  $1.0 \times 10^{-5} \text{Pa}$  だった。 piezoアクチュエータ (THORLABS 製 AE0505D16F、最大変位  $17.4 \mu\text{m}$ ) にファンクションジェネレータと増幅器で  $55\text{V}$  のオフセットと  $\pm 45\text{V}$ ,  $350\text{Hz}$  の正弦波からなる電圧を加え、ワイヤに先端のみ接触させた。その後、ピコモータ (ニューポート製) を用いて piezoアクチュエータをワイヤから離し、ワイヤを振動させた。この振動による PD の電圧変化をデータロガーで測定すると、下図 7 となった。図 7 でこぶ状になっている部分は、ワイヤの振動には 2 方向の自由度があり、非常に近い周波数で振動しているためにうなりが発生したことによるものである。

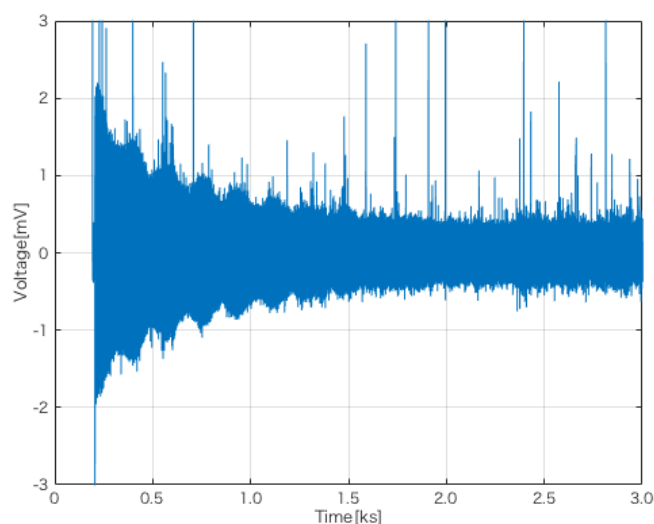


図 7 ワイヤの振動減衰の全体図

図 7 は包絡線になっており、一部を拡大すると下図 8 となっている。拡大図には  $1.00 \times 10^3 \text{s}$  の間に 35 個の振幅の山があることから、ワイヤの振動の周波数  $f_0$  は以下である。

$$f_0 = 350 \pm 5\text{Hz}. \quad (4.1)$$

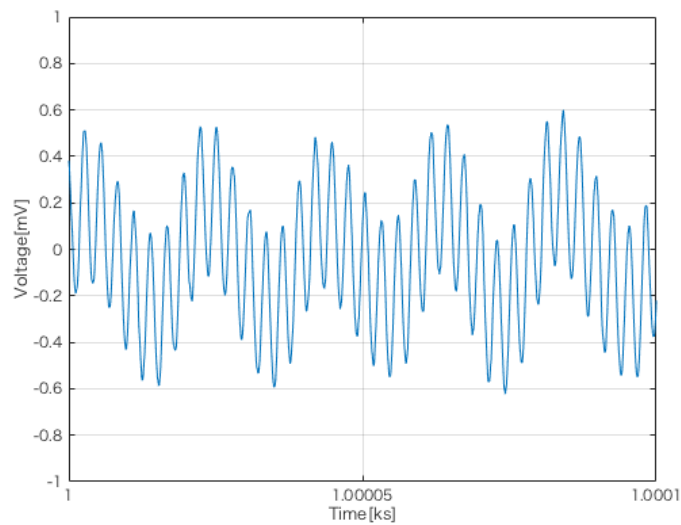


図8 ワイヤの振動減衰の拡大図

図7の包絡線の減衰から、Q値を求める。ワイヤを振動させる前の電圧の値から、バックグラウンドのノイズの大きさは  $0.3 \pm 0.1 \text{mV}$  である。これを包絡線の山の大きさから引いてプロットすると、下図9になる。

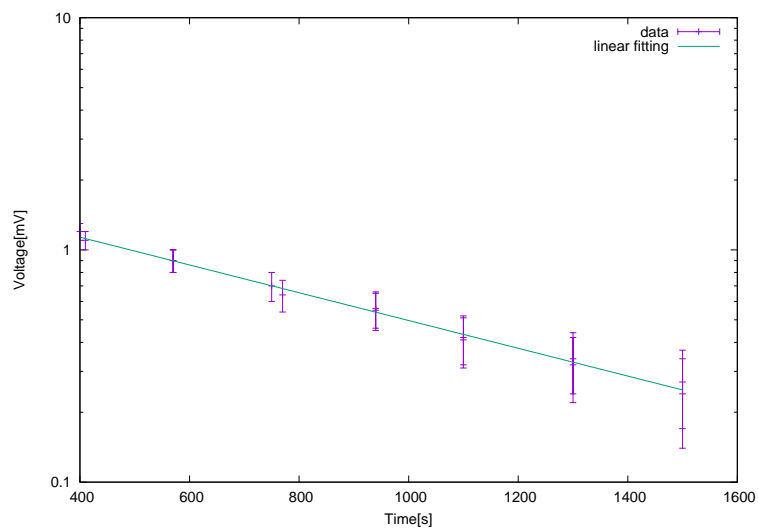


図9 Q値のための包絡線のフィッティング

常用対数をとった状態での線形フィッティングの傾き  $a$  は以下である。

$$a = -(5.9 \pm 0.1) \times 10^{-4} \text{s}^{-1}. \quad (4.2)$$

$a$  と上で求めた共振周波数  $f_0$  から Q 値は以下のように求まる。

$$Q = \pi f_0 \frac{1}{a \ln 10} = (8.1 \pm 0.2) \times 10^5. \quad (4.3)$$

### 4.3 スペクトルの測定

ワイヤを線形レンジに置き、真空に引いた状態で、PDの電圧変化をデータロガーで記録することで、熱振動を測定した。真空槽内の気圧は  $2.1 \times 10^{-4}$  Pa、サンプリング周波数は 10kHz、カットオフ周波数は 400Hz とした。夜間に測定したデータの 1 時間分 (下図 10) を用い、スペクトルを求めるためにフーリエ変換した。得られたスペクトルの全体図は図 11 のようになった。ただし、PD の電圧変化で得られた電圧の変化をワイヤの変位に変換するために、前節のシャドーセンシングの結果を用いた。

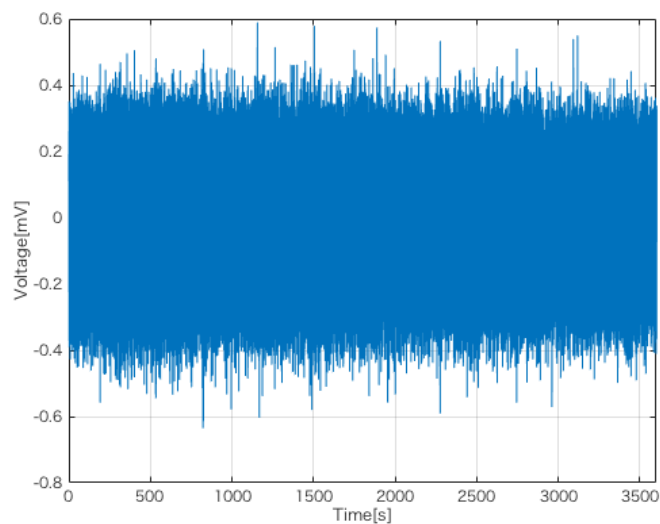


図 10 夜間に測定したフーリエ変換前のデータ

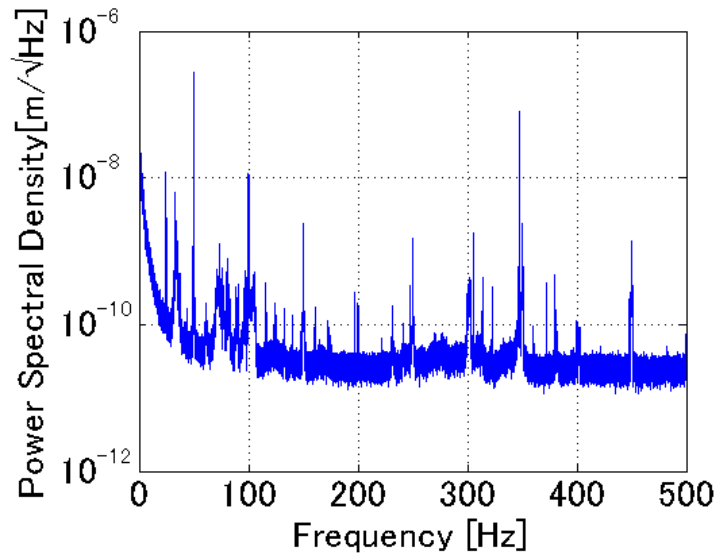


図 11 スペクトルの全体図

この中で、バイオリンモードの共振周波数は 347.1Hz であり、その付近のみを拡大し、熱雑音の理論線であるローレンツ型のスペクトルでフィッティングすると、図 12 となった。ここで、近くにある 350Hz のピークは電源によるものである。

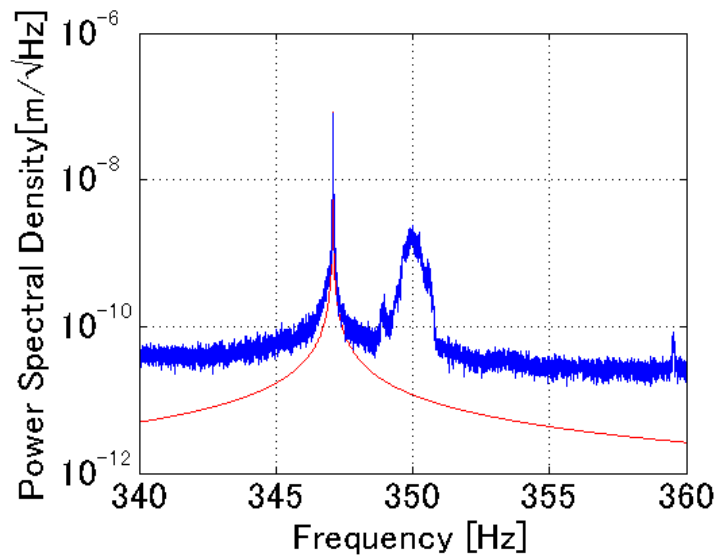


図 12 スペクトルのローレンツ型でのフィッティング

これから、今回の測定で得られたスペクトルはローレンツ型ではなく、熱雑音以外による共振の影響が大きいと考えられる。このスペクトルが熱振動以外によるものと考えられるもう 1 つの理由として、数値計算との比較がある。有限要素法による数値計算では、ピークの桁は  $10^{-12} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  だったが、今回の測定結果でのピークの桁は  $10^{-7} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であり数値計算に比べて CSL の影響でも説明できないほど大きいため、これは熱

振動以外の共振による影響の方が大きいと考えられる。

共振周波数 347.1Hz と、ピークの半値全幅  $\Gamma = (7.0 \pm 0.5) \times 10^{-3}$ Hz から、Q 値は以下のように求められる。

$$Q = \pi f_0 \frac{1}{\Gamma \ln 2} = (2.2 \pm 0.1) \times 10^5. \quad (4.4)$$

これが前節の減衰から測った Q 値より小さいことから、測定中に共振周波数のずれがあることがわかる。

また、数値計算での共振周波数より今回の測定での共振周波数の方が小さい。これは、ワイヤの張力は大気圧でワイヤを固定するときに吊るしたおもりの質量から決めたが、真空では T 字クランプが緩むため測定時は張力が小さくなっている可能性、および、有限要素法でのワイヤの分割数  $l$  が小さいために結果がずれた可能性が考えられる。



## 5 今後の実験の改良

今回の実験では、ワイヤの熱振動スペクトルを理論値と比較して CSL の影響を見積もることが目標だったが、ワイヤの地面振動をはじめとしてノイズの影響が大きく、熱振動スペクトルを分離することができなかった。この実験にはまだ改良できる部分が多く、今後の改良次第では熱振動スペクトルからノイズを除いて、CSL の影響を見積れると考えられる。改良すべき点として、以下が挙げられる。

- 防振

今回の実験での一番大きなノイズは地面振動によるものと考えられる。これを減らすには、ワイヤとその固定装置を防振する必要がある。方法としては、真空槽の光学盤の上に振り子による受動防振装置を作り、その上にワイヤとその固定装置をはじめとした実験装置を置くことが考えられる。この時、受動防振装置の振り子の共振周波数と、測定するワイヤのバイオリンモードの周波数が十分離れるように振り子の長さを調整することで、地面振動の影響を減らせると考えられる。

- 真空槽内の温度安定

今回の実験では長時間の測定の際図 13 のように共振周波数が時間によって変化したため、長時間の測定でも鋭いピークが得られなかった。これは、実験室内の空調が一定時間ごとに温度を変化させることに伴ってタングステンワイヤの張力が変化したことが原因と考えられる。真空槽内の温度を測り、はじめに設定した温度より低くなった時に発熱して温度を上昇させるような回路を作り、真空槽内に設置することで、上記の温度による共振周波数の変化を軽減できると考えられる。

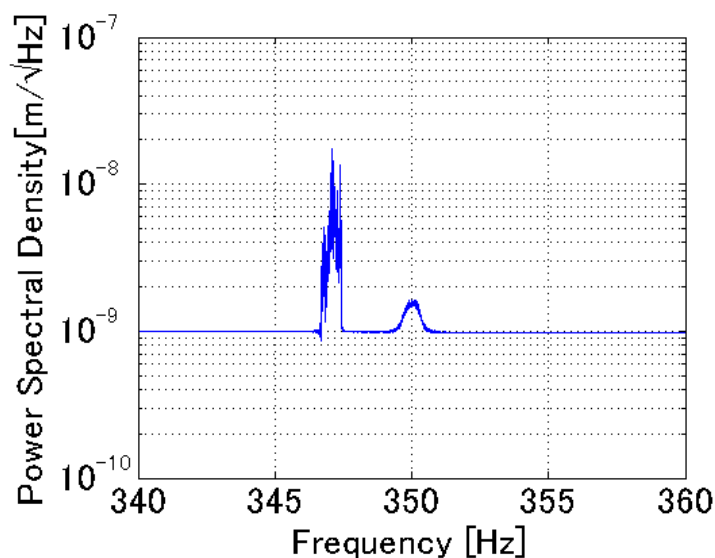


図 13 長時間測定時のスペクトル

- レーザーの強度安定

レーザーをワイヤに当てずに強度を PD で測定した時にも、レーザー強度は時間によって変化した。レーザーの強度を測定して負のフィードバックをかけて調整するような回路を作ることで、レーザー強度の変化による影響を減らせると考えられる。

- より細いワイヤ

今回の実験では  $10\mu\text{m}$  のワイヤを用いたが、より細い  $3\mu\text{m}$  のワイヤを用いることで、Q 値が上昇し、熱雑音の影響を見やすくなると考えられる。 $3\mu\text{m}$  のワイヤの変位をレーザーのシャドーセンシングで測定するには、レーザーのウェスト位置での半値全幅を  $10\mu\text{m}$  ほどに狭める必要がある。これは、今回の実験で用いた凸レンズより焦点距離が短い凸レンズを用いるか、レーザーを光学盤の上で反射させて距離を稼いでから凸レンズに入射させる、もしくは付録で説明するように凹レンズと凸レンズを組み合わせることで実現できる。

## 6 謝辞

実験に必要な装置を購入していただいた安東正樹准教授、実験のテーマや関連する論文を色々と提案していただいた道村唯太助教、実験を提案し、何もわかっていない状態から実験に必要な装置の使い方や解析方法など教えてくださった博士課程の小森健太郎さん、実験室を自由に使っていただき、装置の使い方などを教えていただいた安東研究室のみなさま、実験や疑問点の議論など、様々な場面で尽力してくれた共同実験者の及川瑞稀君など、多くの方々に大変お世話になりました。ありがとうございました。

## 付録 A レーザーのウェスト位置および幅の計算

直径  $10\mu\text{m}$  のタングステンワイヤの変位をシャドーセンシングで測るには、ワイヤに当たる位置でのレーザーの幅を  $30\mu\text{m}$  ほどに絞る必要がある。今回用いた焦点距離  $25.4\text{mm}$  の凸レンズで原理からも上記のように絞れることを説明する。レーザーの幅は 2 方向測ったが、どちらもほとんど違いがないため、以下では 1 方向についてのみ議論する。

ガウシアン型のレーザーは図 14 のように、光軸方向の位置を  $z$  として、レーザーの幅  $w(z)$  と曲率半径  $R(z)$  および波長  $\lambda$  で特徴付けられる。

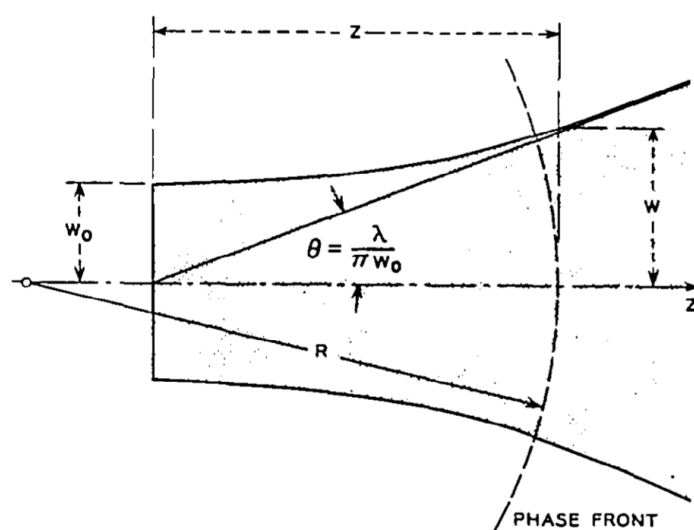


図 14 ガウシアンビームの経路 ([6] から引用)

各点での  $w(z)$ 、 $R(z)$  は光軸上での距離  $z$ 、波長  $\lambda$ 、およびウェスト径  $w_0$  から、以下の式で計算できる。

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right], \quad (\text{A.1})$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.2})$$

これらを用いて、今回の実験でのレーザーの時間発展を調べる。異なる距離でレーザーの半値全幅を測り、上の式を用いてフィッティングすることで  $w(z)$  と  $R(z)$  を求めると、下図 15 と下図 16 となった。ただし、レーザー口を  $z=0$  としている。

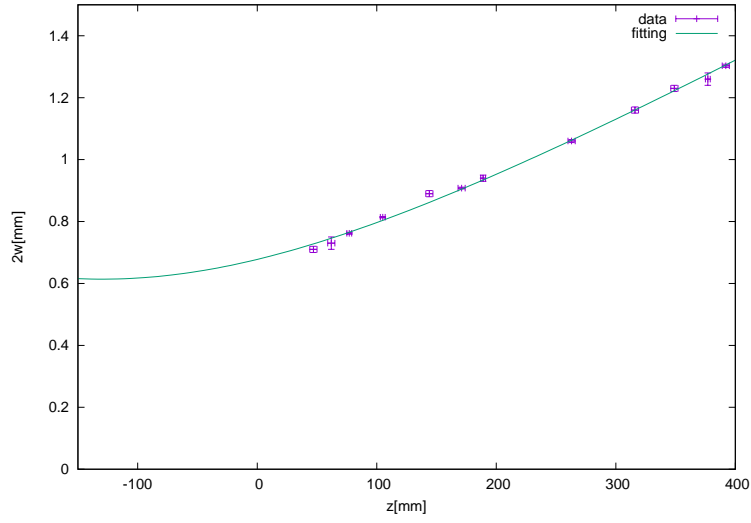


図 15 各距離でのレーザーの半値全幅

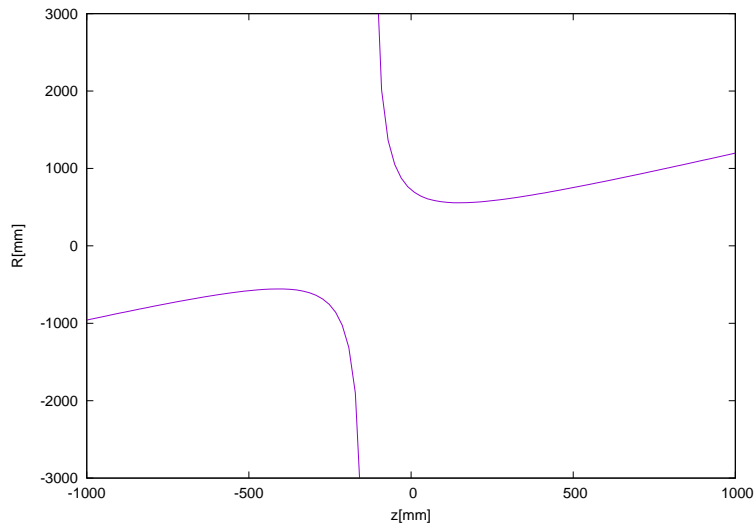


図 16 各距離でのレーザーの曲率半径

フィッティングから、ウェスト径  $w_0$  およびウェスト位置  $z_0$  は以下である。

$$w_0 = 0.307 \pm 0.004 \text{ mm}, \quad (\text{A.3})$$

$$z_0 = -130 \pm 3 \text{ mm}. \quad (\text{A.4})$$

以上の計算を元に、凸レンズを挟んだ場合のウェスト位置とウェスト径を求める。レンズがない時の曲率半径  $R_1$  に、焦点距離  $f$  のレンズを挟むと、以下の式から新しい曲率半径  $R_2$  が得られる。

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f}. \quad (\text{A.5})$$

これらを用いると、 $f = 0, 25, 50, 75, 100$  のそれぞれのレンズを距離  $z$  挟んだ時のウェスト径と、新しいウェスト位置から見たレンズの位置はそれぞれ図 17 と図 18 になる。

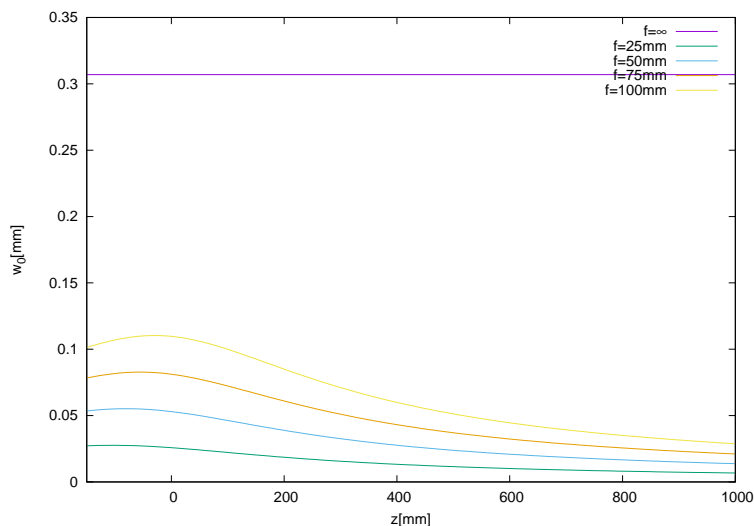


図 17 凸レンズを挟んだ時のウェスト径

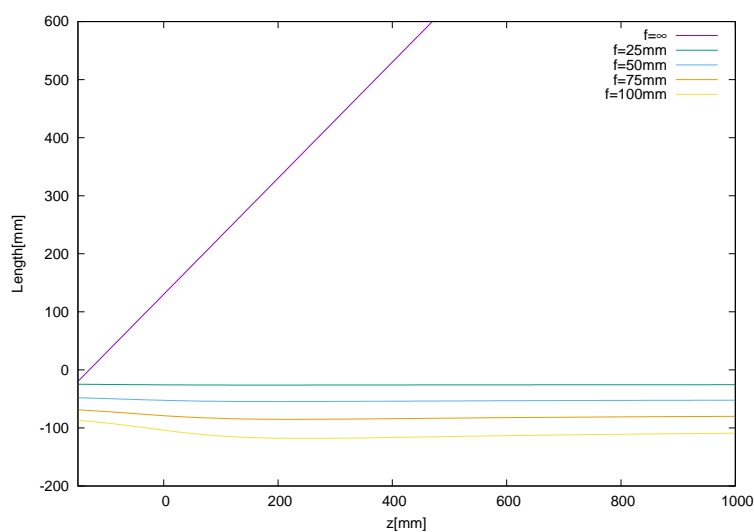


図 18 凸レンズを挟んだ時の新しいウェスト位置から見たレンズの位置

よって、この中では  $f = 25\text{mm}$  がもっともウェスト径が小さくなり、レンズとウェスト位置の距離も 20mm 程度あるため、今回の実験でもっとも適していることがわかった。また、今回の実験でレンズを置く位置の  $z = 1000\text{mm}$  付近ではウェスト径は 10mm 近くまで絞ることができ、これの 2 倍の半値全幅も 20mm 程度であるため、シャドーセンシングをする上で十分に絞れている。

今回は  $10\mu\text{m}$  ワイヤを使ったため、凸レンズのみで絞れば十分だったが、さらにウェスト径を小さくしたい場合には、凹レンズと凸レンズを組み合わせることも考えられる。図 19 は  $f = 50\text{mm}$  の凹レンズを距離  $z_1$

に、 $f = 25\text{mm}$  の凸レンズを距離  $z_2$  に置いた場合のウェスト径、図 20 は同様の場合に、ウェスト位置から見た凸レンズの位置である。これらから、凹レンズと凸レンズを組み合わせればウェスト径を  $5\mu\text{m}$  まで絞れることがわかる。

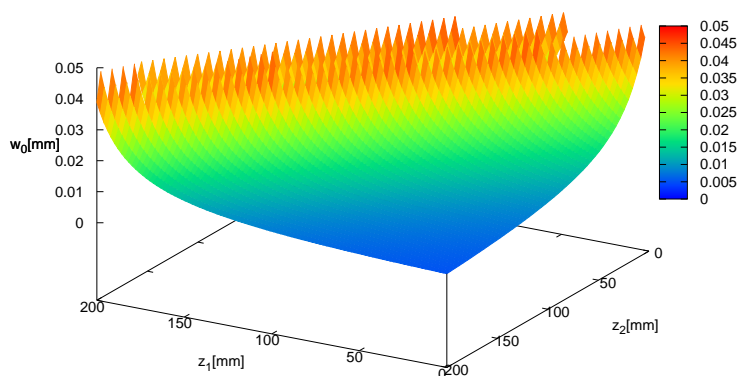


図 19 凹レンズと凸レンズを挟んだ時のウェスト径

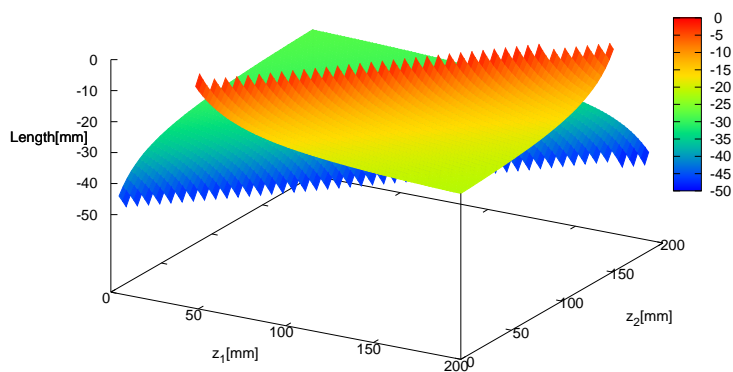


図 20 凹レンズと凸レンズを挟んだ時の新しいウェスト位置から見た凸レンズの位置

## 参考文献

- [1] A. Bassi , *et al.*, “Models of wave-function collapse, underlying theories, and experimental tests,”  
Rev. Mod. Phys. 85, 2 (2013)

- [2] B. Helou, *et al.*, “LISA pathfinder appreciably constrains collapse models,” *Phys. Rev. D* 95, 084054 (2017)
- [3] A. Vinante, *et al.*, “Improved Noninterferometric Test of Collapse Models Using Ultracold Cantilevers,” *Phys. Rev. Lett.* 119, 110401 (2017)
- [4] 米田靖史 2017 年度夏学期特別実験レポート 『ねじれ振り子を用いた CSL 模型の検証』
- [5] G. I. Gonzalez and P. R. Saulson, “Brownian motion of a mass suspended by an anelastic wire,” *J. Acoust. Soc. Am.* 96, 1 (1994)
- [6] H. Kogelnik and T. Li, “Laser Beams and Resonators,” *Applied Optics* 5, 10 (1966)