

特別実験レポート  
TOBAによる地震アラートの実現可能性

東京大学理学部物理学科4年  
05151514 上野智久

平成28年9月4日

## 目次

|     |                                |    |
|-----|--------------------------------|----|
| 1   | 諸注意                            | 3  |
| 2   | 目的                             | 3  |
| 3   | 原理                             | 3  |
| 3.1 | ねじれ型重力波検出器 TOBA                | 3  |
| 3.2 | matched filter                 | 4  |
| 3.3 | $\chi^2$ 検定                    | 4  |
| 4   | 方法                             | 5  |
| 4.1 | 解析環境                           | 5  |
| 4.2 | 用いるデータについて                     | 5  |
| 4.3 | テンプレートについて                     | 5  |
| 4.4 | 積分する周波数範囲                      | 6  |
| 4.5 | $\rho^2$ の閾値について               | 6  |
| 5   | 結果                             | 6  |
| 5.1 | TOBA データの二乗パワースペクトル            | 6  |
| 5.2 | 地震テンプレートの二乗パワースペクトル            | 9  |
| 5.3 | matched filter 出力 ( $\rho^2$ ) | 11 |
| 5.4 | $\rho^2$ の閾値                   | 13 |
| 5.5 | 地震波の検出                         | 13 |
| 5.6 | インジェクションテスト                    | 13 |
| 6   | 考察                             | 14 |
| 6.1 | 検出可能距離について                     | 14 |
| 6.2 | 実用化に必要な感度                      | 15 |
| 7   | 結論                             | 15 |
| 8   | おわりに                           | 15 |

## 1 諸注意

このレポートにおいて、時刻は全て日本時間 (JST) を用いる。また、`***.m` の形式のファイルは MATLAB スクリプトファイルである。`***.mat` の形式のファイルは MATLAB の変数を保存するファイルである。また、数値が  $x,y,z,w$  である、と表現する場合はセグメントのサンプル数を 4096,8192,16384,32768 に変化させたときの数値がそれぞれ  $x,y,z,w$  である、という意味である。

## 2 目的

TOBA のデータ中に、東日本大震災による重力偏差を有意に検知できるかを解析する。また、インジェクションテストにより、重力偏差による地震アラートを実用化するには後どの程度の精度の向上が必要かを検討する。

## 3 原理

### 3.1 ねじれ型重力波検出器 TOBA

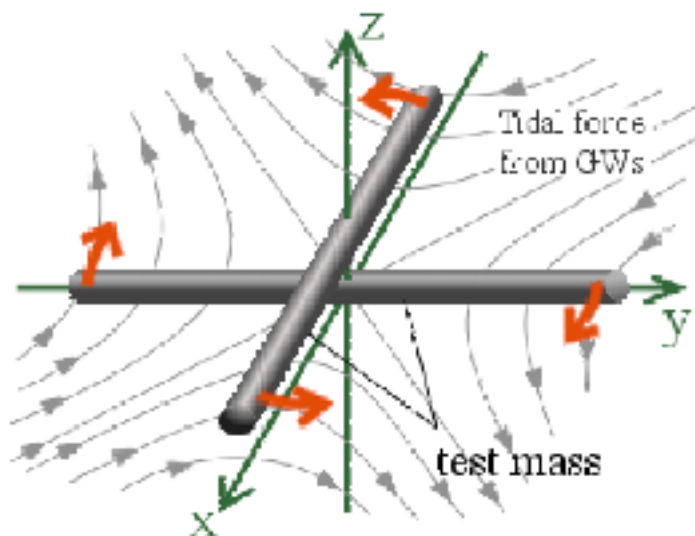


図 1: 二本棒 TOBA の例 ([2] より引用)

TOBA はテストマスを回転の自由度を残して吊るし、その重力波による回転を測定する重力波検出器である。棒が一本と二本のものが存在するが、今回は一本棒タイプを使用する。重力偏差は 2 階のテンソルで表され、 $[s^{-2}]$  の

次元をもつ。それに対する TOBA の応答はそれを時間二回積分して strain テンソルに直したうえで次式によって射影することで求められる。[5] の (29) 式によると、一本棒 TOBA の場合は

$$h = \mathbf{e}_1^T \cdot h_0 \cdot \mathbf{e}_1^r \quad (1)$$

で与えられる。h はスカラーの strain、 $h_0$  はテンソルの strain、 $\mathbf{e}_1$  はテストマスに平行な単位ベクトル、T は転置、r は棒を吊るした上部から見て反時計回りに 90 度だけベクトルを回転させる操作である。

### 3.2 matched filter

[4] による。マッチドフィルターの出力を

$$z(t_0) = 4 \int_0^\infty \frac{\tilde{s}(f)[\tilde{h}_{template}^*(f)]_0}{S_n(f)} e^{2\pi i f t_0} df \quad (2)$$

で定義する。ただし  $S_n(f)$  はセグメント n のノイズのパワースペクトルであり、データのパワースペクトルの前後 5 セグメントの median-mean-average で求める。s(t) と h(t) はそれぞれ TOBA の出力と地震波による strain のテンプレートである。ここで、x(t) のフーリエ変換を

$$\tilde{x}(f) = \int_{-\infty}^\infty x(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (3)$$

とする。<sup>1</sup> 出力  $z(t_0)$  を用いて、SNR の二乗  $\rho^2$  は次のように定義される。

$$\rho^2(t) = \frac{|z(t)|^2}{\sigma^2} \quad (4)$$

但し、

$$\sigma^2 = 4 \int_0^\infty \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_n(f)} df \quad (5)$$

はノイズに対するテンプレートの大きさの規格化因子である。SNR の二乗  $\rho^2$  がある閾値を超えたときに信号があったとみなす。閾値の定め方は (4.5) 節で議論する。

### 3.3 $\chi^2$ 検定

連星からの重力波を検出するための方法 FINDCHIRP では入力データに  $\chi^2$  検定を行い、データが地面振動等の非定常ノイズの影響で白色ノイズとテンプレートの両方からかけ離れている場合にそれを棄却することで SNR が

<sup>1</sup>ただし、数値計算上では離散フーリエ変換であり積分は和で置き換えられ、周期境界条件の要請によりハニング窓をかけられてから和をとられる。

突発的に大きくなる事象を却下し、感度を向上させていた。 $\chi^2$  検定においては、まず (5) 式の積分範囲を積分値が等しくなるように  $p$  等分 ( $p$  は自然数) する処理が行われる。[4] しかし地震波のテンプレートは低周波成分を多く含む (地震のタイムスケールは数十秒である) ため、この分割を適切に行うことができない。そのため、今回の解析では  $\chi^2$  検定を行わない。

## 4 方法

### 4.1 解析環境

C++でプログラムを書いて解析した。OSはWindows10(64bit・Build 10586)、CPUはIntel(R) Celeron(R) CPU N2830 (2.16GHz)、メモリ 8GB、プログラムの開発環境は Visual C++ 2008 Express Edition を用いた。FFTにはFFTWライブラリを用いた。

### 4.2 用いるデータについて

京都のTOBAに一本棒を南北にセットし、2011/03/11 10:44:28.48から約6時間10分の間、サンプリングレート500Hzで記録され、その生データがDAT0027.WVFに保存された。この生データはdlana110311.mによってCH1のみが抜き出されてキャリブレーションされ、その後セグメント毎にハニング窓を掛けられてフーリエ変換される。セグメントは前後のセグメントと半分ずつのオーバーラップを持つように切り出される。ここでは、1セグメント当たりのサンプル数を4096,8192,16384,32768に変化させて解析を行い、セグメント毎のスペクトルがそれぞれspeg12.mat,speg13.mat,speg14.mat,speg15.matに書き出された。(数字が2のべき乗に対応する)ここまでの処理を安東先生に行っていただき、これを利用して解析を行った。まずspeg\*\*.matのスペクトルをMATLABのdlmwrite関数でテキスト(.txt)ファイルに書き出し、それをC++プログラムで独自のフォーマットのバイナリ(.dat)形式に変換し、制作したmatched filterのプログラムで読み込めるようにした。

### 4.3 テンプレートについて

東日本大震災が発生してからP波が観測地である京都に到達するまでに101秒かかる。P波到達後のデータは地面振動によって解析に使うことができないうえ、P波到達後の解析では既存の地震速報に劣り、アラートとして意味をなさないのでテンプレートの長さはそれよりも短くなければならない。地震テンプレートは、地震研の木村君にいただいた偏差テンソルを射影して二階積分し、strainに直したものにハニング窓をかけてフーリエ変換したも

のを用いた。偏差テンソルは基底を  $\{e_x, e_y, e_z\} = \{\text{東, 北, 上}\}$  にとって成分表示してある。式 (1) より、射影後の strain は  $h_{xy}$  を抜き出すことで求められる。<sup>2</sup> また、テンプレートの長さをセグメント長に合わせ、地震発生から 8.192s, 16.384s, 32.768s, 65.536s までのデータを切り出して解析を行った。

#### 4.4 積分する周波数範囲

数値計算上、積分は和に置き換えられる。和を取る周波数の範囲を直流、ナイキスト周波数を除く全範囲とした。一般に、連星重力波の解析においては上下に打ち切り周波数を設けることが多い。[4] しかし、今回はテンプレートに低周波成分を多く含むため、((5.2) 節を参照) このような打ち切りを入れることは不適切である。

#### 4.5 $\rho^2$ の閾値について

全体としての false alarm rate を現在の緊急地震速報の誤報率と同程度の 1 event/1 year に定める。<sup>3</sup> ここで、地震アラートとして機能するためには震源の位置を特定できなければならない、そのためには最低でも近傍三点での観測が必要である。さて、近傍三点で同時に地震を検出した際にアラートを出すとする、全体の false alarm rate を 1 event/year にするために TOBA 一つあたりに許される false alarm rate (全セグメントのうち誤検出の割合、無次元量) は

$$rate = \left( \frac{T_{seg}}{365.24 \times 86400} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

で与えられる。 $T_{seg}$  (単位 s) はセグメント長である。 $rate$  の実際の値は  $6.4 \times 10^{-3}, 8.0 \times 10^{-3}, 1.0 \times 10^{-2}, 1.3 \times 10^{-2}$  である。以上により  $\rho^2$  の閾値を、地震波が含まれないセグメントでの  $\rho^2$  のヒストグラム (横軸  $\rho^2$ 、縦軸分布確率) の上側確率が上記の値になるように定めた。

## 5 結果

### 5.1 TOBA データの二乗パワースペクトル

全セグメントから median-mean-average で計算したパワースペクトルを示す。

<sup>2</sup> $h_{ij}$  は対称テンソルである

<sup>3</sup>連星重力波の検出では false alarm rate を  $\sim 10^{-5}$  event/year と非常に小さくとった。[1] しかし、現実の緊急地震速報に誤報があるように、地震アラートにおいてはそのオーダーの精度は明らかに不必要である。そもそも、どれだけ閾値を高くしても複数の地点で小さい地震が同時に起きると誤検知するためその精度は実現できない。

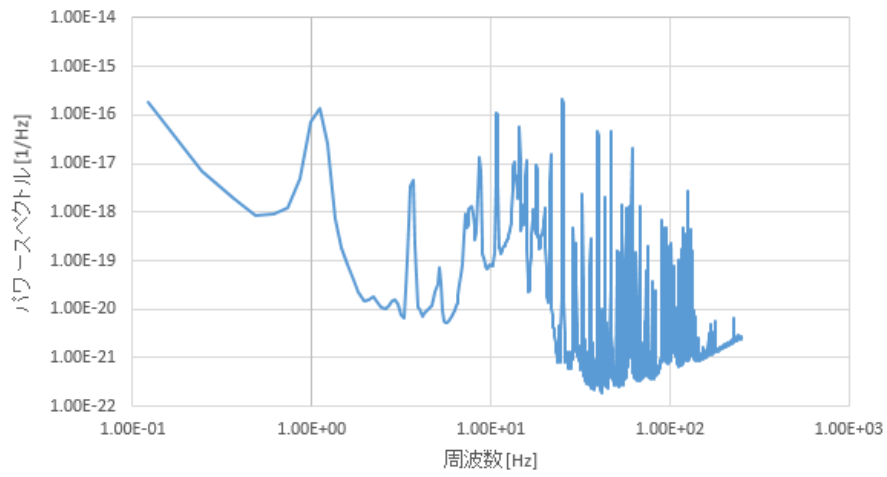


図 2: データの二乗パワースペクトル:セグメント長 8.192s, セグメント数 5430

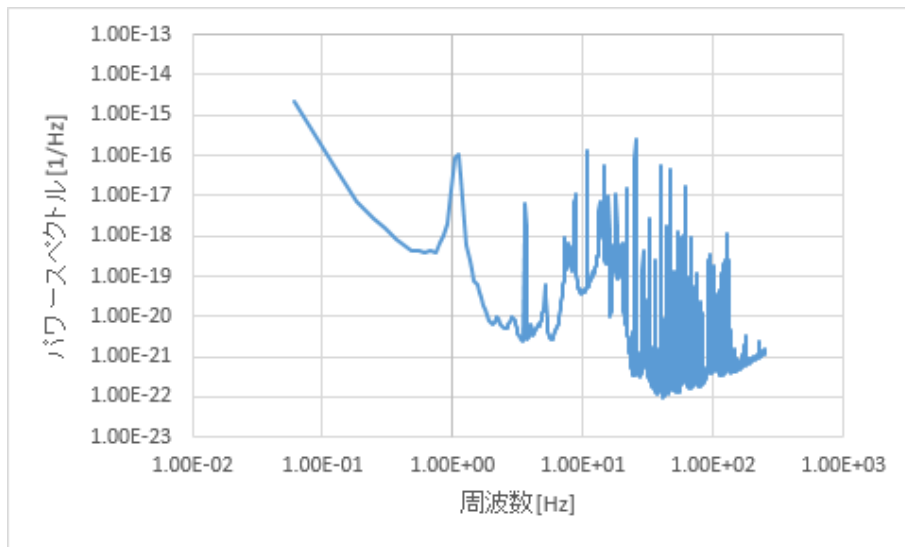


図 3: データの二乗パワースペクトル:セグメント長 16.384s, セグメント数 2714

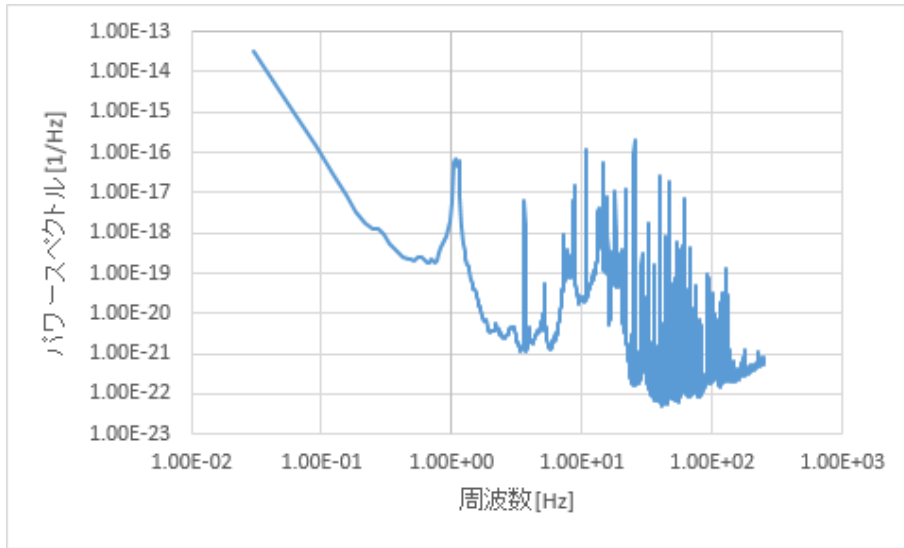


図 4: データの二乗パワースペクトル:セグメント長 32.768s, セグメント数 1356

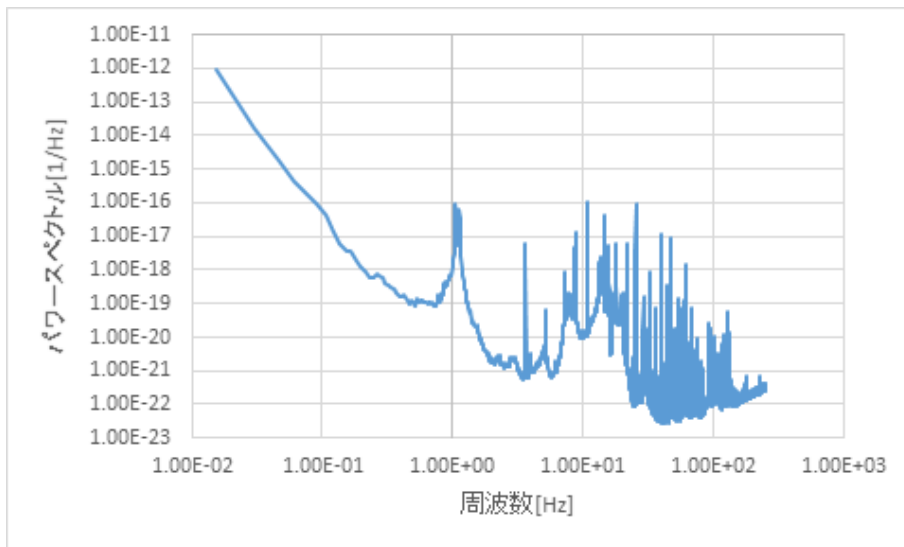


図 5: データの二乗パワースペクトル:セグメント長 65.536s, セグメント数 677



## 5.2 地震テンプレートの二乗パワースペクトル

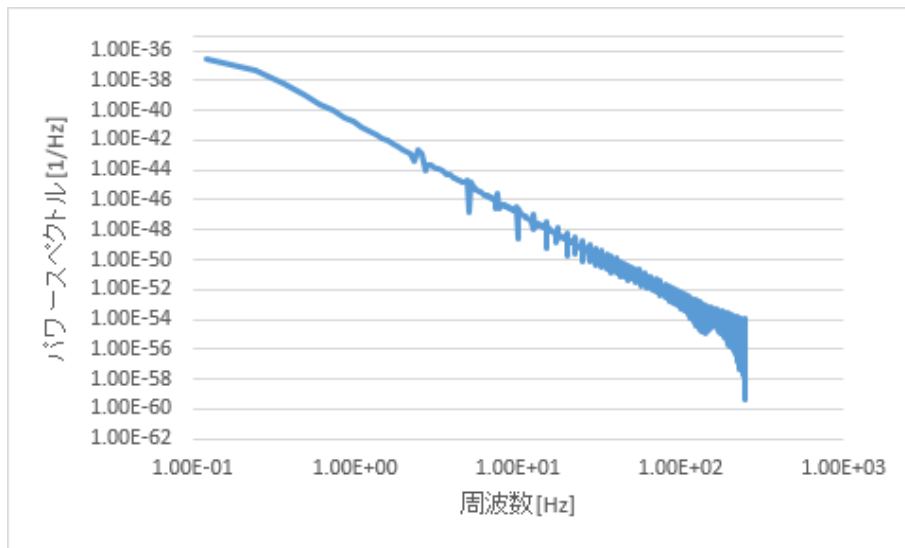


図 6: 地震テンプレートの二乗パワースペクトル:セグメント長 8.192s, セグメント数 5430

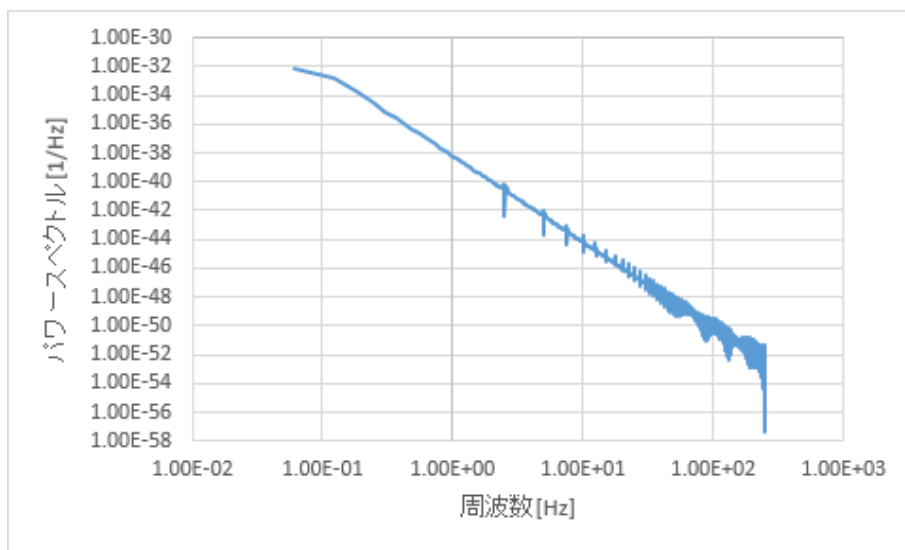


図 7: 地震テンプレートの二乗パワースペクトル:セグメント長 16.384s, セグメント数 2714

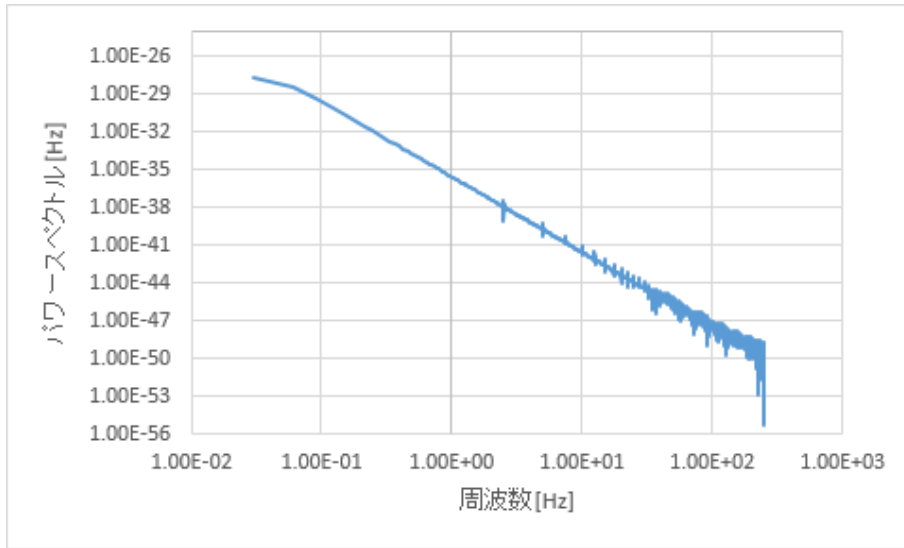


図 8: 地震テンプレートの二乗パワースペクトル:セグメント長 32.768s, セグメント数 1356

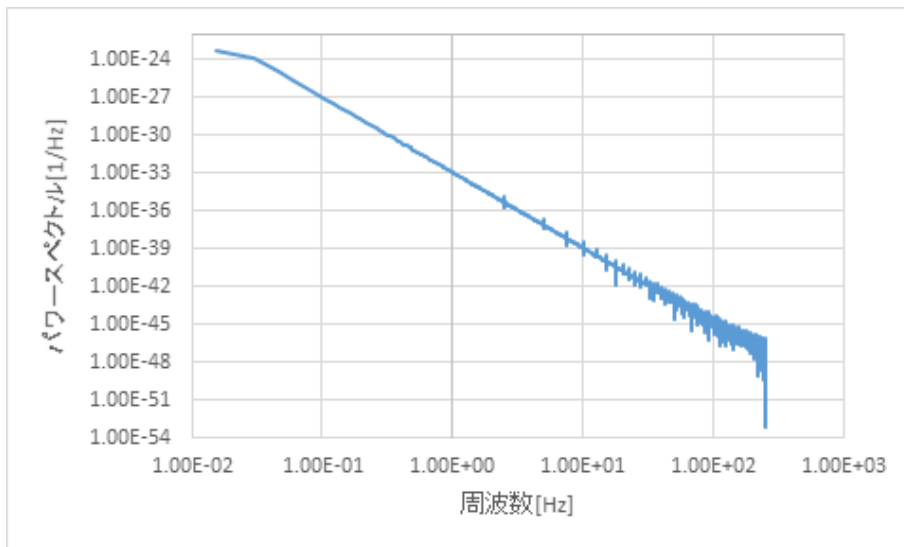


図 9: 地震テンプレートの二乗パワースペクトル:セグメント長 65.536s, セグメント数 677

### 5.3 matched filter 出力 ( $\rho^2$ )

全セグメントに対して  $\rho^2$  の分布を計算した。この値は各々のセグメントの中の全ての時間に対して  $\rho^2$  の最大値をとったものである。<sup>4</sup>

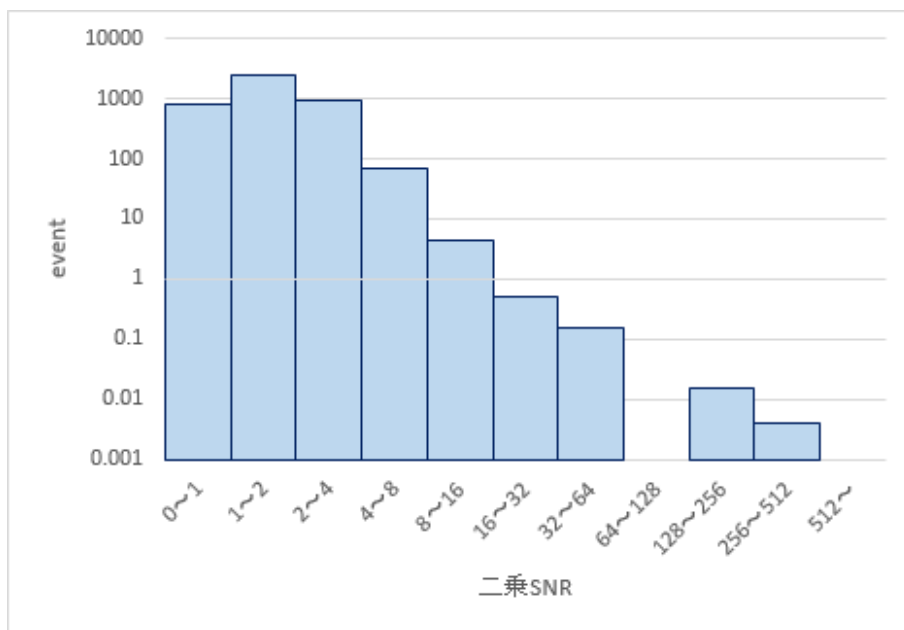


図 10:  $\rho^2$  の分布:セグメント長 8.192s, セグメント数 5430

<sup>4</sup>最大値をとらずに、セグメント毎にランダムな  $t$  を選んで  $\rho^2$  の統計を取った場合は白色ノイズのならば  $\rho^2$  は自由度 2 の  $\chi^2$  分布に従うはずである [4] 今回は最大値をとっているため、以下のヒストグラムは当然のことながら  $\chi^2$  分布には一致しない。

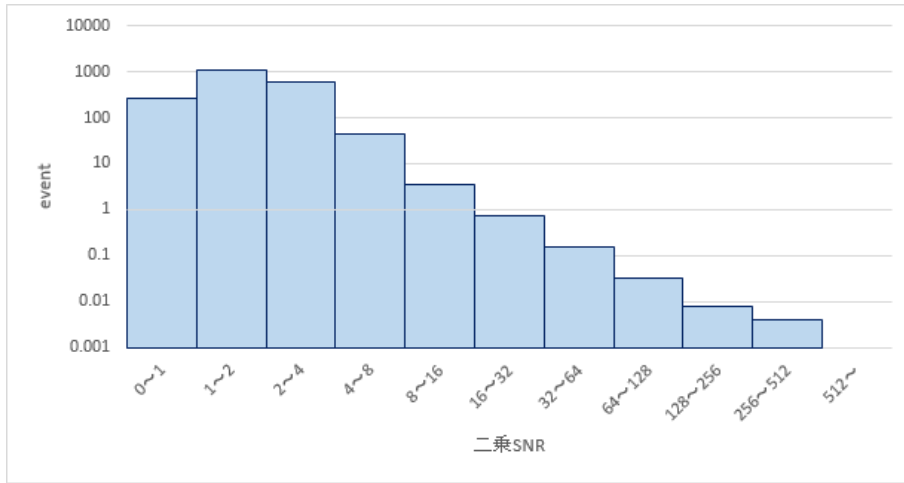


図 11:  $\rho^2$  の分布:セグメント長 16.384s, セグメント数 2714

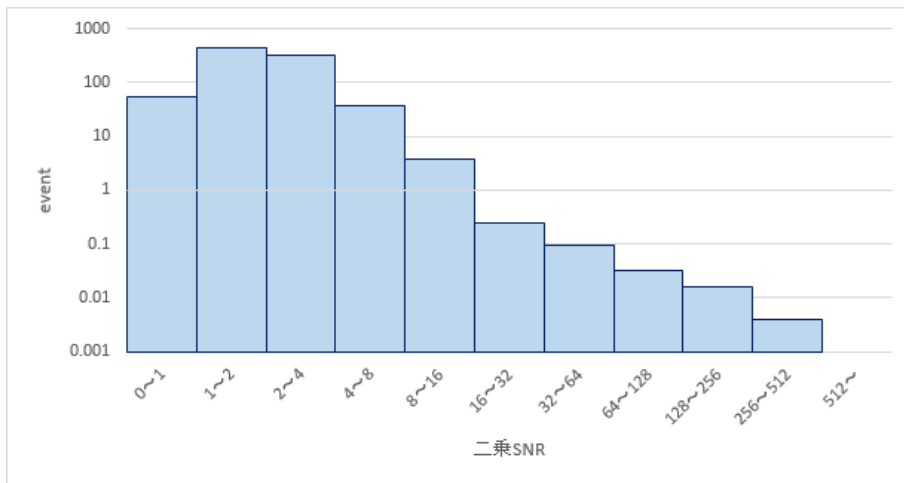


図 12:  $\rho^2$  の分布:セグメント長 32.768s, セグメント数 1356

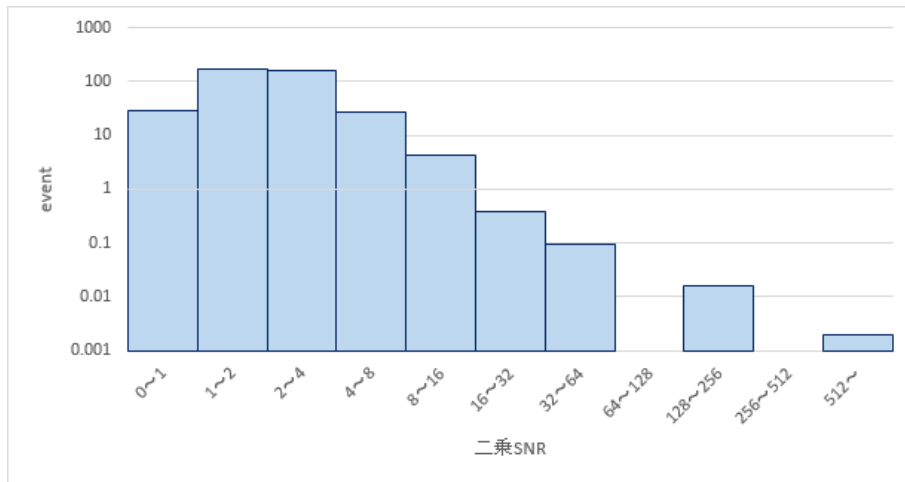


図 13:  $\rho^2$  の分布:セグメント長 65.536s, セグメント数 677

#### 5.4 $\rho^2$ の閾値

(5.3) 節のヒストグラム (log-log スケール) の  $4 \leq \rho^2$  の部分を直線でフィッティングし、(4.5) 節で述べた *rate* を上側確率とするような  $\rho^2$  を閾値  $\rho_{th}^2$  とした。  $\rho_{th}^2 = 2.7 \times 10^2, 2.0 \times 10^2, 2.7 \times 10^2, 4.8 \times 10^2$  と求まった。

#### 5.5 地震波の検出

地震波を主に含むセグメント (地震発生時刻を含むセグメントのうち、最も後のもの) はそれぞれ 3542, 1771, 885, 442 番目である。<sup>5</sup> 該当セグメントにおける  $\rho^2$  の値は 1.4, 2.1, 3.4, 1.7 でありいずれも  $\rho_{th}^2$  を下回った。なお、今の実験では TOBA は一つであり、 $\rho_{th}^2$  の値は三点で観測する際の値であったが、一つで検出する場合は false alarm rate を 1 event/yaer にするための  $\rho_{th}^2$  の値は大きくなるので、結果は変わらない。

#### 5.6 インジェクションテスト

(5.5) 節で述べたセグメントに拡大したテンプレート波形を足し合わせることで埋め込み、 $\rho_{th}^2$  で検出できる倍率を数値的に求めた。また、信号は距離の 5 乗で減衰することから拡大倍率を  $a$  とすると検出可能距離  $d$  は

$$d = \frac{700km}{(a+1)^{\frac{1}{5}}} \quad (7)$$

<sup>5</sup>初めのセグメントを 0 番目と数える

で与えられる。700km は震源と検出地の距離である。

表 1: 有意に検出可能な倍率と検出可能距離

| 積分時間 [s] | $\rho_{th}^2$     | 倍率                   | 検出可能距離 [km] |
|----------|-------------------|----------------------|-------------|
| 8.192    | $2.7 \times 10^2$ | $4.4 \times 10^{13}$ | 1.3         |
| 16.384   | $2.0 \times 10^2$ | $1.3 \times 10^{12}$ | 2.6         |
| 32.768   | $2.7 \times 10^2$ | $3.8 \times 10^{10}$ | 5.3         |
| 65.536   | $4.8 \times 10^2$ | $4.4 \times 10^8$    | 13          |

なお、この議論を実際のアラートに適用するためにはいささか問題がある。節 (6.1) を参照のこと。

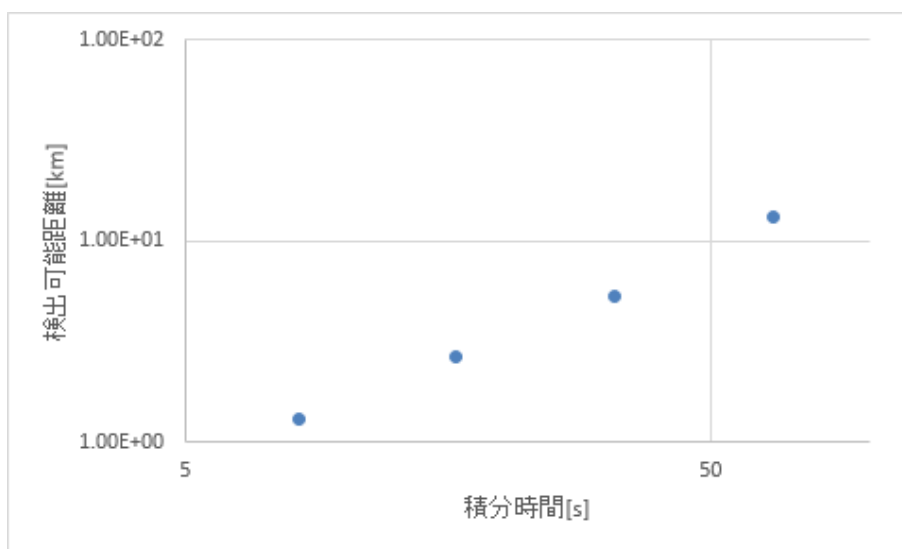


図 14: 積分時間と検出可能距離の関係

## 6 考察

### 6.1 検出可能距離について

節 (5.6) では積分時間と検出可能距離の理論的な関係を述べた。しかし、現実問題として地震波の時間積分は P 波<sup>6</sup> が到達するまでしか行えない。図 (14) より、全ての項目に対して積分を終える前に P 波が到達しているため、任意の距離で P 波到達直前まで積分を行ったとしても、地震を検知することはできないことになる。

<sup>6</sup>速度 7km/s

## 6.2 実用化に必要な感度

[5] に述べられたように、検出器を一辺が 350km の三角格子上に置くことを考える。このとき、任意の震源に対し明らかに 3 点の検出器が 350km 以内に存在する。<sup>7</sup> 検出の一例として、これらの検出器のうちの一つが震源から 250km の距離にあり、積分時間を 32.768s に取ることを考える。実用化の際には  $\chi^2$  検定に代わる非定常ノイズの棄却の方法が確立されており、 $\rho_{th}^2$  が 50 まで下げられていると仮定する。<sup>8</sup> この時のインジェクション倍率は  $6.8 \times 10^9$  であった。インジェクションしたのは震源から 700km における信号の大きさであり、250km の地点においては  $4.0 \times 10^7$  倍の波形を入れることに相当する。積分に主に効いているのは 0.01Hz~0.1Hz 帯であるから、この範囲において TOBA の感度が 2011 年当時と比べて  $4.0 \times 10^7$  倍良くなる、つまり感度が  $10^{-15} \text{Hz}^{\frac{1}{2}}$  のオーダーになればこの地震アラートが実用に耐えることが分かる。

## 7 結論

2011 年の性能の TOBA では京都において東日本大震災の重力偏差をとらえることはできなかった。地震アラートとして TOBA を利用するためには 0.01Hz~0.1Hz 帯においての  $10^{-15} \text{Hz}^{\frac{1}{2}}$  の感度と  $\chi^2$  検定に代わるノイズ棄却の手段が必要である。

## 8 おわりに

度重なる質問にも丁寧かつ的確に指導して下さった安東准教授、道村助教、地震のテンプレートをくださった亀准教授、木村君、解析の方法を大いに参考にさせていただいた去年の特別実験の佐藤君、両角君、および温かく接していただいた安東研究室のメンバーの皆さまに改めてお礼を申し上げます。

## 参考文献

- [1] 佐藤 ”特別実験レポート TOBA 重力波データ解析システムの構築”
- [2] 正田 ”ねじれ型重力波検出器 TOBA の開発及び背景重力波探査”
- [3] 木村 ”実験レポート 地震断層の動的破壊に伴う重力変化の検出可能性”
- [4] Allen et al. ”FINDCHIRP: An algorithm for detection of gravitational waves from inspiraling compact binaries”

<sup>7</sup>非常に深い震源の場合については考えない。そのような地震では被害は比較的小さい。

<sup>8</sup>実は、この仮定を省いても 6 倍程度しか結果は悪化しない。

- [5] Harms et al. "Prompt earthquake detection with high-precision gravity strain meters "