

特別実験レポート
TOBAのデータを用いた重力波解析

両角 達彦
理学部物理学科
学生証番号 05-141562
共同実験者 佐藤

提出日 2月1日

目次

1	テーマ	3
2	実験内容	3
3	原理	3
3.1	FINDCHIRP	3
3.1.1	MatchedFilter	3
3.1.2	ノイズのパワースペクトルの計算	4
3.1.3	$1/\sqrt{S_n(f)}$ の補正	5
3.1.4	重力波の候補の選定	6
3.1.5	χ^2 乗検定	6
3.1.6	SN 比による検定	7
3.2	テンプレートの質量の刻み幅	7
4	実験方法	9
4.1	TOBA での観測	9
4.2	セグメントの分割	9
4.3	FINDCHIRP の構成	9
4.4	TOBA のデータ解析	10
4.4.1	ノイズのパワースペクトルの計算	10
4.5	テンプレートの刻み幅	10
4.6	TOBA の観測可能領域の推定	11
5	結果	11
5.1	ノイズのパワースペクトル	11
5.2	テンプレートの刻み幅	12
5.3	重力波の候補の検出	13
5.3.1	χ^2 乗検定	13
5.3.2	SN 比による検定	13
5.4	観測可能領域の推定	13
6	考察	16
7	これからの展望	17

1 テーマ

TOBA の実験データを利用して、重力波のデータの解析を Matched Filter を用いて行う。観測対象は中間質量 ($M \sim 200M_{\odot}$) のブラックホール連星の inspiral 段階で発生する重力波である。加えて、TOBA の重力波に対する感度を決定する。

2 実験内容

今回の特別実験では以下のことを行った。

1. FINDCHIRP と呼ばれるプログラムの構成
2. TOBA のデータからの重力波の候補の検出
3. 解析に用いる質量の刻み幅の考察
4. TOBA の観測可能領域の推定

3 原理

3.1 FINDCHIRP

以下の原理は FINDCHIRP と呼ばれる解析手法 [1] を参考にしている。ただし、これ以降数式においてフーリエ変換を以下のように定義する。

$$\tilde{x}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2\pi f t} dt \quad (1)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(f)e^{2\pi f t} df \quad (2)$$

3.1.1 MatchedFilter

m_1, m_2 を観測対象のブラックホール連星のそれぞれの質量とする。また $s(t)$ を観測した信号、 $h(t)$ を想定される重力波の波形、 $n(t)$ を実験系に依存するノイズとする。

もし、観測信号に重力波が含まれていない場合 $s(t) = n(t)$ 、重力波が含まれている場合 $s(t) = h(t) + n(t)$ となる。

ここで、今回の観測対象の連星の inspiral 段階における波形 $h(t)$ は以下ようになる。

$$h(t) = -\left(\frac{G\mathcal{M}}{c^2 D_{\text{eff}}}\right)\left(\frac{t_0 - t}{5G\mathcal{M}/c^3}\right)^{-1/4} \cos[2\phi_0 + 2\phi(t - t_0; M, \mu)] \quad (3)$$

ここで、 $M = m_1 + m_2$ 、 $\mu = m_1 m_2 / M$ 、 $\mathcal{M} = \mu^{3/5} M^{2/5}$ である。また、 t_0 を検出器に到達したときの時間、 ϕ_0 を連星が合体するときの位相因子に関する量である。また D_{eff} は連星との実効距離を示している。この実効距離とは連星の方向や検出器の方向が理想的な向きである場合の距離のこ

とである。

$h(t)$ をフーリエ変換すると以下のようになる。

$$\tilde{h}(f) = \left(\frac{1\text{Mpc}}{D_{\text{eff}}}\right) \mathcal{A}_{1\text{Mpc}}(M, \mu) f^{-7/6} e^{-i\Psi(f; M, \mu)} \quad (4)$$

$$\mathcal{A}_{1\text{Mpc}} = -\left(\frac{5}{24\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{GM_{\odot}/c^2}{1\text{Mpc}}\right) \left(\frac{\pi GM_{\odot}}{c^3}\right)^{-1/6} \left(\frac{\mathcal{M}}{M_{\odot}}\right)^{5/6} \quad (5)$$

$$\Psi = 2\pi f t_0 - 2\phi_0 - \pi/4 + \frac{3}{128\eta} [v^{-5} + \left(\frac{3715}{756} + \frac{55}{9}\eta\right)v^{-3} - 16\pi v^{-2} + \left(\frac{15293365}{508032} + \frac{27145}{504}\eta + \frac{3085}{72}\eta^2\right)v^{-1}] \quad (6)$$

$$v = \left(\frac{GM}{c^3} \pi f\right)^{1/3} \quad (7)$$

この波形をテンプレートとして Matched Filter を行う。Matched Filter の出力は以下のように表せる。

$$z(t) = 4 \int_0^{\infty} \frac{\tilde{s}(f) \tilde{h}_{\text{template}}(f)}{S_n(f)} df \quad (8)$$

となる。ただし、 S_n をノイズの片側パワースペクトル密度とする。また添え字の n はセグメントを示している。

この出力を用いて、観測された信号と重力波の波形との合致を評価する。SN 比 ρ は以下のように表される。

$$\rho_m(t) = \frac{|z_m(t)|}{\sigma_m} \quad (9)$$

$$\sigma_m^2 = 4 \int_0^{\infty} \frac{|\tilde{h}_{1\text{Mpc}, m}(f)|^2}{S_n(f)} df \quad (10)$$

ここで、添え字の m はテンプレートの種類を示している。示している。またテンプレートの実効距離を 1Mpc と置く。これにより、重力波の候補が見つかった時の実効距離はこの値を用いて以下のように計算できる。

$$D_{\text{eff}} = (\sigma_m / \rho_m) [\text{Mpc}] \quad (11)$$

3.1.2 ノイズのパワースペクトルの計算

データをセグメントごとに分割し、そのセグメントを利用しパワースペクトルを $S[k]$ を以下の式にしたがって計算する。

$$S[k] = \frac{1}{N_S} \sum_{n=0}^{N_S-1} P_n[k] \quad (12)$$

$$P_n[k] = \frac{2\Delta f}{W} \tilde{s}^2(f) \tilde{w}^2(f) \quad (13)$$

ただし、 N_S をセグメント数、 \tilde{w} を Hann Window、 W を Hann Window の規格化定数とする。

この計算によって得られるパワースペクトルを mean average powerspectrum という。

この計算では突発的な大きなノイズが発生したとき、パワースペクトルの値が大きくなってしまふ。この問題を解決するために中央値を取ることを考える。全体のセグメントの P_n の中央値を取り、突発的なノイズの影響を取り除く。そして、その中央値に以下の補正をかけたものをパワースペクトルとする方法もある。これを median average powerspectrum という。

$$S[k] = \alpha^{-1} \text{median}(P_0[k], P_1[k], \dots, P_{N_S-1}[k]) \quad (14)$$

$$\alpha = \sum_{n=1}^{N_S} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad (15)$$

しかしこの二つの方法はセグメント同士の重なりがあるために、セグメント同士に相関があるため正確には正しい結果とは言えない。そのためセグメントを偶数と奇数の番号のもので分け、それぞれで P_n の中央値を取り、そしてそれぞれの中央値に同様の補正をかける。そして、奇数と偶数の中央値の平均値をとり、これをパワースペクトルとするという方法も存在する。これによりそれぞれに分けたグループの中では相関のないセグメントとすることができる。この計算によって得られるパワースペクトルを median-mean average powerspectrum という。[1] ではこのパワースペクトルを Matched Filter として使用することを推奨されている。

3.1.3 $1/\sqrt{S_n(f)}$ の補正

$1/\sqrt{S_n(f)}$ を Matched Filter として利用する前に以下の補正をかける。

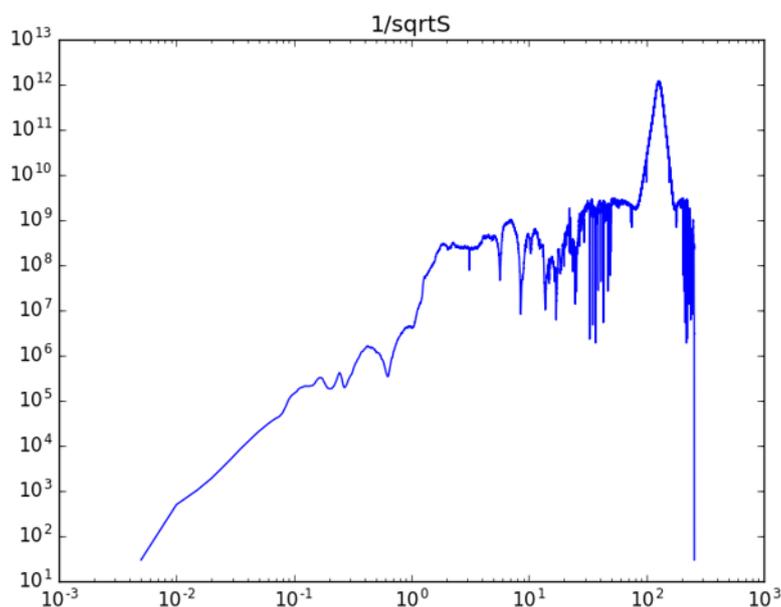


図 1: TOBA の全セグメントの median average powerspectrum を $S_n(f)$ とし、そこから $1/\sqrt{S_n(f)}$ を求めたもの。横軸は周波数 [Hz]、縦軸は $1/\sqrt{S_n(f)}$ [1/√Hz]

図1を Matched Filter として用いる場合、図の細い線も filter のように働いてしまい、誤ってノイズを重力波として検出してしまう可能性がある。したがって、この値に補正をかける。 $1/\sqrt{S_n(f)}$ を逆フーリエ変換をしたものに対し、有限時間 (T_{spec}) で打ち切り (逆フーリエ変換をかけた値の先頭と末尾の $\frac{T_{spec}}{2}$ だけを残し、残りの部分を 0 とする)、再度フーリエ変換したものを $\sqrt{Q(f)}$ としこれを代わりに用いる。この補正をかけたものを図に表すと以下ようになる。

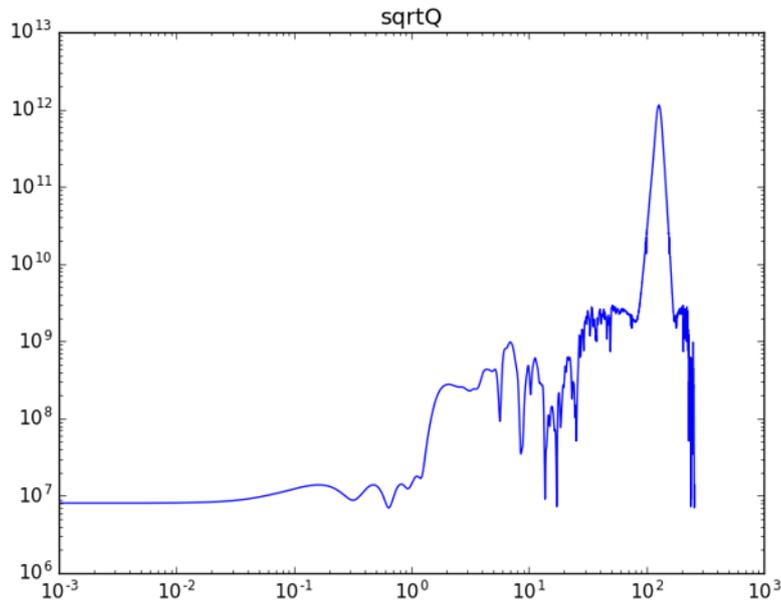


図2: 上図に補正をかけたもの。横軸は周波数 [Hz]、縦軸は $\sqrt{Q(f)}[1/\sqrt{\text{Hz}}]$ 細い線が減少していることが見て取れる。

これにより細い線を減らし、filter として働くことを防いでいる。

3.1.4 重力波の候補の選定

重力波の存在を調べるために二つの検定を行う。

1. χ^2 乗検定
2. SN 比による検定

この二つの検定を通過したものを重力波の候補として採用する。

3.1.5 χ^2 乗検定

それぞれのセグメントからノイズをはじく作業を行う。

Matched Filter の出力は先ほどの $Q(f)$ を用いると以下のように表される。

$$z(t_0) = 4 \int_0^\infty \tilde{s}(f) \tilde{h}_{template}(f) Q(f) df \quad (16)$$

ここで、この出力に対し以下のように変形を行う。規格化因子を A とし $z(t)$ を規格化したものを $\zeta(t)$ と置くと以下の式が成り立つ。

$$z(t_0) = A \zeta(t) \quad (17)$$

この $\zeta(t)$ を使って χ^2 を計算すると以下ようになる。

$$\chi^2[j] = \sum_{l=1}^p \frac{\zeta_{l,m,n}[j] - \zeta_{m,n}[j]/p}{s^2[k_{high}]/p} \quad (18)$$

ここで $\zeta_{l,m,n}$ については

$$\frac{s^2[k_{high}]}{p} = \frac{4}{\Delta f} \sum_{l=k_{(l-1)}}^{k_l-1} Q[k] k^{-7/3} \quad (19)$$

を満たすように周波数を分割し、その分割の範囲内で逆フーリエ変換をして得られたものである。 χ から以下の式で導かれる Ξ の値を利用して検定を行う。

$$\Xi_{m,n} = \frac{\chi_{m,n}^2[j]}{p + \delta \rho_{m,n}^2[j]} \quad (20)$$

δ は実際の重力波信号とテンプレートとのずれに依存するパラメータである。

Gaussian noise 以外の noise が含まれているとき、 Ξ の値は 1 より十分大きな値を取る。したがって Ξ の閾値の値を 2.0 と設定し、その値を下回っているセグメントのみを利用することにする。

3.1.6 SN 比による検定

χ^2 乗検定を通過したセグメントに関して SN 比 ρ_m を 3.1.1 に従って求める。この値が一定の閾値 ρ_{th} より大きいものを重力波の候補とする

3.2 テンプレートの質量の刻み幅

以前の同様のデータを用いた解析 [2] では 200M の質量の天体二つから発生する重力波を解析している。

今回の解析ではそこから範囲を広げて、天体それぞれに対し 100M \odot ~500M \odot の範囲内で重力波の候補となるものが存在するかどうか測定した。

次に、テンプレートの質量の刻み幅については [3] に従って考える。

テンプレートの質量と観測する天体の質量の値が異なったとき、 ρ の値が変化する。テンプレートのパラメータを λ 、信号の波形のパラメータを $\lambda + \Delta\lambda$ と置くと、SN 比は以下ようになる。

$$M(\lambda, \Delta\lambda) = \max_{\mu, \mu + \Delta\mu} \langle h(\mu, \lambda) | h(\mu + \Delta\mu, \lambda + \Delta\lambda) \rangle \quad (21)$$

ここで内積については以下のように定義している。

$$\langle a|b \rangle = 4\text{Re} \int_0^\infty \frac{\tilde{a}^*(f)\tilde{b}(f)}{S_n(f)} df \quad (22)$$

この M はテンプレートと観測対象のパラメータ一致したときと比べて SN 比が M 倍になるということになる。

ここで微小量 $\Delta\lambda$ に関して展開すると、

$$M(\lambda, \Delta\lambda) \simeq 1 - g_{ij}(\lambda)\Delta\lambda^i\Delta\lambda^j \quad (23)$$

$$g_{ij}(\lambda) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial \Delta\lambda^i \partial \Delta\lambda^j} \right)_{\Delta\lambda^k=0} \quad (24)$$

上図のテンプレート間の距離 dl とパラメータの個数を N とすると、最も ρ が小さくなるものにつ

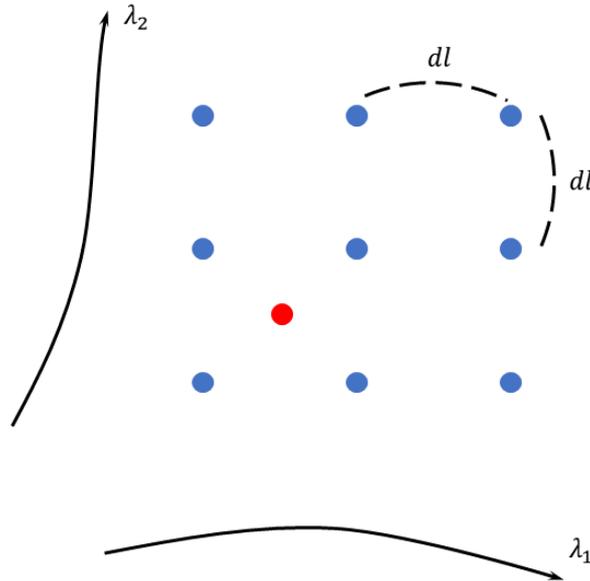


図 3: テンプレートの観測天体のパラメータの配置の説明. 図は parameter が 2 個 ($N=2$) の場合で、青い点一つが一個のテンプレートに対応している. 観測波形が赤い点で表されるようなパラメータを持っていた場合、最近接テンプレートからの距離が最も遠くなる (SN 比が最も悪くなる).

いて以下の式が成り立つ。

$$g_{ij}\Delta\lambda^i\Delta\lambda^j = N(dl/2)^2 \quad (25)$$

このときの M の値を MM (minimal match) とすると以下の式が成り立つ。

$$MM = 1 - N(dl/2)^2 \quad (26)$$

最初の解析では、 ρ_{th} に MM をかけた値を閾値として解析をして、候補が検出されたときにさらにパラメータの刻み幅を細かくして解析を行う。また、1つのテンプレートあたりのパラメータ空間を占める体積は dl^N である。これより全パラメータ空間を占めるために必要なテンプレートの個数

は以下のように表せる。

$$\mathcal{N} = \frac{\int d^N \lambda \sqrt{\det ||g_{ij}||}}{(2\sqrt{(1-MM)/N})^N} \quad (27)$$

4 実験方法

4.1 TOBA での観測

今回用いたデータは、2014 年 12 月 10 日 8:50 から 2014 年 12 月 11 日 8:50 までに観測されたデータを用いた。

4.2 セグメントの分割

1 日分 (86400s) の観測データを分割して解析を行う。セグメントに分割する際に、解析対象の天体が観測領域の周波数帯の重力波を発生している時間 (T_{chirp}) をセグメントの長さを超える必要がある。したがってセグメントの長さを 200s に設定した。また、セグメントの端に重力波が存在した場合、うまく解析することができないおそれがある。したがって、セグメントの分割はひとつ前のセグメントの半分と重なるように 862 個に分割した。

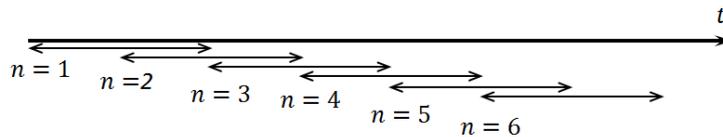


図 4: セグメントの分割の仕方。ひとつ前のセグメントと半分重なるようにセグメントを取っていく

また今回の解析では解析の周波数の下限 f_{low} を 1Hz としている。これは LIGO などの測定器と比較して TOBA は低周波領域に対してよい感度を持っていることを考慮して設定している。(LIGO などでは f_{low} は 40Hz 付近に設定されている。)

4.3 FINDCHIRP の構成

1. 実験者二人で独立に python を利用してソースコードを作成
2. 互いのソースコードを共有し、異なる部分の検討、改正を行う
3. 最終的に二つの結果が一致したものをを用いる

以上のようなクロスチェックを行い、ソースコードを構成した。

4.4 TOBA のデータ解析

原理に基づいて、データの解析を以下のような手順で解析を行った。

1. TOBA の一日分の観測データを 200s のセグメント 862 個に分割する。分割の仕方は 4.1.1 に従う。
2. TOBA のデータとの相関である Matched Filter を 3.1.1 節に従い計算する。
3. 全てのセグメントに対し、3.1.5 節に従い χ^2 乗検定を行い、Gaussian 分布をしていないものを取り除く。ここで χ の計算において $p=4$ と置き、 Ξ の計算において $\delta=0.3$ と置き、 $\Xi_{th}=2.0$ と置いた。ここで δ の値は [1] に従い、重力波がカノニカル分布に従うとする 0.3 となることから設定した。
4. 選択されたデータから SN 比の閾値を超えるものを選択する。ここで、SN 比の閾値は False Alarm Rate が 10^{-5} events/year となるように、閾値 ρ_{th}^2 を 48.3 に設定した。この値を超えるものが重力波の候補となる。

4.4.1 ノイズのパワースペクトルの計算

ノイズのパワースペクトルは 3.1.2 節に従い、median-mean average powerspectrum を用いて計算を行った。[1] の論文では LIGO のデータを解析する際全体のセグメントから計算を行っているが、今回の TOBA のデータでは観測時間が長いためノイズの大きさが時間によって大きく変動してしまう。そのため、一つのセグメントに対して前後 5 セグメント、計 10 セグメントを利用して計算を行った。また先頭と末尾の 5 セグメントに関しては前後に 5 セグメント存在しないので使うセグメントを減らして計算を行った。

また、 $Q(f)$ の計算の際、 T_{spec} を 10s として計算した。

4.5 テンプレートの刻み幅

[2] における解析ではテンプレートは $(m_1, m_2) = (200M_\odot, 200M_\odot)$ に設定されていた。今回の解析ではそこから範囲を広げて、 $100M_\odot \leq m_1, m_2 \leq 500M_\odot$ で行った。

この範囲内での質量の刻み幅を考える。まず $(m_1, m_2) = (200M_\odot, 200M_\odot)$ の波形をどの (m_1, m_2) の組み合わせで重力波が検出されるかどうかを調べる。その結果、テンプレートの合計質量 $402.3M_\odot$ 以上になると重力波が検出された。次に、 $(m_1, m_2) = (201M_\odot, 201M_\odot)$ のとき ρ の値は $(m_1, m_2) = (200M_\odot, 200M_\odot)$ に比べて 0.87 倍になった。これより MM を 0.87 として解析を行った。また、 m_1 と m_2 の値が異なる場合でも合計質量 M が同じ場合 M はほとんど変化しない。したがって、今回の解析では、 $m_1 = m_2$ のみでテンプレートのみで解析を行った。

次に、具体的なテンプレートの値を決定する。まず $(m_1, m_2) = (100M_\odot, 100M_\odot)$ について g_{ij} を計算する。これを行列とみなし固有ベクトルと固有値を求める。この固有値を l_i とする。これより、次のパラメータ λ_1 と今のパラメータ λ_0 の関係は以下ようになる。

$$\lambda_1 = \lambda_0 + a \sqrt{\frac{1-MM}{2l_i}} v_1 \quad (28)$$

この操作を $(m_1, m_2) = (500M_\odot, 500M_\odot)$ に達するまでテンプレートを作成する。今回の解析では $a=1.84$ とおいた。

4.6 TOBA の観測可能領域の推定

TOBA で測定されたデータに予想される重力波の波形を埋め込むことによりどの距離までの天体が測定できるかを推定することを行った。手順は以下の通りである。

1. 検出器から一定の距離だけ離れた重力波の波形を周波数領域において作成する。ただし重力波源の方向は最も理想的なものを仮定している。
2. その信号を最もノイズが小さいとされるセグメントの周り、全てのセグメントのノイズのなかで中央値を取るセグメントの周りに埋め込む。
3. それぞれに対して 4.4 節で行ったデータ解析と同様の解析を行う。
4. そこで得られた結果から FDR(重力波を見逃す確率) を計算する。
5. 距離を変え同様の操作を行う。これにより得られた距離に依存した FDR の関数から FDR の値が 10 %になる値を観測可能距離と定める。

これより、理想的な方角にある場合の天体の観測可能距離が求まる。ここから、全方向にある場合は以下の補正をかければよい。[2] に従うと理想的な方角にある場合の観測可能距離 r と観測可能体積 V は以下の式で関係づけられる。

$$V = (1.2)r^3 \quad (29)$$

したがって、これより観測可能体積を求め、球対称性を仮定して平均的な観測可能距離を求めた。

5 結果

5.1 ノイズのパワースペクトル

TOBA の全セグメントのデータからパワースペクトルを mean average powerspectrum と median-mean average powerspectrum で計算すると下図のようになった。

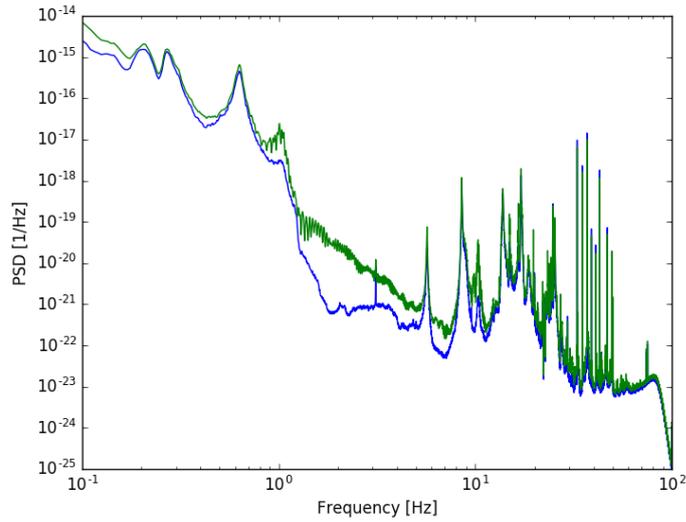


図 5: 全セグメントのデータから得たパワースペクトル。青色の線は median-mean average powerspectrum、緑色の線は mean average powerspectrum。

今回の解析では median-mean average powerspectrum を利用して解析を行った。

5.2 テンプレートの刻み幅

テンプレートを $100M_{\odot}$ から $500M_{\odot}$ まで 4.4 節にしたがって計算すると、162 個のテンプレートが生成された。このテンプレートを図示すると以下ようになる。

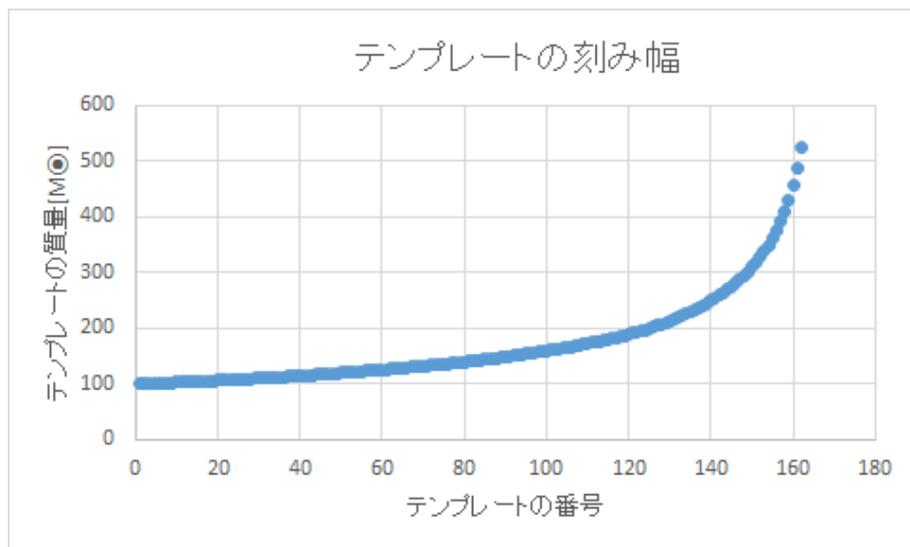


図 6: テンプレートの刻み幅を表したもの。

この図より $100M_{\odot}$ 付近では刻み幅を非常に小さくとる必要があり、質量が大きくなるほどこの

刻み幅は大きくなっても問題がなくなるということがわかる。このテンプレートを利用して重力波の解析を行った。

5.3 重力波の候補の検出

5.3.1 χ 二乗検定

χ 二乗検定の段階で、それぞれのセグメントにおける Ξ の値を計算すると下図のようになった。この検定で Ξ の値が Ξ_{th} を下回るセグメントのみを残し、次の SN 比における検定を行った。

5.3.2 SN 比による検定

それぞれのセグメントにおいて、全ての時間、全てのテンプレートで ρ を計算し最大値を求めると下図のようになった。

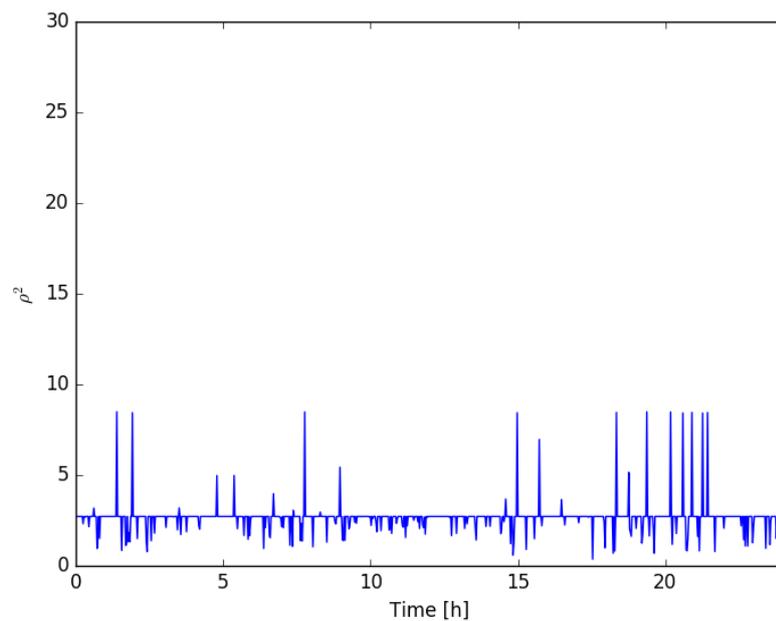


図 7: セグメントごとの全ての時間、全てのテンプレートの ρ の最大値を求めたもの。

この検定で ρ の値が ρ_{th} を上回るものが重力波の候補となるが、今回の解析ではそのような信号は測定できなかった。したがって、今回のパラメータ領域においては重力波は測定できていないと結論づけられる。

5.4 観測可能領域の推定

では、現在の TOBA においてはどの距離にある天体の重力波を観測可能なのかを考える。これにより、今回重力波を測定できなかったことから中間ブラックホール連星が存在しない上限を推

定することができる。まず、ノイズが最も小さいセグメントを求め、その周辺の 20 セグメントに様々な距離を想定した重力波の波形を埋め込んだ。また、同様のことをノイズの大きさが中央値を取るセグメントの周辺 20 セグメントでも行った。

下図はノイズの値が最小となるセグメントの周辺に信号を埋め込んで得られた FDR である。ここで FDR が 10 % となる距離は 10 % の付近のデータ点を用いて線形近似をして求めている。

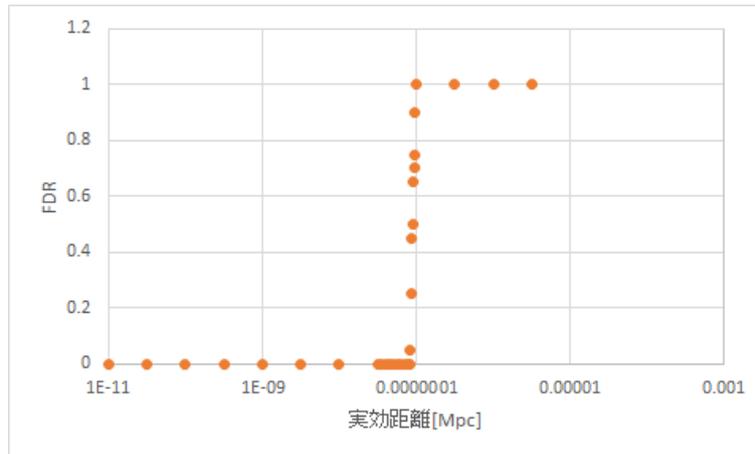


図 8: 信号を埋め込んで得られた FDR。オレンジの点はシミュレーションから得られたそれぞれの距離における FDR。

この場合では、理想的な方向にある観測天体の距離 r は、 $r = (8.3 \pm 1.1) \times 10^{-8} [\text{Mpc}]$ となった。誤差はフィッティングエラーに起因したものである。同様のことを他のテンプレートで行い FDR が 10 % となる距離を求めた。

次に、今求めた距離に対して、全方向に天体があるとして補正をかける。これをそれぞれのテンプレートに関して行くと下図のようになる。

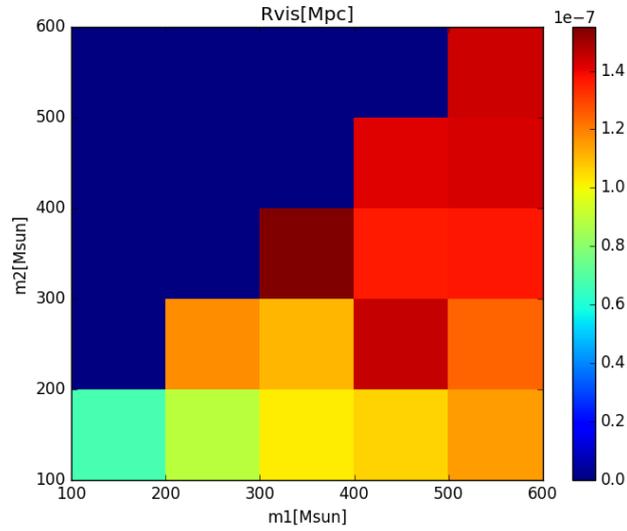


図 9: ノイズの大きさが最小値を取る付近で測定した場合の観測可能距離

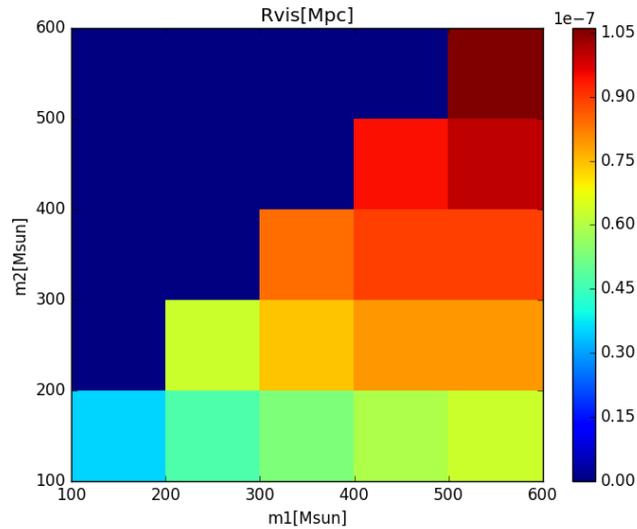


図 10: ノイズの大きさが中央値を取る付近で測定した場合の観測可能距離

TOBA のノイズが一番小さいときに最もよい観測距離であるのは $300M_{\odot}$ - $300M_{\odot}$ の天体に対して、 $(1.5 \pm 1.1) \times 10^{-7} \text{Mpc}$ となった。また平均的なノイズの大きさのときに最もよい観測距離であるのは $500M_{\odot}$ - $500M_{\odot}$ の天体に対して、 $(1.1 \pm 0.8) \times 10^{-7} \text{Mpc}$ となった。また、 $200M_{\odot}$ - $200M_{\odot}$ の天体に対して、 $(6.3 \pm 1.6) \times 10^{-7} \text{Mpc}$ となった。この結果は [2] で示された距離と比較して、2 倍程度遠い距離となっている。

6 考察

今回の TOBA の解析から重力波の候補となるデータは得られなかった。また TOBA のノイズの大きさから推察できる観測可能距離は平均的に 10^{-8} Mpc 程度の距離である。これはおよそ地球から太陽系の外縁の天体までの距離に相当する。つまり太陽系内に中間質量のブラックホール連星が存在すれば、現在の TOBA で重力波を観測することができる。しかし、この範囲内にブラックホールの連星があると考えすることは極めて難しい。したがって、TOBA で重力波を実際に捉えるにはさらにノイズを抑える必要があることがわかった。

また、今回の TOBA の解析は [2] での観測可能距離を比較すると、今回の解析のほうが観測可能距離は大きくなってしまった。この違いに関するもっとも大きな要因はノイズの取り扱いによるものであると考えられる。今回の解析では、median-mean average powerspectrum を採用して計算している。このノイズと、[2] のノイズとを比べると形状が異なっている。このことから距離の違いが生じていると考えられる。

次に、テンプレートの刻み幅についてそれが十分であったかを考える。今回の解析ではテンプレートを 162 個用意して解析を行った。このテンプレートが全てのパラメータ空間に対して感度を持っているかどうかを確認する。ノイズのない重力波形を用意しそれを今回の解析で用意したテンプレートでサーチをかける。ここで用意した重力波形の実効距離を 7.64×10^{-8} Mpc とした。まずはテンプレートの質量を $(200\odot, 200\odot)$ とし、それに対し入力する信号の重力波形の質量を変化させ解析を行うと SN 比 ρ は以下ようになる。

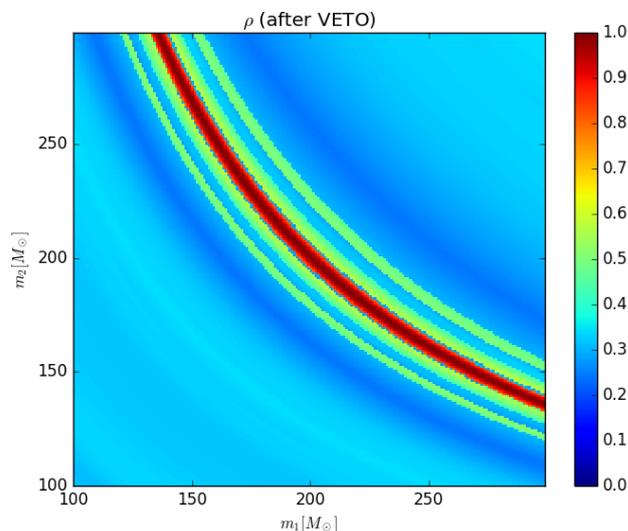


図 11: 入力信号の重力波形の (m_1, m_2) を変化させたときの ρ の分布。最大値の ρ を 1 とし規格化したものである。ここでは χ^2 乗検定を通過したものからそれぞれの入力信号の質量パラメータ中の ρ の最大値をプロットしている。

この値がある一定の閾値 $\rho_{th} \times MM$ より大きい値を取っている範囲が $(200M_{\odot}, 200M_{\odot})$ のテンプレートで解析可能な質量パラメータとなる。この範囲が全パラメータ範囲を網羅できていればよ

い。ここで解析の都合上、 $200M_{\odot} \leq m_1, m_2 \leq 250M_{\odot}$ の範囲内で $5M_{\odot}$ 刻みで入力信号の重力波形を用意し、そのパラメータ空間におけるテンプレートをを用いて考察を行った。それぞれのテンプレートで同様に ρ の分布をとり、そこから全てのテンプレートで ρ の最大値を取ると以下のようなになる。

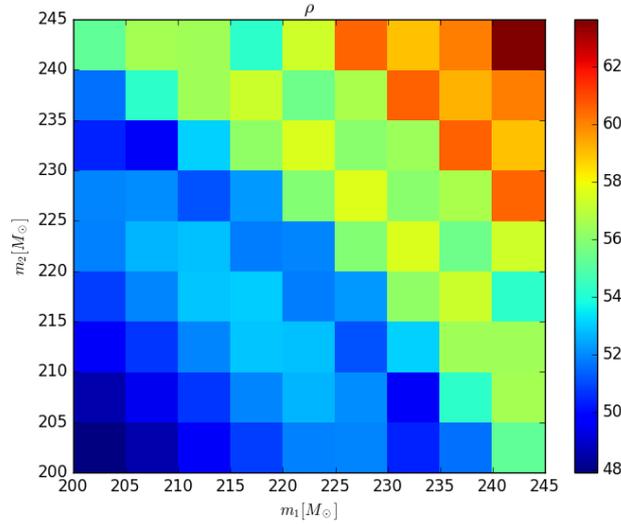


図 12: 入力信号の重力波形の (m_1, m_2) を変化させたときの ρ の全てのテンプレートでの最大値の分布。

この値が全て $\rho_{th}^2(MM)^2 = 36.6$ を超えていけばよい。この ρ の最小値は 47.9 であった。これより、この範囲の入力信号は全て検知することができる。したがって今回のテンプレートの設定において $200M_{\odot}$ から $250M_{\odot}$ までのパラメータ空間においては網羅できていると考えられる。これより、今回の 162 個のテンプレートの設定で解析範囲のパラメータ領域は網羅できていると考えられる。実際は同様の操作を $100M_{\odot}$ から $500M_{\odot}$ で行えば確かにこのテンプレートの設定で十分であることが確かめられる。

7 これからの展望

今回の解析において、 T_{chirp} が大きい重力波についての解析を行っている。このような場合、地球の自転が観測データに影響を与えていることが考えられる。今回はこの影響は考慮せず解析を行っているので、この影響も含めて解析を行うことでさらに精度のよい解析を行うことができると考えられる。

また、今回質量パラメータは $100M_{\odot} \sim 500M_{\odot}$ 間での解析であった。このパラメータ領域をさらに広げて解析を行うことで重力波を見つける可能性を高めることができる。その際、低質量領域になればなるほど、テンプレートの質量の刻み幅を細かくする必要があり解析時間が長くなっていくことに注意する必要がある。

Visible Volume においては、今回は理想的な方角にある重力波源を考えてシミュレーションを行っ

た。これについても実際の重力波源のように様々な方向に重力波源が存在し、その重力波源が様々な方向を向いていると仮定して Visible Volume を算出するとより正確な値になると考えられる。

このような解析の改良を加えていくことで、実際に TOBA で重力波を観測できるようになることを期待したいと思う。

謝辞

この特別実験を進めていくにあたり、ご指導いただいた道村助教、並びに安東研究室の皆さまに深謝いたします。また、この特別実験では実験ペアの理学部物理学科4年の佐藤君と合同に研究を進めさせていただきました。不明な点などが多く困ることが多かったですが、その度に非常に親切に教えていただき、その結果、実験を進めることができました。この場を借りて深くお礼を申し上げます。

参考文献

- [1] Allen, Bruce, et al. "FINDCHIRP: An algorithm for detection of gravitational waves from inspiraling compact binaries." *Physical Review D* 85.12 (2012): 122006.
- [2] 正田亜八香 "Development of a High-Angular-Resolution Antenna for Low-Frequency Gravitational-Wave Observation" 博士論文 (2014 年度)
- [3] Owen, Benjamin J. "Search templates for gravitational waves from inspiraling binaries: Choice of template spacing." *Physical Review D* 53.12 (1996): 6749.