

四年生特別実験レポート

磁気浮上の実験

竹迫知博

学生証番号 71544

共同実験者 酒井伸平

2008.9.17 提出

目次

1	はじめに	2
1.1	実験の目的	2
1.2	実験の概略	2
2	実験の原理	3
2.1	磁気浮上の仕組み	3
2.2	feedback 制御	4
3	実験装置	7
3.1	磁場の測定	7
3.2	力学系の設計・製作	10
3.3	制御系の製作	11
4	磁気浮上の動作結果	16
4.1	z 軸方向、回転方向の制御	16
4.2	長時間測定	20
5	考察とまとめ	23
6	感想	23

1 はじめに

1.1 実験の目的

一般相対性理論によると、物質が加速度運動をすると周辺の空間が歪み、この歪みは光速で伝播する。これを重力波と呼んでいるが、その振幅は非常に小さく検出は非常に困難である。その存在自体は、中性子パルサーの連星に関する観測から間接的に証明されている。

重力波は進行方向と垂直な方向に潮汐力を及ぼす。したがって、直接的な観測手段としては物体の振動モードの励起を検出する（共振型検出）、質点間の距離の変動をレーザー干渉計で検出する（干渉型検出）が考えられる。

現在（2008.9.20）も直接検出は確認されていないが、近年の測定技術の進歩に伴い、重力波検出も夢物語ではなくなってきている。実際世界各地で大型の重力波検出器が建設され、数年のうちには重力波を検出できると言われている。

今回の実験では重力波検出の基礎実験として、棒の磁気浮上の実験を行った。

これはワイヤーを使って物体を保持する従来の共振型検出器とは異なり、非接触型の装置である。非接触型にすることによって、従来はワイヤーを伝わってきた地面振動などに起因するノイズを抑えることができる。

また、重力波による棒の回転方向の振動モードを検出するのが目的であるから、浮上させる棒の長さが長いほど、検出器の感度が上がる。

そこで今回は出来る限り長い腕を持つ検出器を製作し、その動作確認を行うことにした。

1.2 実験の概略

実験は以下の流れで行った。

1. PD(photo detector) やコイルの予備測定.
2. 力学系（棒と装置のフレーム）の設計と組み立て.
3. 制御回路の製作と動作確認.
4. 棒の磁気浮上のための調整と動作確認.
5. 長時間測定

2 実験の原理

2.1 磁気浮上の仕組み

棒は、磁力によって浮上させた。

棒の中心にはスパイク状の磁石が取り付けられており、電磁コイルに電流を流してこれを上から引っ張るのである。

このとき単に磁石による静磁場のみでは安定に浮上させることができないことが知られている。^{*1} そこで棒の変位を検出してコイルに流す電流量を調節し、棒の変位を極力抑えることが必要となる。

さて、棒を剛体とみなすとその力学的自由度は並進と回転を合わせて6つある。これら全ての自由度をフィードバック回路によって制御するのは不可能ではないが、回路の状態が系に大きな影響を及ぼすため、かえって安定な磁気浮上を妨げる可能性がある。

そこで鉛直方向への並進変位と鉛直軸まわりの回転変位のみを制御することにした。残りの自由度については、棒の中心に取り付けた磁石をスパイク状にし、上側のコイルの中心に鉄心をつけることである程度制御できると考えた。すなわちこれらの作るポテンシャルがうまい形をしており、ある程度安定な浮上を実現している限りは空気抵抗によって残りの自由度への変位が抑えられるのである。

ここで棒の慣性モーメントを概算してみよう。ただし、ここでは簡単のため一様密度の棒を考える。(実際には中空の棒を使った)

棒の腕の方向を x 軸、棒の中心を原点とし、棒の長さを l 、直径を a 、密度を ρ とする。このとき z 軸まわり、 x 軸まわりの回転の慣性モーメント I_z 、 I_x はそれぞれ

$$\begin{aligned} I_z &= \int \rho r^2 dV \\ &= \rho \int_{-a/2}^{a/2} dz \int_{-l/2}^{l/2} dx \int_{-\sqrt{a^2-z^2}}^{\sqrt{a^2-z^2}} dy (x^2 + y^2) \\ &= \frac{\pi}{48} \rho l a^2 (l^2 + \frac{3}{4} a^2) \\ &\simeq \frac{\pi}{48} \rho l^3 a^2 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} I_x &= \int \rho r^2 dV \\ &= \rho \int_{-l/2}^{l/2} dx \int \int_S dy dz (y^2 + z^2) \\ &= \frac{1}{6} \rho l a^4 \end{aligned} \tag{2}$$

ただし、 $l \gg a$ とした。

このとき

^{*1} Earnshaw の定理による。

$$\frac{I_z}{I_x} \propto \left(\frac{l}{a}\right)^2 \gg 1 \quad (3)$$

であるから、棒は z (または y) 軸まわりよりも x 軸まわりに回転しやすい。これは直感と一致する。
棒の重さを 40g とし、 $\rho = 8.5 \times 10^{-4} \text{g/mm}^3$ 、 $l = 600 \text{mm}$ 、 $a = 10 \text{mm}$ として、慣性モーメントを計算してみると $I_z = 1.2 \times 10^{-3} \text{kgm}^2$ 、 $I_x = 8.5 \times 10^{-7} \text{kgm}^2$ となった。

実際には残りの自由度への変位と、制御している自由度への変位とがカップリングしてしまう。カップリングを抑えるには、制御している自由度の変位をいかに抑えるかが決めてとなる。

以上のようにして棒の安定な磁気浮上を実現することにした。

2.2 feedback 制御

feedback 制御の肝は PD (photo detector) である。PD の仕組みは以下のようにになっている。
PD の一つの側面中央には光源があり、ここから赤外光が出ている。対象物に取り付けてある鏡で反射されて帰ってきた光は、PD 光源の両隣にある検出器でキャッチされる。この光電流値を読み取ることで対象物までの相対距離が測れるのである。

さて、光電流値と相対距離の関係がどのようになるか考えてみよう。

簡単のため z-x 平面内での赤外光の経路だけに着目し、右図のような状況を設定しよう。

光源から放出される全光量を I_{all} とすると、 θ 方向に放出される光量は

$$I(\theta) = I_{all} \times \frac{1}{\pi} \quad (4)$$

である。

相対距離が z のとき、PD に戻ってきて検出される光量 $I_{back}(z)$ は

$$\frac{a}{3} \leq 2z \tan \theta \leq a \quad (5)$$

を満たす θ の範囲で決まる。よって

$$\tan^{-1}\left(\frac{a}{6z}\right) \leq \theta \leq \tan^{-1}\left(\frac{a}{2z}\right) \quad (6)$$

なので

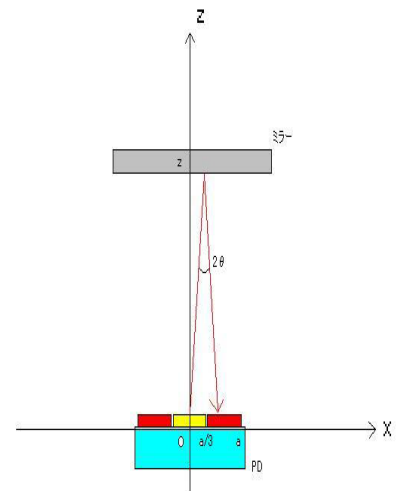


図 1 概略図

$$\begin{aligned}
 I_{back}(z) &= 2 \times \int_{\tan^{-1}\left(\frac{a}{6z}\right)}^{\tan^{-1}\left(\frac{a}{2z}\right)} I(\theta) d\theta \\
 &= I_{all} \times \frac{2}{\pi} \left(\tan^{-1}\left(\frac{a}{2z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{a}{6z}\right) \right)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

そこで $I_{all}=10$ 、 $a=8\text{mm}$ として gnuplot してみたところ図 1 のようになった。ただし実際に用いた PD も $a=8\text{mm}$ 程度であった。

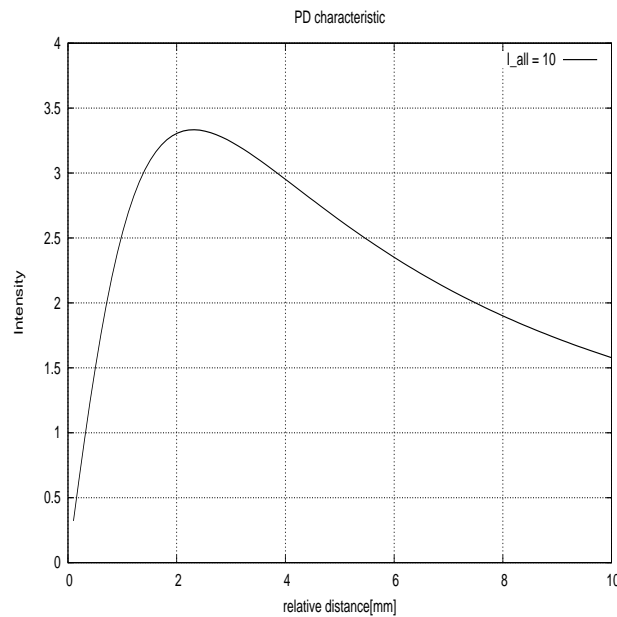


図 2 PD 特性 (理論値)

z が小さいところでは線形になっており、ピークを過ぎるとなだらかに減衰するのが分かる。 z が小さいところで線形性を示すのは、戻ってきた光を検出する部分が光源から少し離れたところに位置するために、 z がゼロから大きくなるのに従って検出部分に入る光量も大きくなるためである。また z が大きくなると検出量が減衰するのは、戻ってきた光があたる領域の面積が検出部分よりも大きくなっていくからである。

さて使用した PD について、光電流値と対象物までの距離の関係を測定した。図 1 に示す。

これは理論曲線の図と同じ形をしている。二次元で近似した上の考察でも PD の特性を捉えていたことが分かる。図 1 と図 2 でピークの位置が異なるのは理論計算を二次元で近似したことと、実際の PD での光検出効率や interface での電圧変換効率が 100 % より小さいことによると考えられる。

図 2 から分かるようにどの PD も相対距離が 0mm から 3.0mm の範囲で線形の特性を示した。線形領域の傾きはそれぞれ表のようになった。この結果は浮上動作確認の際に利用する。

この領域を使えばフィードバック回路の設計がしやすい。ただし相対距離 0mm 付近では当然誤差が生じや

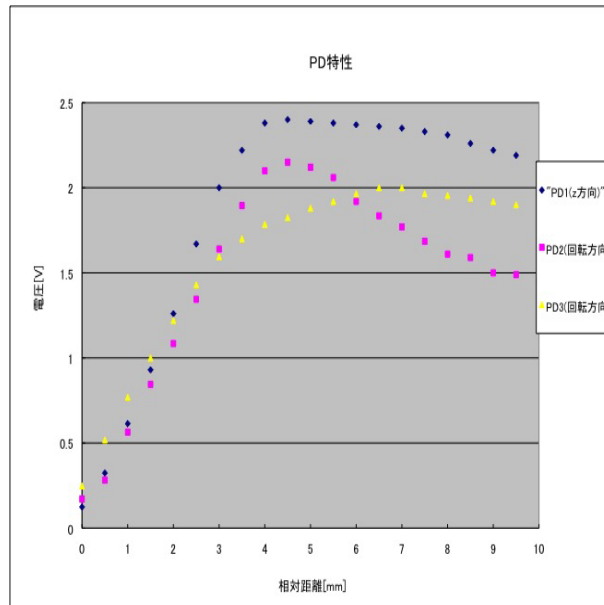


図3 PD 特性

表 1 線形領域の傾き

PD1(大コイル用)	PD2(小コイル用 1)	PD3(小コイル用 2)
0.64 V/mm	0.50 V/mm	0.45 V/mm

すいので、相対距離は線形領域のちょうど真ん中あたりにとるのがよい。そこで棒が安定に浮上する位置（動作点）を、PD から 2.0mm 程度になるように設計することにした。

使用した PD の感度は数 μm の変位を検出できる程度であり、今回の実験には十分な感度といえる。また蛍光灯からの赤外光は少ないので、PD を使う際には無視してよい。

実際の装置では棒の中央下部と棒の両端に鏡を取り付け、それぞれの向かい側に PD を設置した。これにより棒の z 方向への変位と回転方向への変位が読み取れる。

さて PD から出力される光電流は、interface により電圧に変換される。そして sum/dif 回路と filter 回路を経て coildriver 回路で再び電流に変換されたのち、電磁コイルに入力され、棒に取り付けた磁石に磁力を及ぼす。こうして変位とは逆方向の磁力を作用させることで feedback 制御を行うのである。

3 実験装置

3.1 磁場の測定

棒の磁気浮上を達成するには、磁石に作用する磁力で棒を持ち上げられるか否かが肝心である。したがって、使用するコイルの磁場特性を測定し、それから棒の設計をした。実際に測定したのは使用するコイルと磁石に作用する磁力である。予備実験であるが、現実の装置には細かい誤差がつきものなので、出来るだけ後で行う実験のセットアップと同じになるように心がけた。

そうすることで実際に生じる磁力を測定でき、磁力が足りなくて棒が浮上しないという事態を避けることができるのである。

使用したコイルは二種類である。z 軸方向には大コイル、回転方向には小コイルを使用した。それぞれの特性を表 1 に示す。

表 2 コイル特性

コイル	最大許容電流	内径	鉄心の有無
大コイル	100mA	mm	有
小コイル	30mA	mm	無

測定したのはコイルの軸と水平方向の磁力と、垂直方向の磁力である。大コイルについては、引力を稼ぐための補助磁石を使用した場合の測定も行った。補助磁石はコイルを設置した屋根のちょうど上側に固定しておいた。

棒をより長くする（つまり重くする）ためには磁力は強いほうが良い。コイルには最大許容電流があるので、磁力を稼ぐには補助磁石を使用するのが良い。しかし系全体の作る磁力を考えたとき、引力と斥力の非対称性が大きすぎると、フィードバック制御が難しくなる。

さて大コイル、小コイルの磁場の測定結果のそれぞれを図に示そう。

ただし、z はスパイク磁石のコイル表面から計った位置を表しており、マイナス方向がコイルの中に入る方向となっている。また磁力は斥力の方向を正にとっている。

大コイルと大磁石の間に作用する引力の大きさが 50gW 程度となるように、動作点の位置を 3.3mm に設定することにした。実際に装置が出来上がってみると、動作点の位置が 3.3mm ではなかったり、引力が足りず浮上体を軽くすることになったりした。

しかし最終的に浮上に成功したのは、この引力の測定をきちんと行ったためだろう。

磁力の電流値依存性を測定した。図に示そう。

図 7 よりコイルの作る磁場が電流値に比例すること（アンペールの法則）が確かめられた。また図 8 より電流値によって引力が最大で 8gW 程度変化することがわかった。今回の実験ではこの程度の変化も浮上の成否を

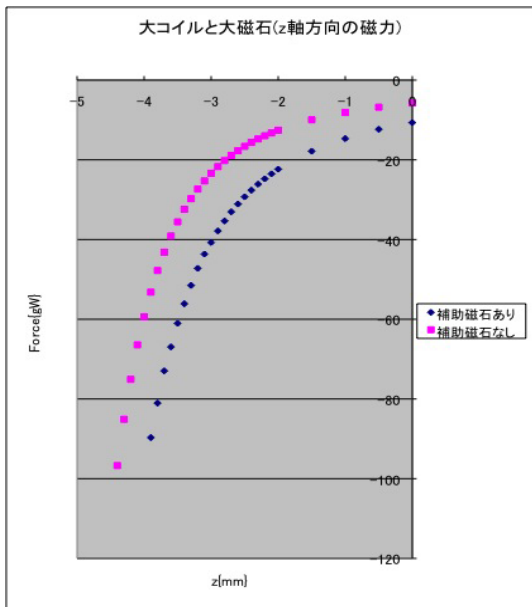


図 4 大コイルの磁力 (z 軸方向)

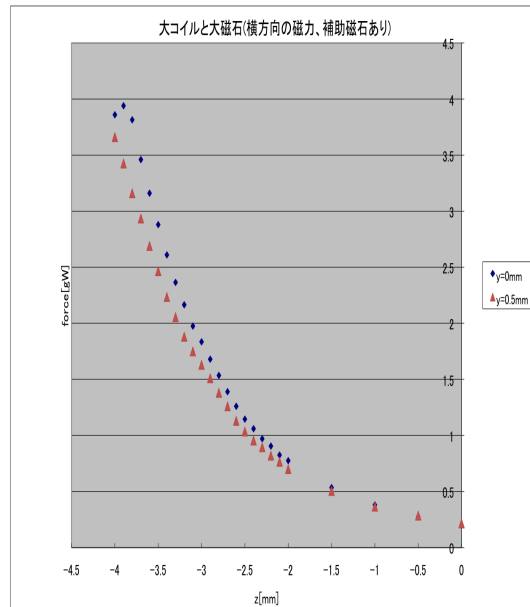


図 5 大コイルの磁力 (横方向)

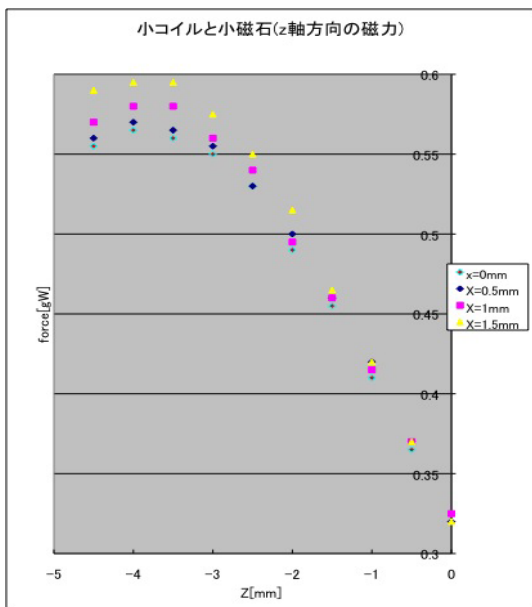


図 6 小コイルの磁力 (z 軸方向)

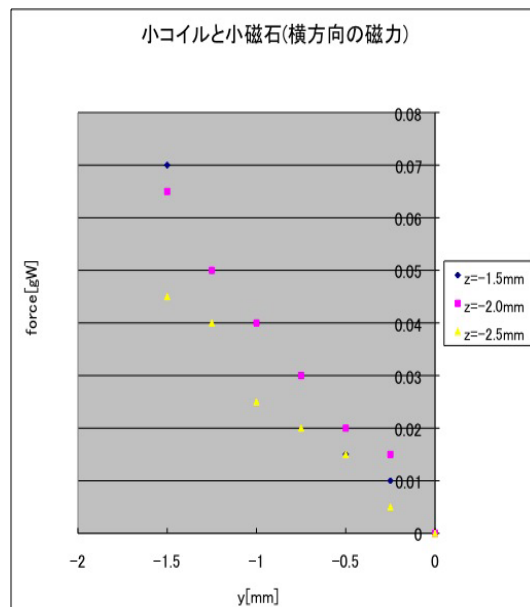


図 7 小コイルの磁力 (横方向)

担うと考えられる.

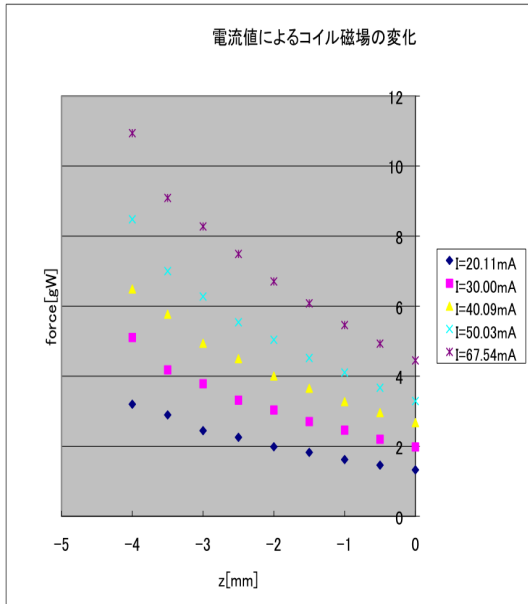


図 8 コイルによる磁場の電流値依存性 (大コイル)

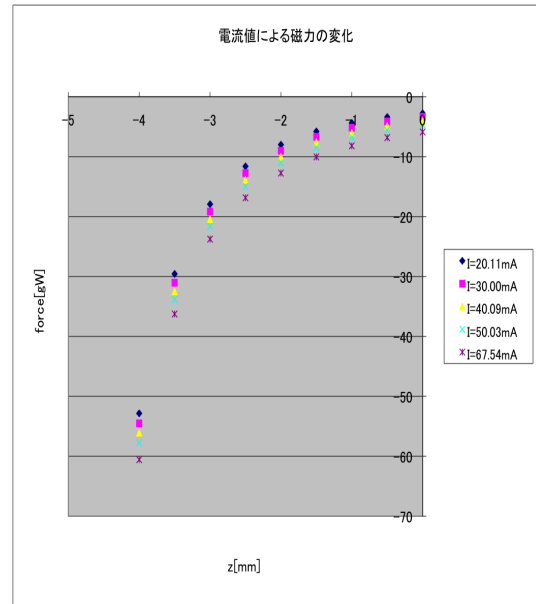


図 9 磁力の電流値依存性 (大コイル、補助磁石あり)



図 10 棒の中心部の様子

3.2 力学系の設計・製作

測定結果を考慮し、後に真空チェンバーの中で浮上実験を行うことを考え、棒の長さを 600mm にすることにした。棒のステータスは表 2 の通りである。

表 3 棒のステータス

長さ	材質	形状	内径	外径	(最終的な)重さ
600mm	アルミ	中空円筒	9mm	10mm	33.45gW

ただし、(最終的な)重さとは棒にスパイク磁石ならびに PD 用の鏡と棒磁石を設置したときの重さである。棒の中心部の様子を写真で示そう。

棒が安定に浮上する位置(動作点)が PD の線形領域にくるように装置全体を設計した。その概略図を示そう。

意外と大事なのは、棒の支持台の設計であった。出来る限り動作点の近くにスタンバイさせるのが理想的であるが、支持台が浮上の邪魔にならないような設計にしなければならない。棒の初期位置が動作点から遠すぎると、今度は引力不足の事態になり、動作点まで人為的に棒を持ち上げることになってしまう。また動作点と支持位置までの距離をある程度とっておく必要もある。支持台に限らず、棒の運動のレンジを制限してしまう箇所については、可能な限り余裕を持たせておくべきである。

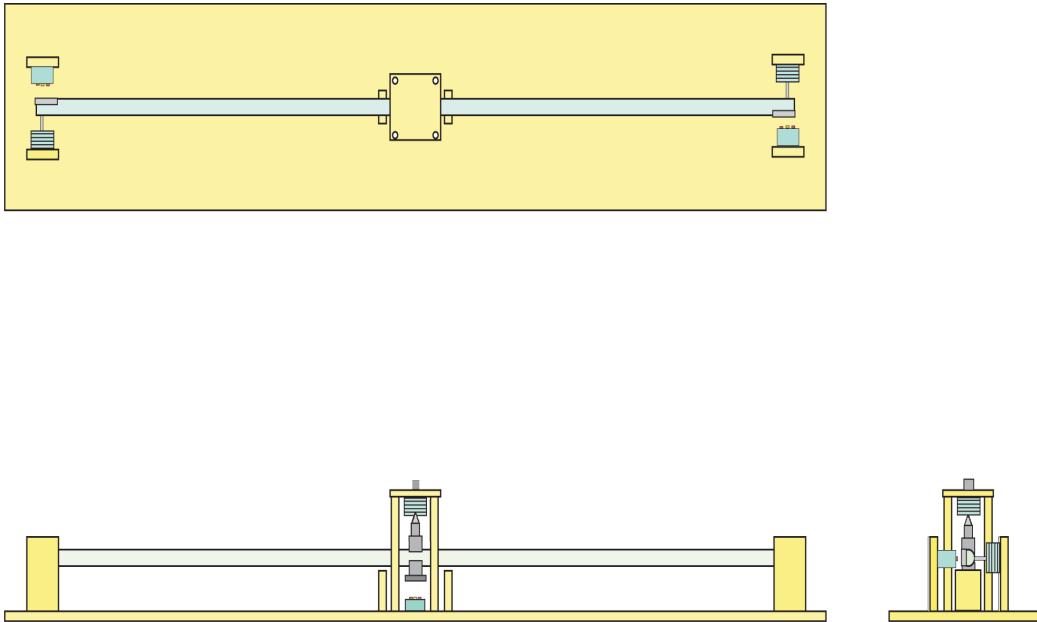


図 11 全体図

3.3 制御系の製作

電子回路による feedback システムの概念図を下図に示そう。

実際に作製した電子回路の図 *2 を以下に示す。

3.3.1 sum/diff 回路

sum/diff 回路は PD からの出力を自由度の変位に変換する機能をもつ。図 11 に sum/diff 回路図を示す。z 軸方向の制御では、PD は一つしかないので in1 のみを用い、in2 には short plug を挿した、回転方向の制御では、回転変位のみを検出するので、左右二つの PD からの出力の和をとればよい。そこで in1 と in2 からの信号を out2 から取り出した。

3.3.2 filter 回路

filter 回路は sum/diff 回路からの出力をコイルに還元する電圧に変換する。また feedback 回路の安定な動作を阻害する(発振)周波数を取り除く機能も持つ。

図 12 に filter 回路図を示す。

*2 「澤木了、野海俊文 坪野研究室 4 年生特別実験レポート」より引用

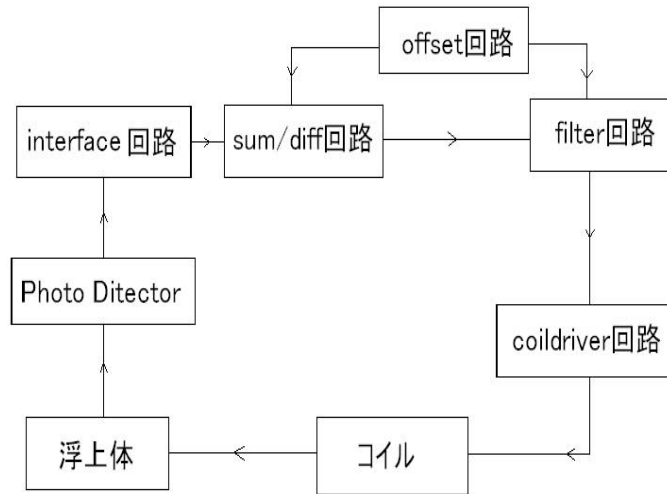


図 12 feedback システムの概念図

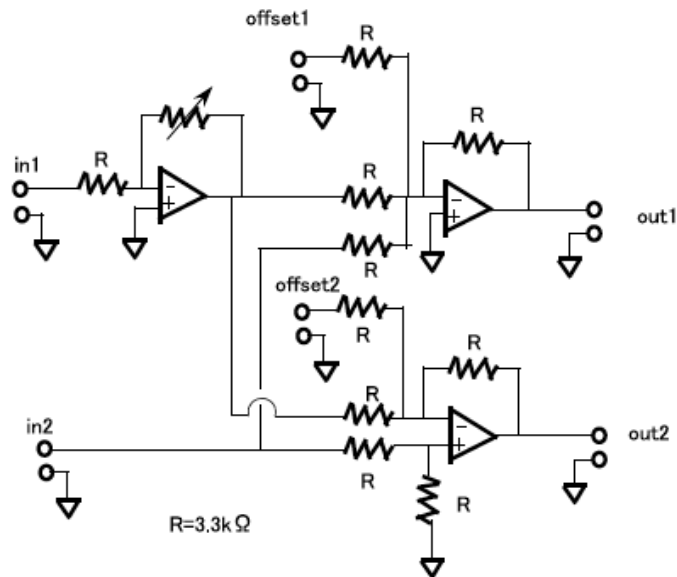


図 13 sum/diff 回路図

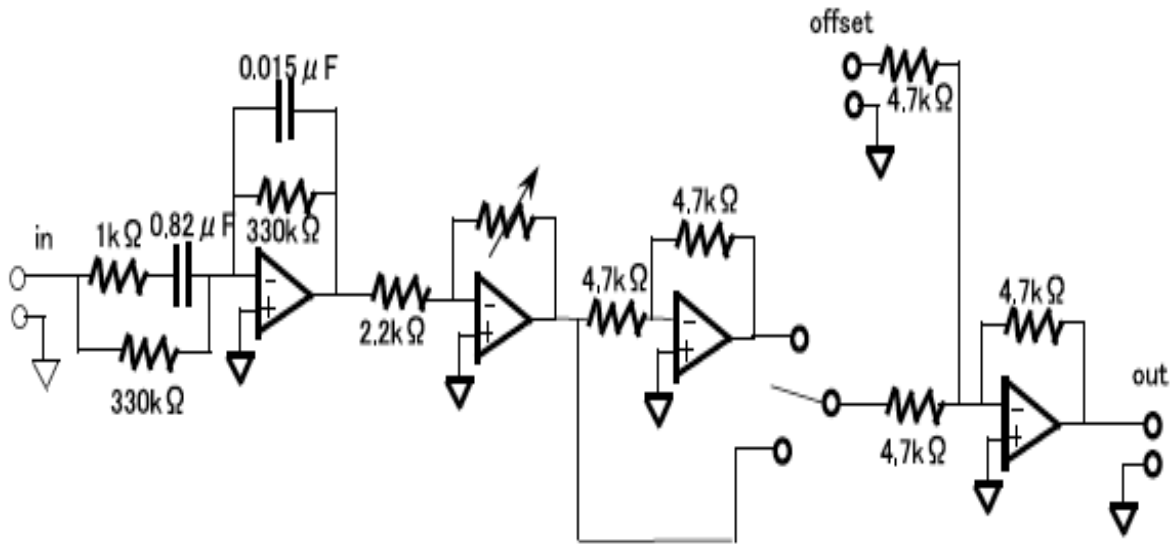


図 14 filter 回路図

測定したフィルターの伝達関数とその理論曲線を図に示す。

位相は低周波と高周波でわずかに誤差が見られるが、ほとんどの領域で一致している。図 14 で位相が 180 度ずれているのは、スイッチによる切り替えのためである。

magnitude については、実際の回路では予期せぬノイズ源があり、そのため実験値のほうが大きくなっていると考えられる。

3.3.3 offset 回路

offset 回路は、sum/diff 回路による浮上体の動作点調節や、filter 回路による還元電圧調節を行うために使われる。

図 15 に offset 回路図を示す。

3.3.4 coildriver 回路

coildriver 回路は filter 回路の出力を電流に変換し、コイルに印加するのに使われる。

図 16 に coildriver 回路図を示す。

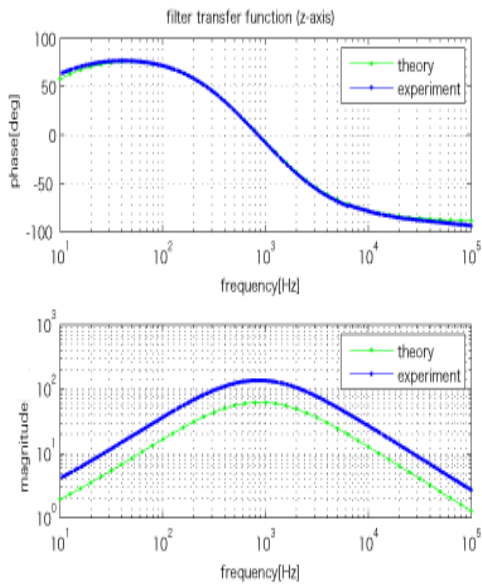


図 15 filter(z 方向) の伝達関数

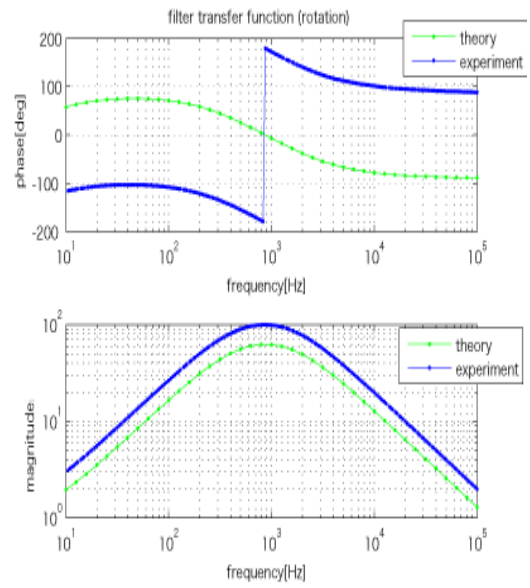


図 16 filter(回転方向) の伝達関数

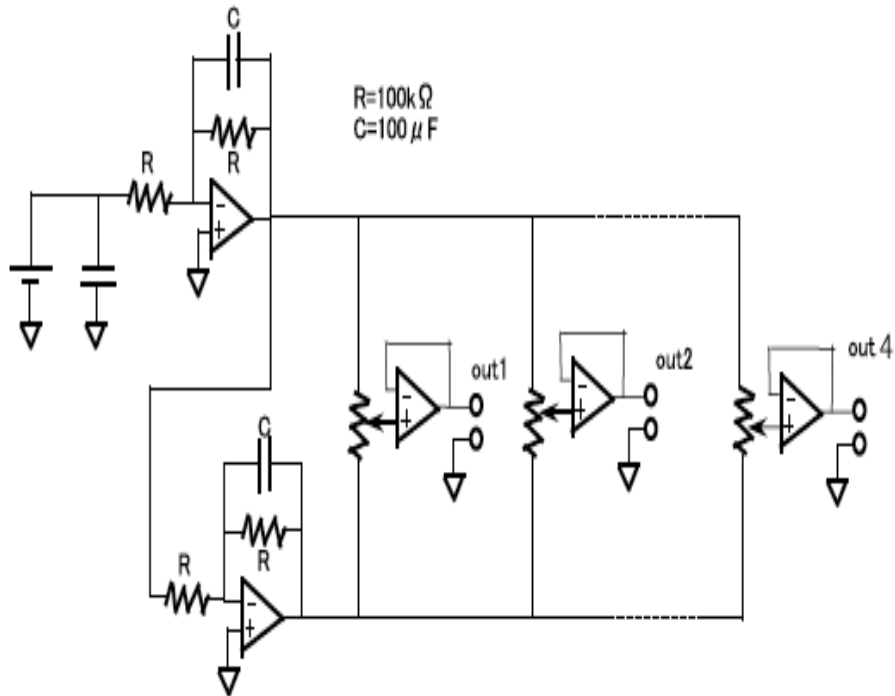


図 17 offset 回路図

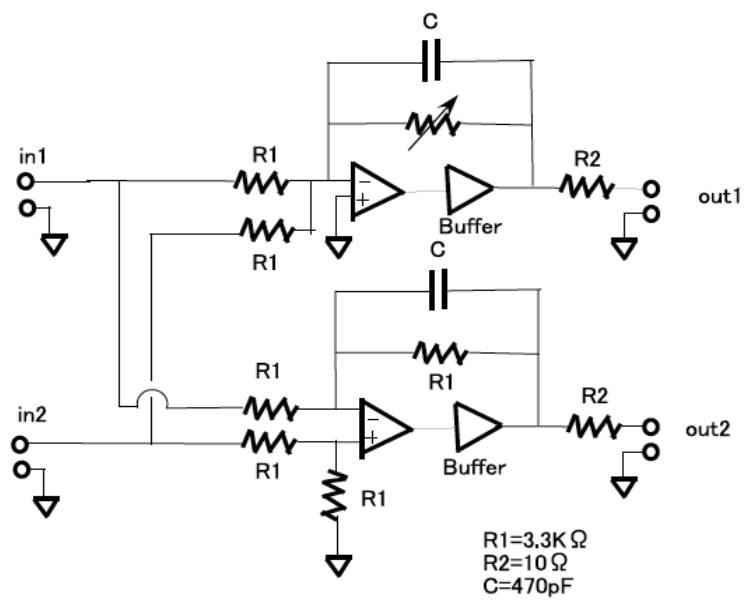


图 18 coil driver 回路图

4 磁気浮上の動作結果

4.1 z 軸方向、回転方向の制御

実験装置を組み立て、電子回路をつなげて、いよいよ磁気浮上を行ってみた。

はじめは棒の中心部に銅製の部分があり、重過ぎて、コイルの最大引力でも棒は浮上しなかった。そこで銅製の部分もアルミで作り直したところ、浮上可能な重さになった。しかし今度は数百 Hz の発振によって安定に浮上することができなかった。

そこでさらに dumping 用に強力な磁石を常盤上に設置し、爪楊枝を棒に固定したところ安定な浮上が実現した。

dumping とは物体の運動量を減衰させることである。

磁石を設置すると、加速度運動する金属（棒）に渦電流を誘導させることができ、その結果棒の運動量が減衰する。したがって直感的には高周波数の振動ほど、dumping の効果が効きやすいと考えられる。

爪楊枝は見た目に美しくないが、dumping 効果があることが分かった。出来るだけ軽く、高い dumping 効果を得られる素材を選ぶとより良いだろう。

さて、こうして安定な浮上に成功したので、浮上中の openloop 伝達関数を測定した。結果を図に示す。ただし以下の測定ではつねに dumping を施してある。

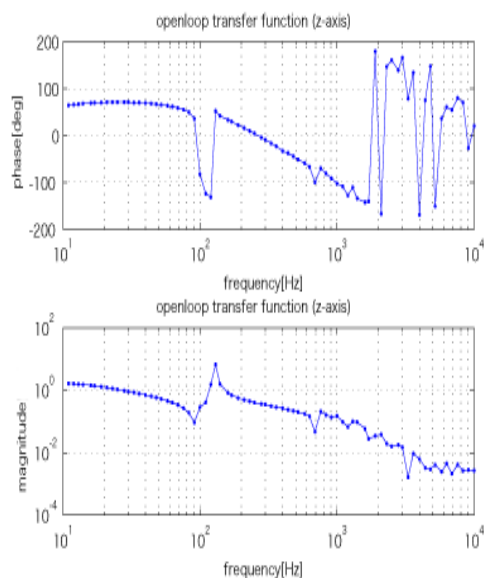


図 19 z 方向の openloop 伝達関数

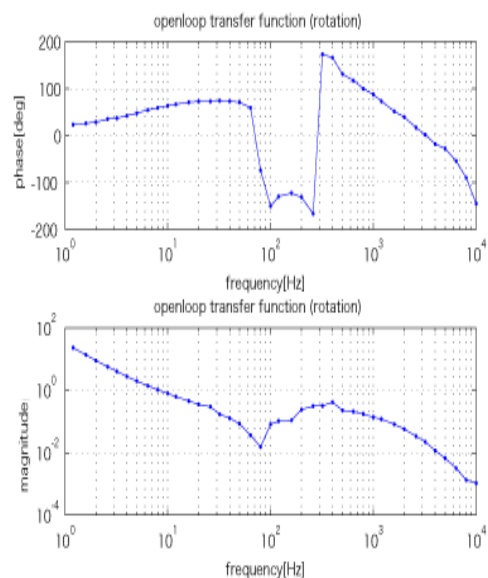


図 20 回転方向の openloop 伝達関数

系が安定に作動している目安として、Unity Gain Frequency(UGF) つまりゲインが 1 となる周波数におけ

る位相余裕が 30° 以上あることが望まれる。

図より z 方向では UGF が 3 カ所存在してしまっている。およそ 25Hz、160Hz の UGF での位相余裕は 30° 程度あるが、125Hz 付近にある UGF での位相余裕は負になってしまっている。

棒は安定に浮上しているように見えたが、発振を dumping で抑えこんでいるという意味で不安定な状態だったと考えられる。

また回転方向での UGF における位相余裕は 50° 程度あるので、安定に作動していることが分かる。浮上中の棒を指で動かしても、 z 軸方向のほうが回転方向よりも不安定であることが確認された。これは z 軸方向では棒の重力を支えるために、回転方向よりも強い磁場となっており、さらに補助磁石や大コイルの鉄心の影響があるためだと考えられる。

回転方向では原理的にはコイルの作る磁場と棒磁石との作用しかないが、 z 軸方向とのカップリングについても考慮すべきである。

filter 回路の特性 (図 15、16) と PD の線形領域の傾き (表 1) を用いて、openloop 伝達関数として得られる信号を浮上体の変位に変換した。図に示そう。

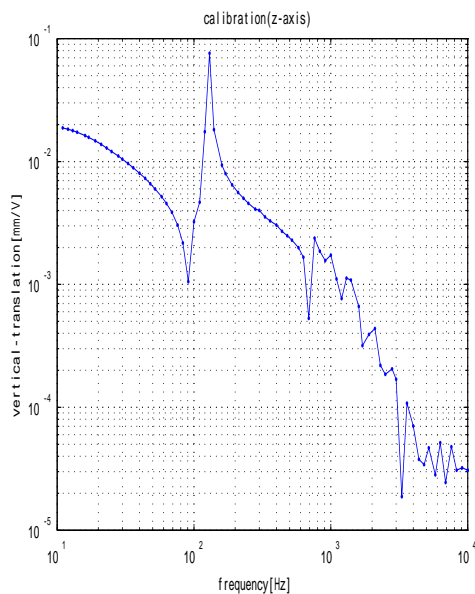


図 21 z 方向の openloop 伝達関数 (キャリブレーション後)

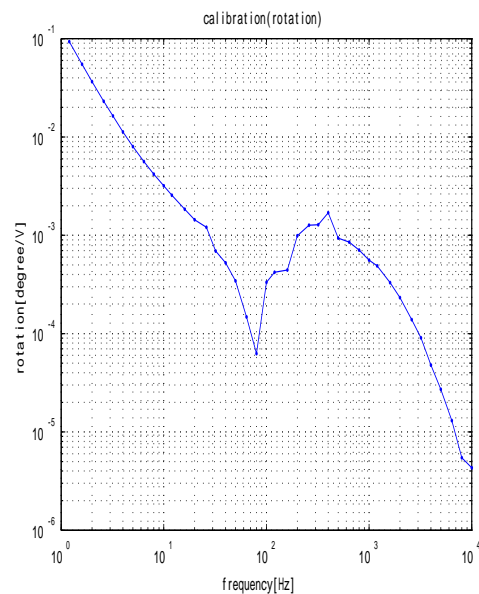


図 22 回転方向の openloop 伝達関数 (キャリブレーション後)

スペクトルアナライザを用いて、 z 軸方向と回転方向のそれぞれについてパワースペクトルを測定した。それぞれを図 15、16 と表 1 を用いて並進変位と回転変位に変換したものを図に示そう。

ただし図の上側はスペクトルアナライザのグラウンドレベルのスペクトルであり、今回は filter 回路に入る直前の信号 (error 信号) を測定した。

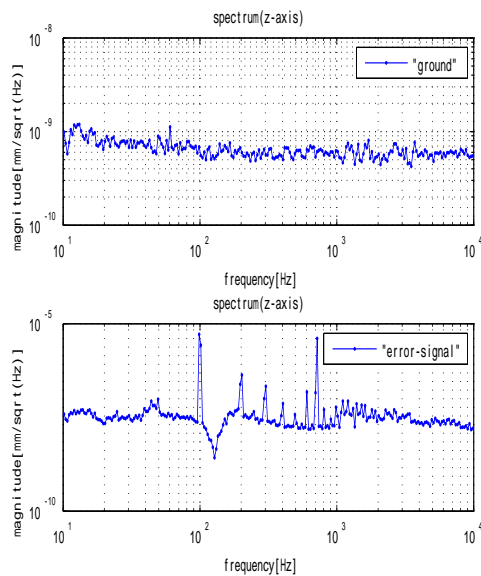


図 23 z 方向のパワースペクトル (覆いなし)

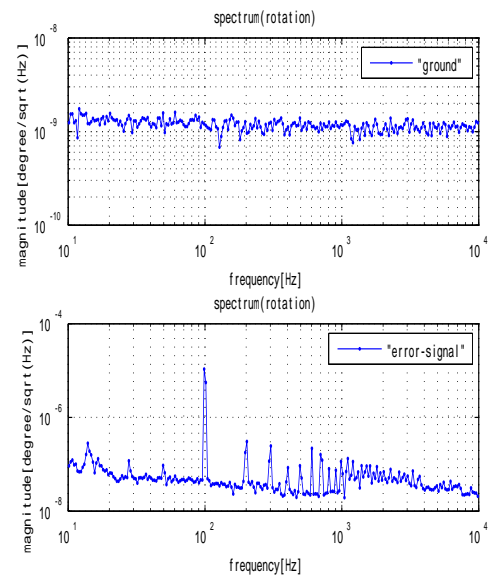


図 24 回転方向のパワースペクトル (覆いなし)

図より z 軸方向、回転方向ともに、グラウンドのノイズレベルは error 信号に比べて十分小さいと見なせるので、グラウンドのノイズレベルによる error 信号の補正は行わなかった。

z 軸方向、回転方向の両方で 100Hz とその倍音の周波数でピークが見られる。これは電源の 50Hz の倍音によるピークだと考えられる。50Hz でのピークが見られないのは filter 回路の特性のためだろう。実際図 15 を見ると 50Hz よりも 100Hz、200Hz の方が gain が大きくなっているのが確認できる。

また z 軸方向よりも回転方向の方がノイズレベルは低いことが分かる。これは openloop 伝達関数の測定と同じで、z 軸方向により多くの不安定要素が存在するためだと考えられる。

ノイズレベルを下げる簡便な工夫の一つとして、風避けのために装置全体に覆いをかぶせて測定を行った。結果を図に示す。

ただし、覆いはアルミで出来ており、装置にかぶせると動作点の位置が少し高くなった。

図 23、24 と比較してみれば分かるように、ノイズレベルが一桁ほど落ちている。覆いの効果が確認された。電源の 50Hz に起因するピークも 100Hz にのみ見られるだけとなった (200Hz にも小さなピークが見える)。

また図 23、24 では分からなかったが、低周波ほどノイズレベルが大きくなるのが分かる。これは feedback 制御を電子回路を用いて行っているため、一般に高周波ほど制御がしやすく、時間変化の小さい低周波ほど制御しにくいことの帰結だと考えられる。

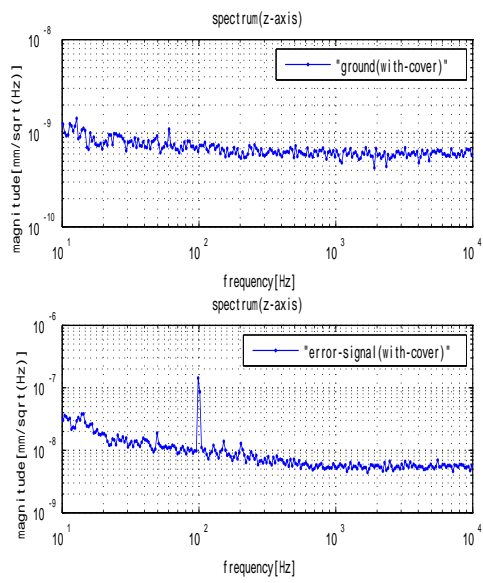


図 25 z 方向のパワースペクトル (覆いあり)

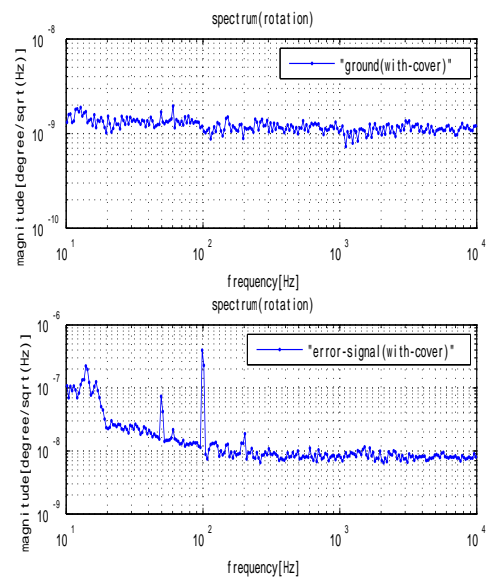


図 26 回転方向のパワースペクトル (覆いあり)

4.2 長時間測定

安定な磁気浮上に成功したので、長時間測定を行ってみた。結果を図に示そう。
ただし、各チャンネルは表のように対応している。

表 4 各チャンネルと信号の対応

CH1	CH2	CH3	CH4
error(z 軸)	error(回転)	feedback(z 軸)	feedback(回転)

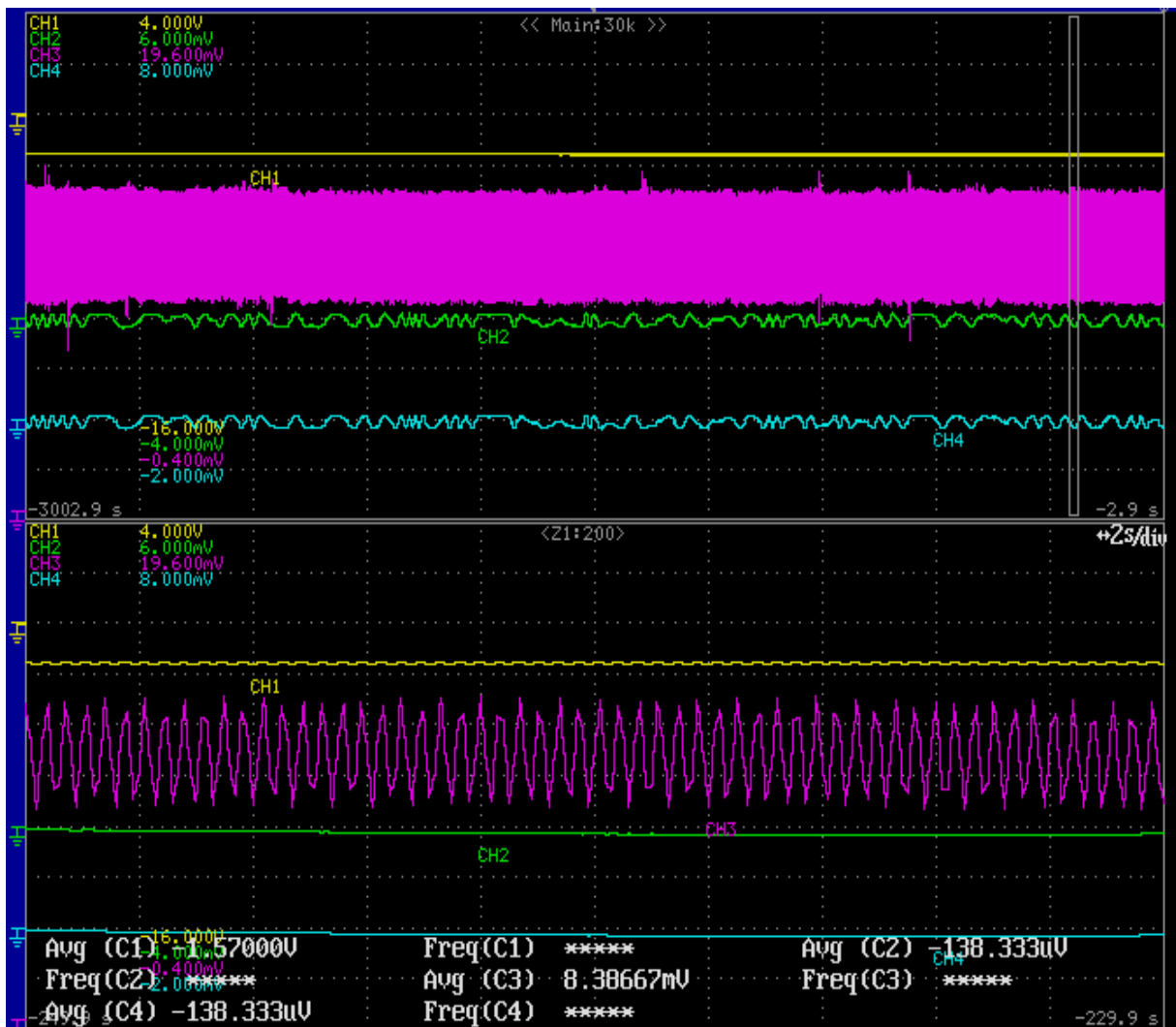


図 27 50 分間の測定結果

図 27 は 50 分間の測定結果である。このときは dumping にも関わらず棒が少し共鳴振動を起こしていた。

棒から高周波の音が聞こえてきた。

図 27 の CH3(z 軸 feedback 信号) は常に 3mV 程度の振幅となっている。これを表 1 を用いて変位に変換すると $4.7\mu\text{m}$ となった。

回転方向からはランダムな振動成分が見えている。よくみると周期的であるが、棒の共鳴振動もあり、安定な磁気浮上が実現していたか確認が必要だった。

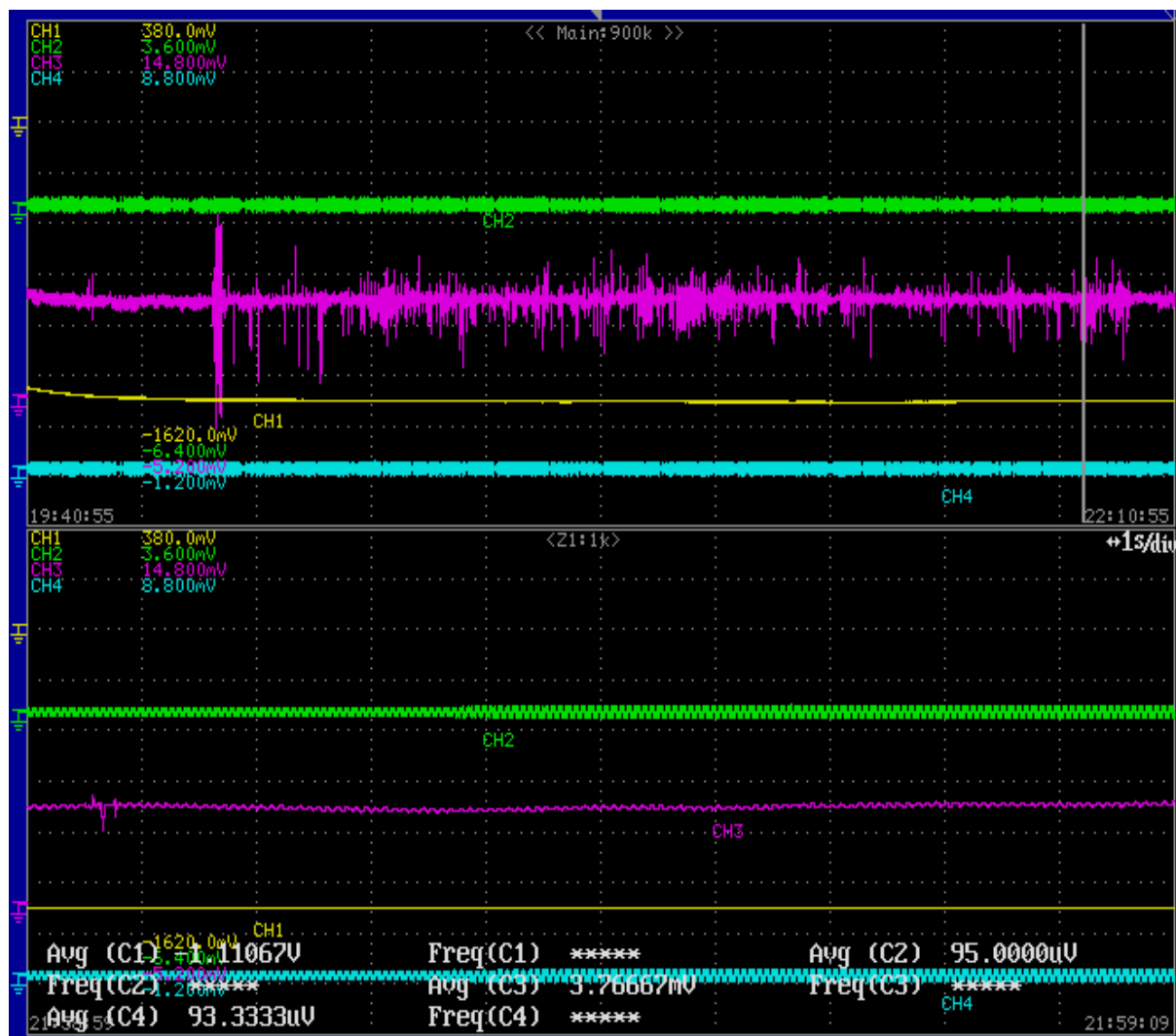


図 28 150 分間の測定結果

図 28 は 150 分間の測定である。このときは図 27 で聞こえてきた音は聞こえてこなかった。この差が図 27、28 で CH3 の振幅の違いとして現れていると考えられる。

図 28 の CH3 の各ピークは小さいもので 0.2mV 程度、大きいもので 3mV 程度あった (左の方に 8mV の信号が見えるが)。それぞれを表 1 を用いて変位に変換すると、 $0.31\mu\text{m}$ 、 $4.7\mu\text{m}$ となった。

したがって棒はつねに $5\mu\text{m}$ 以下の変位に対応する feedback 制御を受けていることが分かる。

z 軸方向の error 信号 (CH1) は振幅が小さすぎて読み取れなかった。

図 28 で回転方向の二つの CH を見るとほぼ同じ形をしているのが分かる。回転方向については目立ったピークは見られなかったが、拡大図 (図 28 の下部分) を見ると一定の周波数で振動しているように見える。回転変位は CH4 の feedback 信号の値としては、つねに $100\mu\text{V}$ すなわち $0.41\mu\text{deg}$ であった。

5 考察とまとめ

磁気浮上実験の最終目的は、重力波検出である。重力波の及ぼす朝夕力は距離 1m の間の空間をおよそ 1×10^{-21} m だけ変化させる程度である。

今回の特別実験で達成できたのは、棒を安定に浮上させ、(feedback 信号として)z 軸方向の変位を $5\mu\text{m}$ 、回転変位を $0.4\mu\text{deg}$ に抑えた程度であり、重力波検出は遠い。

少しでも重力波検出に近づくための対策として

- 力学系をより緻密に設計する。
- 回路の特性の向上。とくに filter 回路。
- ノイズレベルを下げるために、よりよい風避け、すなわち真空チェンバーへの導入を行う。
- 回転方向は図 28 だともはや振幅を読み取れない。そこでレーザーを用いた変位検出を行う。

などが考えられる。

6 感想

今回棒の磁気浮上の実験ということで、以前から先輩達がされていたテーマを継続することとなりました。3 年生までの学生実験とは異なり、坪野研究室の特別実験では学生主体で実験をさせて頂き、とても楽しかったです。

初めは理論計算して磁場を求めたり、いろいろな量が計算である程度予想されると考えましたが、実験が進むうちにやはり実測というのが大事なのだと痛感しました。

また実験には予期せぬことが多く、なかなか思い通りにいかないのだということも学びました。

しかし、磁気浮上に成功したことがなにより良かったと思います。素心で感動できました。

今回半年間も私達の実験にアドバイスをくださった安東助教には大変お世話になりました。この場を借りて感謝を表します。また実験パートナーの酒井君、坪野研究室の皆様にも感謝しています。ありがとうございました。

参考文献

- [1] 澤木了、野海俊文 坪野研究室 4 年生特別実験レポート (2007 夏)
- [2] 穀山渉、久徳浩太郎 坪野研究室 4 年生特別実験レポート (2006 夏)
- [3] 池本尚史、小林洸 坪野研究室 4 年生特別実験レポート (2005 冬)
- [4] 佐伯輝俊、宮本幸一 坪野研究室 4 年生特別実験レポート (2007 冬)