

2004年度冬学期特別実験  
原子間力顕微鏡のためのレーザー干渉計の制御実験

理学部・物理学科  
31501 相見猛

提出日 2005年2月14日

# 目次

1	実験の目的	3
2	制御理論の基礎	4
2.1	ラプラス変換と伝達関数	4
2.2	周波数特性と安定性	4
2.2.1	周波数特性	4
2.2.2	ナイキストの安定判別法	4
2.2.3	ゲイン余裕と位相余裕	5
2.3	PID 制御	6
3	実際の実験系での制御	7
3.1	変動に比例した信号の取り出し	7
3.2	各種回路	8
3.2.1	Photo Detector	8
3.2.2	Phase Shifter	8
3.2.3	可変ゲイン付き Low-Pass Filter	8
3.2.4	Notch Filter	9
3.2.5	PID 調節計	10
3.2.6	位相進み回路 (Low-Pass フィルター付き)	11
3.3	全フィルタの伝達関数	12
4	開ループ伝達関数の測定	14
5	ピエゾの変動の測定	16
5.1	電圧と変位の関係	16
5.2	変動のスペクトル	18
6	考察と今後の課題	20
7	感想	20
8	参考文献	20

# 1 実験の目的

坪野研究室ではレーザー干渉計を用いた重力波の検出実験が行われている。そのためレーザーや光ファイバーなどの設備がそろっているので、今回学生実験としてそれらを用いて原子間力顕微鏡（AFM）を構成することを目標とした。装置の概要は図1のようなものだが、これはD. Rugarらの1989年の論文<sup>1</sup>を参考にしている。

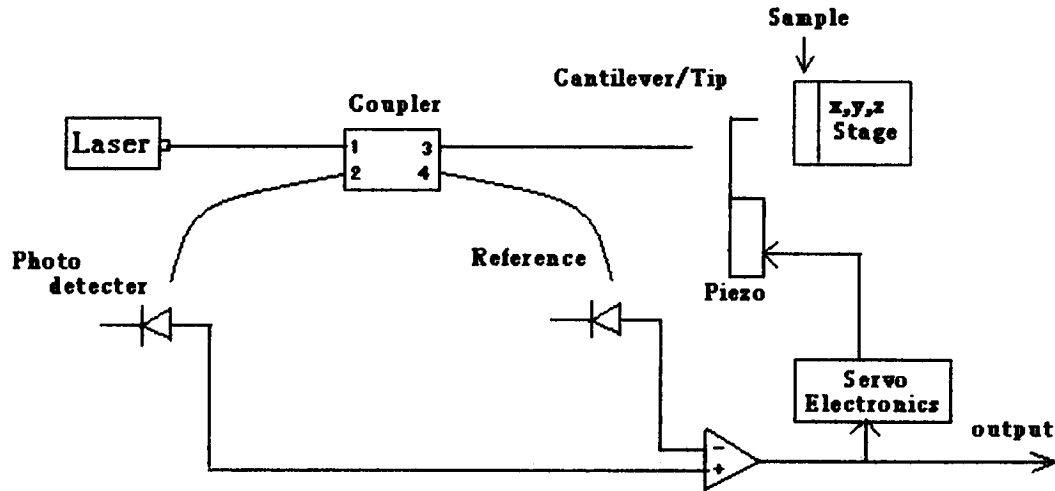


図 1: 原子間力顕微鏡の概要

レーザーから出た光はカップラーで等分<sup>2</sup>され、3,4から二つに分かれて出てくる。3から出た光はファイバーの終端で一部が反射されて戻る。反射されずに出了た光はカンチレバーによって反射されて光ファイバーに戻る。この二つの反射光によって干渉が起こり、Photo detectorで検出される。4から出た光は参照信号として用い、干渉光と差動増幅される。

カンチレバーの先には微小な Tip が装着されており、この Tip がサンプルからの力を受ける。このときピエゾでカンチレバーを振動させておけば、サンプルからの力を受けて起きた変動をフィードバックすることによって、Tip が受けた力を測定することが出来る。

しかし現実には熱や振動などの外乱によって干渉縞は常に変動している。そこで本実験では、まずフィードバック制御を行うことにより干渉縞の変動を除去することを試みた<sup>3</sup>。以下のセクションでは、まず制御理論の基礎的事項を述べた上で、実際に本実験においてどのような方法で制御を行ったかを述べることにする。

<sup>1</sup>参考文献 [1]

<sup>2</sup>実際は厳密には等分されず、4からの出力光の方が3からの出力光より約 2.3 倍大きかった。

<sup>3</sup>実験室で準備されていた光ファイバーは、端面を斜めにカットしてファイバーの終端での反射を防ぐように加工されていたため、図1のような干渉計が設計できなかった。そこでセクション3の図5のようなマイケルソン干渉計を構成して制御を行った。

## 2 制御理論の基礎

### 2.1 ラプラス変換と伝達関数

制御理論において必要不可欠な概念がラプラス変換と伝達関数である。いま、 $t \geq 0$  で定義された時間関数  $f(t)$  を考え、ある正の定数  $\delta_0$  より小さくない全ての  $a$  に対して

$$|f(t)| \leq ke^{at} \quad (1)$$

が成り立つとき、

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2)$$

という変換を行うと、実部が  $\delta_0$  より大きい全ての複素数  $s$  において絶対収束する。この  $F(s)$  を  $f(t)$  のラプラス変換という。また  $c > \delta_0$  になるように選んだ積分路に沿っての積分

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(s)e^{st} ds \quad (3)$$

により、 $f(t)$  は  $F(s)$  から  $t \geq 0$  について求められる。これをラプラス逆変換という。

いま、ある線形システムにインパルス  $\delta(t)$  を入力したときに、出力として  $h(t)$  が得られたとする。この出力をインパルス応答といい、インパルス応答のラプラス変換  $H(s)$  を、このシステムの伝達関数という。一般に線形システムへの入力  $x(t)$  のラプラス変換を  $X(s)$ 、出力  $y(t)$  のラプラス変換を  $Y(s)$  とすると、入力と出力は伝達関数  $H(s)$  によって

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (4)$$

と結ばれる。また  $s = i\omega$  と置くことにより、システムの周波数特性や安定性を容易に論じることが出来るため、伝達関数はシステムの解析に大変重要な役割をはたす。

### 2.2 周波数特性と安定性

#### 2.2.1 周波数特性

制御対象に周期的に変化する信号を加えると、出力も周期的に変化する。出力信号を入力信号と比べると「大きさ」と「位相」が変化している。その変化の仕方を周波数特性という。周波数特性を知るためには、伝達関数  $G(s)$  において  $s = i\omega$  として、その絶対値と偏角を調べればよい。すなわちゲインと位相差は

$$|G(i\omega)| = \sqrt{\{\operatorname{Re}G(i\omega)\}^2 + \{\operatorname{Im}G(i\omega)\}^2} \quad (5)$$

$$\angle G(i\omega) = \tan^{-1} \frac{\operatorname{Im}G(i\omega)}{\operatorname{Re}G(i\omega)} \quad (6)$$

から求められる。

#### 2.2.2 ナイキストの安定判別法

図2のような系の安定性を考える。この系が安定であるための条件は、系の閉ループ伝達関数

$$\frac{G(s)}{1+G(s)} \quad (7)$$

が右半平面内に極を持たない、すなわち特性方程式  $1+G(s) = 0$  の根の実部が負であることである。このことから、次のナイキストの安定判別法によって系の安定性を判別することができる。

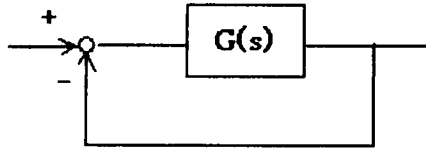


図 2: フィードバック系

「ナイキストの安定判別法」

開ループ伝達関数  $G(s)$  において  $s = i\omega$  とおき、 $\omega$  を  $0 \sim \infty$  に変化させたとき、ベクトル軌跡が  $-1 + i0$  の点を左に見て描かれるならばこのフィードバック系は安定である。

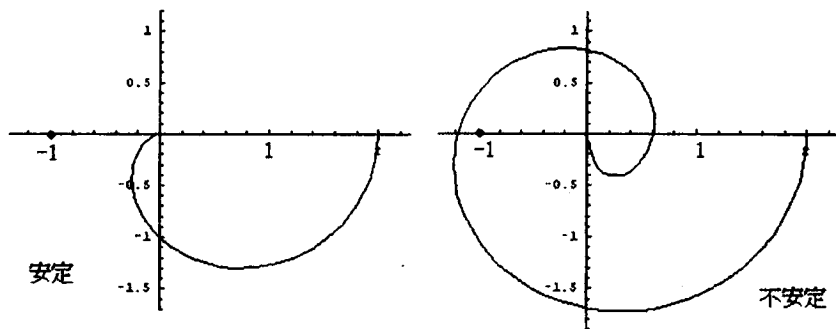


図 3: ナイキストの安定判別法

2.2.3 ゲイン余裕と位相余裕

ある  $\omega$  の点で振動的になるということは、ベクトル軌跡が  $-1 + i0$  の点を通ることである。これに対して安定な場合は

ゲインが 1 となる点では位相遅れは 180 度より小さく、

位相遅れが 180 度となる点ではゲインが 1 より小さく

なるときである。ところが、何らかの理由でゲインが上がったり、位相が遅れたりすると不安定になる。そこで、

位相遅れが 180 度のときの値の逆数を「ゲイン余裕」

ゲインが 1 のときの位相遅れ 180 度との差を「位相余裕」と定義する。これらは不安定になるまでに、ゲインと位相がどれだけ余裕があるかを示す尺度であり、ボード線図上では図 4 のように表される<sup>4</sup>。実際の実験ではこれらのことに気をつけながら各パラメータを調節していった。

<sup>4</sup>ここでゲインの縦軸の dB はデシベルで、 $20 \log |G(i\omega)|$  とする。

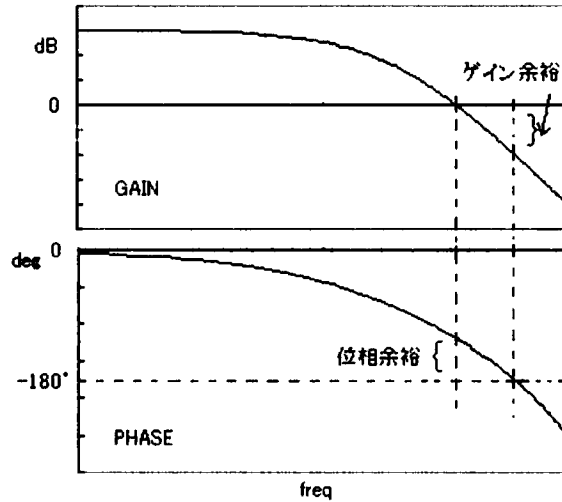


図 4: ボード線図上でのゲイン余裕と位相余裕

## 2.3 PID 制御

フィードバック制御を行うための最もスタンダードな方法が PID 制御である。PID 制御は、P 動作（比例動作）、I 動作（積分動作）、D 動作（微分動作）からなる。制御偏差を  $e(t)$  とすると制御出力  $m(t)$  は次の演算により出力される。

$$m(t) = K_P \left( e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (8)$$

ここで、 $K_P$  は比例ゲイン、 $T_I$  は積分時間、 $T_D$  は微分時間である。

P 動作のみで制御をしようとするとう定常偏差<sup>5</sup>が残ってしまうが、I 動作を加えると定常偏差を取り除く事が出来る。しかし I 動作は位相を遅らせるので、系を不安定な方向にもっていきやすい。そこで位相を進ませる D 動作を加えることで位相特性を改善させ、比例および積分ゲインをあげて応答速度をあげることを可能にさせるのである。本実験では、まず P 制御のみである程度制御をかけてから、I 動作、D 動作を順次加えることで制御性を高めていった。

<sup>5</sup>制御量の測定値と設定値の差。

### 3 実際の実験系での制御

図5に本実験で構成した制御系の概要を示す。

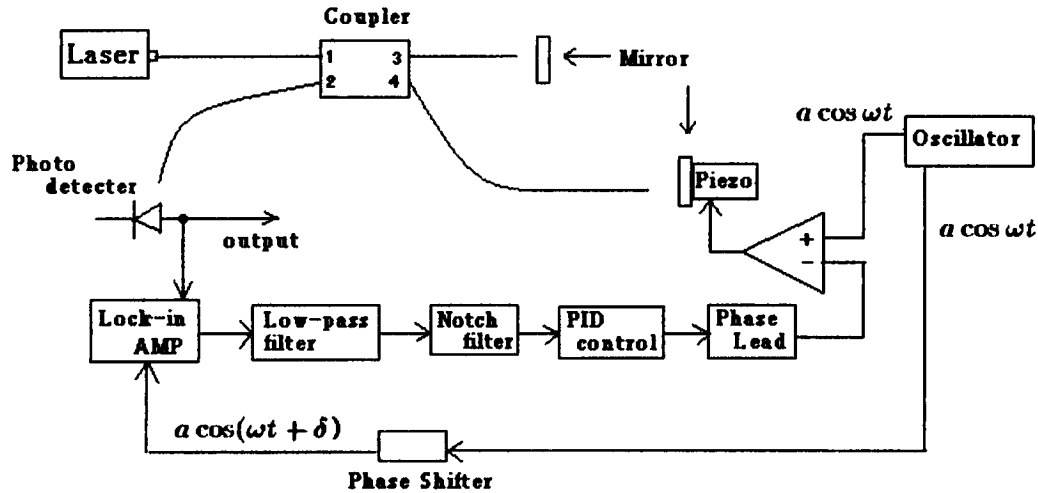


図 5: 実験装置の概要

熱や振動などによる干渉縞の変動を制御するには、変動に比例した信号を取り出すことが必要である。本実験では変動に比例した信号に適切な処理を行ってフィードバックをすることにより制御を実現した。以下にその方法と使用した各種回路の説明を行う。

#### 3.1 変動に比例した信号の取り出し

ピエゾに取り付けたミラーの変動を  $r_0(t)$  とする。このとき図5のようにピエゾに高周波の正弦波信号<sup>6</sup>  $a \cos \omega t$  を入力すると、全体の変動は

$$r(t) = r_0(t) + |P(i\omega)|a \cos(\omega t + \delta) \quad (9)$$

となる。ただし  $P(i\omega)$  はピエゾの伝達関数で、 $\delta = \angle P(i\omega)$ 。これをフォトディテクターで測定すると干渉光強度の変化として

$$I(r(t)) = I(r_0(t)) + \frac{dI}{dr}(r_0(t)) \cdot |P(i\omega)|a \cos(\omega t + \delta) \quad (10)$$

が得られる。これに参照信号  $a \cos(\omega t + \delta)$  を掛け合わせると

$$\begin{aligned} I(r(t))a \cos(\omega t + \delta) &= I(r_0(t))a \cos(\omega t + \delta) + \frac{dI}{dr}(r_0(t)) \cdot |P(i\omega)|a^2 \cos^2(\omega t + \delta) \\ &= \frac{1}{2} \frac{dI}{dr}(r_0(t)) \cdot |P(i\omega)|a^2 + I(r_0(t))a \cos(\omega t + \delta) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{dI}{dr}(r_0(t)) \cdot |P(i\omega)|a^2 \cos(2\omega t + 2\delta) \end{aligned} \quad (11)$$

と角周波数が  $0, \omega, 2\omega$  の3つの成分を持つ信号が得られる。このうち角周波数が  $0$  の信号は  $\frac{dI}{dr}(r_0)$  に比例しており、そして  $r_0(t)$  があまり大きくないところでは  $\frac{dI}{dr}(r_0)$  は  $r_0(t)$  に比例する。したがって高周波成分をローパスフィルタで取り除くと、変動に比例した信号が得られることになる。

<sup>6</sup>本実験では振幅  $50[\text{mV}]$ 、周波数  $15[\text{kHz}]$  の信号を入力した。

## 3.2 各種回路

この節では、実験に使用した各種回路の説明を行う。

### 3.2.1 Photo Detector

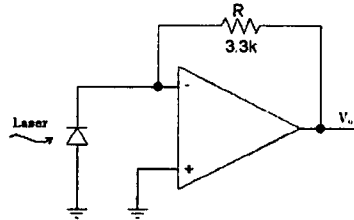


図 6: Photo Detector

干渉光強度の測定には図 6 に示すフォトディテクターを用いた。フォトダイオードは両端の電位差が 0V であるとき、光が入射すると入射光強度に比例した光電流が逆向きに流れる。この光電流  $I$  が抵抗  $R$  によって電圧  $V_o = -RI$  に変えられる。

### 3.2.2 Phase Shifter

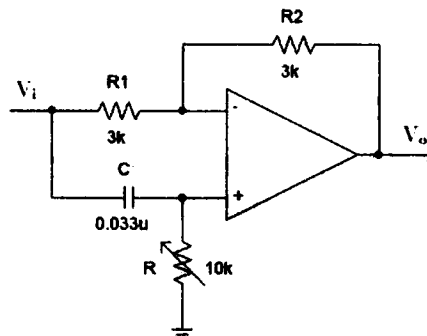


図 7: Phase Shifter

ピエゾによる位相の変化分  $\delta$  だけ入力信号の位相を変化させてロックインアンプ入力するために図 7 の Phase Shifter を制作した。  $R_1 = R_2$  とすると、この回路の伝達関数は

$$G(i\omega) = \frac{i\omega C R R_1 + R_2}{(i\omega C R - 1)R_1} = \frac{1 + i\omega C R}{-1 + i\omega C R} \quad (12)$$

となり、ゲインは  $|G(i\omega)| = 1$ 、位相は  $\angle G(i\omega) = 2 \tan^{-1}(\omega C R)$  となる。  $R$  の値を調節することで位相を自由にシフトすることが出来る。

### 3.2.3 可変ゲイン付き Low-Pass Filter

ロックインアンプから掛算されて戻ってきた信号の高周波成分を除去し、変動に比例した信号を取り出すために Low-Pass Filter を制作した。回路図を図 8 に示す。前段でゲイ



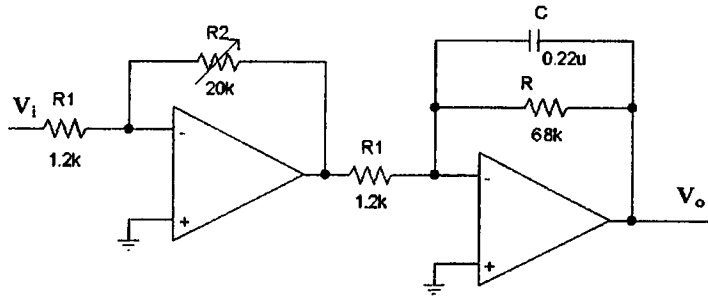


図 8: 可変ゲイン付き Low-Pass Filter

ンを調節して後段の Low-Pass Filter で高周波成分を除去した。この回路の伝達関数は

$$G(i\omega) = \frac{R_2}{R_1} \frac{R}{R_1} \frac{1}{1 + i\omega CR} = \frac{K}{1 + i\omega CR} \quad (13)$$

であり、時定数は  $CR = 14.96$  [msec] で周波数に換算すると  $f = 10.64$  [Hz] である。またゲインは  $K \approx 1 \sim 10^3$  の範囲を調節できるようにした。

### 3.2.4 Notch Filter

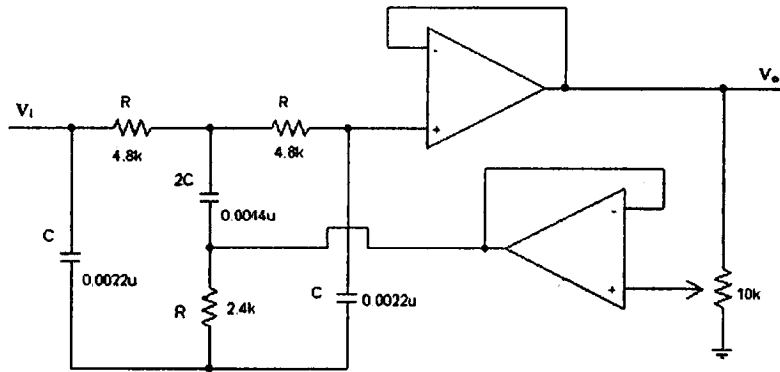


図 9: Notch Filter

信号発生器からピエゾに送っていた 15 [kHz] の信号が雑音としてフィードバックされていたので、バンドリジェクトフィルタである Notch Filter を制作して 15 [kHz] の信号を取り除いた。Notch Filter の伝達関数は

$$G(i\omega) = \frac{\left(\frac{i\omega}{\omega_0}\right)^2 + 1}{\left(\frac{i\omega}{\omega_0}\right)^2 + 4(1 - k)\frac{i\omega}{\omega_0} + 1} \quad (14)$$

となる。ここで  $k$  は  $V_o$  の帰還率であり、この値を調節することにより半値全幅を調節できる。また  $\omega_0 = 1/CR$  であり、これは除去される周波数の中心周波数である。ここでは  $f_0 = \omega_0/2\pi = 15.07$  [kHz] になる<sup>7</sup>。実際に測定した Notch Filter の周波数応答を図 10 に示す。

<sup>7</sup>実際には各抵抗に 1kΩ の可変抵抗を付けて、きれいに 15 [kHz] の周波数が除かれるように調節した。

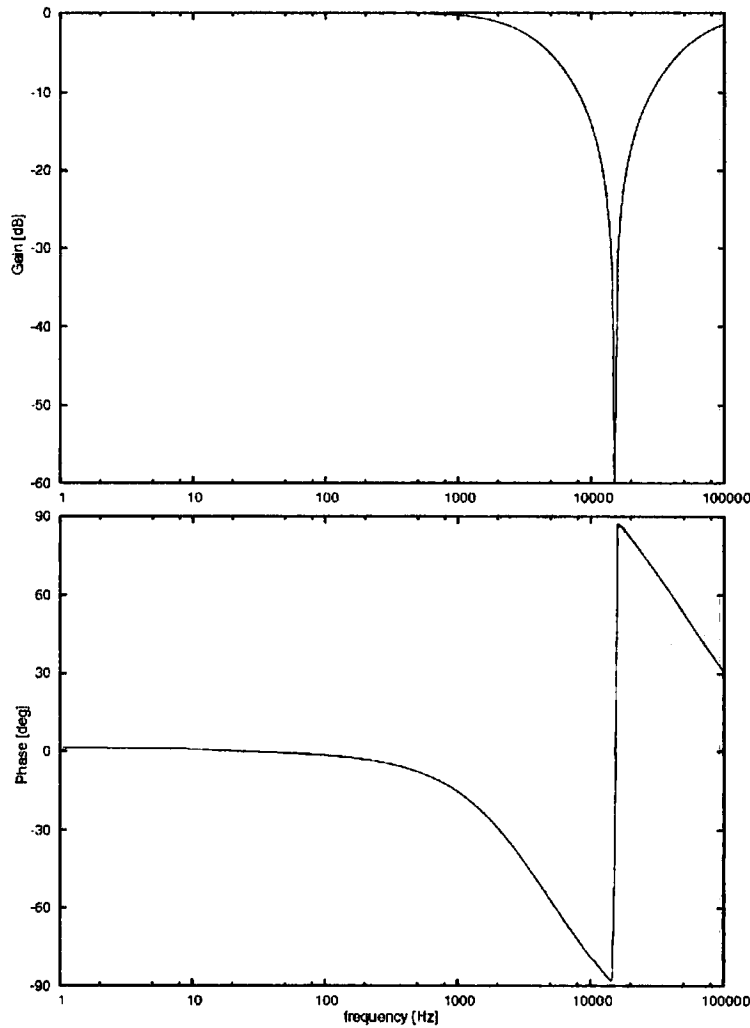


図 10: Notch Filter のボード線図

### 3.2.5 PID 調節計

制御をよりよく達成するために図 11 に示すような PID 調節計を制作した。P 制御のゲインを  $K_P$ 、I 制御の時定数を  $T_I$ 、D 制御の時定数を  $T_D$  とすると、PID 調節計の伝達関数は

$$G(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (15)$$

となる。I 制御、D 制御の時定数は臨界感度法<sup>8</sup>によるチューニングを参考にしながら抵抗の値を変えることで適宜調節した。また微分器の後にスイッチを入れて PI 制御と PID 制

<sup>8</sup>臨界感度法とはジューダ・ニコラス法の 1 つである。具体的には、P 動作だけにして比例ゲインを上げていくと、ある点  $K_P = K_u$  で持続振動が起きるので、そのゲイン  $K_u$  と振動周期  $P_u$  を記録し、表 1 に従って PID パラメータを決める。

表 1: 臨界感度法によるパラメータ調整

	$K_p (100/PB)$	$T_I$	$T_D$
P 制御	$0.5K_u$	—	—
PI 制御	$0.45K_u$	$0.83P_u$	—
PID 制御	$0.6K_u$	$0.5P_u$	$0.125P_u$

御のどちらでも使えるようにした。

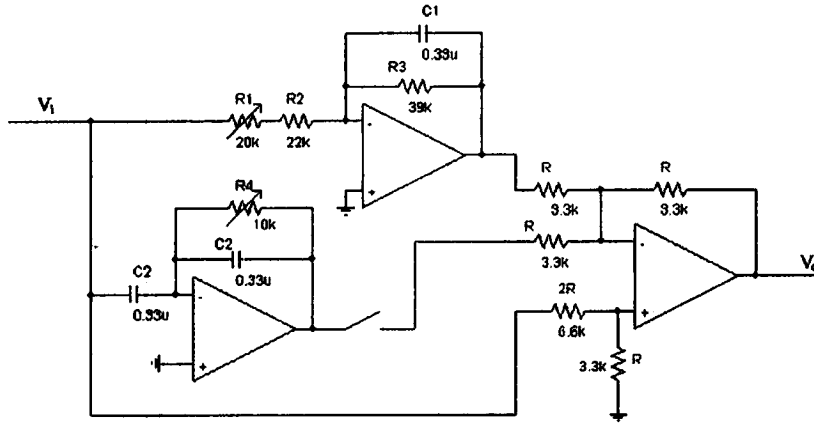


図 11: PID 調節計

### 3.2.6 位相進み回路 (Low-Pass フィルター付き)

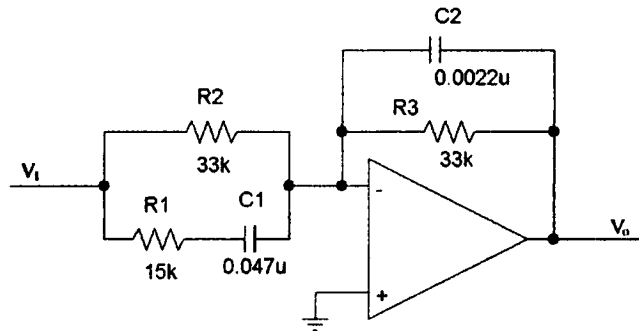


図 12: Phase Lead Network (+ Low-Pass Filter)

前節までの回路を使用することで、一応は制御がかかるようになったが<sup>9</sup>、制御系の開ループ伝達関数を測定すると位相余裕がほとんど無く不安定になりやすかった。そこでユニティゲイン周波数付近の位相遅れを回復させるために図 12 に示すような、位相進み回路を制作した。また高周波でのゲインを落とすためにローパスフィルタも組み込んだ。この回路の伝達関数は

$$G(i\omega) = -\frac{R_3}{R_2} \frac{1 + i\frac{\omega}{\omega_3}}{\left(1 + i\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + i\frac{\omega}{\omega_2}\right)} \quad (16)$$

である。ここで

$$\omega_1 = \frac{1}{C_1 R_1}, \quad \omega_2 = \frac{1}{C_2 R_3}, \quad \omega_3 = \frac{1}{C_1 (R_1 + R_2)} \quad (17)$$

であり、周波数に換算すると、 $f_1 = 226$  [Hz],  $f_2 = 2.19$  [kHz],  $f_3 = 70.5$  [Hz] となる。図 13 にこの回路の周波数応答特性を示す。ユニティゲイン周波数付近で位相が戻っているのが

<sup>9</sup>実際はこのセットアップではなかなか制御がかからなかった。これは音や風の影響が無視できない雑音として存在していたからであった。そのため実験装置全体にダンボール箱を被せてこれらの影響を軽減すると、格段に制御がかかるようになった。

確認できる。

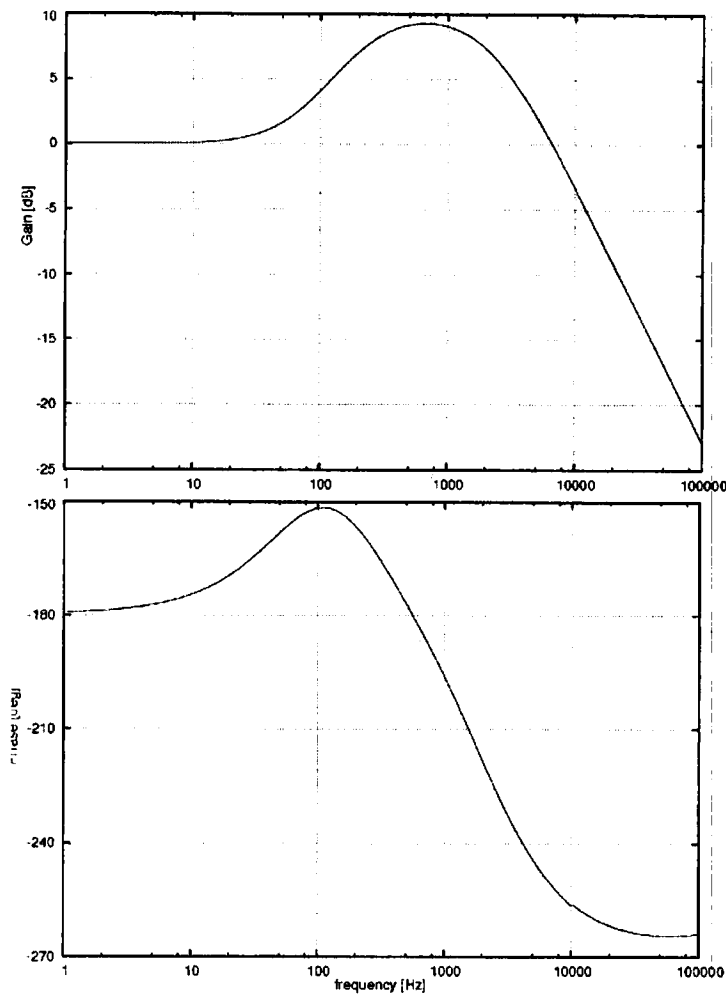


図 13: Phase Lead Network (+ Low-Pass) のボード線図

### 3.3 全フィルタの伝達関数

以上制作した各種フィルタを全て接続してフィルタの全伝達関数を測定した。測定結果を図 14 に示す。ゲインについては、ローパスフィルタで高周波のゲインを落とし、さらにノッチフィルタで 15 [kHz] のゲインを急激に落とすことが出来た。また位相については、ローパスフィルタによる位相遅れを位相進み回路で軽減し、数 10 ヘルツから 200 ヘルツ弱の範囲<sup>10</sup>で位相が遅れることを防ぐことが出来た。

<sup>10</sup>これは次節で測定する制御系の開ループ伝達関数のユニティゲイン周波数が存在する領域であり、この範囲で位相が遅れるのを防ぐことで位相余裕を稼いでいる。

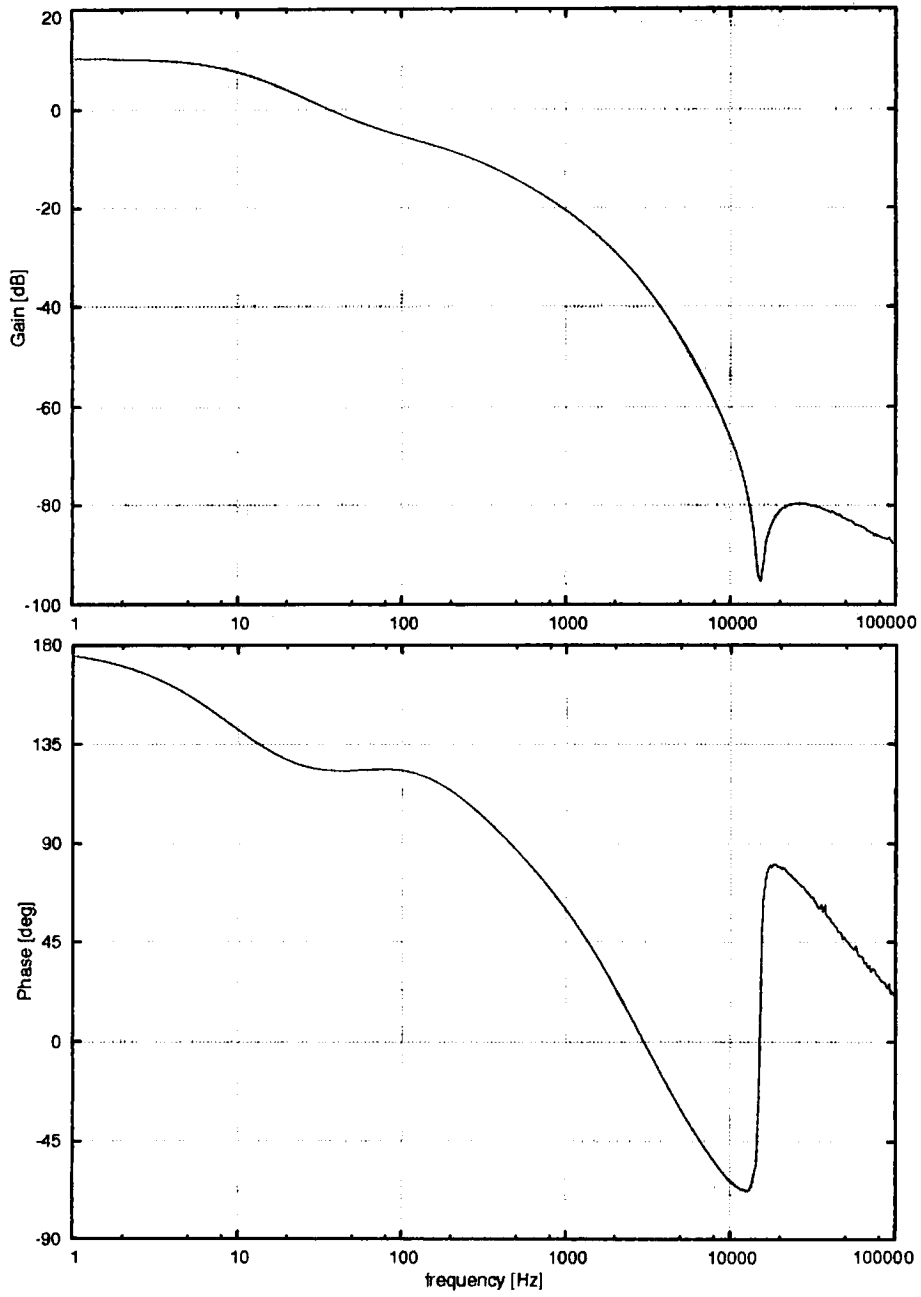


図 14: フィルタの全伝達関数

## 4 開ループ伝達関数の測定

以上の構成で制御がかかるようになり干渉縞の変動を取り除くことが出来た。(図 15,16. 縦軸の目盛りは 0.2 V, 横軸の目盛りは 1 sec.)

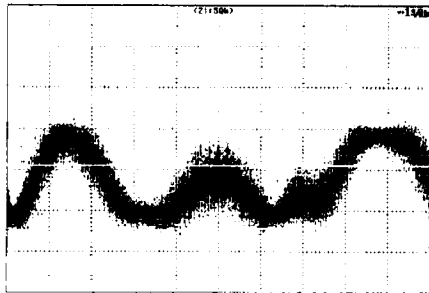


図 15: 制御前の信号

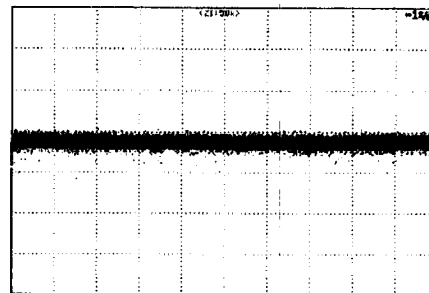


図 16: 制御後の信号

そこで制御系の性能と特性を評価するために FFT スペクトラムアナライザで制御系の開ループ伝達関数の測定を行った。測定の原理を図 17 に示す。干渉縞の時間変動は Photo

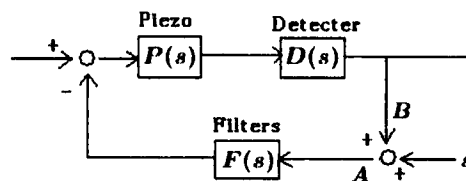


図 17: 開ループ伝達関数の測定

Detector で電気信号に変えられ、これが各種フィルタで処理されピエゾにフィードバックされるのだが、このフィルタへの入力部分に  $s = i\omega$  の試験信号を加算すると、加算前後の信号はそれぞれ

$$A = \frac{s}{1 + G(s)}, \quad B = -\frac{sG(s)}{1 + G(s)} \quad (18)$$

となる。ここで  $G(s)$  は系の開ループ伝達関数であって、 $G(s) = F(s)P(s)D(s)$  である。従って

$$\frac{B}{A} = -G(s) \quad (19)$$

となって開ループ伝達関数  $G(s)$  を測定することが出来る。

測定結果を図 18 に示す。測定は 1 [Hz] から 10 [kHz] までの範囲で行ったが、1 [kHz] 以上の周波数帯ではゲインが小さすぎたためかまともに測定できなかった。ゲインの 10 [Hz] 以上での減少はローパスフィルタによるものである。これにより低周波でのゲインを持ち上げることに成功した。また位相については、ローパスフィルタの影響による遅れを位相進み回路によって軽減し、位相余裕を稼いでいる。

ユニティゲイン周波数は 100 [Hz] で、この周波数で位相余裕が 38 度である。また位相遅れが 180 度になる周波数は 160 [Hz] で、この周波数でゲイン余裕は 6.5 [dB] である。また 50 [Hz] のピークは電源の雑音だと考えられる。この状態で一応制御がかかったが、ゲイン余裕がやや小さく、まだフィルタや雑音対策に改良の余地がある。

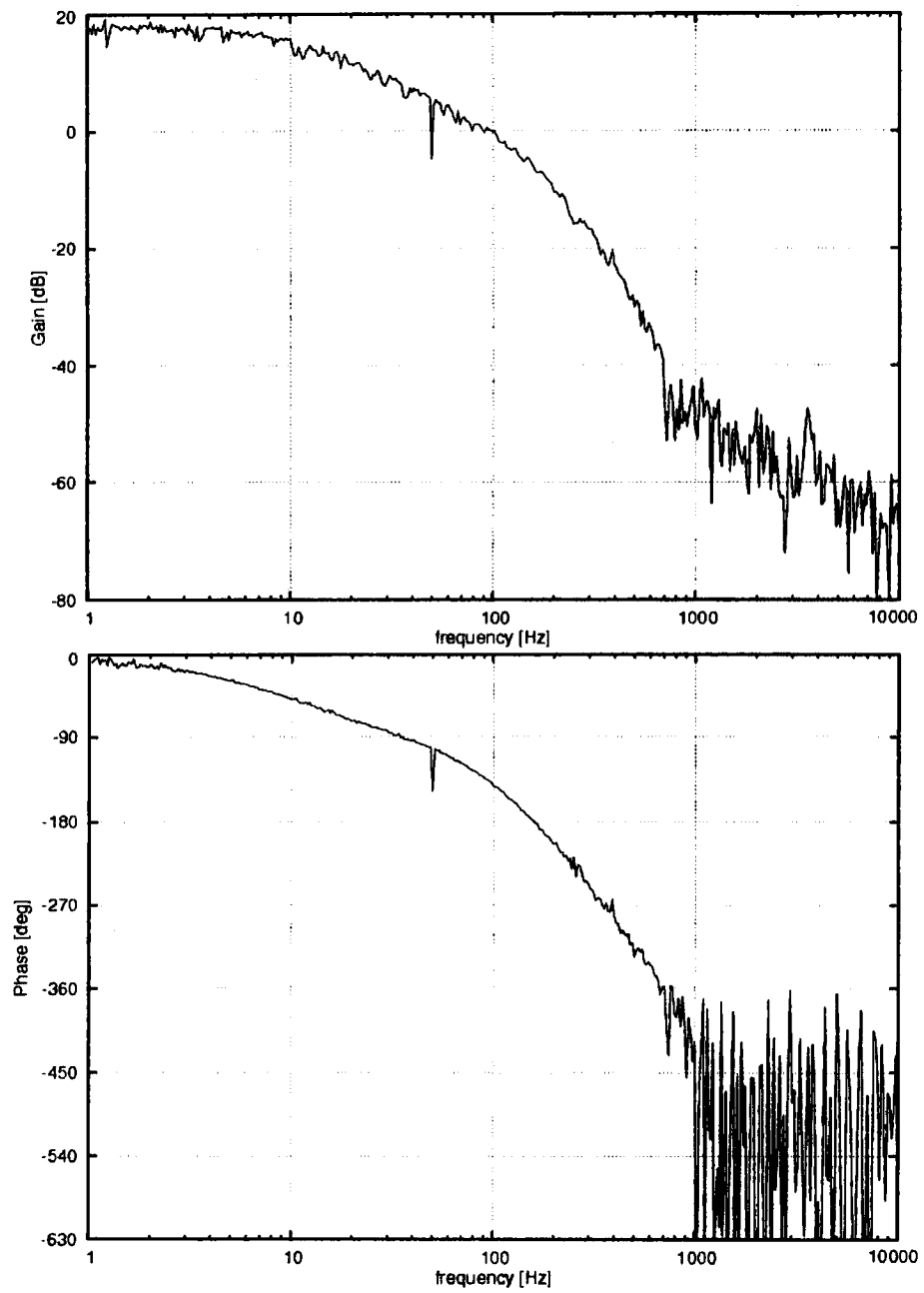


図 18: 開ループ伝達関数

## 5 ピエゾの変動の測定

開ループ伝達関数が測定できたので、実際にピエゾがどれくらい変動しようとしていたのかをスペクトル解析で測定した。

### 5.1 電圧と変位の関係

ピエゾの変動のスペクトルを  $x(\omega)$ 、ピエゾの変動による電圧変化のスペクトルを  $V(\omega)$ 、エラー信号のスペクトルを  $e(\omega)$ 、制御系の開ループ伝達関数を  $G(\omega)$  とすると

$$\begin{aligned} e(\omega) &= V(\omega) - G(\omega)e(\omega) \\ \Rightarrow V(\omega) &= (1 + G)\omega e(\omega) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。 $G(\omega)$  はすでに測定したので、エラー信号のスペクトル  $e(\omega)$  を測定すれば、 $V(\omega)$  が分かる。 $V(\omega)$  の測定結果から  $x(\omega)$  を求めるには、 $V(\omega)$  と  $x(\omega)$  の関係が分からなければならない。この関係を求めるために、例えば以下のような方法がある。

フォトダイオードからの出力は次式で与えられる。

$$V = V_0 \sin \frac{4\pi x}{\lambda} \quad (21)$$

ここで  $\lambda$  はレーザーの発振波長<sup>11</sup>、 $x$  はファイバーとピエゾに装着されたミラーとの間の距離である。また  $V_0$  は干渉縞の振幅で

$$V_0 = (V_{\max} - V_{\min})/2 \quad (22)$$

で与えられる (図 19)。 $x$  の変動を最も鋭敏に感じるのは、 $x = \lambda/4, 2\lambda/4, 3\lambda/4, \dots$  のときである。

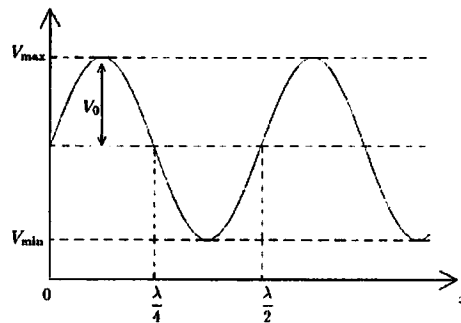


図 19: 干渉縞

式 (21) より、この場所での変位  $x$  の微小な変動  $\Delta x$  と周波数 (波長) の変動  $\Delta \lambda$  に対する応答は

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta x - 4\pi x \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \quad (23)$$

で与えられる。周波数変動が無視できるとすると<sup>12</sup>

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 4\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \quad (24)$$

<sup>11</sup> 本実験で用いたレーザーは New Port 社製の赤外線レーザーで、発振波長は 1550 [nm] である。

<sup>12</sup> 実際は無視できる程には小さくない



となって、ピエゾの変動  $\Delta x$  と電圧の変動  $\Delta V$  の関係が分かる。しかしこの方法は制御をかけないで測定するので、干渉縞がきれいに見えず現実的ではない。そこで本実験では以下のような方法で  $V(\omega)$  と  $x(\omega)$  の関係を求めた。

式 (21) より、ピエゾが  $\lambda/2$  だけ変位すると干渉縞のピークが1つ現れる。従ってピエゾに三角波を入力したとき、三角波の下端から上端まで電圧が変化する間に干渉縞に現れるピークを数えることによって入力した電圧とピエゾの変位の関係が分かる。三角波の上端と下端の間の電圧差を  $V$ 、その間のピークの数  $n$  とすると単位電圧あたりの変位は

$$\frac{n}{V} \times \frac{\lambda}{2} \quad [\text{m/V}] \quad (25)$$

で与えられる。図 20 は  $V = 1$  [V]、周波数 100 [Hz] の三角波を入力したときのデジタルオシロスコープの画像である。この場合ピークの数  $n$  は約 6.5 個なので、式 (25) に代入

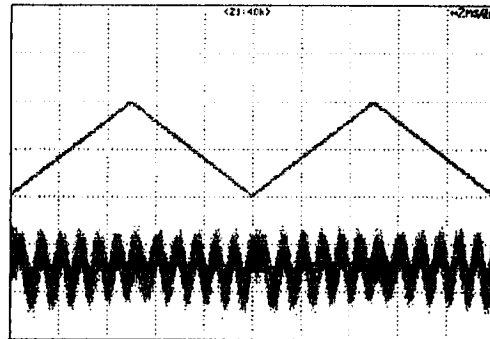


図 20: 電圧と変位の関係の測定

して、 $V(\omega)$  と  $x(\omega)$  の関係は約  $5 [\mu\text{m/V}]$  と求まる。同じことを様々な電圧で行い平均を取った。またこの作業を 1 [Hz] から 10 [kHz] の周波数で行い周波数特性を調べた<sup>13</sup>。結果を図 21 に示す。

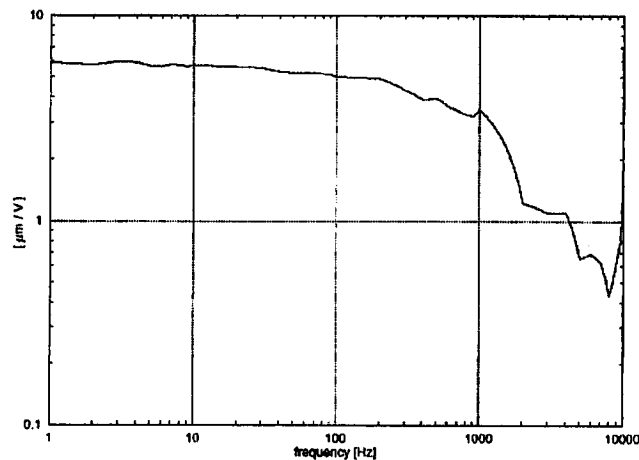


図 21: 電圧と変位の関係の周波数特性

数 100 [Hz] まではほとんど一定だが、それ以上の高周波になると急激に変位量が小さくなっていくことが分かる。また 10 [kHz] の手前から変位量が急激に大きくなっているの

<sup>13</sup>具体的には各 Decade ごとに 10 点測定をし、測定点間の間を線形と仮定して補間した。

は、この周波数付近に piezo の共振周波数があることを示唆している<sup>14</sup>。

図 21 の関係は伝達関数  $P(i\omega)D(i\omega)$  から予想することが出来る。開ループ伝達関数  $G(i\omega)$ 、フィルタの全伝達関数  $F(i\omega)$  はすでに測定したので、これらから

$$P(i\omega)D(i\omega) = \frac{G(i\omega)}{F(i\omega)} \quad (26)$$

を計算することができる。 $|P(i\omega)D(i\omega)|$  の計算結果を図 22 に示す。

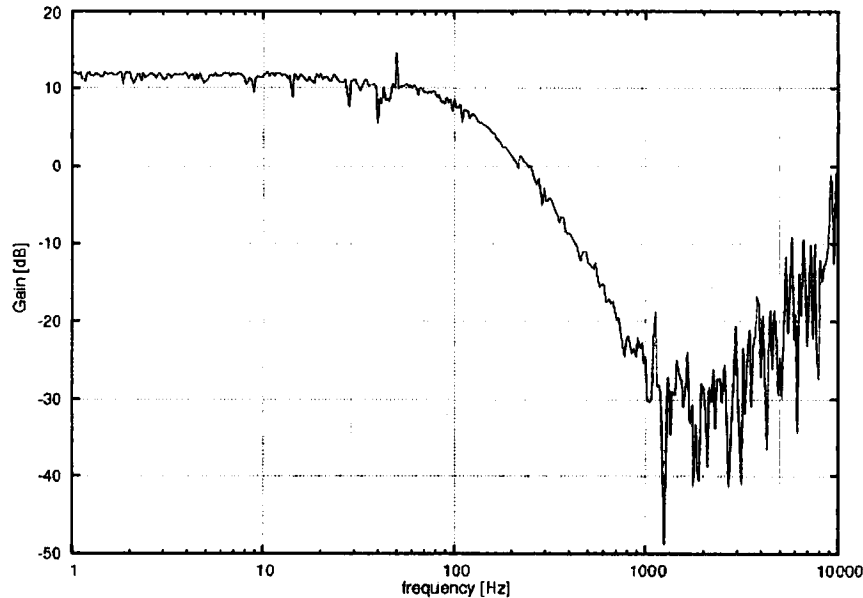


図 22:  $|P(i\omega)D(i\omega)|$  の計算結果

図 21 と図 22 を比べると、ゲインの急激な減少が前者は 1 [kHz] 弱から始まっているのに対し、後者は約 100 [Hz] から始まっている。これは、後者においてロックインアンプの時定数<sup>15</sup>が影響しているからだと考えられる。またミラーを装着した piezo の共振周波数 10 [kHz] 弱付近のピークは、図 21 と図 22 の両方で確認できる。

## 5.2 変動のスペクトル

$V(\omega)$  と  $x(\omega)$  の関係が分かったので、これを用いてエラー信号のスペクトル<sup>16</sup>  $e(\omega)$  と piezo の変動のスペクトル  $x(\omega)$  を測定したものを図 23 に示す<sup>17</sup>。図 23 の上図が  $e(\omega)$  のスペクトルで、下図が  $x(\omega)$  のスペクトルである。もともとの piezo の変動がフィードバック制御により、ユニティゲイン周波数 120 [Hz] 以下できれいに  $1/1+G$  に抑えられているのが分かる。また 50 [Hz] の整数倍におけるピークは電源の雑音と考えられる。

<sup>14</sup> データシートによれば何も装着していない状態での piezo の共振周波数は 10 [kHz] である。

<sup>15</sup> 本実験ではロックインアンプの時定数を 1 [msec] に設定した。これは周波数に換算して約 160 [Hz] でありローパスフィルタとして働いていると考えられる。

<sup>16</sup> 測定した値は電圧だが、 $V(\omega)$  と  $x(\omega)$  の関係の関係を流用して  $x(\omega)$  と同じ長さの次元にした。

<sup>17</sup> 図 21 の測定値を用いて電圧を変位に変換した。

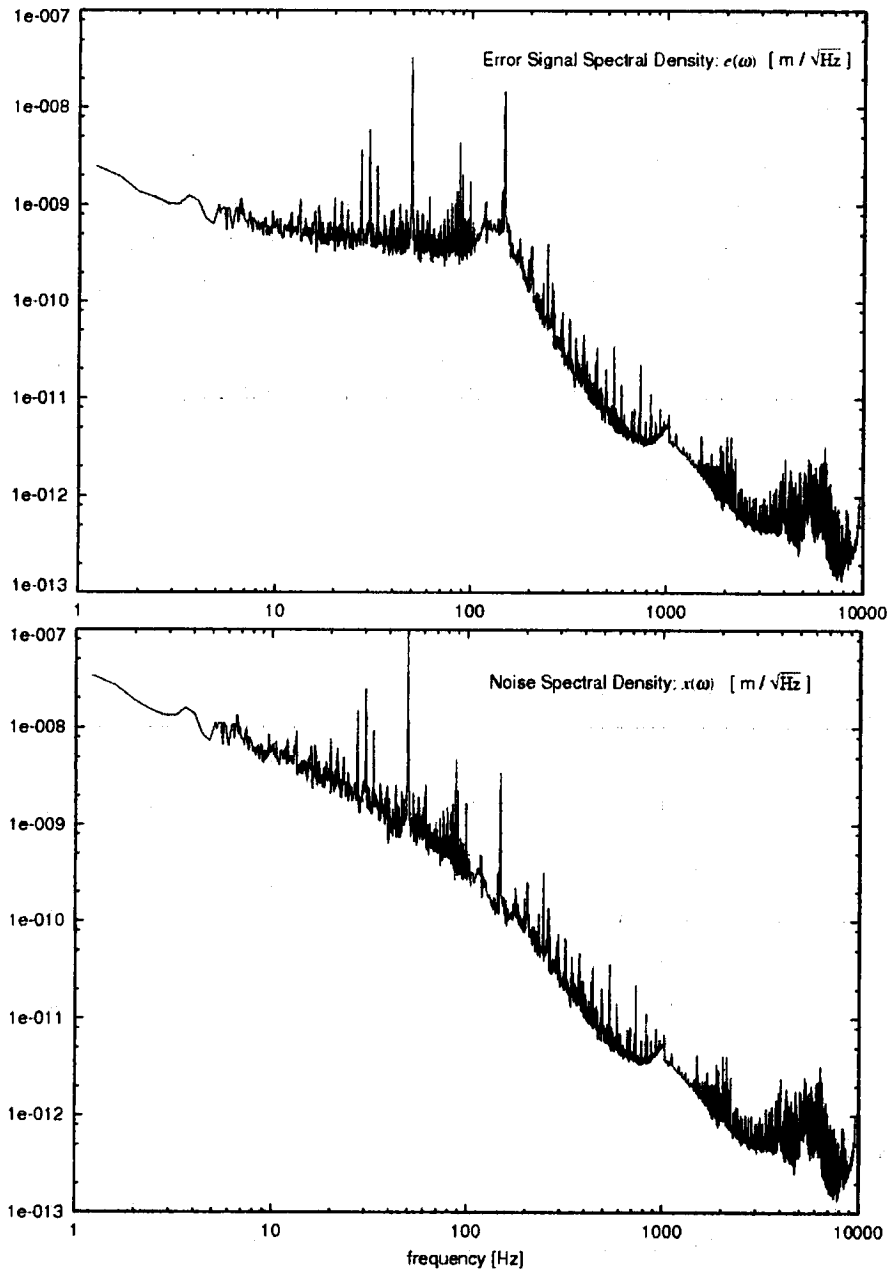


図 23: 制御された変動

## 6 考察と今後の課題

本実験では基礎的な制御理論に基づき干渉縞の変動を除去することに成功した。しかし制御系の開ループ伝達関数のゲイン余裕や位相余裕が小さく、フィルタを改良するなど安定性の面でさらなる改善が望まれる。本実験では音や風による雑音を軽減するために、実験装置全体をダンボール箱で覆ったが、雑音の影響をさらに少なくするためには、実験装置全体を真空槽に入れることが必要である。また今回の実験で用いたピエゾは比較的大型のものであったため、小型のものを用いてより高い周波数で変調させることも効果的であると考えられる。

本実験ではマイケルソン干渉計を構成して制御を実現したが、図1の原子間力顕微鏡に使う干渉計を構成するためには、ファイバーの終端でレーザー光が反射するように端面をフラットにカットしたファイバーを用意しなければならない。時間の関係で図1の干渉計を構成し、かつその干渉計で制御を行うという段階まで到達できなかったため、今後図1の干渉計で制御を行い、実際に原子間力顕微鏡を制作することが課題である。

## 7 感想

本実験で制御という分野を初めて体験して大変勉強になりました。制御理論、回路制作、製図など初めて尽くしなうえ、実験中に光ファイバーを折ってしまい、干渉計が当初の予定のものからマイケルソン干渉計に変わってしまったり、実験場所の引越しがあつたりと、不測の事態が多発しましたが、何とか制御の実現にまで漕ぎ着けることが出来て一安心しました。

本来の目標であった原子間力顕微鏡の領域に踏み込みたかったのですが、時間が足りず制御を行うのが精一杯だったのが残念であったとともに、実験の大変さが分かりました。

指導教官の坪野公夫教授には自分のやりたいテーマを自分で決めさせて頂いたことに深く感謝します。また本実験を通して、不慣れな分野について様々な助言と指導をしてくださった助手の安東正樹さんに心よりお礼を申し上げます。

## 8 参考文献

- [1] D. Rugar, H. J. Marmin, and P. Guethner, Appl. Phys. Lett. 55, 2588(1989)
- [2] Y. Martin, C. C. Williams, and H. K. Wickramasinghe, J. Appl. Phys. 61, 4723(1987)
- [3] D. Rugar, H. J. Marmin, R. Erlandsson, J. E. Stern, and B. D. Terris, Rev. Sci. Instrum. 59, 2337(1988)
- [4] G. Binnig, C. F. Quate, and Ch. Gerber, Phys. Rev. Lett. 56, 930(1986)
- [5] 山本重彦, 加藤尚武, 「PID 制御の基礎と応用」 朝倉書店, 1997
- [6] 柏木潤, 「自動制御」 朝倉書店, 1983
- [7] 岡村勉夫, 「OP アンプ回路の設計」 CQ 出版社, 1990