

2004 年度夏学期特別実験

ファイバ干渉計によるレーザー光源の周波数安定化

31513 大江英輝

共同実験者 萩原利士成

## 目次

1	実験の概要	2
2	線形システム	3
2.1	伝達関数	3
2.2	ナイキストの安定判別法	3
3	制御システム	5
3.1	レーザー光源	5
3.1.1	発振波長の温度依存性	5
3.1.2	ピエゾによる周波数変調	7
3.2	光ファイバ	7
3.3	干渉計	7
3.3.1	光カプラの特性	9
3.3.2	干渉計の透過光特性	9
3.3.3	干渉計の雑音	11
3.4	フォトディテクター	12
3.5	検出システム	12
3.6	フィルタ	13
3.6.1	ローパスフィルタ	13
3.6.2	ノッチフィルタ	14
3.6.3	フィルタの全伝達関数	15
4	開ループ伝達関数の測定	17
5	レーザー光源の周波数雑音の測定	19
5.1	$D(\omega)$ の測定	19
5.2	周波数雑音の測定	21
6	今後の課題	22

## 1 実験の概要

2004年度夏学期の坪野研究室の特別実験では、レーザー光源の周波数安定化に関する実験を行った。

坪野研究室ではレーザー干渉計を用いた重力波の検出実験が行われている。重力波は一般相対論から予言される物理現象であり、これを検出することは相対論の検証のみならず、重力波天文学の創設にもつながるものとして期待されている。

しかし重力波は極めて微弱な波であり、それを直接検出するためには極めて精密な測定を行わなければならない。レーザー光源の周波数の安定化もまた重要な要素である。そのような中で、今回学生実験としては、市販のレーザー光源を用いて、光源の周波数安定化に関する実験を行った。

実験の大まかな原理を図1に示す。レーザーの出力光は、まず光ファイバで作成した干渉計に入射される。レーザーの発振周波数は時間とともにわずかに変動しているものと考えられ、このため干渉計の透過光強度も時間的に変動する。この変動をフォトディテクターで電気信号に変え、アナログ的に適切な信号処理を行った上でレーザー光源にフィードバックするのである。

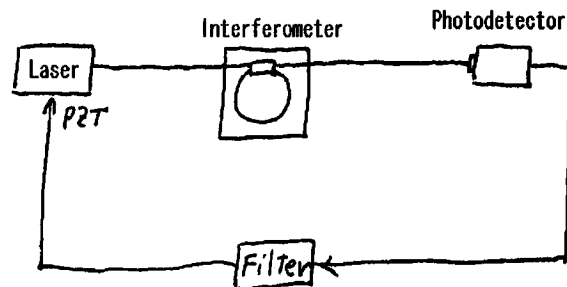


図 1: 実験の原理

本論文では、まず制御理論について簡単な解説を行った後、実験装置について詳しく述べる。その上で、本実験で測定した制御系の伝達関数や光源の周波数雑音の解析結果を提示する。

## 2 線形システム

実験は周波数の制御に関するものであるので、実験を解説するにあたってまず制御理論について簡単に説明を行う。

### 2.1 伝達関数

線形なシステムの特徴は、その系の伝達関数によって特徴づけられる。いま、ある線形システムにインパルス  $\delta(t)$  を入力するものとする。このとき出力として  $h(t)$  が観測されたとすれば、 $h(t)$  のラプラス変換  $H(s)$  を、このシステムの伝達関数という。

一般に、このシステムに  $x(t)$  を入力した場合の出力  $y(t)$  のラプラス変換は  $Y(s) = H(s)X(s)$  で与えられる。ここで、 $X(s)$  は  $x(t)$  のラプラス変換である。また、 $x(t) = Ae^{j\omega t}$  の入力に対する周波数応答は  $y(t) = H(j\omega)Ae^{j\omega t}$  となる。また、このシステムが安定<sup>1</sup>であるための必要十分条件は、 $H(s)$  が複素平面において右半平面内に極を持たないことである。このように、伝達関数は線形システムの解析において極めて重要な役割を果たす。

本実験では、雑音  $x(t)$  を制御信号によって打ち消すために、図2のような閉ループシステムを組んだ。この閉ループは全体として  $1/(1+KG(s))$  の伝達関数を持つ。 $K$  を大きくしていった雑音を0に近づけようというのが本実験の目的とするところである。しかし、一般に  $K$  を大きくしていくと閉ループ系は不安定になりやすい。系を安定な状態に保ちつつ、雑音を低減するためには、ある程度の試行錯誤が必要である。

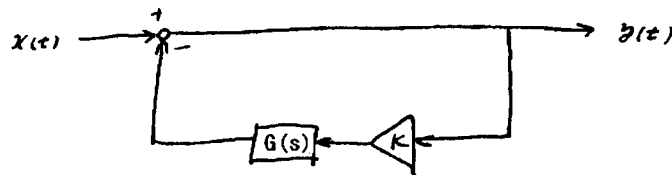


図 2: 閉ループシステム

### 2.2 ナイキストの安定判別法

閉ループ系の安定性を評価する方法として、ナイキストの安定判別法がある。システムが安定であるための条件は、系の閉ループ伝達関数  $1/(1+KG(s))$  が右半平面内に極を持たない、すなわち、 $1+KG(s)$  が右半平面内に零点を

<sup>1</sup>任意の入力に対して出力が発散することのないとき、このシステムは安定であるという。システムは安定であることが望ましい。

持たないことである。このことから、次のナイキストの方法によって系の安定性を判別することができる<sup>2</sup>。

系の開ループ伝達関数  $KG(s)$  が右半平面内に極を持たない、すなわち、開ループ系は安定であるとする。このとき、 $\omega = 0$  から  $+\infty$  までの範囲で  $KG(j\omega)$  を複素平面上に描いていったとき、 $-1$  を常に左に見るならば閉ループ系は安定、右に見れば不安定である。

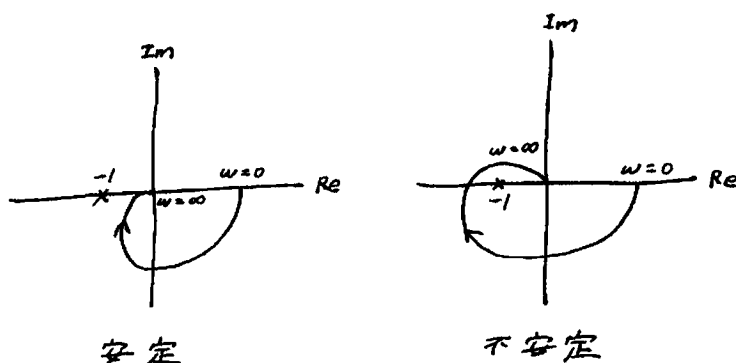


図 3: ナイキストの方法

言い換えれば、安定に閉ループ制御を行うためには、開ループ系のユニティゲイン周波数において、 $\angle KG(j\omega)$  が  $-180^\circ$  を下回らないようにしなければならない。本実験では、制御系の開ループ伝達関数を実際に測定しながら、この条件が満たされるように回路の改良やゲインの調整を行った。

<sup>2</sup> 複素関数論における偏角の原理から導かれる。

### 3 制御システム

この章では、レーザー周波数を制御するために我々が用いた具体的な方法及び機器について解説する。今回の実験で組んだ制御システムを図4に示す。以下の節で、レーザーから回路に至るまで順に説明していく。

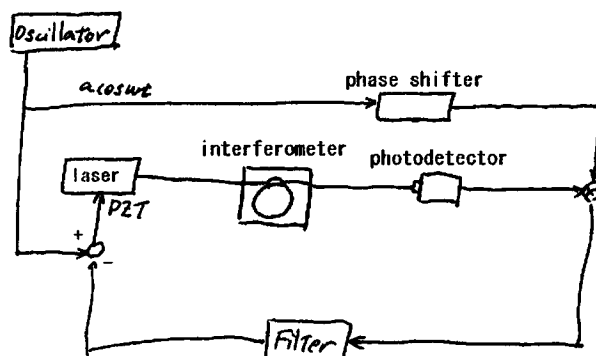


図 4: 制御システム

#### 3.1 レーザー光源

本実験では、周波数制御をする光源として、ピエゾによる周波数変調の機能があった、DFB ファイバレーザーを用いた<sup>3</sup>。

レーザーは、簡単に言えば原子や電子が準位を遷移するときに光を放出する性質を利用した発光デバイスである。自然放出光を利用する発光ダイオードと異なり、レーザーは誘導放出光を利用しており、さらに活性媒質に共振器構造を持たせているため、極めて純度の高いスペクトルを得ることができる。

この DFB ファイバレーザーの出力光をスペクトラムアナライザで測定した結果を図5に示す。発振波長は 1549.5nm、半値全幅はスペクトラムアナライザの分解能に等しく、0.1nm(12GHz) となっていることがわかる<sup>4</sup>。

##### 3.1.1 発振波長の温度依存性

一般に、レーザーの発振波長は温度によって変動する。発振波長の温度依存性を調べるため、このレーザーについて温度を変えながら波長をスペクトラムアナライザで測定していったところ、図6のような結果が得られた。このデータから、温度が上昇するのに伴って発振波長は長くなっていく傾向が

<sup>3</sup>Koheras 社製 Adjustik DFB Fiber Laser である。

<sup>4</sup>データシートによると、このレーザーのスペクトルの広がり は 23kHz 以下である。

\*\* ADVANTEST Q8381A Optical Spectrum Analyzer \*\* 2004- 9-15 15:12:38  
 SPEC Pk: 1.549480 $\mu$ m -0.80dBm AVG: 1 RES:0.1nm NORMAL

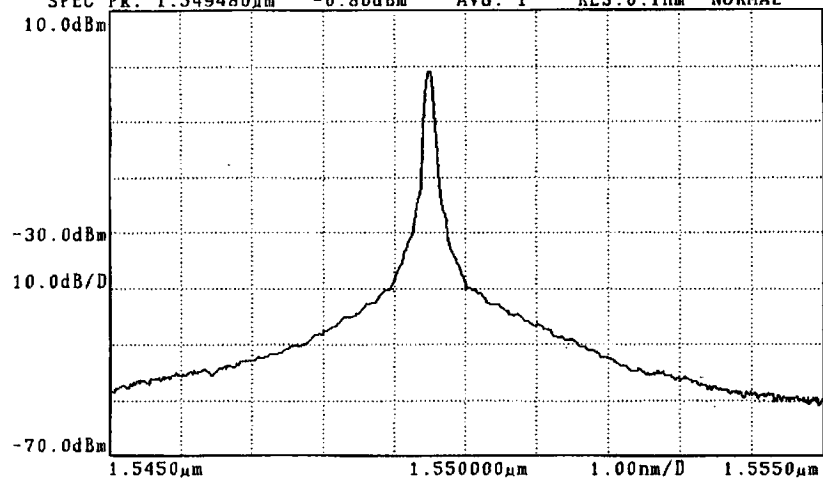


図 5: レーザーのスペクトル

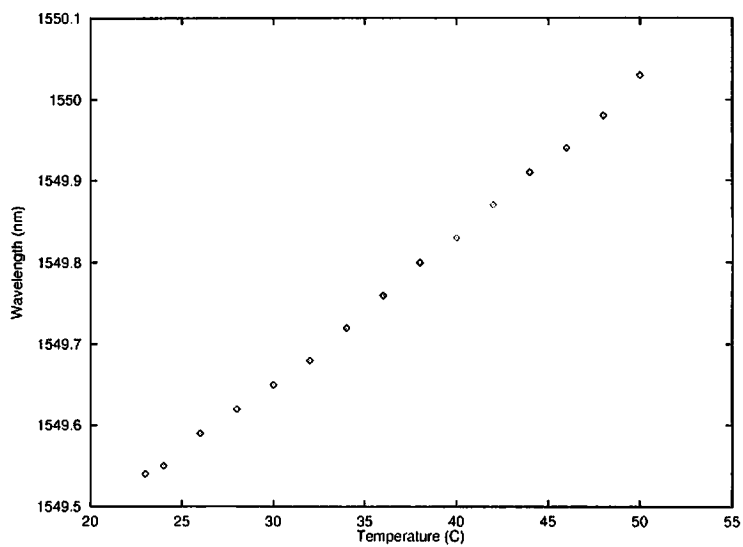


図 6: 発振波長の温度依存性

読み取れる。温度依存の係数を求めると、 $+18(\text{pm}/^\circ\text{C})$  となった。このことから明らかなように、発振周波数を一定に保つためには、温度を一定に保つことが必要なのである。以後の実験では温度は常に  $23^\circ\text{C}$  に保っている。

### 3.1.2 ピエゾによる周波数変調

本実験で用いたレーザーは、ペルチェ素子によって光源の温度を一定に保つだけでなく、ピエゾ (PZT) により周波数の微妙な調整を行うこともできる。ピエゾには  $0\text{V}\sim 200\text{V}$  の電圧を加えることができ、加える電圧によって発振周波数を変調できるのである。図 7 に、次節で述べるレーザー干渉計を利用して測定した、ピエゾの周波数変調特性を示す<sup>5</sup>。制御信号が数 kHz の程度までは変調特性はほぼ一定で、およそ  $+12(\text{MHz}/\text{V})$  である。波長に換算すると、 $-0.1(\text{pm}/\text{V})$  であり、温度による変動と比べてより細かな調節ができることがわかる。

図をよく見ると、 $22\text{kHz}$  と  $66\text{kHz}$  の領域に鋭いピークが存在し、ここで位相が  $180^\circ$  回転していることがわかる。これは、この周波数でピエゾが共振を起こしているためと思われる。これにより、周波数制御が可能となるのは数 kHz のレベルまでとなる。

## 3.2 光ファイバ

本実験では、レーザー光を伝える媒体として光ファイバを用いている。空間を伝搬させる場合と違い、光ファイバを用いると光路を自在に曲げることができるという利点がある。その反面、ファイバは振動や温度変動などに敏感であるため、ファイバを用いて干渉計を作る場合などは細心の注意が必要である。

## 3.3 干渉計

レーザー光源の周波数のわずかなずれを検出するため、光ファイバを用いてレーザー干渉計を製作した。干渉計の構成を図 8 に示す。

入射した光は光カプラにより等分に分配され、一方は出力光となり、他方は  $4\text{m}$  のファイバを伝搬した後、再び光カプラに入射する。この入射光はまた二つのファイバに等分され、一方は出力光に加え合わされ、他方は再び干渉計内部のファイバを伝搬していく。この繰り返しによって、出力光はいくつもの透過光が干渉し合ったものとなるのである。以下ではこの透過光強度の波長依存性について調べていくことにする。

<sup>5</sup>ピエゾに正弦波信号を入力して出力光を干渉計に通し、透過光強度を測定する。一周期の間に立つピークの本数からその周波数における変調度を求めることができる。



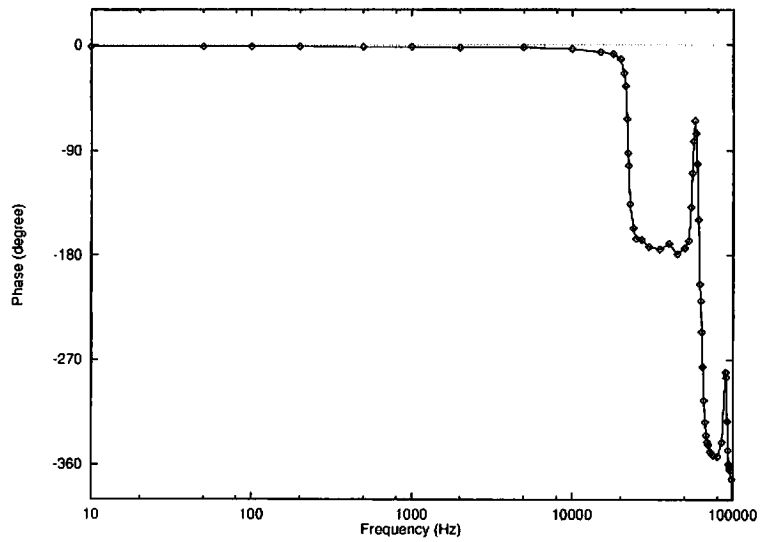
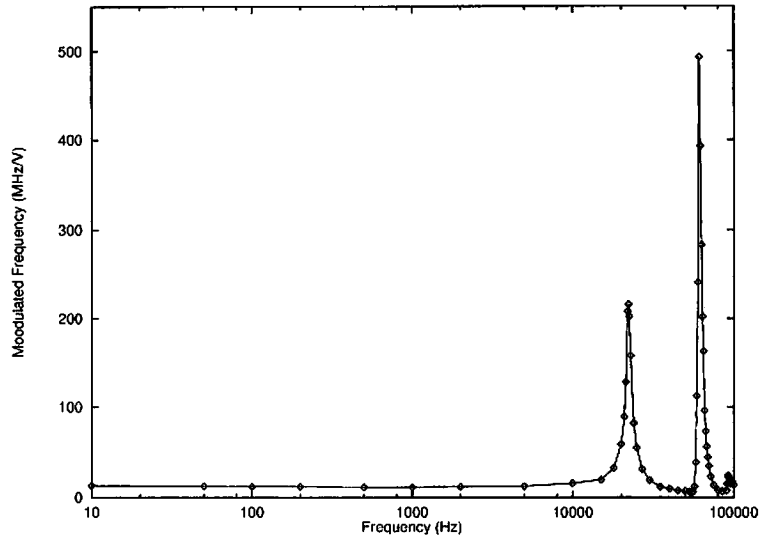


図 7: ピエゾの周波数変調特性

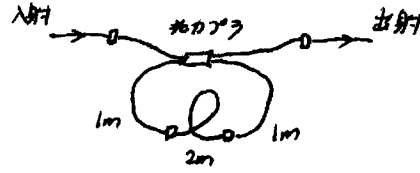


図 8: レーザー干渉計の構成

### 3.3.1 光カプラの特性

光カプラは二つのファイバからの入射光を二つのファイバにそれぞれ等分に分配する素子である。二つの入射光の複素振幅をそれぞれ  $u_1, u_2$ , 出射光の複素振幅を  $u'_1, u'_2$  とすると、対称性から

$$\begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

と表すことができる。損失のないカプラの場合、この行列はユニタリでなくてはならない。すなわち、

$$\begin{aligned} |a|^2 + |b|^2 &= 1 \\ ab^* + b^*a &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

また、結合率が 50%であるので、

$$|a|^2 = |b|^2 \quad (3)$$

である。以上のことから、分岐比 50%のカプラの場合

$$\begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

と表すことができることがわかる。

### 3.3.2 干渉計の透過光特性

式 (4) の結果を使って、干渉計の透過光強度を求めてみる。共振器中の  $4m$  のファイバによる損失を  $A$ 、ファイバの長さを  $L$ 、光の位相定数を  $\beta = 2\pi n/\lambda$  とすると、

$$u_2 = Ae^{-j\beta L}u'_2 \quad (5)$$

が成り立つ。これを式 (4) と連立させて解くと、

$$u'_1 = \frac{e^{j\beta L} - \sqrt{2}A}{\sqrt{2}e^{j\beta L} - A} u_1 \quad (6)$$

従って、光の強度透過率は

$$t = \left| \frac{u'_1}{u_1} \right|^2 = \frac{2A^2 + 1 - 2\sqrt{2}A \cos \beta L}{A^2 + 2 - 2\sqrt{2}A \cos \beta L} \quad (7)$$

となる。

これは  $\beta L = 2\pi m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) のとき最小値

$$t_{\min} = \left( \frac{1 - \sqrt{2}A}{\sqrt{2} - A} \right)^2 \quad (8)$$

をとり、 $\beta L = \pi + 2\pi m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) のとき最大値

$$t_{\max} = \left( \frac{1 + \sqrt{2}A}{\sqrt{2} + A} \right)^2 \quad (9)$$

をとる。 $t_{\min}, t_{\max}$  を  $A$  の関数として描くと、図9のようになる。

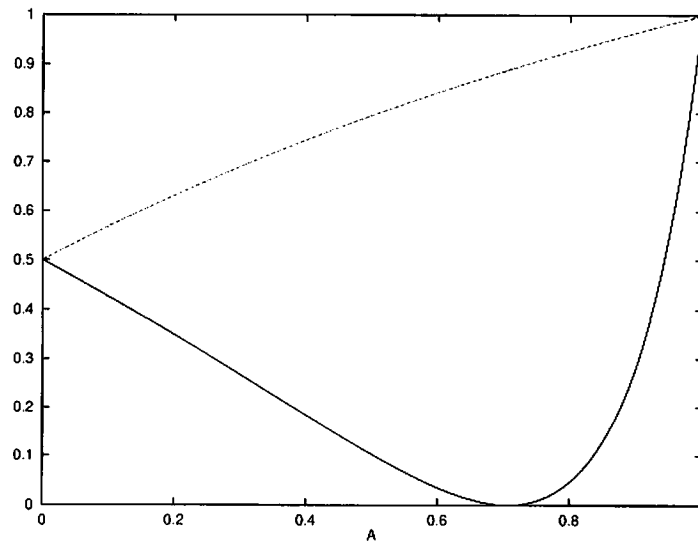


図9: 透過光強度の  $A$  依存性

$A$  の増加とともに干渉計のコントラストは大きくなっていくが、 $A = 0.71$  を境に  $t_{\min}$  は増加に転じ、 $A = 1$  では波長によらず全て透過するようになる。これは、 $A = 1$  においては干渉計内部に光を吸収する要因が存在しないためである。

さて、実際に作成した干渉計についてコントラストを測定したところ、

$$\frac{t_{\max}}{t_{\min}} = 2.6 \quad (10)$$

となった。(8)(9) を用いて  $A$  を求めると、

$$A = 0.3 \quad (11)$$

となる<sup>6</sup>。  $A = 0.3$ ,  $L = 4.0(\text{m})$  として  $t$  を周波数の関数として描くと、図 10 のようになった。

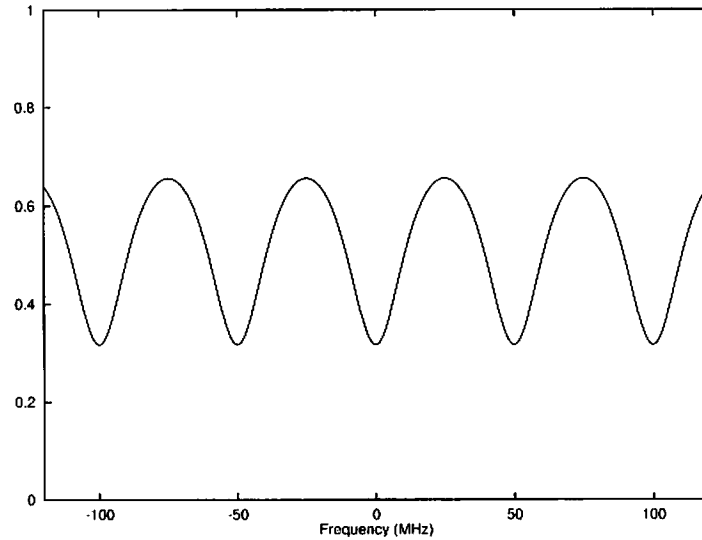


図 10: 透過光強度の周波数依存性

干渉計の FSR は

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{Ln} \quad (12)$$

である。 $n$  はファイバの屈折率で、 $n = 1.5$  とすると

$$\nu_{\text{FSR}} = 50 \text{ (MHz)} \quad (13)$$

である。

### 3.3.3 干渉計の雑音

$n$  や  $L$  が常に一定であれば、透過光強度は光の波長  $\lambda$  のみに依存する理想的な特性を示すが、温度の変動や音波などでファイバの  $n, L$  が変化すると、レーザーの波長がそれに合わせて変調されてしまい、かえって雑音が大きくなる恐れがある。このような外部からの影響を極力避けるため、本実験では干渉計は真空容器に格納している。

<sup>6</sup>  $A = 0.92$  も条件を満たすが、透過光強度の形状や、途中にコネクタが二つあることを考慮すると、 $A = 0.3$  の方が妥当である。

### 3.4 フォトディテクター

干渉計の透過光強度の検出には、フォトダイオードを組み込んだフォトディテクターを使用した。ディテクターの回路図を図 11 に示す。フォトダイオード

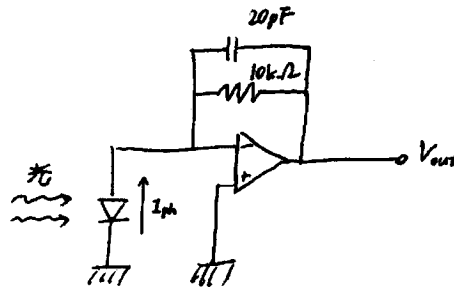


図 11: フォトディテクター

は、両端の電位差が 0V であるとき、光が入射すると入射光強度に比例した光電流が逆向きに流れる。この光電流  $I_{ph}$  は抵抗  $R$  によって電圧  $V_{out} = -RI_{ph}$  に変えられる。

### 3.5 検出システム

この節では、レーザー発振周波数のずれ  $\Omega_0(t)$  に比例した電気信号  $e(t)$  を取り出すための検出システムを説明する。干渉計とフォトディテクターはここで利用される。

周波数の変動に対する干渉計の透過光強度の特性はすでに図 10 に示した通りである。これからわかるように、発振周波数が増加した場合も減少した場合も、同じように透過光強度は増加するので、このままでは  $\Omega_0(t)$  に比例した信号を得ることができない。そこで、我々は次のような方法によって信号  $e(t)$  を得ることにした。

図 12 を見てもらいたい。ピエゾに高周波の正弦波信号  $a \cos \omega t$  を入力する<sup>7</sup>。すると、レーザーの発振周波数の変動は

$$\Omega(t) = \Omega_0(t) + |P(j\omega)|a \cos(\omega t + \delta) \quad (14)$$

となる (ただし  $\delta = \angle P(j\omega)$ )。これを干渉計に通すと、周波数のずれが透過光強度の変化として

$$I(\Omega(t)) = I(\Omega_0(t)) + \frac{dI}{d\Omega}(\Omega_0(t)) \times |P(j\omega)|a \cos(\omega t + \delta) \quad (15)$$

<sup>7</sup>実験では 160kHz とした。

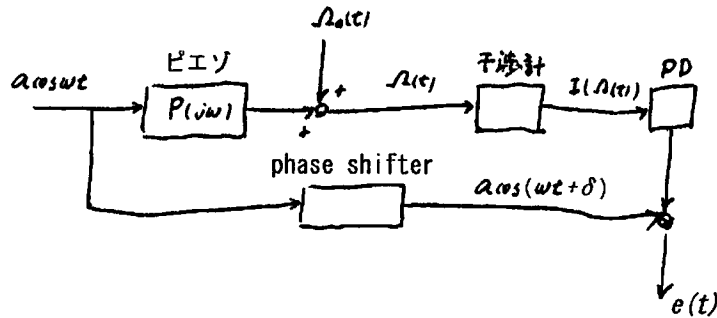


図 12: 検出システム

のように表れる。これをフォトディテクターで電気信号に変えた上で、変調信号  $a \cos(\omega t + \delta)$  と掛け算する。こうすると、出力信号としては角周波数が  $0, \omega, 2\omega$  の三つの成分を持つ信号が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned}
 & I(\Omega(t)) a \cos(\omega t + \delta) \\
 = & I(\Omega_0(t)) a \cos(\omega t + \delta) + \frac{dI}{d\Omega}(\Omega_0(t)) \times |P(j\omega)| a^2 \cos^2(\omega t + \delta) \\
 = & I(\Omega_0(t)) a \cos(\omega t + \delta) + \frac{dI}{d\Omega}(\Omega_0(t)) \times \frac{|P(j\omega)| a^2}{2} \{ \cos(2\omega t + 2\delta) + 1 \}
 \end{aligned}$$

となる。角周波数が  $0$  の信号は  $\frac{dI}{d\Omega}(\Omega_0(t))$  に比例している。そして、 $\Omega_0(t)$  があまり大きくないところでは  $\frac{dI}{d\Omega}(\Omega_0(t))$  は  $\Omega_0(t)$  に比例する。従って、高周波成分をローパスフィルタで取り除いた上で  $e(t)$  とすれば、発振周波数のずれ  $\Omega_0(t)$  に比例した信号  $e(t)$  が得られることになる<sup>8</sup>。

### 3.6 フィルタ

エラー信号  $e(t)$  をピエゾの制御信号として適切なものとするために、フィルタを使う。

#### 3.6.1 ローパスフィルタ

ピエゾの周波数特性は  $22\text{kHz}$  を超えると  $-180^\circ$  回転する。従って、安定に閉ループ制御を行うためには開ループ伝達関数のユニティゲイン周波数は  $22\text{kHz}$  を超えないようにしなければならない。この制約のもとで低周波のゲインを最大限に大きくするため、ローパスフィルタを使う。フィルタの回路を図 13 に示す。

<sup>8</sup>式 (15) の信号の  $\cos(\omega t + \delta)$  の成分に対してホモダイン検波を行っているのである。

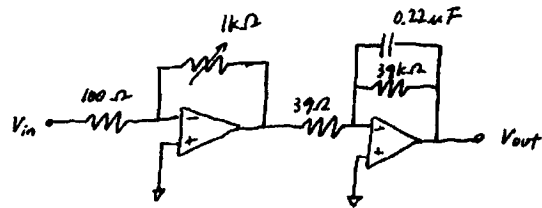


図 13: ローパスフィルタ

一段目の回路で開ループ伝達関数のゲイン  $K$  を調節し、次段で高周波成分を除去するのである。フィルタの伝達関数は

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{K}{1 + j \frac{f}{f_0}} \quad (16)$$

である。ここで、 $f_0 = 1/2\pi RC = 19(\text{Hz})$  であり、 $K$  は  $10^3 \sim 10^4$  の範囲で調節する。

### 3.6.2 ノッチフィルタ

レーザーの周波数変調に用いられているピエゾには、22kHz と 66kHz に顕著な共振ピークが存在し、これにより制御系の安定性が失われる恐れがある。そこで、制御信号をバンドリジェクトフィルタであるノッチフィルタに通し、開ループ伝達関数から共振ピークを取り除くことにした。フィルタの回路を図 14 に示す。

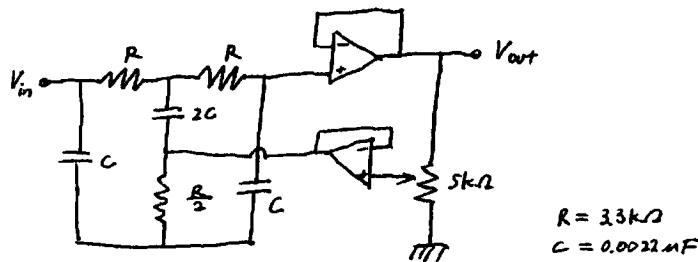


図 14: ノッチフィルタ

この回路の伝達関数は

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 4(1-k) \cdot \frac{s}{\omega_0} + 1} \quad (17)$$

である。ここで、 $\omega_0 = 1/RC$  であって、これは取り除かれる周波数の中心周波数である。ここでは  $f_0 = \omega_0/2\pi = 21.9(\text{kHz})$  である。また、 $k$  は可変抵抗

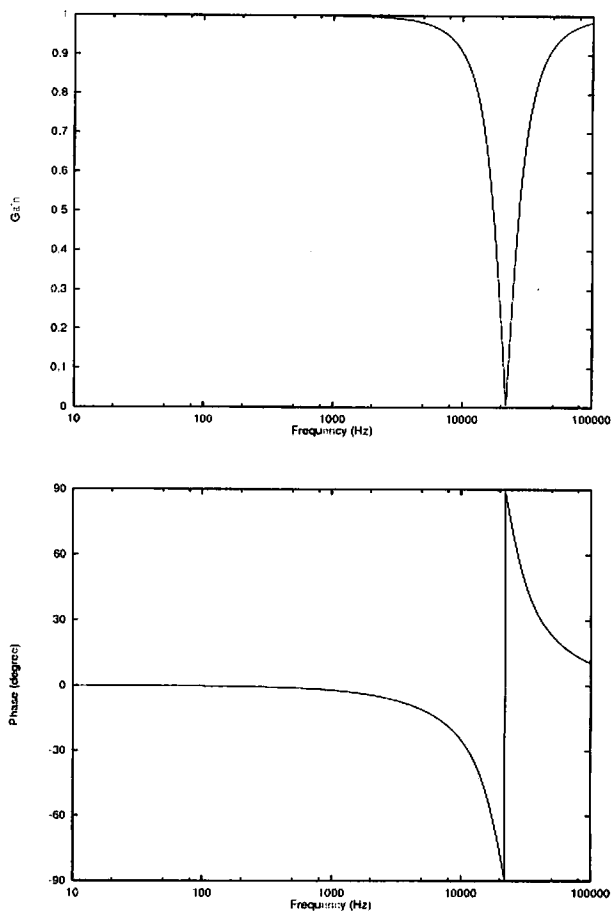


図 15: ノッチフィルタの周波数応答特性

による  $V_{out}$  の帰還率であり、これを変えることによりバンド幅を自在に調節することができる。(17) から半値全幅は

$$f_{FWHM} = 2.31 \times (1 - k) f_0 \quad (18)$$

と求まり、 $k$  が 1 に近いほどバンド幅は狭くなる。今回は  $k = 0.8$  とした。このときの回路の周波数応答は図 15 のようになる。

### 3.6.3 フィルタの全伝達関数

以上述べたローパスフィルタとノッチフィルタを全て縦続接続して、FFT スペクトラムアナライザで伝達関数を実際に測定した結果、図 16 のようになった。二つのノッチフィルタを用いることにより、22kHz と 66kHz でのゲインを落とすことができた。



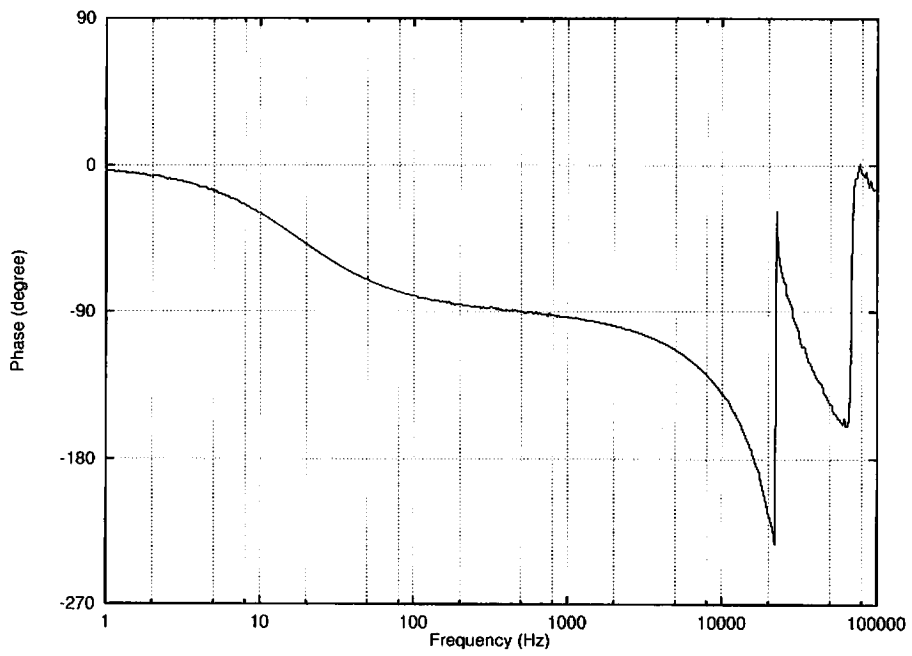
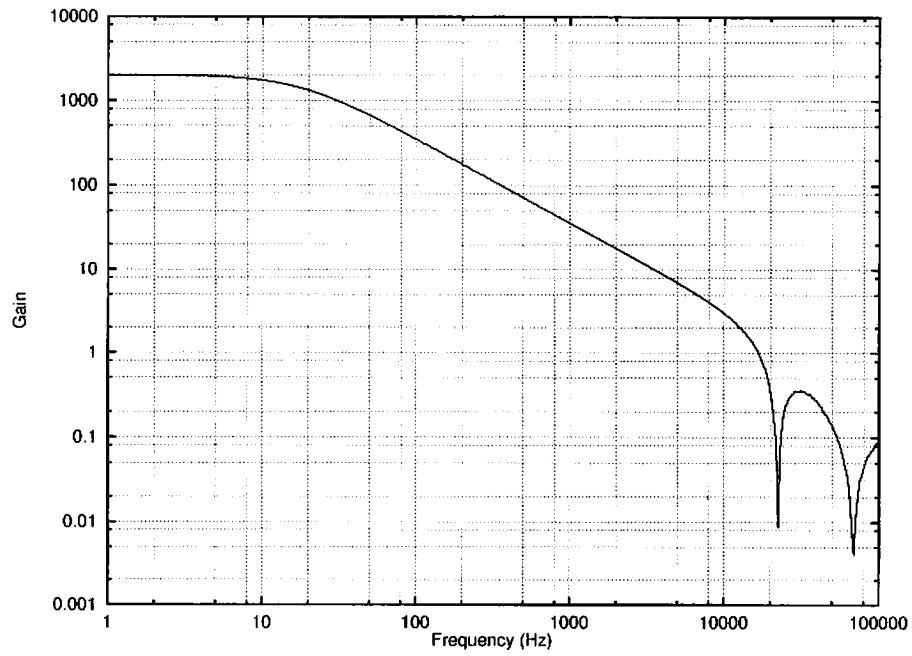


図 16: フィルタの全伝達関数

## 4 開ループ伝達関数の測定

以上の構成で制御がかかるようになり、干渉計の透過光強度の時間的変動を除去することに成功した(図17)。その上で、制御系の性能の評価及び改善のために、この全制御系の開ループ伝達関数の測定を行った。

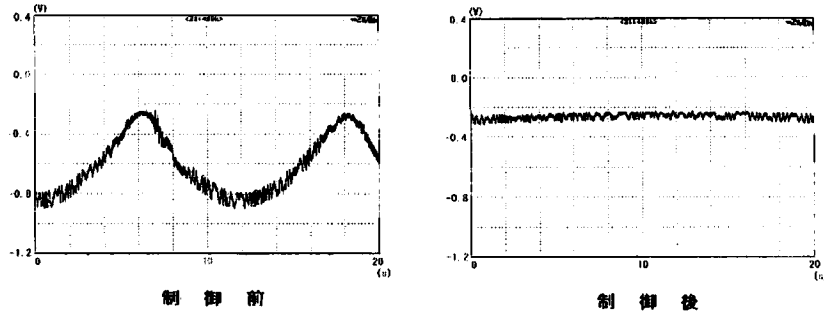


図 17: 制御前後の透過光強度

測定の原理を図18に示す。レーザーの周波数雑音は検出系によって電気信号に変えられる。これがフィルターで処理されてピエゾに入力されるのであるが、このフィルターへの入力部分に周波数 $\omega$ の試験信号 $s$ を加算する。このようにすると、加算前後の信号はそれぞれ

$$B = -\frac{KG(\omega)}{1+KG(\omega)}s \quad (19)$$

$$A = +\frac{1}{1+KG(\omega)}s \quad (20)$$

となる。ただし、 $G(\omega) = D(\omega)F(\omega)P(\omega)$ であり、光源の周波数ゆらぎ $\Omega_0$ は

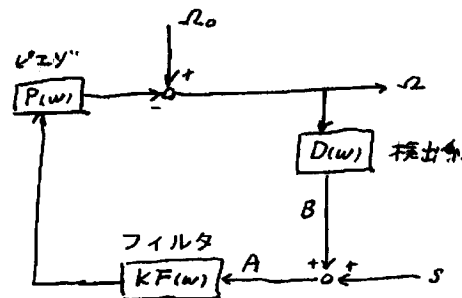


図 18: 開ループ伝達関数の測定

$s$  よりも十分小さいのでこれは無視する。従って、

$$\frac{B}{A} = -KG(\omega) \quad (21)$$

であって、これを  $\omega$  を変えながら測定していけば、全伝達関数  $KG(j\omega)$  を知ることができる。本実験では、伝達関数の測定を行いながら最適な  $K$  の値を決定するとともに、適切な回路の製作を進めていったのである。

最終的な測定結果<sup>9</sup>を次頁の図に示す。まず、ゲインについてであるが、10Hz から 20kHz までの傾きは回路のローパスフィルタによるものである。これにより制御系のゲイン余裕を保ちつつ、低周波でのゲインを大きくすることに成功した。また、22kHz でゲインが急峻に落ち込んでいるのは、ノッチフィルタによりピエゾの共振が効果的に除去されたためである。これにより、ユニティゲイン周波数が大きくなり過ぎて系が不安定になることを防ぐことができた。これ以上の周波数では複雑な挙動を示すが、これは高周波ではピエゾが周波数依存性を示すためである。

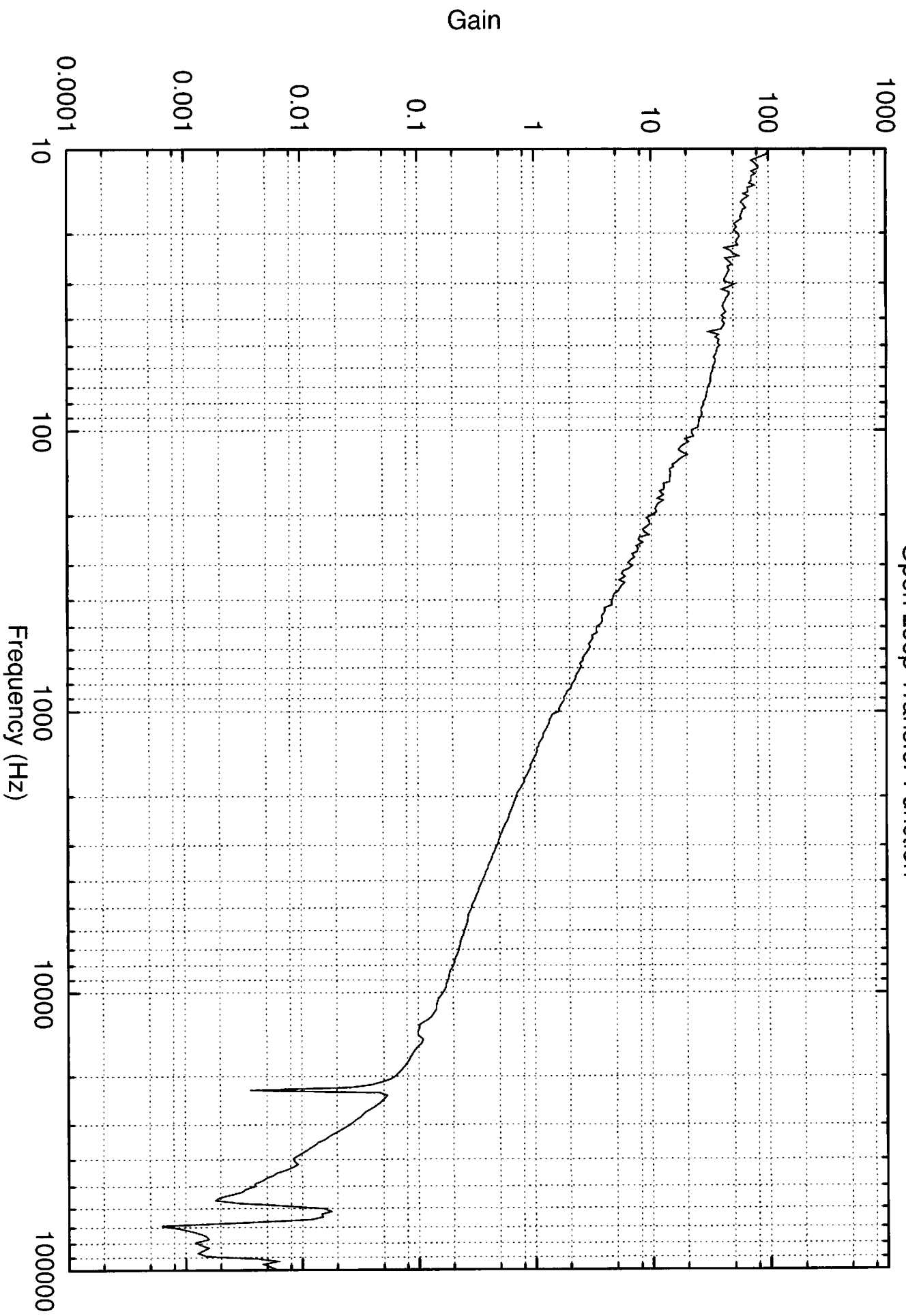
次に、位相については、ローパスフィルタの影響で低周波では  $90^\circ$  の遅れが見られる。22kHz にはノッチフィルタによるギャップが生じており、これ以上の周波数ではピエゾの影響による時間遅れが生じていることがわかる。

なお、ユニティゲイン周波数は 1.5kHz であって、この周波数で  $80^\circ$  の位相余裕を確保できていることが確認できる。

---

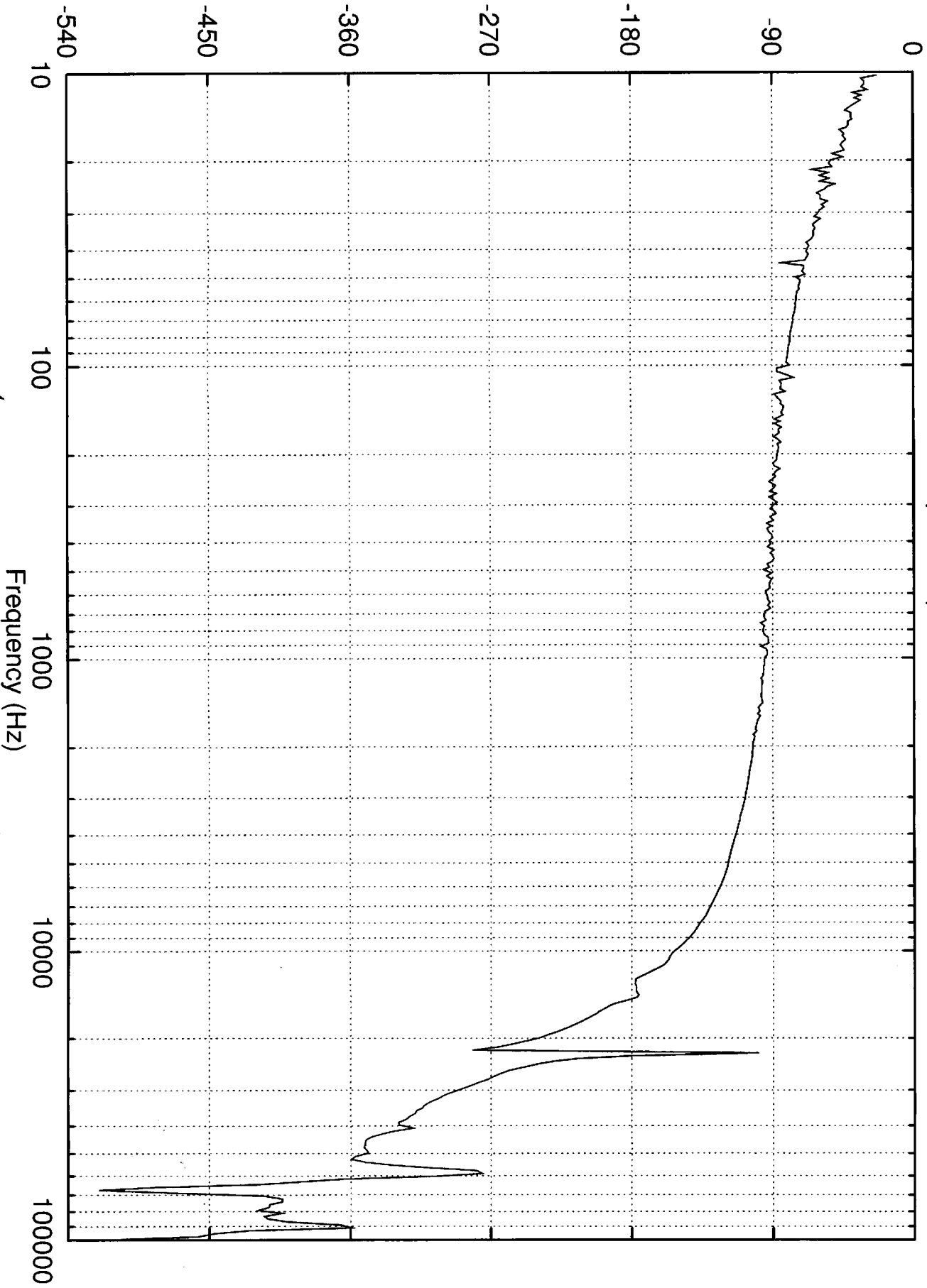
<sup>9</sup>測定には Advantest 社製 FFT スペクトラムアナライザを用いた。

Open Loop Transfer Function



# Open Loop Transfer Function

Phase (degree)



## 5 レーザー光源の周波数雑音の測定

最後にレーザー光源の周波数雑音のスペクトル解析を行った。まず測定の原理を解説する。図 19 において、スペクトラムアナライザによって測定が可能な信号は  $e(\omega)$  および  $f(\omega)$  である。いま、

$$e(\omega) = \frac{D(\omega)}{1 + KG(\omega)} \Omega_0(\omega) \quad (22)$$

であるから、 $D(\omega)$ ,  $KG(\omega)$  を知れば、エラー信号  $e(\omega)$  のスペクトルを測定することにより、もともとの周波数の揺らぎ  $\Omega_0(\omega)$  のスペクトルを

$$\Omega_0(\omega) = \frac{1 + KG(\omega)}{D(\omega)} e(\omega) \quad (23)$$

により求めることができる。また、 $P(\omega)$  が既知であれば、フィードバック信号  $f(\omega)$  を測定することにより、フィードバック雑音  $P(\omega)f(\omega)$  を求めることができる。

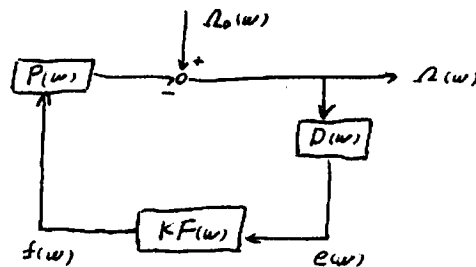


図 19: 周波数雑音のスペクトル解析

前節までで  $KG(\omega)$  と  $P(\omega)$  は測定済みであるので、まずは  $D(\omega)$  を求める必要がある。

### 5.1 $D(\omega)$ の測定

図 20 のように、ピエゾの入力の前で角周波数  $\omega$  の試験信号  $s$  を加えると、検出系の出力は

$$s' = -\frac{P(\omega)D(\omega)}{1 + KG(\omega)} s \quad (24)$$

となる。従って、 $s'/s$  を測定すれば、 $D(\omega)$  は

$$D(\omega) = -\frac{1 + KG(\omega)}{P(\omega)} \frac{s'}{s} \quad (25)$$

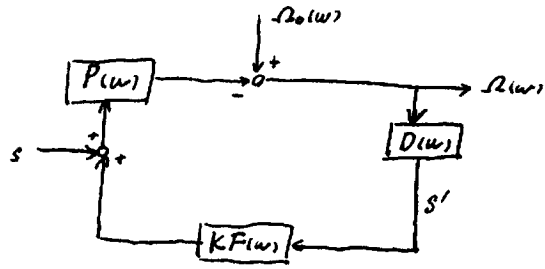


図 20:  $D(\omega)$  の測定

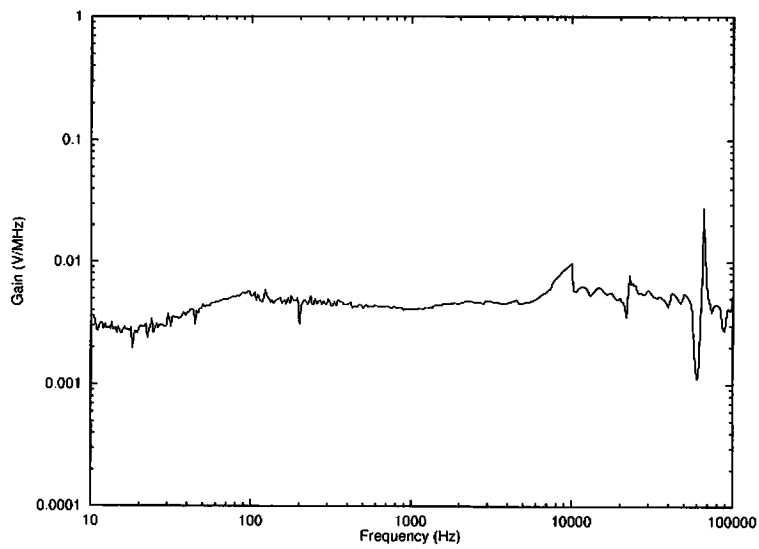


図 21:  $D(\omega)$  の測定結果

の式から計算によって求めることができる<sup>10</sup>。結果を図 21 に示す。

$D(\omega)$  は周波数にほとんど依存せず、ほぼ  $0.005(\text{V}/\text{MHz})$  であることがわかる。そこで、以後  $D = 0.005(\text{V}/\text{MHz})$  であるものとして計算を進めた。

## 5.2 周波数雑音の測定

$D(\omega)$  が求まったので、先程述べた方法で周波数雑音を求めることができる。この方法で  $\Omega_0(\omega), \Omega(\omega), P(\omega)f(\omega)$  を求めた結果を次頁に示す。

まず、一つ目の図には、もともとの周波数ゆらぎ  $\Omega_0(\omega)$  と、フィードバックによって低く抑えられた周波数ゆらぎ  $\Omega(\omega)$  との比較を示してある。フィードバック制御によってユニティゲイン周波数  $1.5\text{kHz}$  以下の周波数雑音が効果的に除去されていることが確認できる。

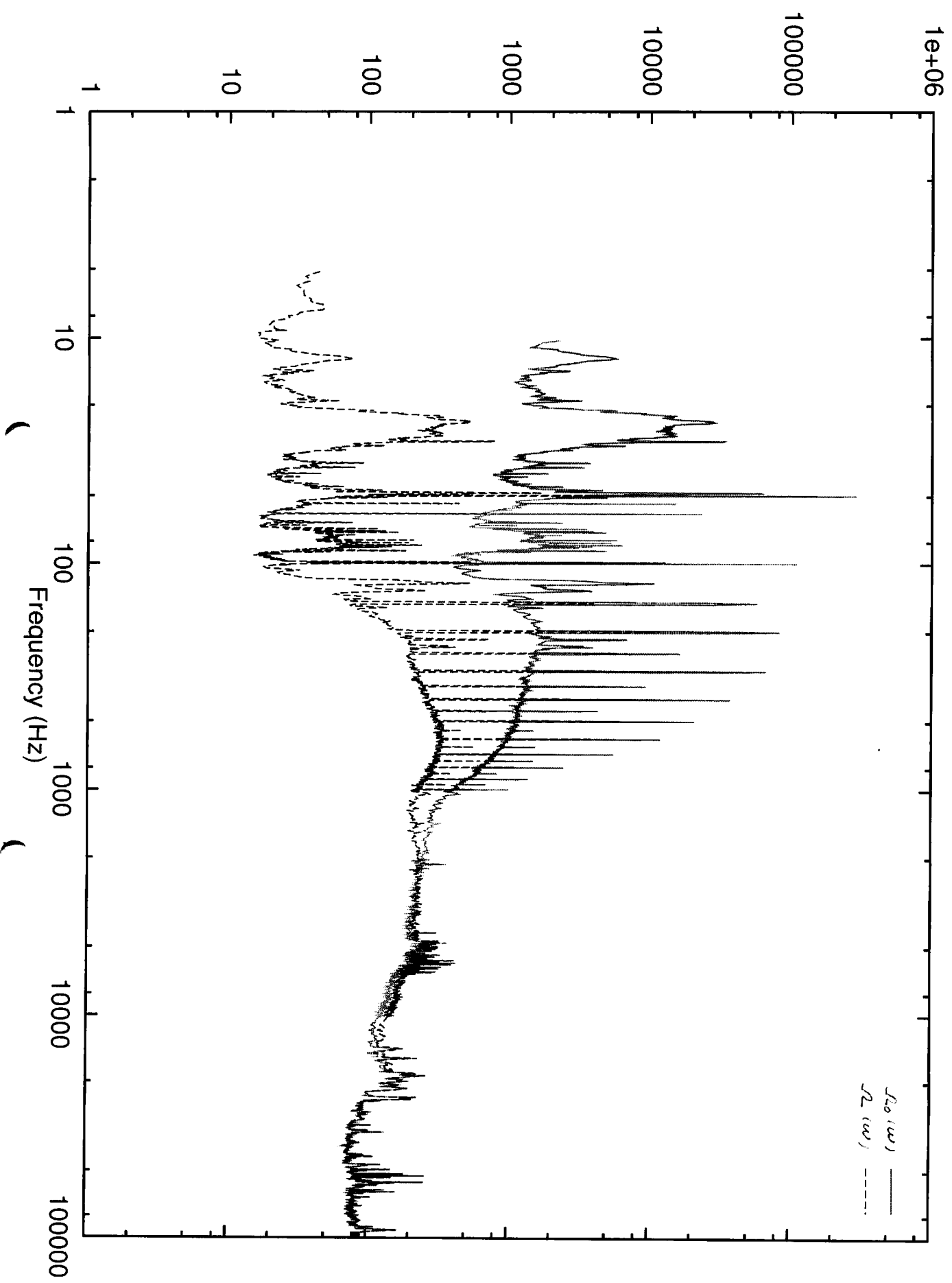
次に、二つ目の図には、 $\Omega(\omega)$  と、フィードバックしている周波数雑音  $P(\omega)f(\omega)$  との比較を示してある。 $P(\omega)f(\omega)$  はユニティゲイン周波数  $1.5\text{kHz}$  以上では  $\Omega(\omega)$  よりも小さく、これ以上の領域ではフィードバックができていないことがわかる。

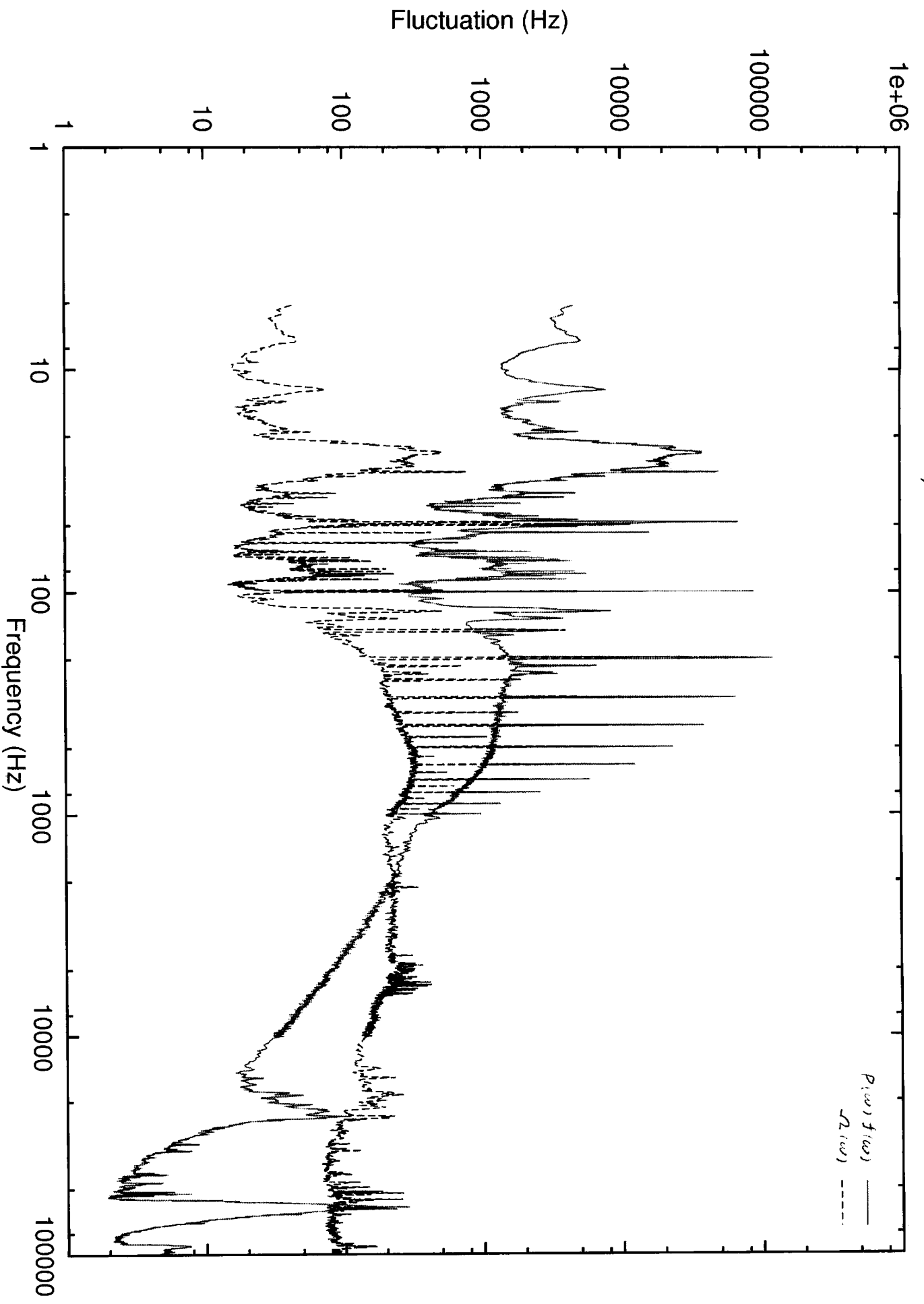
---

<sup>10</sup>  $K F(\omega)$  は既に測定してあるので、 $D(\omega) = \frac{KG(\omega)}{KF(\omega)P(\omega)}$  から求めてもよい。



Fluctuation (Hz) $\sqrt{Hz}$





## 6 今後の課題

今回の実験では、ファイバ干渉計を用いた制御システムによって、透過光強度の時間的変動を除去することに成功した。しかし、このことから直ちに光源の周波数が安定化されたと判断することはできない。これについては本文中でも少し触れたが、もし干渉計の雑音が光源の周波数雑音と比較して無視できるほど小さいものであるならば、今回の実験によって光源の周波数雑音は小さく抑えることができたことになる。しかし、もし干渉計の雑音の方が大きいのであれば、この制御によって周波数はかえって乱されてしまっていることになる。特に今回は干渉計に光ファイバを用いているので、干渉計の雑音は決して小さくはないものと思われるが、これまでのところそれぞれの雑音を個別に評価することはできていない（今回解析を行った信号には両方の雑音が含まれている）。これについては今後の課題となろう。

## 参考文献

- [1] 小林伸明：基礎制御工学、共立出版 (1988)
- [2] 大津元一：光の物理的基礎、朝倉書店 (1994)
- [3] 安東正樹：レーザー干渉計による重力波天文学 (2001)