

2003年度冬学期 特別実験レポート  
Michelson 干渉計の制御に関する二つの実験

佐藤久則  
理学部物理学科 21528I

平成16年2月10日

共同実験者：松井鉄平  
実験期間：03/10/2～04/01/22

## 目次

1	実験の概要	3
1.1	光ファイバーとペルチェ素子	3
1.2	振り子と磁石とコイル	4
2	制御系について	5
3	光ファイバーとペルチェ素子を用いた実験	7
3.1	測定の概要	7
3.2	雑音のスペクトルと伝達関数	8
3.3	考察	9
4	振り子と磁石とコイルを用いた実験	10
4.1	測定の概要	10
4.2	雑音のスペクトルと伝達関数	11
4.3	考察	12
5	今後の課題	13
6	謝辞と参考文献	14
6.1	謝辞	14
6.2	参考文献	14
7	使用した器具と回路図	15
7.1	光ファイバーとペルチェ素子を用いた実験で使用した器具	15
7.2	振り子と磁石とコイルを用いた実験で使用した器具	15
7.3	光ファイバーとペルチェ素子を用いた実験で使用した回路	15
7.4	振り子と磁石とコイルを用いた実験で使用した回路	19

## 1 実験の概要

本実験は、レーザーを用いたマイケルソン干渉計を作り、その出力から干渉計にフィードバックを与えることで制御を行い、干渉計の出力を安定化させることを目的としている。

具体的に述べよう。次ページに概念図（図1）を載せておく。レーザーダイオードから放たれた光が光ファイバーを通り、ビームスプリッターによって二つに分かれる。それぞれの光は光ファイバーを通った後で空間光となり、鏡によって反射されてまた光ファイバーに戻る。二つに分かれていた光はビームスプリッターによってまた一つとなり、フォトディテクターによって電気信号として検出される。ここで、光は干渉を起こすために、干渉計の二本の腕で光路長が異なっていれば、その位相差に応じた出力が検出されることになる。理想的には、光路長の差を  $\delta L$ 、光の波長を  $\lambda$ 、最大出力を  $A$  として、

$$V = \frac{A}{2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta L\right) + 1 \right)$$

という出力  $V$  が得られる。実際、干渉計は地面振動などによって揺れ動いているため、光路長は常に変化しており、制御を行わなければ出力信号もまたそれに依りて揺れ動いてしまう。そこで何らかの手段によって干渉計に制御をかけて、全体の出力を安定化させることを考える。

このような安定化が必要となる理由としては、次のことが挙げられる。この干渉計の出力信号は地面振動などによって常に揺れ動いているわけであるが、逆に言えば出力信号を解析することで、どのような周波数でどのような雑音が入っているかを知ることができるので、場合によっては地震計として用いることも考えられる。実際、レーザーを用いた重力波検出器はこうした地面振動の影響を強く受けるため、実験データから重力波の情報だけを取り出すためには、全体の信号に地面振動などによる影響がどの程度含まれているかを知ることが必要となる。そこでこの実験で用いるような干渉計を利用するわけであるが、しかし干渉計の出力が揺れ動いているのは信号の大きさの幅が広いために、高い精度の測定が難しくなってしまう。つまりダイナミックレンジの問題である。このことから、出力信号が小さい幅の中に収まっていることが求められるため、干渉計の出力の安定化が必要となるのである。

本実験では制御法として以下の二つの手法を用いた。

### 1.1 光ファイバーとペルチェ素子

本実験の第一実験。

光ファイバーは熱を加えることで伸縮を起こすので、電気信号を熱に変えるペルチェ素子を用いて、干渉計の片方の腕の光ファイバーに干渉計の出力に応じた熱を加えれば、光路長を変化させることができるため、全体の出力を安定化させることができる。この方法は熱による物体の伸縮に頼るもので

ある以上、どうしても雑音の高周波数成分の制御は難しくなってしまうが、干渉計自体が非常に簡単なセットアップで済み、また空間光の条件を干渉計の両腕で完全に対称にすることができるという特徴がある。

## 1.2 振り子と磁石とコイル

本実験の第二実験。

振り子に磁石を取り付けて、その磁石の近くにコイルを設置すれば、コイルに電流を流すことによって振り子を動かすことができる。そこで、干渉計の片方の鏡を振り子に取り付けて、コイルに干渉計の出力に応じた電流を流せば、光路長を変化させることができるため、全体の出力を安定化させることができる。この方法は電磁気力を用いているために高速の制御が可能であり、また複数の磁石とコイルを差動で用いることによって振り子の運動の多数のモードを同時に制御することができるが、振り子を吊るすために様々な雑音を拾ってしまうという問題点もある。

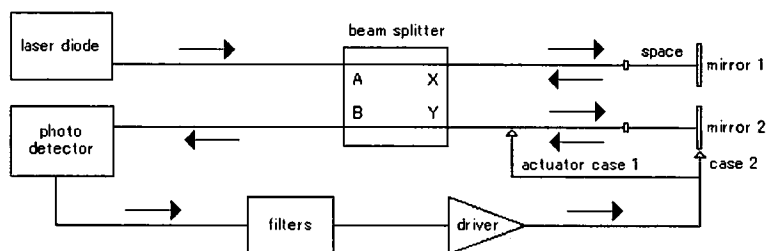


図 1: 実験の概要

## 2 制御系について

実際には、フォトディテクターから検出された信号を直接ペルチェ素子やコイル（以下、両方を合わせてアクチュエーターと表記する）に送るだけでは、一般に制御を行うことはできない。第一に、フォトディテクターにはダイオードを用いるので出力信号は正負どちらか片方の符号にしか出ないが、アクチュエーターには正負両方の信号を送らなければならないので、リファレンスの信号を用意する必要がある。第二に、アクチュエーターに十分な量の電流を送るための電流供給源となるドライバーが必要となる。第三に、これが最も本質的なことであるが、フィードバック制御系ではオープンループ伝達関数の設計が必要となるからである。

伝達関数とは、一般にある入力  $x$  があつたときの出力  $y$  に対して、 $H = \frac{y}{x}$  で定義される関数であるが、この出力  $y$  が再び関数の入力の一部となる場合、 $H$  はオープンループ伝達関数と呼ばれる。一般に入出力する変数  $x, y$  は周波数によって異なる値を持つ複素関数（つまり  $x = x(f), y = y(f)$ ）であるので、 $H$  もまた周波数によって異なる値を持つ複素関数（ $H = H(f)$ ）となる。また、伝達関数は一般に  $[\frac{y}{x}]$  の次元を持つが、オープンループ伝達関数は定義から明らかなように無次元となる。

今回の場合、系にある雑音  $a$  があつたとして、それによるオープンループ伝達関数への入力が  $x$  で出力が  $y$  であるとする、 $y = Hx$  と  $a + y = x$  により、 $a = (1 - H)x$  となる。したがって、 $x$  と  $H$  を求めることによって  $a$  を見積もることができる。

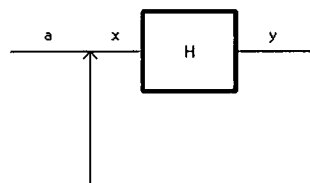


図 2: オープンループ伝達関数について

さて、このオープンループ伝達関数  $H$  を用いることで制御系の安定性を定量的に議論することができるが、実際には  $H$  が小さすぎると十分な制御を行うことができず、しかし大きすぎると系が不安定になり発振してしまう。制御系が安定かどうかの判定法に、オープンループ伝達関数の絶対値が 1 になる周波数（Unity Gain Frequency : UGF）における位相を調べる方法がある。この位相が  $-180$  度よりも大きければ系は安定であり、 $-180$  度よりも小さければ系は不安定となる。特に UGF での位相の  $-180$  度に対する余裕、す

なわち位相に 180 度を加えたものを、位相余裕と呼ぶ。したがって、UGF で位相余裕があるように、オープンループ伝達関数を設計すれば良い。実際には位相余裕は 30 度もあれば系は安定となる。UGF は、それよりも低い周波数の雑音を制御している、という目安になる値である。

具体的には、フォトディテクターから検出された信号をアクチュエーターに送るまでに、電気回路によるフィルターを通すことで、オープンループ伝達関数の形を整えてやれば良い。特に今回は PID 制御という方法を用いた。PID とは比例 (Proportional)、積分 (Integral)、微分 (Differential) の頭文字を取ったもので、その名の通り、入力に比例した量を出力する、入力を時間で積分した量を出力する、入力を時間で微分した量を出力する、という制御である。それぞれ、安定性、定常特性、速応性に優れているという特徴があり、PID 制御はそれらの特性をすべて含んだ制御である。実際にはローパスフィルターとハイパスフィルターを組み合わせることによって実現することができる。

### 3 光ファイバーとペルチェ素子を用いた実験

#### 3.1 測定の概要

この実験はすべて防振台上で行った。図1で示したように、レーザー光源の光ファイバーとビームスプリッターのA（ビームスプリッターはA,BとX,Yがそれぞれ組であるとする）を、フォトディテクターとビームスプリッターのBを接続し、ブレッドボードに固定した二つの鏡とそれぞれ向かい合うにビームスプリッターのX,Yとレンズ（焦点距離は12cm程度）をブレッドボード上に設置した。Yの光ファイバーには熱伝導材を塗り、何重にもペルチェ素子と接着させて、熱から光路長への変換効率を高めるようにした。また、ブレッドボードをアクリルのケースに入れて蓋を閉じることで、周囲の空気振動から干渉計を防振するようにした。使用した器具についてはレポートの末尾に載せる。

フォトディテクターから出てきた信号は、幾つものフィルターを通り、ドライバからペルチェ素子に伝わる。使用したフィルターは、ローパスフィルター1、リファレンス、サムアンプ、ローパスフィルター2、ハイパスフィルター1、ハイパスフィルター2、ローパスフィルター3、ゲイン調整フィルターの八つである。ローパスフィルター1とリファレンスによって、正負どちらかの符号にしか出ていなかった信号は、原点を中心として正負に対称な信号に整形される。そこでサムアンプをエラーポイントと呼び、信号の解析はすべてこの点を用いて行った。主にローパスフィルターは雑音の制御に、高い高周波数成分を除去するため、ハイパスフィルターは伝達関数の位相余裕を得るために用意した。回路図についてはレポートの末尾に載せる。

今回使用したレーザーは発信させてすぐは出力が安定しないので、発信を始めてから数時間経った後で、測定を行った。

さて、ここで得られる雑音のスペクトルは電圧信号であるので、それを長さのスケールに直す必要がある。校正の方法としては

$$V = \frac{A}{2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta L\right) + 1 \right)$$

を一回微分して

$$\frac{\partial V}{\partial \delta L} = -\frac{A}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta L\right)$$

を得て、制御を行っていて安定している場合は  $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta L\right) \rightarrow 0$  と考えることができるので、

$$\frac{\partial V}{\partial \delta L} \rightarrow \frac{A}{2} \frac{2\pi}{\lambda} = 4.0[V] \times \frac{2\pi}{1.5524[\mu m]} = 16.18[V/\mu m]$$

となる。しかしここで物体が  $r$  動くとき光路長は往復で  $2r$  変わることから、実際の換算係数はその倍の  $32.37[V/\mu m]$  となる。これで校正を行う。

### 3.2 雑音のスペクトルと伝達関数

雑音のスペクトルと伝達関数の Bode 図を載せる。

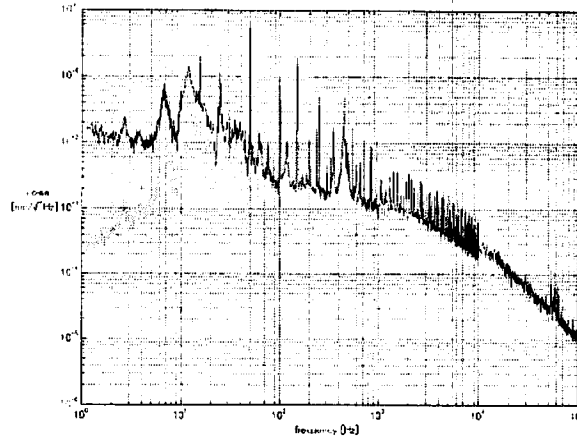


図 3: 第一実験の雑音のスペクトル

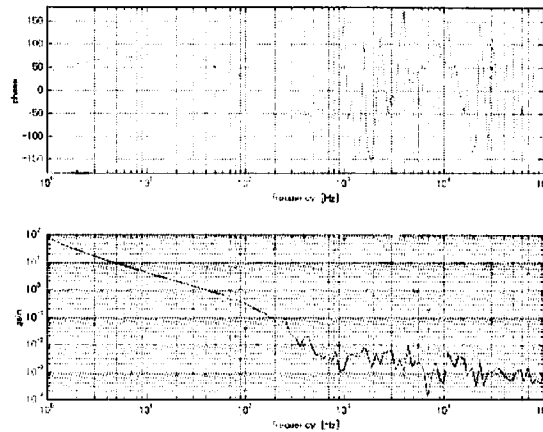


図 4: 第一実験の伝達関数の Bode 図

スペクトルの図で、緑が測定された雑音、赤はそれに  $|1 - H|$  ( $H$  は伝達関数) をかけたものである。伝達関数について説明した通り、赤が系の本来持っている雑音であり、緑はそれが制御によって弱められた結果見える雑音である。50Hz の倍数に鋭いピークが立っていることから、電気回路系の影響によって雑音が発生していることが予想される。400Hz 程度には広がり



持った雑音があり、周囲からの音の影響であろうと予想される。事実、この雑音は実験室の計算機を停止させて環境を静かにさせたことで、格段に小さくなった。

伝達関数の Bode 図から見て分かるように、UGF は 40Hz、位相余裕は 60 度ほどとなっており、これは系が安定であるためには十分な位相余裕である。尚、1kHz を越える周波数域では、図の乱雑さからも分かるように信頼できる測定はできていないが、参考までにそこを含めた図を載せておく。

### 3.3 考察

伝達関数の Bode 図を見る限りでは、100Hz 程度まで十分に位相余裕があるので、全体のゲインだけを上げてそのあたりを UGF にしても問題ないように思えるが、実際にはそうすると位相余裕がなくなり発振を起こしてしまう。

この原因としてはドライバーから供給される電流量が足りないことが考えられる。実際、ドライバーから出る信号をオシロスコープで確認したところ、全体のゲインを上げると発振を起こすのだが、そのとき信号は飽和を起こしたために正弦波ではなくなっており、またその電圧値は電源の 15V よりも小さい 10V 程度であった。電圧にはまだ余裕があるはずなので、飽和は電流が起こしていることが考えられる。つまりドライバーによる電流の供給効率が悪いために、電圧値に対して十分な電流量を送ることができなかったわけである。

そこで、少ない電流量でも多くの変位があるように、ペルチェ素子と接着する光ファイバーの表面積を増やしたところ、UGF を上げることができた。原理的には、ペルチェ素子は片面に熱が加わるともう片面からは熱が奪われるので、X を片面に接着させて Y をもう片面に接着させるという方法も可能ではあるが、今回の実験ではそこまでは至らなかった。実際、ペルチェ素子の片面は常にヒートシンクに接して熱を逃がしていたので、それを外すと長期的な制御が難しくなるおそれもある。

そもそもこの制御は熱に依存しているものである以上、原理的に熱の伝導よりも速い制御を行うことはできないため、どのように改良を行ってもやはりある周波数以上の雑音を制御することは非常に困難であると思われる。また注意されたいのは、この制御は光路長の変化によって干渉計の出力の安定化を行っており、それによって測定が可能となっているが、実際に物体の運動自体を制御しているわけではない点である。たとえば鏡が何らかの理由で定常的にある方向に動いていても、ファイバーを一方向的に伸ばすこと（あるいは縮めること）でしか対処ができない。当然ながらそれでは限界がある。したがって、やはりある程度の雑音は残ってしまう。

## 4 振り子と磁石とコイルを用いた実験

### 4.1 測定の概要

この実験もすべて防振台上で行った。図1で示したように、ビームスプリッターの A,B,X に関しては前実験と同じ。Y に関しては、ブレッドボードに固定された土台から吊るされた振り子と向かい合うようにブレッドボード上に設置した。振り子には Y の方に向けて鏡が付けられているので、前実験と同じように光の干渉による信号が検出できる。振り子の近くには強力な磁石が設置されており、振り子があまり大きく揺れないようにしている。また、振り子の鏡と逆の方には四つ磁石が取り付けられていて、磁石はブレッドボードに固定された四つのコイルから力を受けることができるようになっているため、振り子进行操作することができる。

前実験と同じように、ブレッドボードをアクリルのケースに入れて蓋を閉じることで、周囲の空気振動から干渉計を防振するようにした。使用した器具についてはレポートの末尾に載せる。

フォトディテクターから出てきた信号は、やはり幾つものフィルターを通り、ドライバーから抵抗を経てコイルに伝わる。ドライバーから直接コイルに電流が伝わるとコイルが焼けてしまうおそれがあるため、抵抗を通してコイルに高い電圧がかからないようにしている。使用したフィルターは、ローパスフィルター1、リファレンス、サムアンプ、PID フィルター、ゲイン調整フィルターの五つである。やはりサムアンプをエラーポイントと呼び、信号の解析はすべてこの点を用いて行った。前回は幾つ必要としたローパスフィルターとハイパスフィルターであるが、今回は前もって伝達関数の形を設計しておいたために、一つの PID フィルターを用意するだけで済んだ。回路図についてはレポートの末尾に載せる。

今回使用したレーザーは特に発信させてすぐは出力が安定しないということとはなかったため、発信を始めてから特に待つことなく測定を行った。

校正を行う。前回と同じようにして、

$$\frac{\partial V}{\partial \delta L} \rightarrow \frac{A}{2} \frac{2\pi}{\lambda} = 2.5[V] \times \frac{2\pi}{1.550[\mu m]} = 10.13[V/\mu m]$$

となる。やはり物体が  $r$  動くとき光路長は往復で  $2r$  変わることから、実際の換算係数はその倍の  $20.27[V/\mu m]$  となる。

## 4.2 雑音のスペクトルと伝達関数

雑音のスペクトルと伝達関数の Bode 図を載せる。

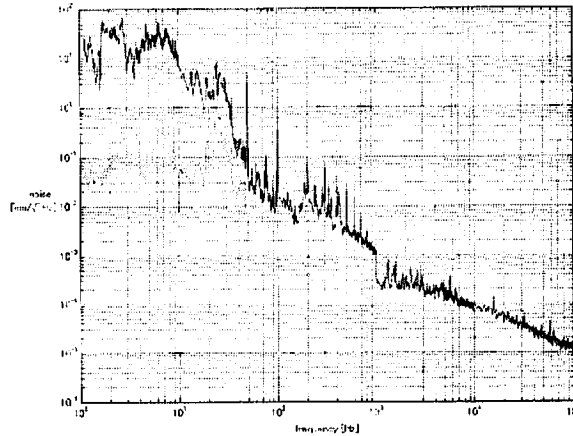


図 5: 第二実験の雑音のスペクトル

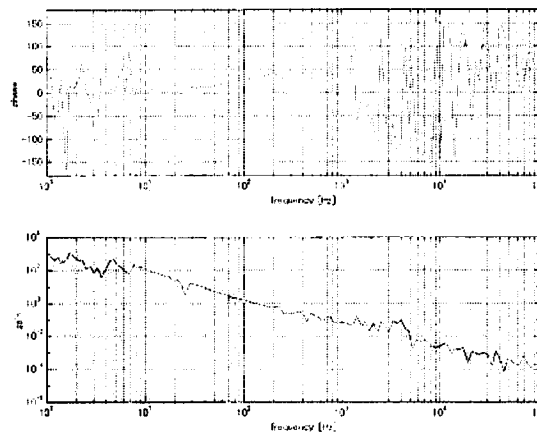


図 6: 第二実験の伝達関数の Bode 図

前回と同じく、スペクトルの図で、緑が測定された雑音、赤はそれに  $|1-H|$  ( $H$  は伝達関数) をかけたものである。赤が系の本来持っている雑音であり、緑はそれが制御によって弱められた結果見える雑音である。50Hz に鋭いピークが立っていることから、電気回路系の影響によって雑音が発生していることが分かるが、しかし 100Hz の倍数ではピークが立っているのに対して 50Hz

の奇数倍には必ずしも雑音があるとは限らないところが非常に興味深い。

伝達関数の Bode 図から見て分かるように、UGF は 140Hz、位相余裕は 40 度ほどとなっており、これもまた系が安定であるためには十分な位相余裕である。やはり 1kHz を越える周波数域では信頼できる測定はできていない。また、今回は 10Hz 以下の周波数域でも信頼できる測定はできていない。低周波域で大きな雑音が生じているのが分かるが、おそらくは振り子を吊るしたことによる効果が見えているのであろうと思われる。セットアップを変えた以上、雑音の拾い方も変わるのは当然である。もちろん、前回の実験と周囲の条件が全く同じではありえないので、環境の変化が原因であることも十分に考えられる。

### 4.3 考察

特に今回の実験で興味深かったことであるが、100Hz にある大きな雑音のピークは、実際オシロスコープ上でも観察できたのだが、干渉計をアクリルケースから取り出すことで見えなくなった。そこで、再び干渉計をアクリルケースに入れてから、アクリルケースの上に発泡スチロールと重りを載せてみたところ、雑音は目に見えて軽減された。したがってこの雑音のピークは、電気回路系に由来するものかも知れないが、干渉計の力学系の効果が含まれていることが分かる。重りの位置を変えたところ、雑音の軽減のされ方もまた変化したので、アクリルケースの運動は全体に並進的に動いているというよりも、膜振動のようなモードで動いていることが予想される。

今回は前回と違って、干渉計が電気力学結合系となっている。つまりコイルによって力を加えているために、力学的な作用と電磁気学的な作用が結合している。前回の実験では力学的な作用は周囲からの雑音しかなかったために、特に干渉計に 50Hz の倍数の雑音が見えることはなかった。しかし今回、電気回路系による 50Hz の雑音を背負っているコイルが力学系に作用を及ぼしているので、力学系の何らかのモードを引き起こしていることが考えられる。たとえばコイルが振り子に力を加えるとき、また反作用によって自分自身も力を受けるので、振り子からもコイルからも振動が干渉器全体に伝わってしまい、雑音が生じる。そこに、アクリルケースがアンテナの役割をして周囲の振動を拾ってきて、その雑音が電気力学結合系に作用を及ぼすことで、このような雑音のピークが生じたのではないかと考えられる。しかし何故 150Hz にはそうしたピークがないのか、何故 50Hz の倍数波のモードしかないのかは、残念ながらうまく説明できない。

雑音が前回よりも全体に大きくなっているにも関わらず、UGF は前回よりも大きい周波数 140Hz となった。これはやはり熱伝導による制御よりも電磁気力による制御の方が速いことが出ているのであり、また実際に物体の運動を止めている効果が現れているのだらうと思われる。

## 5 今後の課題

課題1：フィルターの改良。今回の実験ではどちらの場合にせよ、UGF よりも高い周波数でも位相余裕があるにも関わらず、全体のゲインを上げると発振してしまった。電流の供給量などの問題もあるかも知れないが、もっとフィルターをうまく設計して伝達関数を扱いやすい形にすれば、問題は改善されるはずである。特に本実験では限界まで高いUGFを求めてフィルターを設計したわけではないので、フィルターの設計次第ではもっとUGFを高くすることはできるであろう。

課題2：振り子の差動制御。今回の第二実験では、四つのコイルに送られる電流がすべて同じ量であるように設定したが、振り子の多数の運動のモードを同時に制御することを考えると、制御に最適となる電流量の配分があるはずである。ドライバーからコイルの間にある四つの抵抗は可変抵抗にしてあるので、配分自体は簡単に実現できるが、最適解を見付けるのは若干難しいかも知れない。パラメーターを変化させながら測定を繰り返し、経験的に最適解を探していくことになるであろう。

課題3：ベルチェと振り子の同時制御。第一実験と第二実験の同時実験である。今回の制御ではどのようにして光路長の差が変化しても、一つの方法でしか光路長を元に戻すことができなかった。第一実験では、鏡が動いていても光ファイバーを伸縮させることで制御していた。また第二実験では、雑音の測定のための制御と、物体の運動を止めるための制御を兼ねていた。物体の運動を止めた上で正確な雑音の測定を行うためには、二つの制御を組み合わせる必要がある。

課題4：二つの振り子。課題3と平行して行いたいのが、やはり干渉計の二本の腕は対称な条件であるのが望ましいので、ビームスプリッターのXの先もYの先も、同じ振り子に取り付けられた鏡にしたい。課題3と平行して行うなら、ベルチェ素子も二つ使用して、やはり対称な条件にすることが望ましい。対称な条件が求められるのは、干渉計の二本の腕でそれぞれ同じ雑音の拾い方をしないと、どちらの腕の性質のためにどのように雑音が見えているかが分からないからである。

課題5：真空引き。空気振動による雑音の軽減を目的とする。雑音が弱くなれば制御もより容易となるわけであるが、何よりこの実験で知りたいのは地面振動による雑音であるので、真空状態で測定をすることが重要となる。もちろん真空装置が空気振動などの影響で揺れることもあり得るだろうが、現時点での干渉計に対する影響に比べれば微々たるものであろう。現在のセットアップのままでは真空引きは無理なので、新しく容器や装置を組み直す必要がある。

## 6 謝辞と参考文献

### 6.1 謝辞

本実験でお世話になった坪野研究室の皆様、特に四ヶ月間終始監督を務めて下さった助手の安東正樹氏、幾つかの的確なアドバイスを頂いた同研究室の麻生洋一氏、そして共同実験者である松井鉄平氏に、この場をお借りして感謝の辞を申し上げます。

### 6.2 参考文献

- [1] 矢幡洋 'マッハツェンダー干渉計によるレーザー光源の周波数安定化' 特別実験レポート (2003)
- [2] 安東正樹 'Fabry-Perot 型レーザー干渉計重力波検出器の制御' 東京大学修士論文 (1996)
- [3] 柏木潤編 '自動制御' 朝倉書店 (1983)

## 7 使用した器具と回路図

### 7.1 光ファイバーとペルチェ素子を用いた実験で使用した器具

防振台：SERVO SYSTEM SWCC 89A126

レーザー光源：Newport 740 Series

ブレッドボード：SA SERIES BREADBOARD Newport IRVINE, CA  
92714 U.S.A.

鏡：NEW FOCUS 5104/Nd: YAG

熱伝導材：サンハヤト放熱用シリコーン

測定器：アドバンテスト R9211 シリーズ デジタル・スペクトラム・アナライザ

### 7.2 振り子と磁石とコイルを用いた実験で使用した器具

防振台：SERVO SYSTEM SWCC 89A126 (同上)

レーザー光源：KOHERAS ADJUSTIK TM System TAdC15PztSPm S/N  
KOH 1269  $\lambda = 1549.995nm$

ブレッドボード：SA SERIES BREADBOARD Newport IRVINE, CA  
92714 U.S.A. (同上)

鏡：アルミ

振り子を吊るした糸：461117 タングステン線 0.06mm Nilaco

測定器：アドバンテスト R9211 シリーズ デジタル・スペクトラム・アナライザ (同上)

### 7.3 光ファイバーとペルチェ素子を用いた実験で使用した回路

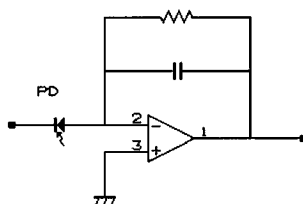


図 7: フォトディテクター

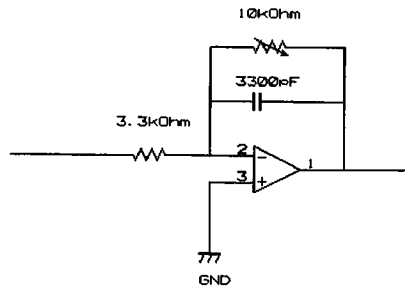


図 8: ローパスフィルター 1

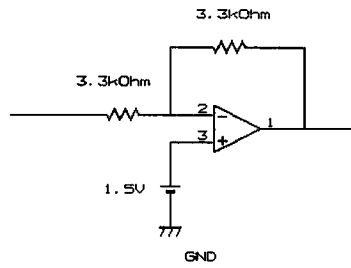


図 9: リファレンス

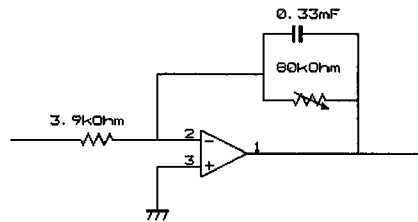


図 10: ローパスフィルター 2



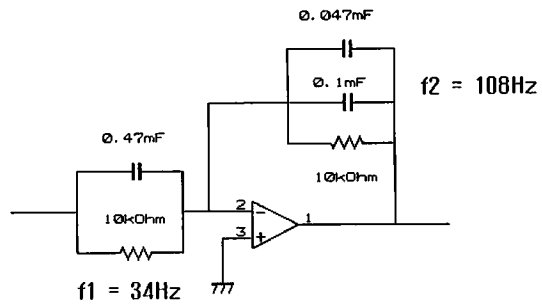


図 11: ハイパスフィルタ-1

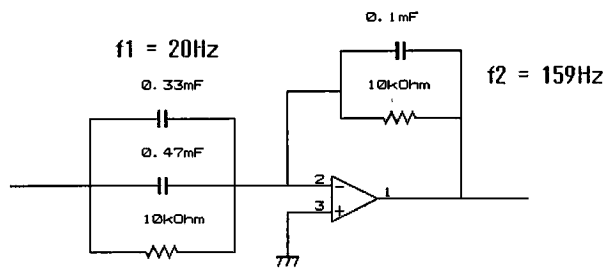


図 12: ハイパスフィルタ-2

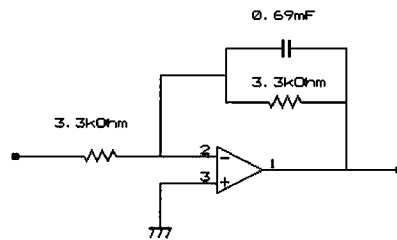


図 13: ローパスフィルタ-3

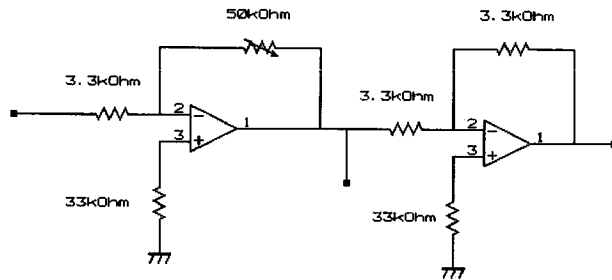


図 14: ゲイン調整フィルター

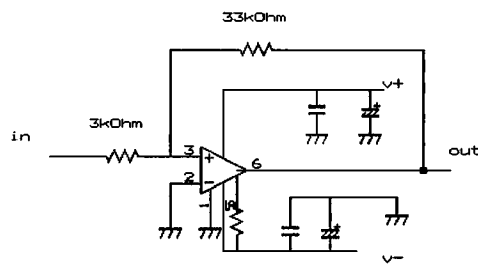


図 15: ドライバー

## 7.4 振り子と磁石とコイルを用いた実験で使用した回路

フォトディテクター、ローパスフィルター1、リファレンス、サムアンプ、ゲイン調整フィルター、ドライバーに関しては第一実験と同じなので省略する。

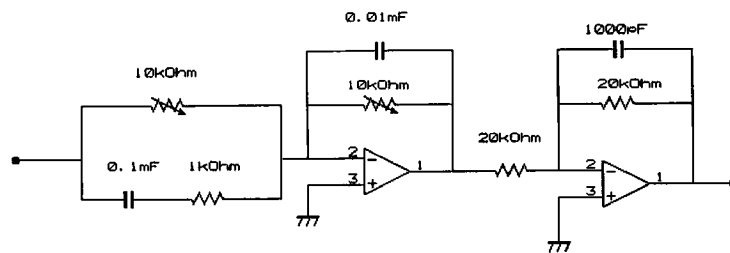


図 16: PID フィルター

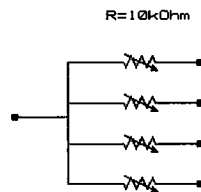


図 17: 抵抗